

TUGAS

APPLIED APPROACH
MENGAJAR DI PERGURUAN TINGGI



Oleh:

R. Yosi Aprian Sari, M.Si
NIP. 132319830

- 1 Evaluasi Proses Belajar Mengajar
- 2 Rekonstruksi Mata Kuliah
- 3 Kontrak Perkuliahan
- 4 Modul Bahan Ajar
- 5 Deskripsi Diri

UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA

2008

DAFTAR ISI

1	Evaluasi Proses Belajar Mengajar	1
2	Rekonstruksi Mata Kuliah	6
3	Kontrak Perkuliahan	9
4	Modul Bahan Ajar	13
5	Deskripsi Diri	39

EVALUASI PROSES BELAJAR MENGAJAR

Nama Mata Kuliah : Fisika Kuantum I
Kode Mata Kuliah : FIS 225
Pengajar : R. Yosi Aprian Sari, M.Si
SKS : 2 SKS
Semester : V

TUJUAN EVALUASI

1. Mengevaluasi kesesuaian media Proses Belajar Mengajar
2. Mengevaluasi metode pembelajaran yang digunakan
3. Mengevaluasi kualitas Proses Belajar Mengajar
4. Mengevaluasi hal-hal yang dapat mengganggu jalannya Proses Belajar Mengajar

DESAIN EVALUASI

Untuk mendapatkan pendekatan yang paling tepat agar evaluasi yang sudah ditetapkan di atas dapat dicapai maka dibuat rencana evaluasi Proses Belajar Mengajar sebagai berikut:

No	Informasi yang dibutuhkan	Indikator	Metode		Responden	Waktu
			Teknik	Instrumen		
1.	Persepsi mahasiswa terhadap kemampuan dosen dalam Proses Belajar Mengajar	1.1 Penguasaan dosen terhadap materi kuliah 1.2 Kemampuan dosen dalam menjelaskan 1.3 Kemampuan dosen dalam memberi penugasan 1.4 Kemampuan dosen dalam berdialog dengan mahasiswa	Wawancara	Pedoman Wawancara	Mahasiswa	Tengah dan Akhir Semester
2.	Kualitas Materi Perkuliahan	2.1 Kemutakhiran bahan bacaan 2.2 Sistematika urutan materi Perkuliahan 2.3 Kualitas tugas / latihan 2.4 Kualitas Soal	Review dokumen Review dokumen Review dokumen Review	Pedoman review dokumen Pedoman review dokumen Pedoman review dokumen Pedoman	Rekan dosen Rekan dosen Rekan dosen dan mahasiswa Dosen	Awal semester Awal semester Tengah dan akhir semester Tengah

		Ujian	dokumen	review dokumen	bersangkutan, rekan dosen dan mahasiswa	dan akhir semester
3.	Tingkat Partisipasi Mahasiswa dalam Perkuliahan	3.1 Tingkat kehadiran 3.2 Keaktifan diskusi 3.3 Keaktifan bertanya 3.4 Keaktifan menjawab 3.5 Kemampuan memahami	Presensi Mengamati dan mengisi lembar observasi	Presensi Lembar Observasi	Mahasiswa	Selama perkuliahan berlangsung
4.	Kualitas Sarana dan Prasarana Pendukung Perkuliahan	4.1 Ketersediaan 4.2 Kemutakhiran 4.3 Kenyataan				Awal semester

PENGEMBANGAN INSTRUMEN EVALUASI

Untuk mendapatkan masukan yang dibutuhkan dari mahasiswa dan dosen untuk evaluasi PBM digunakan instrument sebagai berikut:

EVALUASI PROGRAM PERKULIAHAN

(diisi oleh mahasiswa)

Nama mata kuliah : Fisika Kuantum I
Kode mata kuliah : FIS 225
Dosen : R. Yosi Aprian Sari, M.Si
Semester : V (lima)

Angket ini berisikan pertanyaan-pertanyaan yang dimaksud untuk mengetahui persepsi anda terhadap perkuliahan yang anda ikuti. Angket ini sangat bermanfaat untuk memperbaiki perkuliahan yang akan datang.

Petunjuk: Beri tanda silang pada angka yang sesuai dengan pendapat anda untuk semua pertanyaan di bawah ini (1 = kurang, 2 = cukup, 3 = baik, 4 = sangat baik)

Aspek yang dinilai	Skala			
1. Kehadiran dosen dalam perkuliahan	1	2	3	4
2. Perhatian dosen terhadap kehadiran mahasiswa dalam perkuliahan	1	2	3	4
3. Perhatian dosen terhadap kemampuan belajar mahasiswa	1	2	3	4
4. Cara dosen mengelola kelas	1	2	3	4
5. Penguasaan dosen terhadap materi mata kuliah	1	2	3	4
6. Antusiasme dosen terhadap mata kuliah yang diajarkan	1	2	3	4
7. Kemampuan dan kemauan dosen dalam membantu mahasiswa pada proses belajar	1	2	3	4
8. Obyektifitas dosen dalam penilaian hasil belajar mahasiswa	1	2	3	4
9. Kualitas bahan ajar perkuliahan	1	2	3	4
10. Kualitas soal-soal ujian yang dibuat dosen	1	2	3	4
11. Penggunaan media belajar	1	2	3	4
12. Pemahaman anda terhadap materi mata kuliah yang sedang anda ikuti	1	2	3	4
13. Rasa tertarik anda terhadap mata kuliah yang sedang anda ikuti	1	2	3	4
14. Manfaat mata kuliah ini bagi anda (membantu memahami mata kuliah lain, memecahkan masalah-masalah praktis dalam tugas akhir, dsb)	1	2	3	4
15. Sebutkan hal-hal yang sangat mendesak untuk diperbaiki dalam	1	2	3	5

mata kuliah ini				
1.				
2.				

KEBIASAAN BELAJAR MAHASISWA

(diisi oleh dosen)

Nama mata kuliah : Fisika Kuantum I
Kode mata kuliah : FIS 225
Dosen : R. Yosi Aprian Sari, M.Si
SKS : 2 SKS
Semester : V (lima)

Angket ini berisikan pertanyaan-pertanyaan yang dimaksud untuk mengumpulkan informasi tentang kebiasaan belajar mahasiswa. Angket ini sangat bermanfaat untuk memperbaiki perkuliahan yang akan datang.

Petunjuk: Beri tanda silang pada angka yang sesuai dengan pendapat anda untuk semua pertanyaan di bawah ini (1 = kurang, 2 = cukup, 3 = baik, 4 = sangat baik)

Aspek yang dinilai	Skala			
	1	2	3	4
Ketepatan mahasiswa masuk kelas	1	2	3	4
Prosentase kehadiran mahasiswa	1	2	3	4
Perhatian mahasiswa mengikuti perkuliahan	1	2	3	4
Jumlah pertanyaan mahasiswa	1	2	3	4
Kualitas pertanyaan mahasiswa	1	2	3	4
Kepatuhan mahasiswa mengerjakan tugas	1	2	3	4
Keaktifan mahasiswa dalam diskusi	1	2	3	4

REKONSTRUKSI MATA KULIAH

Nama Mata Kuliah	: Fisika Kuantum I
Kode Mata Kuliah	: FIS 225
Pengajar	: R. Yosi Aprian Sari, M,Si
SKS	: 2 SKS
Semester	: V

Tahap Evaluasi

Dari hasil evaluasi pada akhir semester, diperoleh hasil sebagai berikut:

1. Hasil belajar mahasiswa rendah
2. Mahasiswa tidak mengerjakan tugas perkuliahan di rumah
3. Mahasiswa tidak mempersiapkan diri sebelum mengikuti perkuliahan
4. Mahasiswa mengalami kesulitan dalam memahami rumus-rumus dalam fisika kuantum I, dan menganalisis permasalahan fisisnya

Untuk memahami permasalahan di atas, dilakukan proses latihan terbimbing dan diberi banyak penugasan baik secara mandiri maupun secara berkelompok. Dari hasil pengamatan diperoleh bahwa masih banyak mahasiswa yang belum memahami persamaan-persamaan dalam fisika kuantum I dan penggunaannya dalam permasalahan fisis. Begitu juga diperoleh bahwa mahasiswa belum secara sistematis dalam mengerjakan penugasan. Kemudian dengan melakukan latihan secara terbimbing baik dari dosen pengampu maupun dari mahasiswa yang dianggap sudah mahir (tutor sebaya). Dari hasil proses terbimbing tersebut, hasil penugasan mahasiswa mengalami kenaikan yang cukup signifikan.

Pada tengah dan akhir perkuliahan, mahasiswa diminta untuk memberikan komentar dan masukan tentang proses perkuliahan dan pembelajaran dalam semester yang diikutinya. Hal-hal yang dinilai berupa: penguasaan dan cara dosen menjelaskan materi perkuliahan, bentuk penugasan, kegiatan pembelajaran dengan menggunakan angket dan daftar pertanyaan.

Analisis informasi kumpulan materi tahap evaluasi ini menghasilkan kesimpulan sebagai berikut:

1. Penyediaan materi perkuliahan dalam bentuk modul yang disiapkan dosen, sangat berperan dalam proses belajar mengajar.
2. Latihan pengerjaan soal-soal dengan bimbingan dosen dan tutor sebaya harus banyak dilakukan untuk melatih dan membiasakan mahasiswa untuk memahami materi perkuliahan.
3. Tingkat variasi kemampuan penyerapan mahasiswa yang cukup besar terhadap materi perkuliahan yang disampaikan.
4. Motivasi mahasiswa rendah untuk mengikuti perkuliahan yang dimungkinkan karena kesulitan dalam mengikuti proses perkuliahan. Kesulitan ini dikarenakan mata kuliah fisika kuantum I banyak menggunakan matematika cukup tinggi dan permasalahan fisis yang abstrak.
5. Mahasiswa dirangsang untuk belajar aktif baik secara mandiri maupun berkelompok.
6. Mahasiswa masih perlu diberikan bagaimana mengerjakan penugasan secara sistematis.
7. Dengan banyak memberikan latihan dan penugasan yang bervariasi diharapkan mahasiswa dapat langsung menggunakan persamaan matematis dan menganalisis makna fisisnya.

Tahap Rekonstruksi

Langkah 1. Menentukan Kompetensi Mata Kuliah

Evaluasi menunjukkan bahwa tujuan mata kuliah secara keseluruhan tidak dapat dicapai, yang dapat dicapai hanyalah kompetensi pada tingkat yang rendah, yakni kemampuan mengingat. Sedangkan kemampuan yang lebih tinggi lagi berupa penerapan teori belum dapat dicapai. Mengingat kemampuan untuk menerapkan teori merupakan hal yang sangat penting, perlu menambah pembahasan penerapan persamaan matematika dan analisis fisis dengan berbagai variasi soal. Diharapkan nantinya mahasiswa dapat terbiasa menghadapi permasalahan dalam mata kuliah ini dari berbagai variasi permasalahan. Selanjutnya diharapkan nantinya mata kuliah ini lebih menekankan penekanan, analisis dan sintesis dengan memilih topik-topik yang penting dan representatif.

Berdasarkan hasil evaluasi kompetensi matakuliah, maka deskripsi mata kuliah ini dapat dikembangkan menjadi:

Mahasiswa memiliki metodologi, konseptualisasi, pemahaman konsep, aplikasi konsep, dan tata nilai tentang eksperimen yang melandasi pokok-pokok teori kuantum lama, prinsip dan rumusan fisika kuantum untuk sistem dengan analogi klasik, menerapkan prinsip fisika kuantum untuk memecahkan soal fisika sederhana, dan paham tentang prinsip fisika kuantum dan penerapan metode matematika dalam mengembangkan kerangka teoretik yang sederhana serta menganalisis permasalahan fisisnya.

Langkah 2. Menentukan Kompetensi Dasar

Dengan menggunakan analisis tugas, kompetensi mata kuliah, dapat dijabarkan kompetensi dasarnya, misalnya

1. Mahasiswa mengetahui latar belakang dan bukti empiris (*empirical evidence*) diperlukannya fisika kuantum untuk sistem fisis berukuran mikro.
2. Mahasiswa memiliki konsep-konsep, perumusan asas-asas dan kaidah-kaidah serta penerapan fisika kuantum yang baku melalui pendekatan modern yang dirintis dan dikembangkan oleh Dirac.
3. Mahasiswa dapat mendeskripsikan, menganalisis permasalahan fisis sederhana dalam tinjauan klasik dan kuantum.

Langkah 3. Menyusun Materi Perkuliahan

Berdasarkan kompetensi dasar yang telah dirumuskan, maka materi perkuliahan dapat disusun. Materi perkuliahan ini dapat menggunakan buku teks, kumpulan artikel, paper, penggunaan media internet, atau ditulis sendiri oleh dosen.

Berdasarkan hasil evaluasi, dipilih strategi perkuliahan untuk mencapai tujuan perkuliahan:

1. Diusahakan materi perkuliahan diawali dengan permasalahan fisis sederhana yang biasa dikenal oleh mahasiswa. Kemudian diperkenalkan permasalahan-permasalahan fisis yang lebih kompleks dan membandingkan permasalahan yang sudah dikenal.
2. Menggunakan sistem modul untuk memberikan kesempatan mahasiswa maju sesuai dengan kecepatannya masing-masing.

Langkah 4. Strategi Perkuliahan

1. Sebelum perkuliahan inti dimulai (pertemuan kedua, dst), mahasiswa diberi pre-test sebagai bentuk kesiapan mahasiswa dalam mengikuti perkuliahan.
2. Pada waktu perkuliahan, diberi logika-logika fisis (klasik) dan diikuti dengan logika-logika kuantum baik dalam ceramah maupun contoh permasalahan.
3. Tiap akhir perkuliahan diberi penugasan yang tingkat kesulitannya bervariasi baik diberikan secara mandiri maupun berkelompok secara acak.
4. Lebih ditekankan belajar aktif, artinya mahasiswa diberi kebebasan berdiskusi dan mengakses semua informasi bersifat take-home.
5. Untuk menjaga keunikan, kemandirian dan intelektualitas mahasiswa perlu dibuat bentuk penugasan yang permasalahannya untuk tiap individu / kelompok berbeda.

Langkah 5. Penilaian Hasil Belajar

Soal-soal penugasan dan ujian disesuaikan dengan kompetensi yang diharapkan, yaitu

1. Menguji kompetensi tingkat yang lebih tinggi, yaitu penerapan, analisis dan sintesis.
2. Cara mahasiswa mengerjakan penugasan juga dinilai, sistematis atau tidak.
3. Dengan menggunakan sistem modul, pemberian nilai dilakukan dengan cepat, karena nilai yang diperoleh akan berpengaruh terhadap penugasan berikutnya.

KONTRAK PERKULIAHAN

Nama Mata Kuliah	: Fisika Kuantum I
Kode Mata Kuliah	: FIS 225
Pengajar	: R. Yosi Aprian Sari, M.Si
SKS	: 2 SKS
Semester	: V

1. Manfaat Mata Kuliah

Fisika termasuk salah satu cabang sains yang paling tua dan mula-mula dikenal sebagai falsafah kealaman (*natural philosophy*), ilmu yang mencoba mengungkap dan menelaah gejala-gejala alam dan menyingkap rahasianya secara berkesinambungan dan terpadu, mencoba untuk mengkaitkan dan menjelaskan perilaku sistem fisis makro (fisika klasik) dengan sistem mikro (fisika kuantum) yang tersusun dari partikel-partikel keunsuran yang saling berinteraksi.

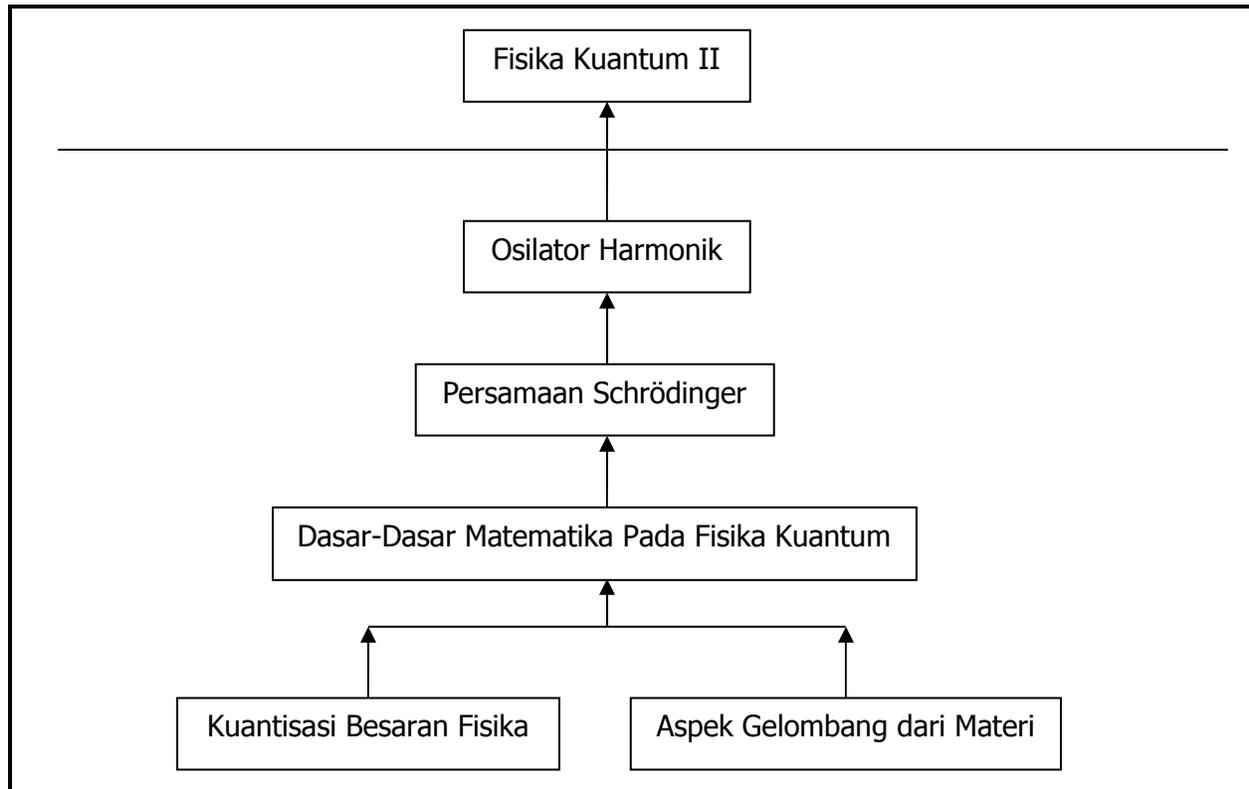
2. Deskripsi Mata Kuliah

Mata kuliah ini bertujuan memberi pemahaman dan menelaah permasalahan fisika mikroskopik yang didasari pada konsep-konsep dan asas-asas fisika kuantum serta mengkaitkan dengan sistem fisika makroskopik. Mata kuliah ini memuat bahasan tentang: kuantisasi besaran fisika, aspek gelombang dari materi, dasar-dasar matematika untuk fisika kuantum, persamaan Schrödinger, dan osilator harmonik.

3. Kompetensi Mata Kuliah

Mahasiswa memiliki metodologi, konseptualisasi, pemahaman konsep, aplikasi konsep, dan tata nilai tentang eksperimen yang melandasi pokok-pokok teori kuantum lama, prinsip dan rumusan fisika kuantum untuk sistem dengan analogi klasik, menerapkan prinsip fisika kuantum untuk memecahkan soal fisika sederhana, dan paham tentang prinsip fisika kuantum dan penerapan metode matematika dalam mengembangkan kerangka teoretiknya yang sederhana.

SKEMA MATERI PERKULIAHAN FISIKA KUANTUM I



4. Strategi Perkuliahan

Metode perkuliahan ini menggunakan cara kuliah tatap muka. Agar mahasiswa memiliki bekal yang cukup untuk mengikuti perkuliahan ini, maka dilakukan pre-test. Untuk meningkatkan pemahaman dan kemahiran mahasiswa, diberikan contoh soal dan penyelesaiannya yang sistematis. Oleh karena mata kuliah ini merupakan mata kuliah yang banyak menggunakan matematika tingkat tinggi dan analisis fisis yang abstrak, penugasan-penugasan perlu diberikan secara berkesinambungan dengan berbagai variasi tingkat kesulitan dan diberikan baik secara individu maupun berkelompok. Keunikan, kemandirian dan intelektualitas mahasiswa perlu dijaga dengan memberi penugasan yang berbeda untuk tiap individu atau kelompok. Sebagai wujud keaktifan mahasiswa, sangat disarankan dalam menyelesaikan penugasan mahasiswa menuliskan sumber informasi yang ia peroleh.

5. Materi Perkuliahan

Buku / bacaan pokok dalam mata kuliah fisika kuantum I:

1. Greiner, W. (1989). *Quantum Mechanics: An Introduction* 3rd edition. Heidelberg: Springer
2. Griffiths, D. J. (1994). *Introduction to Quantum Mechanics*. New Jersey: Prentice Hall
3. Levi, A. F. J. (2006). *Applied Quantum Mechanics* 2^{ed}. Cambridge: Cambridge Univ. Press

Bacaan Penunjang:

1. Ballentine, L. E. (2000). *Quantum Mechanics: A Modern Development*. Singapore: World-Scientific Publ.

2. Landsman, N. P. (1991). *Mathematical Topics Between Classical and Quantum Mechanics*. New York: Springer
3. Liboff, R. L. (1980). *Introductory Quantum Mechanics*. Ontario: Addison – Wesley

6. Tugas

- a. Memberikan pre-test tiap sebelum perkuliahan dimulai.
- b. Memberi penugasan individu / kelompok tiap materi pokok berakhir.
- c. Evaluasi tengah dan akhir semester.
- d. Memberi kuis / pertanyaan sederhana tiap perkuliahan.

7. Kriteria Penilaian

Penilaian akan dilakukan oleh dosen dengan ketentuan sebagai berikut:

Nilai	Poin	Rentang
A	4	≥ 80
A-	3,5	
B+	3,25	
B	3	
B-	2,75	
C+		
C	2	
D	1	

Dalam penentuan nilai akhir, digunakan pembobotan sebagai berikut:

No	Tagihan	Bobot
1.	Kehadiran	10 %
2.	Kuis	5 %
3.	Penugasan	20 %
4.	Mid Semester	25 %
5.	Ujian Akhir Semester	40 %

8. Jadwal Perkuliahan

Pertemuan / Minggu	Materi Pokok dan Sub Materi Pokok	Sumber Bahan (Texbook/ Referensi)
1 dan 2	1. Kuantisasi Besaran Fisika 1.1 Efek Fotolistrik 1.2 Efek Compton 1.3 Prinsip Kombinasi Ritz 1.4 Eksperimen Franck-Hertz 1.5 Percobaan Stern-Gerlach	A(1): 1 – 28 A(3): 28 – 63
3 dan 4	2. Aspek Gelombang dari Materi 2.1 Gelombang de Broglie	A(1): 29 – 66 A(3): 109 – 142

Pertemuan / Minggu	Materi Pokok dan Sub Materi Pokok	Sumber Bahan (Texbook/
	2.2 Interpretasi Statistik Gelombang Materi 2.3 Nilai Harap 2.4 Prinsip Superposisi 2.5 Asas Ketakpastian Heisenberg	
5, 6 dan 7	3. Dasar-Dasar Matematika pada Fisika Kuantum 3.1 Sifat-Sifat Operator 3.2 Kombinasi Dua Operator 3.3 Notasi Bra dan Ket 3.4 Swanilai dan Fungsi Karakteristik (Swafungsi) 3.5 Operator Posisi dan Momentum 3.6 Operator Momentum Sudut 3.7 Operator Hermitian 3.8 Energi Kinetik 3.9 Energi Total 3.10 Fungsi Gelombang dalam Wakilan Posisi dan Momentum	A(1): 67 – 116 A(2): 1 – 19 A(3): 64 – 108
8	Ujian Tengah Semester	
9, 10, 11 dan 12	4. Persamaan Schrödinger 4.1 Kekekalan Jumlah Partikel dalam Fisika Kuantum 4.2 Keadaan Stasioner 4.3 Sifat-Sifat Keadaan Stasioner	A(1): 117 – 156 A(2): 20 – 74 A(3): 176 – 210 & 256 – 306
13, 14 dan 15	5. Osilator Harmonik 5.1 Penyelesaian Persamaan Osilator 5.2 Deskripsi Osilator Harmonik dengan Operator Kreasi dan Anihilasi 5.3 Sifat Operator	A(1): 157 – 184 A(2): 20 – 74 A(3): 176 – 210
16	Ujian Akhir Semester	

BAGIAN I

APA MEKANIKA KUANTUM ITU?

Bab I. Pendahuluan

I.1 Deskripsi Mata Kuliah

Modul ini utamanya disusun sebagai bahan ajar perkuliahan Fisika Kuantum I di program studi fisika dan pendidikan fisika jenjang S-1 dengan bobot 2 sks. Selain sebagai bahan ajar Fisika Kuantum I, modul ini juga dimaksudkan untuk membantu para pemula yang ingin memahami struktur fisika kuantum secara umum, mulai dari latar belakang sejarah, pokok-pokok metodologi, sampai pada contoh-contoh dan aplikasinya.

Atas dasar pemikiran itu, modul ini disusun untuk memberi jawaban yang memadai atas 3 pertanyaan pokok berikut: (1) mengapa fisika kuantum harus ada? (2) bagaimana metodologi fisika kuantum? dan (3) bagaimana metodologi itu diterapkan untuk menganalisis suatu gejala fisika tertentu?

Untuk dapat memahami dengan baik uraian dalam modul ini, pembaca diharapkan telah memiliki keterampilan matematika yang memadai, utamanya yang berkaitan dengan bilangan kompleks, kalkulus diferensial – integral, transformasi Fourier, polinomial Hermite, polinomial Legendre, dan persamaan diferensial. Selain perangkat matematika tersebut, pembaca diharapkan juga telah akrab dengan beberapa konsep dasar dalam fisika modern, misalnya efek fotolistrik, efek Compton, pembentukan sinar X, dan asas ketidakpastian Heisenberg. Pemahaman tentang teori gelombang elektromagnetik (teori Maxwell) juga diperlukan.

Bagian latar belakang menguraikan beberapa eksperimen penting yang mengantarkan lahirnya fisika kuantum, yaitu radiasi benda hitam, efek fotolistrik dan hipotesa de Broglie yang berisikan data eksperimen, penjelasan klasik dan kegagalannya. Melalui uraian dalam ketiga materi pokok di atas, diharapkan pembaca dapat memahami mengapa diperlukan membangun teori baru yang kini dikenal sebagai "Fisika Kuantum" atau "Mekanika Kuantum".

Pada bagian selanjutnya disajikan postulat-postulat yang dipakai sebagai dasar metodologi fisika kuantum, yaitu pendeskripsian keadaan sistem, pendeskripsian besaran fisis (operator), dan pendeskripsian pengukuran (proses, hasil dan dampak pada keadaan sistem). Metodologi yang penting dalam fisika kuantum adalah metode untuk mendapatkan fungsi gelombang atau menjelaskan bagaimana keadaan sistem berubah terhadap waktu. Perangkat untuk itu berupa persamaan Schrödinger. Penerapan persamaan Schrödinger pada kasus-kasus yang sederhana dapat menampilkan adanya perbedaan dan atau kesamaan antara tinjauan klasik dan kuantum.

I.2 Standar Kompetensi

Mahasiswa memiliki (1) pemahaman metodologi, konseptualisasi, pemahaman konsep, aplikasi konsep, dan tata nilai tentang eksperimen yang melandasi pokok-pokok teori kuantum lama, (2) pemahaman prinsip dan rumusan mekanika kuantum untuk sistem dengan analogi klasik, (3) menerapkan prinsip mekanika kuantum untuk memecahkan soal fisika sederhana, dan (4) paham tentang prinsip mekanika kuantum dan penerapan metode matematika dalam mengembangkan kerangka teoretiknya yang sederhana.

Bab II Sejarah Mekanika Kuantum

Pada akhir abad ke 19 dan awal abad ke 20, semakin jelas bahwa fisika (konsep-konsep fisika) memerlukan revisi atau penyempurnaan. Hal ini disebabkan semakin banyaknya hasil-hasil eksperimen dan gejala-gejala fisika yang teramati yang tidak bisa dijelaskan dengan konsep-konsep fisika yang telah dikuasai pada saat itu (fisika klasik), sekalipun dengan pendekatan.

Masalah-masalah yang dimaksud di atas muncul terutama pada obyek-obyek fisis yang berukuran "kecil" (mikroskopik, atomistik), seperti partikel-partikel elementer dan atom serta interaksinya dengan radiasi atau medan elektromagnetik. "Perbedaan-perbedaan" dalam eksperimen fisika mula-mula dapat diatasi dengan postulat-postulat dan hipotesis-hipotesis. Namun karena jumlahnya semakin banyak dan persoalannya

dipandang mendasar, menuntut dan mendorong fisikawan untuk melakukan penyempurnaan, dan bila perlu perubahan pada formulasi dan konsep-konsep fisika. Hasilnya adalah konsep yang dinamakan "Mekanika Kuantum".

Pada bab ini akan disajikan beberapa fenomena eksperimental yang melatarbelakangi lahirnya mekanika kuantum, diawali dengan ringkasan konsep-konsep fisika klasik. Pada bab-bab berikutnya disajikan konsep-konsep dasar mekanika kuantum dan implementasinya pada masalah-masalah sederhana.

II.1 Konsep-Konsep Fisika Klasik

Konsep-konsep fisika klasik tercakup dalam dua kelompok besar, yakni Mekanika Newtonian (klasik, non-kuantum) dan Elektromagnetika klasik. Mekanika newtonian membahas partikel-partikel yang dianggap bergerak di bawah pengaruh gaya-gaya, yang mengikuti hukum gerak (Hukum Newton)

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (\text{II-1})$$

dengan \vec{F} adalah resultan gaya yang bekerja pada partikel; $\vec{p} = m\vec{v}$ adalah momentum garis partikel dengan massa m dan kecepatan \vec{v} dan t menyatakan waktu.

Elektromagnetika klasik membicarakan medan listrik $\vec{E}(\vec{r})$ dan medan magnet $\vec{B}(\vec{r})$ dan sumber-sumbernya, yaitu muatan listrik q dan arus listrik I . Hukum-hukum elektromagnetika klasik diformulasikan sebagai persamaan-persamaan Maxwell,

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II-2a})$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon} \quad (\text{II-2b})$$

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\vec{j}}{\epsilon c^2} \quad (\text{II-2c})$$

dan

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{II-2d})$$

dengan c adalah kelajuan cahaya, ρ adalah rapat muatan ruang, ϵ adalah permitivitas ruang hampa, dan \vec{j} adalah rapat arus. Untuk ruang bebas, persamaan (II-2b) dan (II-2c) menjadi

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \text{ dan } \nabla \times \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (\text{II-3})$$

Persamaan-persamaan Maxwell dalam ruang bebas memberikan persamaan medan listrik dan medan magnet yang terpisah sebagai

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \text{ dan } \nabla^2 \vec{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0. \quad (\text{II-4})$$

adalah persamaan gelombang elektromagnet dalam ruang bebas. Penyelesaian persamaan gelombang (II-4) berbentuk

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \text{Re}[\vec{E}_0 e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}] \quad (\text{II-5a})$$

dan

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \text{Re}[\vec{B}_0 e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}], \quad (\text{II-5b})$$

dengan ω adalah frekuensi sudut gelombang, dan \vec{k} adalah vektor gelombang pada arah rambat gelombang, yang besarnya adalah $k = \omega/c$.

Dalam fisika klasik, fenomena alam dapat dispektrumkan dengan Mekanika Newton yang menguasai partikel, dan elektromagnetika yang menguasai medan elektromagnetik atau radiasi. Kedua komponen fisika klasik tersebut dapat dipandang sebagai terpisah satu dengan yang lain, tetapi terkait melalui persamaan Lorentz

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (\text{II-6})$$

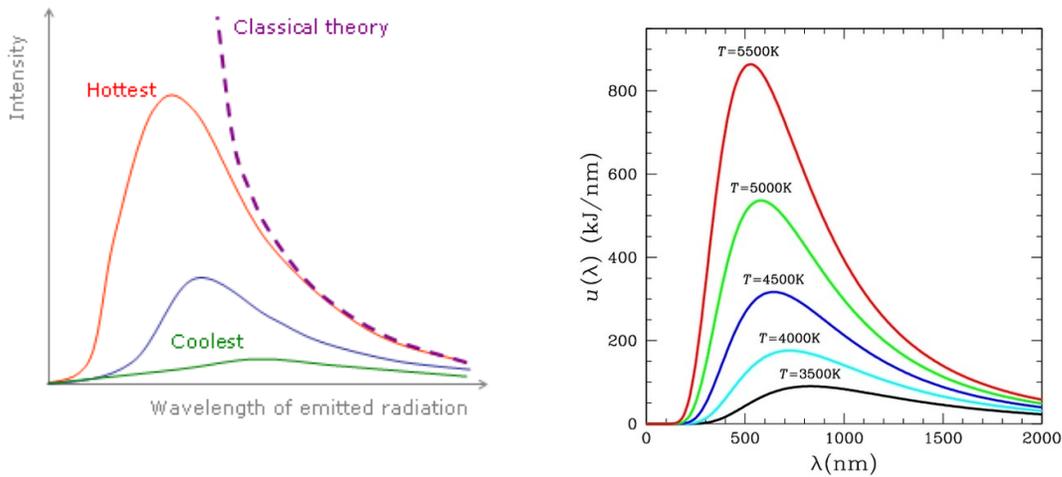
yang menyatakan gaya yang dialami oleh partikel bermuatan listrik q bergerak dengan kecepatan \vec{v} dalam medan elektromagnet $\vec{E} \cdot \vec{B}$.

II.2 Radiasi Benda Hitam

Suatu permukaan benda pada suhu $T > 0$ K selalu memancarkan radiasi, biasa disebut radiasi termal. Intensitas oleh Stefan dan Boltzmann sebagai

$$I_T = \epsilon \sigma T^4, \quad (\text{II-7})$$

dengan e adalah konstanta emisivitas permukaan ($0 \leq e \leq 1$) dan σ disebut konstanta Stefan-Boltzmann ($\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ Jm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{K}^{-4}$). Benda hitam sempurna adalah benda dengan permukaan yang mempunyai $e = 1$.



(a) (b)
Gambar II.1: Spektrum Radiasi Termal

Radiasi termal mempunyai spektrum malar atau kontinu (Gambar II.1). Untuk suhu yang lebih tinggi, selain intensitas radiasi bertambah (sesuai dengan pers. II-7), juga intensitas maksimum terjadi pada panjang gelombang yang lebih pendek. Pergeseran puncak spektrum tersebut dijelaskan oleh Wien secara empiris, menurut persamaan

$$\lambda_{\text{maks}} T = C_W, \tag{II-8}$$

dengan $C_W = 2,9 \times 10^{-3} \text{ mK}$, dikenal sebagai konstanta Wien, λ_{maks} adalah panjang gelombang radiasi pada intensitas maksimum. Persamaan (II-8) dikenal sebagai persamaan atau hukum **Pergeseran Wien**.

Usaha untuk menerangkan kenyataan di atas dengan fisika klasik telah dilakukan, tetapi tidak berhasil. Rayleigh dan Jeans memperoleh persamaan

$$I_T(\lambda) = \frac{2\pi ckT}{\lambda^4} \tag{II-9a}$$

atau

$$I_T(\nu) = \frac{2\pi kT}{c^2} \nu^2 \quad (\text{II-9b})$$

dengan ν adalah frekuensi radiasi. Hasil perhitungan Rayleigh-Jeans tersebut selain tidak sesuai dengan spektrum radiasi yang teramati, juga tidak sesuai dengan hukum Stefan-Boltzmann, karena memberikan $I_T = 0$.

Pada tahun 1900, Max Planck mengusulkan sebuah gagasan (postulat) yang kemudian dikenal sebagai Teori Kuantum Planck. Teori ini menyatakan bahwa osilator-osilator berfrekuensi ν sebagai sumber radiasi, hanya bisa melepaskan tenaganya dalam kuantum (paket-paket) tenaga sebesar $E = nh\nu$. Ini berarti bahwa osilator berfrekuensi ν mempunyai tenaga yang bersifat diskret (merupakan kelipatan dari $h\nu$), yakni

$$E_\nu = nh\nu, \quad (\text{II-10})$$

dengan $h = 6,626 \times 10^{-34}$ J.s, disebut tetapan Planck, dan n adalah bilangan bulat ($n = 1, 2, 3, \dots$). Menggunakan teorinya tersebut, Planck kemudian menurunkan persamaan spektrum radiasi termal, dan memperoleh hasil sebagai

$$I_T(\lambda) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1} \quad (\text{II-11a})$$

atau

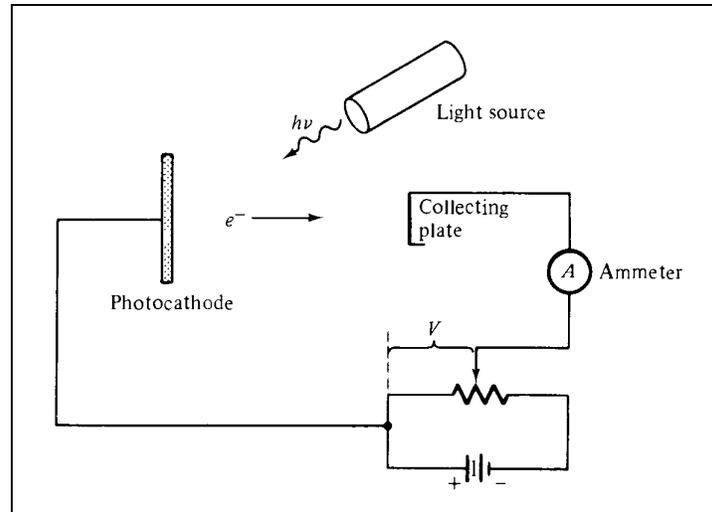
$$I_T(\nu) = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}. \quad (\text{II-11b})$$

Spektrum radiasi termal Planck tepat sesuai dengan hasil eksperimen, bahwa mampu menjelaskan hukum-hukum empiris Stefan-Boltzmann dan Pergeseran Wien.

II-3 Efek Fotolistrik

Hasil-hasil eksperimen menunjukkan, bahwa suatu jenis logam tertentu bila disinari (dikenai radiasi) dengan frekuensi yang lebih besar dari harga tertentu akan melepaskan elektron, walaupun intensitas radiasinya sangat kecil. Sebaliknya, berapapun besar intensitas radiasi yang dikenakan pada suatu jenis logam, jika frekuensinya lebih kecil dari harga tertentu maka tidak akan dapat melepaskan elektron dari logam tersebut. Peristiwa pelepasan elektron dari logam oleh radiasi tersebut

disebut **efek fotolistrik**, diamati pertama kali oleh Heinrich Hertz (1887). Elektron yang terlepas dari logam disebut **foto-elektron**.



Gambar II-2: Susunan Alat Eksperimen Efek Fotolistrik

Jika intensitas radiasi yang menimbulkan efek fotolistrik dinaikkan, maka akan memperbanyak foto-elektron yang dihasilkan, ditandai oleh bertambahnya arus foto-elektron I_{fe} . Perangkat untuk mengamati terjadinya efek fotolistrik seperti ditunjukkan pada Gambar II-2. Arus foto-elektron dapat ditiadakan dengan cara memberi tegangan pada kolektor negatif terhadap emiter. Beda tegangan emiter – kolektor pada saat arus foto-elektron tepat mencapai nol, disebut tegangan penghenti (**stopping voltage**), V_s . Gambar II-3a menggambarkan I_{fe} sebagai fungsi tegangan kolektor - emiter (V_{ke}) untuk tiga macam intensitas radiasi (I_r). Semakin besar frekuensi radiasi yang menimbulkan efek fotolistrik, semakin besar tegangan penghenti yang diperlukan untuk meniadakan arus foto-elektron. Gambar II-3b menggambarkan hubungan antara V_s dan ν hasil eksperimen. Untuk berbagai logam, grafik V_s versus ν mempunyai kemiringan yang sama, tetapi dengan frekuensi ambang (ν_0) yang berbeda.

Efek fotolistrik tidak dapat dipahami dengan fisika klasik, yang mana intensitas radiasi sebanding dengan energi gelombang (kuadrat amplitudo). Pada tahun 1905, Einstein menerangkan efek fotolistrik dengan teori kuantum cahaya:

2.1 Cahaya / radiasi terdiri dari atas kuantum / paket-paket energi sebesar

$$E_r = h\nu \quad (\text{II.12})$$

yang bergerak dengan kelajuan cahaya c .

2.1 Intensitas cahaya ditentukan oleh cacah kuantum tenaga per satuan waktu per satuan luas penampang berkas cahaya tersebut.

Dengan adanya teori kuantum cahaya Einstein, berartihaya memperlihatkan sifat dualisme, yaitu sebagai gelombang dan sebagai partikel. Partikel cahaya atau radiasi disebut **foton**. Dengan teori kuantum cahaya, Einstein menerangkan efek fotolistrik sebagai berikut:

Elektron-elektron bebas dalam logam terikat oleh logam untuk meninggalkannya. Untuk melepaskan elektron dari logam diperlukan tenaga dalam jumlah tertentu. Besarnya tenaga untuk melepaskan elektron dari logam, yang sama dengan tenaga ikat logam pada elektron-elektronnya, disebut **fungsi kerja (work function)** logam yang bersangkutan (ϕ). Setiap jenis logam mempunyai fungsi kerja tertentu, yang merupakan karakter masing-masing jenis logam.

Tenaga foton sebesar $h\nu$ yang datang pada permukaan logam diserahkan seluruhnya kepada satu elektron dalam logam. Jika $h\nu > \phi$, maka elektron yang menerima tenaga tersebut dapat lepas dari logam, dengan sisa tenaga yang diterimanya digunakan untuk bergerak, memenuhi persamaan

$$h\nu = \phi + K_{fe} \quad (\text{II-13})$$

dengan K_{fe} adalah tenaga kinetik foto-elektron. Dari persamaan (II-13), mudah dimengerti adanya frekuensi ambang suatu logam, yaitu sebesar

$$\nu_0 = \frac{\phi}{h} \quad (\text{I-14})$$

Jadi, jika suatu radiasi yang dikenakan pada suatu logam frekuensinya $\nu > \nu_0$ baru bisa menimbulkan efek fotolistrik, dan jika intensitas radiasi naik, maka cacah fotoelektron bertambah karena cacah foton bertambah.

II.4 Efek Compton

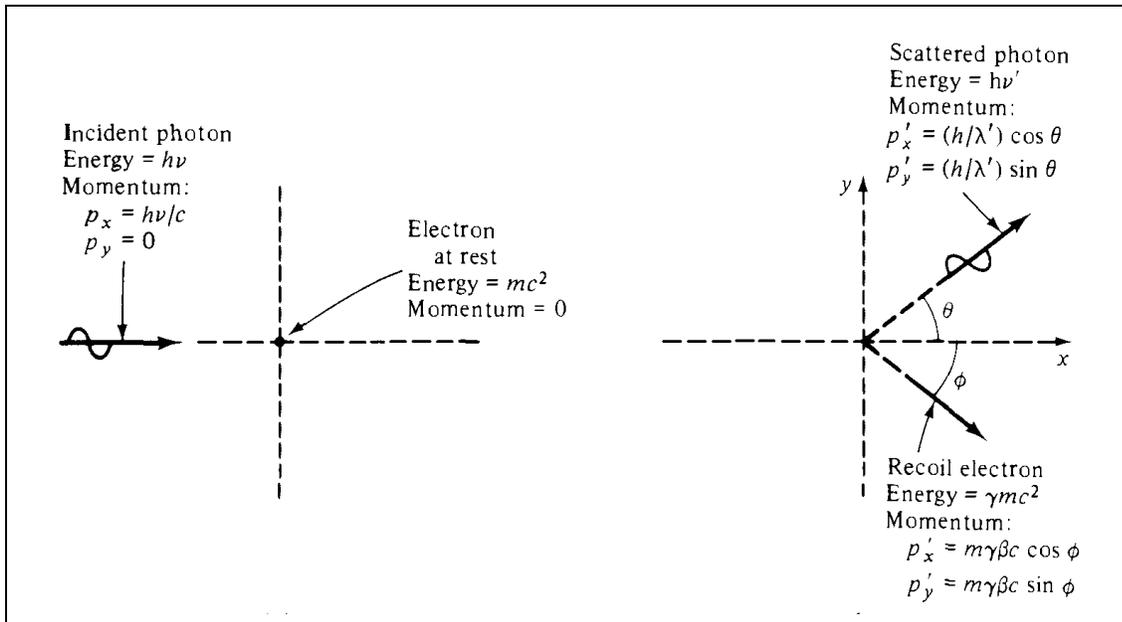
Foton sebagai partikel mempunyai tenaga sebesar $E_f = h\nu$. Berdasarkan kesetaraan massa-energi Einstein, foton mempunyai massa sebesar

$$m_f = \frac{h\nu}{c^2} \quad (\text{II-15})$$

dan mempunyai momentum linear sebesar

$$p_f = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (\text{II-16})$$

Seberkas radiasi yang dikenakan pada lempeng (plat tipis) logam akan mengalami hamburan. Intensitas radiasi terhambur tergantung pada sudut hamburannya. Gambar II-4 menunjukkan susunan peralatan dan hasil pengamatan hamburan radiasi. Gejala tersebut tidak dapat dijelaskan dengan memandang radiasi sebagai gelombang klasik.



(a) Sebelum Hamburan

(b) Setelah Hamburan

Gambar II-5: Hamburan Compton

Pada tahun 1923, Compton mempelajari hamburan radiasi tersebut di atas, dan menerangkan sebagai berikut. Radiasi yang dikenakan pada lempeng logam berinteraksi dengan elektron bebas dalam logam (tidak selalu menimbulkan efek fotolistrik walaupun tenaganya cukup). Interaksi antara radiasi dengan elektron bebas dalam logam berperilaku seperti tumbukan elastis antara dua partikel. Mekanisme hamburan radiasi (kemudian disebut **hamburan Compton** atau **efek Compton**) tersebut di atas dapat dijelaskan dengan memberlakukan hukum-hukum kekekalan tenaga dan momentum linear secara relativistik. Pemberlakuan kedua hukum kekekalan tersebut menghasilkan persamaan-persamaan

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta) \quad (\text{II.17})$$

$$K'_e = h\nu \frac{2\alpha \cos^2 \phi}{(1 - \alpha)^2 - \alpha^2 \cos^2 \phi} \quad (\text{II.18})$$

dan

$$\cot(\theta/2) = (1 - \alpha) \tan \phi \quad (\text{II.19})$$

dengan λ = panjang gelombang radiasi sebelum terhambur, λ' = panjang gelombang radiasi terhambur, ν = frekuensi radiasi sebelum terhambur, θ = sudut hamburan radiasi, ϕ = sudut pental elektron penghambur, K'_e = tenaga kinetik elektron terpental, m_e = massa elektron, dan $\alpha = h\nu / m_e c^2$. Hamburan Compton dapat digambarkan seperti ditunjukkan pada gambar II-5.

II.5 Gelombang Materi, Hipotesis de Broglie

Pada bagian depan telah dibicarakan tentang gejala yang memperlihatkan sifat partikel dari radiasi atau gelombang elektromagnetik. Diilhami oleh sifat dualisme radiasi, de Broglie pada tahun 1924 mengusulkan hipotesisnya, bahwa partikel yang bergerak juga memperlihatkan sifatnya sebagai gelombang. Rumusan panjang gelombang partikel berdasar hipotesis de Broglie identik dengan persamaan (II-16), yakni

$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad (\text{II.20})$$

dengan m dan v berturut-turut menyatakan massa dan kecepatan partikel. Hipotesis de Broglie tersebut kemudian dapat dibuktikan oleh Davisson dan Germer pada tahun 1927 dengan difraksi elektron. Seberkas elektron yang telah dipercepat dengan tegangan V dikenakan pada kristal. Elektron-elektron terhambur dideteksi terhadap variasi sudut hamburan, ternyata hasilnya memperlihatkan adanya pola difraksi seperti halnya cahaya atau sinar X. Hasil eksperimen Davisson dan Germer dengan kristal nikel dan tegangan pemercepat elektron sebesar 54 V seperti ditunjukkan oleh Gambar II-6. Panjang gelombang elektron yang telah dipercepat dengan tegangan V menurut hipotesis de Broglie adalah

$$\lambda_e = \frac{h}{(2meV)^{1/2}} \quad (\text{II.21})$$

dengan m = massa elektron, dan e = muatan elementer ($1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$). Hasil eksperimen difraksi elektron sangat sesuai dengan perhitungan de Broglie. Sebagai contoh numerik, untuk $V = 54 \text{ V}$, panjang gelombang elektron sebesar $1,66 \text{ \AA}$, dan untuk $V = 100 \text{ V}$, $\lambda_e = 1,22 \text{ \AA}$, terletak pada daerah panjang gelombang sinar X. Karena panjang gelombang elektron yang begitu kecil, maka untuk bisa mengalami difraksi diperlukan kristal sebagai kisi, difraksinya mengikuti aturan difraksi atau pantulan Bragg seperti halnya pada sinar X.

II.6 Atom Hidrogen Model Bohr

Spektrum emisi berbagai unsur yang bersifat diskret dan merupakan karakter dari masing-masing unsur telah lama teramati (jauh sebelum abad 20). Keberaturan spektrum emisi atom, sebagai pembawa informasi mengenai struktur atom yang bersangkutan, pertama kali ditemukan oleh Balmer (1885) pada atom hidrogen di daerah cahaya. Balmer merumuskan spektrum emisi atom hidrogen dalam panjang gelombangnya sebagai

$$\lambda_n = k \frac{n^2 - 4}{n^2}, \quad (\text{II.22})$$

yang kemudian dikenal sebagai persamaan deret Balmer, dengan $n = 3, 4, 5, \dots$, dan $k = 3616 \text{ \AA}$ disebut tetapan Balmer.

Sifat diskret serta keberaturan spektrum emisi atom yang paling sederhana sekalipun (deret Balmer) tidak dapat diterangkan dengan fisika klasik, bahkan nampak adanya "penyimpangan". Pada tahun 1913, dengan postulatnya Niles Bohr berhasil menerangkan fakta spektroskopik tersebut, walaupun mungkin hanya secara kebetulan, karena pemikiran Bohr tersebut tidak bersesuaian dengan spektrum yang lebih halus maupun dengan spektrum unsur-unsur yang lebih kompleks. Namun begitu, pemikiran Bohr yang antara lain menyatakan bahwa momentum sudut elektron dalam atom hidrogen terkuantisasi menurut persamaan

$$l_n = nh \quad (\text{II.23})$$

dan memberikan tenaga elektron atom hidrogen (aras tenaga atom hidrogen) terkuantisasi menurut persamaan

$$E_n = - \frac{k^2 e^4 m_e}{2\hbar^2 n^2} \quad (\text{II.24})$$

dengan $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, dan $k =$ tetapan Coulomb, telah memberikan andil yang besar dalam perkembangan konsep-konsep fisika yang baru ke arah mekanika kuantum. Persamaan (II-23) setara dengan syarat stasioner gelombang elektron atom hidrogen dalam lintasannya. Gambar II.7 menggambarkan aras-aras tenaga elektron atom hidrogen (tenaga atom) tersebut pada persamaan (II-24). Dengan adanya aras-aras tenaga atom tersebut, atom dapat pindah dari satu aras ke yang lebih rendah dengan memancarkan tenaganya dalam bentuk radiasi, yang memenuhi persamaan

$$E_r = E_1 - E_2 = \frac{hc}{\lambda} \quad (\text{II.25})$$

Dari berbagai transisi menghasilkan spektrum emisi yang sangat sesuai dengan rumusan Balmer.

II.7 Prinsip Ketakpastian Heisenberg

Telah disebutkan pada bagian-bagian terdahulu akan adanya sifat dual dari radiasi maupun partikel materi. Tetapi tidak mungkin memberlakukan kedua deskripsi tersebut baik pada radiasi maupun pada partikel materi secara bersamaan (simultan). Diberikan contoh pada radiasi, bila radiasi dipandang sebagai partikel, dan secara ekstrim dapat menemukan posisi pada suatu saat secara tepat ($\Delta x \cdot \Delta t \rightarrow 0$), maka ketakpastian atribut gelombang radiasi menjadi tak berhingga ($\Delta \lambda \cdot \Delta \nu \rightarrow \infty$). Ketakpastian pengukuran besaran fisika menjadi sangat penting dalam persoalan ini. Pada tahun 1927 Werner Heisenberg mengusulkan adanya **prinsip ketakpastian (uncertainty principle)** pada obyek-obyek kuantum sebagai hubungan

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar \quad (\text{II.26})$$

dan

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar. \quad (\text{II.27})$$

Secara kuantitatif, keberlakuan ketakpastian Heisenberg telah ditunjukkan pada berbagai peristiwa, seperti pada difraksi dan mikroskop. Adanya prinsip ketakpastian ini juga menyarankan diberlakukannya konsep **probabilitas (kebolehjadian)** pada sistem kuantum, yang digambarkan dengan suatu fungsi gelombang.

Bab III Postulat-Postulat Mekanika Kuantum

Pengukuran besaran fisis (observabel) dalam mekanika klasik dapat dilakukan dengan cara dan hasil yang pasti dan tanpa mengganggu sistem yang diukur observabelnya, serta dapat dilakukan pengukuran besaran observabel secara serentak (pada saat yang sama). Menurut mekanika kuantum, pengukuran suatu observabel akan mempengaruhi dan mengubah keadaan sistem: pengukuran beberapa besaran (misalnya posisi dan kecepatan atau momentum) tidak dapat dilakukan secara serentak dengan hasil ukur yang pasti / eksak (ketakpastiannya terbatas oleh prinsip ketidakpastian Heisenberg). Gangguan terhadap sistem saat pengukuran sangat terasa / penting pada obyek-obyek mikroskopik (partikel-partikel elementer, atomistik), sehingga pada sistem-sistem seperti itu mutlak diberlakukan mekanika kuantum dalam pembicaraan yang lebih tepat.

Mekanika kuantum merupakan teori kebolehjadian yang bersifat abstrak, seperti konsep panjang gelombang, rapat kebolehjadian, operator, dan lain-lain. Mekanika kuantum disusun di atas postulat-postulat. Ada dua pendekatan formulasi mekanika kuantum, yakni dengan **Mekanika Gelombang** yang dikembangkan oleh Schrödinger, dan **Mekanika Matriks** yang dikembangkan oleh Heisenberg. Dalam modul ini disajikan dengan menggunakan pendekatan mekanika gelombang, yang lebih terasa logis dan menggunakan dasar-dasar metode matematika yang familiar. Untuk mengawali pembicaraan mekanika kuantum, disajikan postulat-postulat dasar mekanika kuantum:

Postulat I: Setiap sistem fisis dinyatakan dengan fungsi gelombang atau fungsi keadaan, $\psi(\vec{r}, t)$, yang secara implisit memuat informasi lengkap mengenai observabel-observabel yang dapat diketahui pada sistem tersebut.

Fungsi Gelombang

Fungsi gelombang suatu sistem, $\psi(\vec{r}, t)$, merupakan fungsi kebolehjadian menemukan sistem di posisi \vec{r} pada saat t , yang secara langsung memberikan rapat kebolehjadian, $\rho(\vec{r}, t)$, sebagai:

$$\rho(\vec{r}, t) \equiv \psi^*(\vec{r}, t)\psi(\vec{r}, t) = |\psi(\vec{r}, t)|^2, \quad (\text{III.1})$$

dengan tanda * menyatakan konjugat kompleks fungsi yang disertainya. Kebolehjadian menemukan sistem di posisi \vec{r} dalam elemen volume $d\tau$ pada saat t adalah

$$\rho(\vec{r}, t)d\tau = \psi^*(\vec{r}, t)\psi(\vec{r}, t)d\tau. \quad (\text{III.2})$$

Pengertian ini analog dengan massa dalam elemen volume sebagai hasil kali antara rapat massa dengan elemen volume tersebut,

$$dm = \rho_m dV.$$

Kebolehjadian dalam mekanika kuantum ini memenuhi hukum kontinuitas

$$\nabla \cdot \vec{S} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (\text{III.3})$$

sebagaimana dalam arus muatan (arus listrik)

$$\nabla \cdot \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Vektor \vec{S} pada persamaan (III-3) menyatakan rapat arus partikel, biasa disebut sebagai rapat arus kebolehjadian, yang menggunakan persamaan Schrödinger (dibahas pada bab Iv) dapat diturunkan sebagai

$$\vec{S} = \frac{\hbar}{2im} [\psi^*(\vec{r}, t)\nabla\psi(\vec{r}, t) - \nabla\psi^*(\vec{r}, t)\psi(\vec{r}, t)] \quad (\text{III.4})$$

dengan i adalah bilangan imajiner, dan m adalah massa sistem.

Sebagaimana disebutkan pada postulat 1 dimuka, fungsi gelombang $\psi(\vec{r}, t)$ memuat informasi mengenai semua observabel pada sistem. Ini berarti observabel-observabel pada sistem tersebut dapat diturunkan dari fungsi gelombangnya. Sebelum membicarakan hal ini, akan dibicarakan terlebih dahulu postulat 2 yang berkenaan dengan operator observabel.

Postulat II: Setiap observabel dinyatakan atau diwakili oleh suatu operator linear hermitan.

Operator

Operator adalah suatu instruksi matematis yang bila dikenakan atau dioperasikan pada suatu fungsi maka akan mengubah fungsi tersebut menjadi fungsi lain. Untuk operator \hat{O} dapat ditulis sebagai

$$\hat{O}\psi(\vec{r}, t) = \psi'(\vec{r}, t). \quad (\text{III.5})$$

[Tanda aksen ` bukan berarti diferensial atau turunan, tapi hanya untuk membedakan dengan fungsi asalnya].

Contoh:

$$\begin{aligned} \hat{O} \equiv \frac{\partial}{\partial t} &\rightarrow \hat{O}\psi(\vec{r}, t) = \frac{\partial \psi(\vec{r}, t)}{\partial t} \\ \hat{O} \equiv \frac{d}{dx} x &\rightarrow \hat{O}\psi(\bar{x}, t) = \frac{d}{dx}[x\psi(\bar{x}, t)] \\ &= \frac{dx}{dx}\psi(\bar{x}, t) + x \frac{d\psi(\bar{x}, t)}{dx} \\ &= \psi(\bar{x}, t) + x \frac{d\psi(\bar{x}, t)}{dx} \\ &= \left(1 + x \frac{d}{dx}\right)\psi(\bar{x}, t) \end{aligned}$$

Di sini diperoleh persamaan operator

$$\frac{d}{dx} x \equiv 1 + x \frac{d}{dx}. \quad (\text{III.6})$$

Operator dalam mekanika kuantum sebagai representasi suatu observabel bersifat linear, yakni memenuhi hubungan-hubungan

$$\hat{O}(c\psi) = c\hat{O}\psi ; c = \text{konstanta} \quad (\text{III.7a})$$

$$\hat{O}(\psi + \varphi) = \hat{O}\psi + \hat{O}\varphi \quad (\text{III.7b})$$

dan

$$(\hat{O}_1 + \hat{O}_2)\psi = \hat{O}_1\psi + \hat{O}_2\psi. \quad (\text{III.7c})$$

Swafungsi dan Swanilai

Fungsi hasil operasi suatu operator bisa merupakan kelipatan konstan dari fungsi asalnya, yakni

$$\hat{O}\psi(\vec{r}, t) = \lambda \psi(\vec{r}, t), \quad (\text{III.8})$$

dalam hal ini $\psi(\vec{r}, t)$ disebut **swafungsi** (eigen-function, fungsi diri), dan λ disebut **swanilai** (eigen-value, nilai diri) operator \hat{O} .

Contoh

$$\hat{O} \equiv \frac{d}{dx}, \psi(x) = a \exp(bx), \quad a \text{ dan } b \text{ konstanta}$$

$$\begin{aligned} \hat{O}\psi(x) &= ba \exp(bx) \\ &= b\psi(x). \end{aligned}$$

Di sini, b adalah swanilai operator d/dx yang berhubungan dengan swafungsi $a \exp(bx)$. Secara umum b bisa bernilai real maupun imajiner atau kompleks. Bila \hat{O} suatu operator mekanika kuantum (observabel), maka λ pasti real. Persamaan (II-8) disebut **persamaan swafungsi** operator \hat{O} . Suatu operator dapat mempunyai beberapa swafungsi (set eigen-function) dengan swanilainya masing-masing

$$\hat{O}\Phi_n(\vec{r}, t) = \lambda_n \Phi_n(\vec{r}, t). \quad (\text{III.9})$$

Operator Hermitan

Untuk setiap operator linear \hat{A} , terdapat operator \hat{B} demikian sehingga berlaku hubungan

$$\int f^*(\vec{r}, t) \hat{A}g(\vec{r}, t) d\tau = \int (\hat{B}f(\vec{r}, t))^* g(\vec{r}, t) d\tau \quad (\text{III.10})$$

dengan $f(\vec{r}, t)$ dan $g(\vec{r}, t)$ adalah fungsi-fungsi sebarang, dan integral $d\tau$ meliputi seluruh ruang. Pada persamaan (III-10), \hat{B} disebut \hat{B} **konjugat hermitan** operator \hat{A} . Apabila $\hat{A} = \hat{B}$, maka dikatakan \hat{A} bersifat **hermitan**. Jadi sifat hermitan operator \hat{A} dinyatakan dengan hubungan

$$\int f^*(\vec{r}, t) \hat{A} g(\vec{r}, t) dt = \int (\hat{A} f(\vec{r}, t))^* g(\vec{r}, t) dt \quad (\text{III.11})$$

Operator hermitan mempunyai perangkat swafungsi yang ortogonal, yaitu memenuhi syarat

$$\int \Phi_n^*(\vec{r}, t) \Phi_m(\vec{r}, t) dt = \delta_{mn} = \begin{cases} 1 & \text{jika } m = n \\ 0 & \text{jika } m \neq n \end{cases} \quad (\text{III.12})$$

δ_{mn} adalah delta kronecker. Perangkat fungsi Orthogonal dapat dinormalisir (menjadi perangkat fungsi ortonormal), yaitu

$$\Phi_n(\vec{r}, t) = N_n u_n(\vec{r}, t) \quad (\text{III.13})$$

yang memenuhi hubungan ortonormalisasinya.

Perangkat fungsi-fungsi ortonormal dapat dijadikan sebagai basis ruang fungsi atau ruang Hilbert, sehingga fungsi gelombang sebarang $\Phi(\vec{r}, t)$ dapat diuraikan atas komponen-komponen pada fungsi basis tersebut,

$$\Phi(\vec{r}, t) = \sum b_n u_n(\vec{r}, t) \quad (\text{III.14})$$

dengan

$$b_n = \int u_n^*(\vec{r}, t) \Phi(\vec{r}, t) dt \quad (\text{III.15})$$

adalah nilai komponen $\Phi(\vec{r}, t)$ pada basis $u_n(\vec{r}, t)$. Sebagai basis ruang Hilbert, perangkat fungsi-fungsi ortonormal juga bersifat bebas linear, yang secara singkat dikatakan bersifat lengkap.

Semua operator observabel bersifat hermitan, mempunyai perangkat swafungsi yang ortonormal (dapat dijadikan basis ruang Hilbert) dan dengan swanilai real.

Beberapa operator observabel diberikan pada Tabel III.1

No	Observabel	Operator
1.	Posisi: \vec{r}, x	$\hat{\vec{r}}, \hat{x} = \vec{r}, x$
2.	Momentum linear: \vec{p}, p_x	$\hat{\vec{p}} = -i\hbar\nabla, p_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$
3.	Momentum sudut: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$	$\hat{\vec{L}} = -i\hbar \vec{r} \times \nabla$

	L_x	$\hat{L}_x = -i\hbar \left(y \frac{\partial}{\partial z} - z \frac{\partial}{\partial y} \right)$
	L_z	$\hat{L}_z = -i\hbar \left(x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right)$ $\hat{L}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \phi}$
4.	Tenaga kinetik: $K = \frac{p^2}{2m}$	$\hat{K} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2$
5.	Tenaga total: E	$\hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$

Komutator

Operasi perkalian antara dua operator sering dilakukan (seperti halnya perkalian antara dua observabel). Pengoperasian perkalian operator pada suatu fungsi dilakukan berturut-turut dari yang paling depan (paling dekat dengan fungsi yang dikenai). Perkalian antara dua operator mekanika kuantum yang sering muncul, karena sifat kedua operator tersebut adalah komutator. Komutator antara dua operator \hat{A} dan \hat{B} didefinisikan sebagai

$$[\hat{A}, \hat{B}] \equiv \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}. \quad (\text{III.16})$$

Dari definisi di atas maka dapat diturunkan identitas-identitas berikut:

$$[\hat{A}, \hat{B}] \equiv -[\hat{B}, \hat{A}] \quad (\text{III.17a})$$

$$[\hat{A}, \hat{B}\hat{C}] \equiv [\hat{A}, \hat{B}]\hat{C} + \hat{B}[\hat{A}, \hat{C}] \quad (\text{III.17b})$$

$$[\hat{A}\hat{B}, \hat{C}] \equiv [\hat{A}, \hat{C}]\hat{B} + \hat{A}[\hat{B}, \hat{C}] \quad (\text{III.17c})$$

$$[\hat{A}, [\hat{B}, \hat{C}]] + [\hat{B}, [\hat{C}, \hat{A}]] + [\hat{C}, [\hat{A}, \hat{B}]] \equiv 0. \quad (\text{III.17d})$$

Apabila $[\hat{A}, \hat{B}] = 0$, maka dikatakan bahwa \hat{A} dan \hat{B} bersifat komut. Nilai observabelnya dapat diukur secara serentak dan pasti serta mempunyai swafungsi simultan (klasik). Sedangkan apabila $[\hat{A}, \hat{B}] \neq 0$, dikatakan \hat{A} dan \hat{B} tidak komut, dan

pengukuran observabelnya tidak bisa dilakukan secara serentak dan pasti (terikat pada prinsip ketakpastian Heisenberg, $\Delta A \cdot \Delta B \geq \hbar/2$).

Dikaitkan dengan sifat hermitannya, dapat dibuktikan bahwa komutator dari dua operator hermitan bersifat **anti-hermitan**, yakni memenuhi hubungan

$$\int \psi^*(\vec{r}, t) [\hat{A}, \hat{B}] \psi(\vec{r}, t) d\tau = - \int ([\hat{A}, \hat{B}] \psi(\vec{r}, t))^* \psi(\vec{r}, t) d\tau. \quad (\text{III.18})$$

Notasi Dirac

Untuk menuliskan suatu fungsi (vektor dalam ruang Hilbert), operasi integral dan sebagainya dapat digunakan notasi tertentu yang disebut **notasi Dirac**. Berikut beberapa contoh penulisan notasi Dirac:

Fungsi $g \rightarrow |g\rangle$; disebut vektor ket.

Fungsi $f^* \rightarrow \langle f|$; disebut vektor bra.

$$\hat{A}g \rightarrow \hat{A}|g\rangle$$

$$\int f^* \hat{A}g d\tau \rightarrow \langle f | \hat{A}g \rangle = \langle f | \hat{A} | g \rangle$$

$$\int u_n u_m d\tau = \delta_{nm} \rightarrow \langle u_n | u_m \rangle = \delta_{nm}$$

$$b_i = \int u_i \psi d\tau \rightarrow b_i = \langle u_i | \psi \rangle$$

Syarat hermitan operator \hat{A} ditulis sebagai

$$\langle f | \hat{A} | g \rangle = \langle \hat{A} f | g \rangle.$$

Postulat III: Pengukuran observabel A pada sistem dengan fungsi gelombang $|\psi(\vec{r}, t)\rangle = a_n |u_n(\vec{r}, t)\rangle$ yang merupakan swafungsi ternormalisir operator \hat{A} dengan swanilai a_n ,

$$\hat{A} |u_n(\vec{r}, t)\rangle = a_n |u_n(\vec{r}, t)\rangle,$$

akan menghasilkan nilai ukur yang pasti a_n , dan tanpa mengubah keadaan atau fungsi gelombangnya.

Apabila $|\psi(\vec{r}, t)\rangle$ bukan swafungsi operator \hat{A} , maka swafungsi tersebut dapat diuraikan atas basis yang merupakan swafungsi operator \hat{A} ,

$$|\psi(\vec{R}, t)\rangle = \sum_i b_i |u_i(\vec{r}, t)\rangle \quad (\text{III.19})$$

sehingga kebolehjadian bahwa pengukuran observabel A memperoleh hasil ukur a_n adalah

$$\begin{aligned} P(a_n) &= \left| \langle u_n(\vec{r}, t) | \psi(\vec{R}, t) \rangle \right|^2 \\ &= \left| \langle u_n(\vec{r}, t) | \sum_i b_i u_i(\vec{r}, t) \rangle \right|^2 \\ &= b_n^2 \end{aligned} \quad (\text{III.20})$$

Pada pengukuran observabel q secara klasik yang dilakukan n kali diperoleh kebolehjadian memperoleh suatu harga q_k adalah

$$P_k = \frac{n_k}{n}, \quad (\text{III.21})$$

dan nilai rata-rata pengukurannya adalah

$$\bar{q} = \sum P_k q_k. \quad (\text{III.22})$$

Konsep matematis nilai rata-rata ini juga berlaku pada mekanika kuantum yang dinyatakan oleh postulat 4 berikut.

Postulat IV: Nilai rata-rata pengukuran suatu observabel A yang sepadan dengan operator \hat{A} pada suatu sistem yang dinyatakan oleh fungsi gelombang $|\psi(\vec{r}, t)\rangle$, diberikan oleh nilai harap $\langle a \rangle$ sebagai

$$\begin{aligned} \langle a \rangle &= \langle \psi(\vec{r}, t) | \hat{A} | \psi(\vec{r}, t) \rangle \\ &= \sum |b_i|^2 a_i \end{aligned}$$

Dengan postulat nilai harap (*expectation value*) tersebut, ketakpastian pengukuran didefinisikan sebagai

$$\begin{aligned}
 (\Delta \mathbf{a})^2 &= (\mathbf{a} - \langle \mathbf{a} \rangle)^2 \\
 &= \langle \mathbf{a}^2 \rangle - \langle \mathbf{a} \rangle^2
 \end{aligned}
 \tag{III.23}$$

yang ekuivalen dengan deviasi standar dalam statistik. Selanjutnya, prinsip ketidakpastian untuk dua observabel saling berkonjugat kanonik (operatornya tak saling komut) \hat{A} dan \hat{B} diperoleh

$$(\Delta \mathbf{a})(\Delta \mathbf{b}) \geq \frac{\hbar}{2}.
 \tag{III.24}$$

Dalam bab ini baru disebutkan bahwa keadaan suatu sistem dinyatakan dengan suatu fungsi gelombang, dan suatu observabel dinyatakan dengan suatu operator. Di sini belum dibicarakan bentuk fungsi gelombang itu serta bagaimana memperolehnya, begitu juga pemberlakuan operator-operator observabel pada suatu sistem. Hal-hal yang disebutkan terakhir ini akan dibahas pada bab-bab selanjutnya.

Bab IV Persamaan Schrödinger

Pada kasus-kasus sederhana dan tinjauan yang kurang mendalam, postulat de Broglie telah dapat menjelaskan sifat gelombang partikel mikroskopik yang sesuai dengan eksperimen, seperti difraksi elektron dan atom hidrogen Bohr. Namun hipotesa tersebut belum dapat menerangkan secara detail, seperti mengenai bagaimana sifat perambatan gelombang tersebut dan bagaimana proses perubahan observabel gelombang apabila partikel mengenai perubahan keadaan.

Di samping keterbatasan "kemampuan" hipotesa de Broglie tersebut di atas, bisa diajukan pertanyaan, bagaimana bentuk persamaan dan fungsi gelombang partikel (sistem kuantum)? Kita ingat, bahwa persamaan gelombang tali (gelombang mekanis) dapat diturunkan dari hukum Newton dan persamaan gelombang elektromagnetik dapat diturunkan dari persamaan-persamaan Maxwell. Namun kita tidak bisa berharap bahwa persamaan gelombang partikel (kuantum) dapat diturunkan dari persamaan-persamaan atau hukum-hukum fisika klasik.

Untuk persoalan ini, Schrödinger telah berhasil mengembangkan teori mekanika kuantum, dengan apa yang biasa disebut **mekanika gelombang**. Dalam berbagai literatur diberikan beberapa cara untuk menurunkan persamaan gelombang kuantum yang lazim disebut **persamaan Schrödinger**. Di sini diberikan langsung bentuk persamaan Schrödinger, yakni dari persamaan operator Schrödinger Hamiltonan klasik

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \hat{V} = \hat{E} \quad (\text{IV.1})$$

dikenakan pada fungsi gelombang sistem (yang belum diketahui bentuknya), memberikan

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\vec{r}, t) + V(\vec{r}, t) \psi(\vec{r}, t) = -i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{r}, t). \quad (\text{IV.2})$$

Catatan: Tenaga potensial V , secara umum sebagai fungsi posisi dan waktu, $V = V(\vec{r}, t)$, namun dalam banyak kasus, khususnya yang dibahas dalam makalah ini hanya fungsi posisi saja, $V = V(\vec{r})$.

Persamaan (IV-2) adalah persamaan Schrödinger gayut waktu, yakni untuk sistem yang tenaganya sebagai fungsi waktu secara eksplisit. Untuk sistem dengan tenaga konstan, persamaan Schrödingernya dapat dituliskan sebagai

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(\vec{r},t)+V(\vec{r})\psi(\vec{r},t)=-i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(\vec{r},t)=E\psi(\vec{r},t), \quad (\text{IV.3})$$

$\psi(\vec{r},t)$ pada persamaan (IV-3) dapat difaktorkan atas dua fungsi variabel tunggal, masing-masing fungsi \vec{r} dan fungsi t , yakni

$$\psi(\vec{r},t)\equiv R(\vec{r})\theta(t). \quad (\text{IV.4})$$

Dengan pemisahan variabel ini persamaan (IV-3) memberikan dua persamaan diferensial,

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\theta(t)=E\theta(t) \quad (\text{IV.5})$$

dengan penyelesaian

$$\theta(t)=\exp\left(-\frac{iEt}{\hbar}\right), \quad (\text{IV.6})$$

dan

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2R(\vec{r})+V(\vec{r})R(\vec{r})=ER(\vec{r}) \quad (\text{IV.7})$$

dengan penyelesaian $R(r)$ yang tergantung pada bentuk $V(\vec{r})$. Dengan demikian, diperoleh penyelesaian persamaan Schrödinger sebagai fungsi gelombang sistem yang berbentuk

$$\Psi(\vec{r},t)=R(\vec{r})\exp\left(-\frac{iEt}{\hbar}\right). \quad (\text{IV.8})$$

Persamaan (IV-7) disebut persamaan Schrödinger tak gayut waktu, dan sistem tersebut dikatakan stasioner, karena fungsi gelombangnya (IV-8) memberikan rapat kebolehjadian

$|\Psi(\vec{r},t)|^2$ yang konstan terhadap waktu. Dengan mekanika Schrödinger ini, suatu sistem dapat dicari fungsi gelombangnya sebagai penyelesaian dari persamaan Schrödinger yang merupakan persamaan diferensial. Pada bab-bab selanjutnya dibicarakan implementasi mekanika Schrödinger pada berbagai sistem.