

DERET TAYLOR

Jari-jari konvergensi deret Taylor sesungguhnya merupakan jarak antara pusat c dengan singularitas f (jika ada) yang terletak paling dekat ke c . Jika $f(z)$ analitik pada $|z - z_0| < R_0$ (lingkaran C dengan pusat z_0 dan jari-jari r_0), maka untuk setiap titik z di dalam C berlaku

$$f(z) = f(z_0) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f^{(n)}(z_0)}{n!} (z - z_0)^n \dots \dots \dots$$

$$f(z) = f(z_0) + \frac{f'(z_0)}{1!} (z - z_0) + \frac{f''(z_0)}{2!} (z - z_0)^2 + \dots \quad (|z - z_0| < r_0)$$

Deret diatas disebut Deret Taylor di titik z_0 dan daerah $|z - z_0| < r_0$ disebut daerah kekonvergenan atau keanalitikan deret.

contoh soal:

- a. Deret Taylor untuk e^z , $z_0 = i$

jawab:

$$f(z) = e^z \quad \rightarrow f(i) = e^i$$

$$f'(z) = e^z \quad \rightarrow f'(i) = e^i$$

$$f''(z) = e^z \quad \rightarrow f''(i) = e^i$$

$$f'''(z) = e^z \quad \rightarrow f'''(i) = e^i$$

deret Taylor:

$$f(z) = e^i + \frac{e^i}{1!} (z - i) + \frac{e^i}{2!} (z - i)^2 + \frac{e^i}{3!} (z - i)^3 + \dots$$

$$f(z) = e^i \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z - i)^n}{n!}$$

- b. Deret Taylor untuk $\cos z$, $z_0 = \pi/2$

jawab:

$$f(z) = \cos z \quad \rightarrow f(\pi/2) = 0$$

$$f'(z) = -\sin z \quad \rightarrow f'(\pi/2) = -1$$

$$f''(z) = -\cos z \quad \rightarrow f''(\pi/2) = 0$$

$$f'''(z) = \sin z \quad \rightarrow f'''(\pi/2) = 1$$

deret Taylor:

$$f(z) = \frac{-1}{1!}(z - \pi/2) + \frac{1}{3!}(z - \pi/2)^3 + \dots$$

$$f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)!} (z - \pi/2)^{2n+1}$$

c. Deret Taylor untuk $\frac{1}{z+2i}$, $z_0 = 0$

jawab:

$$f(z) = (z + 2i)^{-1} \quad \rightarrow f(0) = \frac{1}{2i}$$

$$f'(z) = -(z + 2i)^{-2} \quad \rightarrow f'(0) = -\frac{1}{2i^2}$$

$$f''(z) = 2(z + 2i)^{-3} \quad \rightarrow f''(0) = \frac{2}{2i^3}$$

$$f'''(z) = -6(z + 2i)^{-4} \quad \rightarrow f'''(0) = -\frac{6}{2i^4}$$

deret Taylor:

$$f(z) = \frac{1}{2i} - \frac{z}{(2i)^2 1!} + \frac{2z^2}{(2i)^3 2!} - \frac{6z^3}{(2i)^4 3!} + \dots$$

$$f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n! (2i)^{n+1}} z^n$$

Dwi Lestari, M.Sc: Deret Taylor
Email: dwilestari@uny.ac.id

Sumber Pustaka:

Brown, J. W., and R. C. Churchill. "*Complex Variables and Applications*," 7th ed. 2003.

New York: McGraw-HillCompanies, Inc.

Paliouras, J. D. "*Peubah Kompleks untuk Ilmuwan dan Insinyur*". 1975. Jakarta: Erlangga