SATUAN ACARA PERKULIAHAN (SAP)

1. Identitas Mata Kuliah

Nama Mata Kuliah : Mekanika Teknik
Jurusan/Prodi : Pendidikan Teknik Elektro/ Pendidikan Teknik Mekatronika
Semester : 3 (tiga)
Minggu ke : 3 (tiga)
Waktu : 100 menit
Dosen : Eko Prianto, S.Pd.T., M.Eng

2. Capaian Pembelajaran – Tatap Muka (CP-TM)

Menganalisis Sistem Gaya

3. Indikator Capaian Pembelajaran

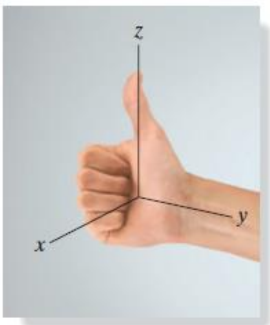
- Mahasiswa dapat menjelaskan vektor posisi dan dot product
- Mahasiswa dapat menganalisis vektor posisi dan dot product

4. Materi Ajar

- Vektor cartesian

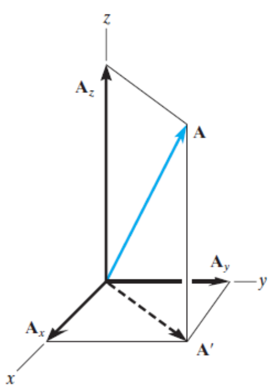
  Dalam operasi vektor secara aljabar, saat menyelesaikan persamaan dalam tiga dimensi, kita gunakan berbagai hukum sebagai berikut :

  - Koordinat berdasar pada hukum tangan kanan, dimana arah sumbu x tegak lurus dengan telapak tangan, sumbu y sejajar dengan lengan, dan sumbu z searah dengan ibu jari tangan kanan. Ilustrasinya sebagai berikut :



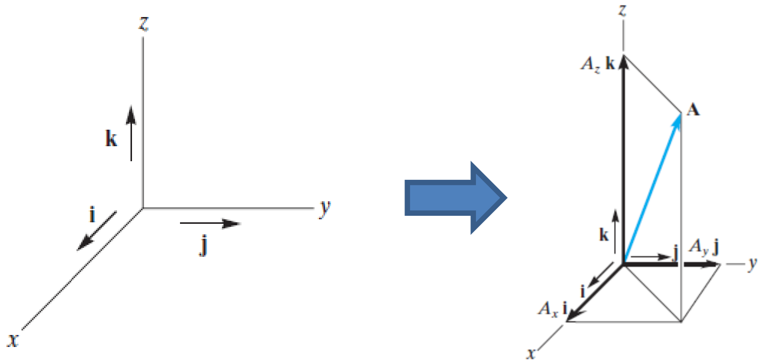
  - Komponen segi empat pada vektor

    Sebuah vektor A mungkin memiliki dua atau tiga kotak sehi empat yang menyusun vektor tersebut sejajar sumbu x, y atau z.



Dari gambar diatas dengan menerapkan hukum parallelogram, didapatkan rumusan

$A = A' + A_z$ dimana $A' = A_x + A_y$ sehingga didapatkan $A = A_x + A_y + A_z$. sedangkan unit vektornya dinotasikan dengan i, j dan k untuk menandai arah vektor ke sumbu x, y maupun z. Perhatikan gambar berikut :

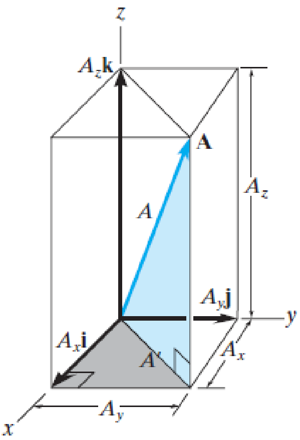


$$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}$$

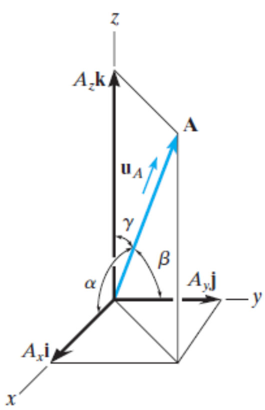
Besarnya nilai setiap komponen vektor gaya diatas dapat dihitung dengan mencari resultan A' terlebih dahulu yaitu $A' = A_x + A_y$, kemudian resultan A' dijumlahkan dengan A_z. didapatkan rumusan $A = \sqrt{A'^2 + A_z^2}$ dan $A' = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$. Kombinasi dari kedua persamaan tersebut menjadi,

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

Berikut ilustrasinya,



Sudut yang terbentuk dari arah vektor A terhadap sumbu x, y dan z dinotasikan dengan α, β dan γ.

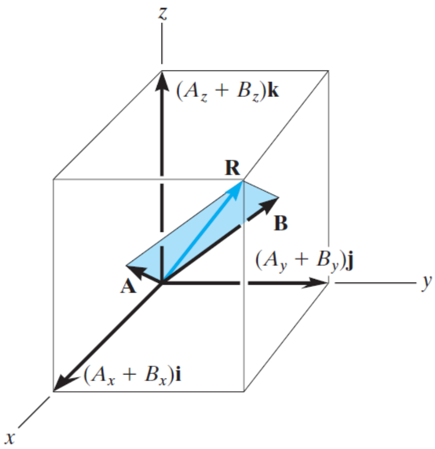


Untuk mendapatkan nilai α, β dan γ berlaku rumus,

$$\cos\alpha = \frac{A_x}{A} \quad \cos\beta = \frac{A_y}{A} \quad \cos\gamma = \frac{A_z}{A}$$

- Operasi Penambahan Vektor Gaya

  Vektor A yang memiliki komponen A_x, A_y dan A_z dan vektor B yang memiliki komponen B_x, B_y dan B_z dapat diberikan operasi penjumlahan (maupun pengurangan).



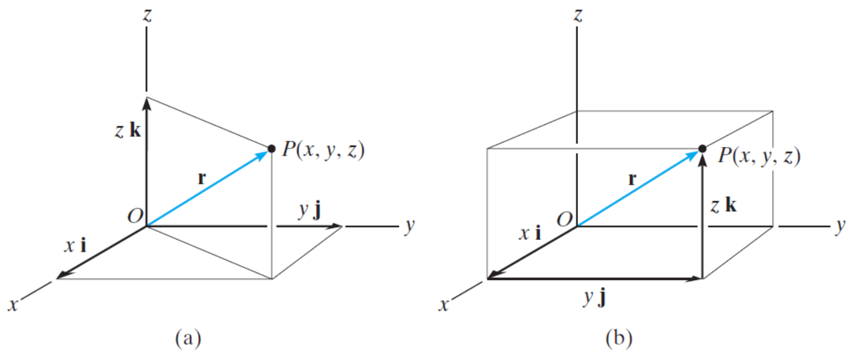
$$\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B} = (A_x + B_x)\mathbf{i} + (A_y + B_y)\mathbf{j} + (A_z + B_z)\mathbf{k}$$

$$\mathbf{F}_R = \Sigma\mathbf{F} = \Sigma F_x\mathbf{i} + \Sigma F_y\mathbf{j} + \Sigma F_z\mathbf{k}$$

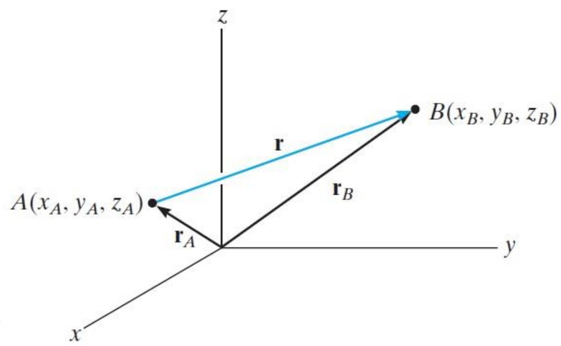
- Vektor posisi

  Menurut R.C Hibbeler, "A *position vector* **r** is defined as a fixed vector which locates a point in space relative to another point". Jadi vektor posisi **r** adalah jarak tetap yang ditempatkan pada suatu titik yang relatif antara satu dengan yang lain. Sebagai contoh, apabila jarak r diambil dari pusat koordinat 0, ke titik P(x,y,z), sehingga r bisa dirumuskan sebagai :

$$r = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$



Pada banyak kasus, vektor posisi merupakan jarak antara suatu titik A dengan titik B, sehingga vektor posisi tersebut disbut sebagai r_{AB}. r_A dan r_B adalah jarak antara titik A dan titik B terhadap pusat koordinat O.



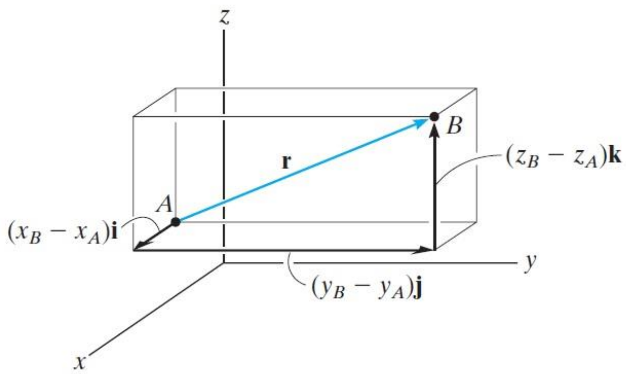
Dari ekor vektor di titik A ke kepala vektor di titik B, menggunakan rumus segitiga, dapat kita ketahui,

$$r_A + r = r_B$$

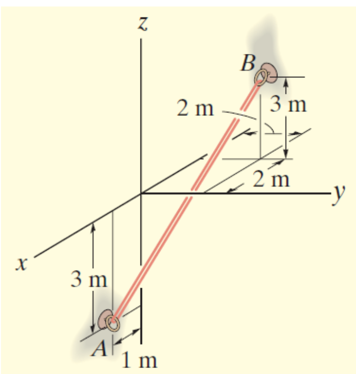
sehingga untuk mencari nilai r, rumus diatas berubah menjadi,

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A = (x_B\mathbf{i} + y_B\mathbf{j} + z_B\mathbf{k}) - (x_A\mathbf{i} + y_A\mathbf{j} + z_A\mathbf{k})$$

$$\boxed{\mathbf{r} = (x_B - x_A)\mathbf{i} + (y_B - y_A)\mathbf{j} + (z_B - z_A)\mathbf{k}}$$



Sebagai contoh,



untuk mencari besarnya vektor posisi antara titik A dan B pada gambar disamping, dimana koordinat titik A (1 m, 0, -3 m) akan dikurangkan dengan koordinat titik B (-2 m, 2 m, 3 m) sehingga didapatkan persamaan :

$\mathbf{r}$ = (-2 m - 1 m)$\mathbf{i}$ + (2 m – 0) $\mathbf{j}$ + (3 m - (-3 m))$\mathbf{k}$

= {-3$\mathbf{i}$ + 2$\mathbf{j}$ + 6$\mathbf{k}$} m

Panjang tali dari titik A ke titik B dapat dihitung sebagai berikut,

$$r = \sqrt{(-3\text{ m})^2 + (2\text{ m})^2 + (6\text{ m})^2} = 7\text{ m}$$

Vektor posisi tersebut dapatdi rumuskan dalam bentuk unit vektor,

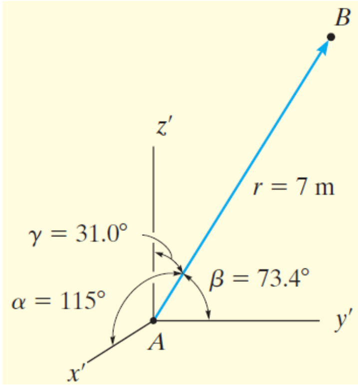
$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{r}}{r} = -\frac{3}{7}\mathbf{i} + \frac{2}{7}\mathbf{j} + \frac{6}{7}\mathbf{k}$$

Setiap komponen pada unit vektor tersebut dapat memberikan koordinat dalam bentuk sudut,

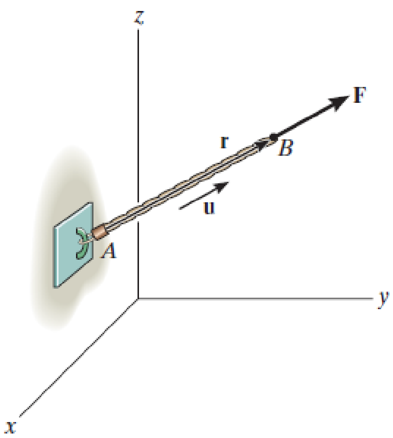
$$\alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{3}{7}\right) = 115°$$

$$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{2}{7}\right) = 73.4°$$

$$\gamma = \cos^{-1}\left(\frac{6}{7}\right) = 31.0°$$



Pada kasus sesungguhnya, dimisalkan ada sebuah gaya yang terdapat pada sebuah tali AB sebagai berikut,

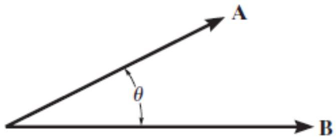


Dari gambar diatas dapat dirumuskan besarnya gaya F dengan pemahaman bahwa gaya F memiliki besar dan arah yang sama dengan vektor posisi antara titik A dan B. Arah secara umum ditentukan sebagai unit vektor **u** = **r**/*r*, sehingga,

$$\mathbf{F} = F\,\mathbf{u} = F\left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right) = F\left(\frac{(x_B - x_A)\mathbf{i} + (y_B - y_A)\mathbf{j} + (z_B - z_A)\mathbf{k}}{\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}}\right)$$

- Dot Product
  Dot product didefinisikan sebagai metode untuk mengkalikan dua buah vektor. Dot product pada vektor A dan B, ditulis sebagai **A · B** atau dibaca sebagai “ **A** dot **B** ”

merupakan hasil dari besaran vektor A dan B dan cosinus dari sudut antara dua garis vektor A dan B.



$$\boxed{\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = AB\cos\theta}$$

Dimana $0^0 \leq \Theta \leq 180^0$

Pada dot product berlaku hukum:

- Kumulatif : $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = \mathbf{B}\cdot\mathbf{A}$
- Perkalian dengan scalar : $a(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}) = (a\mathbf{A})\cdot\mathbf{B} = \mathbf{A}\cdot(a\mathbf{B})$
- Distributif : $\mathbf{A}\cdot(\mathbf{B}+\mathbf{D}) = (\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}) + (\mathbf{A}\cdot\mathbf{D})$

Dalam rumusan vektor Cartesian, sebagai contoh $\mathbf{i}\cdot\mathbf{i} = (1)(1)\cos 0^0 = 1$ and $\mathbf{i}\cdot\mathbf{j} = (1)(1)\cos 90^0 = 0$, sehinga apabila diinginkan untuk mencari nilai dot product antara vektor A dan B dapat dijabarkan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} &= (A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k})\cdot(B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j} + B_z\mathbf{k})\\ &= A_xB_x(\mathbf{i}\cdot\mathbf{i}) + A_xB_y(\mathbf{i}\cdot\mathbf{j}) + A_xB_z(\mathbf{i}\cdot\mathbf{k})\\ &\quad + A_yB_x(\mathbf{j}\cdot\mathbf{i}) + (A_yB_y(\mathbf{j}\cdot\mathbf{j}) + A_yB_z(\mathbf{j}\cdot\mathbf{k})\\ &\quad + A_zB_x(\mathbf{k}\cdot\mathbf{i}) + A_zB_y(\mathbf{k}\cdot\mathbf{j}) + A_zB_z(\mathbf{k}\cdot\mathbf{k})\end{aligned}$$

Hasil akhirnya mendapatkan nilai,

$$\boxed{\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z}$$

Sudut antara vektor A dan B adalah u = $\cos^{-1}(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}/AB)$.

5. Skenario/Kegiatan Pembelajaran

a. Apersepsi : mahasiswa diminta untuk berdoa, diberikan penjelasan tentang materi sebelumnya, dijelaskan mengenai capaian pembelajaran pada pertemuan saat ini.

b. Inti :
   - Dosen menjelaskan tentang vektor posisi dan dot product.
   - Mahasiswa menelaah materi ajar secara individu
   - Mahasiswa merespon sajian materi ajar
   - Dosen memberi pertanyaan tentang materi yang sudah dijelaskan.
   - Mahasiswa menganalisis berdasarkan vektor posisi dan dot product secara kelompok
   - Mahasiswa menjawab pertanyaan dosen tentang vektor posisi dan dot product.
   - Dosen memberi kesempatan kepada mahasiswa untuk menkonfirmasi tentang materi yang telah didiskusikan.
   - Mahasiswa mengerjakan tugas 2 secara kelompok.

c. Penutup :
   - Dosen memberi kesimpulan dari materi yang telah dibahas dan aplikasinya di kehidupan sehari-hari.

- Dosen menutup perkuliahan dengan berdoa.

6. Penilaian

a. Pertanyaan lisan
b. Tugas 2
c. Pengukuran sikap

7. Sumber Belajar

- R.C. Hibbeler. 2010. *Engineering Mechanics : Statics*. New Jersey : Pearson Prentice Hall.