

TRIGONOMETRI

A. Pengertian

- Trigonometri merupakan pengetahuan yang mengkaji tentang sudut dan fungsinya.
 - Dapat diartikan juga sebagai pengukuran segitiga atau ilmu ukur segitiga.
 - Hubungan antara sudut dengan fungsi-fungsi trigonometri dari sudut.

- Suatu sudut didefinisikan sebagai hasil pemutaran garis yang berbentuk anak panah terhadap titik pangkalnya.
 - Sudut positif: pemutaran berlawanan dengan arah jarum jam
 - Sudut negatif: searah jarum jam

B. Satuan Sudut

1. Derajat

Yaitu sudut pada lingkaran yang besarnya $\frac{1}{360}$ dari keliling lingkarannya.

Catatan:

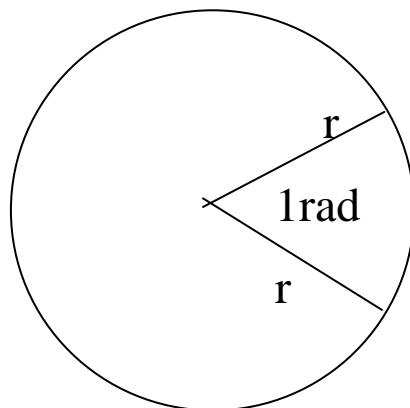
1 derajat = 60 menit atau $1^{\circ} = 60'$

1 menit = 60 detik atau $1' = 60''$

Jadi $1^{\circ} = 60' = 3600''$

2. Radian

Yaitu besar sudut dalam lingkaran yang mempunyai busur = panjang jari-jari lingkaran.



Misal:

Jari-jari = r

Keliling lingkaran = K

Maka:

$$K = 2\pi \cdot r$$

Jadi satu keliling lingkaran akan mempunyai $\frac{K}{r}$

$$\text{radian} = \frac{2\pi \cdot r}{r} \text{ radian} = 2\pi \text{ radian}$$

Dimana:

$$2\pi \text{ rad} = 360^{\circ}$$

$$\pi \text{ rad} = 180^{\circ}$$

$$\text{jadi } 1 \text{ rad} = \frac{180}{\pi} = \frac{180}{3,14} = 57,296^{\circ}$$

3. Grade

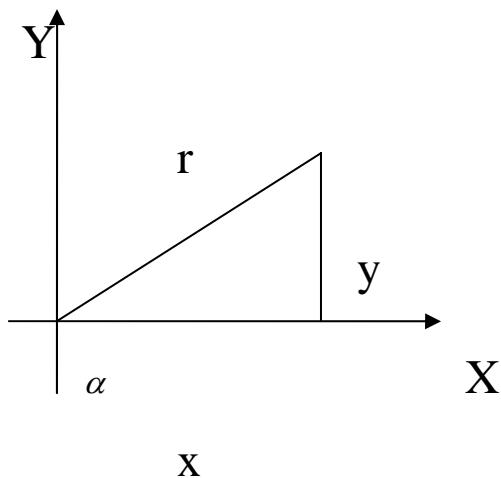
Yaitu sudut pada lingkaran yang besarnya $\frac{1}{400}$ dari keliling lingkarannya

$$\text{Jadi: } 360^{\circ} = 400 \text{ grade}$$

$$1^{\circ} = \frac{400}{360} \text{ grade}$$

$$1^{\circ} = 1,111 \text{ grade}$$

C. Fungsi-Fungsi Trigonometri



$$\sin \alpha = \frac{y}{r}; \operatorname{cosec} \alpha = \frac{r}{y}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}; \sec \alpha = \frac{r}{x}$$

$$\tan \alpha = \frac{y}{x}; \cot \alpha = \frac{x}{y}$$

syarat: $\alpha =$ sudut lancip

$$\alpha < 90^{\circ}$$

• Identitas Trigonometri

$$\frac{y}{r} = \frac{1}{\frac{r}{y}} \quad \text{atau} \quad \sin \alpha = \frac{1}{\operatorname{cosec} \alpha}$$

$$\frac{x}{r} = \frac{1}{\frac{r}{x}} \quad \text{atau} \quad \cos \alpha = \frac{1}{\operatorname{cosec} \alpha}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{1}{\frac{x}{y}} \quad \text{atau} \quad \tan \alpha = \frac{1}{\operatorname{cosec} \alpha}$$

$$\frac{\frac{y}{r}}{\frac{x}{r}} = \frac{y}{x} \quad \text{atau} \quad \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha$$

sehingga:

$$\operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\sin \alpha} \quad \text{dan} \quad \sin \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha = 1$$

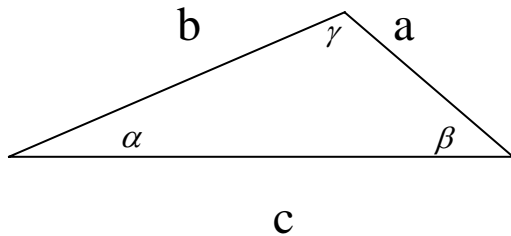
$$\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} \quad \text{dan} \quad \cos \alpha \cdot \sec \alpha = 1$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} \quad \text{dan} \quad \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$

serta:

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

• **Aturan sine dan cosine**



Aturan sine

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Aturan cosine: $a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c \cos \alpha$ sudut
 $b^2 = a^2 + c^2 - 2.a.c \cos \beta$ diambil

$c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b \cos \gamma$ depan
 sisi

Luas segitiga diatas dapat dicari dengan rumus:

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2}.a.b \sin \gamma \\ L &= \frac{1}{2}.a.c \sin \beta \\ L &= \frac{1}{2}.b.c \sin \alpha \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{sudut diambil yang diapit} \\ \text{oleh dua sisi yang diketahui.} \end{array}$$

Jika yang diketahui hanya panjang sisi-sisinya:

$$L = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

dimana $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$

Contoh 1

Tentukan luas segitiga dan besar sudut yang ada jika panjang sisi - sisi segitiga tersebut adalah 11, 13 dan 15

Jawab:

$$\begin{aligned} \diamond \quad S &= \frac{1}{2}(a+b+c) \\ &= \frac{1}{2} (15+13+11) = 19,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \diamond \quad L &= \sqrt{19,5(a+b+c)} \\ &= \sqrt{19,5 \cdot 4,5 \cdot 6,5 \cdot 8,5} \\ &= 69,63 \end{aligned}$$

Jadi luas segitiga tersebut adalah 69,63

❖ Selanjutnya dengan aturan cosine didapat:

$$\rightarrow \cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot bc} = \frac{13^2 + 11^2 - 15^2}{2 \cdot 13 \cdot 11} = 0,227272$$

$$\alpha = 76^{\circ} 51' 48,39''$$

$$\rightarrow \cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot ac} = \frac{15^2 + 11^2 - 13^2}{2 \cdot 15 \cdot 11} = 0,536363$$

$$\beta = 57^{\circ} 33' 48,83''$$

$$\rightarrow \cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot ab} = \frac{15^2 + 13^2 - 11^2}{2 \cdot 15 \cdot 13} = 0,7$$

$$\gamma = 45^{\circ} 34' 22,79''$$

Contoh 2

Dlm segitiga ABC diketahui sudut $A = 47^{\circ} 21'$ dan sudut $B = 70^{\circ} 15'$ serta panjang sisi $C = 5,3\text{m}$

Tentukan sisi-sisi segitiga dan sudut yang belum diketahui?