

FUNGSI

- Fungsi merupakan hubungan antara dua variabel atau lebih.
- Variabel dibedakan :

1. Variabel bebas

yaitu variabel yang besarnya dpt ditentukan sembarang, mis: 1, 3, 6, 10 dll.

2. Variabel terikat

yaitu variabel yang besarnya baru dapat ditentukan setelah variabel bebasnya ditentukan lebih dulu.

Contoh fungsi: $y = f(x)$

Dalam hal ini $x =$ variabel bebas

$y =$ variabel terikat

misal $y = 3x + 4$

nilai y baru dapat ditentukan setelah x ditentukan.

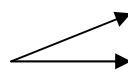
Jika $x = 1$ maka $y = 3.1 + 4 = 7$

Jika $x = 3$ maka $y = 3.3 + 4 = 13$

Berdasarkan hubungan antara variabel bebas dan terikat, fungsi dibedakan dua: fungsi eksplisit dan fungsi implisit.

A. Fungsi Eksplisit

→ variabel bebas dan terikat dapat dengan jelas dibedakan.

Contoh $y = f(x) \rightarrow y = 2x + 7$ 

$x =$ var bebas
 $y =$ var terikat

$$z = f(x,y) \rightarrow \text{misalnya } z = 5x + y^2 + 4$$

dalam hal ini :

$z = \text{var bebas}$

$x,y = \text{var terikat}$

B. Fungsi Implisit

\rightarrow antara variabel bebas dengan terikat tidak dapat dengan mudah dibedakan.

Bentuk umum fungsi implisit:

$$f(x,y) = 0 \quad \rightarrow \text{untuk dua variabel}$$

$$f(x,y,z) = 0 \quad \rightarrow \text{untuk tiga variabel}$$

Contoh bentuk $f(x,y) = 0$

$$2x + 3y - 10 = 0$$

Dalam hal tersebut tidak jelas mana var. bebas dan mana var. terikat.

Contoh bentuk $f(x,y,z) = 0$

$$2x + 3y - 3z + 4 = 0$$

Dalam hal ini var. x,y,z tidak dapat dengan mudah dibedakan sebagai var. bebas dan var. terikat.

Untuk menyelesaikan fungsi implisit harus di tentukan dulu variabel terikatnya.

Fungsi-fungsi dalam matematika jumlahnya sangat banyak. Fungsi yang sering digunakan a.l.: fungsi linier, fungsi kuadrat, fungsi pangkat banyak (3,4, dst), fungsi eksponensial, fungsi logaritmik, fungsi trigonometri, dll.

1. Fungsi Linier

Fungsi dimana variabel bebasnya paling tinggi berpangkat satu.

Contoh fungsi liner: $y = -2x + 3$

Cara melukis fungsi $y = -2x + 3$ adalah sebagai berikut:

- Titik potong fungsi dengan sumbu $y \rightarrow x = 0$

$$y = -2 \cdot 0 + 3 = 3 \text{ jadi titiknya } A(0,3)$$

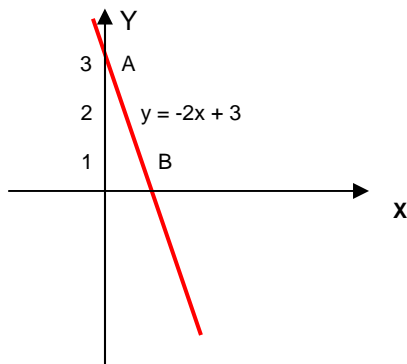
- Titik potong dengan sumbu $x \rightarrow y = 0$

$$0 = -2 \cdot x + 3 \rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$\text{Jadi titiknya } B\left(\frac{3}{2}, 0\right)$$

- Koefisien arah $a = -2$ (negatif)

Jadi arahnya menurun.



2. Fungsi Kuadrat

→ adalah fungsi non linier (garis tidak lurus) yang variabel bebasnya berpangkat dua.

Fungsi kuadrat mempunyai bentuk umum:

$$y = f(x) \text{ dan } x = f(y)$$

a. Fungsi kuadrat berbentuk $y = f(x)$

bentuk umum dari $y = f(x)$ adalah $y = ax^2 + bx + c$

ciri-ciri khusus:

- 1) Titik potong dengan sumbu $y \rightarrow x = 0$
- 2) Titik potong dengan sumbu x ada 3 kemungkinan
 $D > 0 \rightarrow$ dua buah titik potong
 $D = 0 \rightarrow$ satu buah titik potong
 $D < 0 \rightarrow$ tidak berpotongan dengan sumbu x

Cara mencari titik potong dengan sumbu x adalah dengan rumus abc

$$x_{1,2} = -b \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

3) titik puncak $\rightarrow x = \frac{-b}{2a}$; $y = \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a}$

4) sumbu simetri $\rightarrow x = \frac{-b}{2a}$

5) - jika $a > 0 \rightarrow$ titik balik minimum $\rightarrow \cup$

- jika $a < 0 \rightarrow$ titik balik maksimum $\rightarrow \cap$

Contoh:

Fungsi kuadrat $y = f(x) \rightarrow y = x^2 - 5x + 6$

Cara melukis:

1) Titik potong dengan sumbu $y \rightarrow x = 0$ jadi $y = 6$
titiknya A (0,6)

2) Titik potong dengan sumbu x

$$D = b^2 - 4a.c = (-5)^2 - 4.1.6 = 1$$

$D > 0$ jadi ada 2 buah titik potong dengan sumbu x

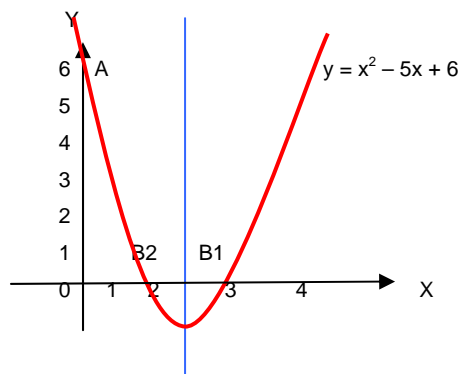
$$x_1 = \frac{5 + \sqrt{(-5)^2 - 4.1.6}}{2.1} = 3 \quad \text{jadi } B_1 (3,0)$$

$$x_2 = \frac{5 - \sqrt{(-5)^2 - 4.1.6}}{2.1} = 2 \quad \text{jadi } B_2 (2,0)$$

3) titik puncak $\rightarrow x = \frac{-b}{2a} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$

$$y = \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a} = \frac{-(25 - 4.6)}{4} = -\frac{1}{4}$$

4) sumbu simetrinya $x = \frac{-b}{2a} = 2\frac{1}{2}$



b) Fungsi kuadrat berbentuk $x = f(y)$

bentuk umumnya adalah $x = Ay^2 + By + C$

dengan ciri-ciri sebagai berikut:

1. titik potong dengan sumbu $x \rightarrow y = 0$
2. titik potong dengan sumbu $y \rightarrow x = 0$
 $0 = Ay^2 + By + C$ maka ada 3 kemungkinan
 $D > 0 \rightarrow$ terdapat 2 buah titik potong (rumus ABC)
 $D = 0 \rightarrow$ terdapat 1 buah titik potong
$$y_1 = y_2 = -\frac{B}{2a}$$

 $D < 0 \rightarrow$ tidak ada titik potong dengan sumbu y
3. titik puncak $\rightarrow x = \frac{-(B^2 - 4ac)}{4A}$; $y = -\frac{B}{2a}$
4. sumbu simetrinya $y = -\frac{B}{2a}$

Contoh:

Gambarlah grafik fungsi $x = y^2 - 3y + 2$

- 1) Titik potong dengan sumbu $x \rightarrow y = 0$ jadi $x = 2$
sehingga M (2,0)

- 2) Titik potong dengan sumbu y

$$D = B^2 - 4.a.c = 9 - 4.1.2 = 1$$

$D > 0 \rightarrow$ ada 2 buah titik potong

$$y_1 = \frac{3 + \sqrt{1}}{2} = 2 \rightarrow N_1 (0,2)$$

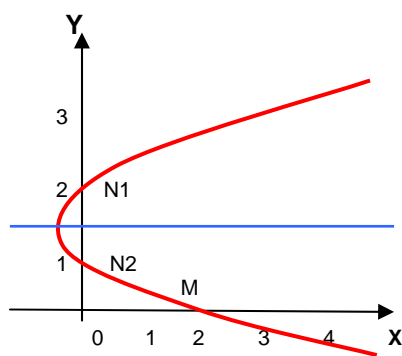
$$y_2 = \frac{3 - \sqrt{1}}{2} = 1 \rightarrow N_2 (0,1)$$

3) Titik puncak

$$x = -\frac{D}{4.a} = -\frac{1}{4}$$

$$y = -\frac{B}{2a} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

4) Sumbu simetrinya $-\frac{B}{2a} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$



3. Fungsi Pecah

→ adalah suatu fungsi non linier (garis tidak lurus) yang variabel bebasnya merupakan penyebut.

► Bentuk umum dari $y = f(x)$ adalah $y = \frac{ax+b}{cx+d}$

Dimana : a, b, c, d : konstanta

x : variabel bebas

y : variabel terikat

► Ciri khusus fungsi pecah adalah adanya **asimtot**.

Asimtot suatu garis lengkung adalah garis yang tidak dilalui / dipotong oleh garis lengkung tersebut akan tetapi didekati sampai pada titik tak terhingga.

► Ciri-ciri fungsi pecah

1) Titik potong dengan sumbu $y \rightarrow x = 0$

$$y = \frac{a \cdot 0 + b}{c \cdot 0 + d} = \frac{b}{d}$$

2) Titik potong dengan sumbu $x \rightarrow y = 0$

$$0 = \frac{ax+b}{cx+d} \rightarrow ax+b = 0$$

$$x = -\frac{b}{a}$$

3) Persamaan garis asimtot datar

asimtot datar $\rightarrow x = \sim$

$$y = \frac{ax+b}{cx+d} \rightarrow \text{bila suku kanan, masing-masing penyebut \& pembilang}$$

dikalikan $\frac{x}{x}$

$$y = \frac{a + \frac{b}{x}}{c + \frac{d}{x}} \rightarrow \text{bilangan dibagi } \sim \text{ hasilnya } 0$$

$$\text{maka } y = \frac{a}{c}$$

4) Persamaan garis asimtot tegak

asimtot tegak $\rightarrow y = \sim$

$$y = \frac{ax+b}{cx+d} \rightarrow \sim = \frac{ax+b}{cx+d}$$

$$cx + d = \frac{ax+b}{\sim} \rightarrow cx + d = 0$$

$$cx = -d \rightarrow x = -\frac{d}{c}$$

Contoh:

Lukislah grafik fungsi $y = \frac{2x+3}{x+1}$

Jawab:

- Titik potong dengan sumbu $y \rightarrow x = 0 \rightarrow$ jadi $y = 3$
P (0,3)

- Titik potong dengan sumbu $x \rightarrow y = 0 \rightarrow 0 = \frac{2x+3}{x+1}$

jika kedua suku (kanan & kiri) dikalikan $(x+1)$

$$0 = 2x + 3 \rightarrow x = -\frac{3}{2} = -1\frac{1}{2}$$

$$Q (-1\frac{1}{2}, 0)$$

- Asimtot tegak $\rightarrow y = \sim$

$$\sim = \frac{2x+3}{x+1} \rightarrow x+1 = \frac{2x+3}{\sim} \rightarrow x+1 = 0$$

$$x = -1$$

- Asimtot datar $\rightarrow x = \sim$

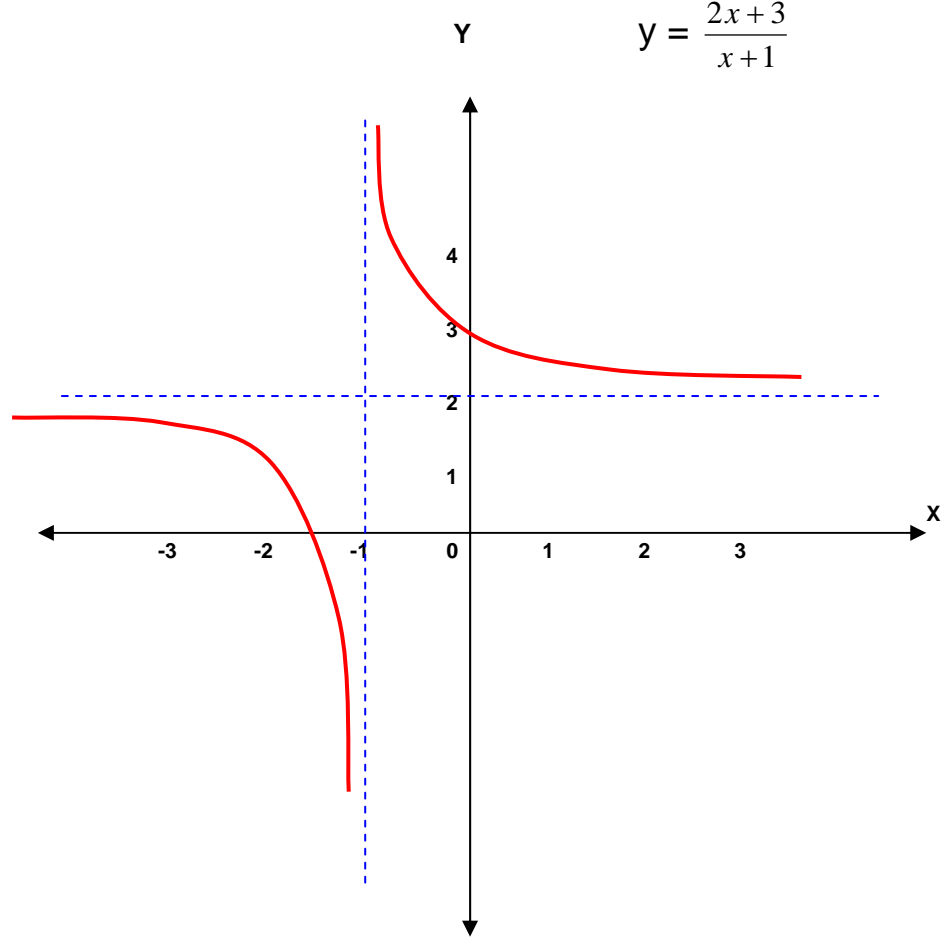
$$y = \frac{a}{c} = \frac{2}{1} = 2$$

Untuk menggambar grafiknya dilakukan dengan bantuan tabel x dan y yang disebut sebagai *curve tracing proses*.

x	y
-1	+ ~
0	3
1	$2\frac{1}{2}$
2	$2\frac{1}{3}$
5	$2\frac{1}{6}$
+ ~	2

x	y
-1	- ~
$-1\frac{1}{2}$	0
-2	1
-3	$1\frac{1}{2}$
-4	$1\frac{2}{3}$
-5	$1\frac{3}{4}$
- ~	2

$$y = \frac{2x+3}{x+1}$$



4. Fungsi Pangkat Banyak

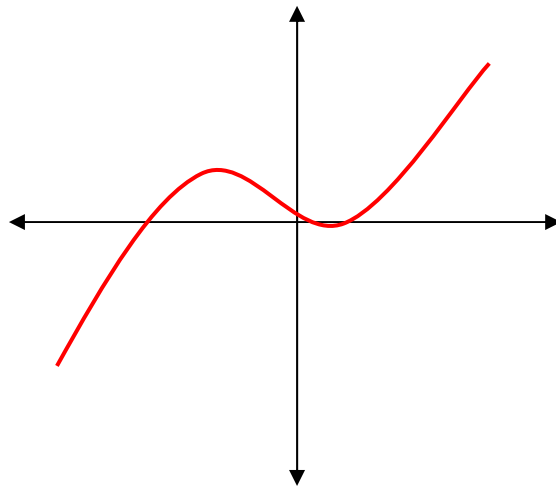
Untuk menyelesaikan penggambaran fungsi pangkat banyak (3, 4, 5, ...) digunakan bantuan tabel atau curve tracing proses.

a) Fungsi Pangkat Tiga

Bentuk umum $y = f(x) \rightarrow y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Contoh:

$$y = x^3 - 3x^2 + 2$$

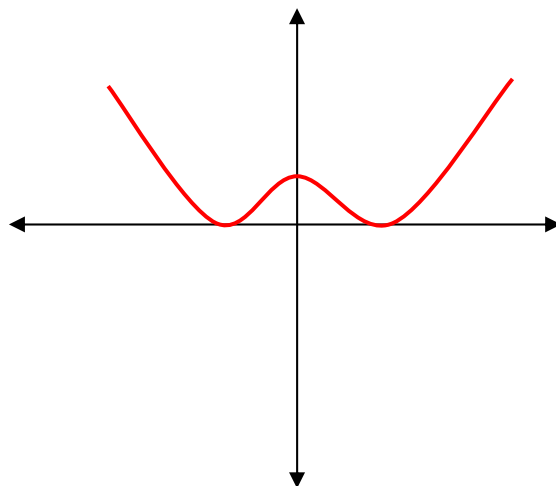


b) Fungsi Pangkat Empat

Bentuk umum $y = f(x) \rightarrow y = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$

Contoh:

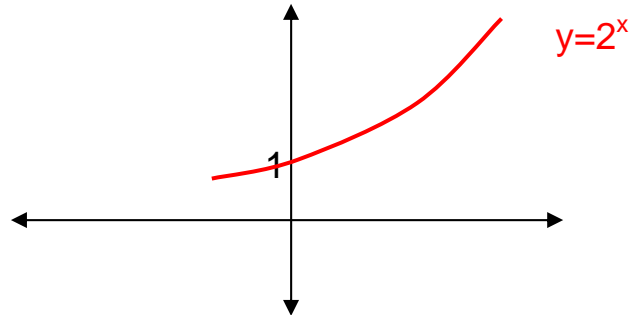
$$y = x^4 - 2x^2 + 2$$



5. Fungsi Exponensial

Bentuk umum $\rightarrow y = a^x$

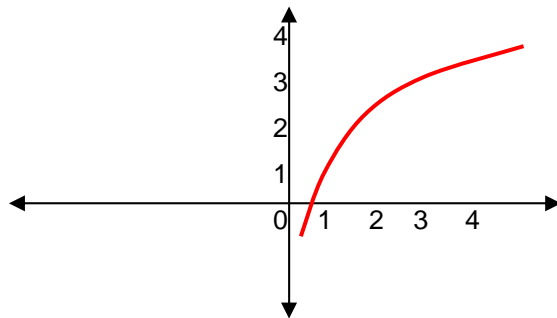
Contoh: $y = 2^x$



6. Fungsi Logaritma

Bentuk umum $\rightarrow y = a \cdot \log x$

Contoh: $y = 5 \log x$



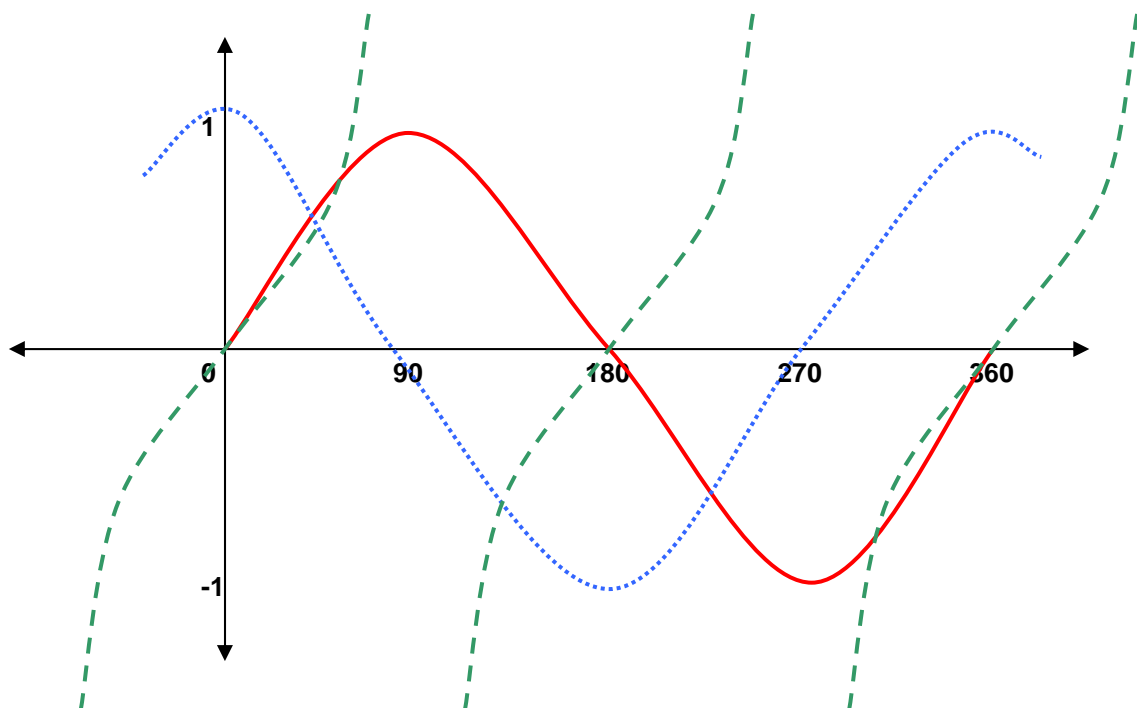
7. Fungsi Trigonometri

Bentuk umum

$$y = a \sin x$$

$$y = a \cos x$$

$$y = a \tan x$$



Keterangan :

— $Y = \sin x$

..... $Y = \cos x$

- - - $Y = \tan x$

Fungsi Hiperbolik

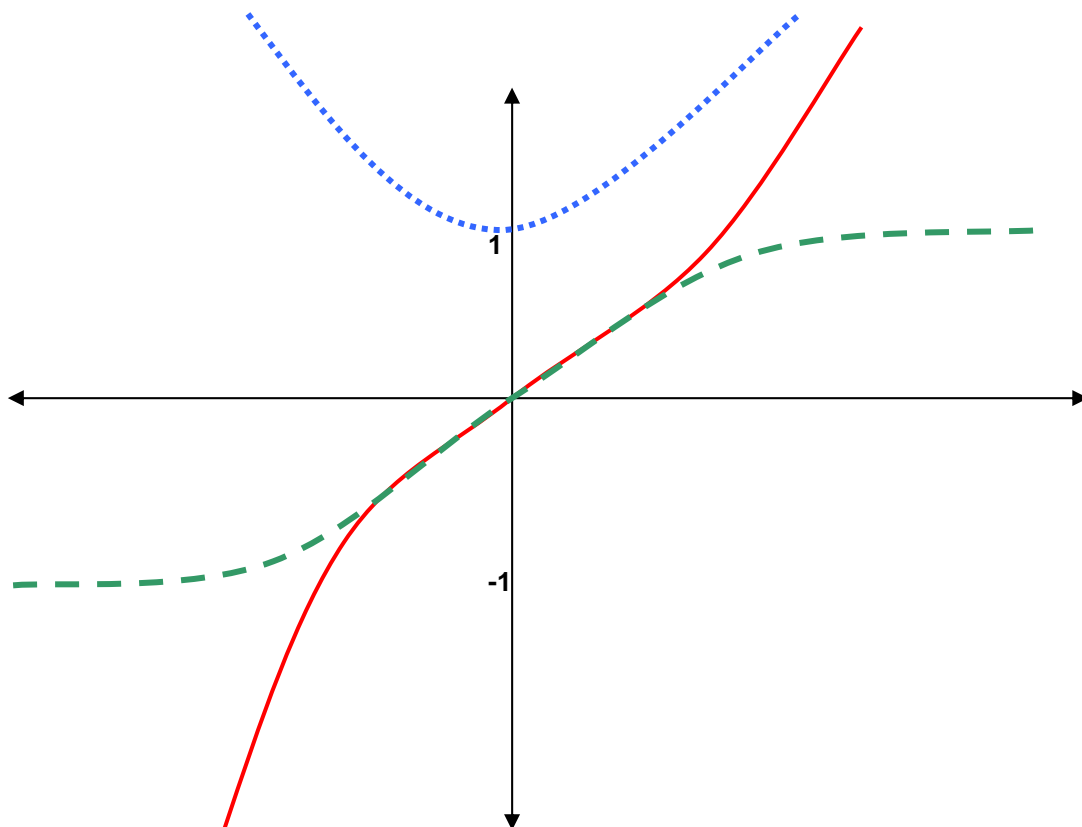
Bentuk umum:

$$y = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$y = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$y = \tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

dimana $e = 2,7182818$



Keterangan :

- **Y = sinh x**
- ⋯ **Y = cosh x**
- - - **Y = tanh x**

Nilai-nilai dalam fungsi hiperbolik :

➡ Dalam fungsi sinh

- $\text{Sinh } 0 = 0$
- Sinh x dapat memiliki harga dari $-\infty$ sampai $+\infty$

➡ Dalam fungsi cosh

- $\text{Cosh } 0 = 1$
- Harga cosh x tidak pernah kurang dari 1

➡ Dalam fungsi tanh

- $\text{Tanh } 0 = 0$
- Tanh x selalu diantara $y=-1$ dan $y=1$
- Untuk $x=\infty$ maka $\text{tanh } x = 1$
- Untuk $x=-\infty$ maka $\text{tanh } x = -1$