

MENUNJUKKAN SIFAT SIFAT AFFINITAS PERSPEKTIF DENGAN MENGGUNAKAN PROGRAM CABRI

Oleh Sugiyono
Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

ABSTRAK

Misalkan s suatu garis dalam bidang (Euclides), α menyatakan suatu besaran sudut, dan μ suatu bilangan real yang tidak sama dengan nol, **affinitas perspektif** $\phi(s, \alpha, \mu)$ didefinisikan sebagai suatu pemetaan dalam R^2 yang memenuhi : (1). garis-garis yang menghubungkan titik-titik yang berpasangan membuat sudut α dengan garis s , (2). Untuk setiap pasang titik P dan P' yang bersesuaian dipenuhi : $\frac{P'P^*}{PP^*} = \mu$, dengan P^* adalah titik potong PP' dengan s . Garis s disebut sumbu affinitas, α disebut sudut affinitas, dan μ disebut faktor skala. Affinitas perspektif antara lain mempunyai sifat-sifat : (1) merupakan transformasi, (2). Merupakan kolineasi, (3). Tidak mengubah kesejajaran, (4). Tidak mengubah perbandingan, (5). Perbandingan luas poligon dengan bayangannya adalah $1 : \mu$. (6) titik invariannya adalah titik-titik pada sumbu affinitas (7). Garis invariannya adalah sumbu affinitas dan garis-garis yang membuat sudut α dengan sumbu affinitas /garis-garis yang sejajar arah affinitas.

Sifat-sifat affinitas perspektif ini dapat ditunjukkan secara visual dengan lukisan / gambar. Saat ini papan tulis hitam dengan menggunakan kapur sudah jarang ditemui, terutama di kota-kota, karena sudah diganti dengan *white board*. Hal ini menyebabkan lukisan-lukisan geometri sulit dibuat. Salah satu penyelesaiannya adalah dengan menggunakan komputer program CABRI. Justru dengan program ini lukisan/visualisasi lebih jelas, dan akurat.

KATA KUNCI : Affinitas perspektif, program CABRI

PENDAHULUAN

Transformasi selain dipandang sebagai perubahan bentuk / letak suatu bangun, dapat juga didefinisikan sebagai suatu pemetaan yang bijektif dari himpunan titik-titik dalam suatu bidang onto titik-titik dalam bidang itu sendiri. Pembicaraan dalam tulisan ini cenderung menggunakan arti yang kedua.

Transformasi (dalam Geometri) yang sering dijumpai adalah translasi, refleksi, rotasi, refleksi geser, dan transformasi identitas. Transformasi-transformasi tersebut dengan operasi hasilkali fungsi, membentuk suatu grup, yang disebut grup isometri. Oleh transformasi-transformasi ini panjang ruas garis tidak berubah., suatu bangun akan kongruen dengan bangun bayangannya. Selain isometri, dikenal juga dilasi (dilatasi sentral), refleksi dilatif (*dilative reflection*), dan rotasi dilatif (similaritas spiral/ *Spiral simillarity*). Transformasi-transformasi ini bersama dengan isometri akan membentuk grup, yang disebut grup similaritas (kesebangunan). Oleh transformasi similaritas ini, suatu bangun akan sebangun dengan bangun bayangannya.

Transformasi lain, yakni yang akan dibahas dalam tulisan ini, adalah Affinitas perspektif. Affinitas perspektif biasanya dibahas dengan menggunakan gambar / lukisan secara geometri “murni”, termasuk bukti-bukti teoremanya

Affinitas perspektif

Pada Geometri Affine, terdapat transformasi yang disebut Affinitas Perspektif. Peran affinitas perpektif pada transformasi Affine ini mirip dengan peran refleksi pada Isometri dalam Geometri Euclides. Affinitas perspektif pertama kali diperkenalkan oleh Leonard Euler (1707-1783) pada tahun 1748.

Untuk lebih_mengenal Affinitas perpektif pada Geometri Affine maka akan dibahas Affinitas perspektif pada bidang Euclides.

Definisi : Dipilih sebarang garis s dalam bidang Euclides dan sebuah arah yang ditunjukkan oleh sudut α yang diapitnya dengan s . Dipilih pula suatu bilangan real μ positif atau negatif dan tidak nol .

Didefinisikan suatu fungsi dengan hukum komposisi sbb:

- a. Garis-garis yang menghubungkan pasangan dua titik P dan P' yang berpasangan sejajar dengan arah yang diketahui .

b. Untuk dua titik P dan P' didapat :

$$\frac{P'P^*}{PP^*} = \mu, \quad \text{dengan } P^* = \text{titik potong } PP^* \text{ dengan } s.$$

Transformasi ini disebut affinitas perspektif dan dinyatakan dengan $\phi(s, \alpha, \mu)$.

S disebut sumbu affinitas

μ disebut faktor skala dari affinitas

α disebut sudut affinitas

Affinitas perspektif ini biasanya ditunjukkan dengan gambar. Akan tetapi saat ini papan tulis blackboard sudah jarang digunakan dan diganti dengan whiteboard yang licin dan sulit untuk dibuat lukisan menggunakan jangka dan penggaris.

Pada kesempatan ini, sebagai ganti lukisan dengan menggunakan jangka dan penggaris, akan dilakukan dengan menggunakan komputer program CABRI.

Sifat-Sifat Afinitas Perspektif

Sifat 1 Affinitas perspektif memetakan suatu titik onto titik.

Melukis bayangan suatu titik oleh affinitas perspektif tertentu, yaitu :

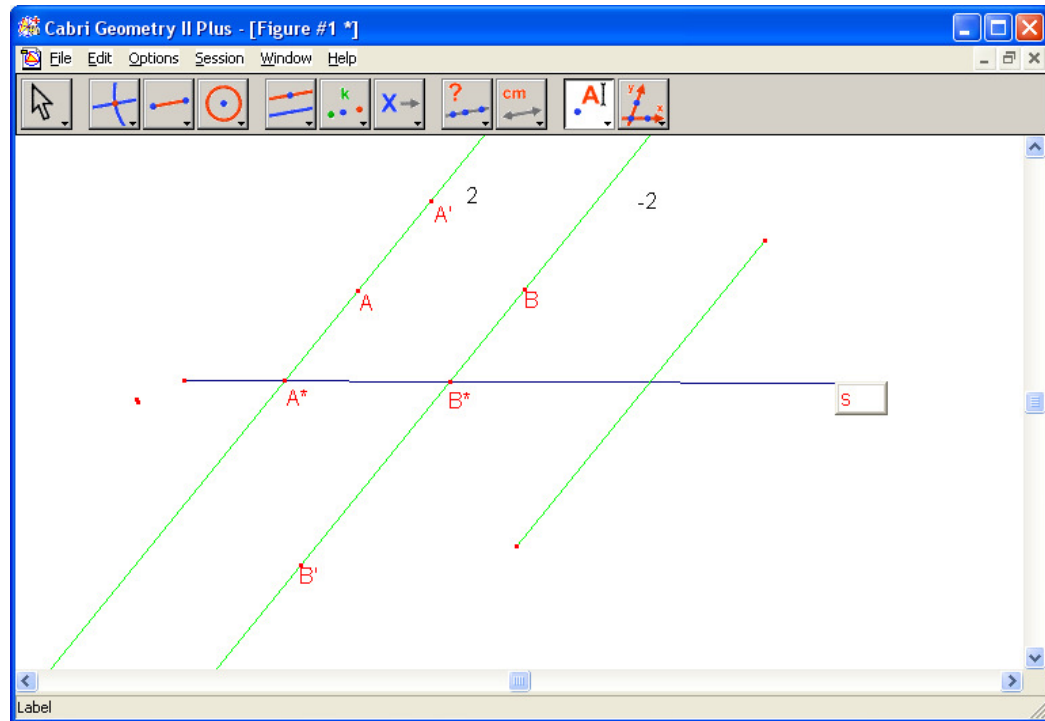
- a. $\phi(s, \alpha, 2)(A) = A'$ dan b. $\phi(s, \alpha, -2)(B) = B'$. dapat dilakukan dengan menggunakan komputer program CABRI.

Pada program CABRI ini belum ada fasilitas untuk menggambar / mencari bayangan suatu titik oleh affinitas perspektif. Untuk itu kita dapat menggunakan fasilitas yang sudah ada yakni dilasi.

Langkah-langkah :

- Buat sumbu affinitas s, yang berupa ruas garis / garis.
- Buat garis g, yang memotong s dan membuat sudut α dengan sumbu s yang disebut sudut arah affinitas.
- Ambil sebarang titik A. Untuk mencari bayangan titik A oleh $\phi(s, \alpha, 2)$ mula-mula di buat garis a melalui A sejajar g. Tentukan titik potong garis a dengan sumbu affinitas s. Beri nama A^* . Ketik angka 2 dari icon numerical. Klik icon dilasi Klik titik A, Klik titik A^* dan klik angka 2. maka akan muncul titik yaitu A' , bayangan A oleh $\phi(s, \alpha, 2)$
- Ambil titik B. Bayangan titik B oleh $\phi(s, \alpha, -2)$ dilakukan seperti melukis bayangan titik A di atas, tetapi bilangan yang digunakan adalah -2.

Tampak bahwa jika faktor skalanya positif maka titik dan bayangannya sefihak terhadap sumbu affinitas s . Sedangkan jika faktorskalanya negatif, maka titik dan bayangannya berlainan fihak terhadap sumbu affinitas.



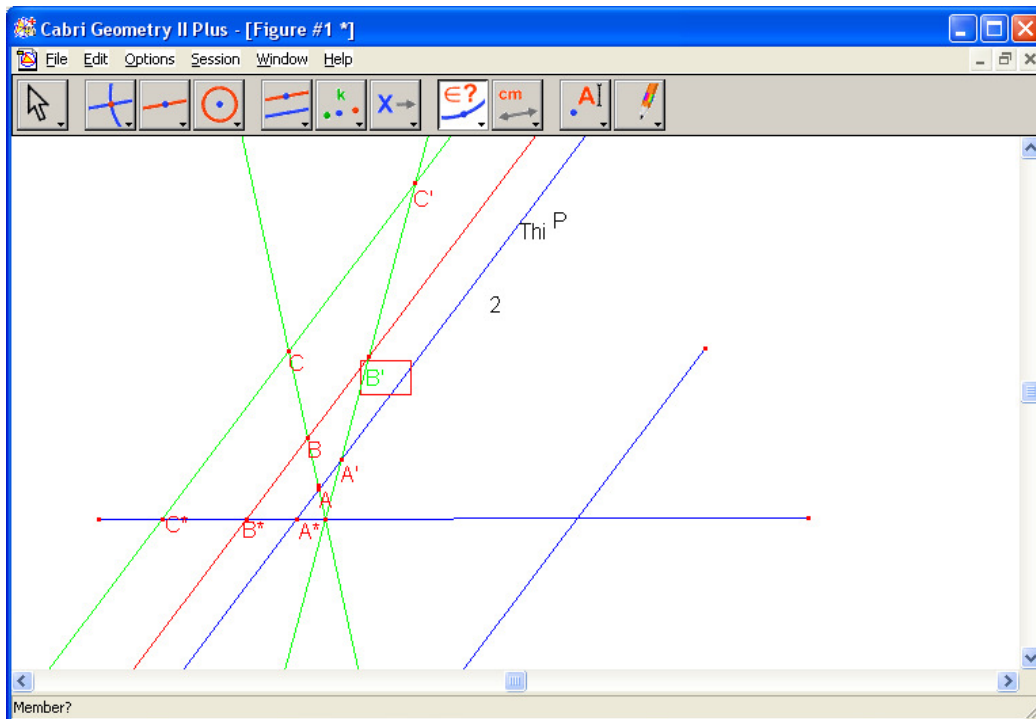
Gambar 1 .Bayangan titik oleh Affinitas Perspektif

Sifat 2. Affinitas perspektif adalah suatu kolineasi; yakni memetakan garis onto garis atau bayangan garis adalah berupa garis. Untuk menunjukkan sifat ini, langkah langkah yang dilakukan adalah sbb: Ambil dua buah titik pada suatu garis g . Cari bayangan A dan B tersebut oleh suatu affinitas perspektif. Misalkan A' dan B' Ambil lagi titik C pada gari g . Cari bayangan C oleh affinitas perspektif tsb.misalkan bayangan C adalah C' Apabila ternyata C' segaris (kolinear) dengan A' dan B' , Ini berarti terbukti bahwa bayangan suatu garis g adalah berupa garis yaitu garis $A'B'$

Dengan menggunakan program CABRI hal itu dapat dilakukan sbb.

1. Buat garis g yang memotong sumbu affinitas s
2. Ambil dua titik A dan B pada garis g .

3. Cari bayangan titik A dan B tersebut oleh affinitas perspektif.
4. Ambil titik C pada garis g. Kemudian cari bayangan titik C ini oleh affinitas perspektif tsb. Misalkan bayangan titik C adalah C'
5. Tunjukkan A', B', dan C' kolinear atau tunjukkan bahwa C' terletak pada garis A'B' atau garis g' dengan cara sbb: buka icon ϵ ? kemudian kliklah *member* lalu klik C' dan klik g', maka akan muncul kotak dengan tulisan *this point lies on the object* Berarti terbukti.



GB 2 Affinitas Perspektif adalah suatu kolineasi

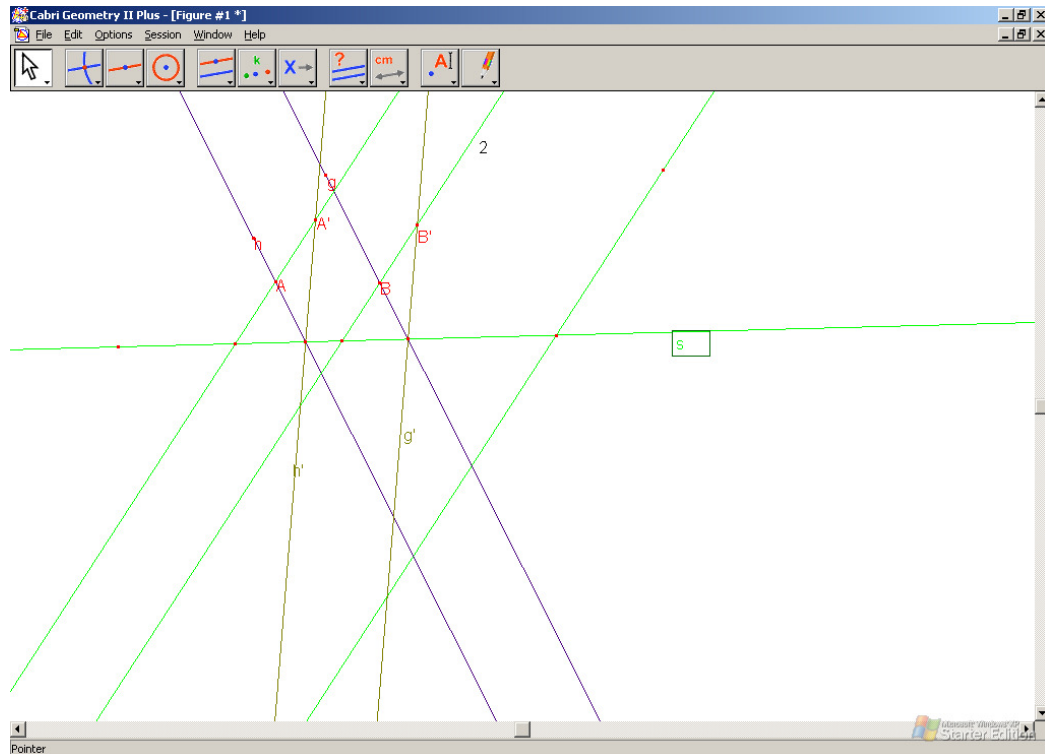
Sifat 3. Affinitas Perspektif memetakan garis sejajar onto garis sejajar.

Ini berarti bahwa Affinitas perspektif mempertahankan kesejajaran garis.

Dengan menggunakan CABRI hal ini dapat ditunjukkan sbb.

1. Buat ruas garis /garis sebagai sumbu affinitas., sebagai sumbu affinitas.
2. Buat garis yang memotong sumbu affinitas dan membuat sudut α dengnumbu affinitas s., sebagi arah affinitas.

3. Buat dua garis yang sejajar., dengan cara : buat garis sebarang, g kemudian buat titik A di luar garis g. Klik icon “parallel line” kemudian klik titik A dan klik garis g.
4. Cari bayangan kedua garis ini, dengan cara mengambil dua titik pada garis tersebut, dan cari bayangan titik titik tersebut oleh affinitas perspektif. Hubungkan bayangan kedua titik tersebut .Itulah bayangan garis
Catatan : Untuk mrnggambar bayangan suatu garis g, dapat dilakukan dengan cara hanya mengambil satu titik saja pada garis tersebut, kemudian cari bayangannya . Bayangan garis itu dapat diperoleh dengan membuat garis melalui bayangan titik yang diambil tersebut dengan titik potong garis g dengan sumbu affinitas.(sebab titik pada sumbu affinitas adalah titik invarian.).
5. Jika bayangan –bayangan garis ini sudah tergambar, kemudian cheklah apakah kedua garis bayangan tersebut sejajar apa tidak .dengan cara klik icon .?. sub icon “parallel”. Klik kedua garis tersebut. Maka akan muncul tulisan “ objects are parallel”

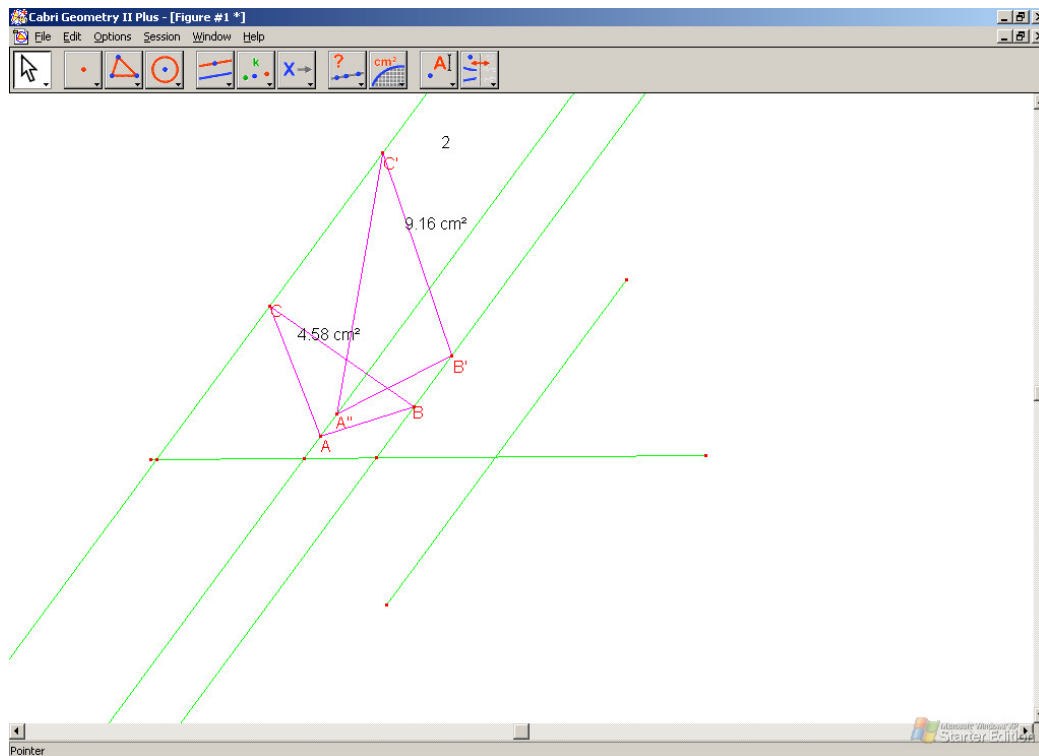


Gb.3 Affinitas Perspektif mempertahankan kesejajaran

Sifat 4 : Perbandingan luas suatu bangun dengan bayangannya oleh affinitas perspektif adalah $1 : \mu$

Hal ini ditunjukkan dengan CABRI sbb.

1. Buat sumbu affinitas dan garis arahnya.
2. Buat segitiga , cari bayangan segitiga tersebut, dengan cara sbb.
Cari bayangan masing masing titik sudut segitiga tersebut. Kemudian hubungkan titik titik bayangan yang diperoleh .
Bayangan segitiga tersebut adalah segitiga dengan titik-titik sudut adalah bayangan titik-titik sudut segitiga tersebut.
3. Untuk menunjukkan kebenaran sifat ini caranya sbb. Klik sub icon “area”
Klik kedua daerah segitiga tersebut, maka akan muncul luas daerah-daerah segitiga tersebut. Bandingkan maka kan tertentu perbandingannya.



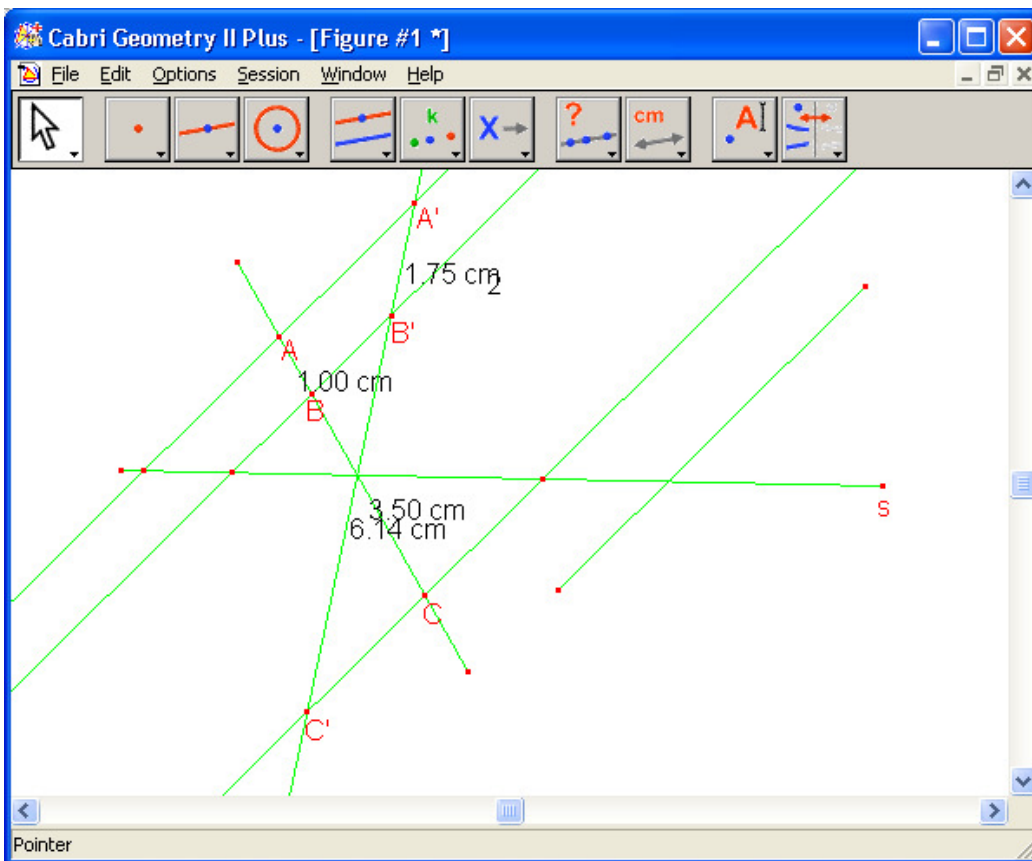
Gb. 4 Perbandingan luas daerah suatu bangun dengan bayangannya adalah $1 : \mu$

Sifat 5. Affinitas Perspektif tidak mengubah perbandingan dalam pembagian.

Perbandingan jarak-jarak 3 buah titik pada suatu garis g sama dengan perbandingan jarak titik-titik bayangan pada garis g' .

Dengan menggunakan program CABRI, sifat itu dapat ditunjukkan sbb.

1. Buat sumbu affinitas dan arah affinitas.
2. Buat garis g , dan buat 3 titik A,B,dan C pada garis g .
3. Cari bayangan titik-titik tersebut, sebut A' , B' dan C' .
4. Cari jarak AB dan BC dengan car mengklik icon "distance" kemudian klik titik titik yangakan dicari jaraknya.
5. Cari jarak $A'B'$ dan $B'C'$
6. Bandingkan jarak jarak $AB : BC$ dengan $A'B' : B'C'$



Gb.5 Affinitas Perspektif mempertahankan perbandingan jarak titik-titik dalam garis.

Penutup

Demikian affinitas perspektif beserta sifat-sifatnya, yang biasa digambarkan dengan menggunakan jangka dan penggaris, dan dengan segala kekurangan serta kelebihanannya dapat digantikan dengan menggunakan komputer program CABRI.

Daftar Pustaka

- Adler, Claire Fisher. 1967. *Modern Geometry*. New York: Mc Graw Hill Book Company.
- Coxeter, HSM. 1967. *Introduction to Geometry*. London: John Wiley and Sons Company.
- Jeger, Max . 1970. *Tranformtion Geometry*. London: George Allen and Uwin Ltd.
- Jennings, George A. 1994. *Modern Geometry with Applications*. New York :Springer-Verlag.
- Moeharti Hadiwidjoyo. 1986. *Sistem Sistem Geometri*. Jakarta: Depdikbud: Universitas Terbuka.
- Prenowitz, Welter; Jordan, Meyer>1965. *Basic Concepts of Geometry*. London: Blaisdell Publishing Company.
- Wallace, Edward C ; West Stephen F. 1992 *Rods to Geometry*. New Jersey: Prentice Hall Inc, A Simon and Schuster Company Englewood Cliffs.

