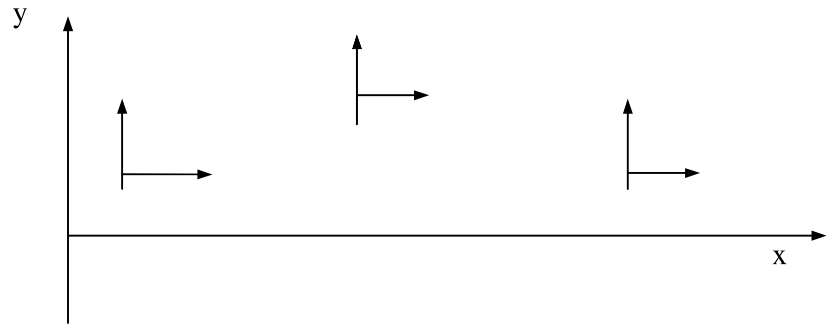
II. KINEMATIKA PARTIKEL

Kinematika adalah bagian dari mekanika yang mempelajari tentang gerak tanpa memperhatikan apa/siapa yang menggerakkan benda tersebut. Bila gaya penggerak ikut diperhatikan, maka apa yang dipelajari merupakan bagian dari dinamika.

Partikel adalah benda dengan ukuran yang sangat kecil. Partikel merupakan suatu pendekatan/model dari benda yang diamati. Pendekatan benda sebagai partikel dapat dilakukan bila benda melakukan gerak translasi murni. Gerak disebut gerak translasi bila selama bergerak sumbu kerangka acuan yang melekat pada benda (x',y',z') selalu sejajar dengan keranggka acuannya sendiri (x,y,z).



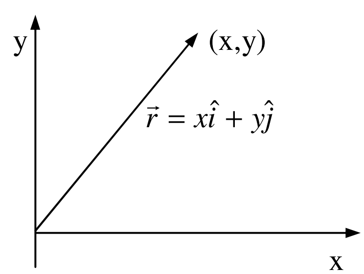
1. PERGESERAN, KECEPATAN dan PERCEPATAN

1.1. Pergeseran

Posisi dari suatu partikel di dalam suatu sistem koordinat dapat dinyatakan dengan vektor posisi:

$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$ 2.1

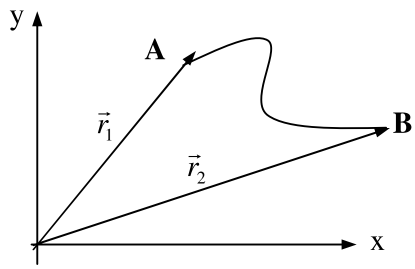
Jika posisi suatu partikel pada koordinat kartesian terdapat pada titik (x,y), maka vektor posisi dapat dinyatakan sebagai berikut :

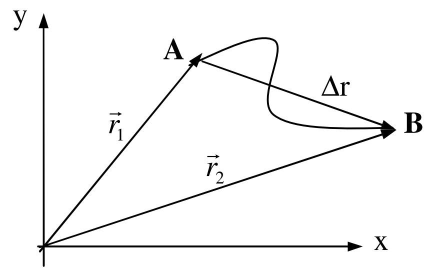


Partikel bergerak dari pisisi pertama $\vec{r}_1$ ke posisi kedua $\vec{r}_2$ melalui lintasan sembarang (tidak harus lurus). Pergeseran merupakan suatu vektor yang menyatakan perpindahan partikel dari posisi pertama ke posisi kedua melalui garis lurus. Dengan demikian, pergeseran didefinisikan:

$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ 2.2

Sebagai contoh: sebuah partikel pada saat t_1 berada pada posisi $\vec{r}_1$ bergerak pada suatu lintasan hingga pada saat t_2 sudah berada pada posisi $\vec{r}_2$. Maka perpindahan/ pergeseran partikel tersebut dinyatakan oleh $\Delta\vec{r}$.





1.2. Kecepatan

Pertikel bergerak dengan suatu lintasan tertentu. Pada saat $t_{1,}$ partikel berada pada posisi $\vec{r}_1$ dan pada saat t_2 partikel berada pada posisi $\vec{r}_2$. Kecepatan adalah pergeseran partikel tiap satuan waktu.

1.2.1. Kecepatan rata-rata

Kecepatan rata-rata didefinisikan sebagai perubahan posisi (perpindahan/pergeseran) suatu partikel selama selang waktu tertentu. Secara matematis dirumuskan :

$$\vec{v}_r = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \quad \text{.......... 2.3}$$

1.2.2. Kecepatan sesaat.

Kita dapat menghitung kecepatan pada saat tertentu dari sebuah partikel yang sedang bergerak. Kecepatan semacam itu kita beri nama sebagai kecepatan sesaat. Lihat persamaan 2.3 di atas, jika selang waktu pengukuran Δt dibuat mendekati harga nol maka diperoleh kecepatan sesaat, yaitu kecepatan pada saat t tertentu. Sehingga kecepatan sesaat dapat dirumuskan:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \quad \text{.......... 2.4}$$

Persamaan tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk :

$$v = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad \text{.......... 2.5}$$

Secara lebih umum jika kita menganalisis gerak dalam 2 dimensi, kecepatan sesaat *v* dinyatakan :

$$v = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{x}}{dt}\hat{i} + \frac{d\vec{y}}{dt}\hat{j} \quad \text{.......... 2.6}$$

$$v = v_x\hat{i} + v_y\hat{j}$$

1.3. Percepatan

Sebuah partikel seringkali mengalami perubahan kecepatan selama pergerakannya. Percepatan adalah sebuah besaran yang digunakan untuk menjelaskan kenyataan tersebut. Kita mendefinisikan percepatan sebagai perubahan kecepatan tiap satuan waktu.

1.3.1. Percepatan rata-rata

Percepatan rata-rata adalah perubahan kecepatan dalam selang waktu Δt. Secara matematis dirumuskan sebagai berikut:

$$\vec{a}_r = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \quad \text{.......... 2.7}$$

1.3.2. Percepatan sesaat

Kita dapat menghitung percepatan pada saat tertentu dari sebuah partikel yang sedang bergerak. Percepatan semacam itu kita beri nama sebagai percepatan sesaat. Lihat persamaan 2.7 di atas, jika selang waktu pengukuran Δt dibuat mendekati harga nol maka diperoleh percepatan sesaat, yaitu percepatan pada saat *t* tertentu. Sehingga percepatan sesaat dapat dirumuskan :

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Persamaan tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk :

$$a = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \text{.......... 2.8}$$

Secara lebih umum jika kita menganalisis gerak dalam 2 dimensi, percepatan sesaat *a* dinyatakan :

$$a = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}_x}{dt}\hat{i} + \frac{d\vec{v}_y}{dt}\hat{j} \quad \text{.......... 2.9}$$
$$= a_x\hat{i} + a_y\hat{j}$$

2. GERAK DALAM SATU DIMENSI dengan PERCEPATAN KONSTAN

Sebuah partikel dikatakan melakukan gerak satu dimensi jika selama pergeserannya partikel hanya melibatkan satu sumbu koordinat saja untuk menunjukan arah gerakannya. Sebagai contoh sebuah partikel yang bergerak di atas permukaan datar ke arah kanan dari suatu titik acuan atau sebuah partikel yang mengalami gerak jatuh bebas dari ketinggian tertentu. Kita biasa menggunakan sumbu x untuk menganalisis gerak pada arah horisontal dan sumbu y untuk gerak vertikal.

2.1. Gerak dalam arah sumbu x.

Gerak satu dimensi berarti partikel bergerak dalam satu arah saja, misalkan dalam arah sumbu x. Sehingga pergeseran, kecepatan dan percepatan gerak tersebut dinyatakan :

$$\vec{r} = x\hat{i}$$

$$\vec{v} = v_x\hat{i} \quad \ldots\ldots\ldots \; 2.9$$

$$\vec{a} = a_x\hat{i}$$

Sekarang kita akan merumuskan berbagai keadaan dalam gerak satu dimensi. Namun karena dalam gerak satu dimensi arah gerak sudah ditentukan maka kita akan menganalisis gerak tersebut sebatas besarnya saja. Perumusan kita akan dibatasi untuk gerak dengan Percepatan konstan.

Suatu partikel dikatakan mengalami gerak dengan percepatan konstan manakala partikel tersebut mengalami perubahan kecepatan yang tetap tiap satuan waktu. Kita telah mendefinisikan percepatan rata-rata pada persamaan 2.7.

$$\vec{a}_r = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Jika waktu mula-mula $t_1 = 0$ dan t_2 kita nyatakan sebagai selang waktu t, sedangkan v_1 dinyatakan sebagai kecepatan awal (v_o) dan v_2 merupakan kecepatan pada saat t yang dinyatakan dengan v_x, maka persamaan 2.7 dapat dinyatakan :

$$\vec{a}_r = \frac{\vec{v}_x - \vec{v}_0}{t - 0}$$

$$v_x = v_0 + a_r t \quad \ldots\ldots\ldots \; 2.10$$

Persamaan ini menunjukan bahwa pada selang waktu *t,* kecepatan telah bertambah sebesar $a_r t$.

Jika percepatan konstan, maka kita juga dapat menyatakan bahwa kecepatan rata-ratanya adalah kecepatan awal (v_o) ditambah kecepatan pada selang waktu t (v_x) dibagi dua :

$$v_r = \frac{v_0 + v_x}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \; 2.11$$

Berdasarkan persamaan 2.10, kita juga dapat mengatakan bahwa $v_r t$ menyatakan pertambahan posisi dalam selang waktu t. Dengan demikian maka posisi partikel dapat dinyatakan :

$$x = x_0 + v_r t \quad \ldots\ldots\ldots \; 2.12$$

Dengan mensubstitusikan persamaan 2.11 ke dalam persamaan 2.12, maka diperoleh :

$$x = x_0 + \tfrac{1}{2}(v_0 + v_x)t \quad \ldots\ldots\ldots \; 2.13$$

Sekarang kita subtitusikan persamaan 2.10 ke persamaan 2.13, sehingga diperoleh :

$$x = x_0 + \frac{1}{2}(v_0 + v_0 + at)t$$

Akhirnya diperoleh :

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \quad \text{..........} \quad 2.14$$

Berdasarkan persamaan 2.10 kita juga bisa merumuskan bahwa: $t = \dfrac{v_t - v_0}{a}$

Jika persamaan tersebut yang kita subtitusikan ke persamaan 2.13, maka diperoleh :

$$x = x_0 + \tfrac{1}{2}(v_0 + v_x)t$$

$$x = x_0 + \tfrac{1}{2}(v_0 + v_x)\left(\frac{v_x - v_0}{a}\right)$$

Jika kita selesaikan persamaan tersebut maka diperoleh :

$$v_x^{\,2} = v_0^{\,2} + 2a(x - x_0) \quad \text{..........} \quad 2.15$$

Pembahasan yang baru saja kita lakukan telah membawa kita pada suatu benang merah di mana kita dapat menghubungkan keempat variabel dalam kinematika, yaitu posisi, kecepatan, percepatan dan waktu dalam satu paket persamaan. Semua permasalahan tentang gerak partikel dapat diselesaikan dengan menggunakan 4 buah persamaan berikut :

$v_x = v_0 + at$	(tanpa : *x*)
$x = x_0 + \tfrac{1}{2}(v_0 + v_x)t$	(tanpa : *a*)
$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	(tanpa : v_t)
$v_x^{\,2} = v_0^{\,2} + 2a(x - x_0)$	(tanpa : *t*)

2.2. Gerak dalam arah sumbu y.

Persamaan gerak dalam arah sumbu *y* diturunkan persis sama dengan persamaan-persamaan yang sudah diperoleh pada bagian 2.1 di atas. Sehingga kita akan menuliskan keempat persamaan pokok gerak dalam arah sumbu *y* secara langsung sebagai berikut :

$v_y = v_0 + a_y t$	(tanpa : *y*)
$y = y_0 + \tfrac{1}{2}(v_0 + v_y)t$	(tanpa : *a*)
$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}a_y t^2$	(tanpa : v_t)
$v_y^{\,2} = v_0^{\,2} + 2a_y(y - y_0)$	(tanpa : *t*)

Contoh gerak dalam arah sumbu y adalah Gerak Jatuh Bebas dan Gerak Vertikal Ke atas.

2.2.1. Gerak Jatuh Bebas

Gerak jatuh bebas adalah kondisi khusus dari gerak dalam arah sumbu y. Suatu partikel dikatakan mengalami Gerak Jatuh Bebas ketika partikel tersebut jatuh dari ketinggian tertentu (y_o) dengan kecepatan awal $v_o = 0$ dan dipercepat ke bawah oleh percepatan gravitasi bumi (g). Dengan kata lain, pada Gerak Jatuh Bebas diberlakukan $v_o = 0$, $y_o = 0$ dan $a_y = g$. Karena arah gerak selalu ke bawah, maka arah ke bawah diberi tanda positip. Dengan memasukan batasan-batasan tersebut dalam 4 persamaan pokok gerak 1 dimensi diperoleh persamaan-persamaan untuk Gerak Jatuh Bebas sebagai berikut:

$$v_y = gt \quad \text{......} \quad 2.16$$

$$y = \tfrac{1}{2} v_y t \quad \text{......} \quad 2.17$$

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \quad \text{......} \quad 2.18$$

$$v_y^2 = 2gy \quad \text{......} \quad 2.19$$

2.2.2. Gerak Vertikal Ke atas

Gerak vertikal ke atas terjadi manakala suatu partikel dilemparkan secara vertikal ke atas (membentuk sudut 0^0 terhadap sumbu y) dengan kecepatan awal (v_0) tertentu. Partikel akan mengalami percepatan negatif (perlambatan) akibat adanya percepatan gravitasi bumi (g) pada arah yang berlawanan dengan arah kecepatan. Karena mengalami perlambatan maka pada saat tertentu partikel akan mencapai titik tertingginya (berhenti) lalu terjatuh. Berdasarkan definisi tersebut, maka kita dapat menurunkan paket persamaan untuk Gerak Vertikal Ke Atas sebagai berikut :

$$v_y = v_0 - gt \quad \text{......} \quad 2.20$$

$$y = y_0 + \tfrac{1}{2}(v_0 + v_y)t \quad \text{......} \quad 2.21$$

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \quad \text{......} \quad 2.22$$

$$v_y^2 = v_0^2 - 2g(y - y_0) \quad \text{......} \quad 2.23$$

3. GERAK DUA DIMENSI

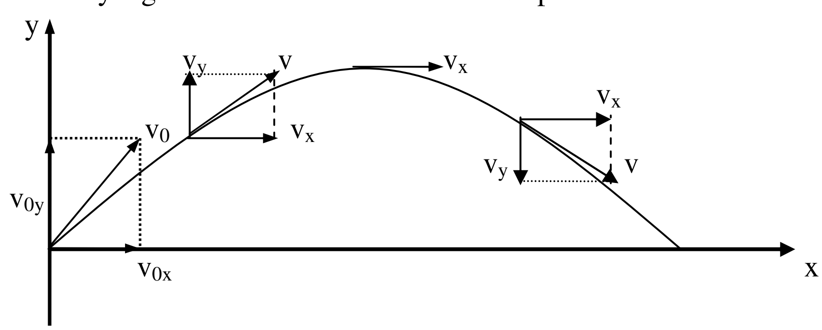
Gerak dua dimensi adalah suatu gerak partikel yang lintasannya dapat diuraikan ke dalam komponen gerak pada arah sumbu *x* dan sumbu *y*. Artinya dalam Gerak Dua Dimensi ini kita akan menggabungkan persamaan-persamaan pokok pada gerak dalam arah sumbu x dan persamaan-persamaan pokok gerak pada arah sumbu y.

Komponen Gerak Dalam Sumbu x	Komponen Gerak Dalam Sumbu y
$v_x = v_0 + at$	$v_y = v_0 + a_y t$
$x = x_0 + \frac{1}{2}(v_0 + v_x)t$	$y = y_0 + \frac{1}{2}(v_0 + v_y)t$
$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}a_y t^2$
$v_x^{\ 2} = v_0^{\ 2} + 2a(x - x_0)$	$v_y^{\ 2} = v_0^{\ 2} + 2a_y(y - y_0)$

Kita akan menunjukan beberapa contoh Gerak Dua Dimensi diantaranya Gerak Peluru dan Gerak Melingkar.

3.1. Gerak Peluru

Gerak peluru merupakan gerak dalam 2 dimensi (bidang). Contoh kongkrit dari gerak ini adalah gerak peluru yang dilepaskan dari sebuah pemicu (misalnya: pistol) dengan membentuk sudut tertentu dari arah horisontalnya. Lintasan yang terbentuk adalah sebuah kurva parabolik.



Posisi awal peluru terletak di pusat koordinat, jadi $x_0 = 0$ dan $y_0 = 0$. Peluru mempunyai kecepatan awal v_0. Kecepatan awal peluru ini dapat diuraikan menjadi komponen-komponennya :

$$v_{0x} = v_0 \cos \theta$$
$$v_{0y} = v_0 \sin \theta$$

Setelah peluru melayang di udara, pada peluru hanya bekerja percepatan gravitasi yang arahnya ke bawah:

$$a_y = -g$$
$$a_x = 0$$

Berdasarkan keadaan sebagaimana yang telah diuraikan, persamaan gerak yang digunakan dalam menganalisis gerak peluru adalah sebagai berikut:

Komponen Gerak Dalam Sumbu x	Komponen Gerak Dalam Sumbu y
$v_x = v_o \cos\theta$ $x = (v_o \cos\theta)t$	$v_y = v_0 \sin\theta - gt$ $y = 1/2\,(v_0 \sin\theta + v_y)\,t$ $y = (v_0 \sin\theta)\,t - 1/2\,g\,t^2$ $v_t^2 = (v_0 \sin\theta)^2 - 2gy$

Besar kecepatan partikel pada saat t adalah :

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad \text{.......} \quad 2.24$$

Arah kecepatan terhadap sumbu x diperoleh dengan mengukur kemiringan antara kedua vektor kecepatan. Secara matematis dirumuskan:

$$\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x} \quad \text{.......} \quad 2.25$$

Dengan mensubstitusikan *t* dari persemaan posisi *x* ke persamaan posisi *y*:

$$x = (v_o \cos\theta)t$$

$$y = (v_o \sin\theta)t - \tfrac{1}{2} g t^2$$

diperoleh:

$$y = (\tan\theta)x - \left[g/(2v_o^2 \cos^2\theta)\right]x^2 \quad \text{.......} \quad 2.26$$

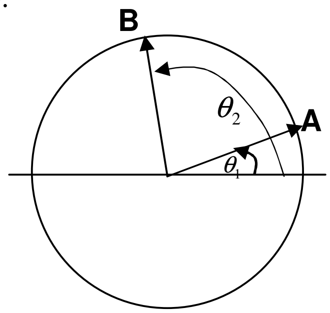
Pola persamaan 2.26 dapat dituliskan:

$$y = Ax - Bx^2$$

Berdasarkan persamaan tersebut tampak bahwa secara matematis lintasan peluru berupa lintasan parabolik.

3.2.Gerak Melingkar

Gerak melingkar adalah gerak suatu benda pada lintasan yang berbentuk lingkaran (melingkar).



3.2.1 Kecepatan Sudut dan Kecepatan Linier

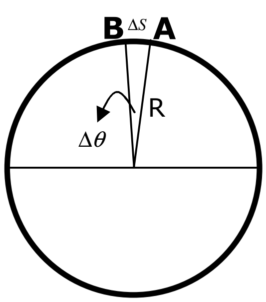
Suatu partikel pada saat t_1 berada di titik A telah menempuh sudut sebesar θ_1, pada t_2 telah berada di titik B dan menempuh sudut sebesar θ_2. Maka kecepatan sudut dinyatakan:

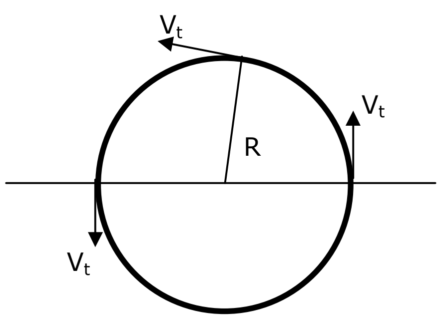
$$\omega = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} \quad \text{.......} \quad 2.27$$

Kecepatan sudut didefinisikan sebagai perubahan sudut yang ditempuh pada selang waktu tertentu. Jika Δt dibuat sangat kecil (mendekati nol), maka diperoleh kecepatan sudut sesaat pada waktu t:

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \quad \text{.......} \quad 2.28$$

Selain kecepatan sudut, pada gerak melingkar juga bisa dianalisis kecepatan linier (kecepatan singgung). Kita misalkan partikel berpindah dari titik A ke titik B pada lintasan lingkaran yang berjari-jari R.





Perubahan sudut selama pergerakan untuk menempuh panjang busur ΔS adalah $\Delta\theta$. Maka kita dapat membuat hubungan:

$$\Delta \theta = \frac{\Delta S}{R} \quad \text{.......} \quad 2.29$$

Jika persamaan 2.29 semua ruas dibagi dengan Δt, maka diperoleh:

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{1}{R}\frac{\Delta S}{\Delta t} \quad \text{.......... 2.30}$$

Kini dibuat Δt mendekati nilai nol, maka diperoleh:

$$\lim \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{1}{R}\lim\frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$$\omega = \frac{1}{R}V_T \quad \text{.......... 2.31}$$

Dengan demikian, dapat diperoleh hubungan antara kecepatan singgung (V_T) dengan kecepatan sudut (ω) sebagai berikut:

$$V_T = \omega R \quad \text{.......... 2.32}$$

Kecepatan singgung V_T menunjukan kecepatan tangensial (linier) dari sebuah gerak melingkar.

3.2.1 Percepatan Sudut dan Percepatan Linier

Jika selama gerak kecepatan sudut benda berubah sebesar Δω dalam selang waktu Δt, dikatakan benda mempunyai percepatan sudut. Percepatan sudut rata-rata didefinisikan sebagai perubahan kecepatan sudut tiap satuan waktu:

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad \text{.......... 2.33}$$

Jika Δt dibuat mendekati harga nol, maka akan diperoleh percepatan sudut sesaat, yaitu percepatan sudut pada saat t.

$$\alpha = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad \text{.......... 2.34}$$

Berdasarkan dalil rantai:

$$\alpha = \frac{d\omega}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \frac{d\omega}{d\theta}\omega = \omega\frac{d\omega}{d\theta} \quad \text{.......... 2.35}$$

Jenis paling sederhana gerak melingkar dengan percepatan adalah apabila gerak tersebut memiliki percepatan sudut yang tetap. Dalam kejadian seperti ini, perumusan persamaan-persamaan gerak melingkar dapat diperoleh sebagai berikut:

Jika $\frac{d\omega}{dt} = \alpha = \text{konstan}$, maka dapat dituliskan bahwa:

$$\int d\omega = \int \alpha \, dt$$
$$\omega = \alpha t + \omega_0 \qquad \text{.......... 2.36}$$

Persamaan 2.36 merupakan persamaan untuk mencari kecepatan sudut pada saat t jika diketahui percepatan sudut α dan kecepatan sudut awal ω_0. Jika persamaan 2.36 tersebut disubtitusikan pada persamaan 2.28, diperoleh:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$
$$d\theta = \omega dt = (\alpha t + \omega_0)dt \qquad \text{.......... 2.37}$$

Persamaan 2.37 diselesaikan dengan cara mengintegralkan kedua ruas, maka diperoleh:

$$\int d\theta = \int (\alpha t + \omega_0)dt$$
$$\theta = \omega_0 t + \tfrac{1}{2}\alpha t^2 + \theta_0 \qquad \text{.......... 2.38}$$

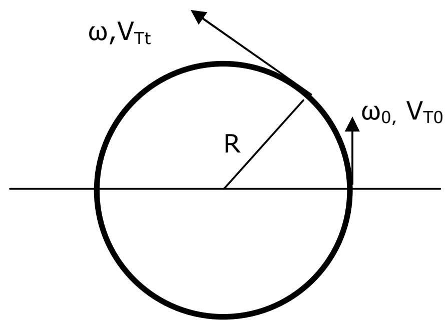
Jika kita menyelesaikan persamaan dalil ranatai (persamaan 2.35) dengan cara mengintegralkan kedua ruasnya, maka diperoleh bentuk lain dari persamaan gerak melingkar sebagai berikut:

$$\alpha = \omega \frac{d\omega}{d\theta}$$
$$\int \alpha d\theta = \int \omega d\omega$$
$$\alpha\theta = \frac{1}{2}\omega^2 - \frac{1}{2}\omega_0^{\ 2}$$
$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta \qquad \text{.......... 2.39}$$

Sampai di sini kita telah melihat betapa persamaan-persamaan gerak melingkar begitu mirip dengan persaaan pada gerak linier.

Sekarang kita akan menganalisis efek percepatan sudut pada gerak melingkar terhadap gerak liniernya. Diumpamakan suatu partikel bergerak melingkar berubah beraturan (percepatan sudut tetap). Pada saat t_o benda bergerak dengan kecepatan ω_o, lalu dipercepat oleh percepatan sudut tertentu sehingga pada saat t kecepatan sudut telah berubah menjadi ω. Akibat adanya perubahan kecepatan sudut ini, kecepatan singgung juga mengalami perubahan:

$$\Delta v_T = R\omega - R\omega_0 = R\Delta\omega \qquad \text{.......... 2.40}$$



Adanya perubahan kecepatan singgung V_T (kecepatan tangensial), menunjukan juga adanya percepatan pada arah tangensial.

$$a_T = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_T}{\Delta t} = R \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \qquad \text{.......... 2.41}$$

Diperoleh:

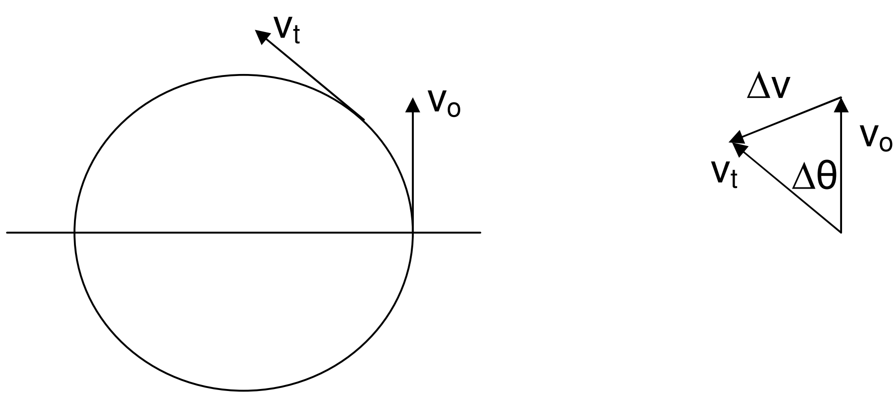
$$a_T = R\alpha \qquad \text{.......... 2.42}$$

Percepatan tersebut searah dengan arah kecepatan singgungnya, dan oleh karena itu disebut sebagai percepatan tangensial.

Berdasarkan uraian tersebut, dapat dijelaskan bahwa percepatan tangensial terjadi karena adanya percepatan sudut. Secara rinci dapat disebutkan bahwa adanya percepatan sudut mengakibatkan perubahan kecepatan sudut, perubahan kecepatan sudut mengakibatkan perubahan kecepatan singgung (kecepatan tangensial), perubahan kecepatan singgung/tangensial menunjukan adanya percepatan tangensial.

Pertanyaannya, apakah pada gerak melingkar beraturan, yaitu gerak melingkar dengan kecepatan sudut tetap (percepatan sudut = 0), benda memiliki percepatan linier?

Pada gerak melingkar beraturan, partikel bergerak dengan besar kecepatan konstan, tetapi arah kecepatan tidak konstan/berubah. Hal ini mengakibatkan, partikel tersebut juga mengalami percepatan linier. Ingat kembali definisi umum tentang percepatan sebagai perubahan kecepatan tiap satuan waktu. Kecepatan merupakan besaran vektor (memiliki besar sekaligus arah). Akibatnya, percepatan timbul karena adanya perubahan besar maupun arah kecepatan atau kedua-duanya. Walaupun besar kecepatan konstan (panjang vektor $v_o = v_t$), namun jika terjadi perubahan arah gerakan maka timbul juga perubahan kecepatan. Adanya perubahan kecepatan menunjukan adanya percepatan.



Meskipun panjang vektor Vo = Vt, namun arah keduanya tidaklah sama, sehingga menimbulkan adanya selisih vektor Vt dan Vo seperti yang ditunjukan oleh gambar. Dengan demikian, dapat diturunkan persamaan percepatan sebagai berikut:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} v \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = v \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \qquad \text{.. 2.43}$$

Sehingga diperoleh:

$$a = v\omega \qquad \text{.. 2.44}$$

Dengan mensubtitusikan persamaan 2.31 ke dalam persamaan 2.44, maka diperoleh:

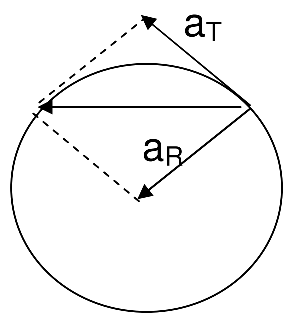
$$a_R = v_T \omega = \frac{v_T^2}{R} \qquad \text{... 2.45}$$

Karena percepatan tersebut selalu berarah pada pusat lingkaran, maka kita menamainya sebagai percepatan radial (a_R).

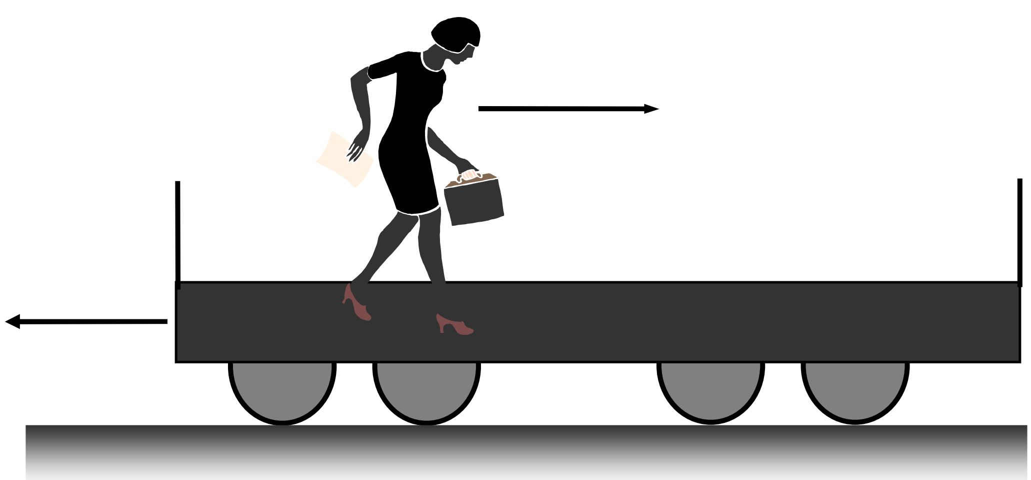
Dengan demikian, pada gerak melingkar beraturan masih dijumpai adanya percepatan linier yaitu percepatan radial. Percepatan ini muncul karena adanya perubahan arah kecepatan tangensial.

Berdasarkan uraian di atas, kita telah menemukan dua komponen percepatan linier pada gerak melingkar, yaitu percepatan tangensial dan percepatan radial. Kedua percepatan memiliki perbedaan arah yang saling tegak lurus, sehingga resultan antara keduanya dirumuskan:

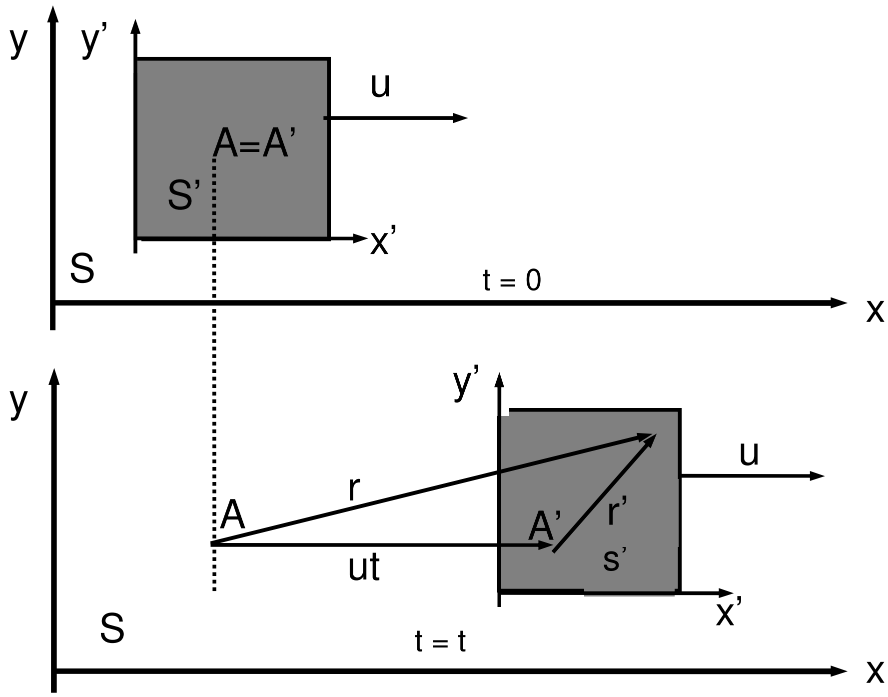
$$a = \sqrt{a_R^2 + a_T^2} \qquad \text{.......... 2.46}$$



4. KECEPATAN DAN PERCEPATAN RELATIF



Bila suatu partikel bergerak dalam suatu kerangka (S') dan kerangka tersebut juga bergerak terhadap kerangka diam (S) yang lain, maka kecepatan dan percepatan partikel tersebut tergantung pada kerangka mana dilihat.



Pada saat $t = 0$ partikel menurut kerangka S berada di titik A dan menurut kerangka S' berada di titik A', dimana kedua titik tersebut berimpit. Bila kerangka S' bergerak dengan kecepatan konstan u sejajar sumbu x maka pada saat $t = t$ titik A' telah bergeser sejauh *ut* dari A. Apabila titik A' bergerak dalam kerangka S' sejauh r' maka posisi partikel dilihat oleh kerangka S adalah r, dimana:

$r = ut + r'$ 2.47

Jika persamaan 2.47 tersebut diturunkan terhadap waktu diperoleh:

$dr/dt = u + dr'/dt$

$v = u + v'$ 2.48

Jadi kecepatan partikel relatif terhadap kerangka S, yaitu v, merupakan jumlah vektor kecepatan v' (kecepatan partikel terhadap kerangka S') dan u (kecepatan kerangka S' terhadap S).
Karena *u* konstan maka jika persamaan 2.48 diturunkan sekali lagi terhadap waktu akan diperoleh:

$dv/dt = du/dt + dv'/dt$

$dv/dt = dv'/dt$

$a = a'$.. 2.46

Dapat dikatakan bahwa dalam kerangka yang bergerak relatif terhadap kerangka lain dengan kecepatan konstan, percepatannya akan nampak sama.