

Pengaruh Gangguan Nonlinear pada Sistem Dinamik dengan Potret Fase *Center* (The Effect of Nonlinear Damping to a Dynamical System with Center Phase Portrait)

Kus Prihantoso Krisnawan¹⁾ dan Husna Arifah²⁾

Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

¹⁾ Email: kuspk@uny.ac.id

²⁾ Email: husnaarifah@uny.ac.id

Abstrak

Pada makalah ini dibahas mengenai pengaruh gangguan nonlinear terhadap sistem dua dimensi dengan potret fase *center*. Potret fase dari sistem dengan gangguan digambarkan untuk tiga nilai parameter yang berbeda sebagai bukti numerik adanya perubahan potret fase. Pembuktian secara analitik dilakukan dengan menggunakan teorema yang menjamin adanya solusi periodik. Hasil penelitian menunjukkan bahwa gangguan pada sistem dengan potret fase *center* dapat mengakibatkan adanya perubahan potret fase secara topologi. Perubahan ini menunjukkan adanya bifurkasi *Hopf* tergeneralisasi.

Kata kunci: bifurkasi *Hopf* tergeneralisasi, potret fase *center*, solusi periodik.

Abstract

This paper discusses the effect of nonlinear damping to a 2-dimensional system that has center phase portrait. The phase portraits of the damped system are drawn for 3 different values of parameter. These phase portraits stand as the numerical proof of phase portrait change. To prove the change analytically, we use the theorem that guarantee the existence of periodic solution. The result shows that nonlinear damping changes the phase portrait topologically. It means that the system undergoes a generalized Hopf bifurcation.

Keywords: generalized Hopf bifurcation, center phase portrait, periodic solution.

Pendahuluan

Diberikan sistem

$$\dot{x} = f(x, \alpha) \quad (1)$$

dengan x menyatakan variabel keadaan ($x \in E \subseteq \mathbb{R}^n$), α adalah sebuah parameter ($\alpha \in \mathbb{R}$), dan $f(x)$ adalah suatu vektor fungsi yang kontinu *Lipschitz*. Solusi dari sistem (1) mendefinisikan lintasan pergerakan orbit pada ruang E . Pergerakan ini dapat dideskripsikan secara geometris dengan menggambarkan kurva solusi pada ruang E yang dilengkapi dengan tanda panah untuk mengindikasikan pergerakan orbit disepanjang kurva seiring dengan naiknya waktu t . Ruang E yang digunakan untuk menggambarkan kurva solusi ini kemudian disebut sebagai **ruang fase**. Himpunan kurva solusi di dalam ruang fase disebut sebagai **potret fase** (lihat [5]).

Setidaknya ada empat jenis potret fase di sekitar titik kesetimbangan sistem, yaitu *saddle*, *node*, *focus*, dan *center*.

Pada kasus tertentu, bentuk potret fase di sekitar titik kesetimbangan suatu sistem dapat berubah karena pergerakan nilai parameter. Jika pergerakan parameter mengakibatkan perubahan bentuk potret fase secara topologi, maka sistem telah mengalami bifurkasi (lihat [4]). Empat jenis bifurkasi yang dikenal dan terjadi pada sistem dinamik kontinu dengan satu parameter adalah *saddle node*, *pitchfork*, *transkritikal*, dan *Hopf* [7]. Penelitian terhadap sistem yang mengalami bifurkasi telah banyak dilakukan (*saddle-node* [8], *pitchfork* [3], *transkritikal* [1], dan *Hopf* [2]). Jika diperhatikan hanya pada saat terjadi bifurkasi, masing-masing jenis bifurkasi