

Prakata

Syukur Alhamdulillah kami panjatkan ke hadhirat Allah SwT, atas hidayah dan kekuatan yang diberikanNya kepada penulis sehingga penulis dapat menyelesaikan buku *Pengantar Komputasi Numerik dengan MATLAB* ini. Tanpa petunjuk, kekuatan, serta kesehatan, yang semuanya itu adalah karunia dan nikmat dari Allah SWT, niscaya penulis tidak akan mampu menyelesaikan buku ini.

Tujuan penulisan buku ini adalah untuk melengkapi kebutuhan literatur mengenai metode numerik yang berbahasa Indonesia, khususnya yang menggunakan pendekatan dengan pemrograman MATLAB, salah satu software komputer yang sangat cocok untuk komputasi numerik. Hadirnya buku komputasi numerik ini diharapkan dapat menambah referensi bagi mereka yang banyak menggunakan metode-metode numerik, dengan bahasa pemrograman sederhana namun handal, dalam menyelesaikan permasalahan yang dihadapi. Metode-metode numerik banyak dipakai oleh mereka yang bergerak dalam bidang matematika maupun aplikasi matematika, termasuk bidang teknik dan ekonomi.

Proses penulisan buku ini memerlukan waktu cukup lama. Draf pertama ditulis pada periode 1999 – 2000. Sejak saat itu, penulis berkeinginan mewujudkan buku tersebut menjadi sebuah buku teks yang dapat dibaca dan dijadikan rujukan umum, khususnya para pemula yang hendak mengkaji dan menggunakan komputasi numerik, khususnya metode numerik. Keinginan untuk mewujudkan tujuan tersebut ternyata tidak dapat tercapai dalam waktu singkat. Penulis berusaha keras untuk melengkapi isi dan pembahasan, baik dari segi teori maupun praktis (dalam bentuk contoh-contoh dan pemrogramannya) serta penyajian dan perwajahan buku ini, sehingga berbentuk buku teks. Akhirnya, setelah hampir lima tahun berlalu terwujudlah buku ini. Pada tahun 2004, melalui **Hibah Penulisan Buku Teks**, DP3M Dikti Depdiknas menyejutui usulan penulis terhadap buku ini. Proses penyelesaian akhir naskah buku ini didampingi

oleh pakar dari UI, Bapak Drs. Heru Suhartanto, MSc. PhD.

Buku ini terdiri atas tujuh bab. Bab pertama membahas konsep dasar galat di dalam komputasi numerik. Bab dua membahas penyelesaian sistem persamaan linier secara numerik. Beberapa metode numerik untuk mendapatkan hampiran akar persamaan tak linier dibahas pada bab ketiga. Bab empat berisi pembahasan beberapa metode numerik untuk mendapatkan polinomial hampiran suatu fungsi. Bab lima memuat pembahasan beberapa metode numerik untuk menghampiri nilai suatu integral tentu. Bab enam membahas metode penurunan suatu fungsi secara numerik. Bab tujuh membicarakan penyelesaian persamaan diferensial secara numerik. Pada bagian akhir buku ini juga disajikan lampiran yang berisi ringkasan teori dalam Kalkulus yang bermanfaat untuk belajar metode numerik.

Berbeda dengan penyajian dalam buku-buku metode numerik umumnya, pembahasan tentang sistem persamaan linier disajikan pada bab dua setelah bab pertama tentang galat. Pendekatan ini dipakai agar pembaca segera mengetahui bagaimana cara-cara penyelesaian masalah-masalah metode numerik dengan MATLAB, karena MATLAB sangat sesuai untuk bekerja dengan perhitungan matematika yang berbasis matriks. Dengan demikian pada saat mempelajari bab-bab selanjutnya, pembaca sudah terbiasa dengan pemakaian MATLAB.

Penyajian setiap bab dibagi menjadi beberapa subbab dan setiap subbab diakhiri dengan soal-soal latihan, baik yang sifatnya teoritis maupun komputasi (perhitungan). Diharapkan setelah membaca uraian dan melihat (serta mencoba sendiri) contoh-contoh yang ada, pembaca dapat mengerjakan soal-soal latihan. Sangat disarankan untuk menyelesaikan soal-soal komputasi digunakan MATLAB atau program serupa (Scilab, Octave, Euler, atau FreeMat)¹. Pada akhir setiap bab disajikan **rangkuman** yang berguna bagi pembaca untuk mengingat konsep-konsep penting yang telah disajikan dalam bab tersebut.

Sesuai dengan judulnya, pembahasan berbagai metode numerik tidak banyak disertai pembuktian analisis yang sangat ketat – karena hal ini adalah bagian dari bidang *Analisis Numerik*. Meskipun demikian, uraian mengenai penurunan suatu metode/rumus numerik juga disajikan agar pembaca mengetahui latar belakang dan dapat menurunkan sendiri suatu rumus numerik. Beberapa analisis galat, sekalipun tidak terlalu de-

¹MATLAB adalah software komersial, sedangkan yang disebutkan belakangan adalah software-software gratis, yang pemakaiannya mirip MATLAB.

til, juga diberikan agar pembaca memperoleh gambaran mengenai tingkat keakuratan suatu metode. Pembaca yang tertarik untuk mengetahui analisis numerik secara lebih jauh dapat membaca buku-buku analisis numerik.

Pendekatan yang digunakan di dalam buku ini adalah pendekatan algoritmis. Pada bab-bab awal, setiap uraian suatu metode numerik disertai algoritma dan implementasinya dalam program MATLAB. Pada bab-bab akhir, beberapa algoritma tidak diberikan secara eksplisit, melainkan disajikan sebagai latihan, agar pembaca dapat menuliskan sendiri algoritma untuk suatu metode, sekaligus dapat mengimplementasikannya dengan program MATLAB. Pemilihan program MATLAB didasari pada berbagai kemudahan untuk mengimplementasikan suatu metode numerik dengan MATLAB. Dengan demikian pembaca akan lebih terfokus pada algoritma, bukan pada bagaimana membuat program. Hal ini berbeda dengan implementasi metode numerik dengan program PASCAL atau FORTRAN, sekalipun beberapa buku metode numerik lama masih menggunakan program BASIC, PASCAL, atau FORTRAN, yang merupakan bahasa pemrograman untuk tujuan umum.

Pengetahuan dasar kalkulus, khususnya mengenai limit, turunan fungsi, integral, persamaan diferensial, dan deret fungsi merupakan pengetahuan yang mutlak diperlukan untuk belajar metode numerik. Selain kalkulus, pengetahuan dasar aljabar linier juga diperlukan untuk dapat menguasai metode numerik secara lancar. Pembaca yang tertarik untuk mendalami latar belakang yang diperlukan di dalam belajar metode numerik dapat mempelajari buku-buku Kalkulus dan Aljabar Linier. Meskipun pengetahuan komputer dan pemrograman komputer, khususnya MATLAB, tidak merupakan persyaratan utama, pengalaman pemrograman komputer akan sangat membantu pembaca mempelajari metode numerik, khususnya untuk dapat mengimplementasikan suatu metode numerik dengan program komputer. Oleh karena program MATLAB sangat mudah dipelajari dan pada paket program tersebut tersedia fasilitas petunjuk pemakaian/pemrograman yang dapat dibaca setiap saat, pembaca tidak perlu belajar secara khusus untuk menggunakan MATLAB. Dengan mengikuti contoh-contoh program MATLAB yang diberikan di dalam buku ini, pembaca diharapkan dapat dengan mudah menggunakan/menulis program MATLAB.

Oleh karena MATLAB adalah software komersial yang sangat mahal harganya, apabila pembaca tidak memiliki MATLAB da-

pat mendownload dari Internet program yang mirip MATLAB dan gratis, misalnya SCILAB (www.scilab.org, scilabsoft.inria.fr), Octave (www.octave.org, octave.sourceforge.net), Euler (euler.sourceforge.net), atau FreeMat (freemat.sourceforge.net). Pemakaian software-software gratis tersebut sangat mirip dengan MATLAB dan tersedia dalam versi Windows maupun Linux.

Buku ini diset dan dirancang menggunakan software pengolahan dokumen $\text{\LaTeX} 2_{\epsilon}$ dengan menggunakan berbagai macam paket dan modifikasinya oleh penulis, sehingga dapat menghasilkan layout buku ini. Proses penulisan dilakukan baik dengan paket \LaTeX versi Linux (te \TeX) maupun versi Windows (T \E XLive). Lamanya proses penulisan tidak lepas dari pengalaman pahit penulis yang pernah mengalami *crash hardisk* yang menyebabkan paket-paket \LaTeX modifikasi penulis hilang. Untunglah data naskah masih dapat diselamatkan. Akhirnya penulis harus membuat modifikasi ulang paket-paket \LaTeX yang diperlukan untuk menghasilkan format buku seperti ini.

Pada kesempatan ini penulis menyampaikan terima kasih kepada Direktur Pendidikan Tinggi Depdiknas yang telah memberikan kesempatan kepada penulis untuk mengikuti **Hibah Penulisan Buku Teks** tahun 2004. Terima kasih yang sedalam-dalamnya penulis sampaikan kepada Bapak Drs. Heru Suhartanto, MSc. PhD, yang telah mendampingi penulis selama proses finalisasi naskah ini melalui proyek **Hibah Penulisan Buku Teks** DP3M Dikti tersebut. Dalam kesibukannya, beliau telah berkenan membaca secara teliti seluruh naskah dan memberikan koreksi serta masukan untuk kesempurnaan buku ini.

Tidak lupa penulis juga menyampaikan terima kasih kepada para pengembang \LaTeX dan berbagai fasilitas serta software pendukungnya yang memungkinkan perancangan buku ini menjadi mudah. Mereka telah mengembangkan software yang gratis dipakai oleh siapa saja dan memudahkan kerja para penulis, khususnya untuk menghasilkan karya-karya tulis yang banyak menggunakan simbol-simbol matematika.

Penulis sudah berusaha secara hati-hati di dalam menuliskan uraian teoritis maupun menyajikan contoh-contoh soal dan pengerjaannya serta contoh-contoh pemrograman/komputasi dengan komputer, dengan merujuk pada berbagai sumber acuan yang dicantumkan pada Daftar Referensi. Meskipun demikian, sebagai manusia sudah tentu tidak luput dari kesalahan dan kekurangan. Oleh karena itu, kritik yang membangun, saran-saran dan masukan dari pembaca sangatlah diharapkan un-

tuk memperbaiki isi dan kualitas penyajian buku ini.

Akhirnya, penulis berdo'a semoga usaha kecil dalam bentuk buku ini ada manfaatnya dan mendapat ridlo dari Allah SwT. Amien.

Yogyakarta, 3 September 2004

Sahid

Tentang Notasi Bilangan dalam Buku ini

Di dalam buku ini semua notasi bilangan pecahan desimal menggunakan tanda titik (.) bukan koma (,). Hal ini untuk tujuan praktis dan kemudahan agar konsisten dengan output nilai-nilai numerik dari komputer. Semua nilai numerik output program MATLAB menggunakan tanda titik untuk menyatakan titik desimal (pecahan) atau yang dikenal dengan *floating point number*.

DAFTAR ISI

Prakata	i
1 GALAT DALAM KOMPUTASI NUMERIK	1
1.1 Sumber-sumber Galat	3
1.2 Penyajian Bilangan	6
1.2.1 Sistem Biner	6
1.2.2 Sistem Heksadesimal	8
1.2.3 Bilangan Pecahan dan Deret	9
1.2.4 Pecahan Biner	10
1.2.5 Notasi Ilmiah (<i>Scientific Notation</i>)	13
1.2.6 Titik-Mengambang Normal (<i>Normalized Floating-Point</i>)	13
1.3 Galat Hampiran	20
1.3.1 Galat Pembulatan (<i>Rounding Off Error</i>)	23
1.3.2 Galat Pemotongan (<i>Truncation Error</i>)	24
1.3.3 Pemangkasan dan Pembulatan	25
1.3.4 Pengurangan Angka Signifikan	28
1.4 Perambatan Galat	32
1.4.1 Galat Penjumlahan dan Pengurangan	35
1.4.2 Galat Perkalian dan Pembagian	39
1.5 Rangkuman	45
2 SISTEM PERSAMAAN LINIER	51
2.1 Pengertian dan Contoh	51
2.1.1 Klasifikasi SPL Berdasarkan Intepretasi Grafik	54
2.2 Eliminasi Gauss	59
2.2.1 Analisis Algoritma Eliminasi Gauss	72
2.2.2 Eliminasi Gauss–Jordan	74
2.2.3 Penyelesaian n Persamaan dalam m Variabel	76

2.3	Dekomposisi (Faktorisasi) LU	80
2.3.1	Beberapa Metode Faktorisasi Lain	85
2.3.2	Menyelesaikan SPL dengan Faktorisasi LU	89
2.4	Galat dalam Penyelesaian SPL	94
2.5	Iterasi Jacobi	100
2.6	Iterasi Gauss-Seidel	108
2.7	Metode SOR (<i>Successive Over-Relaxation</i>)	117
2.8	Rangkuman	123
3	AKAR PERSAMAAN TAK LINIER $f(x) = 0$	129
3.1	Metode Pengapitan Akar (<i>Bracketing Methods</i>)	131
3.1.1	Analisis Kekonvergenan Metode Bagi Dua	134
3.2	Metode Posisi Palsu (<i>Regular Falsi</i>)	140
3.3	Metode Titik Tetap	143
3.4	Metode Newton–Raphson	158
3.4.1	Penurunan Rumus Newton–Raphson	159
3.4.2	Analisis Kekonvergenan	165
3.5	Metode Tali Busur (<i>Secant</i>)	176
3.6	Beberapa Masalah Yang Sering Muncul	182
3.6.1	Hampiran Awal dan Kriteria Kekonvergenan	182
3.6.2	Pencarian Akar Berperilaku Jelek	182
3.7	Pencarian Akar dengan MATLAB	184
3.7.1	Akar Polinomial	184
3.7.2	Pencarian Akar	186
3.7.3	Perintah MATLAB untuk Mencari Akar $f(x) = 0$	187
3.8	Rangkuman	189
4	INTERPOLASI	197
4.1	Interpolasi Numerik	198
4.2	Polinomial-polinomial Interpolasi	201
4.2.1	Perkalian Tersarang	208
4.2.2	Polinomial Newton: Selisih Terbagi (<i>Divided Difference</i>)	211
4.3	Polinomial Lagrange	226
4.3.1	Suku-suku Kesalahan Hampiran Lagrange	236
4.4	Interpolasi dengan Spline	247
4.4.1	Spline Linier & Kuadratik	248
4.4.2	Spline Kubik	262
4.5	Interpolasi dengan MATLAB	282
4.5.1	Polinomial Interpolasi dengan MATLAB	282

4.5.2	Spline Interpolasi dengan MATLAB	284
4.5	Rangkuman	293
5	INTEGRASI NUMERIK	301
5.1	Pengertian Kuadratur	302
5.2	Aturan Trapesium	309
5.2.1	Hampiran Jumlah Kiri	309
5.2.2	Hampiran Jumlah Kanan	312
5.2.3	Hampiran Titik Tengah	315
5.2.4	Aturan Trapesium Majemuk	317
5.3	Aturan Simpson	324
5.3.1	Aturan Simpson Majemuk	326
5.3.2	Analisis Galat	328
5.4	Integrasi Romberg	332
5.4.1	Rumus Rekursif Trapesium, Simpson, Boole	332
5.4.2	Metode Romberg	338
5.5	Integrasi Gauss-Legendre	342
5.5.1	Kuadratur Gauss	342
5.5.2	Aturan Gauss – Legendre Dua Titik	343
5.5.3	Aturan Gauss – Legendre Tiga Titik	344
5.5.4	Translasi Gauss	345
5.6	Perhitungan Kuadratur dengan MATLAB	348
5.7	Rangkuman	357
6	PENURUNAN FUNGSI SECARA NUMERIK	365
6.1	Turunan Tingkat Satu	365
6.1.1	Rumus Selisih Maju Dua-Titik	365
6.1.2	Rumus Selisih Mundur Dua-Titik	367
6.1.3	Rumus Selisih Pusat Dua-Titik	369
6.1.4	Ekstrapolasi Richardson	376
6.1.5	Hampiran Turunan dengan Interpolasi	380
6.2	Turunan Tingkat Dua dan yang Lebih Tinggi	386
6.2.1	Rumus-rumus Selisih Pusat untuk Turunan Tingkat Tinggi	386
6.2.2	Turunan Polinomial Interpolasi	390
6.3	Rangkuman	395
7	PERSAMAAN DIFERENSIAL BIASA	399
7.1	Pengantar Teori Persamaan Diferensial	401

7.1.1	Keberadaan Penyelesaian PD	406
7.1.2	Kestabilan Masalah Nilai Awal	407
7.1.3	Medan Arah (<i>Gradient Fields</i>)	409
7.2	Metode Euler	413
7.2.1	Penurunan Rumus	415
7.3	Metode Runge–Kutta	422
7.3.1	Metode Runge–Kutta orde-dua (RK2): Metode Heun	423
7.3.2	Metode Runge–Kutta Orde 4 (RK4)	426
7.4	Metode Prediktor-Korektor	432
7.4.1	Metode Trapesium–Euler	432
7.4.2	Metode Prediktor–Korektor (Multilangkah) Lain	439
7.5	Metode Galerkin	444
7.5.1	Metode Kuadrat Terkecil	444
7.5.2	Metode Galerkin	446
7.6	PD Tingkat yang lebih tinggi	449
7.7	Penyelesaian PD dengan MATLAB	455
7.8	Rangkuman	474
A	TINJAUAN SINGKAT KALKULUS	481
A.1	Limit dan Kekontinuan Fungsi	481
A.2	Turunan Fungsi	483
A.3	Integral	485
A.4	Barisan dan Deret	486
A.5	Orde Hampiran	488
A.6	Menghitung Nilai Polinomial	489
	DAFTAR REFERENSI	493
	INDEKS ISTILAH	494