BAB 6:
ESTIMASI PARAMETER (2)

1. ESTIMASI PROPORSI POPULASI

Proporsi merupakan perbandingan antara terjadinya suatu peristiwa dengan semua kemungkiana peritiwa yang bisa terjadi. Besaran proporsi dalam sampel banyak dipakai dalam penelitian untuk mengestimasi proporsi dalam populasi. Misalnya untuk mengestimasi proporsi karyawan berpendidikan sarjana, digunakan proporsi antara karyawan berpendidikan sarjana dengan bukan sarjana. Untuk mengetahui tingkat cacat barang dalam produksi, digunakan dalam bentuk proporsi yaitu perbandingan antara barang cacat dalam setiap 1.000 barang yang diproksi.

Estimasi parameter populasi dapat dilakukan dengan menggunakan proporsi sampel., dengan rumus proporsi populasi adalah:

$$\Pi = \frac{X}{N}$$

Sedangkan besaran proporsi sampel, dilambangkan:

$$p = \frac{x}{n}$$

Dimana: Π; p = Proporsi populasi (sampel)
X; x = jumlah variabel yang ditanyakan (jumlah sukses)
N; n = jumlah anggota populasi (sampel)

Contoh:

Dari lima mahasiswa manajemen UNY, dimintai komentarnya tentang suasana belajar di UNY, dan didapat informasi sebagai berikut:

A	B	C	D	E
SUKA	TIDAK	SUKA	SUKA	TIDAK

Berapa proporsi mahasiswa yang suka belajar di UNY?

Apabila: n = jumlah anggota sampel = 5
x = kejadian suka (sukses) = 3
x’ = kejadian tidak suka (gagal) = 2

Maka, proporsi mahasiswa yang suka belajar di UNY adalah:

$$p = \frac{x}{n}$$

$$= 3/5$$

$$= 0.6$$

Estimasi proporsi sampel bisa dilakukan menggunakan distribusi normal apabila ukuran sampel yang digunakan (n) cukup besar. **Dalam hal ini ukuran sampel dianggap cukup besar apabila n.p ≥ 5 dan n.q ≥ 5;** dimana n = besar sampel; p = proporsi sukses; q = proporsi tidak sukses (gagal) yaitu sebesar 1-p

Logika yang digunakan dalam estimasi proporsi populasi sama dengan ketika kita membangun rumus estimasi mean populasi. Secara ringkas, rumus estimasi proporsi Π adalah sebagai berikut:

$\Pi = p \pm Z.S_{p.}$;

dimana: Π = Proporsi kejadian sukses dari populasi yang diestimasi
p = proporsi kejadian sukses dari sampel
z = nilai distribusi normal
Sp = standar deviasi sampling = standar error = √ (p.q)/n

Contoh:

Dari suatu populasi (tidak diketahui jumlahnya) diambil 100 orang sebagai sampel, dan diketahui bahwa 65 orang diantaranya adalah perokok. Buatlah estimasi proporsi perokok dari populasi dengan menggunakan derajat keyakinan 95%.

Jawab:

Diketahui:

n = 100 (jumlah semua observasi)

x = 65 (jumlah perokok)

Ditanyakan : estimasi proporsi populasi perokok

Jawab:

p = 65 / 100 = 0.65 (proporsi sampel perokok)

q = 1 – p = 1.65 = 0.35 (proporsi sampel bukan perokok)

Estimasi bisa dilakukan menggunakan distribusi normal, karena np = 65; dan nq = 35 yang berrti jumlahnya cukup besar (≥ 5);

Standar error = $S_{p.}$ = √ (p.q)/n

= √ (0.62 x 0.35) / 100

= 0.048

Derajat keyakinan = 95%, maka nilai z = ± 1.96

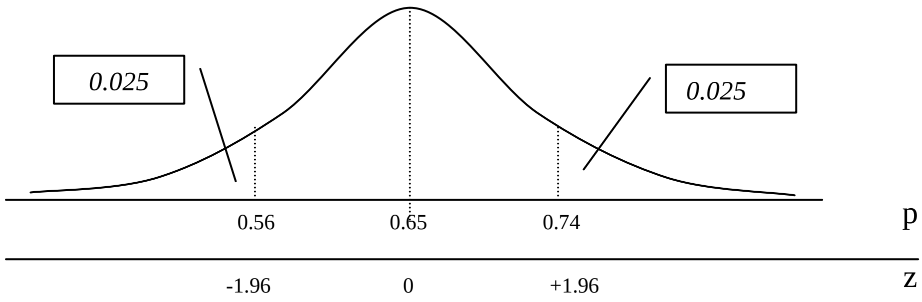
Estimasi proporsi populasi perokok = $\Pi = p \pm Z.S_{p.}$;

= 0.65 ± 1.96(0.048)

= 0.65± 0.09

= 0.56 sampai dengan 0.75

Jadi, dengan derajat keyakianan 95%, diestimasi bahwa proporsi perokok dari populasi adalah antara 0.56 sampai dengan 0.75



2. ESTIMASI BEDA DUA MEAN POPULASI

Dilakukan untuk menaksir beda rata-rata dari sebuah variabel pada dua buah populasi. Beberapa contoh dalam kasus ini misalnya: mengestimasi beda rata-rata pendapatan pekerja di perusahaan konveksi A dan perusahaan konveksi B; Menestimasi beda rata-rata antara kinerja pekerja shif malam dengan pekerja shif siang; Beda model kepemimipinan antara sebelum mendapatkan pelatihan ESQ dengan sesudah mendapatkan pelatihan ESQ.

Dua buah sampel yang diambil dari dua buah populasi bisa bersifatindependent atau dependent. Dua buah populasi dikatakan independent apabila anggota sampel pertama tidak berkaitan dengan anggota ampel kedua. Misalnya ingin diketahui beda rata-rata IPK mahasiswa pria dengan mahasiswa wanita. Karena (populasi) mahasiswa pria tidak mungkin juga menjadi anggota (populasi) mahasiswa wanita, maka dikatakan kedua sampel tersebut independent.

Sedangkan sampel diambil dari populasi yang dependent, apabila anggota sampel sampel yang satu dipengaruhi atau tergantung oleh anggota sampel kedua. Misalnya, ingin diketahui beda rata-rata pendapatan karyawan antara sebelum krisis moneter dengan sesudah krisis moneter. Dalam hal ini, karena anggota sampel pertama juga anggota sampel kedua, maka dikatakan bahwa sampel tersebut diambil dari populasi yang dependent.

PENN BEDA DUA MEAN POPULASI YANG INDEPENDEN

Dari dua sampel yang diambil dari dua populasi (independen), kita bisa mencari nilai rata-rata sampel pertama (x_1), dan rata-rata sampel kedua (x_2). Selain itu juga bisa dicari standar deviasi populasi 1 (σ_1) dan standar deviasi populasi 2 (σ_2).

I. Rumus estimasi beda dua mean populasi independen untuk kondisi:

1. Sampel 1 dan sampel 2 adalah adalah sampel besar ($n_1 \geq 30$; dan $n_2 \geq 30$), dengan tidak mempedulikan bentuk populasi apakah berdistribusi normal ataukah tidak
2. Deviasi populasi (σ) diketahui:

$$(\mu_1 - \mu_2) = (x_1 - x_2) \pm Z.\, \sigma_{\underline{x1\text{-}x2}}$$

dimana:
- $(\mu_1 - \mu_2)$ = beda mean populasi yang diestimasi
- $(x_1 - x_2)$ = beda rata-rata mean dua sampel (dari data sampel yang diketahui)
- Z = nilai probabilitas yang ditetapkan peneliti
- $\sigma_{x1\text{-}x2}$ = Standar error beda dua mean populasi.

Standar error beda mean populasi ($\sigma_{x1\text{-}x2}$) didapat dengan rumus:

$$\sigma_{x1\text{-}x2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

dimana:
- σ_1 = standar deviasi populasi 1
- σ_2 = standar deviasi populasi 2
- n1 = besar sampel 1
- n2 = besar sampel 2

II. Rumus estimasi beda dua mean populasi independen untuk kondisi:

1. Sampel 1 dan sampel 2 adalah adalah sampel besar ($n_1 \geq 30$; dan $n_2 \geq 30$), dengan tidak mempedulikan bentuk populasi apakah berdistribusi normal ataukah tidak
2. Deviasi populasi **<u>(σ) tidak diketahui:</u>**

$$(\mu_1 - \mu_2) = (x_1 - x_2) \pm Z.\, S_{\underline{x1\text{-}x2}}$$

dimana: $S_{x1\text{-}x2}$ = Standar error beda dua mean populasi, yang didapat dari:

$$S_{x1\text{-}x2} = \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$$

dimana:
- S_1 = standar deviasi sampel 1
- S_2 = standar deviasi sampel 2
- n1 = besar sampel 1
- n2 = besar sampel 2

III. Rumus estimasi beda dua mean populasi independen untuk kondisi:

1. Salah satu atau kedua sampel adalah sampel kecil ($n_1 < 30$; dan/atau $n_2 < 30$). Dalam hal ini distribusi populasi (harus) berbentuk normal
2. Deviasi populasi (σ) diketahui:

$$(\mu_1 - \mu_2) = (x_1 - x_2) \pm Z.\ \sigma_{\underline{x1-x2}}$$ *(sama dengan rumus untuk kondisi a)*

dimana:

$$\sigma_{x1-x2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

IV. Rumus estimasi beda dua mean populasi independen untuk kondisi:

1. Salah satu atau kedua sampel adalah sampel kecil ($n_1 < 30$; dan/atau $n_2 < 30$). Dalam hal ini distribusi populasi (harus) berbentuk normal
2. Deviasi populasi **(σ) tidak diketahui** (harus diasumsikan bahwa $\sigma 1$ dan $\sigma 2$ besarnya sama:

$$(\mu_1 - \mu_2) = (x_1 - x_2) \pm t.\ \delta_{\underline{x1-x2}}$$

dimana:

$\delta_{\underline{x1-x2}}$ = Standar error beda dua mean untuk distribusi t

Standar error beda dua mean untuk distribusi t didapat dengan rumus:

$$\delta_{\underline{x1-x2}} = \sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2}{n_1} + \frac{\hat{\sigma}^2}{n_2}}$$

dimana: $$\hat{\sigma}^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

NB: untuk mencari nilai t, digunakan derajat bebas n1 + n2 -2

CONTOH 1:

Data tentang pendapatan karyawan di dua perusahaan adalah sebagai berikut:

Sampel dari populasi 1: n1 = 80; X1 = 2.500; s1 = 150;
Sampel dari populasi 2: n2 = 75; X2 = 2.300; s2 = 100;

Carilah estimasi untuk beda du mean populasi (estimasi $\mu 1$ - $\mu 2$) dengan derajat keyakinan 95%.

Jawab:

- n1 = 80 dan n2 = 75, berarti sampel besar. dan standar deviasi populasi (σ) tidak diketahui , maka kita menggunakan rumus II.

  $(\mu_1 - \mu_2) = (x_1 - x_2) \pm Z.\ S_{\underline{x1-x2}}$
- Dengan derajat keyakinan 95%, maka nilai z = 1.96
- $S_{x1-x2} = \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$

  $= \sqrt{\frac{150^2}{80} + \frac{100^2}{75}}$

  = 20.36
- $(\mu_1 - \mu_2) = (x_1 - x_2) \pm Z.\ S_{\underline{x1-x2}}$ *(rumus II)*

  Esimasi $\mu 1 - \mu 2$ = (2500-2300) ± 1.96 x 20.36

  = 200 ± 40

  = 160 sampai dengan 240

Jadi perbedaan rata-rata antara populasi 1 dengan populasi 2 diestimasi sekitar antara 160 sampai dengan 240.

CONTOH 2

Dari dua populasi baterai lithium, diambil masing-masing sebuah sampel, dan diperoleh data tentang daya tahan baterai lithium (dalam jam) sebagai berikut:

Sampel dari populasi 1: n1 = 12; X1 = 3.400; s1 = 240;
Sampel dari populasi 2: n2 = 8; X2 = 2.800; s2 = 210;

Standar deviasi populasi tidak diketahui, tetapi besarnya dianggap (diasumsikan) sama. Carilah estimasi untuk beda du mean populasi (estimasi $\mu 1$ - $\mu 2$) dengan derajat keyakinan 90%, apabila distribusi kedua populasi berbentuk normal dan standar deviasinya diasumsikan sama besar.

Jawab:

- Karena sampelnya adalah sampel kecil, (n1 = 12 dan n2 = 8, dan standar deviasi populasi tidak diketahui, maka kita menggunakan rumus IV.

Dengan derajat keyakinan 90%, α = 1 - 0.9 = 0.1 maka 1/2α = 0.05. Dan df (derajat bebas = n1 + n2 – 2 = 12 + 8 – 2 = 18; maka nilai $t_{0.05;18}$ = 1.734

- $$\hat{\sigma}^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

  $$= \frac{11(240)^2 + 7(210)^2}{12 + 8 - 2}$$

  $= 104.43$

- $(\mu_1 - \mu_2) = (x_1 - x_2) \pm t.\ \delta_{\underline{x1\text{-}x2}}$ *(rumus IV)*

  Esimasi μ1- μ2 = (3400-2800) $\pm$ 1.734 x 104.43

  = 600 $\pm$ 181

  = 419 sampai dengan 781

Jadi perbedaan rata-rata antara populasi 1 dengan populasi 2 diestimasi sekitar antara 419 sampai dengan 781.

ESTIMASI BEDA DUA MEAN POPULASI DEPENDEN

Syarat dua sampel dikatakan dependen (adanya sifat tergantungan) adalah adanya kesamaan sifat antara anggota-anggota dari dua kelompok sampel tersebut. Sifat seperti ini sering disebut sebagai sifat saling berpasangan. (*paired observation* atau *matched pairs*). Sebagai contoh, ingin diketahui bagaimana efektivitas suatu pelatihan dengamengetahui kinerja karyawan antara sebelum mengikuti pelatihan dengan sesudah pelatihan. Untuk itu dikumpulkan data kinerja karyawan sebelum pelatihan dipasangkan dengan kinerja masing-masing karyawan sesudah pelatihan.

Contoh lain misalnya ingin diketahui perbedaan efektifitas dua metode pelatihan karyawan, dimana dua pelatihan tersebut diikuti oleh karyawan dalam bidang yang sama yang (diasumsikan) mempunyai sifat yang seragam. Data yang dikumpulkan adalah kinerja karyawan sesudah pelatihan antara mereka yang mengikuti pelatihan metode 1 untuk dipasangkan dengan data tiapkaryawan yang mengkiuti pelathan metode 2.

Untuk mengestimasi beda dua mean populasi berpasangan ini, yang kita gunakan adalah estimasi beda tiap pasangan data. Untuk itu tiappasangan data kita hitung beda (selisihnya) sehingga kita mempunyai nilai baru yaitu nilai distribusi beda tiap pasangan data, dan kita notasikan dengan *d*.

Langkah melakukan estimasi selanjutnya adalah mengestimasi rata-rata beda populasi (D) dengan mengunakan rata-rata beda sampel d. <u>*Langkah selanjutnya sama persis seperti kita mengestimasi mean populasi, dengan perbedaan bahwa nilai yang diestimasi bukan nilai x tetapi nilai d.*</u>

CONTOH:

Ingin diketahui efektifitas pelatihan ketrampilan kerja di perusahaan XXX, yang berupa pelatihan metode A dan pelatihan metode B. Untuk masing-masing jenis pelatihan tersebut diambil sampel sebanyak 10 orang, dan hasilnya pengukuran kinerja terhadap dua sampel tersebut adalah sebagai berikut:

Karyawan No.	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*
Metode A	18	20	25	21	19	26	16	20	19	22
Metode B	20	19	21	22	21	22	15	18	16	23

Dengan derajat kepercayaan 90%, estimasi beda mean antara dua metode pelatihan tersebut disusun sebagai berikut:

- Karena n = 10 dan standar deviasi populasi (σ) tidak diketahui maka kita menggunakan uji t.
- t (df = n-1 = 9; α = 0.05) = 2.262
- Perhitungan nilai beda dua observasi adalah sebagai berikut:

No.	Metode		beda observasi = $x_1 - x_2$ = d	d^2
	A	B		
1	18	20	-2	4
2	20	19	1	1
3	25	21	4	16
4	21	22	-1	1
5	19	21	-2	4
6	26	22	4	16
7	16	15	1	1
8	20	18	2	4
9	19	16	3	9
10	22	23	-1	1
Jumlah	**206**	**197**	**Σd = 9**	**Σd^2 = 57**

- rata-rata beda dua observasi = d = Σd/n = 9/10 = 0.9
- Standar deviasi d = S = $\sqrt{\dfrac{\sum d^2 - n d^2}{n-1}}$

$$= \sqrt{\frac{57-(10)(0.9)^2}{10-1}}$$

= 2.33

- Standar error d = Sd = S / √n = 2.33 / √10 = 0.74
- Maka estimasi rata-rata beda dua populasi dependen = μd = d ± t.Sd

  μd = 0.9 ± 2.262.(0.74)

  = 0.9 ± 1.674

= -0.744 sampai dengan 2.574

- Jadi beda beda dua kinerja antara pelatihan metode 1 dengan pelatihan metode 2, adalah berkisar antara –0.744 sampai dengan 2.574.
- Demikian.

3. ESTIMASI BEDA DUA PROPORSI POPULASI

Dalam estimasi beda dua proporsi, kita melakukan pengamatan terhadap dua sampel dan menghitung proporsi untuk masing-masing sampel. Dalam hal ini:

n1 dan n2 = besar sampel 1 dan besar sampel 2
x1 dan x2 = kejadian sukses yang ditanyakan pada sampel 1 dan sampel 2
p1 dan p2 = peluang sukses pada sampel 1 dan sampel 2, yang besarnya = x/n
q1 dan q2 = peluang gagal pada sampel 1 dan sampel 2, dimana q = 1 – p

- Standar deviasi untuk tiap-tiap sampel dihitung dengan rumus:
  $S_{p1} = \sqrt{(p_1.q_1)/n_1}$ dan $S_{p2} = \sqrt{(p_2.q_2)/n_2}$
  Standar error dihitung dengan rumus: **$S_{p1-p2} = \sqrt{(S_{p1}^2 + S_{p2}^2)}$**
- Estimasi beda dua proporsi bisa dilakukan dengan menggunakan distribusi normal dengan syarat: **$n.p \geq 5$,** dan **$n.q \geq 5$;**
- Dalam estimasi beda dua proporsi, maka sampel dengan proporsi yang lebih besar ditempatkan sebagai proporsi pertama.

Rumus estimasi beda dua proporsi : $\mathbf{\Pi_1 - \Pi_2 = (p_1 - p_2) \pm Z.S_{p1-p2}}$

dimana:

Π1 - Π2 = beda proporsi dua populasi yang diestimasi
p1 –p2 = beda proporsi dua sampel (*ingat* $p_1 = x_1/n_1$; $p_2 = x_2/n_2$)
Z = nilai probabilitas distribusi normal
S_{p1-p2} = Standar error beda dua proporsi.

CONTOH:

Ingin diketahui bagaimana perbedaan sikap mahasiswa UNY angkatan 2006 dan 2007 terhadap keputusan Universitas atas perberlakuan kuliah malam. Diambil sampel sebanyak 100 mahasiswa angkatan 2006 dan sebanyak 65 orang menyatakan setuju. Sedangkan dari 120 mahasiswa angkatan 2007, sebanyak 40 orang yang menyatakan setuju. Buatlah estimasi 95% untuk mengestimasi beda siap (proporsi setuju) mahasiswa di kedua angkatan tersebut.

Jawab:

Nilai yang diperlukan:

$p_1 = x_1/n_1 = 65/100 = 0.65$; $q_1 = 1 - p_1 = 1 - 0.65 = 0.35$;
$S_{p1} = \sqrt{(p_1.q_1)/n_1} = \sqrt{(0.65 \times 0.35) / 100} = 0.048$

$p_2 = x_2/n_2 = 40/120 = 0,33$; $q_2 = 1 - p_2 = 1 - 0.33 = 0.67$
$S_{p2} = \sqrt{(p_2.q_2)/n_2} = \sqrt{(0.33 \times 0.67) / 120} = 0.043$

Standar error beda dua proporsi: $\mathbf{S_{p1\text{-}p2} = \sqrt{(S_{p1}^2 + S_{p2}^2)}}$
$= \sqrt{(0.048)^2 + (0.043)^2}$
$= 0.064$

Dengan derajat kepercayaan 95%, maka Z = 1.96

Estimasi Beda dua Proporsi:

$\Pi_1 - \Pi_2 = (p_1 - p_2) \pm Z.S_{p1\text{-}p2}$

$= (0.65 - 0.33) \pm (1.96).(0.064)$

$= 0.32 \pm 0.13$

$= 0.19$ sampai dengan 0.45

Jadi, diestimasi bahwa beda sikap yang menyatakan setuju antara mahasiswa angkatan 2006 dan angkatan 2007 sebesar sekitar 0.19 sampai dengan 0.45