MODUL E-LEARNING

E-LEARNING MATEMATIKA

Oleh :
NURYADIN EKO RAHARJO, M.PD.
NIP. 19721015 200212 1 002

Penulisan Modul e Learning ini dibiayai oleh dana DIPA BLU UNY TA 2010
Sesuai dengan Surat Perjanjian Pelaksanaan e Learning
Nomor 1993a.9/H34.15/PL/2010
Tanggal 1 Juli 2010

JURUSAN PENDIDIKAN TEKNIK SIPIL DAN PERENCANAAN
FAKULTAS TEKNIK
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA
TAHUN 2010

BAB III VEKTOR

I. KOMPETENSI YANG DICAPAI

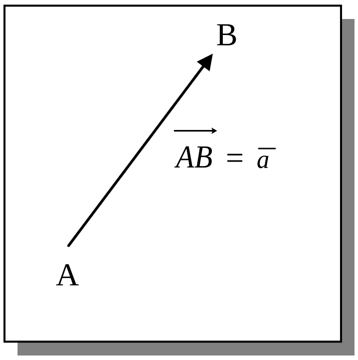
Mahasiswa dapat :

1. Menggambar vektor dengan sistem vektor satuan.
2. Menghitung perkalian vektor.
3. Menghitung penambahan vektor dengan aturan segitiga, aturan jajaran genjang, dan aturan poligon.
4. Menghitung pengurangan vektor.
5. Menghitung panjang vektor dalam ruang.

II. MATERI

A. PENGERTIAN

Vektor adalah suatu kuantita/besaran yang mempunyai besar dan arah. Secara grafis suatu vektor ditunjukkan sebagai potongan garis yang mempunyai arah. Besar atau kecilnya vektor ditentukan oleh panjang atau pendeknya potongan garis. Sedangkan arah vektor ditunjukkan dengan tanda anak panah.

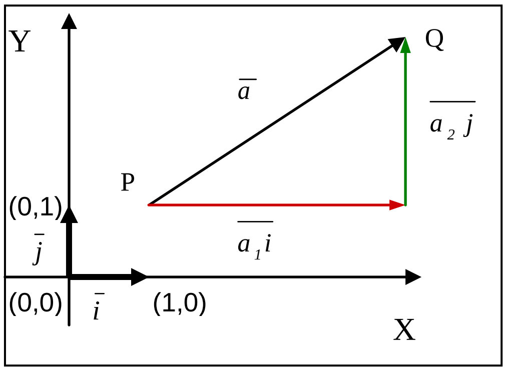


Dalam gambar vektor di samping, titik A disebut titik awal (*initial* point) dan titik P disebut titik terminal (*terminal point*). Pada gambar tersebut vektor dapat ditulis dengan berbagai cara seperti, $\overline{AB}$ $\vec{a}$, $\bar{a}$ atau a. Panjang vektor juga dapat ditulis dengan berbagai cara seperti $|\overrightarrow{AB}|$, $|\overline{AB}|$, $|\vec{a}|$, $|\bar{a}|$, atau $|a|$.

Disini kita akan memakai simbul $\overrightarrow{AB}$ atau $\bar{a}$ untuk menyatakan vektor dan $|\overrightarrow{AB}|$ atau $|\bar{a}|$ untuk menyatakan besaran (modulus) dari vektor tersebut. Contoh vektor misalnya lintasan, kecepatan, percepatan, dan gaya.

Skalar adalah suatu kuantita yang mempunyai besaran tetapi tidak mempunyai arah. Suatu skalar adalah bilangan nyata dan secara simbolik dapat ditulis dengan huruf kecil. Operasi skalar mengikuti aturan yang sama dengan aturan operasi aljabar elementer.

B. VEKTOR SATUAN



Untuk menggambarkan suatu vektor pada sistem koordinat kartesean diperlukan vektor satuan. Vektor dari titik (0,0) sampai titik (1,0) adalah vektor satuan $\overline{i}$. Vektor dari titik (0,0) sampai titik (0,1) adalah vektor satuan $\overline{j}$.

Arah vektor $\overline{i}$ positif sesuai dengan arah sumbu X positif. Arah vektor $\overline{j}$ positif sesuai dengan arah sumbu Y positif. Pada gambar disebelah ini vektor $\overline{a}$ dengan titik awal P dan titik akhir Q diuraikan menjadi dua vektor yaitu vektor $\overline{a_1 i}$ dan $\overline{a_2 j}$. Vektor $\overline{a_1}$ dan $\overline{a_2}$ disebut komponen vektor $\overline{a}$. Besaran $\overline{a_1}$ dan $\overline{a_2}$ disebut komponen skalar $\overline{a}$. Secara simbolis vektor $\overline{a}$ dan komponennya ditulis $\overline{a}$ = $\overline{a_1 i}$ + $\overline{a_2 j}$

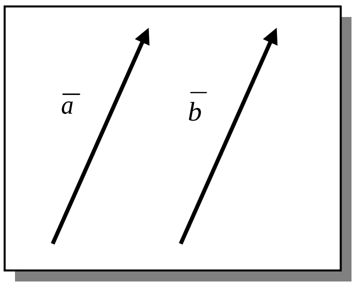
C. ALJABAR VEKTOR

Aljabar vektor adalah operasi pada dua atau lebih dari vektor yang meliputi penambahan, pengurangan dan perkalian. Operasi vektor dapat dilakukan melalui komponen-komponen skalarnya.

1. Kesamaan Dua vektor

Dua vektor dikatakan sama apabila panjang serta arahnya sama.

$\overline{a} = \overline{b} \rightarrow$ jika $|\overline{a}| = |\overline{b}|$ dan arah $\overline{a}$ = arah $\overline{b}$

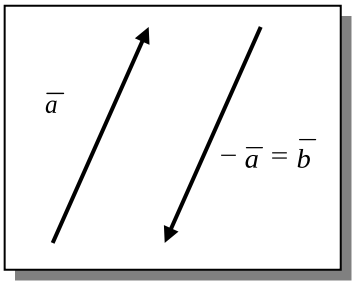


2. Vektor Negatif

Vektor $-\overline{a}$ mempunyai ukuran sama dengan vektor $\overline{a}$ tetapi arahnya berlawanan.

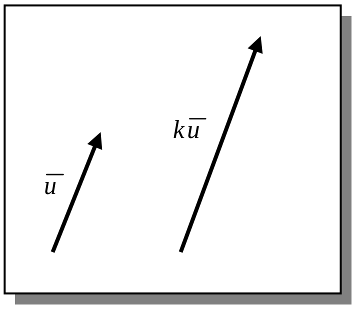
Jika vektor $\overline{a} = -\overline{b}$ maka $|\overline{a}| = |-\overline{b}|$.

Vektor negatif sering disebut sebagai *vektor invers*.



3. Perkalian Vektor dengan Skalar

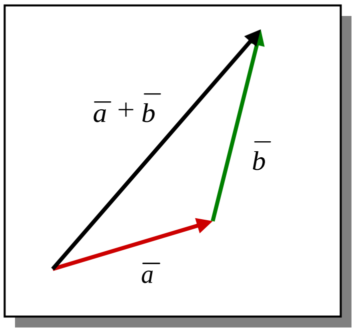
Jika k bilangan real yang positif, maka $k\overline{u}$ adalah vektor yang panjangnya $k\ |\overline{u}|$ dan mempunyai arah yang sama dengan $\overline{u}$. Sedangkan $-k\overline{u}$ adalah vektor yang panjangnya $k\,|\overline{u}|$ tetapi arah berlawanan dengan $\overline{u}$.



4. Penjumlahan Vektor

a) Aturan Segitiga

Perhatikan gambar di samping. Jika $\overrightarrow{AB}$ dan $\overrightarrow{BC}$ mewakili $\overline{a}$ dan $\overline{b}$ maka $\overrightarrow{AC}$ dikatakan penjumlahan vektor $\overline{a} + \overline{b}$.



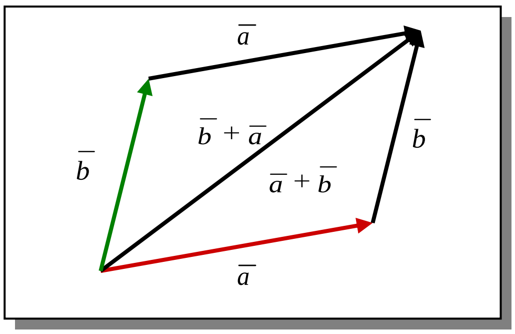
b) Aturan Jajaran Genjang

$\overrightarrow{AB}$ dan $\overrightarrow{DC}$ mewakili vektor $\overline{a}$

$\overrightarrow{BC}$ dan $\overrightarrow{AD}$ mewakili vektor $\overline{b}$,

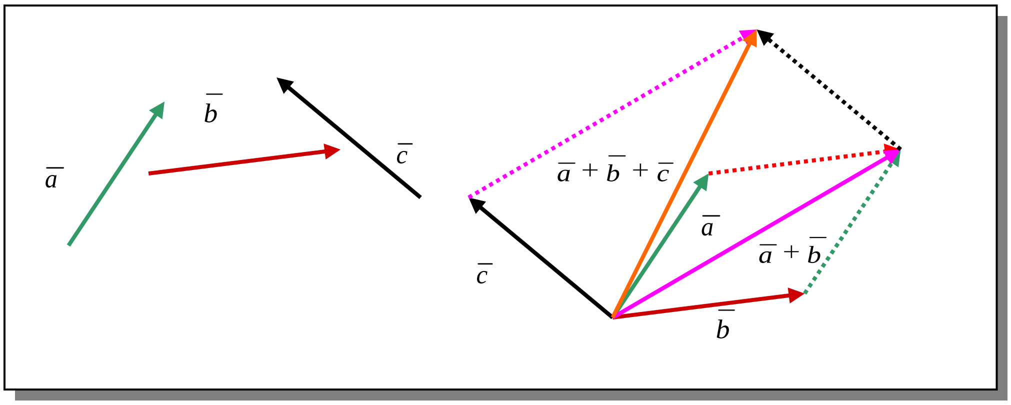
maka $\overrightarrow{AC} = \overline{a} + \overline{b}$

atau $\overrightarrow{AC} = \overline{b} + \overline{a}$.



c) Aturan Polygon

Penjumlahan tiga vektor atau lebih dapat dilakukan dengan menggunakan *aturan poligon*.

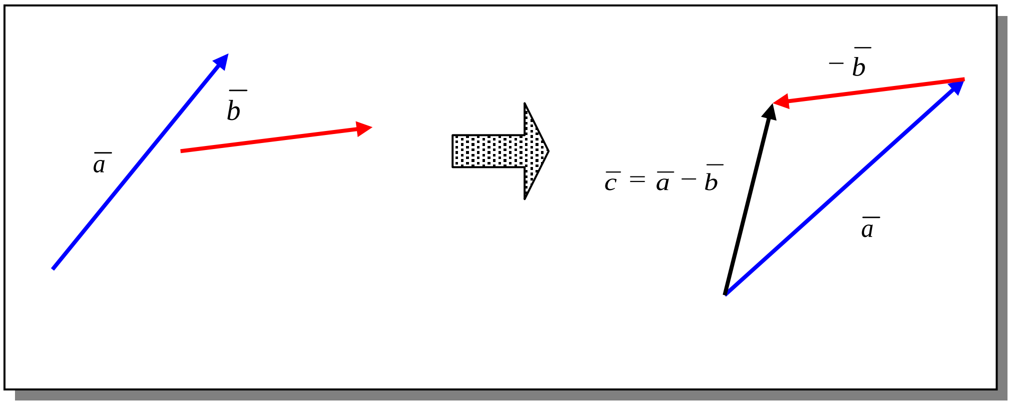


5. Selisih Dua Vektor

Selisih dua arah vektor $\overline{a}$ dan $\overline{b}$, dinyatakan sebagai $\overline{a} - \overline{b}$, dapat dipandang sebagai penjumlahan vektor $\overline{a}$ dengan invers vektor $\overline{b}$ yaitu vektor $-\overline{b}$ **.**

Misalkan $\overline{a} - \overline{b} = \overline{c}$ maka $\overline{c} = \overline{a}$ **+(**$-\overline{b}$ **)**

Secara diagram selisih dua vektor tersebut seperti gambar berikut.



6. Vektor Nol

Jika vektor **a** = **b** maka **a** – **b** = **0**. **0** disebut vektor nol. Vektor nol tidak mempunyai besar dan arahnya tak tentu.

Dalam aljabar vektor, misalkan vektor $\overline{a} = \overline{a_1 i} + \overline{a_2 j}$ dan vektor $\overline{b} = \overline{b_1 i} + \overline{b_2 j}$ maka berlaku aturan :

a). $\overline{a} = \overline{b}$ jika dan hanya jika $\overline{a_1 i} = \overline{b_1 i}$ dan $\overline{a_2 j} = \overline{b_2 j}$

b). m. $\overline{a}$ = m. $\overline{a_1 i}$ + m. $\overline{a_2 j}$ untuk m suatu skalar

c). $\overline{a} + \overline{b} = (\overline{a_1} + \overline{b_1})\, i + (\overline{a_2} + \overline{b_2})\, j$

d). $\overline{a} - \overline{b} = (\overline{a_1} - \overline{b_1})\, i + (\overline{a_2} - \overline{b_2})\, j$

e). $\overline{a} \,.\, \overline{b} = 0$ jika $\overline{a} = 0$ atau $\overline{b} = 0$ atau $\overline{a}$ tegak lurus dengan $\overline{b}$

f). i . i = j . j = 1 dan i . j = 0

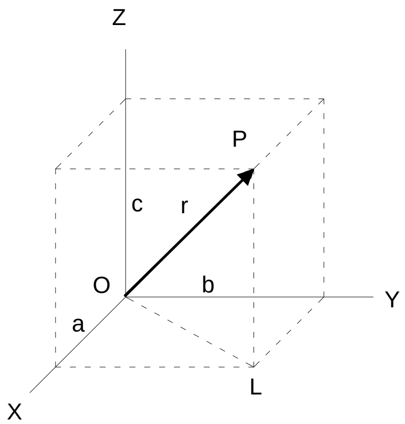
g). $\overline{a} \,.\, \overline{b} = (\overline{a_1 i} + \overline{a_2 j}) \,.\, (\overline{b_1 i} + \overline{b_2 j}) = \boxed{\overline{a_1} \,.\, \overline{b_1} + \overline{a_2} \,.\, \overline{b_2}}$

h). $|\,\overline{a}\,| = \sqrt{\overline{a_1}^2 + \overline{a_2}^2}$

i). $\propto$ = arc tan ($a_2 \,/\, a_1$)

j). $\overline{a} \,.\, \overline{b} = |\,\overline{a}\,|\,|\,\overline{b}\,| \cos \gamma$

D. VEKTOR DALAM RUANG TIGA DIMENSI



Vektor $\overrightarrow{OP}$ disefinisikan oleh komponen-komponenya :

$\overline{a}$ sepanjang OX

$\overline{b}$ sepanjang OY

$\overline{c}$ sepanjang OZ

Misalkan $\overline{i}$ = vektor satuan dalam arah OX
$\overline{j}$ = vektor satuan dalam arah OY
$\overline{k}$ = vektor satuan dalam arah OZ

maka :

$\overrightarrow{OP} = \overline{ai} + \overline{bj} + \overline{ck}$

$OL^2 = a^2 + b^2$ dan $OP^2 = OL^2 + c^2$

$OP^2 = a^2 + b^2 + c^2$ jadi $\overline{r} = \overline{ai} + \overline{bj} + \overline{ck}$

Contoh penyelesaian soal :

1. Diketahui vektor $\bar{a}$ = 3i + 4j dan vektor $\bar{b}$ = 2i + j. Hitunglah harga-harga : $\bar{a}$ + $\bar{b}$; $\bar{b}$ + $\bar{a}$; $\bar{a}$ – $\bar{b}$; $\bar{b}$ – $\bar{a}$; $\bar{a}$. $\bar{b}$; sudut $\bar{a}$; sudut $\bar{b}$; $\bar{a}.\bar{b}$ dan $\bar{b}$. $\bar{a}$.

   Jawab :

   Dari vektor $\bar{a}$ dan $\bar{b}$ tersebut dapat diketahui bahwa $\overline{a_1}$ = 3 ; $\overline{a_2}$ = 4 ; $\overline{b_1}$ = 2 dan $\overline{b_2}$ = 1 , sehingga diperoleh :

   a). $\bar{a} + \bar{b} = (\overline{a_1} + \overline{b_1})\,i + (\overline{a_2} + \overline{b_2})\,j = (3 + 2)\,i + (4 + 1)\,j = 5i + 5j$

   b). $\bar{b} + \bar{a} = (\overline{b_1} + \overline{a_1})\,i + (\overline{b_2} + \overline{a_2})\,j = (2 + 3)\,i + (1 + 4)\,j = 5i + 5j$

   c). $\bar{a} - \bar{b} = (\overline{a_1} - \overline{b_1})\,i + (\overline{a_2} - \overline{b_2})\,j = (3 - 2)\,i + (4 - 1)\,j = i + 3\,j$

   d). $\bar{b} - \bar{a} = (\overline{b_1} - \overline{a_1})\,i + (\overline{b_2} - \overline{a_2})\,j = (2 - 3)\,i + (1 - 4)\,j = -i - 3j$

   e). $|\bar{a}| = \sqrt{\overline{a_1}^2 + \overline{a_2}^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$

   f). $|\bar{b}| = \sqrt{\overline{b_1}^2 + \overline{b_2}^2} = \sqrt{2^2 + 1^2 = \sqrt{4}} + 1 = \sqrt{5}$

   g). Sudut $\bar{a}$ adalah $\propto$ = arc tan ($\overline{a_2}/\overline{a_1}$) = arc tan (4/3) = 53,1301° atau $\propto$ = 53° 7' 48.36”

   h). Sudut $\bar{b}$ adalah ß = arc tan ($\overline{b_2}/\overline{b_1}$) = arc tan (½) = 26,565051° atau ß = 26° 33' 54,18”

   i). $\bar{a} \,.\, \bar{b} = \overline{a_1} \,.\, \overline{b_1} + \overline{a_2} \,.\, \overline{b_2} = 3 \,.\, 2 + 4 \,.\, 1 = 6 + 4 = 10$

   j). $\bar{b} \,.\, \bar{a} = b_1 \,.\, \overline{a_1} + \overline{b_2} \,.\, \overline{a_2} = 2 \,.\, 3 + 1 \,.\, 4 = 6 + 4 = 10$

   Jawaban i). dan j). dapat juga menggunakan aturan

   $\bar{a} \,.\, \bar{b} = \bar{a} \,.\, \bar{b} \cos \gamma$.

   dalam hal ini γ adalah sudut antara $\bar{a}$ dan $\bar{b}$.

   Dengan aturan tersebut diperoleh :

   $\bar{a}.\bar{b} = \bar{a} \,.\, \bar{b} \cos \gamma = 5\sqrt{5} \cos (\propto - ß) = 5.\sqrt{5} \cos (53,13 - 26,56)$

   $= 5.\sqrt{5} \cos 26,57 = 5.\sqrt{5} \,.\, 0,894427191 = 10$

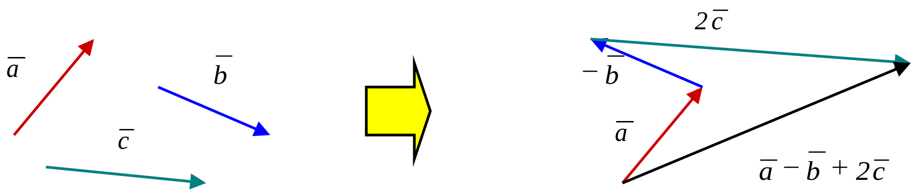
   $\bar{b} \,.\, \bar{a} = \bar{b} \,.\, \bar{a} \cos \gamma = \sqrt{5} \,.\, 5 \cos (ß - \propto)\ \sqrt{5} \,.\, 5 \cos (-26,57) = 10$

2. Diketahui vektor-vektor $\overline{a}$, $\overline{b}$ dan $\overline{c}$ seperti di bawah ini .

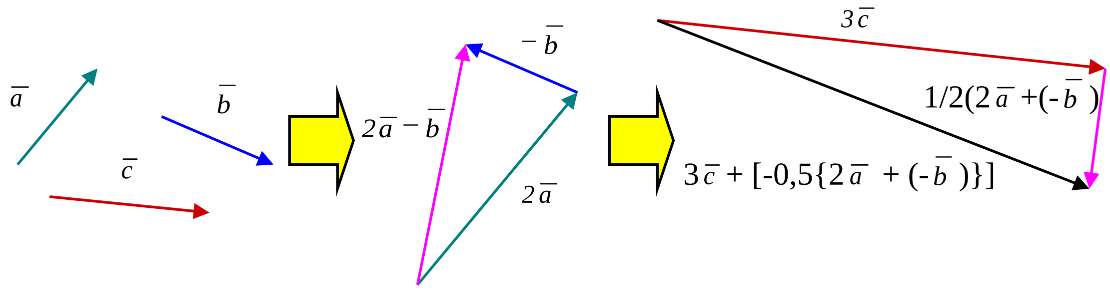
Lukislah secara grafis operasi vektor : $\overline{a}$ - $\overline{b}$ +2. $\overline{c}$ dan 3 $\overline{c}$ - 0,5(2 $\overline{a}$ - $\overline{b}$).

Jawab :

$\overline{a} - \overline{b} + 2.\overline{c} = \overline{a} + (-\overline{b}) + 2 . \overline{c}$



$3\overline{c} - 0,5(2\overline{a} - \overline{b}) = 3\overline{c} + [-0,5\{2\overline{a} + (-\overline{b})\}]$



Soal-soal vektor :

1. Gambarlah vektor-vektor dibawah ini pada koordinat kartesean.

   a). $\overline{a}$ = 4i+5j b). $\overline{b}$ = -4i+5j c). $\overline{c}$ = -4i–5j d). $\overline{d}$ = 4i – 5j

2. Gambarlah dan tuliskan dalam bentuk vektor $\overline{ai} + \overline{bj}$ yang memiliki ketentuan sebagai berikut :
   a. Dari titik sumbu (0 , 0) ke titik (2 ; -3)
   b. Dari titik (2 ; 3) ke titik (4 ; 2)
   c. Mempunyai besar 6 dengan arah 150°

3. Diketahui vektor $\overline{a}$ = 1,5 i + $\sqrt{3}\,j$ dan vektor $\overline{b}$ = $\sqrt{2}$ - 5j

   Hitunglah : a. $\overline{a} + \overline{b}$ b. $\overline{a} - \overline{b}$ c. $\overline{a} \,.\, \overline{b}$

4. Vektor $\overline{a}$ = 3i + 4j ; vektor $\overline{b}$ = 2i + 5j dan vektor $\overline{c}$ = -5i + 3j.

   Hitunglah : a. $\overline{a} + \overline{b}$ b. $\overline{a} + \overline{b} + \overline{c}$ c. $\overline{a} \,.\, \overline{b} \,.\, \overline{c}$

5. Hitunglah kerja yang dilakukan vektor 6i + 8j pada vektor 2i + 3j.
6. tentukan besarnya sudut pada vektor-vektor i + j ; 2i – 3j dan 5j.
7. Vektor $\overline{a}$ = 1i + 5j, vektor $\overline{b}$ = -5i – 7j dan vektor $\overline{c}$ = 3i – 7j.

   Gambarlah : a. 2 . $\overline{a} - \overline{b} + \overline{c}$ b. $\overline{b} - 0.25\,(\overline{a} - 2.\overline{c})$ c. $\overline{a} + \overline{b} + 3\overline{c}$

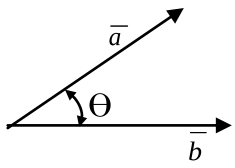
PERKALIAN SKALAR ANTARA DUA VEKTOR 2D

❖ Jika $\overline{a}$ dan $\overline{b}$ adalah dua buah vektor, maka perkalian skalar antara $\overline{a}$ dengan $\overline{b}$ didefinisikan sebagai $|\overline{a}|.|\overline{b}|\cos\Theta$

Dimana $|\overline{a}|$ = besar vektor $\overline{a}$

$|\overline{b}|$ = besar vektor $\overline{b}$

Θ = sudut yang diapit oleh vektor $\overline{a}$ dan $\overline{b}$



❖ Perkalian skalar dinyatakan dengan $\overline{a}\,.\,\overline{b}$ sehingga juga disebut sebagai perkalian titik

Jadi $\overline{a}\,.\,\overline{b} = |\overline{a}|\,.\,|\overline{b}|\,.\cos\Theta$

$= |\overline{a}|$. proyeksi $\overline{b}$ pada $\overline{a}$

atau $= |\overline{b}|$. proyeksi $\overline{a}$ pada $\overline{b}$

❖ Hasil dari perkalian skalar antara dua vektor berupa ***besaran skalar***

PERKALIAN SKALAR ANTARA DUA VEKTOR 3D

Jika $\overline{a} = \overline{a_1 i} + \overline{a_2 j} + \overline{a_3 k}$

$\overline{b} = \overline{b_1 i} + \overline{b_2 j} + \overline{b_3 k}$

maka

$\overline{a}\,.\,\overline{b} = (\overline{a_1 i} + \overline{a_2 j} + \overline{a_3 k})(\overline{b_1 i} + \overline{b_2 j} + \overline{b_3 k})$

$$\boxed{\overline{a}\,.\,\overline{b} = \overline{a}_1\,.\,\overline{b}_1 + \overline{a}_2\,.\,\overline{b}_2 + \overline{a}_3\,.\,\overline{b}_3}$$

Rumus tersebut berasal dari perhitungan sebagaiberikut :

$\overline{a}\,.\,\overline{b} = (\overline{a_1 i} + \overline{a_2 j} + \overline{a_3 k})(\overline{b_1 i} + \overline{b_2 j} + \overline{b_3 k})$

$= (a_1 . b_1 .i.i) + (a_1 . b_2 .i.j) + a_1 . b_3 . i.k)$

$+ (a_2 . b_1 . j.i) + (a_2 . b_2 . j.j) + (a_2 . b_3 . j.k)$

$+ (a_3 . b_1 k.i) + (a_3 . b_2 . k.j) + (a_3 . b_3 k.k)$

ingat : i . i = j . j = k . k = 1 . 1. cos 0° = 1 i . j = j . k = k . i = 1 . 1. cos 90° = 0

Sehingga

$$\boxed{\bar{a} \cdot \bar{b} = \bar{a}_1 \cdot \bar{b}_1 + \bar{a}_2 \cdot \bar{b}_2 + \bar{a}_3 \cdot \bar{b}_3}$$

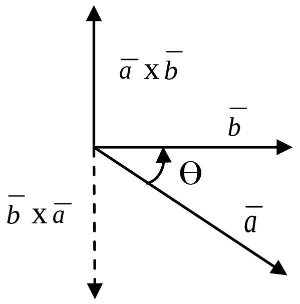
<u>Contoh soal.</u>

Jika $\bar{a}$ = 2i +3j +5k dan $\bar{b}$ = 4i +j +6k

Maka $\bar{a} \cdot \bar{b}$ = 2.4 + 3.1 + 5.6
= 8 + 3 + 30
= 41

PERKALIAN VEKTOR ANTARA DUA VEKTOR

- Perkalian vektor antara $\bar{a}$ dan $\bar{b}$ ditulis $\bar{a}$ **x** $\bar{b}$ sehingga juga disebut sebagai perkalian silang.
- $\bar{a}$ x $\bar{b}$ didefinisikan sebagai vektor yang mempunyai besar $|\bar{a}| \cdot |\bar{b}| \sin \Theta$
  Θ = sudut antara vektor $\bar{a}$ dengan $\bar{b}$
- Arah vektor hasil kali $\bar{a}$ x $\bar{b}$ tegak lurus dengan vektor $\bar{a}$ dan $\bar{b}$



Catatan :
Dalam perkalian vektor (silang) membentuk sistem kanan sehingga jika $\bar{b}$ x $\bar{a}$ hasilnya tegak lurus ke bawah.

- Jika $\Theta = 0$ maka $\bar{a}$ x $\bar{b}$ = $\bar{a}$ x $\bar{b}$ sin 0 = 0
  Jika $\Theta = 90$ maka $\bar{a}$ x $\bar{b}$ = $\bar{a}$ x $\bar{b}$ sin 90 = $\bar{a}$ x $\bar{b}$

  Sehingga :

  i x i = j x j = k x k = 1 . 1 sin 0° = 0
  i x j = 1 . 1 sin 90 = 1

Dalam arah OZ maka i x j = k

Jadi $\boxed{\begin{array}{l} i \times j = k \\ j \times k = i \\ k \times i = j \end{array}}$ tetapi $\boxed{\begin{array}{l} j \times i = -k \\ k \times j = -i \\ i \times k = -j \end{array}}$

jika : $\bar{a} = a_1 i + a_2 j + a_3 k$

$\bar{b} = a_1 i + b_2 j + b_3 k$

maka :

$$\begin{aligned} \bar{a} \times \bar{b} &= (a_1 i + a_2 j + a_3 k) \times (b_1 i + b_2 j + b_3 k) \\ &= a_1 . b_1\, i \times i + a_1 . b_2\, i \times j + a_1 . b_3\, i \times k \\ &\quad + a_2 . b_1\, j \times i + a_2 . b_2\, j \times j + a_2 . b_3\, j \times k \\ &\quad + a_3 . b_1\, k \times i + a_3 . b_2\, k \times j + a_3 . b_3\, k \times k \end{aligned}$$

ingat rumus perkalian vektor satuan di depan, sehingga

$$\begin{aligned} &= 0 + a_1 . b_1\, k + a_1 . b_3\, (-j) \\ &\quad + a_2 . b_1\, (-k) + 0 + a_2 . b_3\, i \\ &\quad + a_3 . b_1\, j + a_3 . b_2\, (-i) + 0 \\ &= (a_2 . b_3 - a_3 . b_2)\, i + (a_3 . b_1 - a_1 . b_3)\, j + (a_1 . b_2 - a_2 . b_1)\, k \end{aligned}$$

Jika susunannya dibalik menjadi

$$\boxed{\bar{a} \times \bar{b} = (a_2 b_3 - b_2 a_3)\, i - (a_1 b_3 - b_1 a_3)\, j + (a_1 b_2 - b_1 a_2)\, k}$$

- Rumus diatas jika disusun dalam bentuk determinan sebegai berikut

$$\bar{a} \times \bar{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

$$= i \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} - j \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix} + k \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}$$

Bahan Diskusi:
Mengapa perkalian vektor antara dua vektor hanya ada dalam vektor 3 dimensi?

Contoh 1 :

Diketahui $\overline{p} = 2i + 4j + 3k$
$\overline{q} = i + 5j - 2k$

Hitung $\overline{p} \times \overline{q}$

Jawab :

$$\overline{p} \times \overline{q} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 4 & 3 \\ 1 & 5 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= i \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} - j \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} + k \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}$$

$$= i (- 8 - 15) - j (-4 - 3) + k (10 - 4)$$

$$= -23i + 7j + 6k$$

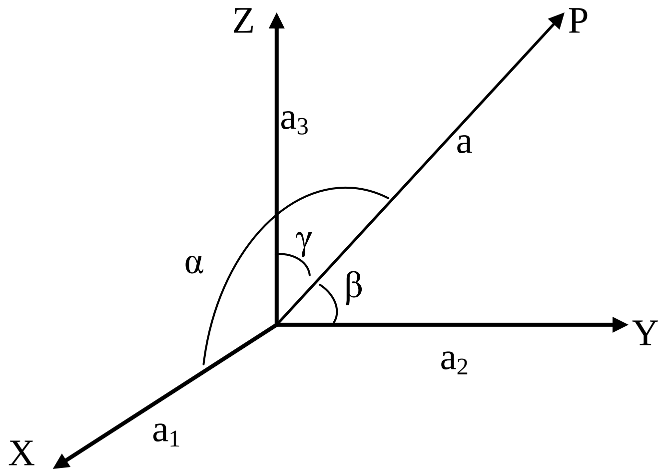
Contoh 2 :

Jika $\overline{m} = 3i - 4 j + 2k$

$\overline{n} = 2i + 5j - k$

Hitunglah $\overline{m} \times \overline{n}$

<u>SUDUT ANTARA DUA VEKTOR</u>
(Dengan cosinus arah)



Misal $\overrightarrow{OP} = \bar{a} = a_1 i + a_2 j + a_3 k$ maka $a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$

Maka : $\frac{a_1}{a} = \cos \propto = l$

$\frac{a_2}{a} = \cos \beta = m$

$\frac{a_3}{a} = \cos \gamma = n$

[l ,m, n] disebut cosinus arah vektor $\overrightarrow{OP}$

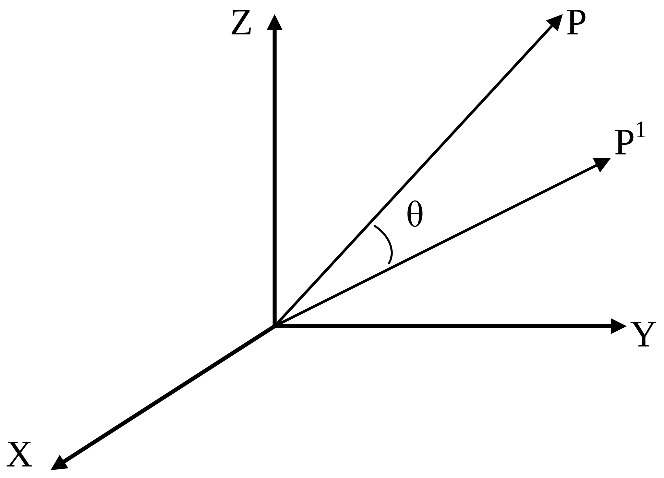
Contoh 1 :

Tentukan cosinus arah vektor $\bar{a} = 3i - 2j + 6k$

Jawab : $a_1 = 3$, $a_2 = -2$, $a_3 = 6$

$a = \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 6^2} = \sqrt{49} = 7$

$l = \frac{a_1}{a} = 3/7$; $m = \frac{a_2}{a} = -2/7$; $n = \frac{a_3}{a} = 6/7$



Jika :
Cosinus arah $\bar{p}$ adalah $[\ l,m,n\ ]$
Cosinus arah p^1 adalah $[\ 1',m',n'\ ]$

Maka :
Cos Θ = $l.l^1 + m.m^1 + n.n^1$

Contoh 2 :

Jika cosinus arah vektor $\bar{a}$ adalah $[\ l, m, n\ ] = [\ ½ , 0{,}3, -0{,}4\ ]$

Cosinus arah vektor $\bar{b}$ adalah $[l1,m1,n1\ ] = [\ 0{,}25, 0{,}6, 0{,}2\ ]$

Maka sudut antara vektor $\bar{a}$ dengan $\bar{b}$ adalah

Cos Θ = $l.l^1 + m.m^1 + n.n^1$
= (1/2)(0,25) + (0,3)(0,6) +(-0,4)(0,2)
=0,125 + 0,18 – 0,08
= 0,225

Sehingga
Θ = arc cos 0,225
Θ = 77°

Soal latihan :

Diketahui vektor $a = 5i + 4j + 2k$

$b = 4i - 5j + 3k$

$c = 2i - j - 2k$

Hitunglah :

a) sudut antara vektor a dengan vektor b
b) sudut antara vektor b dengan vektor c
c) sudut antara vektor a dengan vektor c