ISBN : 978-979-25-0712-6

PROSIDING

SEMINAR NASIONAL

MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA

" Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"

Yogyakarta, 24 November 2007

Penyelenggara :
Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY
dengan
Himpunan Matematika Indonesia (Indo-MS)
Wilayah Jateng & DIY

Jurusan Pendidikan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta
2007

PROSIDING SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA

24 November 2007 FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta

Artikel-artikel dalam prosiding ini telah dipresentasikan dalam
*Seminar Nasional Matem*atika dan Pendidikan Matematika
pada tanggal 24 November 2007
di Jurusan Pendidikan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta

Tim Penyunting Artikel Seminar :

1. **Dr. Hartono**
2. **Dr. Djaelani**
3. **Dr. Rusgianto HS**
4. **Sahid, M.Sc.**

Jurusan Pendidikan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta
2007

SAMBUTAN KETUA PANITIA

Selamat datang di Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika yang diselenggarakan oleh Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY yang bekerja sama dengan Himpunan Matematika Indonesia (INDO MS) wilayah Jateng DIY.

Seminar dengan tema " *Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global*" bertujuan untuk saling mempertemukan para peneliti, praktisi, dan pemerhati bidang matematika dan pendidikan matematika, agar dapat saling bertukar pendapat dan informasi, serta bersinergi untuk kemajuan dan pengembangan matematika dan pendidikan matematika.

Booklet ini berisi satu makalah utama, susunan acara, kumpulan abstrak, dan jadwal sidang kelompok paralel, dengan harapan dapat membantu para peserta seminar dalam mengikuti kegiatan seminar ini. Secara umum, dapat kami laporkan bahwa selain makalah utama, ada kurang lebih 70 judul karya ilmiah dan hasil penelitian yang akan dipresentasikan dalam seminar ini. Makalah-makalah ini dikelompokkan menjadi 4, yaitu Pendidikan Matematika, Statistika, Matematika Murni, Matematika Terapan dan Komputer.

Dalam kesempatan yang baik ini, kami sampaikan banyak terima kasih kepada Prof. Suryo Guritno, Ph.D yang telah berkenan menjadi pemakalah utama. Terima kasih juga kami haturkan kepada seluruh peserta seminar ini atas partisipasinya dan kepada semua pihak yang telah membantu terselenggaranya seminar ini. Selajutnya, kami panitia mohon maaf apabila ada kekurangan-kekurangan dalam penyelenggaraan seminar ini.

Akhir kata, kami ucapkan selamat berseminar.

Yogyakarta, 22 November 2007
Ketua Panitia,

Atmini Dhoruri, M.S

Daftar Isi

Statistika (Ilmu Statistik) Untuk Penelitian

Oleh :
Suryo Guritno
Guru Besar Statistika FMIPA UGM

1. Pendahuluan

Dalam Milenium 3 pada abad ke-21, tantangan waktu mendatang yang semakin mendekat dan tidak akan mungkin dihindari, mau tidak mau ataupun tidak disukai, ditandai dengan era pasar bebas yang telah dimulai pada saat diberlakukannya kesepakatan perdagangan bebas AFTA di kawasan negara-negara ASEAN pada tahun 2003, kemudian dilanjutkan dengan diberlakukannya ditingkat negara-negara anggota APEC pada tahun 2010, dan akan diberlakukannya di tingkat dunia dalam skema WTO pada tahun 2020. Oleh karena saat tersebut pasti akan datang, yang penting untuk untuk diperhatikan adalah memusatkan perhatian terhadap semua aspek kehidupan yang telah kita alami sampai dengan saat ini, untuk menentukan **pengambilan keputusan** tentang langkah-langkah yang akan dipersiapkan bagi hari esok ataupun saat mendatang yang akan semakin penuh dengan tantangan, kompleksitas, dan ketidakpastian.

Walaupun tekanan era pasar bebas tersebut adalah dalam bidang ekonomi, kiranya dapat dipastikan akan berdampak pula pada bidang-bidang ilmu lain, sehingga untuk menghadapi dengan baik dan cermat hal-hal yang baru saja disampaikan, perlu dilakukan penelitian-penelitian yang pada dasarnya terlepas dari bidang ilmu yang ditekuni tetapi mungkin sekali saling terkait.

Penelitian-penelitian yang dilakukan di bidang ilmu manapun pada umumnya mempunyai tujuan sama, yaitu menjawab pertanyaan-pertanyaan

---

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

yang muncul dari masalah yang menarik perhatian penelitinya. Terlepas dari macam-macam penelitian yang dapat dilakukan, besarnya ruang lingkup yang diteliti selalu terbatas tetapi jawaban yang diinginkan dapat salah satu diantara dua alternatif berikut, yaitu : hanya berlaku untuk ruang lingkup yang diteliti tersebut saja **atau** dapat pula berlaku untuk ruang lingkup yang lebih luas (dari jawaban yang diperoleh). Jika hal yang mendapat perhatian adalah alternatif kedua, seperti yang dapat dibaca antara lain dalam Hicks (1982), Huck *et al* (1974) dan Kerlinger (1973), maka permasalahan yang akan dihadapi adalah bahwa kebenaran hasil yang akan diperoleh tidak dapat dijamin mutlak, yaitu tidak dapat 100% benar. Dengan demikian masalah ini perlu mendapat perhatian khusus.

Bagian 3 dari makalah ini akan membicarakan bagaimana cara melakukan perhatian khusus tersebut, yaitu dengan memanfaatkan Statistika. Dalam ruang lingkup Statistika atau Ilmu Statistik, jawaban yang diinginkan adalah jawaban untuk ruang lingkupyang lebih luas (**populasi**), tetapi semua obyek penelitian yang diteliti adalah suatu **sampel representatif** yang diambil atau difikirkan dapat diambil dari populasi yang menarik perhatian penelitinya.

Untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan yang menarik perhatian tersebut, seperti yang terdapat dalam referensi statistika pada umumnya, antara lain Daniel (1999), Hinkle *et al* (1979), Moore(1992), Ott (1984) digunakan **data**, yang akan dibicarakan dalam bagian 2, kemudian data tersebut dianalisis dengan salah satu atau beberapa metode statistika yang akan dibicarakan dalam bagian 5.

Pembahasan dalam makalah ini ditekankan pada alternatif kedua yang disebutkan di atas, sehingga peranan **statistika** atau **ilmu statistik** sebagai metode analisis data dalam penelitian dapat ditunjukkan.

2. Data, Variabel dan Konstan

Menurut Nasoetion (1997) data adalah kumpulan hasil pengamatan, perhitungan atau pengukuran terhadap obyek-obyek yang menjadi perhatian (yang dalam hal ini adalah obyek penelitian). Dengan demikian data dapat merupakan data populasi atau data sampel, walaupun dalam metode statistika yang dimaksud dengan data (= data statistik = statistik) biasanya adalah data sampel. Data dapat dibedakan paling tidak menurut hasilnya yaitu data kualitatif atau data kuantitatif, atau menurut skalanya yaitu nominal, ordinal, interval atau rasio.

Apa yang diamati, dihitung atau diukur disebut variabel jika datanya berbeda-beda, dan disebut konstan jika datanya tidak berbeda-beda dari obyek ke obyek. Sebagai contoh : jika sekelompok pasien kelas tiga suatu rumah sakit diamati, maka jenis kelamin, tinggi badan, berat badan, tekanan darah, dan golongan darah adalah variabel-variabel, sedangkan kelas tiga adalah konstan. Kadang-kadang konstan dapat juga dianggap sebagai variabel dengan data tidak berbeda-beda dari obyek ke obyek. Variabel dapat dibedakan antara lain menurut hasilnya yaitu variabel diskrit atau variabel kontinu, atau menurut peranannya apabila terdapat lebih dari satu variabel dan yang satu atau beberapa menentukan yang lain, yaitu variabel bebas atau variabel tak bebas.

Jika yang menarik perhatian dalam suatu penelitian adalah tentang suatu populasi, maka dari populasi tersebut akan ditentukan suatu atau beberapa variabel yang menarik perhatian si peniliti. Sebenarnya apabila distribusi atau sebaran dari harga-harga variabel (yang dalam hal ini adalah data populasi) tersebut diketahui, maka jawaban untuk pertanyaan yang manapun dalam penelitian tersebut akan dijawab. Dalam keadaan yang demikian penelitian terhadap populasi dimungkinkan sehingga penggunaan statistika tidak terlalu diperlukan. Sayangnya… karena berbagai alasan efisiensi seperti waktu, tenaga dan beaya, atau karena memang populasinya tidak mungkin diteliti, maka hal tersebut tidak akan dilakukan. Akibatnya perlu difikirkan cara untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan tentang populasi tanpa harus meneliti populasinya. Salah satu cara yang dapat dilakukan adalah menggunakan data sampel yang berarti penggunaan statistika diperlukan apabila hasil yang diperoleh ingin dapat dipertangungjawabkan dengan baik atau secara objektif dan optimal. Berikut ini akan diberikan tiga contoh permasalahan untuk menunjukkan bahwa untuk menjawab penelitian terhadap populasi penelitian menggunakan suatu sampel representatif untuk populasinya merupakan pilihan yang kiranya tidak dapat ditawar: 1) penelitian terhadap populasi mungkin dilakukan tetapi tidak dilakukan karena masalah waktu tenaga dan beaya, misalnya untuk mendapatkan informasi tentang prestasi sekelompok mahasiswa yang cukup banyak dalam waktu yang terbatas; 2) penelitian terhadap populasi mungkin dilakukan tetapi tidak akan pernah dilakukan, misalnya evaluasi baik tidaknya kualitas hasil produksi suatu pabrik makanan kaleng; dan 3) penelitian terhadap populasi tidak akan pernah dapat dilakukan, misalnya untuk mendapatkan gambaran tentang curah hujan sepanjang masa.

Jadi tidaklah terlampau berlebihan untuk mengatakan bahwa **statistika adalah satu-satunya** cara yang sebaiknya digunakan kalau diinginkan untuk menjawab populasi tanpa harus meneliti populasinya (kecuali ada cara lain).

Selanjutnya apabila data sampel yang digunakan untuk menyimpulkan populasi, beberapa hal yang perlu diperhatikan adalah: bagaimana cara mendapatkan data sampel (dari populasinya) yang representatif untuk (data) populasinya; bahwa data sampel yang digunakan adalah salah satu diantara sekian banyak sampel yang mungkin diambil dari populasinya; beberapa ukuran sampel yang harus dipilih agar supaya jawaban yang diinginkan dapat diandalkan dan beayanya seminimum mungkin; dan berapa banyaknya variabel yang harus menjadi perhatian.

Semua hal di atas perlu mendapat perhatian dan sangat bergantung kepada pemikiran yang terkait dalam penelitian atau tujuan penelitian masing-masing, dan bukan semata-mata pemikiran statistika.

3. Statistika

Menurut Nasoetion (1997) statistika adalah ilmu pengambilan keputusan berdasarkan informasi yang dikumpulkan secara tidak lengkap. Jadi jelaslah disini bahwa sebenarnya statistika adalah ilmu tentang (data) sampel. Dalam statistika dipelajari metode-metode statistika yang tepat untuk mengambil keputusan agar supaya kesimpulan yang dicapai untuk populasi berdasarkan (data) sampel dapat dipertanggung jawabkan secara obyektif.

Landasan pemikiran statistika sebenarnya adalah sebagai berikut:

> Apabila distribusi variabel (yang menarik perhatian peneliti atau yang ditentukan oleh populasi) dapat ditentukan berdasarkan (data) sampel, maka semua pertanyaan-pertanyaan yang ada kaitannya dengan variabel tersebut akan terjawab, sehingga berarti pertanyaan-pertanyaan tentang populasinya terjawab.

Ini berarti penelitian populasi sebenarnya identik dengan penelitian tentang peubah, vektor peubah, atau data populasi. Dengan demikian akan sangat menguntungkan kalau metode statistika yang dikembangkan berkaitan dengan distribusi yang umum, tetapi dapat ditunjukkan melalui penelitian-penelitian Statistika yang berkembang sampai saat ini masalah-masalah berkaitan dengan diatribusi yang khusus saja sudah dapat menghasilkan cukup banyak hasil penelitian, misalnya distribusi normal yang akan tertentu jika mean dan variansi tertentu. Disamping itu biasanya penelitian tentang distribusi yang umum dapat dipastikan akan jauh lebih sulit untuk dilaksanakan.

Untuk memberikan gambaran sederhana tentang bagaimana suatu metode statistika digunakan, marilah kita amati suatu contoh yang biasanya dilakukan dalam tahapan awal belajar statistika yaitu mengambil kesimpulan, menggunakan suatu metode statistika untuk menangani suatu masalah sebagai berikut:

> Menentukan estimasi interval untuk mean suatu populasi normal dengan variansi tertentu, berdasarkan sampel acak sederhana dan tingkat keyakinannya 95%.

Untuk ini digunakan mean sampel (= $\bar{x}$) sebagai estimasi untuk mean populasi (= μ). Karena populasinya berdistribusi normal dengan variansi tertentu, maka mean sampel (distribusi sampling harga mean) ini berdistribusi normal dengan mean = μ dan variansi = $\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)^2$, sehingga

$$\bar{x} - 1{,}96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + 1{,}96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

adalah interval yang memuat μ dengan keyakinan 95% berdasarkan satu sampel random sederhana yang diambil dari populasinya.

Contoh lain adalah suatu penelitian berikut:

> Seorang peneliti dibidang kedokteran tertarik untuk mengadakan penelitian tentang pengaruh lima metode penyembuhan yang berbeda terhadap penyakit yang diderita pasien.

Dalam hal ini, tujuan penelitian adalah mencari metode penyembuhan yang akan lebih mempercepat kesembuhan pasien dari sakit yang diderita. Untuk kepentingan tersebut suatu cara yang dapat dilaksanakan adalah masing-masing metode penyembuhan dicobakan kepada kelompok pasien yang berbeda selama suatu periode tertentu, dan pada akhir periode diamati perubahan yang terjadi pada kedua kelompok pasien tersebut. Berdasarkan hasil tersebut, akan dicoba untuk disimpulkan metode penyembuhan yang lebih mempercepat kesembuhan pasien.

4. Pembahasan

Dari contoh sederhana pertama yang disajikan dalam bagian 3, beberapa pertanyaan yang dapat diajukan adalah: mengapa mean sampel dipilih sebagai estimasi untuk mean populasi; mengapa mean sampel berdistribusi normal; bagaimana dalam praktek dapat diyakinkan bahwa anggapan populasi berdistribusi normal dapat diterima; mengapa sampelnya adalah sampel random sederhana; bagaimana kalau populasi tidak berdistribusi normal; bagaimana kalau sampelnya bukan sampel random sederhana.

Jawaban singkat yang dapat diberikan untuk pertanyaan-pertanyaan di atas adalah: estimasi di atas diperoleh dengan salah satu metode pemilihan estimasi, yang kemudian ditunjukkan bahwa estimasi tersebut memenuhi salah satu kriteria "baik" statistik, yaitu tak bias, dan ternyata adalah yang terbaik diantara semua estimasi tak bias; mean sampel berdistribusi normal, karena populasi berdistribusi normal dengan variansi tertentu. untuk menguji kebenaran dari anggapan normalitas distribusi, dapat digunakan uji non parametrik, seperti uji Kolmogorov-Smirnov atau dengan metode grafik atau berdasarkan hasil penelitian yang pernah dilakukan; biasanya karena anggapan homogenitas populasi yang telah diketahui sebelum sampel diambil dari populasinya; sampel mean belum tentu berdistribusi normal; dan rumus untuk sampel mean harus disesuaikan dengan jenis sampel representatif yang dipilih.

Dari contoh kedua, beberapa pertanyaan penting yang dapat difikirkan adalah: apakah tidak ada metode penyembuhan lain, selain kedua metode penyembuhan tersebut; apakah tidak ada faktor lain yang dapat mempengaruhi penyembuhan terhadap berapa pasien masing-masing metode penyembuhan harus dicobakan; bagaimana cara mencoba metode penyembuhan dan cara mengumpulkan datanya; manakah metode analisis data yang harus digunakan; dan parameter apa saja yang dapat digunakan untuk mengukur hasil penyembuhan.

Jawaban untuk pertanyaan-pertanyaan dalam kedua contoh di atas sebaiknya dapat dipastikan sebelum penelitian dilakukan.

5. Rancangan Percobaan dan Analisis Variansi

Dalam contoh kedua, tujuan penelitian adalah mencari metode penyembuhan yang mana yang lebih mempercepat kesembuhan pasien. Untuk kepentingan tersebut metode pertama dicobakan pada sekelompok pasien untuk suatu periode tertentu dan metode kedua dicobakan kepada sekelompok pasien sejenis yang lain untuk periode yang sama, selanjutnya hal yang sama dilakukan untuk metode-metode ketiga, keempat dan kelima dan pada akhir periode diamati bagaimana perubahan pengukur sembuhnya. Kemudian berdasarkan data pengukur sembuh yang didapat ini, dicoba untuk menyimpulkan metode penyembuhan yang lebih mempercepat kesembuhan pasien.

Dari contoh percobaan ini, dapat dipikirkan beberapa pernyataan penting sebagai berikut :

5.1. Apakah tidak ada metode lain, selain kelima metode tersebut ?

5.2. Apakah tidak ada faktor lain yang dapat mempengaruhi kecepatan kesembuhan pasien ?

5.3. Terhadap beberapa pasien masing-masing metode harus dicoba ?

5.4. Bagaimana cara memberikan metode yang dicoba, dan bagaimana cara mengumpulkan data yang diharapkan ?

5.5. Metode analisis data mana yang digunakan ?

5.6. Berapakah perbedaan percepatan kesembuhan yang signifikan ?

Pertanyaan-pertanyaan di atas haruslah dapat terjawab dengan tegas sebelum percobaan akan dilakukan. Lain dari pada itu telah diketahui bahwa dalam melakukan penelitian/percobaan, jika diinginkan untuk mendapatkan kesimpulan yang berarti dan obyektif dari hasil penelitian/percobaan, maka penerapan metode statistika adalah suatu cara yang dapat digunakan.

Dari contoh tersebut dapat pula ditunjukkan bahwa kesimpulan yang akan diperoleh sangat bergantung pada data yang dikumpulkan untuk kepentingan penelitian atau percobaan, yang dengan sendirinya akan bergantung pada bagaimana penelitian atau percobaan tersebut dirancang.

Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa dalam setiap penelitian ada 2 hal penting yang perlu diperhatikan, yaitu bentuk rancangan percobaan dan analisis data yang diperoleh. Kedua hal tersebut sangat berhubungan erat, sebab analisis data yang diperoleh akan sangat bergantung pada bentuk rancangan percobaan yang ditentukan.

Rancangan Percobaan (*statistical design of experiment*) adalah suatu cabang ilmu statistik yang membicarakan bagaimana proses merencanakan percobaan agar supaya data yang terkumpul dapat dianalisis dengan metode statistika yang cocok, sehingga pengambilan kesimpulan dapat sah (=*valid*) dan obyektif.

Empat bentuk rancangan percobaan yang penting untuk dibicarakan adalah :

R.1. Rancangan Random Lengkap;

R.2. Rancangan Blok Lengkap Random;

R.3. Rancangan Bujur Sangkar Latin;

R.4. Rancangan Blok Tak Lengkap Random.

Analisis vaiansi adalah metode statistika yang digunakan untuk menganalisis data yang diperoleh berdasarkan bentuk rancangan percobaan yang ditentukan.

Dasar pemikiran dalam analisis variansi adalah "mean kelompok-kelompok bagian yang sangat berbeda, berakibat variansi kelompok gabungan jauh berbeda dengan masing-masing variansi kelompok bagian".

Hal-hal yang perlu diperhatikan dalam analisis variansi adalah :

A.1. variansi populasi-populasi yang diselidiki harus sama (*homoscedasticity assumption*);

A.2. cara pemisahan jumlah kuadrat;

A.3. cara menduga variansi populasi;

A.4. cara membanding penduga-penduga variansi.

6. Kesimpulan

Dari pembicaraan dalam bagian 2 sampai dengan bagian 4 dapat disimpulkan bahwa dalam menentukan metode statistika yang paling tepat untuk digunakan, beberapa hal yang perlu dipertimbangkan adalah sebagai berikut: jenis sampel representatif yang harus digunakan; jenis data; jenis, jumlah dan distribusi variabel; asumsi-asumsi yang ada atau diperlukan untuk populasi yang diteliti; dan pertanyaan-pertanyaan yang ingin dijawab dari penelitian yang dikembangkan, karena hal ini akan sangat menentukan strategi penggunaan statistikanya.

Berdasarkan pertimbangan-pertimbangan tersebut di atas, maka dalam pengambilan keputusan dapat dilakukan pemilihan apakah metode statistika yang akan digunakan adalah salah satu atau beberapa metode statistika yang dikenal, seperti metode statistika parametrik atau non parametrik, metode analisis regresi atau analisis korelasi, metode analisis variansi untuk suatu rancangan percobaan, metode analisis univariat atau analisis multivariat, atau metode sampel tetap, sampel dua tahap, sampel tiga tahap, atau metode sekuensial (Guritno, 1998).

Dari pembicaraan yang diungkapkan dalam bagian 5 dapat disimpulkan bahwa penelitian Statistika pada umumnya dapat difikirkan sebagai suatu pengembangan dari tuntutan penggunaan Statistika, yang pada akhirnya akan terlihat bahwa penelitian Statistika adalah penelitian yang sifatnya atau cara pendekatannya analitis.

Daftar Pustaka

Daniel, W.W. (1997). *Biostatistics: A Foundation for Analysis In the Health Sciences.* 7th edition. John Wiley & Sons: New York.

Dantzig, B.G. (1940). On the nonexistence of tests of Student's hypothesis having power functions independent of σ^2. *Ann. Math. Stat. 11*, 186-192

Guritno, S. (1998). *Perkembangan Statistika dan Prospeknya.* Pidato pengukuhan Guru Besar Universitas Gadjah Mada, 21 Februari 1998.

Hicks, C.R. (1982). *Fundamental Concepts in the Design of Experiments*. 3rd edition. Holt, Rinehart & Winston: New York.

Hinkle, D.E., Wiersma, W. and Jurs, S.G. (1979). *Applied Statistics for the Behavioral Sciences*. Houghton Mifflin Company: Boston.

Huck, S.W., Cormier, W.H. and Bounds, Jr. W.G. (1974). *Reading Statistics and Research*. Harper & Row: New York.

Kerlinger, F.N. (1973). *Foundations of Behavioral Research*. 2nd edition. Holt, Rinehart & Winston: New York.

Lehmann, E. (1950). *Mimeographed notes on the theory of estimation*. University of California Press.

Ott, L. (1984). *An Introduction to Statistical Methods and Data Analysis*. Duxbury: Boston.

Moore, D.S. (1992). Teaching Statistics as a respectable subject. *In Statistics for the Twenty-First Century*. Eds.F.S. Gordon and B.S.P. Gordon, 14-25, Washington D.C. Mathematical Association of America.

Nasoetion, A.H. (1997). Prinsip dasar Statistik-Resmi. *Harian Kompas, 1 Mei 1997*.

Upaya Meningkatkan Kemampuan Mahasiswa Dalam Memecahkan Masalah Dengan Mengimplementasikan Metode Problem Posing Dalam Setting Pembelajaran Kolaboratif

Oleh :
Ali Mahmudi
Himmawati Puji Lestari
Jurusan Pend. Matematika FMIPA UNY

Abstrak

Tujuan penelitian ini adalah mendeskripsikan implementasi metode *problem posing* dalam *setting* pembelajaran kolaboratif, tanggapan mahasiswa, kemampuan mahasiswa dalam memecahkan, dan hasil belajar mahasiswa setelah mengikuti kegiatan pembelajaran.

Ppenelitian tindakan kelas ini dilaksanakan dalam 2 siklus dengan subjek Mahasiswa Prodi Pendidikan Matematika FMIPA UNY pada mata kuliah Geometri. Instrumen penelitian yang digunakan adalah lembar observasi kegiatan pembelajaran, tes hasil belajar, dan angket tanggapan mahasiswa. Data yang diperoleh dianalisis secara kualitatif dan kuantitatif.

Pembelajaran dengan mengimplementasikan metode *problem posing* dalam seting pembelajaran kolaboratif dilaksanakan sebagai berikut. Kegiatan pendahuluan : dosen dengan memberikan gambaran materi yang akan dibahas, kegiatan inti : suatu kelompok penyaji mempresentasikan ringkasan materi dan soal-soal beserta penyelesaiannya, dilanjutkan dengan forum diskusi dan tanya jawab antara kelompok penyaji dengan mahasiswa, dan kegiatan penutup dilaksanakan oleh dosen dengan mereview hasil diskusi dan menyampaikan hal-hal yang belum dipahami mahasiswa. Pada siklus 2, ditambah kegiatan presentasi soal oleh suatu kelompok secara sukarela dan pada akhir siklus pembelajaran diisi dengan pembahasan soal-soal yang diajukan oleh mahasiswa secara berkelompok. Sebagian besar mahasiswa memberikan tanggapan positif terhadap pembelajaran, yaitu sebesar 77,88%. Kemampuan pemecahan masalah mahasiswa meningkat. Hasil belajar mahasiswa dalam pembelajaran dapat dikatakan meningkat dari siklus1 ke siklus 2.

Kata kunci : kemampuan memecahkan masalah, metode problem posing, pembelajaran kolaboratif

1. PENDAHULUAN

Dalam pembelajaran matematika diharapkan terdapat keserasian antara penekanan pada pemahaman konsep dan keterampilan menyelesaikan soal atau pemecahan masalah. Keterampilan pemecahan masalah merupakan hal yang perlu mendapat perhatian besar dalam pembelajaran matematika. Sampai saat ini, kemampuan mahasiswa dalam memecahkan masalah belum seperti yang diharapkan.

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

Salah satu cara yang dapat ditempuh untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah adalah dengan memberikan kesempatan untuk mengajukan soal atau pertanyaan. Cara ini dikenal dengan *problem posing* (pengajuan soal). Metode pemberian tugas pengajuan soal adalah suatu cara penyajian materi perkuliahan dengan cara dosen memberikan tugas pengajuan soal kepada mahasiswa dalam waktu yang telah ditentukan dan mahasiswa mempertanggungjawabkan tugas yang diberikan tersebut dengan mempresentasikannya.

Upaya peningkatan kemampuan pemecahan masalah dipandang akan lebih efektif jika diimplementasikan melalui aktivitas interaksi sosial. Melalui kerjasama dan diskusi antar mahasiswa diharapkan kemampuan-kemampuan pemecahan masalah akan dapat dikuasai mahasiswa dengan baik. Memperhatikan hal tersebut, implementasi metode *problem posing* perlu diimplementasikan dalam *setting* pembelajaran kolaboratif. Pembelajaran kolaboratif merupakan suatu pendekatan pembelajaran dengan situasi peserta didik belajar dalam kelompok kecil dengan tingkat kemampuan yang berbeda, saling membantu untuk memahami bahan ajar, memeriksa dan memperbaiki jawaban teman, serta kegiatan lainnya dengan tujuan untuk mencapai hasil belajar tertinggi.

Selanjutnya perlu diteliti implementasi metode *problem posing* dalam *setting* pembelajaran kolaboratif pada perkuliahan Geometri, kemampuan mahasiswa dalam memecahkan masalah, tanggapan mahasiswa terhadap kegiatan pembelajaran, dan hasil belajar mahasiswa setelah mengikuti kegiatan pembelajaran.

1.1 Perumusan Masalah

Masalah dalam penelitian ini dirumuskan sebagai berikut.

1. Bagaimanakah implementasi metode *problem posing* dalam *setting* pembelajaran kolaboratif yang dapat meningkatkan kemampuan mahasiswa dalam memecahkan masalah?
2. Bagaimanakah tanggapan mahasiswa terhadap kegiatan pembelajaran dengan menerapkan metode *problem posing* dalam *setting* pembelajaran kolaboratif?
3. Bagaimanakah kemampuan mahasiswa dalam memecahkan masalah setelah mengikuti kegiatan pembelajaran dengan menerapkan metode *problem posing* dalam *setting* pembelajaran kolaboratif?
4. Bagaimanakah hasil belajar mahasiswa setelah mengikuti kegiatan pembelajaran dengan dengan menerapkan metode *problem posing* dalam *setting* pembelajaran kolaboratif ?

1.2 Tinjauan Pustaka

Bagaimana meningkatkan kemampuan siswa (mahasiswa) dalam memecahkan masalah telah lama menjadi perhatian para pendidik khususnya dalam bidang matematika. Unjuk kerja mahasiswa dalam memecahkan dapat digunakan sebagai tolok ukur untuk mengetahui kompetensi mereka dalam matematika. Terdapat beberapa strategi yang dapat digunakan untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah, diantaranya dikemukakan oleh Polya (1973). Polya mengembangkan konsep heuristik yang banyak dikaji orang dengan tujuan untuk mempelajari metode dan aturan bagi suatu penemuan *(discovery dan invention).* Dalam bukunya yang berjudul *How to solve it*, Polya (1973) menawarkan suatu strategi untuk memecahkan masalah yang terdiri atas 4 langkah, yaitu:

1. Memahami masalah, yaitu menentukan (mengidentifikasi) apa yang dicari (tidak diketahui), apa yang diketahui (data), syarat-syarat apa yang diperlukan, apa syarat-syarat bisa dipenuhi, memeriksa apakah syarat-syarat

yang diketahui mencukupi untuk mencari yang tidak diketahui, dan membuat gambar.

2. Membuat rencana, yaitu memeriksa apakah sudah pernah melihat sebelumnya atau melihat masalah yang sama dalam bentuk berbeda, memeriksa apakah sudah mengetahui soal lain yang terkait, mengaitkan dengan teorema yang mungkin berguna, memperhatikan yang tidak diketahui dari soal dan mencoba memikirkan soal yang sudah dikenal yang mempunyai unsur yang tidak diketahui yang sama.
3. Melaksanakan rencana: melaksanakan rencana penyelesaian, mengecek kebenaran setiap langkah dan membuktikan bahwa langkah benar.
4. Melihat kembali: meneliti kembali hasil yang telah dicapai, mengecek hasilnya, mengecek argumennya, mencari hasil itu dengan cara lain, dan menggunakan hasil atau metode yang ditemukan untuk menyelesaikan masalah lain.

Bell (Akbar Sutawidjaja, 1998) menyatakan bahwa pemecahan masalah *(problem solving)* melibatkan kegiatan memilih, mengaitkan sejumlah aturan yang menghasilkan sejumlah aturan yang lebih tinggi tingkatannya yang tidak diketahui oleh siswa (mahasiswa) sebelumnya. Cars, Perry, dan Conroy (Akbar Sutawidjaja, 1998) menawarkan strategi bagi siswa dan guru dalam konteks pemecahan masalah. Strategi untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah yang berkaitan dengan siswa adalah sebagai berikut.

1. Siswa harus diberanikan untuk menerima ketidaktahuan dan merasa senang mencari tahu.
2. Setiap siswa dan kelompok siswa harus diberanikan untuk membuat soal atau pertanyaan.
3. Kadang-kadang siswa diperbolehkan memilih masalah dari sejumlah masalah yang diberikan untuk membuat soal atau pertanyaan.

4. Kadang-kadang siswa diperbolehkan memilih masalah dari sejumlah masalah yang diberikan, dan
5. Siswa harus diberanikan untuk mengambil risiko dan mencari alternatif.

Sedangkan strategi untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah yang berkaitan dengan guru adalah sebagai berikut.

a. Guru harus menyadari akan sikap positif dan cara-cara yang dapat mengembangkannya.
b. Guru harus berani mencari dan mengembangkan keterampilan siswa dalam memecahkan masalah.
c. Guru harus mencari masalah yang menarik yang sering muncul secara spontan,
d. Situasi dan materi yang menarik harus disediakan bagi siswa.
e. Guru perlu memperluas situasi belajar dengan bertanya untuk menggalakkan jawaban dan penyajian anak,

Salah satu cara yang dapat dilakukan untuk menumbuhkan kemampuan pemecahan masalah adalah dengan menumbuhkan keberanian siswa untuk membuat soal atau pertanyaan. Cara yang demikian selanjutnya disebut dengan metode *problem posing* (pengajuan soal). Metode problem posing mempunyai beberapa pengertian. Di antaranya seperti dikemukakan Silver, et al (1996:294) bahwa *problem posing* diartikan sebagai perumusan soal yang berkaitan dengan syarat-syarat pada soal yang telah dipecahkan yang dimaksudkan sebagai pencarian alternatif pemecahan atau alternatif soal yang relevan. Di samping itu pengajuan soal dapat diartikan sebagai perumusan soal dari situasi yang tersedia.

Menurut Gagne (Orton, 1992:93), pemecahan masalah merupakan bentuk pembelajaran yang paling tinggi. Pemecahan masalah adalah proses yang dilakukan oleh mahasiswa dalam menemukan kombinasi atas aturan-aturan yang dipelajari sebelumnya (yang dapat diterapkan) untuk mencapai suatu penyelesaian situasi persoalan yang baru. Pemecahan masalah merupakan inti dari pembelajaran matematika, bahkan dianggap bahwa isi ilmu pengetahuan hanyalah alat bagi pemecahan masalah yang aktif. Proses ini merupakan tindakan kreatif untuk mencoba menggabungkan aturan-aturan yang ada (pengetahuan). Bila proses tersebut dapat dipelajari dalam kelas akan membentuk pondasi yang kuat bagi materi-materi yang lebih abstrak di kemudian hari.

Pengajuan soal oleh mahasiswa merupakan tugas atau kegiatan yang dapat mengarah pada sikap kritis dan kreatif. Sebab dalam pengajuan soal, mahasiswa diminta untuk membuat pertanyaan dari informasi yang diberikan. Sedangkan bertanya merupakan salah satu pangkal kreasi. Pengajuan soal juga merupakan sarana untuk merangsang kemampuan matematika mahasiswa. Sebab dalam pengajuan soal mahasiswa perlu membaca terlebih dahulu informasi yang diberikan dan mengkomunikasikan pertanyaan secara verbal maupun tertulis. Menulis pertanyaan dari informasi yang diberikan dapat menyebabkan ingatan mahasiswa jauh lebih baik. Kemudian dalam pengajuan soal mahasiswa juga diberikan kesempatan menyelidiki atau menganalisis informasi untuk dijadikan suatu soal. Kegiatan menyelidiki tersebut bagi mahasiswa menentukan apa yang dipelajarinya, berapa lama mereka dapat mempertahankan pengetahuan yang telah dipelajari, kemampuan menerapkan pengetahuan dan perilakunya selama kegiatan pembelajaran. Hal tersebut menunjukkan bahwa kegiatan pengajuan soal dapat memantapkan kemampuan mahasiswa belajar matematika. Selain itu dalam pengajuan soal lebih melibatkan aktivitas mental mahasiswa. Mahasiswa mencoba menyelidiki rumusan suatu soal, kemudian membicarakan dan menyelesaikan suatu soal untuk dapat merumuskan suatu soal yang baik dan dapat diselesaikan. Melibatkan mahasiswa secara aktif dalam pengorganisasian dan penemuan informasi (pengetahuan) ketika pembelajaran akan menghasilkan peningkatan pengetahuan dan meningkatkan keterampilan berpikir (Eggen & Kauchak, 1988:1).

Hasil penelitian juga menunjukkan bahwa menyuruh mahasiswa terlibat dalam aktivitas yang terkait dengan pengajuan soal mempunyai pengaruh positif terhadap kemampuan memecahkan masalah dan sikap mereka terhadap matematika (Hashimoto, 1987, Keil, 1964; Perez, 1985; Scott, 1987) dalam Silver & Cai (1996:522).

Untuk dapat membuat soal yang baik, yang dapat diselesaikan, tentu mahasiswa harus menguasai materi yang terkait. Dengan demikian tugas membuat soal secara tidak langsung "memaksa" mahasiswa untuk mempelajari materi dengan baik dengan memanfaatkan berbagai referensi yang relavan. Tampak bahwa dalam hal ini metode pengajuan soal sesuai dengan paham konstruktivisme. Mahasiswa melalui aktivitas pembelajaran membangun pemahaman dan mengkonstruksi pengetahuannya melalui aktivitas tersebut.

Pembelajaran kolaboratif *(collaborative learning)* atau sering juga disebut pembelajaran kooperatif *(cooperative learning)* merupakan suatu pendekatan pembelajaran dengan situasi peserta didik belajar dalam kelompok kecil dengan tingkat kemampuan yang berbeda, saling membantu untuk memahami bahan ajar, memeriksa dan memperbaiki jawaban teman, serta kegiatan lainnya dengan tujuan untuk mencapai hasil belajar tertinggi (www.wcer.wisc.edu). Sedangkan menurut Deutch (Feng Chun, 2006), pembelajaran kolaboratif adalah pembelajaran yang menggunakan kelompok-kelompok kecil sedemikian sehingga siswa (mahasiswa) bekerja sama untuk memaksimalkan hasil belajar mereka.

Menurut Feng Chun (2006), terdapat 4 karakteristik pembelajaran kolaboratif, yakni: (1) ketergantungan positif, (2) interaksi secara langsung (tatap muka), (3) pertanggungjawaban individu dan kelompok, (4) proses pembentukan kolompok secara khusus.

Pembelajaran kolaboratif tidak hanya diharapkan dapat meningkatkan hasil belajar mahasiswa, tetapi lebih jauh diharapkan dapat meningkatkan kemampuan-kemampuan lain, seperti kemampuan interpersonal peserta didik.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini dirumuskan sebagai berikut.

1. Mendeskripsikan implementasi metode *problem posing* dalam *setting* pembelajaran kolaboratif yang dapat meningkatkan kemampuan mahasiswa memecahkan masalah
2. Mendeskripsikan tanggapan mahasiswa dalam mengikuti kegiatan pembelajaran dengan menerapkan metode *problem posing* dalam *setting* pembelajaran kolaboratif.
3. Mendeskripsikan kemampuan mahasiswa dalam memecahkan masalah setelah mengikuti kegiatan pembelajaran dengan menerapkan metode *problem posing* dalam *setting* pembelajaran kolaboratif
4. Mendeskripsikan hasil belajar mahasiswa setelah mengikuti kegiatan pembelajaran dengan menerapkan metode *problem posing* dalam *setting* pembelajaran kolaboratif.

1.4. Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari hasil penelitian ini bagi mahasiswa sebagai calon guru adalah diperolehnya suatu pengalaman melaksanakan metode pembelajaran alternatif yang dapat meningkatkan aktivitas mahasiswa, kemampuan mahasiswa dalam membuat soal, dan kemampuan mahasiswa dalam memecahkan masalah. Pembelajaran ini juga memberdayakan mahasiswa untuk berkolaborasi dan melatih kerjasama dalam suatu kelompok.

Manfaat yang diharapkan bagi dosen adalah diperolehnya suatu inovasi pembelajaran dan kesempatan untuk memberdayakan kreatifitas dosen mengelola perkuliahan.

2. METODE PENELITIAN

Jenis penelitian ini adalah penelitian tindakan kelas *(classroom action research)* dengan subjek penelitian ini adalah Mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika FMIPA UNY yang pada semester gasal Tahun Akademik 2006/2007 menempuh mata kuliah Geometri.

Untuk memperoleh data penelitian digunakan 2 perangkat pembelajaran dan 3 instrumen penelitian. Perangkat pembelajaran dimaksud adalah rencana perkuliahan dan *hand out* (diktat). Sedangkan instrumen penelitian yang digunakan adalah lembar observasi kegiatan pembelajaran, tes hasil belajar, dan angket tanggapan mahasiswa.

Rancangan penelitian yang digunakan dalam penelitian ini mengacu pada rancangan penelitian yang dikemukakan oleh Kemmis dan McTaggart (Tim Pelatih PTK UNY, 1999) yang terdiri atas tiga tahap, yakni tahap perencanaan, tahap pelaksanaan (tindakan dan observasi), dan tahap refleksi.

Data yang diperoleh dianalisis secara kuantitatif dan kualitatif. Teknik kualitatif digunakan untuk menentukan keterlaksanaan rencana tindakan, mendeskripsikan implementasi pembelajaran dengan menerapkan metode problem posing dalam setting pembelajaran kooperatif yang dapat meningkatkan kemampuan pemecahan masalah dan mendeskripsikan hambatan-hambatan yang muncul dalam pelaksanaan pembelajaran. Teknik kualitatif juga digunakan untuk mendeskripsikan kemampuan mahasiswa dalam pemecahan masalah yang dilihat dari jawaban penyelesaian soal-soal ujian sisipan 1 dan ujian sisipan 2 untuk soal-soal yang memerlukan kemampuan pemecahan masalah (bukan soal konsep). Kemampuan pemecahan masalah ini dilihat apakah sesuai dengan 4 langkah pemecahan masalah menurut Polya, yaitu: memahami masalah, membuat rencana, melaksanakan rencana, dan melihat kembali.

Teknik kuantitatif digunakan untuk mendeskripsikan tanggapan mahasiswa terhadap kegiatan pembelajaran dan hasil belajar mahasiswa.

Untuk mendeskripsikan tanggapan mahasiswa terhadap kegiatan pembelajaran digunakan hasil angket yang diberikan kepada mahasiswa setelah berakhirnya kegiatan pembelajaran. Hasil angket tersebut dianalisis dengan cara sebagai berikut. Mahasiswa dikatakan mempunyai tanggapan positif terhadap kegiatan pembelajaran, bila rata-rata jumlah persentase mahasiswa yang memilih kategori setuju dan sangat setuju lebih besar daripada rata-rata jumlah persentase mahasiswa yang memilih kategori ragu-ragu, tidak setuju, dan sangat tidak setuju. Untuk mendeskripsikan hasil belajar mahasiswa dengan menerapkan metode problem posing dengan setting pembelajaran kolaboratif dapat dilihat dari hasil Ujian Sisipan 1 pada siklus 1 dan Ujian Sisipan 2 pada akhir siklus 2. Hasil belajar mahasiswa dikatakan baik apabila minimal 75% mahasiswa meningkat nilainya dari Ujian Sisipan 1 ke Ujian Sisipan 2.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Dengan mempertimbangkan keterbatasan waktu, tim peneliti merencanakan pelaksanaan pembelajaran dengan mengimplementasikan metode *problem posing* dalam setting pembelajaran kolaboratif ini dalam dua siklus, dengan setiap siklusnya terdiri dari empat kali pertemuan. Pada setiap akhir siklus, dilaksanakan ujian sisipan dan tim peneliti melakukan refleksi.

Pembelajaran dengan mengimplementasikan metode *problem posing* dalam setting pembelajaran kolaboratif ini dilaksanakan sebagai berikut.

Kegiatan pendahuluan diisi oleh dosen dengan memberikan gambaran sekilas tentang materi yang akan dibahas. Kegiatan inti dilaksanakan dengan kegiatan sebagai berikut. Kelompok penyaji mempresentasikan ringkasan materi dan beberapa soal yang telah mereka buat beserta penyelesaiannya. Kelompok penyaji dipandang perlu untuk mempresentasikan materi secara singkat oleh karena keterbatasan waktu sehingga tidak ada pertemuan khusus yang digunakan untuk penyampaian materi oleh dosen. Dengan demikian, dalam forum diskusi dan tanya jawab, pertanyaan yang diajukan oleh mahasiswa kepada kelompok penyaji ada yang mengenai materi bukan tentang soal dan penyelesaiannya saja. Hal ini mengakibatkan waktu untuk pembahasan soal-soal dan penyelesaian yang telah dibuat oleh kelompok penyaji menjadi berkurang. Hal ini menjadi bahan refleksi pada siklus 1 dan sehingga pada siklus 2 dipandang perlu untuk menyediakan waktu khusus untuk pembahasan soal dan penyelesaiannya.

Keaktifan mahasiswa dalam proses pembelajaran secara umum sudah baik. Mahasiswa sangat antusias untuk mengajukan pertanyaan atau memberi tanggapan terhadap kelompok penyaji. Namun, tanggapan terhadap soal-soal yang dipresentasikan oleh kelompok penyaji masih kurang, karena beberapa pertanyaan yang diajukan adalah pertanyaan tentang materi. Hal ini sebenarnya juga bukan merupakan masalah, karena dapat dipandang bahwa mahasiswa tersebut juga sedang membuat soal. Interaksi dalam pembelajaran, baik antar mahasiswa (dalam forum diskusi dan tanya jawab) maupun antara dosen dengan mahasiswa cukup baik. Dalam forum diskusi dan tanya jawab tersebut, mahasiswa mempunyai kesempatan untuk mengemukakan ide atau memberikan tanggapan terhadap ide mahasiswa lain, sehingga kadang-kadang pembahasan menjadi melebar dan dosen menengahi diskusi tersebut dan merencanakan untuk membahasnya di akhir pertemuan. Hal ini dimaksudkan agar ada lebih banyak soal/pertanyaan yang dapat dibahas.

Aktivitas diskusi kelompok, seperti keaktifan mahasiswa memberikan dan menerima ide, berbagi tugas, dan kepedulian terhadap masalah yang dihadapi kelompok terlihat cukup baik. Aktivitas diskusi kelas atau presentasi, seperti kejelasan penyampaian, kebenaran konsep, keruntutan penyajian, keterbukaan, kemampuan menjawab dan menganggapi pertanyaan, kekompakan, dan pengelolaan waktu juga cukup baik. Namun ada beberapa kelompok yang persiapannya dan pengelolaan waktunya masih kurang memuaskan. Misalnya, sebelum perkuliahan dimulai mereka belum mengecek media pembelajaran, seperti OHP yang akan mereka gunakan untuk presentasi. Beberapa kelompok juga menggunakan lebih banyak waktunya untuk mempresentasikan materi daripada mempresentasikan soal dan penyelesaiannya.

Walupun interaksi antar mahasiswa baik, namun aktifitas dan kerjasama dalam kelompok belum begitu nampak. Untuk itu, pada siklus 2 pada setiap pertemuan ditunjuk suatu kelompok yang khusus membahas soal yang diajukan kelokpok penyaji dan setiap kelompok diberi tugas juga untuk membuat beberapa soal. Tugas pembuatan soal ini dilaksanakan di luar jam perkuliahan tatap muka.

Beberapa soal yang diajukan oleh mahasiswa ada yang hanya mengambil dari handout. Pada siklus 2, dosen mengingatkan kepada mahasiswa kelebihan mengajukan soal yang dibuat sendiri/diskusi kelompok daripada hanya mengambil soal yang sudah ada. Pada siklus 2 ini, nampak bahwa soal yang diajukan lebih bervariatif, bukan hanya mengambil dari handout saja.

Untuk lebih meningkatkan pemahaman mahasiswa, setelah beberapa kali pertemuan pada siklus 2, soal-soal yang diajukan mahasiswa secara berkelompok tersebut perlu dibahas oleh dosen di kelas.

Setelah siklus 2 berakhir, mahasiswa diminta untuk memberikan tanggapan terhadap pembelajaran dengan mengimplementasikan metode *problem posing* dalam setting pembelajaran kolaboratif ini, dengan mengisi angket tanggapan yang diberikan. Untuk setiap butir pernyataan, mahasiswa diminta untuk memberikan tanggapannya dengan memilih salah satu jawaban yang sesuai, yaitu SS(sangat setuju), S(setuju), R(ragu-ragu), TS(tidak setuju), dan STS(sangat tidak setuju). Mahasiswa yang memilih SS dan S selanjutnya dikategorikan menjadi satu dalam kelompok ”tanggapan positif”, sedangkan yang memilih R, TS, dan STS dikategorikan kelompok ”tanggapan negatif”. Kemudian, banyaknya mahasiswa dalam masing-masing kategori tersebut dihitung presentasenya. Hasil selengkapnya dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Persentase hasil angket tanggapan mahasiswa

NO	PERNYATAAN	POSITIF (%)	NEGATIF (%)
1	Saya yakin dapat mengikuti kegiatan pembelajaran dengan baik	80,92	19,08
2	Saya yakin dapat memperoleh nilai yang baik dalam perkuliahan	75,63	24,37
3	Saya antusias mengikuti kegiatan pembelajaran	78,37	21,63
4	Saya aktif mengikuti kegiatan pembelajaran	67,81	32,19
5	Saya dapat memfokuskan perhatian dalam kegiatan pembelajaran	60,18	39,82
6	Tugas membuat soal membantu saya memahami materi pembelajaran	84,68	15,32
7	Tugas membuat soal mendorong saya lebih banyak mempelajari materi pembelajaran	89,44	10,56
8	Tugas membuat soal mendorong saya untuk mempelajari (mengulang) kembali materi perkuliahan	86,13	13,87
9	Tugas membuat soal membantu saya memecahkan masalah matematika	80,33	19,67
10	Mengerjakan soal yang dibuat sendiri lebih menyenangkan.	53,61	46,39
11	Dengan mendiskusikan dan mempresentasikan soal yang telah saya buat beserta penyelesaiannya	94,16	5,84

	membantu saya memahami materi pembelajaran		
12	Tugas pembuatan soal dan menyelesaikannya dapat meningkatkan kepercayaan diri saya dalam mempelajari materi pembelajaran	86,44	13,56
13	Saya berusaha mencari dan mempelajari referensi perkuliahan agar dapat membuat soal dengan baik	73,33	26,67
14	Apabila saya tidak dapat mengerjakan soal yang saya buat maka saya mempelajari materi terkait untuk menyelesaikannya	88,68	11,32
15	Saya berminat mengikuti pembelajaran dengan pemberian tugas pembuatan soal	68,50	31,50

Dari Tabel 1 terlihat bahwa untuk setiap butir pernyataan persentase kategori ”tanggapan positif” lebih besar daripada persentase kategori ”tanggapan negatif”. Hal ini menunjukkan bahwa mahasiswa memberikan tanggapan yang positif terhadap pembelajaran dengan mengimplementasikan metode *problem posing* dalam setting pembelajaran kolaboratif ini. Terhadap pembelajaran dengan tugas pengajuan soal ini, sebagian besar mahasiswa merasa yakin dapat mengikuti kegiatan pembelajaran dengan baik (80,92%) dan memperoleh nilai yang baik (75,63%). Sebagian besar mahasiswa antusias (78,37) dan aktif (67,81)mengikuti kegiatan pembelajaran. Sebagian besar mahasiswa juga setuju bahwa tugas membuat soal ini membantu (84,68%) dan mendorong (89,44%) mereka dalam memahami dan mempelajari materi pembelajaran. Tugas pembuatan soal ini juga mendorong mahasiswa untuk mengulang mempelajari kembali materi (86,13%) dan membantu mereka memecahkan masalah matematika (80,33%). Dengan mendiskusikan dan mempresentasikan soal yang telah mereka buat beserta penyelesaiannya, sebagian besar (94,16%) mahasiswa setuju bahwa hal ini dapat membantu mereka memahami materi pembelajaran. Tugas pembuatan soal dan menyelesaikannya dapat meningkatkan kepercayaan diri mahasiswa dalam mempelajari materi pembelajaran (86,44%) serta mendorong mahasiswa berusaha mencari dan mempelajari referensi perkuliahan agar dapat membuat soal dengan baik (73,33%). Sebagian besar (68,50%) mahasiswa berminat mengikuti pembelajaran dengan pemberian tugas pembuatan soal ini.

Walaupun sebagian besar mahasiswa dapat memfokuskan diri dalam pembelajaran (60,18%) dan berpendapat bahwa mengerjakan soal yang dibuat sendiri lebih menyenangkan (53,61%), namun perbandingan antara mahasiswa yang masuk setuju dan yang tidak terhadap dua hal ini hampir berimbang. Hal ini mungkin karena masih ada beberapa mahasiswa yang bertipe ”pasif” dalam pembelajaran, dan lebih senang hanya mendengarkan penjelasan dari dosen.

Secara umum, sebagian besar mahasiswa memberikan tanggapan yang positif terhadap pembelajaran dengan mengimplementasikan metode *problem posing* dalam seting pembelajaran kolaboratif ini, dengan rata-rata 77,88%.

Siklus 1 dan Siklus 2 diakhiri dengan melaksanakan Ujian Sisipan 1 dan Uijian Sisipan 2 bagi mahasiswa yang hasilnya ditunjukkan pada Tabel 2 berikut. Selanjutnya hasil kedua ujian ini dianalisa untuk mendeskripsikan kemampuan pemecahan masalah dan hasil belajar mahasiswa setelah mengikuti pembelajaran dengan mengimplementasikan metode pengajuan soal dalam setting pembelajaran kolaborasi ini.

Tabel . Nilai Ujian Sisipan 1 dan Ujian Sisipan 2

MHS KE-	USIP 1	USIP 2	USIP2 > USIP1
1	43,33	52,50	V
2	58,33	57,50	X
3	88,33	92,50	V
4	75,00	95,00	V
5	69,17	85,00	V
6	43,33	82,50	V
7	77,50	95,00	V
8	55,00	60,00	V
9	59,17	70,00	V
10	56,67	87,50	V

11	76,67	82,50	V
12	53,33	70,00	V
13	61,67	82,50	V
14	71,67	-	-
15	43,33	72,50	V
16	72,50	70,00	X
17	59,17	77,50	V
18	55,00	77,50	V
19	83,33	92,50	V
20	61,67	72,50	V
21	65,00	70,00	V
22	70,83	87,50	V
23	74,17	97,50	V
24	80,83	92,50	V
25	63,33	75,00	V
26	64,17	82,50	V
27	78,33	90,00	V
28	51,67	82,50	V
29	66,67	92,50	V
30	75,00	62,50	X
31	86,67	90,00	V
32	75,00	92,50	V
33	76,67	62,50	X
34	60,00	60,00	X
35	80,00	92,50	V
36	51,67	77,50	V
37	90,83	92,50	V
38	75,83	82,50	V
39	73,33	85,00	V
40	63,33	95,00	V
41	78,33	90,00	V
42	79,17	92,50	V
43	72,50	97,50	V
44	65,00	87,50	V
45	78,33	95,00	V
46	88,33	85,00	X
47	77,50	95,00	V

Dari pengamatan penyelesaian soal ujian yang memerlukan pemecahan masalah, terlihat bahwa beberapa mahasiswa telah melakukan beberapa aspek pemecahan masalah menurut Polya. Mahasiswa juga semakin banyak yang melakukan beberapa aspek pemecahan masalah tersebut pada Ujian Sisipan 2 dibanding pada Ujian Sisipan 1. Jadi, kemampuan pemecahan masalah mahasiswa dapat dikatakan meningkat. Namun, tidak semua aspek dalam pemecahan masalah menurut Polya ini dapat teramati hanya dengan melihat hasil jawaban mahasiswa dalam ujian sisipan.

Dari Tabel 2, diperoleh bahwa rata-rata nilai Ujian Sisipan 1 adalah 68,65 dan rata-rata nilai Ujian Sisipan 2 adalah 83,86. Secara umum nilai yang diperoleh mahasiswa pada Ujian Sisipan 2 meningkat dari nilai pada Ujian Sisipan 1, yaitu sebanyak 89,13% mahsiswa meningkat nilainya. Jadi hasil belajar mahasiswa setelah mengikuti pembelajaran dengan mengimplementasikan metode pengajuan soal dalam setting pembelajaran kolaborasi ini dapat dikatakan baik.

Dari Tabel 2 tersebut terlihat bahwa nilai Ujian Sisipan 1 belum baik. Hal ini dikarenakan adanya keterbatasan waktu, sehingga dalam satu pertemuan digunakan untuk penyampaian materi maupun pembahasan soal yang disampaikan melalui presentasi suatu kelompok. Soal-soal yang dibahas terkadang belum variatif karena terkadang mahasiswa berdiskusi atau memberi tanggapan untuk suatu soal cukup lama sehingga waktu pembahasan untuk soal-soal yang lain menjadi berkurang.

Dari hasil Ujian Sisipan 1, terlihat bahwa dalam meyelesaikan soal bukan konsep beberapa mahasiswa telah melaksanakan beberapa langkah pemecahan masalah menurut Polya. Pada langkah 1, mahasiswa telah melaksanakan aspek menentukan (mengidentifikasi) apa yang dicari (tidak diketahui), apa yang diketahui (data), dan membuat gambar. Aspek pada langkah 2 yang telah dilaksanakan beberapa mahasiswa adalah mengaitkan dengan teorema yang berguna dan memperhatikan yang tidak diketahui dari soal. Sedikit mahasiswa juga telah mengecek kebenaran langkah penyelesaian. Hal ini terlihat dari mereka telah menuliskan alasan pada langkah penyelesaian.

Dari hasil Ujian Sisipan 2, terlihat bahwa semakin banyak mahasiswa yang telah melaksanakan langkah pemecahan masalah menurut Polya. Beberapa aspek lagi dalam langkah pemecahan masalah juga telah mereka lakukan. Misalnya memperhatikan syarat yang diperlukan dan ada yang mencari hasilnya dengan cara lain.

Secara umum, kendala atau hambatan yang dialami dalam melaksanakan pembelajaran ini adanya keterbatasan waktu sehingga suatu materi hanya disampaikan dalam satu pertemuan saja. Setting kelas, misalkan keterbatasan luas ruangan, juga belum memadai agar pembelajaran dapat berjalan baik. Selain itu, media pembelajaran OHP juga belum memadai. Karena tidak setiap saat tersedia OHP di kelas atau OHP tersebut tidak dapat digunakan, sehingga kelancaran presentasi terganggu dan menyebabkan penggunaan waktu yang belum optimal.

4. SIMPULAN DAN SARAN

4.1 Simpulan

Berdasarkan uraian sebelumnya, dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut.

1. Pembelajaran dengan mengimplementasikan metode *problem posing* dalam seting pembelajaran kolaboratif pada mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika FMIPA UNY yang pada semester gasal tahun 2007/2008 pada mata kuliah Geometri dilaksanakan sebagai berikut. Kegiatan pendahuluan: dosen dengan memberikan gambaran materi yang akan dibahas. Kegiatan inti: suatu kelompok penyaji

mempresentasikan ringkasan materi dan soal-soal beserta penyelesaiannya, dilanjutkan dengan forum diskusi dan tanya jawab antara kelompok penyaji dengan mahasiswa dan dosen bertindak sebagai fasilitator. Kegiatan penutup: dosen dengan mereview hasil diskusi dan menyampaikan hal-hal yang belum dipahami mahasiswa. Pada siklus 2, ditambah kegiatan presentasi soal oleh suatu kelompok secara sukarela dan pada akhir siklus pembelajaran diisi dengan pembahasan soal-soal yang diajukan oleh mahasiswa secara berkelompok.

2. Sebagian besar mahasiswa memberikan tanggapan positif terhadap pembelajaran dengan mengimplementasikan metode *problem posing* dalam seting pembelajaran kolaboratif, dengan rata-rata yang memberikan tanggapan positif 77,88%.
3. Pembelajaran dengan mengimplementasikan metode *problem posing* dalam seting pembelajaran kolaboratif ini dapat meningkatkan kemampuan pemecahan masalah bagi mahasiswa, walaupun tidak semua aspek dalam langkah pemecahan masalah dapat teramati.
4. Hasil belajar mahasiswa dalam pembelajaran dengan mengimplementasikan metode *problem posing* dalam seting pembelajaran kolaboratif ini dapat dikatakan meningkat dari siklus1 ke siklus 2.
5. Hambatan yang dialami dalam melaksanakan pembelajaran ini adalah adanya keterbatasan waktu sehingga suatu materi hanya disampaikan dalam satu pertemuan saja, keterbatasan ruangan, dan media pembelajaran terutama untuk presentasi juga belum memadai.

4.2. Saran

Perlunya dilakukan inovasi pembelajaran dan metode yang bervariasi yang dapat meningkatkan keaktifan dan antusiasme mahasiswa dalam perkuliahan dan sebagai tambahan pengalaman bagi mahasiswa sebagai calon tenaga pendidik. Pembelajaran dengan mengimplementasikan metode *problem posing* dalam seting pembelajaran kolaboratif ini dapat dijadikan alternatif metode pembelajaran yang dapat meningkatkan keterlibatan dan keaktifan mahasiswa dalam pembelajaran, serta meningkatkan kemampuan pemecahan masalah bagi mahasiswa.

DAFTAR PUSTAKA

Akbar Sutawidjaja. 1998. *Pemecahan Masalah dalam Pembelajaran Matematika*. Makalah disajikan pada Seminar Nasional Pendidikan Matematika di Program pascasarjana IKIP Malang pada 4 April 1998.

Eggen, Paul D & Kauchack, Donald. 1988. *Strategies for Teachers. Teaching Content and Thinking Skills.* New Jersey: Prentice Hall, Englewood Cliffs.

English, Lyn D. 1997**.** *Promoting a Problem-Posing Classroom".* Teaching Children Mathematics, November 1997, h.172-179.

Feng Chun, Miao. 2006. *Training Modules on Integrating ICT For Pedagogical Innovation*. Makalah disampaikan dalam National Training on Integrating ICT and Taeaching and Learning yang diselenggarakan oleh UNESCO Bangkok bekerja sama dengan SEAMOLEC di Jakarta, 6 – 10 Maret 2006.

Lundgren, Linda. 1994. *Cooperative Learning in the Science Classroom*. Ohio: Glencoe.

Polya, G. 1973. *How to solve it. Princeto*n: Princeton University Press.

Orton, Antony. 1992. *Learning Mathematics, Issues, Theory and Classroom Practice*. London : Cassel.

Silver, E, Mamona–Downs, J., Leung, S.S. & Kenney, I.A. 1996. *Posing Mathematical Problems : An Exploratory Study.* Journal for Research In Mathematics Education, V.27, N.3, May. 293-309.

Silver, E. & Cai, J. 1996. *An Analisis of Aritmatic Problem Posing by Midlle School Students.* Journal for Reasearch in Mathematics Education, V. 27, N.5, November 1996, h. 521-539.

www.wcer.wisc.edu. *CollaborativeLearning*. Diunduh pada 12 Februari 2006

Alternatif Media Pembelajaran Geometri Ruang Di Perguruan Tinggi

Oleh

A. Prabowo

Jurusan Matematika

FMIPA Universitas Negeri Semarang

Telp. 0818240132, Email : ardhiprabowo@gmail.com

Abstrak

Mahasiswa jurusan matematika UNNES mengalami kesulitan dalam mendefinisikan konsep-konsep dasar dalam geometri ruang. Hal tersebut sesuai dengan pernyataan Prabowo (2004) bahwa geometri adalah salah satu pokok bahasan dalam matematika yang bersifat abstrak. Permasalahan dalam penelitian ini adalah tertuang dalam pertanyaan apakah pembelajaran memanfaatkan media *SWiSHmax* dengan pendekatan *mathematics problem solving* lebih baik dibandingkan dengan pembelajaran ekspositori? Tujuan dalam penelitian ini adalah: (1) mengembangkan media pembelajaran geometri ruang dengan memanfaatkan software *SWiSH* 2.0 dan *SWiSHmax*; (2) mengetahui ketertarikan mahasiswa dalam pembelajaran dengan memanfaatkan *SWiSHmax* dengan pendekatan *mathematics problem solving* dalam mata kuliah geometri ruang; dan (3) membuktikan hipotesis yang menyatakan bahwa pembelajaran geometri ruang dengan memanfaatkan SWiSHmax dengan pendekatan *mathematics problem solving* lebih baik daripada pembelajaran geometri ruang dengan ekspositori. Berdasarkan perhitungan diperoleh hasil nilai signifikan F adalah 0,123 > 0,05 artinya tidak signifikan, artinya Varians data dianggap tidak ada perbedaan yang signifikan. Dipilih statistik dengan *equal varians assumed*. Nilai signifikan 2-tailed adalah 0,000 < 0,05, artinya signifikan, artinya **ada perbedaan hasil belajar yang signifikan antara kelas eksperimen dan kelas kontrol**. Berdasarkan perhitungan diperoleh hasil nilai signifikan F adalah 0,229 > 0,05 artinya tidak signifikan, artinya Varians data dianggap tidak ada perbedaan yang signifikan. Dipilih statistik dengan *equal varians assumed*. Nilai signifikan 2-tailed adalah 0,613 < 0,05, artinya signifikan, artinya **tidak ada perbedaan minat yang signifikan antara kelas eksperimen dan kelas kontrol**. Kesimpulan yang dapat ditarik adalah sebagai berikut: Hasil belajar Geometri Ruang memanfaatkan SWiSHmax dengan pendekatan *mathematics problem solving* lebih baik daripada pembelajaran geometri ruang dengan ekspositori berbantuan alat peraga matematika.

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **“Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global”** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

1. PENDAHULUAN

Dalam rangka pengembangan sumber daya manusia maka peran matematika menjadi sangat penting. Matematika merupakan dasar dari semua ilmu pengetahuan yang ada. Matematika mengajarkan cara berpikir logis, runtut, dan tertib. Kelogisan dan keruntutan tersebut akan membentuk kepribadian seseorang dengan sendirinya. Orang yang terbiasa berpikir runtut dan logis pasti akan berpikir positif dalam memutuskan sesuatu. Selain itu berpikir yang logis dan runtut akan membantu orang dalam memutuskan sesuatu hal dan juga dapat meningkatkan optimisme pribadi.

Semua ilmu pengetahuan yang ada pasti memanfaatkan matematika untuk implementasi ilmu pengetahuan tersebut. Fisika, kedokteran, dan bahkan ekonomi memerlukan matematika dalam rangka memenuhi ketuntasan ilmu tersebut. Keakuratan perhitungan matematis menjadi salah satu jalan dalam rangka pengambilan keputusan dalam bidang ilmu yang lain.

Dalam matematika ada banyak cabang ilmu yang lebih spesifik. Geometri adalah salah satu cabang matematika yang berhubungan dengan tempat kedudukan suatu titik. Geometri sendiri terbagi menjadi beberapa bagian, yaitu geometri datar, geometri ruang dan geometri analit serta geometri transformasi. Masing-masing bagian memiliki karakteristik tersendiri dalam ilmunya. Dan geometri ruang memiliki kekuatan dalam pengungkapan definisi yang teratur dan runtut. Kesalahan dalam pemaknaan definisi, dalam geometri ruang berakibat fatal. Kesalahan tersebut telah terjadi pada saat ini di seluruh bagian Indonesia. Contoh yang paling sederhana, ketika seorang siswa ditanya tentang definisi kubus, maka spontan siswa tersebut akan mengatakan bahwa kubus adalah bangun ruang yang memiliki 6 sisi yang masing-masing sisnya sama panjang. Kata-kata bangun ruang dalam definisi tersebut sudah sebuah kesalahan yang fatal karena bangun ruang sendiri adalah sebuah definisi.

Oleh karena itulah dipilihlah mata kuliah geometri ruang sebagai *pilot project* penelitian ini. Pemilihan mata kuliah geometri ruang sebagai *pilot project* pembelajaran matematika dengan memanfaatkan komputer sebagai alat bantu, bukan tanpa alasan. Pertama, geometri adalah ilmu yang abstrak (Prabowo, 2004); kedua, beberapa penelitian menunjukkan hasil yang positif dalam pemanfaatan media sebagai jembatan keledai dalam memahami materi geometri (Prabowo, 2005).

Pembelajaran geometri yang terjadi selama ini bersifat tradisional, artinya tidak banyak memanfaatkan komputer atau teknologi maju lainnya. Alat bantu yang digunakan masih sebatas peraga matematika atau alat bantu lukis lainnya. Untuk mengajarkan bagaimana cara melukis, alat bantu tersebut cukup efektif. Hal ini dapat diketahui dengan hasil kerja mahasiswa pada mata kuliah geometri sebelumnya. Namun, *SWiSHmax* dengan pendekatan *mathematics problem solving* menitikberatkan kepada penguasaan definisi dan teorema, sehingga hasil yang diinginkan adalah mahasiswa dapat merumuskan sendiri definisi dengan tepat dengan bantuan slide-slide Shock Wafe Flash tentang definisi dan atau konsep-konsep dalam geometri.

Mahasiswa jurusan matematika UNNES mengalami kesulitan dalam mendefinisikan konsep-konsep dasar dalam geometri ruang. Asumsi ini disebutkan berdasarkan pada hasil wawancara dengan dosen pengampu mata kuliah tersebut serta pengamatan secara sederhana terhadap mahasiswa peserta kuliah. Selain itu, nilai mahasiswa pada mata kuliah tersebut cukup rendah. Rerata nilai mahasiswa pada mata kuliah tersebut pada tahun 2004 adalah 5,12. Kesulitan tersebut terutama disebabkan oleh keabstrakan geometri yang cukup tinggi. Rata-rata kemampuan dasar mahasiswa jurusan matematika UNNES tidaklah setinggi perguruan tinggi setingkat ITB atau UGM, sehingga mahasiswa tetap perlu pendampingan dalam penyusunan definisi secara mandiri. Hal tersebut sesuai dengan pernyataan Prabowo (2004) bahwa geometri adalah salah satu pokok bahasan dalam matematika yang bersifat abstrak.

Dalam penelitian sebelumnya, Isti Hidayah dan Sugiman (Hidayah dan Sugiman, 1998) serta Sugiarto dan Isti Hidayah (Sugiarto dan Hidayah, 1999) mengemukakan bahwa pendayagunaan alat peraga (media) sebagai alat bantu ajar dalam pembelajaran matematika membuat pembelajaran menjadi lebih bermakna dan membuat siswa menjadi lebih aktif. Lebih bermakna dalam arti siswa lebih terfokus pada dosen pada saat menerangkan dan dari ketertarikan mereka saat diterangkan maka muncullah ide-ide untuk bertanya, sehingga keaktifan siswa bertambah. Dari ide tentang alat peraga inilah diwujudkan sebuah media pembelajaran SWiSHmax.

Logikanya, setelah belajar dengan memanfaatkan *SWiSHmax*, mahasiswa dapat merumuskan sendiri definisi atau konsep-konsep dasar dalam geometri ruang. Akhirnya dari hal yang tersederhana tersebut harapannya mahasiswa secara perlahan dapat mengkonstruksi sebuah definisi tanpa bantuan *SWiSHmax*, lebih cepat dan lebih dapat memahami definisi dan konsep-konsep dalam geometri dengan baik.

Dari uraian di atas muncullah permasalahan. Apakah pembelajaran memanfaatkan media SWiSHmax dengan pendekatan *mathematics problem solving* lebih baik dibandingkan dengan pembelajaran ekspositori?

Dari beberapa alasan di atas, bahwa jika terdapat dua kelas berbeda, yaitu kelas yang dalam pembelajarannya memanfaatkan *SWiSHmax* dengan pendekatan *mathematics problem solving* dan kelas dengan pembelajaran ekspositori, maka diharapkan hasil belajar mahasiswa yang pembelajaran memanfaatkan *SWiSHmax* dengan pendekatan *mathematics problem solving* lebih baik daripada mahasiswa yang pembelajarannya menggunakan metode ekspositori.

2. T I N J A U A N P U S T A K A

Untuk memahami makalah ini, diberikan beberapa pengertian dan istilah, yaitu sebagai berikut.

2.1 Belajar

Belajar dan pembelajaran merupakan kegiatan yang tidak terpisahkan dalam kehidupan manusia. Dengan belajar manusia dapat mengembangkan potensi-potensi yang dimilikinya. Tanpa belajar manusia tidak mungkin dapat memenuhi kebutuhan-kebutuhannya.

Winkel dalam Darsono (Darsono, 2000:4) menyatakan belajar adalah aktivitas mental atau psikis yang berlangsung dalam interaksi aktif dengan lingkungan yang menghasilkan perubahan dalam pengetahuan, pemahaman, ketrampilan dan nilai sikap.

Aaron Quinn Sartain (Darsono, 2000:4) menyatakan bahwa belajar didefinisikan sebagai suatu perubahan perilaku sebagai hasil pengalaman. Perubahan tersebut antara lain ialah cara merespon suatu sinyal, cara menguasai suatu keterampilan dan mengembangkan sikap terhadap suatu objek.

W.S. Winkel (Darsono, 2000:4) menyatakan bahwa belajar adalah aktivitas mental atau psikis yang berlangsung dalam interaksi aktif dengan lingkungan yang menghasilkan perubahan dalam pengetahuan, pemahaman, keterampilan dan nilai sikap.

Belajar akan mengubah perilaku mental mahasiswa yang belajar (Dimyati dan Mudjiono, 2002:5). Perubahan itu bisa terjadi dengan sengaja bisa juga tidak sengaja, bisa lebih baik juga bisa lebih buruk. Agar belajar dapat berkualitas dengan baik, perubahan itu harus dilahirkan oleh pengalaman dan oleh interaksi antara orang dengan lingkungannya.

Prestasi belajar adalah hasil belajar seseorang yang dicapai dengan kemampuan maksimal yang akhirnya mangalami perubahan tingkah laku secara tetap baik kognitif, afektif dan psikomotorik.

Usaha-usaha yang perlu dilakukan oleh guru untuk meningkatkan prestasi belajar mahasiswa dengan memanfaatkan fasilitas-fasilitas serta kelebihan-kelebihan yang ada baik di lingkungan sekolah antara lain : (a) Meningkatkan ketrampilan dosen atau mahasiswa dalam menggunakan alat bantu ajar; (b) Meningkatkan ketrampilan dosen dalam menggunakan metode yang tepat; (c) Memanfaatan alat atau bahan yang tersedia dan mudah didapat sebagai sumber belajar.

2.2 Pendekatan Mathematics Problem Solving

Pemanfaatan media *SWiSHmax* dalam pembelajaran gfeometri ruang di perguruan tinggi secara otomatis akan menggunakan pendekatan *mathematics problem solving* dalam proses pembelajarannya. Pada dasarnya, *mathematics problem solving* memiliki tujuan agar mahasiswa dapat: (a) menginvestigasi dan memahami konsep matematika dengan kepercayaan diri tinggi; (b) mengkombinasikan strategi-strategi penyelesaian matematik untuk mencari solusi terbaik tentang permasalahan dalam matematika atau di luar matematika; (c) memahami dan merumuskan permasalahan di sekitarnya yang berkaitan dengan langsung dengan matematika atau yang tidak berkaitan langsung dengan matematika; dan (d) mengaplikasikan proses *modeling* matematika ke dalam permasalahan dunia nyata.

Mathematics Problem Solving hampir dapat disamakan dengan "*doing mathematics*". *Mathematics problem* sangat bermanfaat untuk membedakan konsep, prosedur, dan tujuan dari sebuah pokok bahasan dalam matematika. *Problem solving* dapat juga dimanfaatkan untuk mendewasakan mahasiswa. Penerapan pendekatan ini sejak level awal pendidikan dapat membuat mahasiswa sadar matematika. Kesadaran matematika ini dapat meningkatkan motivasi mereka secara alami dan harapannya mahasiswa dapat berkembang logika berpikirnya. *Problem solving* lebih luas jika dibandingkan dengan mengaplikasikan teknik khusus dalam menyelesaikan sebuah permasalahan. *Problem solving* juga lebih luas jika dibandingkan dengan bermain kata-kata dalam penyelesaian permasalahan. *Problem solving* adalah sebuah proses yang penuh matematis dalam rangka mengkonstruksi dan menguatkan (*construct* and *reinforced*).

Konsekuensi logis bagi mahasiswa yang belajar dengan pendekatan ini adalah kesadaran mahasiswa akan matematika. *Mathematics* p*roblem solving* tidak hanya dapat memberikan solusi dalam permasalahan sehari-hari, atau pertanyaan dalam ilmu sosial, ilmu sains tapi dapat juga dimanfaatkan untuk melayani teori matematika itu sendiri. Seorang mahasiswa yang dapat membuktikan sebuah teorema dan mahasiswa yang dapat menyelesaikan suatu permalasahan dengan teknik khusus, memiliki level yang berbeda dalam *mathematics problem solving* (NCTM, 1989)

Konsep dasar *mathematics problem solving* adalah pemberian permasalahan dan aplikasinya untuk mengenalkan sebuah konsep baru dalam matematika. Permasalahan dan aplikasi tersebut membantu mahasiswa dalam menyusun kerangka berpikirnya, memahami konsep dan memberikan fasilitas dalam prosedur berpikir serta me-*review* kembali konsep-konsep yang telah dipelajari, dalam rangka memberikan penguatan dalam pemahaman konsep baru tersebut. Proses belajar tersebut memaksa mahasiswa untuk menganalisis situasi berdasarkan pengetahuannya, membangun sebuah teknik matematik, dan akhirnya memanfaatkan teknik tersebut untuk menyelesaikan masalahnya. Proses *review* juga akan memantapkan pengalaman mahasiswa dalam menyesaikan masalah dan proses pengendapan pengetahuan.

Penerapan pendekatan ini dalam proses belajar mengajar akan membutuhkan waktu beberapa hari bahkan beberapa bulan. Pendekatan ini juga membutuhkan kerjasama antar siswa dalam kelompok-kelompok kecil (NCTM, 1989).

2.3 SWiSHmax

SWiSHmax dalam pembahasan ini berupa sebuah media yang mengarahkan mahasiswa agar dapat melakukan penyusunan konsep definisi dan teorema oleh mahasiswa sendiri dengan tepat. Pada penerapannya, mahasiswa di tunjukkan sebuah tampilan produk SWiSH, kemudian mahasiswa berdiskusi dengan kelompoknya sehingga definisi yang di maksudkan dapat dituliskan dengan lengkap dan jelas.

Penguasaan definisi dan teorema dalam geometri ruang sangat penting. Sistem aksioma dalam geometri telah tersusun runtut. Satu saja rantai runtutan tersebut terputus maka runtutan berikutnya tidak akan dapat terpahami. Artinya, jika satu saja teorema tak terpahami, maka teorema-teeorema selanjutnya akan lebih sulit dipahami.

Seperti uraian di atas bahwa definisi tentang objek amatan dalam geometri sangatlah penting. Seorang mahasiswa akan kesulitan menjelaskan definisi lingkaran jika tanpa bantuan dosen. Sebagian besar mahasiswa akan mengatakan bahwa "lingkaran adalah bangun datar yang … dan seterusnya". Mahasiswa mengatakan bahwa lingkaran adalah sebuah bangun datar, merupakan satu kesalahan yang sangat vital. Definisi tersebut muncul karena paradigma mahasiswa yang salah. *SWiSHmax* dapat pula digunakan untuk meluruskan paradigma yang terlanjur salah tersebut. Definisi tentang lingkaran akan mudah dipahami dengan melihat tampilan *SWiSHmax*, yaitu tempat kedudukan titik-titik yang berjarak sama terhadap satu titik tertentu. Pada implementasi bagian ini nanti, mahasiswa akan ditunjukkan sebuah tampilan dengan menampakkan 1 titik tertentu pada bagian slide, lalu titik-titik lain yang berjarak sama muncul secara berurutan dan perlahan-lahan sampai dengan titik-tiotkik tersebut rapat dan membentuk lingkaran. Dari sini harapannya siswa sudah dapat menyusun definisi sendiri berdasarkan tampilan tersebut.

Ilustrasi di atas menggambarkan pemanfaatan *SWiSHmax* dalam geometri datar. Pada implementasi nanti, *SWiSHmax* akan dimanfaatkan pada mata kuliah geometri ruang yang cenderung lebih sukar dipahami secara verbal.

3. M E T O D E

Artikel hasil penelitian ini menggunakan metode yang terjabarkan sebagai berikut.

3.1 Populasi dan Sampel

Populasi dalam penelitian ini adalah mahasiswa semester genap jurusan matematika Universitas Negeri Semarang tahun akademik 2006/2007 yang terdiri dari 7 kelas. Selanjutnya dipilih dua kelas yang memiliki kemampuan setara sebagai subyek penelitian ini sebagai sampel penelitian. Pemilihan kelas dilakukan berdasarkan kesetaraan didasarkan pada hasil perhitungan uji homogenitas hasil ujian geometri dasar pada semester sebelumnya..

Dari dua kelas sampel yang terpilih sebagai subjek penelitian, satu kelas diberikan pembelajaran menggunakan media *SwiSHmax* sebagai kelas eksperimen dan kelas lain sebagai kelas kontrol dilakukan pembelajaran dengan model pembelajaran ekspositori. Penentuan kelas menggunakan teknik random sampling..

3.2 Desain Penelitian

Penelitian ini akan mengkaji kemampuan mahasiswa dalam menangkap ide dasar dari konsep geometri ruang dari animasi hasil produk SWiSH dan mengkaji keefektifan pembelajaran matematika dengan memanfaatkan media pembelajaran *SWiSHmax* dengan pendekatan *mathematics problem solving*. Dalam hal ini kepada kelas eksperimen diberikan pembelajaran dengan media *SWiSHmax* dengan pendekatan *mathematics problem solving* dan kelas kontrol diajar dengan pembelajaran ekspositori. Penelitian ini termasuk jenis penelitian *quasi–experimental research*. Sebelum diadakan eksperimen diberikan pretes dan setelah eksperimen diberikan post tes.

Rancangan yang digunakan dalam penelitian ini meliputi tiga tahap, yaitu: pre-tes, perlakuan (pembelajaran dengan *SWiSHmax* dengan pendekatan *mathematics problem solving* dan pembelajaran ekspositori), dan post-tes. Tes awal digunakan untuk mengetahui kemampuan awal mahasiswa. Pada saat tes awal juga diberikan angket kepada mahasiswa untuk melihat pandangan mahasiswa terhadap matematika sebelum dilakukan pembelajaran dengan media *SWiSHmax* dengan pendekatan *mathematics problem solving*. Pada saat perlakuan, dilakukan pengamatan: bagaimana mahasiswa membangun konsep matematika dengan media *SWiSHmax*. Eksperimen dilakukan selama 8 kali pertemuan. Selanjutnya dilakukan tes akhir untuk mengetahui penguasaan materi yang digunakan dalam pembelajaran. Pada akhir pembelajaran diberikan angket kepada mahasiswa berkaitan dengan motivasi dan pandangannya terhadap matematika dan dilakukan wawancara terhadap beberapa mahasiswa tentang pemecahan masalah terhadap soal yang diajukan.

Rancangan ini dapat digambarkan dalam tabel 1 sebagai berikut.

Tabel 1. Rancangan Penelitian

Kelompok	Pretes	Treatment	Postes
Eksperimen	T_1	√	T_2
Kontrol	T_1	-	T_2

Perbedaan perlakuan (X: pembelajaran dengan memanfaatkan *SWiSHmax* sebagai model pembelajaran geometri ruang di prguruan tinggi) diperhitungkan melalui perbedaan antara $T_2 – T_1$ kelompok eksperimen dan $T_2 – T_1$ kelompok kontrol.

3.3 Metode Pengumpulan Data

Data dalam penelitian ini dapat digolongkan dalam dua macam, yakni: data kuantitatif dan data kualitatif. Data kuantitatif berwujud skor tes mahasiswa. Data kualitatif berwujud: data proses pembelajaran, data hasil wawancara, dan data hasil angket.

Metode pengumpulan data dalam penelitian ini adalah sebagai berikut. (a) Metode Dokumenter, Metode ini digunakan untuk mengumpulkan data kemampuan awal mahasiswa yang menjadi sampel penelitian. Data yang diperoleh dianalisis untuk menentukan homogenitas antar antar kelompok eksperimen dan kontrol. (b) Metode Tes dan Nontes, Metode ini untuk mengumpulkan data hasil belajar matematika setelah pembelajaran dengan memanfaatkan media *SWiSHmax* pada mata kuliah Geometri Ruang dilaksanakan.

3.4 Instrumen Penelitian

Instrumen penelitian yang digunakan adalah test dan angket. Test digunakan untuk menguji kemampuan mahasiswa di dalam menyelesaikan soal-soal matematika. Angket digunakan untuk mengetahui tingkat minat mahasiswa terhadap matematika setelah diberikan perlakuan bebrbeda kepada sampel.

3.5 Teknik Analisis Data

Analisis data dilakukan mengacu pada bentuk penelitian *quasi-experimental research* dan mengacu pada hipotesis penelitian yang ditetapkan. Statistik yang digunakan untuk menguji hipotesis adalah uji t satu pihak dengan hipotesis statistik yang ditetapkan, H_0: $\mu_1 \leq \mu_2$ dan H_1: $\mu_1 > \mu_2$. Dengan taraf signifikansi α dan derajat kebebasan (δ, N), maka hipotesis nol ditolak jika $t_{hitung} > t_{tabel}$.

Teknik analisis data yang digunakan adalah sebagai berikut. (a) Pengujian perbedaan hasil belajar Geometri Ruang Mahasiswa dalam pembelajaran dengan memanfaatkan media pembelajaran *SWiSHmax* dibandingkan dengan menggunakan pendekatan ekspositori dengan menggunakan *t-test*; (b) Pengujian perbedaan minat dengan menggunakan *t-test*

4. PEMBAHASAN

Berdasarkan data hasil T_2 diperoleh hasil nilai signifikan F adalah 0,123 > 0,05 artinya tidak signifikan, artinya Varians data dianggap tidak ada perbedaan yang signifikan. Dipilih statistik dengan *equal varians assumed*. Nilai signifikan 2-tailed adalah 0,000 < 0,05, artinya signifikan, artinya **ada perbedaan hasil belajar yang signifikan antara kelas eksperimen dan kelas kontrol**. Dengan kata lain, kelas dengan memanfaatkan SWiSHmax dengan pendekatan *mathematics problem solving* lebih baik daripada pembelajaran geometri ruang dengan ekspositori dengan memanfaatkan alat peraga.

Berdasarkan data hasil angket minat diperoleh hasil nilai signifikan F adalah

0,229 > 0,05 artinya tidak signifikan, artinya Varians data dianggap tidak ada perbedaan yang signifikan. Dipilih statistik dengan *equal varians assumed*. Nilai signifikan 2-tailed adalah 0,613 < 0,05, artinya signifikan, artinya **tidak ada perbedaan minat yang signifikan antara kelas eksperimen dan kelas kontrol**. Dengan kata lain, kelas dengan memanfaatkan SWiSHmax dengan pendekatan *mathematics problem solving* memiliki minat yang sama pada waktu belajar geometri ruang dengan kelas kontrol, yaitu kelas dengan model pembelajaran ekspositori dengan memanfaatkan alat peraga.

Dengan mengoptimalkan pemanfaatan media SWiSHmax dengan pembelajaran *mathematics problem solving* diperoleh pengalaman yang baik. Pengalaman ini dapat tumbuh dan berkembang seperti pengalaman mahasiswa di dalam memahami materi geometri ruang. Pengalaman mahasiswa yang sangat bermakna ini dapat dikembangkan dalam pembelajaran pokok bahasan irisan bidang, jarak dan sudut.

Mahasiswa mengalami sendiri bentuk-bentuk dan visual dari irisan bangun ruang, dapat pula melakukan manipulasi dengan melakukan rotasi dengan lukisan matematika tersebut. Pengalaman dengan mengalami sendiri inilah yang menjadi inti dari *mathematics problem solving*. Mahasiswa tak hanya mendengar nmun juga mengalami sendiri. Dari pengelaman tersebut, diharapkan mahasiswa dapat meningkatkan kemampuan keruangannya sehingga hasil yang diperoleh dapat dimanfaatkan untuk bidang yang lain.

Jarak dan sudut merupakan materi dalam geometri ruang yang menuntut mahasiswa untuk dapat melihat jauh ke dalam. Hubungan yang terjadi antara mahasiswa dan permasalahan tidak sekedar mahasiswa membaca dan memahami, namun diharapkan mahasiswa dapat masuk ke dalam permasalahan dan kemudaian mencari solusi dari permasalahan dengan cara yang cerdas. Hal tersebut di atas tidaklah mudah, perlu latihan berulang-ulang dengan soal yang kreatif.

Dalam menghitung jarak dan sudut dalam geometri ruang tidaklah sulit. Akan lebih sulit bagi mahasiswa untuk menentukan manakah jarak yang dimaksud. Contoh kecil adalah jarak antara ruas garis BC dan EF pada sebuah kubus. Banyak mahasiswa yang tidak memahami konsep jarak dengan jelas sehingga permasalahan tersebut menjadi sulit.

Pembelajaran *mathematics problem solving*, selain mengasah kemampuan berpikir mahasiswa, juga mengemukakan permasalahan kontekstual dalam prosesnya. Sebagai contoh, ketika mengajarkan konsep sudut, akan lebih mudah jika mahasiswa mengalami sendiri berada dalam kubus, sehingga sudut yang dimaksud menjadi lebih terlihat. Contoh sederhana adalah ketika mahasiswa dihadapkan pada permasalahan menghitung sudut antara ruas garis BH dengan ruas garis AC. Mahasiswa akan lebih mudah melukis dengan bantuan visualisasi *SWiSHmax* dibandingkan dengan mengangan-angan.

Pada dasarnya, pengajaran kontekstual dapat dilaksanakan dengan 7 (tujuh) pendekatan sebagai berikut. (a) Belajar Berbasis Masalah (*Problem-Based Learning*, yaitu belajar dengan menggunakan masalah dunia nyata sebagai suatu konteks; (b) Pengajaran Autentik (*Authentic Instruction*), intinya adalah mendorong siswa untuk mempelajari konteks bermakna; (c) Belajar Berbasis

Inquiri (*Inquiry-Based Learning*), yaitu mengikuti metodologi sains dan menyediakan kesempatan untuk pembelajaran bermakna dengan menemukan sendiri permasalahan yang dihadapi; (d) Belajar Berbasis Proyek (*Project-Based Learning*), lingkungan belajar siswa didesain agar siswa dapat melakukan penyelidikan dan pendalaman materi, siswa dapat bekerja sendiri untuk mengkonstruksi dan mengkulminasikan dalam produk nyata; (e) Belajar Berbasis Kerja (*Work-Based Learning*), yaitu siswa menggunakan konteks tempat kerja untuk mempelajari materi pelajaran, dan kemudian dikembalikan lagi ke tempat kerja; (f) Belajar Jasa-Layanan (*Service Learning*) yaitu menyajikan penerapan praktis yang diperlukan dan berbagai ketrampilan untuk memenuhi kebutuhan masyarakat; dan (g) Belajar Kooperatif (*Cooperative Learning*), yaitu menggunakan kelompok kecil siswa untuk bekerja sama dalam memaksimalkan kondisi belajar dalam mencapai tujuan belajar.

Pembelajaran dengan pendekatan kontekstual bertujuan membekali mahasiswa dengan pengetahuan yang secara fleksibel dapat diterapkan (ditransfer) dari suatu permasalahan ke permasalahan lain, dari suatu konteks ke konteks yang lain.

Pendekatan kontekstual dapat diimpelementasikan dalam bentuk **belajar berbasis masalah** (*problem-based learning*), yaitu pembelajaran yang menggunakan masalah dunia nyata sebagai suatu konteks bagi siswa untuk belajar berpikir kritis dan keterampilan pemecahan masalah untuk memperoleh konsep atau pengetahuan yang esensial.

Pada kegiatan pendahuluan, dosen mengingatkan semua mahasiswa tentang materi perkuliahan yang lalu, memotivasi mahasiswa, mengkomunikasikan tujuan pembelajaran yang akan dicapai secara rinci dan jelas, dan menjelaskan model pembelajaran yang akan dijalani.

Pada kegiatan inti mencakup 5 (lima) fase. Pada fase pertama, dosen mengajukan masalah pada mahasiswa dan meminta mahasiswa mengemukakan ide mereka untuk memecahkan masalah tersebut. Pada fase kedua, mahasiswa melakukan penyelidikan/pemecahan secara bebas baik dalam kelompok besar maupun kelompok kecil. Dosen bertugas mendorong mahasiswa mengumpulkan data dan melaksanakan eksperimen aktual hingga mereka benar-benar mengerti dimensi situasi permasalahannya. Pada fase ketiga, dosen menyuruh salah seorang mahasiswa untuk mempresentasikan hasil pemecahan masalah dan membantu mahasiswa jika mereka mengalami kesulitan. Pada fase keempat, dosen membantu menganalisis dan mengevaluasi proses berpikir mahasiswa sedangkan mahasiswa menyusun kembali hasil pemikiran dan kegiatan yang telah dilakukan untuk digunakan menyelesaikan masalah berikutnya.

Dengan layanan dosen yang memadai melalui berbagai bentuk penugasan (*project-based learning*), mahasiswa belajar bekerja sama untuk menyelesaikan masalah (*problem-based learning*) dan saling menghargai sehingga hubungan antar mahasiswa akan menjadi lebih harmonis. Mahasiswa yang merasa "kurang" dapat belajar bersama-sama mahasiswa yang pandai mengerjakan dan mempertanggung-jawabkan solusi yang ditugaskan.

Sesuai dengan hasil angket maka diketahui bahwa tingkat keberminatan mahasiswa dalam belajar geometri ruang tidaklah berbeda secara signifikan. Hal ini dapat disebabkan karena tujuan mahasiswa dalam mengikuti perkuliahan sudah jelas, sehingga model pembelajaran dan media yang digunakan tidak mempengaruhi minat mahasiswa dalam mengikuti perkuliahan dalam kelas.

5. SIMPULAN DAN SARAN

5.1 Simpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan yang disajikan di dalam Bab V, kesimpulan yang dapat ditarik adalah sebagai berikut: (a) Hasil belajar Geometri Ruang memanfaatkan SWiSHmax dengan pendekatan *mathematics problem solving* lebih baik daripada pembelajaran geometri ruang dengan ekspositori berbantuan alat peraga matematika; (b) Tidak ada perbedaan yang signifikan pada tingkat keberminatan mahasiswa dalam pembelajaran memanfaatkan SWiSHmax dengan pendekatan *mathematics problem solving* dan pembelajaran geometri ruang dengan ekspositori berbantuan alat peraga matematika.

5.2 Saran

Saran-saran yang diajukan adalah sebagai berikut: (a) Para dosen mata kuliah geometri ruang di lingkungan Universitas Negeri Semarang lebih mengoptimalkan pemanfaatan media SWiSHmax dengan pendekatan *mathematics problem solving* dalam rangka peningkatan kompetensi mahasiswa dalam bidang geometri ruang; (b) Jurusan Matematika memprakarsai pengembangan media SWiSHmax dengan memberikan waktu luang kepada para dosen untuk mengembangkan media tersebut.

DAFTAR PUSTAKA

Darsono, M. 2000. *Belajar dan Pembelajaran*. Semarang: IKIP Semarang Press.

Dimyati dan Mudjiono. 2002. *Belajar dan Pembelajaran*. Jakarta : Rineka Cipta.

Hidayah, I. dan Sugiman. 1998. *Pengembangan Model Pengajaran Matematika SD Bercirikan Pendayagunaan Alat Peraga*. (Laporan Penelitian Dosen Muda Tahap I). Semarang: IKIP Semarang.

Kurikulum 2005 Jurusan Matematika Universitas Negeri Semarang.

NCTM. 1989. *1989 NCTM Standards: Grades 9-12 Mathematics as Problem Solving.* Download dari http://www.nctm.org pada tanggal 15 Januari 2006.

Prabowo, A. 2004. Pengaruh Penggunaan Media Visual Compact Disc (VCD) Terhadap Hasil Belajar Mahasiswa Sekolah Dasar Negeri Petompon 5, 6, 7, pada Pokok Bahasan Pengukuran Luas, Keliling dan Berat Serta Pengukuran Waktu *(Skripsi).* Matematika UNNES.

Prabowo, A. 2005. Generasi SWiSH untuk Pembelajaran Matematika Sekolah Dasar dalam *Proseeding Seminar Nasional MIPA UNNES.* 1:PM-13-1

Sugiarto dan Hidayah, I.. 1999. *Implementasi dan Pengembangan Model Pembelajaran Matematika SD Bercirikan Pendayagunaan Alat Peraga di Kabupaten Semarang.* (Penelitian Dosen Muda Tahap II). Semarang: IKIP Semarang.

Upaya Meningkatkan Pemahaman Matematika Melalui Model Belajar Kooperatif Tipe *Student Team Achievement Division* (*Stad*), *Jigsaw Dan Team Game Tournamen*(*Tgt*) Pada Siswa Sekolah Menengah Pertama

Oleh :
Asep Ikin Sugandi
STKIP Siliwangi Bandung

Abstrak

Rendahnya pemahaman matematika siswa di tingkat SMP menjadi tantangan bagi para guru untuk mengubahnya. Salah satu alternatif yang dapat ditempuh adalah dengan memilih model pembelajaran yang dapat memberikan pengalaman belajar yang menyenangkan dan meningkatkan aktivitas siswa dalam belajar serta meningkatkan pemahaman siswa terhadap matematika. Model belajar yang dapat meningkatkan pemahaman siswa terhadap matematika siswa adalah model belajar kooperatif Tipe STAD, Jigsaw dan TGT.

Kata Kunci : Kooperatif Tipe STAD, Jigsaw dan TGT serta Pemahaman Matematika

Pendahuluan

Latar Belakang Masalah

Hasil belajar siswa beberapa tahun belakangan ini banyak dipersoalkan, terutama karena hasil belajar yang dicapai tidak sesuai dengan yang diharapkan. Hal ini dapat kita lihat dari rata-rata nilai UAN siswa SMP Negeri dan Swasta di Jawa Barat yang masih berada di bawah 6. Jadi dengan demikian hasil belajar siswa dalam bidang studi matematika sangat rendah.

Selain itu kedudukan dan fungsi guru dalam proses belajar mengajar saat ini cenderung masih dominan. Aktivitas guru masih sangat besar dibandingkan dengan aktivitas siswa yang masih rendah kadarnya. Padahal yang diharapkan dalam proses pembelajaran tidaklah seperti demikian. Yang diharapkan dalam proses pembelajaran adalah siswa aktif . Proses komunikasi yang diharapkan adalah komunikasi banyak arah.

Pada masa sekarang ini masih ada guru yang bertugas memberikan pelajaran kepada siswa sebagai wujud kewajibannya sebagai seorang pegawai, sedang siswa mencatat, mendengarkan dan menghapal apa yang diberikan

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

guru. Hal ini sejalan dengan pendapat Hudoyo (1979 : 205) bahwa pembelajaran matematika hingga kini lebih didominasi oleh sistem pembelajaran konvensional, seperti ceramah dan "drill".

Melihat kenyataan nilai NEM matematika dan aktivitas siswa yang masih kurang memuaskan, sudah sewajarnya bila para peneliti dan staf ahli dalam bidang pendidikan mencari alternatif untuk memecahkan masalah tersebut. Salah satu usaha yang mulai nampak dilaksanakan terhadap para guru dan siswa adalah dengan diadakannya penataran - penataran guru, pengayaan bagi siswa, pengembangan dan perbaikan Model, metode pembelajaran dan usaha-usaha lainnya yang dapat mengaktifkan siswa untuk belajar baik secara mental, fisik maupun sosial.

Untuk meningkatkan hasil belajar siswa pada mata pelajaran matematika yang salah satunya adalah pemahaman matematika, hendaknya guru dapat memilih dan menerapkan suatu Model pembelajaran yang efektif untuk meningkatkan kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal-soal yang berupa pemamahan matematika.

Salah satu Model pembelajaran yang dapat efektif dalam meningkatkan kemampuan pemahaman dan aktivitas siswa dalam belajar adalah Model Belajar Kooperatif, yang terdiri dari model belajar kooperatif tipe STAD, Jigsaw dan TGT.

Rumusan Masalah

Berdasakan latar belakang yang telah diuraikan, maka masalah dalam penelitian ini dirumuskan sebagai berikut :

Apakah kemampuan pemahaman matematika siswa yang pembelajarannya menggunakan model belajar kooperatif tipe jigsaw lebih baik dari pada kemampuan pemahaman matematika siswa yang pembelajaranya menggunakan model belajar TGT maupun STAD?

Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui perbedaan kemampuan pemahaman matematika siswa yang pembelajarannya menggunakan model belajar kooperatif tipe jigsaw lebih baik dari pada kemampuan pemahaman matematika siswa yang pembelajaranya menggunakan model belajar TGT maupun STAD

Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian ini adalah untuk mencari model belajar kooperatif yang efektif dalam upaya meningkatkan pemahaman matematika.

Studi Pustaka

1. Pemahaman Matematika

Pengetahuan dan pemahaman siswa terhadap konsep matematika menurut NCTM (1989 : 223) dapat dilihat dari kemampuan siswa dalam (1) Mendefinisikan konsep secara verbal dan tulisan; (2) mengindentifikasikan dan membuat contoh dan bukan contoh; (3) Menggunakan model, diagram dan simbol-simbol untuk merepresentasikan suatu konsep; (4) Mengubah suatu bentuk representasi ke bentuk lainnya; (5) Mengenal berbagai makna dan interpretasi konsep; (6) Mengidentifikasi sifat-sifat suatu konsep dan mengenal syarat yang menentukan suatu konsep; (7) Membandingkan dan membedakan konsep-konsep.

Pemahaman matematika dapat dibedakan beberapa macam. Ruseffendi (1988 : 221) mengatakan, "Ada 3 macam pemahaman : pengubahan (translation), pemberian arti (interpretation), dan pembuatan ekstrapolasi (ekstrapolation)". Sedangkan Skemp (Utari , 2002 : 12) membedakan dua jenis pemahaman yaitu (1) pemahaman instrumental : hapal sesuatu secara terpisah atau dapat menerapkan sesuatu pada perhitungan rutin/sederhana, mengerjakan sesuatu secara algoritmik saja; (2) pemahaman relasional : dapat mengkaitkan sesuatu dengan hal lainnya secara benar dan menyadari proses yang dilakukan

2. Model Belajar Kooperatif Tipe Student Team Achievement Division (STAD)

Pemebelajaran Kooperatif tipe STAD adalah salah satu model pembelajaran dimana siswa belajar dengan bantuan LKS secara berkelompok, berdiskusi guna menemukan dan memahami konsep-konsep. Semua anggota kelompok berbagi tanggung jawab. Para siswa secara individu diberi evaluasi (kuis) yang ikut berpengaruh terhadap seluruh anggota kelompok. Hasil belajar kelompok tersebut dibandingkan dengan kelompok lainnya guna memperoleh penghargaan berupa pujian dari guru.

Adapun langkah-langkah pembelajaran kooperatif tipe STAD menurut Slavin (1995) adalah sebagai berikut : (1) Penyajian Materi; (2) Kegiatan Kelompok; (3) Tes Hasil Belajar; (4) Perhitungan skor perkembangan kelompok (5) Penghargaan Kelompok.

3. Model Belajar Kooperatif Tipe Teams Games Tournament (TGT)

Model Belajar Kooperatif Tipe Teams Games Tournament (TGT) hampir mirip dengan model belajar kooperatif tipe STAD, namun TGT mempunyai karakterisitik lain yaitu adanya kompetisi yang mengandung permainan. Siswa memainkan permainan-permainan dengan anggota kelompok lain untuk memperoleh tambahan nilai untuk skor kelompok mereka.

Adapun langkah-langkah pembelajaran kooperatif tipe TGT menurut Slavin (1995) adalah sebagai berikut : (1) Presentasi Kelas; (2) Kegiatan Kelompok; (3) Turnamen Akademik; (4) Penghargaan Kelompok; (5) Pergeseran.

4. Model Belajar Kelompok Tipe Jigsaw

Pada Model Belajar Kooperatif tipe Jigsaw, siswa dikelompokkan menjadi beberapa kelompok yang beranggotakan enam orang dengan mempelajari materi akademik yang telah dibagi menjadi sub-sub bab. Setiap anggota kelompok membaca sub-bab yang ditugaskan. Anggota kelompok yang berbeda yang telah mempelajari sub-bab sama bertemu dalam kelompok ahli untuk mendiskusikan sub-bab mereka.

Adapun langkah-langkah pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw menurut Slavin (1995) adalah sebagai berikut : (1) Pemberian materi ; (2) Kegiatan Diskusi Pada Kelompok asal; (3) Kegiatan diskusi pada kelompok ahli (4) Bertukar informasi kembali dikelompok asal ; (5) Tes Individu; (6) Perhitungan skor perkembangan kelompok (6) Pemberian penghargaan.

Hipotesis Penelitian

Berdasarkan kerangka pemikiran yang telah diuraikan, maka hipotesis dalam penelitian ini adalah :

Kemampuan pemahaman matematika siswa yang pembelajarannya menggunakan model belajar kooperatif tipe jigsaw lebih baik dari pada kemampuan pemahaman matematika siswa yang pembelajaranya menggunakan model belajar TGT maupun STAD.

Metode dan Prosedur Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode eksperimen dengan disain penelitian sebagai berikut :

R X_1 O

R X_2 O

R X_3 O

R = Pemilihan sampel secara acak

X_1 = Perlakuan berupa pemberian model belajar koopertif tipe STAD

X_2 = Perlakuan berupa pemberian model belajar koopertif tipe TGT

X_3 = Perlakuan berupa pemberian model belajar koopertif tipe Jigsaw

Prosedur eksperimen dilakukan dengan cara melaksanakan (1) perlakuan berupa pemberian model belajar kooperatif tipe STAD, TGT, dan Jigsaw, dan (2) pemberian post tes untuk mengukur pemahaman matematika siswa. Penelitian ini mengambil lokasi di SMP Negeri 3 Cimahi. Dengan populasi seluruh siswa SMP Negeri 3 Cimahi. Sedangkan subyek sampel adalah siswa dari 2 kelas VIII yang dipilih secara acak dari kelas paralel yang ada.

Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah seperangkat soal bentuk uraian sebanyak 5 buah soal dan telah memenuhi soal yang baik dilihat dari segi validitas, reliabilitas, indeks kesukaran dan daya pembeda soal.

Teknik pengolahan data yang digunakan dalam penelitian ini adalah analisis varians satu jalur, karena ingin mengetahui perbedaan rata-rata dari

Hasil Penelitian dan Pembahasan

Berdasarkan hasil pengolahan data didapat hasil statistik yang disajikan dalam Tabel 1 berikut ini :

Tabel 1. Data Statistik Hasil Penelitian

STAT	JIGSAW	TGT	NHT	TOTAL
n	30	30	30	90
$\sum X$	231	195	165	591
$\sum X^2$	1843	1301	941	4085
$\overline{X}$	7,7	6,5	5,5	-
S	1,52	1,07	1,07	-
V	2,22	1,14	1,14	-

Berdasarkan hasil perhitungan dengan menggunakan χ^2, didapat χ^2_{hitung} = 5,48, sedangkan χ^2_{tabel} = 9,21, karena $\chi^2_{hitung} < \chi^2_{tabel}$, maka disimpulkan ketiga varians tersebut homogen.

Selanjutnya untuk menguji hipotesis, digunakan rumus analisis varians satu jalur dan hasilnya penulis sajikan dalam Tabel 2 berikut ini:

Tabel 2. Hasil Perhitungan Analisis Varians Terhadap Tiga Perlakuan

SV	JK	db	RK	F	p
A	72,8	2	36,40	24,10	<0,01
d	131,80	87	1,51	-	-
T	204,10	89	-	-	-

Berdasarkan perhitungan didapat F_{hitung} = 24,10, sedangkan $F_{(2/97)}$ = 19,47, karena $F_{hitung} > F_{tabel}$, maka efektivitas ketiga perlakuan tersebut berbeda sangat signifikan. Dengan melihat rata-rata ketiga perlakuan, maka dapat disimpulkan urutan efektifitas model pembelajaran kooperatif terhadap pemahaman matematika sebagai berikut :

1. Model Belajar Kooperatif tipe Jigsaw
2. Model Belajar Kooperatif tipe TGT

3. Model Belajar Kooperatif tipe STAD

Disamping hasil yang telah dikemukakan, berikut ini disajikan beberapa temuan dalam penelitian ini.

1. Klasifikasi Total Skor Pemahaman Matematika

Berdasarkan hasil pengolahan dan analisis data maka penulis mencoba mengklasifikasikannya ke dalam tiga kategori, yaitu (1) kategori kurang dengan kriteria nilai kurang dari 6, (2) ketegori cukup dengan kriterian nilai 6 - 7, dan (3) kategori baik dengan kriterian nilai 8-10. Hasil rekapitulasi klasifikasi total skor pemahaman matematika untuk tiap kelas sebagai berikut :

Tabel 3. Prosentase Total Skor Pemahaman Matematika Tiap Kelas Perlakuan

KELAS	KRITERIA NILAI		
	BAIK	CUKUP	KURANG
JIGSAW	56,67%	30,00%	13,33%
TGT	16,67%	66,66%	16,67%
STAD	0%	53,33%	46,67%

2. Klasifikasi Total Skor Tertinggi dan Terendah Pemahaman Matematika

Hasil analisis mengenai skor tertinggi dan terendah pemhaman matematika yang dicapai siswa pada tiga kelas perlakuan disajikan pada Tabel 4, di bawah ini:

Tabel 4. Klasifikasi Total Skor Tertinggi dan Terendah Pemahaman Matematika

KELAS	SKOR MAKSIMUM	SKOR TERTINGGI	SKOR TERENDAH
JIGSAW	10	10	5
TGT	10	9	4
STAD	10	7	4

3. Ketuntasan Belajar Pemahaman Matematika

Hasil analisis mengenai ketuntasan belajar pemahaman matematika yang dicapai siswa pada tiga kelas perlakuan disajikan pada Tabel 5, di bawah ini :

Tabel 5. Tabel Ketuntasan Belajar Pemahaman Matematika Tiap Kelas

KELAS	JUMLAH SISWA YG TUNTAS	PROSENTASE
JIGSAW	22	73%
TGT	15	50%
STAD	6	20%

Berdasarkan Tabel 5 dapat disimpulkan bahwa ketuntasan belajar pada kelas Jigsaw lebih baik dibandingkan kelas TGT dan STAD, namun demikian belum mencapai ketuntasan belajar ideal (85%).

Pembahasan

Berdasarkan hasil pengolahan data menggunakan analisis varians satu arah didapat hasil bahwa efektivitas ketiga perlakuan berbeda secara signifikan terhadap pemahaman matematika, dengan urutan efektivitas sebagai berikut :

1. Model Belajar Kooperatif tipe Jigsaw
2. Model Belajar Kooperatif tipe TGT
3. Model Belajar Kooperatif tipe STAD

Hal ini menunjukkan bahwa model belajar koopertif tipe Jigsaw lebih efektif dalam meningkatkan pemahaman matematika siswa dibandingkan dengan model belajar kooperatif tipe TGT dan STAD. Temuan tersebut didukung dengan fakta dilapangan bahwa siswa yang belajar dengan menggunakan model belajar kooperatif tipe Jigsaw mendapatkan informasi yang lebih luas dan mendalam, karena melakukan diskusi sebanyak dua kali.

Disamping itu ditemukan pula bahwa total skor pemahaman matematika pada kelas Jigsaw berada pada kategori baik, pada kelas TGT berada pada kategori cukup, sedangkan pada kelas STAD berada pada kategori kurang.

Berdasarkan hasil analisis ketuntasan belajar terungkap bahwa ketuntasan belajar tiap kelas berbeda secara signifikan, dengan urutan sebagai berikut :

1. Model Belajar Kooperatif tipe Jigsaw
2. Model Belajar Kooperatif tipe TGT
3. Model Belajar Kooperatif tipe STAD

Secara umum Pembelajaran pemahaman matematika dengan menggunakan model belajar kooperatif tipe Jigsaw lebih baik dibanding dengan TGT dan STAD, namun demikian belum mencapai ketuntasan ideal sebesar 85%.

Simpulan dan Saran

Berdasarkan pengolahan data dan temuan yang diperoleh dalam penelitian ini, maka penulis memperoleh kesimpulan

1. Terdapat perbedaan efektivitas dari tiga perlakuan secara signifikan terhadap pemahaman matematika siswa, dengan urutan keefektivitasn sebagai berikut :
   a. Model Belajar Kooperatif tipe Jigsaw
   b. Model Belajar Kooperatif tipe TGT
   c. Model Belajar Kooperatif tipe STAD
2. Ditinjau dari pengelompokan skor pemahaman matematika disimpulkan bahwa siswa yang pembelajarannya menggunakan model belajar kooperatif tipe Jigsaw berada pada kategori baik, siswa yang pembelajarannya menggunakan model belajar kooperatif tipe TGT berada pada kategori cukup dan siswa yang pembelajarannya menggunakan model belajar kooperatif tipe STAD berada pada kategori kurang.
3. Ditinjau dari ketuntasan belajar pemahaman matematika, ketiga kelas belum mencapai ketuntasan ideal (85%), namun demikian ketuntasan hasil belajar pada kelas Jigsaw lebih besar dibandingkan kelas TGT dan STAD.
4. Kelemahan dalam penelitian ini memerlukan waktu yang relatif lama dalam melaksanakan ketiga perlakukan tersebut, sedangkan kebaikannya adalah siswa lebih bergairah dalam belajar sehingga dapat meningkatkan aktivitas dan kreativitas siswa.

DAFTAR PUSTAKA

Hudoyo, H. (1979). *Pengembangan Kurikulum Matematika dan Pelaksanaannya di Depan Kelas.* Surabaya : Usaha Nasional

NCTM. (1989). *Curriculum and Evaluation Standar for School Mathematics.* Virginia : The NCTM Inc.

Ruseffendi, E.T. (1988). *Pengantar kepada Membantu Guru Mengembangkan Kompetensinya dalam Pengajaran Matematika untuk Meningkatkan CBSA.* Bandung : Tarsito

Slavin. (1995).*Cooperative Learning , Theory, Research and Practice*. Massachusetts : Allyn & Boccon.

Sudjana. (1986). *Metode Statistik*. Bandung : Tarsito

Stahl, R.J. (1994). *Cooperative Learning Sosial Studies.* A Hand Book for Teachers. USA : Addison-Wesley Publishing Company.

Utari Sumarmo. 2002. *Pembelajaran Matematika Untuk Mendukung Pelaksanaan Kurikulum Berbasis Kompetensi.* Makalah disajikan pada guru MTS Agustus di Bandung.

Studi Tentang Strategi Guru Dalam Pembelajaran Matematika Menyikapi Pergeseran Paradigma Pendidikan *Teacher Centered* Ke *Student Centered*

Endang Listyani
Dhoriva UW
Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

ABSTRAK

Sistem pendidikan di Indonesia telah mengalami pegeseran paradigma dari *teaching centered* ke *student centered learning*. Guru sebagai ujung tombak dari suatu proses belajar-mengajar mempunyai peranan yang sangat penting untuk mewujudkan paradigma tersebut. Menyikapi tuntutan tersebut, seorang guru harus mampu menentukan strategi pembelajaran yang tepat untuk membawa kelas dalam situasi siswa belajar aktif. Tujuan penelitian ini untuk mengetahui strategi para guru dalam meningkatkan proses pembelajaran matematika dalam menyikapi paradigma pendidikan yang telah mengalami pergeseran dari *teacher centered* ke *student-centered*. Responden dalam penelitian ini adalah seluruh guru matematika yang mengajar di SMA Negeri di Kotamadya Yogyakarta baik mengajar di IPA maupun di IPS. Di Kotamadya Yogyakarta terdapat 11 SMA Negeri dengan penyebaran 3-6 orang guru matematika di setiap SMA, sehingga diperoleh 56 responden. Untuk mengungkapkan strategi pembelajaran yang selama ini diterapkan oleh para guru digunakan angket. Dari hasil angket ini akan disimpulkan apakah para guru sudah menggunakan strategi yang sesuai dengan paradigma *student-centered* ataukah masih menggunakan strategi dengan paradigma lama *teacher centered* dan diungkapkan kendala-kendala yang dihadapi oleh guru dalam melakukan inovasi-inovasi dalam pembelajarannya.Berdasarkan hasil penelitian ini disimpulkan bahwa secara umum para guru matematika di SMA Negeri di Kotamadya Yogyakarta telah melakukan strategi pembelajaran yang mengarah pada *student-centerd*. Dalam pelaksanaannya terdapat hamb vvatan-hambatan diantaranya dari sarana prasarana yang belum memadai dan kemampuan sumber daya manusia yang terbatas. Di samping itu waktu yang diperlukan untuk pembelajaran dengan inovasi-inovasi lebih lama, sehinga menimbulkan kekhawatiran para guru tentang tidak tercapainya target materi pelajaran

Kata Kunci: Strategi pembelajaran , *Student centered*

PENDAHULUAN

Berbagai upaya telah dilakukan oleh pengambil kebijakan di bidang pendidikan untuk meningkatkan mutu pendidikan di Indonesia, diantaranya adalah penataran-penataran guru-guru, pergantian kurikulum, penelitian-penelitian di bidang pendidikan, serta kerjasama sekolah dengan perguruan tinggi, bahkan dengan institusi dari luar negeri. Kegiatan-kegiatan yang telah dilakukan tersebut mempunyai satu arah yaitu usaha untuk mengubah proses pembelajaran dari paradigma *teacher centered* ke *student centered*. Pembelajaran yang sesuai dengan paradigma ini adalah pembelajaran yang mampu menciptakan rasa tanggung jawab belajar pada siswa, sedangkan guru

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

bertanggung jawab untuk menciptakan situasi yang mendorong prakarsa, motivasi, kreativitas, dan tanggung jawab siswa untuk belajar. Dalam hal ini guru berfungsi sebagai fasilitator dalam kegiatan pembelajaran.

Guru sebagai ujung tombak pembelajaran di dalam kelas memegang peranan yang sangat penting bagi terciptanya situasi belajar pada siswa. Untuk itu guru harus dapat memilih strategi yang tepat sesuai dengan paradigma belajar bukan paradigma mengajar. Penentuan urutan kegiatan pembelajaran, metode dan media (Gerardus, 2005) merupakan komponen-komponen strategi pembelajaran yang harus ditentukan oleh guru. Beberapa prinsip yang harus diperhatikan dalam mengembangkan strategi pembelajaran adalah :

- Kegiatan berpusat pada siswa
- Belajar dengan melakukan
- Pengembangan keingintahuan dan imajinasi
- Pengembangan ketrampilan pemecahan masalah
- Pengembangan kreativitas siswa

Jika diperhatikan, bukan pekerjaan yang mudah bagi para guru untuk dapat menerapkan strategi pembelajaran yang memenuhi prinsip-prinsip tersebut. Lebih mudah bagi guru untuk menerapkan strategi dengan metode klasik/ceramah yang hanya memindahkan ilmu dari guru ke siswa.

Tuntutan materi pelajaran yang cukup padat, ditambah dengan tuntutan akan nilai standar kelulusan menjadikan kendala bagi guru untuk mengembangkan strategi pembelajaran yang sesuai dengan paradigma belajar bukan paradigma mengajar. Di samping itu guru juga dituntut untuk, kreatif dan mempunyai wawasan yang luas, mampu menggunakan media atau memilih metode yang menarik minat siswa untuk terlibat aktif dalam pembelajaran. Kendala-kendala tersebut memungkinkan guru kembali kepada strategi dengan menggunakan metode klasik. Oleh karena itu dalam penelitian ini akan diungkap sudahkah para guru menerapkan strategi pembelajaran yang sesuai dengan paradigma siswa belajar ataukah masih bertahan dengan strategi yang bertumpu pada dominasi guru.

Mengingat mata pelajaran matematika merupakan salah satu mata pelajaran yang masih dirasakan sulit oleh sebagian siswa, maka fokus penelitian ini ditujukan pada guru matematika. Pemilihan mata pelajaran ini juga didukung oleh kenyataan bahwa mutu pendidikan matematika di Indonesia masih memprihatinkan (Marpaung, 2001; Fauzan, 2002; Zulkardi, 2002). Prestasi siswa pada pelajaran matematika pada umumnya lebih rendah dibandingkan di bidang lain. (Marpaung, 2003)

Dengan mengetahui kondisi para guru dalam mengajar, khususnya pada pelajaran matematika, diharapkan bagi pihak yang terkait seperti dinas pendidikan, akan dapat menentukan upaya-upaya maupun kebijakan yang tepat dalam rangka meningkatkan mutu pendidikan matematika, terutama dari sisi peningkatan kualitas guru, juga dalam menentukan kurikulum agar mempertimbangkan keterlaksanaannya di lapangan. Hasil penelitian ini diharapkan juga dapat dijadikan sebagai bahan introspeksi bagi para guru matematika untuk terus mengembangkan strategi pembelajaran sesuai dengan tuntutan dunia pendidikan. Sedangkan bagi para peneliti diharapkan dapat memberikan masukan tentang bagaimana kompetensi guru matematika yang sebenarnya, sehingga dapat menjadi landasan dalam mengembangkan strategi pembelajaran yang mampu menciptakan situasi siswa belajar, tetapi juga mudah diterapkan oleh para guru.

Berdasarkan latar belakang masalah tersebut di atas, dirumuskan masalah

penelitian sebagai berikut: " Bagaimana strategi para guru pada proses pembelajaran matematika dalam menyikapi pegeseran paradigma dari *teaching* *centered* ke *student centered learning*." Dari hasil penelitian ini diharapkan akan diketahui apakah para guru telah menggunakan strategi yang tepat dalam pembelajarannya.

TINJAUAN PUSTAKA

Paradigma Belajar *Student- Centered*

Pengertian belajar menurut Fontana (1981, 147) (dalam Erman Suherman dkk.(2001)) adalah proses perubahan tingkah laku individu yang relatif tetap sebagai hasil pengalaman, sedangkan pembelajaran merupakan upaya penataan lingkungan yang memberi nuansa program belajar tumbuh dan berkembang secara optimal. Proses belajar bersifat internal dan unik dalam diri individu siswa, sedangkan proses pembelajaran bersifat eksternal.

Dalam paradigma baru antara proses belajar dan pembelajaran bukan proses yang terpisah, karena pembelajaran yang efektif adalah pembelajaran yang mampu mengoptimalkan keberadaan dan peran siswa dalam pembelajaran. Jadi proses pembelajaran harus mampu membawa siswa dalam suasana belajar. Paradigma lama dengan istilah pengajaran harus berubah menjadi paradigma baru, yaitu :

a. dari *teacher centered* menjadi *learner/student centered*
b. dari *teaching centered* menjadi *learning centered*
c. dari *content based* menjadi *competency based*
d. dari *product of learning* menjadi *process of learning*
e. dari *summative evaluation* menjadi *formative evaluation* .(Depdiknas 2003)

Pembelajaran akan mencapai perubahan paradigma tersebut apabila pembelajaran yang dikembangkan diarahkan tidak sekedar untuk *learning to know*, melainkan juga *learning to do*, *learning to be* hingga *learning to live together*.

Dalam kaitannya dengan pembelajaran matematika, Sutaro Hadi dan A Fauzan (2003) mengatakan bahwa dalam pembelajaran matematika, siswa tidak boleh dipandang sebagai *passieve receivers of ready-made mathematics*. Sesuai dengan pernyataan di atas, untuk memacu siswa agar aktif belajar matematika, salah satu caranya adalah melalui penerapan learning by doing (Soedjadi, 1998).

Pembelajaran dalam konteks paradigma belajar sesuai dengan paham konstruktivisme. Paham ini menyatakan bahwa pengetahuan tidak dapat ditransfer dari yang mengetahui ke pembelajar, tetapi harus dikonstruksi oleh orang itu sendiri (von Glaserfeld, 1992). Hal yang hampir sama dikemukakan oleh Jaworski (1993) bahwa pengetahuan dikonstruksi secara aktif oleh siswa dan tidak diterima secara pasif dari lingkungan.

Dari apa yang dikemukakan di atas, maka inti pembelajaran dengan paradigma *student centered*/belajar adalah pembelajaran yang dikembangkan berdasarkan pemikiran bahwa siswa harus aktif terlibat dalam pembelajaran dan dapat memahami pelajaran secara komprehensip.

Strategi Pembelajaran

Banyak faktor yang mempengaruhi kesuksesan suatu pembelajaran. Salah satu faktor yang mempunyai peran yang cukup penting adalah guru. Karena itu guru harus mampu mengembangkan strategi pembelajaran yang tepat sesuai dengan materi pelajaran, kondisi siswa, serta fasilitas yang tersedia. Beberapa aspek yang perlu diperhatikan(buku sttretegi) dalam mengembangkan strategi pembelajaran adalah : aspek kemampuan khusus, aspek wawasan dan kemampuan umum, aspek kemampuan berkomunikasi. Aspek kemampuan khusus menekankan pada kemampuan pembelajar dalam memahami dan menguasai gagasan dalam materi ajar. Aspek wawasan dan kemampuan lebih menitikberatkan pada kemampuan pembelajar dalam memahami keterkaitan antara materi ajar dengan bidang-bidang lain. Aspek kemampuan berkomunikasi menekankan pada kemahiran mengungkapkan ide-ide baik secara lisan maupun tertulis.

Beberapa ahli memberikan definisi yang berbeda untuk menjelaskan apa saja yang tercakup dalam strategi pembelajaran. Seorang pakar pendidikan Romiszowski (1981) berpendapat bahwa strategi pembelajaran merupakan kegiatan yang digunakan seseorang dalam usaha untuk memilih metode pengajaran. Definisi yang lebih rinci diberikan oleh Gagne dan Briggs (1988) yang menyatakan bahwa strategi pembelajaran meliputi sembilan urutan kegiatan pembelajaran yaitu : 1) memberikan motivasi, 2) menjelaskan tujuan belajar, 3) meningkatkan kompetensi prasyarat, 4) memberikan stimulus, 5) memberikan petunjuk belajar, 6) menimbulkan penampilan siswa, 7) memberikan umpan balik, 8) menilai penampilan siswa, 9) menyimpulkan hasil yang dicapai.

Pendapat lain (diktat)mengatakan bahwa strategi pembelajaran terdiri dari tiga bagian yaitu : 1) strategi pengorganisasian, yang meliputi cara untuk membuat urutan dan cara untuk mensintesis fakta, konsep, prosedur dan prinsip, 2) strategi penyampaian, yang meliputi cara penggunaan media pembelajaran untuk menyampaikan materi pelajaran, 3) strategi pengelolaan, yang meliputi pengelolaan kelas, pemberian motivasi, monitoring mengontrol hasil belajar siswa, mencatat kemajuan siswa dan membuat penjadwalan.

Gerardus (2005) memberikan kesimpulan bahwa secara umum strategi pembelajaran merupakan prosedur kegiatan yang tersusun secara sistematis dalam mengkomunikasikan materi pelajaran kepada siswa agar tercapai tujuan pembelajaran yang telah ditetapkan. Secara lebih rinci dia mengatakan bahwa strategi pembelajaran terdiri dari tiga komponen utama yaitu :

1) Urutan kegiatan pembelajaran

Komponen ini meliputi kegiatan a) prapembelajaran, yang dijabarkan dalam tindakan pemberian motivasi kepada siswa, memberi materi prasyarat, menjelaskan tujuan-tujuan pembelajaran, b) penyajian informasi, yang meliputi uraian materi pelajaran, c) kegiatan penutup yang meliputi kegiatan merangkum, melakukan tes dan kegiatan tindak lanjut berupa pengayaan atau remidi.

2) Metode pembelajaran

Cara mengorganisasikan materi pelajaran agar proses pembelajaran dapat berjalan efektif dan efisien.

3) Media pembelajaran.

Suatu komponen strategi penyampaian yang memuat pesan/informasi untuk disampaikan kepada siswa, dan dapat berupa alat bantu belajar untuk menyampaikan isi pelajaran.

METODOLOGI PENELITIAN

Subjek penelitian ini adalah para guru matematika SMA Negeri di kotamadaya Yogyakarta. Populasi penelitian ini adalah semua guru matematika di SMA Negeri di kotamadya Yogyakarta. Seluruh populasi dilibatkan dalam penelitian ini. Jadi untuk penelitian ini tidak diambil sampel.

Penelitian ini merupakan penelitian *ex post facto*, yaitu data diambil tanpa melakukan perlakuan pada subyek penelitian, tetapi hanya mengungkap fakta yang ada pada responden/guru matematika. Fakta yang diteliti adalah strategi pembelajaran yang diterapkan oleh guru di dalam kelas.

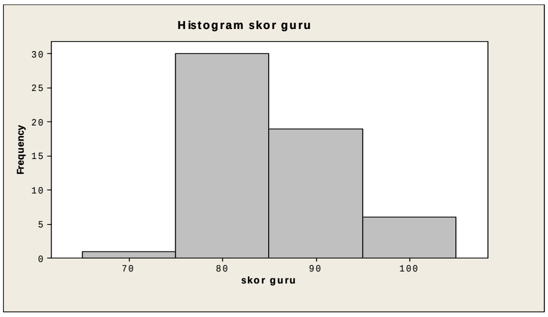
Dalam penelitian ini digunakan instrumen berupa angket yang akan diberikan kepada para guru. Angket yang akan diberikan kepada para guru berupa angket tertutup dan angket terbuka. Angket ditujukan untuk mengungkapkan strategi pembelajaran yang selama ini diterapkan oleh para guru. Dari hasil angket ini akan disimpulkan apakah para guru sudah menggunakan strategi yang sesuai dengan paradigma *student-centered* ataukah masih menggunakan strategi dengan paradigma lama *teacher centered*.

Dalam penelitian ini digunakan data kuantitatif (hasil angket tertutup) dan data kualitatif (hasil angket terbuka). Untuk melihat apakah guru sudah menggunakan strategi yang tepat akan digunakan angket dengan empat alternatif jawaban (skor 1-4). Ketepatan didasarkan pada skor yang diperoleh guru. Jika skor lebih dari 75 berarti guru sudah melaksanakan strategi pembelajaran *student-centered*. Analisis terhadap hasil angket tertutup dilakukan secara deskriptif. Angket terbuka akan dianalisis secara kualitatif sebagai data pendukung dari hasil angket tertutup.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Angket yang diberikan kepada para guru meliputi angket terbuka dan tertutup. Angket tertutup digunakan untuk mengungkapkan apakah para guru sudah melaksanakan strategi pembelajaran yang tepat, sedangkan angket terbuka untuk mengetahui kendala-kendala yang dihadapi oleh para guru dalam menerapkan strategi pembelajarannya. Angket tertutup terdiri atas 25 butir pernyataan, butir no 7, 8, 14, 20, dan 24 merupakan pernyataan negatif, sehingga skor 1 untuk jawaban Sangat Setuju, 2 untuk Setuju, 3, untuk Tidak Setuju, 4 untuk Sangat Tidak Setuju. Butir-butir yang lain merupakan pernyataan positif, sehingga penskoran butir adalah kebalikannya.

Responden dalam penelitian ini adalah seluruh guru matematika yang mengajar di SMA Negeri di Kotamadya Yogyakarta baik mengajar di IPA maupun di IPS. Di Kotamadya Yogyakarta terdapat 11 SMA Negeri dengan penyebaran 3-6 orang guru matematika di setiap SMA, sehingga diperoleh 56 responden. Hasil angket tertutup berupa skor, yang dihitung dari jumlah skor guru untuk seluruh item. Setiap item mempunyai skor antara 1 sampai 4, jadi skor keseluruhan dalam range antara 25 – 100. Hasil skor guru digambarkan dalam histogram pada Gambar 1., dan dirangkum dalam Tabel 1. sedangkan hasil selengkapnya diberikan pada Lampiran 2.



Gambar1. Histogram dari Distribusi Frekuansi Skor Guru

Tabel 1. Distribusi Frekuansi Skor Guru

No.	Interval Skor	Frekuensi
1.	65-74	1(2%)
2.	75-84	30(53%)
3.	85-94	20(36%)
4.	96-100	5(9%)

Berdasarkan Tabel 1. tersebut dapat disimpulkan bahwa hampir semua guru (98 %) telah melaksanakan strategi pembelajaran yang mengarah pada *student-centered*. Hal ini diperjelas dengan memperhatikan hasil perolehan per butir dalam angket, yang secara lengkap dapat dilihat pada Tabel 2. Pada Tabel 3 diberikan indikator dari angket.

Tabel 2. Persentase hasil angket per butir

No.	Pernyataan	Alternatif jawaban (%)			
		SS	S	TS	STS
1.	Saya menjelaskan tujuan untuk setiap topik yang akan dibahas	70	27	1	2
2.	Saya memotivasi siswa untuk berani bertanya	75	25	0	0

3.	Saya menciptakan situasi dimana siswa hanya sebagai pendengar	7	4	32	57
4.	Saya memotivasi siswa berani mengemukakan pendapat	71	29	0	0
5.	Saya memberikan soal /tugas untuk didiskusikan di dalam kelas	52	48	0	0
6.	Saya menjelaskan tujuan melakukan aktivitas diskusi	28	70	2	0
7.	Saya tidak menyetujui penyelesian soal oleh siswa dengan cara lain/bukan dengan cara yang saya berikan	6	2	21	71
8.	Saya hanya menggunakan media papan tulis.	0	9	64	27
9.	Saya berusaha meningkatkan pembelajaran dengan menggunakan berbagai media.	44	56	0	0
No.	Pernyataan	Alternatif jawaban (%)			
10.	Saya menerapkan berbagai metode pembelajaran sesuai topik/materi yang dibicarakan	41	57	2	0
11.	Saya mengusahakan agar pembelajaran matematika menarik/menyenangkan bagi siswa	67	33	0	0
12.	Saya mengaitkan topik matematika yang sedang dipelajari masalah-masalah sehari-hari	37	61	2	0
13.	Dalam diskusi kelompok, saya mendorong siswa untuk dapat bekerja sama secara kooperatif dan atau kolaboratif	46	54	0	0
14.	Saya tidak memberikan soal pemecahan masalah	4	4	57	35
15.	Saya mengajak siswa menentukan langkah-langkah pemecahan masalah	36	60	2	2
16.	Saya menciptakan siswa aktif di dalam kelas	61	37	2	0
17.	Saya berperan sebagai fasilitator di dalam pembelajaran	39	59	2	0
18.	Saya berusaha untuk memberikan soal yang menantang untuk meningkatkan kreativiats siswa	44	52	2	2

19.	Saya memberi penilaian pada penampilan (aktivitas bertanya, menjawab, mengemukakan gagasan) siswa di dalam pembelajaran	30	68	2	0
20.	Saya hanya memberi tugas individu kepada siswa	0	11	84	5
21.	Dalam pembelajaran matematika, saya tidak mendominasi kelas	29	64	5	2
22.	Saya memberikan soal ulangan/tes bentuk pilihan ganda	7	56	25	12
23	Saya memberikan soal ulangan bentuk uraian	32	63	5	
24.	Saya memberi penilaian siswa hanya dari hasil ulangan.	0	2	71	27
25.	Saya memberi kesempatan kepada siswa untuk mengemukakan gagasannya.	60	38	0	2

Tabel 3. Angket menurut Indikator

No.	Aspek-aspek yang diamati	No. butir
1.	memberikan motivasi	2,3,4,25
2.	menjelaskan tujuan belajar	1,6
3.	Media pembelajaran	8,9
4.	memberikan umpan balik	21
5.	Metode pembelajaran	10,11,12,13,16,17
6.	menilai penampilan siswa	7,19
7.	memberikan stimulus	5,14,15,18,20
8.	menyimpulkan hasil yang dicapai	22,23,24

Peran guru dalam memberikan motivasi belajar siswa ditunjukkan oleh hasil pada indikator nomor satu melalui butir 2, 3, 4, dan 25, yaitu jawaban positif 100% pada butir no 2, 4, 89% pada butir 3 dan 98 % pada butir 25. Dalam hal ini guru mencoba memberikan motivasi kepada siswa untuk berani bertanya, mengemukakan pendapat dan mengemukakan gagasan, serta menciptakan suasana siswa belajar aktif. Tujuan mempelajari suatu topik tertentu dan melakukan kegiatan tertentu seperti diskusi sangat penting untuk disampaikan kepada siswa supaya siswa lebih bersemangat dan mengetahui arah dari pembelajaran. Pada umumnya guru (97 %) telah melakukan hal tersebut, yang tercemin dalam indikator 2 (butir 1 dan 6).

Berdasarkan hasil pada indikator 3 (butir 8 dan 9), 91% guru menyatakan tidak hanya menggunakan media papan tulis, dan semua menyatakan telah menggenakan media yang bervariasi. Berdasarkan hasil pada butir 10,11,12,13,16,17, hampir 100% guru telah mencoba berbagai metode dalam pembelajarnnya. Sebagian besar guru juga telah melakukan usaha-usaha untuk meningkatkan aktivitas siswa dengan memberikan stimulus (lebih dari 90%). Usaha-usaha tersebut dijabarkan dalam butir-butir angket nomor 5, 14, 15, 18, dan 20 .

Dalam melakukan penilaian para guru tidak hanya mendasarkan pada hasil akhir atau ulangan saja, tetapi juga dari performan siswa selama proses pembelajaran (indikator 9 (100%). Hal ini juga ditunjukkan oleh guru (indikator 7 (98%)) dalam memberikan soal-soal ulangan tidak hanya dalam bentuk pilihan ganda tetapi juga dari soal uraian, sehingga ada penghargaan terhadap proses berpikir siswa, bukan semata-mata didasarkan pada kebenaran hasil akhir. Dengan demikian, bedasarkan hasil angket tertutup dapat dikatakan bahwa guru telah melakukan usaha-usaha untuk memperbaiki proses pembelajaran mulai dari perhatian terhadap aspek *soft skill* (motivasi, ketrampilan mengemukakan gagasan), metode dan media, pembelajaran yang lebih bermakna (mengaitkan materi dengan masalah real), dan sistem penilaian yang lebih komprehensif.

Kesimpulan tersebut dikuatkan oleh hasil angket terbuka (lihat Lampiran 4.), dimana pada umumnya guru (68 %) menyatakan pernah melakukan inovasi dalam pembelajarannya. Berbagai metode seperti Jigsaw, Tutor Sebaya, Lesson Study, pembelajaran kontekstual dengan LKS telah diterapkan oleh para guru. Penggunaan komputer dengan program pembelajaran interaktif dan internet sebagai alat bantu pembelajaran cukup mendapatkan perhatian dari para guru. Motivasi utama para guru menerapkan pembelajaran yang inovatif adalah untuk menciptakan suasana yang tidak membosankan bagi siswa. Beberapa guru sudah memikirkan tujuan yang lebih luas, yaitu mengembangkan *soft skill* siswa.

Dalam penerapannya para guru mengungkapkan adanya beberapa kendala, terutama dari segi sarana yang terbatas, dan alokasi waktu yang terbatas. Penggunaan metode-metode non ceramah biasanya memerlukan waktu yang lebih banyak, sehingga terkesan ada kekhawatiiran dari para guru terhadap target materi yang harus diselesaikan. Kendala lainnya yang terungkap dari angket terbuka adalah kondisi siswa yang belum siap, dan keterbatasan kemampuan guru untuk mengembangkan pembelajaran yang inovatif secara tepat.

Berdasarkan temuan tersebut memunculkan usulan-usulan dari para guru untuk peningkatan kemampuan guru dalam mengembangkan strategi pembelajarannya yang lebih inovatif melalui kerjasama dengan perguruan tinggi atau pelatihan-pelatihan. Disamping itu perlu dipikirkan tentang beban materi yang begitu banyak, sedemikian sehingga menyulitkan guru untuk melakukan inovasi. Adanya sistem ujian nasional juga menjadi penghambat, karena pembelajaran dengan sistem *drill* lebih dipilih oleh guru untuk persiapan ujian, karena dirasakan hasilnya lebih "baik" dari hasil ujian, meskipun dari aspek-aspek lain perlu dipertanyakan.

Dari segi sarana, perlu adanya campur tangan pemerintah untuk meningkatkan sarana pendidikan yang lebih memadai baik dari kualitas maupun kuantitas, serta mampu mengikuti perkembangan teknologi dan informasi yang terus berubah. Berdasarkan pengamatan peneliti selama ini di sekolah-sekolah, disain meja, kursi dan kelas lebih cocok untuk pembelajaran dengan metode klasik yang *teacher-centered*. Di samping itu jumlah siswa dalam satu kelas (40-50) orang dapat menjadi penghambat pengembangan inovasi pembelajaran. Namun demikian perlu dihargai usaha-usaha guru untuk meningkatkan proses pembelajaran di kelas dengan segala keterbatasannya. Untuk meningkatkan pembelajaran di sekolah diperlukan perubahan dari berbagai aspek mulai dari sarana yang memadai, kurikulum, sumber daya manusia, serta sistem penilaian yang lebih komprehensif.

SIMPULAN DAN SARAN

Simpulan

Berdasarkan hasil penelitian ini disimpulkan bahwa secara umum para guru matematika di SMA Negeri di Kotamadya Yogyakarta telah melakukan strategi pembelajaran yang mengarah pada *student-centerd*. Dalam pelaksanaannya terdapat hambatan-hambatan diantaranya dari sarana prasarana yang belum memadai dan kemampuan sumber daya manusia yang terbatas. Di samping itu waktu yang diperlukan untuk pembelajaran dengan inovasi-inovasi lebih lama, sehingga menimbulkan kekhawatiran para guru tentang tidak tercapainya target materi pelajaran

Saran

Bagi pengambil kebijakan, agar dalam menetapkan kurikulum diperhatikan pula pengembangan *soft skill* siswa, sehingga penentuan beban materi memberi ruang kepada guru untuk melakukan inovasi-inovasi dalam pembelajarannya. Perhatian terhadap pemenuhan sarana pendidikan, peningkatan kemampuan guru, serta kesejahteraan guru perlu menjadi prioritas dalam meningkatkan pendidikan di Indonesia.

DAFTAR PUSTAKA

Depdiknas. 2003. *Standar Kompetensi Mata Pelajaran Matematika Sekolah Menengah dan Madrasah Tsanawiyah*. Jakarta: Depdiknas.

Erman Suherman. 2001. *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. JICA.

Fauzan. A. 2002. *Applying Realistic Mathematics Education (RME) in Teaching Geometry in Indonesian Primary Schools (Diss).* Enschede : PrintPartners Ipskamp.

Gerardus P. .2005. *Peranan Guru dan Strategi Pembelajaran untuk Meningkatkan Efektivitas Kurikulum dalam Proses Belajar Mengajar*. Prosiding Konferensi Nasional Matematika XII , UNUD Bali.

Gagne, R.M., & Briggs, L.J. 1988. *Principle of Instructional Design*. New York : Holt, Rinehart and Winston, Inc. p. 44-56.

Jaworski, Barbara . 1993. *Constructivism and Teaching*. The Sociocultural Context.

Marpaung. 2001. *Pendekatan Realistik dan Sani dalam Pembelajaran Matematika*. Seminar Nasional PMRI. Yogyakarta.

Marpaung. 2003. *Perubahan Paradigma Pembelajaran Matematika di Sekolah*. Seminar nasional Pendidikan Matematika. Universitas Sanata Darma.

Romiszowski , A.T.1981. *Designing Instructional Systems*. New York: Nichol Publishing.

Soedjadi. 1998. *Matematika Sekolah untuk Masa Depan Indonesia*. Dirjen Dikti. Depdiknas.

Von Glaserfeld. 1992. *Questions and Answer about radical Constructivism. Scope, Sequence and Coordination of Secondary School Science*. V. II. N. Pearsall. Washington : NSTA.

Zulkardi. 2002. *Developing A Learning Environment on Realistic Mathematics Education for Indonesian Student Teachers* (Diss). Enschede : PrintPartners Ipskamp.

Model Klinik Matematika SMP

Oleh :
Hasratuddin
Jurusan Matematika FMIPA UNIMED Medan

ABSTRAK

Matematika merupakan biang ilmu yang sistematis yang sangat ketat dengan keteraturan yang taat azas. Pelajaran matematika di sekolah merupakan masalah bagi kebanyakan siswa. Apabila masalah belajar matematika siswa tdak segera diatasi maka sudah tentu dia akan mengalami kesulitan untuk materi atau jenjang selanjutnya. Klinik matematika merupakan tempat mendiagnosa, mendapatkan penyembuhan dan atau sebagai tempat pusat informasi terhadap pembelajaran matematika. Dengan adanya suatu ruangan klinik yang ditangani oleh klinisian maka permasalahan pembelajaran matematika baik guru maupun siswa akan dapat diminimais atau diatasi.

Kata kunci: model, matematika, klinik, siswa SMP

Pendahuluan

Pendidikan dan pengajaran senantiasa merupakan masalah dan tantangan yang tak ada putus-putusnya di setiap negara di dunia ini termasuk di Indonesia. Hal ini dapat berasal dari berbagai sumber seperti kemajuan ilmu pengetahuan, teknologi, pertumbuhan penduduk, keterbatasan kemampuan guru, keterbatasan dana, buku ajar dan lain-lain.

Di Indonesia, upaya untuk mengatasi permasalahan tersebut telah banyak dilakukan baik oleh pemerintah maupun masyarkat yang peduli terhadap pendidikan. Salah satu upaya yang telah dilakukan pemerintah adalah dengan diberlakukannya Kurikulum Berbasis Kompetensi (KBK) tahun ajaran 2004/2005, dan telah berlangsung hampir satu semester. Kurikulum Berbasis Kompetensi atau disebut dengan Kurikulum 2004 adalah merupakan suatu desain kurikulum yang dikembangkan berdasarkan seperangkat kompetensi tertentu. Ciri kurikulum 2004 (Depdiknas, 2002) adalah menekankan pada ketercapaian kompetensi siswa atau ketuntasan belajar siswa, berorientasi pada hasil belajar dan keberagaman, menggunakan

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

pembelajaran dengan pendekatan yang bervariasi demi mencapai ketuntasan belajar siswa secara individual minimal 75%, sumber belajar memenuhi unsur edukatif, dan penilaian autentik yang menekankan pada proses dan hasil. Selanjutnya Depdiknas (2002) menyatakan bahwa Kurikulum Berbasis Kompetensi dapat didiversifikasi atau diperluas, diperdalam, dan disesuaikan dengan keberagaman kondisi dan kebutuhan, baik yang menyangkut kemampuan atau potensi siswa maupun lingkungan. Dalam hal ini siswa dapat dikelompokkan ke dalam tiga kelompok, yaitu (1) rendah, (2) sedang, dan (3) tinggi. Subekti (1986: 74), mengatakan dalam tiap kelas hampir tiap guru menemukan ada siswa yang berprestasi belajarnya tidak mencapai tuntas atau tidak mencapai apa yang diharapkan sekalipun guru telah mengerahkan tenaga dan pikirannya untuk menyajikan sejelas mungkin bahan pelajaran". Zulkifli (2004) mengatakan bahwa dua per tiga siswa sekolah lanjutan di Sumatera Utara bermasalah dalam pelajaran matematika.

Dengan adanya pengelompokan siswa berdasar ketuntasan tersebut membawa implikasi terhadap proses pembelajaran yang akan dilaksanakan. Pembelajaran untuk kelompok sedang akan berlangsung secara normal, sedangkan untuk kelompok rendah dan tinggi harus menggunaka pembelajaran yang berbeda dan atau pembelajaran khusus, seperti untuk kelompok rendah pembelajaran harus menggunakan program pengulangan (*remedial*), dan untuk kelompok tinggi harus menggunakan program pengayaan (*enrichment*). (Kurikulum 2004)

Dari hasil observasi dan kegiatan sosialisasi dan implementasi kurikulum 2004 di wilayah Sumatera Utara, mengindikasikan bahwa guru-guru merasa pesimis dengan pelaksanaan kurikulum 2004 yang telah berlangsung sekitar satu semester, dalam meningkatkan kualitas pendidikan. Adapun keraguan para guru tersebut antara lain, guru-guru tidak merasa yakin dapat membuat pembelajaran dengan menggunakan pendekatan yang bervariasi, guru-guru belum memahami sepenuhnya kurikulum 2004, guru-guru belum punya kemampuan dalam melaksanakan penilaian autentik (seperti yang dituntut yaitu penilaian berupa jurnal, proyek, investigasi, performance, dan portofolio), guru-guru tidak ada waktu dan tidak sanggup melaksanakan program pengajaran pengulangan (*remedial*) bagi siswa yang belum tuntas tentang kompetensi tertentu, guru-guru tidak ada waktu dan merasa tidak sanggup melaksanakan program pengayaan (*enrichment*) bagi siswa yang cepat menguasai kompetensi tertentu, dan lain-lain.

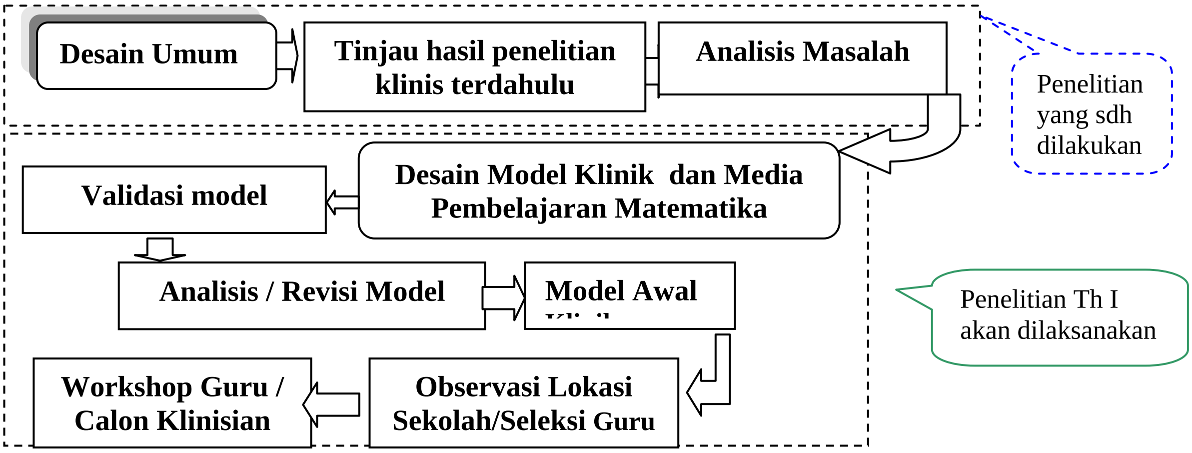
Dari permasalahan yang dihadapi guru untuk mengatasi banyaknya kelompok anak yang lambat dan anak yang talenta atau anak yang mempunyai kemampuan cepat dalam mempelajari matematika, minimnya guru yang melakukan program remidi dan pengayaan akibat ketidak mampuan (baik sarana maupun prasarana atau sumber daya manusianya), sedemikian sehingga perlu mendesain dan membuat satu ruangan khusus dengan seorang klinisian untuk mengatasi anak yang bermasalah atau cepat terhadap belajar matematika disetiap sekolah, dalam hal ini disebut dengan ruang "klinik matematika". Sesuai dengan nama yang menggunakan kata "klinik", ruang tersebut akan berfungsi sebagai tempat mediagnosis, mendapatkan penyembuhan dan atau sebagai tempat pusat informasi terhadap pembelajaran matematika. R. Willem, Archeson dan Gall 1980; Sulo 1985, mengemukakan bahwa klinik adalah merupakan tempat membantu memperkecil kesenjangan dan pusat informasi terhadap kesenjangan tertentu. Sedemikian sehingga pengisi ruang klinik tersebut berupa media atau alat peraga matematika harus dilengkapi sebagai alat bantu belajar matematika. Dengan demikian yang menjadi tujuan penelitian ini adalah; 1) Mendesain model klinik matematika yang dapat dijadikan dan layak sebagai klinis matematika bernuansa lokal Sumatera Utara, 2) mendesain media atau alat peraga sebagai alat bantu dalam menangani masalah belajar matematika siswa, baik untuk meremidi maupun pengayaan dengan bernuansa lokal Sumatera Utara

Metode Pnelitian

1. Populasi dalam penelitian ini adalah seluruh siswa SMP kelas I dan guru matematika se Kota Medan. Sedangkan yang merupakan sekolah sampel penelitian adalah diambil 5 sekolah secara acak dengan lokasi masing-masing sekolah (1) pusat kota SMP 2 Medan, (2) pinggiran kota arah Timur SMP 27 Medan, (3) pinggiran Kota arah Selatan SMP 6 Medan, (4) pinggiran Kota arah Barat SMP 1 Medan, dan (5) pinggiran Kota arah Utara SMP 7 Medan. Selanjutnya yang menjadi siswa kelas sample dalam penelelitian ini adalah diambil satu kelas secara acak dari masing-masing sekolah sample dan guru matematika nya.
2. Jenis Penelitian ini adalah merupakan penelitian pengembangan.
3. Prosedur pelaksanaan penelitian. Penelitian ini akan dilaksanakan dengan 2 tahap, dan baru selesai tahap I. Adapun yang dilakukan pada tahap I adalah;
   - Analisis kesulitan dan atau kebutuhan penyelesaian masalah siswa.
   - Tim peneliti mendesain ruang klinik matematika. Setelahnya meminta divalidasi oleh para ahli.
   - Tim peneliti mendesaian media alat peraga yang sesuai untuk tingkat matematika SMP sebagai alat bantu untuk menangani permasalahan

siswa dalam mencapai ketuntasan kompetensi dasar, dan divalidasi oleh ekspert.

Secara bagan alir prosedur pelaksanaan penelitian ini digambarkan sebagai berikut.



4. Data Penelitian

Data yang diperlukan dalam penelitian ini adalah data kualitatif dan kuantitatif. Data yang berhubungna dengan data kualitatif antara lain adalah data tentang model klinik dan kelengkapan alat peraga yang sesuai dengan pembelajaran matematika.

5. Instrumen Penelitian

Sesuai dengan data yang diperlukan dalam penelitian ini, maka instrument yang dipakai adalah berupa lembar angket atau observasi. Adapun lembar angket atau observasi dipakai untuk mendapatkan data tentang model klinik dan alat yang sesuai dipakai untuk pelaksanaan kilik.

6. Analisis Data

Analisis data yang digunakan adalah berupa analisis statistic deskriptif dan infrensial. Analisis statistic deskriptif yang digunakan adalah berupa reduksi dan penyajian data.

Hasil Penelitian

Dari hasil observasi penelitian di lapangan ditemukan bahwa:

- Masalah belajar matematika siswa dari lima sekolah yang menjadi sampel, menunjukkan materi yang bervariasi mulai dari operasi bilangan bulat, bilangan pecah,suku aljabar, persamaan linier, sampat bentuk geometri topik bidang datar dan ruang.
- Hasil observasi dan temuan di sekolah sampel ditemukan bahwa guru dari sekolah yang akan dijadikan sebagai klinisian tidak mendapat izin dari kepala sekolah. Alasannya adalah bahwa guru matematika disekolah sampel tidak dapat membagi waktu akibat beban mengajar yang harus mereka laksanakan secara rutin dengan banyak guru yang tidak berlebih. Sedemikian tim peneliti menyimpulkan untuk menjadikan mahasiswa yang sedang meneliti tentang kesulitan siswa dalam belajar matematika yang sedang bimbingan skripsi peneliti yang menjadi klinisian dalam penelitian ini.
- Hasil analisis isi kurikulum Matematika SMP dengan alat peraga yang sesuai menurut tim ahli adalah sebagai berikut.

Tabel Materi dan alat peraga atau media yang digunakan

Standar Kompetensi	Komptensi Dasar	Alat Peraga (Media) yang digunakan

Bilangan 1. Memahami sifat-sifat operasi hitung bilangan dan penggunaannya dalam pemecahan masalah	1.1. Melakukan operasi hitung bilangan bulat dan pecahan 1.2. Menggunakan sifat-sifat operasi hitung bilangan bulat dan pecahan dalam pemecahan masalah	- manik-manik, kelereng, tali, benda sekitar, mistar hitung, papan magnit, model persegi, model persegipanjang, papan napier, klinometer, termometer, timbangan bilangan, Papan plastik, karton, kertas berwarna, seperangkat laptop.
Aljabar 2. Memahami bentuk aljabar, persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel	2.1 Mengenali bentuk aljabar dan unsur-unsurnya 2.2 Melakukan operasi pada bentuk aljabar 2.3 Menyelesaikan persamaan linear satu variabel 2.4 Menyelesaikan pertidaksamaan linear satu variabel	- Karton, model persegi, model persegipanjang, papan planel, papan tempel, seperangkat laptop.

3. Menggunakan bentuk aljabar, persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel, dan perbandingan dalam pemecahan masalah	3.1 Membuat model matematika dari masalah yang berkaitan dengan persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel 3.2 Menyelesaikan model matematika dari masalah yang berkaitan dengan persamaan dan pertidaksamaan linear satu variabel 3.3 Menggunakan konsep aljabar dalam pemecahan masalah aritmetika sosial yang sederhana 3.4 Menggunakan perbandingan untuk pemecahan masalah	- model lingkaran, model tabung, manik-manik, benda sekitar, kertas lipat, papan planel, tali, meteran, seperangkat laptop
Aljabar 4. Menggunakan konsep himpunan dan diagram Venn dalam pemecahan masalah	4.1 Memahami pengertian dan notasi himpunan, serta penyajiannya 4.2 Memahami konsep himpunan bagian 4.3 Melakukan operasi irisan, gabungan, kurang (*difference*), dan komplemen pada himpunan 4.4 Menyajikan himpunan dengan diagram Venn 4.5 Menggunakan konsep himpunan dalam pemecahan masalah	- model persegi, model segitiga, model persegi panjang, model lingkaran, model kubus, model balok, model bola, papan plastik, kaca cermin, seperangkat lap top

Geometri 5. Memahami hubungan garis dengan garis, garis dengan sudut, sudut dengan sudut, serta menentukan ukurannya	5.1 Menentukan hubungan antara dua garis, serta besar dan jenis sudut 5.2 Memahami sifat-sifat sudut yang terbentuk jika dua garis berpotongan atau dua garis sejajar berpotongan dengan garis lain 5.3 Melukis sudut 5.4 Membagi sudut	- tali, penggaris, busur, model lingkaran, klinometer, seperangkat model segitiga, papan paku, karet yg dimodel, seperangkat model persegi panjang, jangka, model lingkaran, pentogram, seperangkat laptop.
6. Memahami konsep segi empat dan segitiga serta menentukan ukurannya	6.1 Mengidentifikasi sifat-sifat segitiga berdasarkan sisi dan sudutnya 6.2 Mengidentifikasi sifat-sifat persegi panjang, persegi, trapesium, jajargenjang, belah ketupat dan layang-layang 6.3 Menghitung keliling dan luas bangun segitiga dan segi empat serta menggunakannya dalam pemecahan masalah 6.4 Melukis segitiga, garis tinggi, garis bagi, garis berat dan garis sumbu	- sudut elepasi, geostrip, kompas, tali, simetri lipat, penggaris, busur, model lingkaran, seperangkat model segitiga, papan paku, karet yg dimodel, seperangkat model persegi panjang, jangka, benang, seperangkat laptop.

- Rancangan ruang klinik yang akan dijadikan sebagai klinik dalam penelitian ini adalah dengan kriteria 1) ukuran ruangan 4 x 4 m yang didalamnya memuat lemari menyimpan alat peraga, meja klinisian, meja diskusi, dan meja workshop, seperti digambarkan berikut.

- Alat peraga yang dibutuhkan, antara lain; tali, meteran kain, model jam, diagram luas, tangram 5, geostrip, mistar hitung, manik-manik, mistar plastik, simetri lipat, seperangkat model segitiga, bundaran atau model bola, model limas, model kubus, timbangan bilangan, papan napier, model lingkaran, model persegi satuan, model kabus satuan, bangun ruang transparan, klinometer, krit matematika, papan paku, busur derajat, model dadu, pentogram, termometer, sudut elevasi, karet gelang-gelang, papan berpetak, papan paku, model pencerminan, kelereng, laptop, karton, kertas, spidol, papan gabus, plat yang terbuat dari plastik, gunting.

Kesimpulan

Dari hasil observasi dan wawancara di sekolah sampel, ruang klinik matematika perlu diadakan di setiap sekolah. Ruang klinik harus dilengkapi dengan alat atau media pembelajaran matematika yang memadai. Klinisian yang kompeten akan menjadikan siswa senang belajar matematika.

DAFTAR PUSTAKA

Bastian, Ali R. 2002. *Reformasi Pendidikan.* Yogyakarta: Lappera Pustaka Utama.

Boediono. 2002. Managemen Kurikulum Berbasis Kompetensi. Jakarta. Depdiknas.

Depdiknas. 2001. Management Mutu Berbasis Sekolah. Jakarta: Depdiknas.

------------- . 2002. Kurikulum Berbasis Kompetensi 2004. Jakarta : Depdiknas

Echolas, John M, Shadily, H. 1982. *Kamus Inggeris – Indonesia.* Jakarta : PT Gramedia.

Hasratuddin. 1995. Studi Klinis Tentang Matematika SMP Se-Kodya Medan.. IKIP Medan. *Laporan Penelitian Dipublikasikan*

-------------- , 1999. Pengembangan Buku Ajar Mata Kuliah Alat Pendidikan matematika Program S-1 Pendidikan Matematika. Laporan Hasil Penelitian. Dipublikasikan.

Hudojo H. 2000. *Pembelajaran Matematika Menurut Konstruktivistik*. Journal Pendidikan: Malang.

------------. 1998. *Mengajar Belajar Matematika*. Jakarta: Depdikbud.

Nababan JIY. 2003. *Skripsi*. Upaya meningkatkan hasil belajar siswa dalam pelajaran matematika dengan menggunakan pengajaran remidial: Medan. UNIMED Medan.

Ruchi Subekti. 1986. *Evaluasi Hasil Belajar dan Pengajaran Remidial*. Jakarta: Depdikbud

Sahertian, PA. 2000. *Konsep Dasar dan Teknik Supervisi Pendidikan.* Rineka Cipta: Jakarta.

Silalahi, Resli. 2004. *Skripsi.* Upaya Mengatasi Kesulitan Belajar Siswa Dengan Menggunakan Pengajaran Remedial pada Pembelajaran

Matematika topik Persamaan Linier Dua Peubah di SLTP 27 Medan. Medan

Tambunan.G.1998. *Pengajaran Matematika*. Jakarta: UT Depdikbud.

Zulkifli. 2003. *Makalah Diseminarkan.* Upaya Menanggulangi Permaslalahan Pendidikan di Sumatera Utara. Medan.

Persepsi Siswa SMA/MA Jurusan IPS Terhadap Mata Pelajaran Matematika (Studi Kasus : Siswa Kelas XII SMA/MA Di Kabupaten Sleman Yogyakarta)

Oleh:
Mugi Susetyani
Mahasiswa Jurusan Statistika Universitas Islam Indonesia Yogyakarta
Kariyam
kariyam@fmipa.uii.ac.id
Dosen Jurusan Statistika Universitas Islam Indonesia Yogyakarta

INTISARI

Penelitian ini dilakukan terhadap siswa Sekolah Menengah Atas (SMA) dan Madrasyah Aliyah (MA) baik Negeri maupun Swasta jurusan Ilmu Pengetahuan Sosial (IPS) kelas XII, untuk mengetahui persepsi mereka terhadap mata pelajaran Matematika. Responden terdiri dari 670 siswa siswi di 31 sekolah SMA/MA yang tersebar di 10 kecamatan yang berada dalam wilayah Kabupaten Sleman. Berdasarkan analisis faktor diperoleh hasil bahwa dalam persepsi siswa SMA/MA jurusan IPS kelas XII pelajaran matematika **tidak menarik.** Faktor-faktor yang mempengaruhi diantaranya, pertama kurangnya motivasi internal siswa, kedua belum optimalnya metode pengajaran guru matematika, ketiga kurangnya dukungan orang tua, dan keempat belum maksimalnya penyampaian informasi aplikasi atau manfaat matematika dalam kehidupan sehari-hari.

Kata Kunci : Siswa/i SMA/MA, Matematika, Analisis Faktor

I. LATAR BELAKANG

Matematika merupakan bidang studi yang dipelajari oleh semua siswa dari Sekolah Dasar (SD) hingga SMA bahkan juga di Perguruan Tinggi. Ada banyak alasan perlunya siswa belajar matematika antara lain karena matematika merupakan sarana berpikir logis dan matematis, sarana mengembangkan kreativitas, sarana mengenal pola-pola hubungan dan generalisasi pengalaman serta sarana memecahkan persoalan di kehidupan sehari-hari.

Banyak siswa yang memandang matematika sebagai mata pelajaran yang sangat berat dan sulit dari berbagai mata pelajaran yang di ajarkan di sekolah. Ada sebagian siswa menganggap belajar matematika harus dengan berjuang mati-matian dengan kata lain harus belajar ekstra keras. Hal ini menjadikan matematika laksana “Monster” yang mesti di takuti dan malas untuk mempelajari. Apalagi dengan dijadikannya matematika sebagai salah

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **“Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global”** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

satu diantara mata pelajaran yang di ujikan dalam ujian nasional yang merupakan syarat bagi kelulusan siswa-siswa SMP maupun SMA, ketakutan siswapun semakin bertambah. Namun demikian semua orang harus mempelajarinya karena merupakan sarana untuk memecahkan masalah kehidupan sehari-hari. Penyebab timbulnya kesulitan siswa dalam belajar antara lain lemahnya minat dan motivasi pada pelajaran, gelisah, suasana lingkungan belajar yang tidak menyenangkan dan tenang, kondisi kesehatan jasmani dan tidak memiliki kecakapan dalam cara-cara belajar yang baik. Penyebab timbulnya kesulitan siswa dalam belajar akan berdampak terhadap prestasi belajar.

Dari uraian di atas timbul suatu **permasalahan** bagaimana pandangan atau persepsi siswa kelas XII SMA dan MA Negeri/Swasta terhadap pelajaran matematika. **Tujuan** dari penelitian ini adalah untuk faktor-faktor yang mempengaruhi minat siswa/i mempelajari pelajaran Matematika.

II. METODOLOGI PENELITIAN

2.1. Populasi dan Sampel

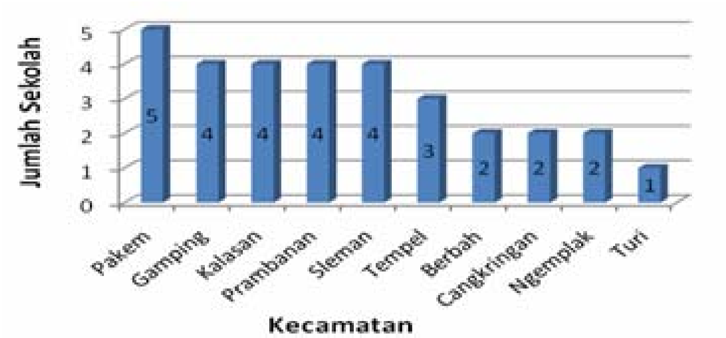
Populasi dalam penelitian ini adalah seluruh siswa kelas XII SMA dan MA Negeri/Swasta Jurusan IPS yang berada di Kabupaten Sleman. Dari data Dinas Pendidikan Kabupaten Sleman tahun 2004, jumlah SMA dan MA Negeri/Swasta terdapat 57 sekolah yang tersebar di 17 Kecamatan. Dari 17 Kecamatan akan di ambil sampel sebanyak 10 Kecamatan secara acak kemudian dari 10 Kecamatan tersebut akan di ambil seluruh SMA dan MA dengan mengambil tiap-tiap SMA dan MA hanya 1 kelas.

2.2. Variabel Penelitian

Dalam penelitian ini terdiri dari dua variabel yaitu variabel kualitatif dan variabel kuantitatif. Variabel kualitatifnya berupa identitas responden sedangkan variabel kuantitatifnya berupa minat dan motivasi terhadap mata pelajaran matematika, tingkat kesulitan, lingkungan belajar, sikap siswa terhadap guru pengajar matematika.

2.3 Teknik Sampling

Teknik sampling yang digunakan adalah teknik sampling kelompok 3 tahap. Tahap pertama diambil 10 sampel dari unit sampling yang berupa kecamatan sebagaimana tertera pada gambar 1., dan tahap kedua dari setiap unit sampel yang terambil diamati secara keseluruhan dan dari setiap unit sampel diambil masing-masing satu kelas.



Gambar 1. Diagram Jumlah Sekolah di Setiap Kecamatan

III. LANDASAN TEORI

Analisis faktor merupakan teknik analisis statistika yang bertujuan menerangkan struktur hubungan di antara variabel-variabel yang diamati dengan jalan membangkitkan beberapa faktor yang jumlahnya lebih sedikit daripada banyaknya variabel asal.

Langkah-langkah yang diperlukan di dalam analisis faktor adalah:

1. Merumuskan Masalah

Merumuskan masalah meliputi beberapa kegiatan. Pertama, tujuan analisis faktor harus dikenali. Variable yang tercakup dalam analisis harus disebutkan secara khusus berdasarkan penelitian sebelumnya(*past research*), teori, dan pertimbangan subjektif dari peneliti. Variable harus benar-benar diukur secara tepat pada skala interval atau rasio.

2. Membentuk Matriks Korelasi

Proses analitis didasarkan pada suatu matrik korelasi antar-variabel. Matrik korelasi ini menunjukkan hubungan antara variabel-variabel yang digunakan sebagai input analisis faktor. Perhitungan matriks korelasi antar variabel dapat diperoleh dari korelasi product moment sebagai berikut:

$$r_{xy} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \left[\sum_{i=1}^{n} x_i\right]\left[\sum_{i=1}^{n} y_i\right]}{\sqrt{n\sum_{i=1}^{n} x_i^{2} - \left[\sum_{i=1}^{n} x_i\right]^2}\sqrt{n\sum_{i=1}^{n} y_i^{2} - \left[\sum_{i=1}^{n} y_i\right]^2}} \qquad (1)$$

dimana :

x_i = nilai variabel x untuk pengamatan ke-i

y_i = nilai variabel y untuk pengamatan ke-i

n = jumlah pengamatan

3. Menentukan Metode Analisis Faktor

Untuk menentukan ketepatan penggunaan analisis faktor dapat di lihat berdasarkan *Bartlett's test of sphericity* dan *Kaiser-Meyer-Olkin Measure Of Sampling Adequacy* (KMO) dengan rumus sebagai berikut :

$$KMO = \frac{\sum_{i=j} \sum r^2 ij}{\sum_{i=j} \sum r^2 ij + \sum_{i=j} \sum a^2 ij} \qquad \ldots(2)$$

dimana :

r_{ij} = Besar koefisien korelasi observasi

α_{ij} = Besar koefisien korelasi parsial

Sedangkan untuk perhitungan nilai *Barlett Test of Sphericity* menggunakan rumus sebagai berikut :

$$X^2 = -\ln[(n-1)1/6(2p+1+2)p)][il|s| + p\ln(1/6)\sum \lambda_j] \qquad (3)$$

dimana :

S = Variansi

n = Banyaknya pengamatan

p = Jumlah variable

λ_j = Nilai eigen ke - j

Dalam penelitian ini menggunakan metode *principal components analysis* (PCA). Dalam PCA *the total variance* yang diperhatikan yaitu diagonal matrik korelasi, setiap elemennya sebesar 1 dan *full variance* digunakan untuk dasar pembentukan faktor, yaitu variabel-variabel baru sebagai pengganti variabel-variabel lama yang jumlahnya lebih sedikit dan tidak lagi berkorelasi satu sama lain seperti variabel aslinya.

4. Melakukan Rotasi

Hasil yang terpenting dari analisis faktor ialah *matrix factor* atau matrik faktor pola (*factor pattern matriks*). Matriks faktor memuat koefisien yang dipergunakan untuk mengekspresikan variabel baku yang dinyatakan dalam faktor. Koefisien ini merupakan *factor loading*, mewakili koefisien korelasi antar faktor dengan variabel. Koefisien dengan nilai mutlak (*absolute*) yang besar menunjukkan bahwa faktor dan variabel sangat terkait (*closely related*), koefisien dari matriks faktor dapat digunakan untuk menginterpretasikan faktor. Metode rotasi yang banyak digunakan adalah *varimax procedure*, ini disebut metode rotasi orthogonal yang meminimumkan banyaknya variabel dengan loading yang tinggi (≥ 0,30) pada suatu faktor sehingga memudahkan pembuatan interpretasi faktor.

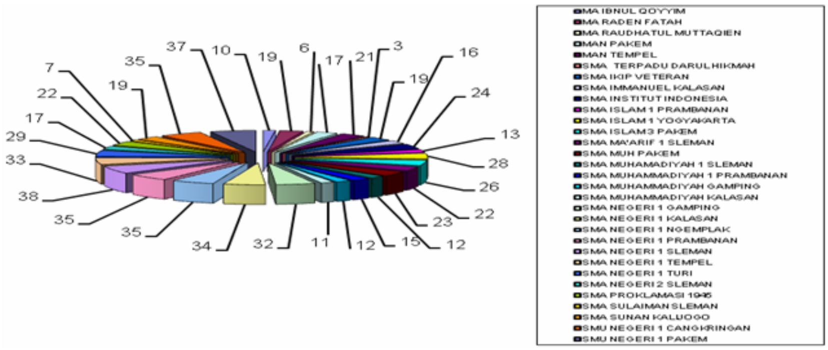
5. Menginterpretasikan Faktor

Interpretasi mengenai faktor bisa dipermudah dengan mengenali (mengidentifikasi) variabel yang mempunyai nilai *loading* yang besar pada factor yang sama. Faktor tersebut kemudian bisa diinterpretasikan menurut variabel-variabel yang mempunyai nilai *loading* yang tinggi dengan faktor tersebut.

IV. ANALISIS PEMBAHASAN

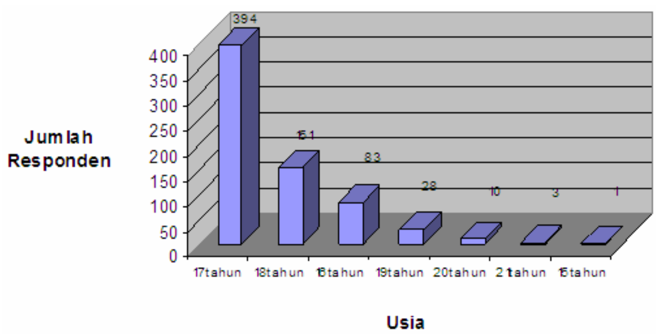
4.1 Deskriptif Data

Responden yang digunakan dalam penelitian ini sejumlah 670 orang yang tersebar di 15 sekolah SMA/MA baik negeri maupun swasta di 10 kecamatan terpilih. Distribusi jumlah responden di setiap sekolah sebagaimana pada gambar 2. di bawah.



Gambar 2. Diagram Jumlah Responden Setiap Sekolah

Gambar 2., memberikan informasi bahwa jumlah responden yang paling banyak dari SMA NEGERI 1 SLEMAN yaitu 38 siswa, dan paling sedikit dari SMA TERPADU DARUL HIKMAH yaitu 3 siswa. Sementara itu dari total responden yang 54% diantaranya berjenis kelamin perempuan ini, sebagian besar berusia 17 tahun, dan responden termuda berusia 15 tahun, seperti pada gambar 3.



Gambar 3. Diagram Usia Responden

4.2 Uji Validitas dan Reliabilitas

Penelitian ini dilakukan dengan menggunakan kuesioner sebagai alat untuk mengumpulkan data, dengan jawaban yang dibuat dalam bentuk skala ordinal. Dengan demikian sebelum dilakukan analisis lebih lanjut, dari data yang diperoleh terlebih dahulu ditransformasi dalam skala interval. Pada penelitian ini digunakan transformasi yang diusulkan oleh Christoper (2003), dengan rumus sebagai berikut:

$$z_{ik} = \frac{r_{ik} - 1}{M_k - 1} \qquad (4)$$

dimana:

r_{ik} = rangking data x_{ik}

M_k = maksimum rangking dari himpunan data x_{ik}

Berdasarkan uji validitas dan reliabilitas yang dilakukan sebanyak dua tahap, diperoleh hasil bahwa dari 23 pernyataan yang tertera pada kuesioner, terdapat 5 butir (item) yang tidak valid yaitu butir (item) ke 6, 8, 14, 20, dan 23. Oleh karena itu dilakukan pengujian ulang dengan menggunakan 18 butir (item) yang telah valid dan mengeluarkan 5 butir (item) yang tidak valid. **Pada tulisan ini hanya ditampilkan uji validitas pada tahap pertama**, dengan hasil sebagai berikut:

1. Hipotesis

   Ho : tidak terdapat korelasi antara variabel satu dengan yang lain (butir tidak valid)

   H_1 : terdapat korelasi antara variabel satu dengan yang lain (butir valid)

2. Tingkat sigifikansi : $\alpha = 5\% = 0{,}05$ diperoleh Nilai $r_{tabel} = 0{,}197$
3. Daerah kritis: Tolak hipotesis nol jika $r_{xy} \le r_{tabel}$.
4. Statistik uji, sebagaimana disajikan pada tabel 1.

5. Keputusan: dari tabel 1., terlihat bahwa terdapat 5 item tidak valid

6. Kesimpulan

Terdapat korelasi antara variabel satu dengan yang lain, sehingga perlu dilakukan pengujian validitas tahap 2.

Tabel 1. Pengujian Validitas Kuisioner Tahap 1

Butir (item)	r_{xy}	Kesimpulan
1	0,515	Ho ditolak (valid)
2	0,525	Ho ditolak (valid)
3	0,600	Ho ditolak (valid)
4	0,471	Ho ditolak (valid)
5	0,449	Ho ditolak (valid)
6	**-0,370**	**Ho diterima (tidak valid)**
7	0,267	Ho ditolak (valid)
8	**-0,379**	**Ho diterima (tidak valid)**
9	0,571	Ho ditolak (valid)
10	0,371	Ho ditolak (valid)
11	0,621	Ho ditolak (valid)
12	0,520	Ho ditolak (valid)
13	0,634	Ho ditolak (valid)
14	**0,163**	**Ho diterima (tidak valid)**
15	0,219	Ho ditolak (valid)
16	0,539	Ho ditolak (valid)
17	0,445	Ho ditolak (valid)
18	0,577	Ho ditolak (valid)
19	0,458	Ho ditolak (valid)
20	**-0,048**	**Ho diterima (tidak valid)**
21	0,332	Ho ditolak (valid)
22	0,516	Ho ditolak (valid)
23	**-0,274**	**Ho diterima (tidak valid)**

Pengujian validitas tahap dua (hasil tidak ditampilkan), memberikan kesimpulan bahwa kedelapanbelas variabel telah valid, dengan demikian dapat dilanjutkan untuk uji reliabilitas, dengan hasil sebagai berikut:

1. Hipotesis

Ho : tidak terdapat korelasi antara variabel satu dengan yang lain (butir tidak reliabel)

H_1 : butir reliabel

2. Tingkat signifikansi : $\alpha = 5\% = 0{,}05$
3. Daerah kritis : Tolak hipotesis nol jika $r_{total} \leq r_{tabel}$
4. Statistik uji : $r_{total} = \dfrac{2(r_{tt})}{1+(r_{tt})}$ diperoleh Nilai r_{total} = 0,890
5. Keputusan: Karena r_{total} = 0,890 > r_{tabel} = 0, 197 maka Ho ditolak.
6. Kesimpulan: Butir-butir pernyataan dalam kuesioner reliabel.

4.3 Analisis Faktor

Pada tulisan ini pembahasan penggunaan analisis faktor akan diuraikan dalam satu kesatuan. Metode *Principal Components Analysis* (PCA) digunakan sebagai dasar perhitungan faktor, dan dari delapan belas variabel yang valid serta reliabel dengan berdasarkan nilai eigen yang lebih dari sau, memberikan hasil bahwa jumlah faktor yang sebaiknya dibentuk empat buah, sebagaimana tertera pada keluaran sebagai berikut:

	Extraction Sums of Squared Loadings			Rotation Sums of Squared Loadings		
Component	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %
1	5,775	32,083	32,083	4,073	22,628	22,628
2	1,865	10,361	42,444	2,338	12,989	35,618
3	1,260	7,001	49,445	1,826	10,142	45,730
4	1,111	6,172	55,617	1,774	9,857	55,617

Gambar 4. Total Varians Yang Dijelaskan PCA

Total variansi yang dapat dijelaskan oleh keempaf faktor sebesar 55,6%, angka yang tidak terlalu besar tetapi cukup mewakili variabel asal. Keempat faktor tersebut setelah dirotasi memberikan ringkasan hasil sebagai berikut:

	Component			
	1	2	3	4
V3	,805	4,551E-02	,116	6,817E-02
V1	,775	9,674E-03	,281	-2,86E-02
V11	,773	,135	,146	7,152E-02
V12	,669	1,306E-02	,334	,134
V2	,647	5,316E-03	,398	3,926E-02
V5	,538	,244	7,845E-02	,228
V13	,525	,285	7,698E-02	,107
V9	,489	,319	-7,25E-03	,161
V18	,141	,800	,135	,127
V17	-7,1E-02	,766	,132	6,873E-02
V19	,274	,648	,306	7,139E-02
V10	,382	,480	-,147	,214
V7	,274	6,755E-02	,655	-7,32E-02
V21	,132	,142	,640	,281
V22	,209	,352	,585	,118
V15	-1,1E-02	9,519E-02	,157	,842
V16	,186	,161	,163	,760
V4	,372	,123	-,214	,445

Gambar 5. Matrik Komponen Hasil Rotasi

Berdasarkan hasil pada gambar 5., diperoleh bahwa variabel yang mendominasi setiap faktor dapat diuraikan sebagai berikut:

- Faktor pertama mempunyai nilai loading yang tinggi atau berkorelasi secara kuat dengan delapan variabel yaitu matematika adalah mata pelajaran yang saya sukai (V1); saya senang membaca buku matematika (V2); belajar matematika sangat menyenangkan (V3); dalam keadaan bagaimanapun, pelajaran matematika selalu saya perhatikan (V5); jika ada tambahan jam pelajaran matematika saya selalu mengikutinya (V9); saya selalu merasa senang jika mengerjakan soal – soal matematika (V11); segala sesuatu yang berhubungan dengan matematika bagi saya merupakan hal yang menarik (V12); dan saya dapat berpikir jernih (konsentrasi) pada saat mengerjakan soal-soal matematika V13. Berdasarkan variabel yang mendominasi faktor pertama, maka faktor ini dapat disebut sebagai **"Motivasi Internal Siswa Dalam Belajar Matematika"** atau **"Faktor Siswa"**

- Faktor kedua berkorelasi secara kuat dengan empat variabel yaitu catatan pelajaran matematika saya lengkap (V10); suara guru saya cukup keras dalam mengajar matematika sehingga terdengar oleh seluruh siswa (V17); tulisan guru di papan tulis sistematik sehingga membantu saya memahami materi yang sedang di ajarkan (V18); dan cara guru mengajar matematika memacu saya untuk lebih giat belajar (V19). Sehingga faktor kedua bisa dinyatakan sebagai **"Metode Pengajaran Matematika dan Motivasi Guru Matematika Terhadap Siswa"** atau **"Faktor Guru"**
- Faktor ketiga berkorelasi secara kuat dengan tiga variabel yaitu jika ada lomba cepat tepat matematika di sekolah saya ingin selalu mengikuti walaupun tidak menjadi pemenangnya (V7); orang tua memperhatikan saya dalam belajar matematika (V21); sebelum mengikuti pelajaran matematika saya membaca terlebih dahulu bahan yang akan diajarkan guru (V22). Sehingga faktor 4 bisa diberi pernyataan baru **"Motivasi Orang Tua Terhadap Siswa"** atau **"Faktor Orang Tua"**
- Faktor keempat berkorelasi secara kuat dengan tiga variabel yaitu hitungan dan rumus adalah yang pertama kali saya pikirkan jika saya mendengar kata matematika (V4); matematika banyak digunakan dalam kehidupan sehari-hari (V15); belajar matematika sangat berguna untuk masa yang akan datang (V16). Sehingga faktor keempat dapat disebut sebagai **"Pengetahuan Siswa Terhadap Aplikasi dan Manfaat Mata Pelajaran Matematika"** atau **"Faktor Aplikasi dan Manfaat Matematika"**

Selanjutnya untuk mengetahui secara lebih mendetail persepsi siswa SMA/MA jurusan IPS terhadap mata pelajaran matematika, dari setiap variabel yang mendominasi faktor diperoleh capaian terhadap setiap kategori pernyataan sebagaimana tertera pada tabel 2.

Untuk faktor siswa atau motivasi internal siswa dalam belajar matematika diperoleh bahwa, mayoritas siswa jurusan IPS menyatakan bahwa mereka **tidak menyenangi** matematika, sehingga ada kesan 'terpaksa' ketika mereka mengikuti (menyetujui) adanya tambahan pelajaran matematika. Namun demikian pada dasarnya mereka masih mempunyai semangat belajar matematika, yang ditunjukkan oleh tingginya siswa yang menyatakan bahwa dalam keadaan bagaimanapun mereka tetap memperhatikan dengan sungguh-sungguh pelajaran matematika.

Untuk faktor guru atau metode pengajaran matematika dan motivasi guru matematika terhadap siswa, mayoritas siswa menyatakan bahwa metode mengajar guru cukup baik dan cukup memacu siswa untuk lebih giat belajar, tetapi masih **belum maksimal.** Untuk faktor orang tua atau motivasi orang tua terhadap siswa, ternyata mayoritas siswa merasakan **kurangnya dukungan orang tua** untuk lebih memperhatikan pelajaran matematika. Hal ini diperparah oleh **rendahnya minat siswa belajar matematika di rumah** dalam arti menyiapkan terlebih dahulu, apalagi untuk mengikuti sebuah perlombaan matematika.

Tabel 2. Persentase Jawaban Responden

No.	Vari-abel	Pernyataan	Persentase responden dengan jawaban: Sangat Tidak Setuju	Tidak Setuju	Setuju	Sangat Setuju
1.	V1	Matematika adalah mata pelajaran yang saya sukai	8,7%	**49,1 %**	37,3 %	4,9%
2.	V2	Saya senang membaca buku matematika	9,3%	**58,2 %**	30,3 %	2,2%
3.	V3	Belajar matematika sangat	6,7%	**52,5**	35,7	5,1%

No.	Var i-abel	Pernyataan	Persentase responden dengan jawaban			
			Sangat Tidak Setuju	Tidak Setuju	Setuju	Sangat Setuju
		menyenangkan		%	%	
4.	V4	Hitungan dan rumus adalah yang pertama kali saya pikirkan jika saya mendengar kata matematika	3,9%	20,7 %	**53,1 %**	22,2%
5.	V5	Dalam keadaan bagaimanapun, pelajaran matematika selalu saya perhatikan dengan sungguh-sungguh	3,7%	34,8 %	**52,5 %**	9%
6.	V7	Jika ada lomba cepat tepat matematika di sekolah saya ingin selalu mengikuti walaupun tidak menjadi pemenangnya	14%	**58,8 %**	23%	4,2%
7.	V9	Jika ada tambahan jam pelajaran matematika saya selalu mengikutinya	6%	33,7 %	**51,2 %**	9,1%
8.	V10	Catatan pelajaran matematika (statistika) saya lengkap	3,6%	24%	**53,7 %**	18,7%
9.	V11	Saya selalu merasa senang jika mengerjakan soal – soal matematika	6,7%	**55,4 %**	34,5 %	3,4%
10.	V12	Segala sesuatu yang berhubungan dengan matematika bagi saya merupakan hal yang menarik	7,6%	**56,9 %**	32,4 %	3,1%
11.	V13	Saya dapat berpikir jernih (konsentrasi) pada saat mengerjakan soal-soal matematika	8,2%	**56,7 %**	31,3 %	3,7%
12.	V15	Matematika banyak digunakan dalam kehidupan sehari-hari	1,8%	12,7 %	**59,7 %**	25,8%
13.	V16	Belajar matematika sangat berguna untuk masa yang akan	1%	9,7%	**59,3 %**	30%

No.	Var i-abel	Pernyataan	Persentase responden dengan jawaban			
			Sangat Tidak Setuju	Tidak Setuju	Setuju	Sangat Setuju
		datang				
14.	V17	Suara guru saya cukup keras dalam mengajar matematika sehingga terdengar oleh seluruh siswa	3,7%	24,9 %	**47,2 %**	24,2%
15.	V18	Tulisan guru di papan tulis sistematik sehingga membantu saya memahami materi yang sedang di ajarkan	3,9%	23,1 %	**55,7 %**	17,7%
16.	V19	Cara guru mengajar matematika memacu saya untuk lebih giat belajar	6,6%	29,3 %	**49,7 %**	14,5%
17.	V21	Orang tua memperhatikan saya dalam belajar matematika	7%	37,5 %	**45,2 %**	10,3%
18.	V22	Sebelum mengikuti pelajaran matematika saya membaca terlebih dahulu bahan yang akan diajarkan guru	7%	**44%**	42,5 %	6,4%

Faktor terakhir keempat yaitu faktor pemahaman siswa tentang aplikasi atau manfaat matematika, diperoleh bahwa sebenarnya mayoritas siswa menyadari bahwa matematika mempunyai manfaat dalam kehidupan sehari-hari ataupun di masa mendatang. Namun demikian ketika mereka mendengar kata matematika, pertama kali yang mereka pikirkan adalah hitungan dan rumus-rumus.

VI. KESIMPULAN

Berdasarkan uraian tersebut, dapat dikatakan bahwa secara umum persepsi siswa SMA/MA Jurusan IPS terhadap mata pelajaran matematika adalah **"tidak menarik".** Faktor utama sebenarnya ada pada diri mereka sendiri yaitu kurangnya motivasi internal siswa dalam belajar matematika karena sudah didasari rasa tidak senang. Faktor kedua yaitu belum optimalnya metode pengajaran matematika serta belum maksimalnya motivasi guru terhadap siswa. Faktor ketiga yaitu kurangnya dukungan orangtua terhadap siswa khususnya untuk lebih memperhatikan pelajaran matematika. Faktor terakhir yaitu belum konkritnya ditunjukkan aplikasi dan manfaat matematika dalam kehidupan sehari-hari ataupun di masa mendatang.

Tindak lanjut dari uraian tersebut adalah pertama, perlu adanya inovasi metode pengajaran matematika di SMA/MA yang lebih menarik oleh guru. Kedua, perlu penyampaian informasi lebih banyak tentang aplikasi matematika baik di industri, instansi pemerintah, bank, lembaga konsultan, dan lain-lain yang diharapkan dapat mengurangi kesan rumus-rumus atau hitungan dalam matematika. Langkah kedua ini dapat dilakukan oleh semua pihak yang tentu saja menaruh perhatian lebih pada bidang minat matematika.

DAFTAR PUSTAKA

Azwar, S. 1992. *Reliabilitas dan Validitas*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.

Dinas Pendidikan. 2004. *Daftar SMA, MA dan SMK Negeri dan Swasta Kebupaten Sleman.* Jogjakarta. Pemerintah Kabupaten Sleman.

Johnson. R. 1982. *Applied Multivariate Statistical Analysis*. New Jersey : Prestice Hall.

Nugroho. A. 2005. *Strategi Jitu Memilih Metode Statistik Penelitian dengan SPSS*. Yogyakarta : Andi Offset.

Riduwan. 2002. *Skala Pengukuran Variabel Variabel Penelitian*. Bandung: Alfabeta.

Singarimbun. 1989. *Metode Penelitian Survey*. Jakarta : LP3ES

Sukandarrumini. 2002. *Metode Penelitian Petunjuk Praktis Untuk Penelitian Pemula*. Yogyakarta : Penerbit Gadjah Mada University Press.

Supranto. 2004. *Analisis Multivariat Arti dan Interpretasi*. Jakarta: PT. Rineka Cipta.

Supranto. J. 1992. *Teknik Sampling Untuk Survei dan Eksperimen*. Jakarta: PT Rineka Cipta.

Zaenuri. 2007. Matematika Bukan "Mati-matian", Kesulitan Belajar Matematika http://zainurie.wordpress.com/2007/04/26

Zorn, Christoper. 2003. agglomerative Clustering of Rangking data, with an Applicarion to Prison Rodeo Events. 6 hlm. http://www.kompas.polisci.emory.edu/Zorn/papers/pdf. 4 Juni 2005.

Pembelajaran Kalkulus I Yang Integratif-Interkonektif Di Fakultas Saintek Uin Sunan Kalijaga Yogyakarta (Pengembangan Pembelajaran Dan Bahan Ajar)

Khurul Wardati
Prodi Matematika dan Pendidikan Matematika
Fakultas Saintek UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

ABSTRACT

Integration-interconnection paradigm was a basic scientific framework in UIN Sunan Kalijaga, which is placed science and religion to talk each other and become one building. The implementation of teaching Calculus I using integration-interconnection approach was one thing developed in Fakultas Saintek UIN Sunan Kalijaga. This implementation need to be studied and examined in order to develop teaching models and its properties. The aim of this research was to obtain an integrative-interconective teaching models in Calculus through behavioral-teaching modification.

This is a developmental research using four-D models and consist of four stage: define, design, develop and dessiminate. Beside that, there has been done an evaluation for lecture-handout. The observation for lecturer was carried out in two ways, a process and an implementation of integrative-interconective teaching models.

The result shows that lecturer always give apperception and motivation, try to integrate-interconnect with Islamic values. But there is a different perception in its stage and models between lecturer and students. In teaching models sides, work-groups give some advantages, not only for cognitive and affective aspect, but also for class dynamic.

Keyword : Integration, interconnection, four-D models

Pendahuluan

Dunia pendidikan sebagai pilar utama suatu bangsa telah melakukan perombakan yang cukup signifikan. Reformasi pendidikan terus bergulir dalam era otonomi daerah, ditandai dengan pengesahan revisi UU RI No. 2 tahun 1989 tentang Sistem Pendidikan Nasional pada tanggal 12 Juni 2003 lalu. Semangat reformasi yang memancarkan **demokratisasi pendidikan** Sistem Pendidikan Nasional itu, ditindaklanjuti dengan UU tentang Guru dan Dosen. Kedudukan dosen sebagai **tenaga professional,** berfungsi untuk meningkatkan martabat dan peran dosen sebagai agen pembelajaran, pengembang ilmu pengetahuan, teknologi, dan seni, serta pengabdi kepada masyarakat dan berfungsi untuk meningkatkan mutu pendidikan nasional (Anonim, 2006).

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

Sebagai bagian dari masyarakat pendidikan, UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta sangat peduli terhadap permasalahan pendidikan yang dimulai dengan upaya pengembangan IAIN menjadi UIN (Anonim, 2004). Rangkaian panjang dalam upaya membangun paradigma dan epistimologi keilmuan di UIN Sunan Kalijaga telah dimulai sebelum nama UIN ada, karena proses perubahan nama UIN itulah yang memberi konsekuensi perubahan paradigma dan epistimilogi keilmuan sesuai dengan perkembangan dan tuntutan jaman.

Selama ini PTAI memfokuskan pada kajian ilmu-ilmu keislaman dengan pendekatan yang cenderung eksklusif tanpa membuka diri terhadap perkembangan ilmu pengetahuan yang lain dan juga teknologi. Sementara, perguruan tinggi umum kurang mempertimbangkan agama dalam pengembangan IPTEKnya, karena agama dipandang sebagai sesuatu yang terpisah dari dunia IPTEK. Paradigma keilmuan baru yang bersifat integratif-interkonektif ini, merupakan kerangka dasar keilmuan yang dikembangkan di UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta, sehingga memiliki identitas dan karakteristik keilmuan yang berbeda dengan yang lain. Paradigma tersebut dijabarkan ke dalam beberapa bagian yang mengelaborasi pendekatan integratif-interkonektif dalam pokok-pokok pengembangan silabinya, proses pembelajaran, evaluasi, serta pedoman administrasi akademiknya (Anonim, 2004).

Pokja Akademik UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta telah mengfasilitasi penyusunan perangkat pembelajaran, mulai dari silabus, SAP, Bahan Ajar dan CD Pembelajaran, dengan pendekatan integrasi-interkoneksi yang mengacu pada buku "Kerangka Dasar Keilmuan dan Pengembangan Kurikulum". Implementasi pembelajaran dengan pendekatan integrasi-interkoneksi beserta semua perangkat yang telah didesain, merupakan hal yang sedang dikembangkan di UIN Sunan Kalijaga. Pendekatan integrasi-interkoneksi menempatkan wilayah agama dan ilmu serta antar ilmu untuk saling menyapa, sehingga tidak hanya memasuki domain taksonomi Bloom (kognitif, afektif dan psikomotor) tetapi juga memasuki domain pendidikan Islam (ilmu, iman dan amal).

Mata kuliah Kalkulus I merupakan mata kuliah wajib untuk 10 program studi di Fakultas Saintek UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta (Anonim, 2006). Mata kuliah tersebut telah didesain SAP dan bahan ajar yang integrtif-interkonektif, yang difasilitasi oleh Pokja Akademik. Implementasi pembelajaran Kalkulus I yang integratif-interkonektif tersebut, sangatlah perlu untuk ditelaah, dikaji, dan diteliti guna pengembangan pembelajaran maupun pengembangan perangkatnya.

Telaah dibatasi pada upaya memperoleh model pembelajaran yang integratif-interkonetif pada mata kuliah Kalkulus dengan modifikasi tingkah laku pembelajaran yang dilangsungkan. Di samping itu, juga dievaluasi bahan ajar Kalkulus I, sebagai salah satu perangkat pembelajaran, terutama terkait dengan materi (isi) dan penyajian bahan ajar tersebut.

Berdasarkan uraian di atas, dapatlah dirumuskan permasalahan dalam penelitian ini, sebagai berikut : Bagaimanakah mengembangkan pembelajaran Kalkulus I sehingga diperoleh model pembelajaran yang integratif-interkonektif? Berdasarkan proses pencarian model pembelajaran integratif-interkonektif tersebut, apa evaluasi (review) terhadap bahan ajar yang telah ada?

Tujuan Penelitian

Berdasarkan perumusan masalah di atas, maka tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Mencari model pembelajaran Kalkulus dan Fisika Dasar.
2. Mendapatkan masukan sebagai evaluasi bahan ajar yang integrative-interkonektif, setelah diimplementasikan

Manfaat Penelitian

Hasil penelitian ini diharapkan dapat dimanfaatkan sebagai berikut :

1. Bagi tenaga pengajar (guru, dosen), sebagai masukan dalam upaya pembaharuan (pengembangan) model pembelajaran yang integratif-interkonektif
2. Bagi peneliti lain, dapat merupakan penelitian pendahuluan atau bahan informasi yang akan membuka jalan untuk penelitian lebih lanjut
3. Bagi perkembangan ilmu pengetahuan, memperkaya khasanah penelitian Pendidikan Matematika dan Sains

Kerangka Berfikir

Undang-undang RI no. 14 tahun 2005 pasal 5 menyatakan bahwa : "Kedudukan dosen sebagai tenaga professional sebagaimana dimaksud dalam pasal 3 ayat (1) berfungsi untuk meningkatkan martabat dan peran dosen sebagai agen pembelajaran, pengembang ilmu pengetahuan, teknologi dan seni, serta pengabdi masyarakat berfungsi untuk meningkatkan mutu pendidikan nasional". Hal ini berarti bahwa salah satu fungsi professional dosen adalah melaksanakan pembelajaran. Dosen dalam melaksanakan pembelajaran haruslah senantiasa mengadakan pembaharuan (pengembangan) baik dalam proses pembelajaran maupun bahan ajarnya.

Penelitian tentang pencarian model pembelajaran telah dilakukan pada ilmu-ilmu sumber ajaran Islam, menunjukkan bahwa praktek pembelajarannya di UIN Sunan Kalijaga dapat dikelompokkan ke dalam tiga model besar, yaitu relasi yang integrative, quasi integrative dan interkonektif. Dalam relasi yang integrative, agama (Al Qur'an dan Al Hadist) dipahami sebagai sumber ilmu pengetahuan sebagaimana sains. Quasi integrative di satu sisi menempatkan Al Qur'an dan Al Hadits sebagai dua komponen utama dalam pemaduan dengan ilmu pengetahuan dan di sisi lain keduanya difungsikan sebagai dialogis, dimana dua komponen yang berbeda dapat saling menyapa dan menjelaskan satu sama lain (Ahmad Rafiq dkk, 2005).

Lain halnya dengan penelitian yang dilakukan di sini adalah penelitian pengembangan untuk mencari model pembelajaran integrative-interkonektif pada mata kuliah Kalkulus I. Implementasi pembelajaran tersebut juga sebagai masukan (evaluasi) bahan ajar dengan memperhatikan interaksi dosen-mahasiswa (proses pembelajarannya) dan pemberdayaan bahan ajar yang telah didesain.

Penelitian yang terkait dengan implementasi pembelajaran dengan pendekatan integrasi-interkoneksi, didasarkan pada pengertian pembelajaran dan pendekatan integrasi-interkoneksi sebagai berikut :

➢ **Pembelajaran**

Banyak orang awam yang menganggap bahwa belajar adalah suatu kegiatan yang berhubungan dengan sekolah, seperti kegiatan membaca, menulis dan menghitung. Sebenarnya, pembelajaran merupakan suatu proses kompleks dan melibatkan keterkaitan antara berbagai aspek (Mulyasa, 2005), sehingga dapat dikatakan sebagai sebuah sistem. Tiga hal penting yang menjadi karakteristik suatu sistem adalah:(1) memiliki tujuan, (2)mengandung suatu proses dan (3) proses kegiatannya selalu melibatkan dan memanfaatkan berbagai komponen atau unsur-unsur tertentu (Sanjaya, 2006).

➢ **Pendekatan Integrasi-Interkoneksi**

Ilmu pengetahuan manusia pada dasarnya dapat dikategorikan menjadi tiga wilayah pokok: *Natural Sciences, Social, dan Humanities.*. Pengkategorian tersebut mempunyai kelemahan, diantaranya pada wilayah praksis: mengapa mahasiswa dan dosen pada bidang *natural sciences* tidak mengenal isu dasar *social sciences* atau *humanities,* lebih-lebih *religious studies* dan begitu sebaliknya. Perlu dibangun dialog dan kerjasama antara berbagai disiplin ilmu agar kelemahan-kelemahan yang ada dapat dihilangkan, sehingga tercapai kejayaaan peradaban di masa mendatang.

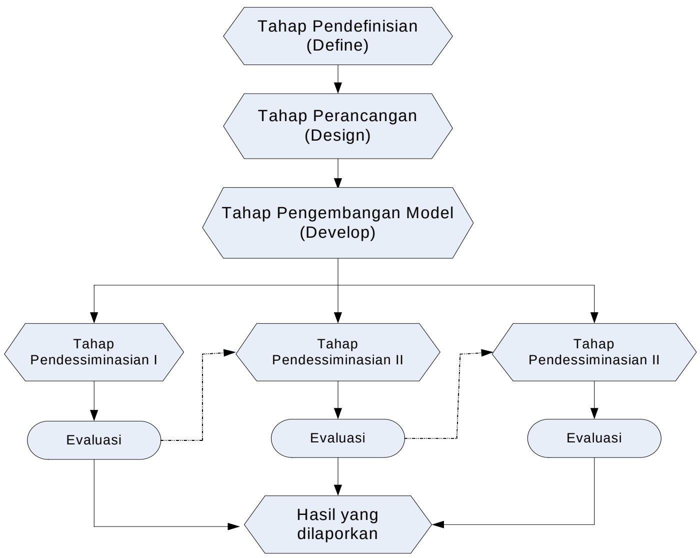
UIN Sunan Kalijaga merupakan salah satu lembaga keilmuan yang mencoba membangun dialog dan kerjasama antara berbagai disiplin ilmu, yang kemudian dikenal sebagai paradigma keilmuan integrasi-interkoneksi. Amin Abdullah selaku penggagas paradigma keilmuan tersebut membagi tradisi keilmuan sekarang ini ke dalam tiga wilayah keilmuan, yaitu wilayah ilmu-ilmu agama (*hadlarah al-nash*), wilayah ilmu-ilmu umum (*hadlarah al-ilm*), dan wilayah filsafat (*hadlarah al-falsafah*). Paradigma keilmuan integrasi-interkoneksi menempatkan masing-masing rumpun ilmu agar menyadari keterbatasan-keterbatasan yang melekat dalam diri sendiri, sehingga bersedia untuk berdialog, bekerjasama dan memanfaaatkan metode serta pendekatan yang digunakan oleh rumpun ilmu lain (Amin Abdullah, 2006).

Paradigma keilmuan integrasi-interkoneksi tersebut dapat dilihat dari dua hal, yaitu ranah integrasi interkoneksi dan model kajian integrasi-interkoneksinya. Model kajian lain yang dapat dikembangkan dalam implementasi paradigma keilmuan integrasi-interkoneksi yakni similarisasi, pararelisasi, komplementasi, komparasi, induktifikasi, dan verifikasi (Anonim, 2006). Pembelajaran ilmu-ilmu umum (*hadlarah al-ilm*) termasuk matematika-sains-teknologi harus melibatkan dan memanfaatkan komponen dan unsur-unsur lain yang terdapat pada wilayah ilmu-ilmu agama (*hadlarah al-nash*) dan wilayah filsafat (*hadlarah al-falsafah*).

Bahan ajar yang dikembangkan di UIN Sunan Kalijaga berbentuk modul. Menurut Russel, modul merupakan bahan ajar atau paket pembelajaran untuk menyajikan satu unit materi pelajaran atau bidang studi tertentu. Penggunaan modul merupakan salah satu upaya penerapan konsep dan prinsip pembelajaran individual. (Ghafur, 2006).

Metode Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian pengembangan (*developmental research*), model yang digunakan adalah model 4-D (*Four-D Models*). Model 4-D terdiri dari tahap pendefinisian (*define*), tahap perancangan (*design*), tahap pengembangan (*develop*) dan tahap pendesiminasian (*disseminate*) (Savasailam, 1974). Setiap tahapan dalam model 4-D tersebut mengacu pada model desain pengembangan instruksional menurut IDI (*Instructional Development Institute*) (Harjanto, 1997). Diagram alur pengembangan perangkat pembelajaran secara garis besar dapat dilihat pada gambar berikut ini :



Gambar 1. Diagram alur model 4-D

Deskripsi dari masing-masing tahap adalah sebagai berikut :

1. Tahap Pendefinisian (*Define*)

(a) Pra Survey

Tujuan dari tahap pendefinisian adalah menetapkan dan mendefinisikan kebutuhan-kebutuhan dalam penelitian, yang dilakukan melalui tahap pengungkapan *need assessment* (perkiraan kebutuhan) dengan kondisi (konsep) awal yang sudah ada, yang diperoleh melalui :

i. Hasil wawancara antara peneliti dengan dosen-dosen pengampu matakuliah Kalkulus dan Fisika Dasar pada semester genap TA. 2006/2007

ii. Dokumen di Fakultas Saintek tentang :
   - hasil kuosioner (angket) indek kinerja dosen (IKD) yang terkait proses belajar mengajar (PBM) untuk dosen matakuliah Kalkulus pada semester genap 2006/2007.
   - Dokumen nilai mahasiswa untuk matakuliah Kalkulus I sebelum mengulang di semester pendek 2007.

iii. Soal Pretest (penjajagan) untuk mengetahui kemampuan dasar mengikuti matakuliah Kalkulus I.

iv. Hasil wawancara penilaian mahasiswa terhadap dosen-dosen pengampu matakuliah Kalkulus pada semester genap TA. 2006/2007.

v. Observasi awal terhadap dosen dan mahasiswa dalam proses pembelajaran matakuliah Kalkulus I (22 juni 2007) pada semester pendek TA. 2006/2007.

(b) Analisis Latar (*Analyze Setting*)

Ada tiga hal yang perlu diperhitungkan pada langkah ini (Harjanto, 1997), yaitu:

i. Karakteristik mahasiswa

Tujuan mengetahui karakteristik mahasiswa adalah untuk mengukur apakah mahasiswa akan mampu mencapai ketuntasan belajarnya atau tidak, serta untuk mengetahui hal-hal yang dapat mendukung dan menghambat aktifitas dan kemandirian belajarnya. Hal-hal yang perlu diketahui karakteristik mahasiswa meliputi faktor akademis dan faktor sosial

ii. Kondisi

Yaitu hal-hal berkaitan dengan kondisi pembelajaran, mengenai segala kondisi yang mungkin menghambat dan hendaknya ditanggulangi pada pembelajaran. Menurut pendapat Dunn, kondisi pembelajaran yang perlu diungkap antara lain (Harjanto, 1997), adalah : Lingkungan fisik (*Physical environment*), Lingkungan Emosional (*Emotional environment*), Lingkungan Sosiologis (*Sociological environment*), dan Kondisi Psikologis Mahasiswa (*Student's Own Physiological Make-up*)

iii. Sumber-sumber maupun perangkat yang relevan

Sumber-sumber yang tersedia dapat diidentifikasi, baik yang bersifat *human* mupun *non human*, baik yang sengaja dirancang maupun yang dapat dimanfaatkan

2. Tahap Perancangan (*Design*)

Tujuan dari tahap perencanaan ini adalah untuk merancang suatu bentuk pembelajaran yang memenuhi kebutuhan dan mengatasi masalah yang telah teridentifikasi pada tahap pendefinisian. Rencana pembelajaran dalam satu semester pendek T.A. 2006/2007 ini, dirancang dalam SAP integrative-interkonektif dan dipandu dengan *handout*.

3. Tahap pengembangan (Develop)

Langkah yang harus dilalui pada tahap pengembangan ini meliputi : identifikasi kompetensi dasar dan indikator hasil belajar, menentukan metode dan aktifitas pembelajaran, dan membuat *prototype* pembelajaran

4. Tahap pendiseminasian (*Disseminate*), terdiri dari tahap-tahap:

a. Uji coba perangkat

Tahap ini bertujuan mengujicobakan perangkat pembelajaran pada subyek penelitian.

b. Analisis hasil

Berdasarkan pengamatan terhadap masing-masing pelaksanaan desiminasi, diperoleh data tentang hasil pengamatan berupa catatan-catatan (dengan lembar observasi untuk dosen, mahasiswa dan lembar implementasi pendekatan integrasi-interkoneksi ditambah dengan hasil wawancara dengan beberapa mahasiswa) dan foto dokumentasi. Data-data tersebut selanjutnya dianalisis secara triangulasi.

Subyek penelitian ini adalah dosen Kalkulus I beserta mahasiswa Fakultas Saintek UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta yang mengambil mata kuliah tersebut pada semester pendek tahun 2007. Mahasiswa tersebut berjumlah 47 orang, dari program studi Matematika, Pendidikan Matematika, Fisika, Pendidikan Fisika, Kimia, Pendidikan Kimia dan Teknik Informatika.

Instrumen penelitian terdiri dari perangkat pembelajaran, lembar observasi, angket dan wawancara. Perangkat pembelajaran terdiri dari SAP dan handout. Terdapat tiga (3) lembar observasi, yaitu : lembar observasi mahasiswa, lembar observasi dosen dan lembar implementasi pelaksanaan pembelajaran model integrasi-interkoneksi. Instrumen yang berupa angket dan wawancara diperoleh dari mahasiswa, yaitu penilaian dosen oleh mahasiswa terhadap pelaksanaan pembelajaran dengan pendekatan integrasi-interkoneksi (desiminasi I, II dan III). Berdasarkan model dan format yang dikembangkan dalam penelitian ini, pengumpulan data lebih tertumpu pada :

a. implementasi desain perangkat pembelajaran.
b. Respon mahasiswa terhadap proses pembelajaran diperoleh dari hasil observasi, angket respon mahasiswa, dan wawancara.
c. Untuk kesahihan informasi, data dikumpulkan melalui foto atau CD dokumentasi kegiatan dan catatan selama proses pembelajaran.

Penelitian ini merupakan penelitian pengembangan yang menekankan aspek proses dan produk serta bersifat kualitatif, sehingga data yang terkumpul adalah data kualitatif. Data-data ini mencakup proses dan produk yang terus menerus dikembangkan, sehingga diperoleh data yang meyakinkan.

Sumber informasi meliputi: perangkat pembelajaran (SAP dan *handout*), catatan data dari observasi kelas (proses pembelajaran) yang terdiri dari pengamatan terhadap mahasiswa dan dosen, serta angket dan wawancara kepada mahasiswa. Pengisian angket tentang penilaian mahasiswa terhadap dosen serta wawancara tentang tanggapan mahasiswa terhadap pelaksanaan pembelajaran dilakukan setiap akhir pembelajaran. Informasi yang terkumpul dianalisis secara deskriptif dalam mengungkap kerangka pemecahan masalah dan guna memvalidasi data-data kualitatif tersebut digunakan model triangulasi (kroscek) (Priyadi, 2006).

Hasil Penelitian

Hasil prasurvey (kondisi awal) yang terkait dengan perangkat pembelajaran dan proses pembelajaran Kalkulus dan Fisika Dasar dideskripsikan sebagai berikut :

a. Perangkat Pembelajaran :

- Sudah tersusun SAP dan bahan ajar yang integrative-interkonektif oleh tim fakultas Sainteks yang difasilitasi oleh Pokja Akademik UIN Sunan Kalijaga, namun bahan ajar belum diimplementasikan secara optimal
- Sudah dipunyai SAP (sesuai *form* dengan kode FM-UINSK-BM-08-05/R0 yang telah disyahkan oleh PSM UIN Sunan Kalijaga tanggal 16 Juli 2007) dan *handout* hasil workshop penyusunan SAP dan *handout* Fakultas Saintek telah dilaksanakan tanggal 15 Mei-16 juni 2007) yang akan diimplementasikan pada SP 2007. *Handout* terdiri dari 12 kali pertemuan yang telah disesuaikan dengan perencanaan yang disajikan dalam SAP dan mengacu dari bahan ajar tersebut.

b. Proses Pembelajaran

Proses pembelajaran Kalkulus yang diperoleh dari data prasurvey (semester genap 2006/2007), dapat dideskripsikan sebagai berikut :

❖ Hasil wawancara dengan dosen pengampu :

- dosen yang melaksanakan pembelajaran integrative-interkonektif belum banyak dan masih secara spontan (*by accident*) bukan terencana (*by design*).
- Secara umum kondisi kelas kurang dinamis

- hasil dokumen nilai dan tes penjajagan (pretest) : secara umum kemampuan dasar mahasiswa untuk belajar Kalkulus I sangatlah kurang. Hal ini ditunjukkan dari data pretest (tes penjajagan) dan data dokumen nilai Kalkulus I.

Gambaran umum data observasi awal dari hasil wawancara dengan beberapa mahasiswa, angket mahasiswa dan hasil pengamatan dalam kelas disajikan bersama dengan data pelaksanaan diseminasi 1 sampai dengan diseminasi 3, pada tabel berikut :

DESKRIPSI DATA PENELITIAN PEMBELAJARAN KALKULUS I PADA SP 2007				
DATA	PRASURVEY	DESIMINASI 1	DESIMINASI 2	DESIMINASI 3
HASIL WAWAN CARA DENGAN BEBERAPA MAHASISWA	sebagian dosen selalu memberikan apersepsi dan motivasi, cukup menguasai kelas, namun kurang mereview materi di akhir kuliah. tentang pelaksanaan pembelajaran integratit-interkonektif, komentar mahasiswa sangat variatif : sering, jarang atau tidak pernah.	dosen selalu memberikan apersepsi dan motivasi, cukup menguasai kelas, namun tidak mereview dosen memberi tugas, sebagian mahasiswa merasa terbebani Dosen mengaitkan materi kuliah dengan keislaman (pada level materi dan filosofi), tetapi belum mengaitkan dengan social humaniora	dosen selalu memberikan apersepsi dan motivasi, cukup menguasai kelas, dan mereview materi dosen memberi tugas, sebagian mahasiswa merasa terbebani Dosen mengaitkan materi kuliah dengan keislaman (pada level materi dan filosofi), tetapi tentang mengaitkan dengan social humaniora, mahasiswa beda pendapat	dosen selalu memberikan apersepsi dan motivasi, dan mereview materi dosen kurang menguasai kelas dosen memberi tugas, sebagian mahasiswa merasa terbebani karena anggota kelompok dari prodi yang beda Dosen mengaitkan materi kuliah dengan keislaman, tetapi tentang mengaitkan dengan social humaniora, mahasiswa beda pendapat
ANGKET	secara umum,	secara umum mahasiswa	secara umum mahasiswa	secara umum mahasiswa

EVALUASI KINERJA DOSEN	aktifitas dosen dalam proses pembelajaran adalah baik tentang integrasi-interkoneksi, kebanyakan mahasiswa menilai 2 (sedikit).	menilai baik, hal ini terlihat secara kuantitatif bahwa modus dari 7 item tidak ada yang kurang dari 4 (item 2 dan 5 mempunyai modus 5 dan yang lain bermodus 4)	menilai baik, hal ini terlihat secara kuantitatif bahwa modus dari 7 item : item 1 sampai dengan 6 mempunyai modus 4 dan item 7 mempunyai modus 5	menilai baik, hal ini terlihat secara kuantitatif bahwa modus dari 7 item : 1 sampai dengan 6 mempunyai modus 4 dan item 7 mempunyai modus 5
HASIL OBSERVASI DI KELAS UNTUK DATA DOSEN	proses pembelajaran secara umum baik, namun suasana kelas terkesan tegang dan tampilan LCD kurang jelas	proses pembelajaran secara umum baik, namun perlu pengembangan CD pembelajarannya para observer beda pendapat tentang ada tidaknya review materi	proses pembelajaran secara umum baik, namun perlu pengembangan CD pembelajarannya review telah dilakukan, namun perlu dibuat alur yang lebih sistematis	proses pembelajaran secara umum baik, namun perlu pengembangan CD pembelajarannya Review materi dilakukan dengan kembali ke LCD yaitu peta konsep dalam CD pembelajaran
HASIL OBSERVASI	level : materi saja model : parallelisasi, komplementasi dan	para observer berbeda persepsi dalam mengamati aspek	para observer berbeda persepsi dalam mengamati aspek	para observer berbeda persepsi dalam mengamati aspek integrasi-interkoneksi :

PROSES INTEGRASI INTERKONEKSI	induktifikasi	integrasi-interkoneksi : level : materi dan filisofi model : similarisasi, parallelisasi, komplementasi dan komparasi	integrasi-interkoneksi : level : materi dan filisofi model : similarisasi, parallelisasi, komplementasi dan komparasi	level : materi dan filisofi model : similarisasi, parallelisasi dan komparasi
HASIL OBSERVASI DI KELAS UNTUK DATA MAHASISWA	mayoritas mahasiswa memperhatikan penjelasan dosen, bagus dalam bekerjasama di kelompok dan tidak melakukan aktifitas di luar kegiatan pembelajaran mahasiswa kurang berani mengajukan maupun menjawab pertanyaan,	mayoritas mahasiswa memperhatikan penjelasan dosen, bagus dalam bekerjasama di kelompok, dan mengerjakan tugas serta tidak melakukan aktifitas di luar kegiatan pembelajaran Mahasiswa langsung bertanya jika tidak jelas (hanya 3 orang), sudah	mayoritas mahasiswa memperhatikan penjelasan dosen, bagus dalam bekerjasama di kelompok, dan mengerjakan tugas serta tidak melakukan aktifitas di luar kegiatan pembelajaran mahasiswa sudah berani mengajukan pertanyaan, antusias	mayoritas mahasiswa memperhatikan penjelasan dosen, bagus dalam bekerjasama di kelompok, dan mengerjakan tugas serta tidak melakukan aktifitas di luar kegiatan pembelajaran Hampir tidak ada mahasiswa yang bertanya Beberapa mahasiswa memberi jawaban secara "bareng-bareng"

	menyatakan ide/pendapatnya dan kurang aktif dalam mengerjakan tugas (soal) kelompok	berinisiatif menjawab pertanyaan dan menyatakan ide	menjawab pertanyaan dan berani menyatakan ide (koreksi pekerjaan teman) Kerja kelompok belum terstruktur	Tidak teramati kerja kelompok selama proses pembelajaran karena kerja kelompok dilakukan di luar kelas

Pembahasan

Penelitian pengembangan ini mengambil subyek dosen dan mahasiswa yang mengambil mata kuliah Kalkulus I SP 2007. Perangkat pembelajaran yang diimplementasikan pada setiap diseminasi adalah SAP dan *handout* yang disusun mengacu bahan ajar yang integrative-interkonektif. Bahasan secara lengkap dari masing-masing hasil penelitian, disajikan di bawah ini.

Data dari prasurvey mengungkap kondisi awal yang digunakan untuk mendefinisikan dan menetapkan kebutuhan dalam penelitian, yaitu :

- Proses pembelajaran Kalkulus (sebelum SP 2007) : belum banyak dosen yang melakukan pembelajaran integrative-interkonektif (masih spontanitas); sebagian dosen selalu memberikan apersepsi dan motivasi, cukup menguasai kelas, namun kurang mereview materi, kondisi kelas kurang dinamis
- Proses pembelajaran Kalkulus I SP 2007 : mahasiswa heterogen, kemampuan dasar mahasiswa kurang, sehingga kondisi kelas kurang dinamis; meskipun dosen sudah mencoba mengimplementasikan CD pembelajaran integrative-interkonektif.

Tahap pengembangan yang sangat menentukan adalah Tim peneliti dalam membuat prototype pembelajaran menelusuri berbagai wacana tentang integrasi-interkoneksi dan mencoba menggabungkan antara ranah (domain) dengan model integrasi-interkoneksi sebagai suatu model dalam implementasi pembelajaran integrative-interkonektif, sehingga diperoleh skema (*blueprint*):

Level/Domain	Model					
	Similarisasi	Pararelisasi	Komplementasi	Komparasi	Induktifikasi	Verifikasi
Filosofis						
Materi						
Metodologi						
Strategi						

Skema inilah sebagai rancangan model yang akan diuji cobakan untuk mengamati implementasi pembelajaran integrative-interkonektif yang telah disiapkan dalam SAP dan handout (perangkat pembelajaran)nya.

Dilihat dari deskripsi data desiminasi 1, 2, dan 3 di atas, Secara umum keberhasilan dari penelitian pengembangan untuk mencari model pembelajaran integrative-interkonektif dari aspek proses dan produk dapat diungkapkan sebahai berikut :

a. Keberhasilan Aspek Proses

- Proses pembelajaran dari kondisi awal sampai dengan diseminasi 3 mengalami peningkatan baik dilihat dari penyampaian dosen dan aktifitas mahasiswa dan kelas semakin dinamis
- dosen selalu memberikan apersepsi dan motivasi serta mencoba mengintegrasi-interkoneksikan dengan ayat-ayat Allah, sabda Nabi (nilai-nilai ke islaman), meskipun interkoneksi dengan social humaniora belum tampak

- baik mahasiswa maupun dosen mempunyai persepsi yang berbeda-beda dalam mengamati aspek integrasi-interkoneksi baik level integrasi-interkoneksi maupun modelnya.

b. Keberhasilan Aspek Produk

Dilihat dari diseminasi 1 sampai 3, terlihat adanya masukan perlunya perbaikan SAP, terutama metode dan pendekatan yang sesuai, sehingga lebih mengaktifkan mahasiswa. Masukan lain untuk CD pembelajaran yang ditampilkan sekaligus sebagai masukan perbaikan *handout*, antara lain :

- tulisan (*font*) perlu diperbesar
- handout dan bahan ajar perlu diperbanyak latihan soal
- peta konsep terdapat inspirator baik ayat Al-Qur'an maupun Al Hadits (sebagai serambi/senarai dalam bahan ajar) dan rencana afektif (nilai-nilai keislaman) yang mungkin dicapai setelah pembelajaran, perlu dicermati kesesuaian dengan materi.
- Perlunya tambahan icon (kata bijak atau penyemangat) yang menarik dalam CD pembelajaran maupun bahan ajar

Simpulan

Hasil penelitian ini belum menemukan model pembelajaran integrative-interkonektif yang memuaskan (baku) karena berbagai factor. Namun, hasil penelitian ini dapat memberi masukan tentang bagaimana proses pembelajaran integrative-interkonektif yang sudah dilakukan yang dapat dijadikan model awal pembelajaran integrative-interkonektif, sebagai berikut :

1. memberi apersepsi dan motivasi dengan pendekatan integrasi-interkoneksi
2. ketika masuk substansi materi, diberikan contoh-contoh terapan atau pengaitan dengan kehidupan nyata
3. pemberian tugas kelompok atau mandiri, dengan sesekali perlu diberikan tugas tentang tafsir ayat atau hadits yang pernah disampaikan, baik sebagai motivator maupun inspirator materi yang dipelajari
4. disisihkan waktu untuk mereview materi, sebelum kuliah ditutup

Rekomendasi

1. Ada alternative *blueprint* yang dapat diuji cobakan dalam pengembangan proses pembelajaran integrative-interkonektif :

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2"></td><td colspan="3">Ilmu-Ilmu Agama Islam</td></tr>
<tr><td>Ontologi</td><td>Epistemologi</td><td>Aksiologi</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Ilmu-ilmu Sains dan Teknologi</td><td>Aksiologi</td><td>Model Integrasi-Interkoneksi</td><td>Model Integrasi-Interkoneksi</td><td>Model Integrasi-Interkoneksi</td></tr>
<tr><td>Epistemologi</td><td>Model Integrasi-Interkoneksi</td><td>Model Integrasi-Interkoneksi</td><td>Model Integrasi-Interkoneksi</td></tr>
<tr><td>Ontologi</td><td>Model Integrasi-Interkoneksi</td><td>Model Integrasi-Interkoneksi</td><td>Model Integrasi-Interkoneksi</td></tr>
</table>

2. Para pakar integrasi-interkoneksi untuk mendefinisikan secara operasional dari masing-masing unsur dalam level (domain) integrasi-interkoneksi maupun model-modelnya

3. Perlu dukungan birokratis terhahap "Team Teaching" yang merupakan alternative pengembangan pembelajaran yang sangat efektif, karena adanya kolaborasi mutualisme.

Daftar Pustaka

Abdul Ghafur, 2006, *Pengembangan Bahan Ajar dalam Bentuk Modul Pembelajaran Multimedia.* Makalah pada Workshop Pengembangan Bahan Ajar yang disaelenggarakan oleh Pokja Akademik UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

Anonim, 2006, Undang-Undang RI No. 14 th. 2005 tentang Guru dan Dosen

Anonim, 2006, *Buku Panduan Akademik*, Fakultas Saintek, UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.

Ahmad Rafiq, M. Alfatih Suryadilaga, Islahudin, 2005, *Mencari Model Pembelajaran Ilmu-Ilmu Sumber Ajaran Islam sebagai Acuan Pola Interkoneksitas Ilmu di UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta*, Laporan Penelitian Kelompok, Lembaga Penelitian UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

Amin Abdullah, 2006, *Islamic Studies di Perguruan Tinggi Pendekatan Integratif-Interkonektif*, Pustaka Pelajar, Yogyakarta

Budi Puspo Priyadi, 2006, *Metode Evaluasi Kualitatif*, Pustaka Pelajar, Yogyakarta.

Harjanto, 1997, *Perencanaan Pengajaran*, Rineka Cipta, Jakarta.

Mulyasa, E., 2005, *Menjadi Guru Profesional: Menciptakan Pembelajaran Kreatif dan Menyenangkan,* Remaja Rosda Karya, Bandung;hal. 69.

Pokja Akademik UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta, 2004, *Kerangka Dasar Keilmuan dan Pengembangan Kurikulum*.

Radjasa, M., 2006, *Breakdown Paradigma Integrasi-Interkoneksi dalam Penyusunan Bahan Ajar.* Makalah pada Workshop Pengembangan

Bahan Ajar yang diselenggarakan oleh Pokja Akademik UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

Sanjaya, W., 2006, *Strategi Pembelajaran Berorientasi Standar Proses Pendidikan*, Kencana Prenada Media, Jakarta.

Savasailam Thiagarajan, Doroty S. Semmel, Melvyn I Semmel, 1974, *Instructional Development for Training Teachers of Exceptional Children*, Indiana University, Minnepolis.

Mathematical Thinking Across Multilateral Culture

By **Marsigit**
Department of Mathematics Education, Faculty of Mathematics and Science, Yogyakarta State University

Abstract

Share the ideas and ways of mathematical thinking which are necessary for science, technology, economic growth and development of the APEC member economies, and develop the teaching approaches in mathematical thinking through Lesson Study among the APEC countries. To achieve these goals, since 2004 the APEC-International Conference on Innovative Teaching Mathematics through Lesson Study was held in Japan and Thailand.

Key Word: mathematical thinking, lesson study, multilateral culture

A. Background

The third[1] APEC Education Ministerial Meeting held on 29-30 April 2004 in Santiago, defined the priority areas for future network activities to stimulate learning in Mathematics and Science. Based on this priority, there were some activities of APEC project to encourage collaboration study on innovations for teaching and learning mathematics in different cultures. In 2004[2], Tsukuba University of Japan, Khon Kaen University of Thailand and Specialist Researchers from APEC Countries started to share the ideas and ways of mathematical thinking which are necessary for science, technology, economic growth and development of the APEC member economies, and develop the teaching approaches in mathematical thinking through Lesson Study among the APEC member economies.

The lesson study[3] that is attracting attention from around the world has actually derived from the education study in Japan since the days of normal school. In the field of arithmetic and mathematics, the collaboration between US

[1] Masami et al, I, 2006, "*Collaborative Study on Innovations for Teaching and Learning Mathematics in Different Cultures (I): Lesson Study on Mathematical Thinking*", *Tsukuba University: CRICED*
[2] Ibid.
[3] Ibid.

and Japan since 1980s, resulted the schema to facilitate collaborative studies with various organizations around the world. Sponsored by APEC Economy countries, CRICED (Center for Research on International Cooperation in

) Specialist Researcher on Mathematics Education in APEC Countries

Educational Development) of Tsukuba University, CRME (Center for Research in Mathematics Education) of Khon Kaen University, and the Specialists Researcher from the APEC economies has developed activities for four years with the focus on: mathematical thinking (2007), communication (2008), evaluation (2009), and generalization (2010).

The first three topics[4] were selected based on the three phases of the Lesson Study process: plan (for mathematical thinking), do (for communication) and see (for evaluation). Each year's results will become the basis for the following year's project. In the final year, generalization will be the theme, which will extend the implementation of Lesson Study to all subject areas.

In 2006 they have outlined the activities focusing on mathematical thinking, which is a necessary prerequisite for science, technology, economic growth and development. Using Lesson Study, the project aims to collaboratively: (1) share the ideas and ways of mathematical thinking which are necessary for science, technology, economic growth and development, and (2) develop the teaching approaches on mathematical thinking through Lesson Study among the APEC member economies. The Specialist Researchers from APEC economies contributed to develop lesson study by observing mathematics teaching in Japan and Thailand as well as in each of his/her country.

[4] Ibid.

B. Mathematical Thinking as the Central Issues in Teaching Learning Mathematics Innovations

Mathematical thinking *(Ono Y, 2006*), is the basis for various types of thinking, and by learning mathematics students can learn the logical and rational mode of thinking. Also mathematics has a very wide range of applications including physics, statistics and economics. And in these various different fields mathematical thinking is employed. Also if we look at the curriculums in various countries, in any country we see, mathematics is taught from very young age. That is because all countries recognize the importance of mathematics. Following we will review some works of mathematics educationist from different context of culture in relation to the aspects of mathematical thinking

1. Australian context: *the works of Stacey Kaye*

Being able to use mathematical thinking in solving problems (Stacey, K. 2006), is one of the most the fundamental goals of teaching mathematics. It is an ultimate goal of teaching that students will be able to conduct mathematical investigations by themselves, and that they will be able to identify where the mathematics they have learned is applicable in real world situations. She indicated that mathematical thinking is important in three ways: as a goal of schooling, as a way of learning mathematics and for teaching mathematics. In this respect, mathematical thinking will support science, technology, economic life and development in an economy.

Accordingly mathematical thinking is a highly complex activity in which there are at least two process can be demonstrated: (1) specialising and generalising and (2) conjecturing and convincing. Since mathematical thinking is a process, it is probably best discussed through examples. There are many different 'windows' through which the mathematical thinking can be viewed. The organising committee for this conference (APEC, 2006) has provided a substantial discussion on this point. Stacey gives a review of how mathematical thinking is treated in curriculum documents in Australia.

In Australian context, Stacey K (2005) have found it helpful for teachers to consider that solving problems with mathematics requires a wide range of skills and abilities, including: (1) deep mathematical knowledge, (2) general reasoning abilities, (3) knowledge of heuristic strategies, (4) helpful beliefs and attitudes, (5) personal attributes such as confidence, persistence and organization, and (6) skills for communicating a solution. She then identified four fundamental processes, in two pairs, and showed how thinking mathematically very often proceeds by alternating between them:

- specialising – trying special cases, looking at examples
- generalising - looking for patterns and relationships
- conjecturing – predicting relationships and results
- convincing – finding and communicating reasons why something is true.

In her research, Stacey K (2005) found that considerable mathematical thinking on behalf of the teacher is necessary to provide a lesson that is rich in mathematical thinking for students. She uncovered that in mathematical thinking it needs for students to understand mathematical concepts and develop connections among concepts and the links between concepts and procedures. She also draws on important general mathematical principles such as[5] : (1) working systematically, (2) specialising – generalising: learning from examples by looking for the general in the particular, (3) convincing: the need

---

[5] Stacey K, in Masami et al, I, 2006, *"Collaborative Study on Innovations for Teaching and Learning Mathematics in Different Cultures (I): Lesson Study on Mathematical Thinking", Tsukuba University: CRICED*

for justification, explanation and connections, and (4) the role of definitions in mathematics.

2. British context: ***the works of David Tall***

David Tall (2006) argued that while teachers strive to improve performance on tests, there is a growing realization that practicing procedures to be able to perform them fluently is not sufficient to develop powerful mathematical thinking. Sometimes the detail that worked before may later prove to be inappropriate and cause difficulties. There are thus two important issues to address: taking account of ideas that students have met before that affect their current learning, and helping them to focus on essential ideas that become the basis of more subtle thinking.

David Tall intends to build on a theoretical framework for the long-term development of mathematical thinking from new-born child to adult which requires powerful ideas to be compressed into thinkable concepts that apply in new situations. He suggested that teachers need to act as mentors to rationalize the use of ideas that students have met before and to encourage knowledge into powerful ideas that can be linked together in coherent ways.

David Tall (ibid.), in the case of long-term learning of mathematical concepts, strived to explain how do students learn about mathematical concepts and how do they grow over the years to learn to think mathematically in sophisticated ways? He referred to Piaget that there are distinguished two fundamental modes of abstraction of properties from physical objects: *empirical abstraction* through teasing out the properties of the object itself, and *pseudo-empirical abstraction* through focusing on the actions on the objects, for instance, counting the number of objects in a collection as well as *reflective abstraction* focusing on operations on mental objects where the operation themselves become a focus of attention to form new concepts. Accordingly, he distinguishes two ways of building mathematical concept:

1) the first is from the exploration of a particular object whose properties he focus on and use first as a description – 'a triangle has three sides' – and then as a definition – 'a triangle is a figure consisting of three straight line segments joined end to end'.
2) the second arises from a focus on a sequence of actions and on organizing the sequence of actions as a mathematical procedure such as counting, addition, subtraction, multiplication, evaluation of an algebraic expression, computation of a function, differentiation, integration, and so on, with the compression into corresponding thinkable concepts such as number, sum, difference, product, expression, function, derivative, integral.

For a long-term mathematical thinking e.g. in geometry, David Tall (2006) emphasized Van Hiele's formulation consisting of building from perception of shapes, to description of their properties, practical constructions, definitions of figures that can be used for deductions, building to a coherent theory of Euclidean geometry. According to this formulation[6], the building of concepts from perception of, and actions on, physical objects and the growing sophistication towards definitions, deductions and formal theory is called the conceptual-embodied world of mathematical development. Two different forms of mathematical development[7], that interact at all levels, i.e. the **conceptual-embodied** (based on perception of and reflection on properties of objects) and the **proceptual-symbolic** that grows out of the embodied world through action (such as counting) and symbolization into thinkable concepts such as number, developing symbols that function both as processes to do and concepts to think about (called procepts); and the **axiomatic-formal** (based on formal definitions

[6] Tall D, in Masami et al, I, 2006, *"Collaborative Study on Innovations for Teaching and Learning Mathematics in Different Cultures (I): Lesson Study on Mathematical Thinking", Tsukuba University: CRICED*
[7] Ibid.

and proof) which reverses the sequence of construction of meaning from definitions based on known concepts to formal concepts based on set-theoretic definitions. are indicated in the following figure:

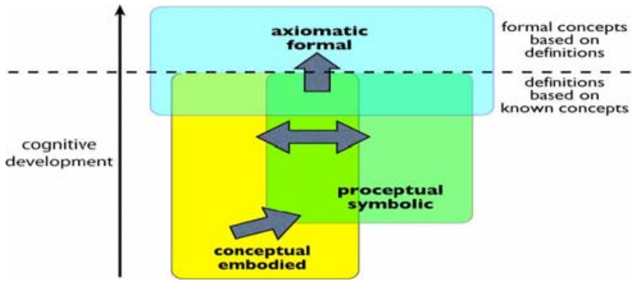


Figure: Interaction the level on mathematics thinking
Source: David Tall (2006)

3. Taiwaness Context: the works of Fou Lai Lin

Fou Lai Lin (2006) has developed a framework for designing conjecturing activity in mathematics thinking. He elaborated the entries of conjecturing and proved that conjecturing in mathematical thinking is a necessary process of problem solving, develops competency of proving and facilitates procedural operating. A conjecturing activity[8] may start with one of the three entries: a false statement, a true statement, and a conjecture of learners. Using students' misconception as starting point is an example, such as A *proceduralized refutation model* (PRM) (Lin & Wu, 2005) can be applied to design a conjecturing activity by substituting each students' misconception into the first item in the worksheet which follows student's activities step by step in the model.

Fou Lai Lin (2006) found that many teaching experiments show that high

[8] Lin F. L. in Masami et al, I, 2006, *"Collaborative Study on Innovations for Teaching and Learning Mathematics in Different Cultures (I): Lesson Study on Mathematical Thinking", Tsukuba University: CRICED*

school students are able to notice the beauty of a certain formula. Students[9] are also convinced by applying the area formula with some *special/extreme cases* of triangles. Thinking in symmetry[10], degree of the expression and special/extreme cases composes a triad of mathematics thinking which can be generalized to make conjectures for formulae of geometry quantities. Refer to de Lange (1987) he agreed that mathematizing is an organizing and structuring activity according to which acquired knowledge and skills are used to discover unknown regularities, relations and structures. From Kilpatrick, Swafford, and Findell (2001) he noticed that mathematics proficiency consists five components: conceptual understanding, procedural fluency, strategic competence, adaptive reasoning, and productive disposition.

In his research, Fou Lai Lin (ibid.) strived to prove that conjecturing was able to enhance conceptual understanding. Using students' misconceptions as the starting statement in PRM, he investigated Freudenthal's claimed that conjecturing can enhance conceptual understanding both in prospective learning and in retrospective learning. He involved teachers to carry out their teaching exploration in which conjecturing is to facilitate procedural operating. Further, he found that conjecturing can develop competency of proving. Conjecturing and proving very often are discontinuous. In order to merge those two learning activities, learning strategy such as "constructing premise/conclusion" and "defining" are proved to be effective.

The ultimate results of his work suggest that conjecturing approach can drive innovation in mathematics teaching. He concluded that conjecturing activity encourages the students: (1) to construct extreme and paradigmatic examples, (2) to construct and test with different kind of examples, (3) to organize and classify all kinds of examples, (4) to realize structural features of

---

[9] Ibid.
[10] Ibid.

supporting examples, (5) to find counter-examples when realizing a falsehood, (6) to experiment, (7) to self-regulate conceptually, (8) to evaluate one's own doing-thinking, (9) to formalize a mathematical statement, (10) to image /extrapolate/ explore a statement, and (11) to grasp fundamental principles of mathematics involves learners in *thinking and constructing actively*.

4. **Japanese Context:** ***the works of Katagiri***

Katagiri, S. (2004) insists that the most important ability that children need to gain at present and in future, as society, science, and technology advance dramatically, are not the abilities to correctly and quickly execute predetermined tasks and commands, but rather the abilities to determine themselves to what they should do or what they should charge themselves with doing. Of course, the ability[11] to correctly and quickly execute necessary mathematical problems is also necessary, but from now on, rather than adeptly to imitate the skilled methods or knowledge of others, the ability to come up with student's own ideas, no matter how small, and to execute student's own independence, preferable actions will be most important. Mathematical activities[12] cannot just be pulled out of a hat; they need to be carefully chosen so that children form concepts, develop skills, learn facts and acquire strategies for investigating and solving problems.

Mathematical thinking[13] has its diversity of simple knowledge or skills. It is evidence that mathematical thinking serves an important purpose in providing the ability to solve problems on one's own as described above, and this is not limited to this specific problem. Therefore, the cultivation of a number of these types of mathematical thinking should be the aim of

[11] Katagiri S. in Masami et al, I, 2006 *"Collaborative Study on Innovations for Teaching and Learning Mathematics in Different Cultures (I): Lesson Study on Mathematical Thinking", Tsukuba University: CRICED*
[12] Ibid
[13] Ibid

mathematics teaching. Katagiri, S. (2004) lays out the followings as mathematical thinking related to mathematical method: inductive thinking, analogical thinking, deductive thinking, integrative thinking (including expansive thinking), developmental thinking, abstract thinking (thinking that abstracts, concretizes, idealizes, and thinking that clarifies conditions), thinking that simplifies, thinking that generalizes, thinking that specializes, thinking that symbolize, thinking that express with numbers, quantifies, and figures.

Teaching[14] should focus on mathematical thinking including mathematical method. Questions related to mathematical thinking and method must be posed based on a perspective of what kinds of questions to ask. Katagiri, S. (2004) indicates that quaestion must be created so that problem solving process elicits mathematical thinking and method. He lists question analysis designed to cultivate mathematical thinking as follows:

a. Problem Formation and Comprehension

1) What is the same? What is shared? (Abstraction)
2) Clarify the meaning of the words and use them by oneself. (Abstraction)
3) What (conditions) are important? (Abstraction)
4) What types of situations are being considered? What types of situations are being proposed? (Idealization)
5) Use figures (numbers) for expression. (Diagramming, quantification)
6) Replace numbers with simpler numbers. (Simplification)
7) Simplify the conditions. (Simplification)

[14] Ibid

8) Give an example. (Concretization)

b. Establishing a Perspective

1) Is it possible to do this in the same way as something already known? (Analogy)
2) Will this turn out the same thing as something already known? (Analogy)
3) Consider special cases. (Specialization)

c. Executing Solutions

1) What kinds of rules seem to be involved? Try collecting data. (Induction)
2) Think based on what is known (what will be known). (Deduction)
3) What must be known before this can be said? (Deduction)
4) Consider a simple situation (using simple numbers or figures). (Simplification)
5) Hold the conditions constant. Consider the case with special conditions. (Specialization)
6) Can this be expressed as a figure? (Diagramming)
7) Can this be expressed with numbers? (Quantification)

d. Logical Organization

1) Why is this (always) correct? (Logical)
2) Can this be said more accurately? (Accuracy)

5. Singapore Context: *the works of Yeap Ban Har*

Yeap Ban Har (2006) illustrated that, in Singapore, education has an economic function. Education is perceived as preparing pupils to develop competencies that the future workforce needs to have. In particular[15], education is the platform to prepare pupils to become knowledge workers who are capable of innovative thinking and communicating such thinking. Thus, mathematical thinking[16] is a focus of the Singapore mathematics curriculum. Since 1992, the main aim of school mathematics has been to develop mathematical problem solving ability among pupils. The curriculum[17] was revised in 2001 and will be revised again in 2007 but the main aim remains the same.

It was stated that, in 1997, the then Prime Minister of Singapore[18] announced that Singapore schools should help their pupils develop the ability to think. The Thinking Schools, Learning Nation initiative was started in 1997 for this purpose. Generic thinking skills such as classifying and comparing were taught to pupils. These thinking skills were also infused into key subjects including mathematics. Thinking skills are considered to be part of processes required in problem-solving efforts. In 2003, another initiative Innovation and Enterprise was introduced to encourage schools to develop good habits of mind or thinking habits among their pupils. Along with information technology and national education, thinking[19] is considered one of the key components of the education system.

Further, Yeap Ban Har (ibid.) indicated that pupils are expected to be able to engage in problem solving, routine as well as novel problem solving, in mathematics. This includes mathematical investigations. Mathematical

---

[15] Yeap B. H. in Masami et al, I, 2006 *"Collaborative Study on Innovations for Teaching and Learning Mathematics in Different Cultures (I): Lesson Study on Mathematical Thinking", Tsukuba University: CRICED*

[16] Ibid.

[17] Ibid

[18] Ibid

[19] Ibid

thinking[20] is the process that pupils engage in when they solve mathematics problems. According to the curriculum framework, mathematical problem solving requires five inter-related components – skills, concepts, processes, attitude and metacognition. Pupils[21] are expected to possess mathematical skills and concepts. Skills include computation including mental computation and visualization. Key concepts[22] in elementary school include numerical, geometrical and algebraic concepts. Pupils are also expected to possess the ability to engage in processes such as reasoning, communicating, making connections, modeling, and using thinking skills and heuristics. This aspect[23] is the focus of Thinking Schools, Learning Nation. Pupils are expected to possess good problem-solving attitudes and habits as well as the ability to engage in metacognition. These aspects are the focus of Innovation and Enterprise.

Yeap Ban Har (ibid) stated that , the Singapore mathematics curriculum defines mathematical thinking as the orchestration of mathematical skills, concepts and processes to handle a situation which could be novel. This is reflected in the national examination. In the Primary School Leaving Examination (PSLE)[24] taken by pupils at the end of six years of primary education, about half of the maximum marks available for the mathematics test are from a section comprising thirteen problems. In this section, pupils must be able to show the method they used to solve the problems. He suggested that mathematical thinking as a juxtaposition of mathematical competencies and generic competencies when pupils handle a mathematical situation such as mathematical problem solving. The mathematical competencies include visualization, patterning and number sense (Yeap, 2005). These mathematical competencies are referred to as 'big ideas'. These are the essence distilled from

[20] Ibid
[21] Ibid
[22] Ibid
[23] Ibid
[24] Ibid

specific mathematical work that pupils engage in.

6. Malaysian Context: *the works of Lim Chap Sam*

In her preliminary research, Lim Chap Sam (2005) learned that for Malaysian context, it seem to highlight three major components of mathematical thinking: a) mathematical content / knowledge; b) mental operations; and c) predisposition. Referred to Beyer (1988), she indicated that to mathematical content/knowledge refers to the specific mathematics subject matter, mathematical concepts and ideas that one has acquired or learnt, while mental operations can be illustrated as cognitive activities that the mind needs to perform when thinking. Examples of predisposition include reasonableness, thinking alertness and open-mindedness, as well as beliefs and affects. Accordingly, she proposed that a working definition of mathematical thinking should include the following characteristics[25]: (1) it involves the manipulation of mental skills and strategies, (2) it is highly influenced by the tendencies, beliefs or attitudes of a thinker, (3) it shows the awareness and control of one's thinking such as meta-cognition, and (4) it is a knowledge−dependent activities. She then defined that mathematical thinking is a mental operation supported by mathematical knowledge and certain kind of predisposition, toward the attainment of solution to problem.

However, after a careful examination of the Malaysian school mathematics curriculum, both primary and secondary levels Lim Chap Sam (2006) indicated that The Mathematics curriculum for secondary school aims to develop individuals who are able to think mathematically and who can apply mathematical knowledge effectively and responsibly in solving problems and making decision. She found that all the three components of mathematical

[25] Sam L.C. in Masami et al, I, 2006 *"Collaborative Study on Innovations for Teaching and Learning Mathematics in Different Cultures (I): Lesson Study on Mathematical Thinking", Tsukuba University: CRICED*

thinking are implicitly incorporated in both levels of Malaysian school mathematics curricula. For the primary mathematics curriculum[26], there is a higher emphasis on basic mathematical skills as compared to the problem solving skills and appreciation of mathematical values. In comparison[27], the emphasis is more on complex mathematical skills such as problem solving, decisions making, communication and extension of mathematical abstraction as well as positive attitudes toward mathematics rather then the basic mathematical skills for the secondary mathematics curriculum.

Lim Chap Sam's work indicated that there were some critical issues about mathematical thinking in Malaysia: (1) no clear understanding of mathematical thinking, (2) examination oriented culture and 'finish syllabus syndrome', (3) lack of appropriate assessment, (4) lack of resources and know-how in promoting mathematical thinking, (5) the role of technology in mathematical thinking. She proposed that to promote mathematical thinking it needs to equip and enhance mathematics teachers' understanding of mathematical thinking; a more explicit and comprehensive explanation of mathematical thinking will have to be stated in the school mathematics curriculum documents so that teachers can referred to these documents. Pre-service and in-service mathematics teachers[28] need to be made aware of the importance of mathematical thinking. They also need to be equipped with learning and to experience for themselves in mathematical thinking activities. These can be achieved by exposing mathematics teachers to various teaching strategies and activities that promote mathematical thinking. These ideas and activities can be imparted from time to time through workshops, seminars or conferences.

7. Indonesian Context: *the works of Marsigit et.al*

[26] Ibid.
[27] Ibid.
[28] Ibid.

Marsigit et al (2007) elaborated that the Decree of Sisdiknas No. 20 year 2003 insists that Indonesian Educational System should develop intelligence and skills of individuals, promote good conduct, patriotism, and social responsibility, should foster positive attitudes of self reliance and development. Improving the quality of teaching is one of the most important tasks in raising the standard of education in Indonesia. It was started in June 2006, based on the Ministerial Decree No 22, 23, 24 year 2006, Indonesian Government has implemented the new curriculum for primary and secondary education, called KTSP "School-Based Curriculum". This School-based curriculum combines two paradigms in which, one side stress on students competencies while on the other side concerns students' learning processes.

The School-Based Secondary Junior mathematics curriculum outlines that the aims of teaching learning of mathematics are as follows[29]: (1) to understand the concepts of mathematics, to explain the relationships among them and to apply them in solving the problems accurately and efficiently, (2) to develop thinking skills in learning patterns and characteristics of mathematics, to manipulate them in order to generalize, to prove and to explain ideas and mathematics propositions, (3) to develop problem solving skills which cover understanding the problems, outlining mathmatical models, solving them and estimating the outcomes, (4) to communicate mathematics ideas using symbols, tables, diagrams and other media, and (5) to develop appreciations of the use of mathematics in daily lifes, curiosity, consideration, and to encourage willingness and self-confidence.in learning mathematics.

According to Marsigit et al (2007), for Indonesian context, the aim of mathematics education from now on is still urgently to promote mathematical thinking and to take it into actions. Accordingly, these lead to suggest that it

[29] Direktorat SMP, 2006, "KTSP", Jakarta: Depdiknas

needs to conduct classroom-based research to investigate the necessary driving factors towards students' ability to develop mathematical thinking. Marsigit's work indicated that mathematics would have to be applied to natural situations, any where real problems appear, and to solve them, it is necessary to use the mathematical method. The knowledge[30], skills, and mathematical methods are the foundation to achieve the knowledge on science, information, and other learning areas in which mathematical concepts are central; and to apply mathematics in the real-life situations. This study uncovered that teacher has important role to encourage their students to develop mathematical methods.

On the study of uncovering students' developing mathematical thinking in learning the total area of a right circular cylinder and sphere and also the volume of a right circular cone in the 8th grade of Junior High School, Marsigit et al (2007) found that the students performed *mathematical thinking* when they found difficulties or when they were asked by the teacher. Most of the students reflected that they paid attention on the perfect of the *Concrete Model* of geometrical shape. However, their consideration on the perfect form of the models did not indicate that they performed *mathematical idealization* as one of mathematical method. Marsigit (ibid) also found that, one aspect of mathematical method i.e. s*implifications* happened when the students perceived that the concept of *right circular cone* is similar to the concept of triangle or circle. In this case, they *simplified* the concepts through manipulation of *Concrete Models.* They also performed simplification when they broke down the formula to solve the problems. They mostly simplified the concepts when they had got some questions from the teacher; or, when they worked in group.

---

[30] Marsigit et al in Masami et al, I, 2007 *"Collaborative Study on Innovations for Teaching and Learning Mathematics in Different Cultures (II): Lesson Study on Mathematical Thinking", Tsukuba University: CRICED*

Ultimately, in this work, Marsigit et al (ibid) found that the students developed *inductive thinking* when they uncovered that the height of right circular cylinder is equal to the width of its rectangle; and the circumference of the circle is equal to the length of rectangle. They continued to perform *inductive thinking*[31] until they found the formula of the lateral area of right circular cylinder; the formula of sphere, and the formula of the volume of *Right Circular Cone.* Students' *schema of inductive thinking* covers: (1) attempting to gather a certain amount of data, (2) working to discover rules or properties in common between these data, (3) inferring that the set that includes that data (the entire domain of variables) is comprised of the discovered rules and properties, and (4) confirming the correctness of the inferred generality with new data.

In the latest Lesson Study, Marsigit et al (2007) had sought to uncover the picture in which the teacher strived to promote mathematical thinking in learning the total area of a right circular cylinder and sphere as well as the volume of a right circular cone. S*tudents' mathematical thinking* can be traced through the schema of teaching learning activities as follows:

1. Problem Formation and Comprehension were emerged when the students:
    a. observed given model of right circular cylinder, observed given model of Sphere, and observed given model of right circular cone
    b. identified the components of the right circular cylinder, sphere, and right circular cone
    c. defined the concept of right circular cylinder, sphere, and right circular cone
    d. got questions and notices from teacher to search the concepts
2. Establishing a Perspective were emerged when the students:

[31] Ibid.

a. employed concrete model to search the total area of right circular cylinder, the area of sphere and the volume of right circular cone
b. learned that the height of right circular cylinder is equal to the width of its rectangle; and the circumference of the circle is equal to the length of rectangle
c. learned the teacher's guide to understand the procedures how to search the volume of right circular cone
d. broke-down the model of right circular cylinder into its components

3. Executing Solutions were emerged when the students:
a. tried to find out the lateral area of right circular cylinder
b. tried to find out the total area of right circular cylinder
c. tried to find out the area of sphere
d. collected the data of the measurement of the volume of cone in comparison with the volume of cylinder

C. Discussion

In Australia, if students are to become good mathematical thinkers, then mathematicalthinking needs to be a prominent part of their education. In addition, however students[32] who have an understanding of the components of mathematical thinking will be able to use these abilities independently to make sense of mathematics that they are learning. For example, if they do not understand what a question is asking, they should decide themselves to try an example (specialise) to see what happens, and if they are oriented to constructing convincing arguments, then they can learn from reasons rather than rules. Experiences like the exploration above, at an appropriate level build these dispositions.

As indicated by Stacey, K, for Australian context, mathematical thinking is not only important for solving mathematical problems and for learning

[32] Stacey K, in Masami et al, I, 2006, *"Collaborative Study on Innovations for Teaching and Learning Mathematics in Different Cultures (I): Lesson Study on Mathematical Thinking", Tsukuba University: CRICED*

mathematics. A teacher[33] requires mathematical thinking for analysing subject matter planning lessons for a specified aim and anticipating students' responses. These are indeed key places where mathematical thinking is required. Mathematical thinking[34] is not just in planning lessons and curricula; it makes a difference to every minute of the lesson. In the case of teaching mathematics, the solver has to bring together expertise in both mathematics and in general pedagogy, and combine these two domains of knowledge together to solve the problem, whether it be to analyse subj ect matter, to create a plan for a good lesson, or on a minute-by-minute basis to respond to students in a mathematically productive way. If teachers are to encourage mathematical thinking in students, then they need to engage in mathematical thinking throughout the lesson themselves.

For British context, David Tall (2006) lead to a long-term view of mathematics thinking, building on the genetic capabilities of the learner and the successive learning experiences over a life-time: (1) the child is born with generic capabilities *set-before* in the genetic structure, (2) current cognitive development builds on experiences that were *met-before,* (3) this occurs through long-term potentiation of neuronal connections which strengthens successful links and suppresses others, (4) actions are coordinated as (procedural) *action-schemas*, (5) ideas are compressed into *thinkable concepts* using language & symbolism, (6) thinkable concepts are built into wider (conceptual) *knowledge schemas,* (7) mathematical thinking builds cognitively through *embodiment, symbolism* and, later, *formal proof,* each developing in sophistication over time, (8) success in mathematical thinking depends on the effect of met-befores, the compression to rich thinkable concepts, and the building of successive levels of sophistication that is both powerful and simple.

David Tall indicated that various studies carried out by doctoral students at Warwick University in countries around the world reveal a widespread goal of 'raising standards' in mathematics learning, which are tested by tests that *could* promote conceptual long-term learning, but in practice, often produce short-term procedural learning that is may be less successful in developing

[33] Ibid
[34] Ibid

long-term flexibility in understanding and solving non-routine problems. Looking at the total picture of long-term learning, what emerges is the absolute necessity of the teacher helping the student to construct thinkable concepts that not only enable students to solve current problems, but also to move on to greater sophistication. In a given situation, the learning of efficient procedures to *do* mathematics is an important part of learning, but in the long-term, it is essential to compress knowledge into thinkable concepts that will work in more sophisticated ways. This can be done by building on embodied experiences that can give insightful meanings suitable for initial learning but may include met-befores that can hinder future sophistication. Here it is essential to focus on the development of flexible thinking with the symbolism that compresses processes that can be used to solve mathematical problems into procepts that can be used to *think* about mathematics.

From the view point of Lesson Study, mathematical thinking should be developed through lessons. Usually, mathematical thinking is defined by the curriculum and embedded in the aim of each lesson. Thus, curriculum documents of each economy would be the clearest resources for analysing what mathematical thinking is in each economy (Masami Isoda, 2006). Accordingly, in the Japanese curriculum, mathematical thinking has been defined for clarifying the quality of activity since 1951 for secondary school and since 1953 for elementary and middle school. In Japanese curriculum documents, mathematical thinking is defined with mathematizing activity, and it has three components to be taught: the ability of 'see as', 'ways of thinking', and 'appreciation of its significance'. In Japan, there are four categories of evaluation standards: attitude, mathematical thinking, representation, and understanding. Each category is related to the others.

In Japan, mathematical thinking [35]is based on mathematical attitude, is carried out with mathematical representation and is necessary for understanding. The order of these four categories resembles the process of thinking, but it is not specific to mathematics because similar conditions exist in

[35] Masami et al, I, 2006, *"Collaborative Study on Innovations for Teaching and Learning Mathematics in Different Cultures (I): Lesson Study on Mathematical Thinking", Tsukuba University: CRICED*

other academic subjects. The Japanese Ministry of Education[36] recommended that teachers have decision making authority for teaching a lesson based on the observation conditions developed from these four categories. In lesson planning[37] during the first part of Lesson Study, teachers analyse subject matter and anticipate students' responses. In this process, teachers plan the lesson keeping in mind the four categories. Thus, the Ministry recommended that teachers describe these four categories with specific mathematical conceptions which should appear in a specific lesson.

In Indonesia, as it happened also in Malaysia, it's pop-up like a jack. The examination oriented culture[38] is still prevalent in Indonesian and Malaysian schools, in spite of the government's effort to "humanize" the public assessment system recently. Examination results, especially the public examination result remain to be used as a yard stick or accountability of school performance. It[39] is also common for school principals to use students' performance as appraisal to assess teachers' teaching performance. Under[40] the pressure of achieving excellent examination results, it is not surprising to observe that most teachers tended to teach to test. They[41] were more anxious to finish the syllabus so as to answer to the expectation of the school principal and parents, regardless of students' understanding and learning. This kind of "finish the syllabus syndrome" often render teachers no choice but to use procedural teaching that is a fast and direct way of information/knowledge transfer. Many teachers[42] stress on "drill and practice" so that students are familiar with the style of examination questions. Students are taught to master the answering techniques, instead of executing mathematics thinking skills and strategies to solve the problems.

---

[36] Ibid.
[37] Ibid.
[38] Sam L.C. in Masami et al, I, 2006 "*Collaborative Study on Innovations for Teaching and Learning Mathematics in Different Cultures (I): Lesson Study on Mathematical Thinking*", *Tsukuba University: CRICED*
[39] Ibid.
[40] Ibid.
[41] Ibid.
[42] Ibid.

Beside the lack of clear understanding[43] about mathematical thinking, teachers generally do not receive enough support from their school, especially in terms of teaching and learning materials, references and professional development training. Furthermore, most teachers experienced their school mathematics learning through procedural approach. Many of them tended to teach as they were taught. Hence, many teachers still lack the know-how and resources to incorporate mathematical thinking activity in their mathematics lessons. They[44] need extra time and effort in preparation, while time is the biggest constraint in view of the examination oriented culture and heavy workload of teachers. Consequently, this discourages many teachers from integrating mathematical thinking activity in their lessons.

D. Conclusion

Mathematical thinking has meant many things for many educationists. There are some features in which we can promote mathematics thinking such as follows:

1. The first feature is reorganization through mathematization by reflective thinking.
2. The second feature is acquisition and using mathematical concept on ideal world
3. The third feature is learning how to learn, develop and use mathematics in the previous two types of learning.
4. Share the ideas and ways of mathematical thinking which are necessary for science, technology, economic growth and development, and
5. Develop the teaching approaches on mathematical thinking through Lesson Study
6. Develop networks for sharing ideas on performing mathematics thinking at national, regional or international level.

Reference:

[43] Ibid.
[44] Ibid.

Bonomo, M.F.C (2006), *Mathematical Thinking Like Angular Stone In The Understanding Of Real World Phenomena,* in Progress report of the APEC project: "Colaborative Studies on Innovations for Teaching and Learning Mathematics in Diferent Cultures (II) - Lesson Study focusing on Mathematical Thinking -", Tokyo: CRICED, University of Tsukuba.

Isoda, M. (2006). *First Announcement : APEC-Tsukuba International Conference on InnovativeTeaching Mathematics Through Lesson Study (II) – Focussing on Mathematical Thinking-December 2-7, 2006,* Tokyo & Sapporo, Japan

Lange, J. de (2006). *Mathematical Literacy for Living From OECD-PISA Perspective,* Tokyo: Simposium on International Cooperation

Masami et al, I, 2006, *"Collaborative Study on Innovations for Teaching and Learning Mathematics in Different Cultures (I): Lesson Study on Mathematical Thinking", Tsukuba University: CRICED*

Marsigit, (2006), *Lesson Study: Promoting Student Thinking On TheConcept Of Least Common Multiple (LCM) Through Realistic Approach In The 4th Grade Of Primary Mathematics Teaching,* in Progress report of the APEC project: "Colaborative Studies on Innovations for Teaching and Learning Mathematics in Diferent Cultures (II) – Lesson Study focusing on Mathematical Thinking -", Tokyo: CRICED, University of Tsukuba.

Shikgeo Katagiri (2004)., *Mathematical Thinking and How to Teach It*. in Progress report of the APEC project: "Colaborative Studies on Innovations for Teaching and Learning Mathematics in Diferent Cultures (II) – Lesson Study focusing on Mathematical Thinking -", Tokyo: CRICED, University of Tsukuba.

Stacey K, (2006), *What Is Mathematical Thinking And Why Is It Important?* in Progress report of the APEC project: "Colaborative Studies on Innovations for Teaching and Learning Mathematics in Diferent Cultures (II) – Lesson Study focusing on Mathematical Thinking -", Tokyo: CRICED, University of Tsukuba.

Stacey K, in Masami et al, I, 2006, *"Collaborative Study on Innovations for Teaching and Learning Mathematics in Different Cultures (I): Lesson Study on Mathematical Thinking", Tsukuba University: CRICED*

Tall D. (2006), *Encouraging Mathematical Thinking That Has Both Power And Simplicity* in Progress report of the APEC project: "Colaborative Studies on Innovations for Teaching and Learning Mathematics in Diferent Cultures (II) – Lesson Study focusing on Mathematical Thinking -", Tokyo: CRICED, University of Tsukuba.

Keefektifan Pembelajaran Kooperatif Tipe Stad Untuk Pokok Bahasan Persamaan Garis Lurus Di Kelas VIII SMP

Oleh :
Mujiasih
IKIP PGRI Semarang

Abstrak

Penelitian ini merupakan penelitian eksperimen yang diawali dengan pengembangan perangkat pembelajaran. Pengembangan yang digunakan dalam penelitian ini mengacu pada Model Thiagarajan. Pada penelitian eksperimen ini, subjek diberi perlakuan pembelajaran kooperatif tipe STAD

Populasi penelitian ini adalah siswa kelas VIII SMPN 29 Surabaya tahun pelajaran 2006/2007 yang meliputi enam kelas paralel. Secara acak dipilih satu kelas uji coba, satu kelas eksperimen, dan satu kelas kontrol. Sebagai kelas uji coba adalah kelas VIII A dan kelas eksperimen adalah kelas VIII B diberi pembelajaran kooperatif tipe STAD, sedangkan kelas kontrol yaitu kelas VIII E diberi pembelajaran matematika konvensional.

Dari hasil analisis deskriptif diperoleh kesimpulan bahwa pembelajaran kooperatif tipe STAD efektif digunakan untuk mengajarkan pokok bahasan persamaan garis lurus di kelas VIII SMP. Berdasarkan analisis statistik inferensial dengan menggunakan anakova diperoleh kesimpulan bahwa hasil belajar siswa yang diajar dengan menggunakan pembelajaran kooperatif tipe STAD untuk pokok bahasan persamaan garis lurus lebih baik dibandingkan dengan hasil belajar siswa yang diajar menggunakan pembelajaran matematika konvensional.

Katak kunci: pembelajaran kooperatif tipe STAD, pengembangan perangkat pembelajaran, keefektifan pembelajaran

I. PENDAHULUAN

Sampai saat ini materi matematika masih dirasakan sulit dipahami oleh sebagian besar siswa. Kesulitan belajar siswa dapat bersumber dari diri siswa juga dari luar diri siswa, misalnya cara penyajian materi pelajaran atau suasana pembelajaran yang dilaksanakan. Selama ini, pembelajaran matematika dengan pendekatan pembelajaran berpusat pada guru sudah menjadi kebiasaan. Siswa hanya mendengarkan, mengikuti contoh, dan mengerjakan soal-soal latihan tanpa terlibat dalam mengkonstruk konsep, prinsip ataupun struktur berdasarkan pemikirannya sendiri. Kesempatan bagi siswa untuk melakukan refleksi dan komunikasi multiarah melalui interaksi antara siswa dan siswa,

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

dan siswa dengan guru kurang dikembangkan. Dengan pembelajaran tersebut siswa tidak mendapat kesempatan untuk mengembangkan ide-ide kreatif dan menemukan berbagai alternatif pemecahan masalah, tetapi mereka hanya bergantung pada guru, tidak terbiasa melihat alternatif lain yang mungkin dapat digunakan untuk memecahkan masalah secara efektif dan efisien. Jika kebiasaan tersebut terus terjadi, akan menyebabkan siswa tidak terbiasa aktif dalam berinteraksi dengan guru ataupun dengan temannya, bahkan bersikap acuh tak acuh terhadap materi yang sedang dipelajari.

Sudah saatnya siswa diberi kesempatan yang seluas-luasnya untuk mengembangkan diri. Menurut pandangan konstruktivis, siswa berperan utama dalam proses belajar (student oriented). Peranan guru lebih bersifat fasilitator dan memiliki kewajiban dalam upaya peningkatan kualitas pembelajaran. Oleh karena itu, guru dituntut untuk selalu berinovasi dalam melaksanakan proses pembelajaran. Inovasi guru tersebut misalnya dalam hal pemilihan pendekatan pembelajaran.

Salah satu strategi pembelajaran matematika yang berorientasi pada pandangan konstruktivis adalah pembelajaran kooperatif. Pembelajaran kooperatif merupakan kegiatan yang berlangsung dalam kelompok kecil saling berbagi ide-ide dan bekerja secara kolaboratif untuk menyelesaikan tugas akademik. Dalam pembelajaran kooperatif siswa tidak dituntut untuk secara individual berupaya mencapai sukses atau berusaha mengalahkan rekan mereka, melainkan dituntut dapat bekerja sama untuk mencapai hasil bersama.

Salah satu tipe pembelajaran kooperatif adalah tipe STAD (Student Team Achievement Division). Pemilihan tipe STAD dalam penelitian ini didasarkan pada ciri bahwa pembelajaran kooperatif tipe STAD merupakan pembelajaran kooperatif yang paling sederhana, sehingga cocok digunakan guru-guru yang baru mulai menggunakan model pembelajaran kooperatif.

Berdasarkan pengamatan penulis dan diskusi penulis dengan beberapa guru ternyata masih banyak siswa kelas VIII SMP yang mengalami kesulitan dalam pokok bahasan persamaan garis lurus. Salah satu penyebabnya adalah siswa tidak dilibatkan secara aktif dalam proses pembelajaran. Karena itu, guru diharapkan tidak hanya menggunakan metode pembelajaran yang selama ini digunakan tetapi diharapkan mampu menggunakan pembelajaran yang dapat membuat siswa terlibat secara aktif dalam pembelajaran dan tidak secara drastis mengubah kebiasaan-kebiasaan belajar yang sudah melekat pada diri siswa.

Berdasarkan uraian di atas, maka penulis mencoba untuk menerapkan pembelajaran kooperatif tipe STAD pada pokok bahasan persamaan garis lurus di kelas VIII SMP. Untuk dapat menerapkan pembelajaran kooperatif tipe STAD tersebut diperlukan perangkat pembelajaran yang berorientasi pada pembelajaran kooperatif tipe STAD. Karena itu, penelitian ini didahului oleh penelitian pengembangan yang bertujuan menghasilkan perangkat pembelajaran yang baik, mengacu pada pembelajaran kooperatif tipe STAD.

Berdasarkan uraian di atas maka dirumuskan pertanyaan sebagai berikut :

1. Bagaimanakah pengembangan dan hasil pengembangan perangkat pembelajaran kooperatif tipe STAD yang baik untuk pokok bahasan persamaan garis lurus di kelas VIII SMP?

2. Apakah model pembelajaran kooperatif tipe STAD efektif untuk mengajarkan pokok bahasan persamaan garis lurus?
3. Apakah hasil belajar siswa yang diajarkan dengan menggunakan pembelajaran kooperatif tipe STAD lebih baik daripada hasil belajar siswa yang diajar dengan menggunakan pembelajaran konvensional untuk pokok bahasan persamaan garis lurus?

II. METODE PENELITIAN

1. Jenis Penelitian dan Subjek Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian eksperimen yang diawali dengan pengembangan perangkat pembelajaran. Perangkat pembelajaran yang dikembangkan berupa: RP, Buku siswa, LKS, Kuis, dan THB. Subjek penelitian ini adalah siswa kelas VIII SMP Negeri 29 Surabaya tahun pelajaran 2006/2007. Dari 6 kelas yang ada dipilih secara acak 1 kelas sebagai kelas uji coba untuk mengembangkan perangkat pembelajaran. Selanjutnya, dari 5 kelas sisanya dipilih secara acak 1 kelas untuk ditetapkan sebagai kelas eksperimen (menggunakan pembelajaran kooperatif tipe STAD) dan 1 kelas untuk ditetapkan sebagai kelas kontrol (menggunakan pembelajaran konvensional).

2. Instrumen Penelitian

Pada penelitian ini, penulis menggunakan instrumen: (1) lembar validasi, (2) Lembar pengamatan pengelolaan pembelajaran guru terhadap pembelajaran kooperatif tipe STAD, (3) Lembar pengamatan aktivitas siswa,

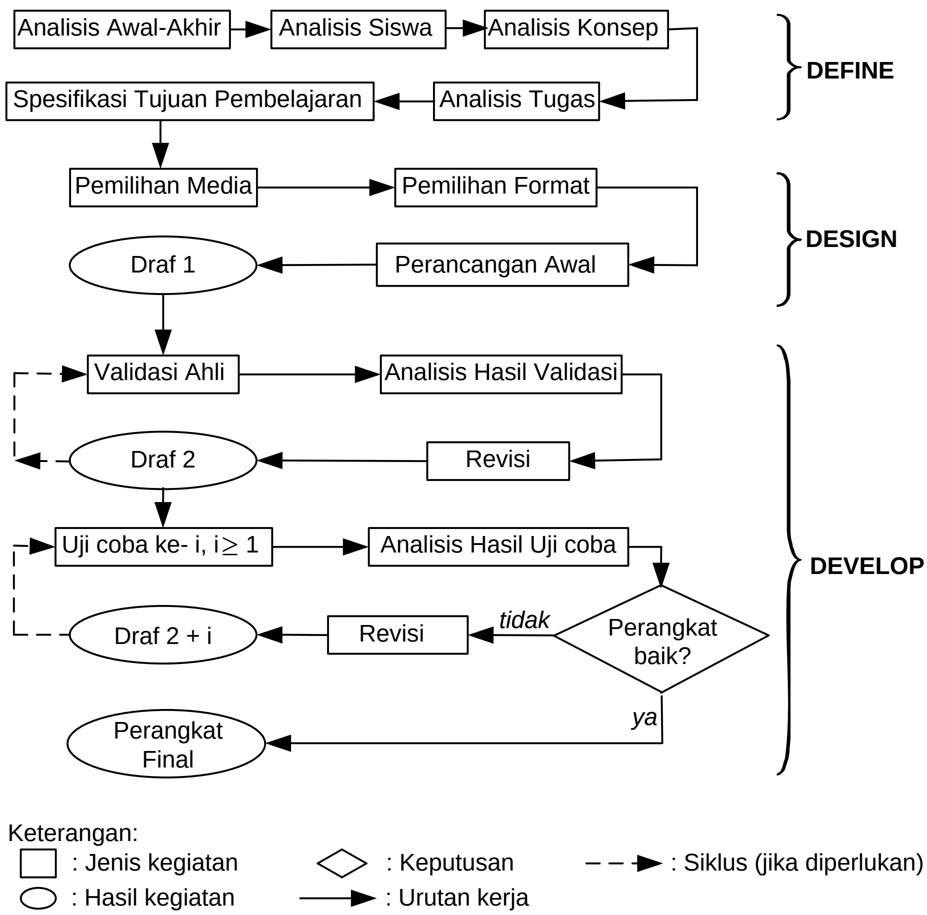
(5) Lembar pengamatan keterampilan kooperatif siswa, dan (6) Tes Hasil Belajar (THB). Semua instrumen ini, kecuali THB tidak dikembangkan oleh peneliti. Instrumen-instrumen ini telah digunakan oleh peneliti-peneliti sebelumnya dan telah dianggap baku dan layak diterapkan dalam penelitian ini, sehingga selain THB penulis mengadopsi instrumen-instrumen yang telah ada tersebut.

3. Prosedur Pengembangan Perangkat Pembelajaran

Model pengembangan yang digunakan untuk mengembangkan perangkat pembelajaran dalam penelitian ini adalah model Thiagarajan, Semmel, dan Semmel (1974) yang dikenal dengan Model 4-D (*Four-D Models*). Model 4-D dipilih karena sistematis dan cocok untuk mengembangkan perangkat pembelajaran, namun dalam penelitian ini penulis melakukan modifikasi Model 4-D. Modifikasi yang dilakukan penulis adalah sebagai berikut:

a) Penyederhanaan model dari empat tahap menjadi tiga tahap, yaitu pendefinisian (define), perancangan (design), dan pengembangan (develop).
b) Penyusunan tes hasil belajar dilakukan bersama-sama dengan perancangan awal perangkat pembelajaran yang lain.

Secara skematis modifikasi pengembangan perangkat pembelajaran Model 4-D dalam penelitian ini disajikan dalam Gambar 1 berikut.



Gambar 1. Modifikasi Model 4-D

4. Metode Eksperimen

Rancangan penelitian yang digunakan adalah *two group pretest-postest design.*

Tabel 1 Rancangan penelitian

Kelas	Pretes	Perlakuan	Postes
Eksperimen	T1	X	T2
Kontrol	T1	Y	T2

Keterangan:

T1 : Pretes pada kelas eksperimen dan kelas kontrol

T2 : Postes pada kelas eksperimen dan kelas kontrol

X : Perlakuan, yaitu penerapan pembelajaran kooperatif tipe STAD pada pokok bahasan persamaan garis lurus

Y : Perlakuan, yaitu penerapan pembelajaran matematika konvensional
pada pokok bahasan persamaan garis lurus

T1 = T2 (butir soal T1 sama dengan T2)

Data yang diperoleh dari hasil penelitian eksperimen dianalisis dengan analisis deskriptif dan analisis statistik inferensial.

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Hasil Pengembangan Perangkat Pembelajaran

Rancangan awal perangkat pembelajaran yang disusun penulis disebut Draf 1 (berupa RP, buku siswa, LKS, Kuis, dan THB). Selanjutnya Draf 1 ini divalidasi oleh ahli. Hasil revisi Draf 1 ini disebut Draf 2.

Selanjutnya Draf 2 diujicobakan di kelas VIII A SMP Negeri 29 Surabaya. Uji coba melibatkan seorang guru mitra dan tiga orang pengamat. Satu orang pengamat melakukan pengamatan terhadap kemampuan guru mengelola pembelajaran, satu orang pengamat melakukan pengamatan terhadap aktivitas siswa, dan seorang pengamat yang lain melakukan pengamatan terhadap keterampilan kooperatif siswa. Banyaknya kelompok siswa yang diamati adalah satu kelompok yang beranggotakan 5 siswa.

Berdasarkan hasil empat kali pembelajaran disimpulkan kemampuan guru mengelola pembelajaran efektif, aktivitas siswa efektif, keterampilan kooperatif siswa efektif, dan respon siswa positif. Dari hasil uji coba THB, butir-butir tes mempunyai kriteria validitas cukup atau tinggi sehingga setiap butir tes dikategorikan valid. Sensitivitas semua butir tes tersebut adalah sensitif (peka). Berdasarkan hasil perhitungan reliabilitas tes diperoleh koefisien reliabilitas 0,79. Dengan demikian THB ini valid, sensitif, dan reliabel. Dengan demikian perangkat pembelajaran ini dapat dikategorikan perangkat pembelajaran kooperatif tipe STAD yang baik dan siap digunakan untuk eksperimen.

2. Hasil Penelitian Eksperimen

Data hasil penelitian eksperimen dianalisis dengan analisis deskriptif dan analisis statistik inferensial.

a. Analisis Deskriptif

Hasil penelitian yang dianalis secara deskriptif adalah (1) data kemampuan guru mengelola pembelajaran, (2) data aktivitas siswa, (3) data keterampilan kooperatif siswa, (4) data respon siswa, dan (5) data tes hasil belajar.

Hasil pengamatan terhadap kemampuan guru mengelola pembelajaran menunjukkan bahwa rata-rata skor tiap aspek yang diamati dari empat RP termasuk kategori baik atau sangat baik. Jadi kemampuan guru mengelola pembelajaran tergolong efektif.

Hasil pengamatan terhadap aktivitas siswa menunjukkan bahwa rata-rata setiap aspek yang diamati untuk empat RP memenuhi kriteria keefektifan. Jadi dapat disimpulkan bahwa aktivitas siswa tergolong efektif.

Hasil pengamatan terhadap keterampilan kooperatif siswa menunjukkan bahwa rata-rata skor setiap aspek yang diamati untuk empat RP berada dalam toleransi batasan keefektifan. Jadi dapat disimpulkan bahwa keterampilan kooperatif siswa tergolong efektif.

Hasil angket respon siswa menunjukkan bahwa siswa merespon positif setiap aspek dengan persentase minimal 82,5%. Jadi dapat disimpulkan respon siswa terhadap pembelajaran kooperatif tipe STAD adalah positif.

Dari hasil belajar siswa pada kelas eksperimen diperoleh hasil 90% siswa di kelas tersebut memperoleh skor minimal 65% dari skor total. Jadi untuk kelas eksperimen, ketuntasan belajar secara klasikal tercapai. Sedangkan untuk kelas kontrol, hanya 35% siswa di kelas tersebut yang memperoleh skor minimal 65% dari skor total. Jadi untuk kelas kontrol, ketuntasan belajar secara klasikal tidak tercapai.

Jadi berdasarkan hasil analisis deskriptif dapat disimpulkan bahwa pembelajaran kooperatif tipe STAD efektif untuk mengajarkan pokok bahasan persamaan garis lurus di kelas VIII SMP.

b. Analisis Statistik Inferensial

Data hasil belajar dianalisis menggunakan analisis kovarian untuk menjawab pertanyaan ketiga.

a) Model Regresi

Model regresi kelas eksperimen adalah $Y = 29,558 + 0,712\ X$

Model regresi kelas kontrol adalah $Y = 21,031 + 0,923\ X$

b) Uji Independensi

Hasil analisis untuk uji independensi model regresi kelas eksperimen disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2 Anava untuk Uji Independensi Model Regresi Kelas Eksperimen

Source of Varians	SS	Df	MS	F^*	$F_{(0,95;1;38)}$
Regression Error	250,900 636,075	1 38	250,900 16,739	14,989	4,10
Total	886,975	39			

Untuk taraf signifikan α = 5%, diperoleh $F_{(0,95;1;38)}$ = 4,10.

Dengan demikian $F^* > F_{(0,95;1;38)}$ sehingga H_0 ditolak. Berarti kemampuan awal siswa (X) mempunyai pengaruh yang signifikan terhadap hasil belajar siswa (Y).

Hasil analisis untuk uji independensi model regresi kelas kontrol disajikan pada Tabel 3.

Tabel 3 Anava untuk Uji Independensi Model Regresi Kelas Kontrol

Source of Varians	SS	Df	MS	F^*	$F_{(0,95;1;38)}$
Regression Error	266,876 407,499	1 38	266,876 10,724	24,887	4,10
Total	674,375	39			

Untuk taraf signifikan α = 5%, diperoleh $F_{(0,95;1;38)}$ = 4,10.

Dengan demikian $F^* > F_{(0,95;1;38)}$ sehingga H_0 ditolak. Berarti kemampuan awal siswa (X) mempunyai pengaruh yang signifikan terhadap hasil belajar siswa (Y).

c) Uji Linearitas

Hasil analisis untuk uji linearitas model regresi kelas eksperimen disajikan pada Tabel 4.

Tabel 4 Anava untuk Uji Linearitas Model Regresi Kelas Eksperimen

Source of Varians	SS	Df	MS	F^*
Lack of Fit Pure Error	94,520 541,556	11 27	8,593 20,058	0,428

Untuk taraf signifikan α = 5%, diperoleh $F_{(0,95;11;27)}$ = 2,166.

Dengan demikian $F^* < F_{(0,95;11;27)}$ sehingga H_0 diterima. Berarti model regresi kelas eksperimen adalah linear. Jadi kemampuan awal siswa (X) dan hasil belajar siswa (Y) berhubungan secara linear.

Hasil analisis untuk uji linearitas model regresi kelas kontrol disajikan pada Tabel 5.

Tabel 5 Anava untuk Uji Linearitas Model Regresi Kelas Kontrol

Source of Varians	SS	Df	MS	F^*
Lack of Fit	53,737	8	6,717	0,570
Pure Error	353,762	30	11,792	

Untuk taraf signifikan α = 5%, diperoleh $F_{(0,95;8;30)} = 2,266$

Dengan demikian $F^* < F_{(0,95;8;30)}$ sehingga H_0 diterima. Berarti model regresi kelas kontrol adalah linear. Jadi, kemampuan awal siswa (X) dan hasil belajar siswa (Y) berhubungan secara linear.

d) Uji Kesamaan Dua Model Regresi

Hasil analisis untuk uji kesamaan dua model regresi disajikan pada Tabel 6.

Tabel 6 Anava untuk Uji Kesamaan Dua Model Regresi

a	b	SSE(R)	SSE(F)	F*
24,412	0,963	765,884	1.043,574	38,747

Untuk taraf signifikan α = 5%, diperoleh $F_{(0,95;2;76)} = 3,117$.

Dengan demikian $F^* > F_{(0,95;2;76)}$ sehingga H_0 ditolak. Berarti model regresi kelas eksperimen dan kelas kontrol tidak sama.

e) Uji Kesejajaran Dua Model Regresi

Karena kedua model regresi tidak sama, maka dilakukan uji kesejajaran dua model regresi. Hasil uji kesejajaran disajikan pada Tabel 7.

Tabel 7 Anava untuk Uji Homogenitas Koefisien Regresi

A	B	F*	$F_{(0.95;1;76)}$
1.043,57	1.052,06	0,618	3,967

Untuk taraf signifikan α = 5%, diperoleh $F_{(0,95;1;76)}$ = 3,967.

Dengan demikian $F^* < F_{(0,95;1;76)}$ sehingga H_0 diterima. Jadi, model regresi kelas eksperimen dan kelas kontrol sejajar. Hal ini berarti terdapat perbedaan hasil belajar siswa yang diajar menggunakan pembelajaran kooperatif tipe STAD dengan hasil belajar siswa yang diajar menggunakan pembelajaran konvensional.

Berdasarkan hasil uji kesamaan dan uji kesejajaran dua model regresi menunjukkan bahwa dua model regresi tersebut tidak sama tetapi sejajar. Karena itu, dapat disimpulkan bahwa ada perbedaan hasil belajar siswa yang diajar dengan menggunakan pembelajaran kooperatif tipe STAD dengan hasil belajar siswa yang diajar dengan menggunakan pembelajaran konvensional.

Konstanta garis regresi kelas eksperimen adalah 29,558. Konstanta tersebut lebih besar dibanding konstanta garis regresi kelas kontrol, yaitu 21,031. Secara geometris garis regresi kelas eksperimen lebih tinggi dibanding garis regresi kelas kontrol. Hal ini menunjukkan bahwa hasil belajar siswa yang diajar menggunakan pembelajaran kooperatif tipe STAD untuk pokok bahasan persamaan garis lurus lebih baik dibanding hasil belajar siswa yang diajar menggunakan pembelajaran konvensional.

IV. PENUTUP

1. Simpulan

Dari uraian di atas, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1) Perangkat pembelajaran kooperatif tipe STAD untuk pokok bahasan persamaan garis lurus di kelas VIII SMP dikembangkan dengan menggunakan Model 4-D yang dimodifikasi. Dengan menggunakan model

ini, dihasilkan perangkat pembelajaran yang baik. Perangkat pembelajaran yang dihasilkan meliputi: Rencana Pembelajaran (RP), Buku siswa, Lembar Kerja Siswa (LKS), dan Kuis, serta Tes Hasil Belajar (THB).

2) Model pembelajaran kooperatif tipe STAD efektif untuk mengajarkan pokok bahasan persamaan garis lurus. Hal ini terlihat dari (1) kemampuan guru mengelola pembelajaran, aktivitas siswa, dan keterampilan siswa memenuhi kritria efektif, (2) respon siswa positif, dan (3) ketuntasan belajar siswa secara klasikal tercapai.
3) Hasil belajar siswa yang diajarkan dengan menggunakan model pembelajaran kooperatif tipe STAD untuk pokok bahasan persamaan garis lurus lebih baik daripada hasil belajar siswa yang diajar dengan menggunakan model pembelajaran konvensional. Hal ini diperoleh dari hasil analisis statistik inferensial.

2. Saran

Pembelajaran kooperatif tipe STAD yang diajarkan dalam penelitian ini memberikan beberapa masukan untuk diperhatikan. Karena itu penulis menyarankan : (1) Perangkat pembelajaran ini dapat dijadikan alternatif bagi guru yang ingin melaksanakan pembelajaran kooperatif tipe STAD untuk pokok bahasan persamaan garis lurus; (2) Pembelajaran kooperatif tipe STAD ini dapat digunakan sebagai alternatif pembelajaran untuk mengajarkan pokok bahasan persamaan garis lurus; dan (3) Bagi guru yang selama ini menggunakan pembelajaran konvensional untuk mengajarkan pokok bahasan persamaan garis lurus dapat menggunakan pembelajaran kooperatif tipe STAD ini untuk meningkatkan prestasi akademik siswa.

DAFTAR PUSTAKA

Arends, R. I. 1997. *Classroom Instruction and Management*. New York: Mc Graw Hill Companies, Inc.

Depdiknas. 2003. *Kurikulum 2004*. Standar Kompetensi Matematika SMP dan MTs. Jakarta: Depdiknas.

Hudojo, H. 2005. *Kapita Selekta Pembelajaran Matematika*. Malang: Penerbit Universitas Negeri Malang.

Ibrahim, M. dkk. 2005. *Pembelajaran Kooperatif.* Surabaya: Unesa University Press.

Neter, John and Waserman, Wiliam. 1974. *Applied Linier Statistical Models.* Illionis: Richard D. Irwin Inc.

Slavin, R. E. 1995. *Cooperative Learning: Theory & Practice*. Second Edition. Massachusetts: Allyn & Bacon.

Soedjadi, R. 2000 . *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia, (konstatasi keadaan masa kini menuju harapan masa depan).* Jakarta: Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi. Depdiknas.

Thiagarajan, S., Semmel, D.S., & Semmel, M.I. 1974. *Instructional Development for Training Teachers of Exceptional Children*. A Sourcebook. Blomington: Central for Innovation on Teaching The Handicapped.

Pembelajaran Dengan Pendekatan Metakognitif Dalam Upaya Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah

Oleh :
Nila Kesumawati
FKIP Pendidikan Matematika Universitas PGRI Palembang

Abstrak

Pembelajaran metakognitif mengajari siswa untuk merencanakan, memantau, dan merevisi pekerjaan mereka sendiri termasuk tidak hanya membuat siswa sadar tentang apa yang mereka tahu tapi juga apa yang bisa mereka lakukan ketika mereka gagal untuk memahami. Guru terfokus dalam mengembangkan kemampuan siswa untuk memecahkan soal serta rasa percaya diri siswa di dalam kemampuan memecahkan soal. Pembelajaran dengan metakognitif ini mengarahkan perhatian siswa pada sesuatu yang relevan dan membimbing mereka untuk memilih strategi yang cocok untuk menyelesaikan soal-soal.

Kata kunci: metakognitif, pendekatan metakognitif dan pemecahan masalah

1. Pendahuluan

Pembelajaran yang didapat oleh siswa selama sekolah seharusnya berupa pengalaman yang dapat digunakan untuk bekal hidup dan untuk bertahan hidup. Tugas seorang guru di sini bukan hanya sekedar mengajar tetapi lebih ditekankan pada membelajarkan dan mendidik. Pembelajaran tidak hanya ditekankan pada keilmuannya semata. Arah pembelajaran seharusnya berfokus pada belajar, seperti: siswa tidak hanya untuk mengetahui sesuatu (*learning to know about*) tetapi juga belajar melakukan (*learning to do*), belajar menjiwai (*learning to be*), dan bagaimana seharusnya belajar (*learning to learn*), serta belajar bersosialisasi dengan sesama teman (*how to live together*)

Sampai saat ini pendidikan di Indonesia khususnya matematika dijadikan pokok pembicaraan dalam dunia pendidikan. Hangatnya pembicaraan mengenai pendidikan matematika, itu karena mutu pendidikan belum sesuai dengan harapan masyarakat. Rendahnya penguasaan siswa pada jenjang pendidikan dasar dan pendidikan menengah terhadap materi pelajaran matematika menunjukkan kurang berhasilnya siswa dalam belajar matematika pada jenjang pendidikan tersebut.

Kurangnya kemampuan pemahaman matematika mempengaruhi kemampuan siswa dalam matematika. Salah satu penyebab siswa lemah dalam matematika adalah kurang memiliki kemampuan untuk mengenali dan memahami konsep-konsep dasar matematika yang berkaitan dengan pokok bahasan yang sedang dibicarakan. Kemampuan pemahaman matematika akan bermakna bagi siswa, jika dapat menerapkannya untuk memecahkan masalah (*problem solving*) yang sedang mereka hadapi. Kemampuan pemecahan masalah adalah suatu kemampuan untuk menyelesaikan masalah yang dihadapi seseorang dengan berbagai strategi. Pemecahan masalah merupakan hal yang penting, karena hal ini merupakan tujuan umum yang harus dicapai dalam pembelajaran matematika.

Dengan demikian penting adanya suatu teknik pembelajaran untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah, maka diperlukan adanya pembelajaran yang menekankan pada belajar siswa aktif, dengan berbekal kemampuan pemecahan masalah siswa diharapkan menguasai matematika lebih banyak, mampu menerapkan matematika pada disiplin lain dengan lebih baik, serta mampu menyelesaikan masalah matematika dalam kehidupan seharí-hari. Pernyataan di atas mendukung perlu difikirkan pembelajaran matematika yang lebih menekankan pada pengembangan kemampuan pemecahan masalah bagi siswa. Hal ini dapat terwujud melalui suatu bentuk pembelajaran alternatif yang dirancang sedemikian rupa sehingga mencerminkan keterlibatan siswa secara aktif yang menanamkan kesadaran metakognisi.

Pembelajaran matematika dengan pendekatan metakognitif ini dipilih dengan harapan dapat berguna bagi usaha-usaha perbaikan proses pembelajaran matematika dalam upaya meningkatkan kemampuan pemecahan masalah siswa.

1.1 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalahnya adalah: Bagaimanakah pembelajaran matematika dengan pendekatan metakognitif dapat meningkatkan kemampuan pemecahan masalah?

1.2 Tujuan

Untuk mengetahui bagaimanakah pembelajaran matematika dengan pendekatan metakognitif dapat meningkatkan kemampuan pemecahan masalah.

1.3 Manfaat

Hasil kajian yang diperoleh diharapkan dapat berguna baik bagi guru maupun bagi penulis.

(1) Bagi guru: dapat menjadi model pembelajaran alternatif yang dapat diterapkan untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah siswa.

(2) Bagi penulis: dapat menjadi sarana bagi pengembangan diri penulis dan dapat dijadikan sebagai acuan/refensi untuk kajian penulis lain dan pada tulisan yang sejenis.

2. Pembahasan

2.1 Metakognitif

Metakognisi diartikan pengetahuan, kesadaran, dan kendali kita atas proses kognisi (Matlin, 2003, h.175). Dengan pengetahuan metakognisi para siswa sadar akan kelebihan dan keterbatasannya dalam belajar. Artinya saat siswa mengetahui kesalahannya, mereka sadar untuk mengatakan dalam hatinya bahwa "saya salah", memperbaikinya, dan menyadari bahwa "seharusnya ….".

Istilah metakognisi dari kata "metacognition" yang mengandung awalan "meta" dan kata "kognisi". Kognisi mencakup ketrampilan yang berhubungan dengan proses berfikir (Costa, 1985:47). Metakognisi didefinisikan sebagai proses dan prosedur berfikir individu sebagai pemikir dan pelaku sehingga individu sadar dalam memonitor dan mengontrol aktivitas mental/proses mental (Kluwe, 1982: 202).

Menurut Heller, Child, dan Walberge (Goss, 1992), kegiatan metakognitif dibagi dalam tiga kelompok yaitu:

1. Kesadaran (kemampuan seseorang untuk mengenali informasi baik eksplisit maupun implicit);
2. Pengamatan (bertanya pada diri sendiri dan menjelaskan dengan kata-kata sendiri untuk menstimulasi pemahaman);
3. Pengaturan (membandingkan dan membedakan jawaban yang lebih masuk akal dalam memecahkan masalah).

2.2 Pembelajaran Matemátika dengan Pendekatan Metakognitif

Pengertian belajar (Fontana dalam Suherman,dkk. 2003, h.7) adalah, "proses perubahan tingkah laku individu yang relatif tetap sebagai hasil dari pengalaman", sedangkan pembelajaran merupakan upaya penataan lingkungan yang memberi nuansa agar program belajar tumbuh dan berkembang secara optimal.

Peristiwa belajar disertai dengan proses pembelajaran akan lebih terarah dan sistematik daripada belajar yang hanya semata-mata dari pengalaman dalam kehidupan social di masyarakat. Belajar dengan proses pembelajaran ada peran guru, bahan belajar dan lingkungan kondusif yang sengaja diciptakan.

Pembelajaran dengan pendekatan metakognisi mengarahkan pada perhatian siswa pada hal-hal yang relevan dan membimbing mereka untuk memilih strategi yang cocok dalam menyelesaikan soal-soal melalui pertanyaan-pertanyaan. Pertanyaan-pertanyaan ini menuntun siswa untuk memusatkan langkah penyelesaian soal dan untuk membimbing kesulitan yang mungkin dialami siswa selama proses berlangsung.

Pembelajaran matematika dengan pendekatan metakognitif adalah pembelajaran matematika yang menitik beratkan pada aktivitas belajar siswa, membantu dan membimbing siswa jika ada kesulitan, membantu siswa mengembangkan kesadaran metakognisinya. Proses metakognisi, menurut Cardelle Elawar (1992), adalah strategi pengaturan diri siswa dalam memilih, mengingat, mengenali kembali, mengorganisasi informasi yang dihadapinya, dan menyelesaikan masalah.

2.3 Kemampuan Pemecahan Masalah

Memecahkan masalah itu merupakan aktivitas mental yang tinggi. Perlu diketahui bahwa suatu pertanyaan merupakan suatu masalah tergantung kepada individu dan waktu. Artinya, suatu pertanyaan merupakan suatu masalah bagi siswa, tetapi mungkin bukan suatu masalah bagi siswa lain. Pertanyaan yang dihadapkan kepada siswa yang tidak bermakna akan bukan merupakan masalah bagi siswa tersebut. Dengan kata lain, pertanyaan yang dihadapkan pada siswa haruslah dapat diterima oleh siswa tersebut. Jadi pertanyaan itu harus sesuai dengan struktur kognitif siswa.

Dalam pengajaran matematika, pertanyaan yang dihadapkan kepada siswa biasanya disebut soal. Menurut Hudojo (2003, h. 149), soal-soal matematika dibedakan menjadi dua bagian berikut: 1) latihan yang diberikan pada waktu belajar matematika adalah bersifat berlatih agar terampil atau sebagai aplikasi dari pengertian yang baru saja diajarkan. 2) masalah tidak seperti halnya latihan tadi, menghendaki siswa untuk menggunakan sintesis atau analisis. Untuk menyelesaikan suatu masalah, siswa tersebut harus menguasai hal-hal yang telah dipelajari sebelumnya yaitu mengenai pengetahuan, ketrampilan dan pemahaman, tetapi dalam hal ini ia menggunakannya pada situasi baru.

Dalam memecahkan suatu masalah matematika, diperlukan beberapa prasyarat. Menurut Hudoyo (2001, h. 171) pra-syarat tersebut adalah pra-syarat pengetahuan (pengetahuan sebelumnya), ketrampilan, adanya kemampuan pemahaman. Dalam matematika, kemampuan pemahaman berupa penguatan terhadap suatu ide, prinsip, prosedural, atau fakta dan hukum. Sehingga, dapat dikatakan bahwa seseorang telah memiliki kemampuan pemahaman berarti dalam diri orang tersebut telah terbentuk suatu jaringan representasi mental. Rasionalnya, sebagaimana dikemukakan sebelumnya bahwa derajat pemahaman ditentukan oleh jumlah dan kuatnya hubungan suatu ide, prinsip, prosedural atau fakta, hukum dan akan lebih bermakna jika dapat digunakan untuk memecahkan masalah.

Dengan demikian, dapat dikatakan bahwa kemampuan pemahaman matematika mempengaruhi kemampuan pemecahan masalah. Untuk itu, perlu diupayakan dalam setiap proses pembelajaran matematika agar dapat menumbuhkembangkan kemampuan pemahaman dan kemampuan pemecahan masalah. Salah satu upaya tersebut adalah menerapkan pembelajaran matematika dengan pendekatan metakognitif.

2.4 Pembelajaran Matematika dengan Pendekatan Metakognitif dalam Pemecahan Masalah

Adapun aspek aktivitas metakognitif yaitu: (1) kesadaran mengenal informasi, (2) memonitor apa yang mereka ketahui dan bagaimana mengerjakannya dengan mempertanyakan diri sendiri dan menguraikan dengan kata – kata sendiri untuk simulasi mengerti, (3) regulasi, membandingkan dan membedakan solusi yang lebih memungkinkan (Flavell, dalam Suzana, 2003).

Selanjutnya pembelajaran dengan pendekatan metakognitif menggunakan serangkaian pertanyaan metakognitif yang meliputi pertanyaan pemahaman yaitu didisain untuk mendorong siswa menterjemahkan konsep dengan kata – kata sendiri setelah membaca soal dan memahami makna konsep yang terkandung di dalamnya, pertanyaan strategi yaitu didisain untuk mendorong siswa mempertimbangkan strategi yang sesuai digunakan untuk memecahkan masalah yang diberikan dan memberikan alasannya, dan pertanyaan refleksi yaitu didisain untuk mendorong siswa untuk memfokuskan pada proses penyelesaian.

Upaya yang dapat dilakukan dalam pembelajaran metakognitif, salah satunya dilakukan oleh Elawar (dalam Suzana, th 2003, h 32-33), pembelajaran metakognitif yang diupayakan melalui tiga tahap:

1. Tahap pertama diskusi awal (*Introductory discussion*)

   Guru memberikan contoh pada siswa bagaimana menyelesaikan soal di papan tulis dan diulang oleh siswa pertanyaan apa yang harus ditanyakan pada diri mereka sendiri dalam menyelesaikan soal.

   Contohnya:

   1. Apakah saya memahami semua kata dalam soal?
   2. Apakah saya mempunyai semua informasi untuk menyelesaikannya?
   3. Apakah saya mengetahui bagaimana saya harus mengatur informasi ini?
   4. Apakah saya tahu bagaimana penghitung penyelesaiannya?

2. Tahap kedua verja sendiri/individu (*independent work*)

   Siswa bekerja sendiri, guru berkeliling kelas, memberi pengaruh timbal balik (*feedback*) secara individual.

3. Tahap ketiga penyimpulan

Penyimpulan yang dilakukan oleh siswa merupakan rekapitulasi dari apa yang telah dilakukan di kelas. Contoh pertanyaan yang ditanyakan oleh guru:

a. Apa yang kamu pelajari hari ini?
b. Apa yang kamu pelajari tentang diri kamu sendiri dalam menyelesaikan soal matematika?

Dalam rangka pemilihan masalah dalam hal ini soal terdapat tiga kriteria. Menurut Kroll (dalam Yimer dan Ellerton) kriterianya adalah: (a) pemilihan masalah yang digunakan dalam jangkauan kemampuan siswa, dan tidak memerlukan konsep matematika dan prinsip yang biasa dikerjakan siswa. (b) permasalahan harus menantang dan (c) permasalahan harus nonrutin. Salah satu permasalahannya, permasalahan tentang uang, yaitu:

Lima dolar dibagikan kedelepan belas anak-anak, sehingga masing-masing anak prempuan mendapat dua sen kurang dari anak laki-laki. Berapa sen yang diperoleh oleh anak laki-laki dan anak prempuan?

Masalah (soal) tersebut akan merupakan masalah bagi seorang siswa sekolah menengah, bila siswa belum pernah menyelesaikan soal semacam itu. Masalah semacam itu memerlukan penganalisaan dan setelah pola diketahui dapatlah ditemukan penyelesaiannya.

Adapun penyelesaian untuk masalah di atas adalah sebagai berikut:

Misalkan b = jumlah anak-anak lelaki, g = jumlah anak-anak perempuan.

$$g = 18 - b$$

Misalkan c = jumlah sen yang diterima anak laki-laki, dan $c - 2$ = jumlah sen yang diterima anak perempuan.

Yang \$ 5 kemudian dibagi sebanyak *b* anak-anak lelaki, masing-masing menerima *c* sen, dan 18 - *b* anak-anak perempuan, masing-masing menerima *c* - 2 sen. Maka:

$$bc + (18 - b)(c - 2) = 500$$

$$bc + 18c - 36 - bc + 2b = 500$$

$$18c + 2b = 536$$

$$9c + b = 268 \qquad (1)$$

Sebab tidak diketahui bagaimana cara menyelesaikan suatu persamaan dengan dua yang tak diketahui (diasumsikan Persamaan Diophantine adalah di luar kebiasaan, menyusun kembali (1) untuk mendapatkan:

$$c = \frac{268 - b}{9} \qquad (2)$$

Sekarang diketahui bahwa *b* nilainya terletak antara 1 dan 17, mensubstitusikan nilai ini ke persamaan (2) dan mencatat nilai-nilai yang diperoleh *c*.

Diperoleh dua jawab:

b = 7 dan c = 29 (7 anak laki-laki masing-masing 29 cents dan 11 anak-anak perempuan masing-masing 27 cents)

b= 16 dan c = 28 (16 anak-anak lelaki masing-masing 28 sen dan 2 anak-anak perempuan masing-masing 26 sen).

Mengajarkan pemecahan masalah kepada siswa merupakan kegiatan dari seorang guru dimana guru itu membangkitkan siswa-siswanya agar menerima dan merespon pertanyaan-pertanyaan yang diajukan oleh guru dan kemudian ia membimbing siswa-siswanya untuk sampai kepada penyelesaian masalah.

Bagi siswa, pemecahan masalah haruslah dipelajari. Di dalam menyelesaikan masalah, siswa diharapkan memahami proses menyelesaikan masalah tersebut dan menjadi trampil di dalam memilih dan mengidentifikasi kondisi dan konsep yang relevan, mencari generalisasi, merumuskan rencana penyelesaian dan mengorganisasikan ketrampilan yang telah dimiliki sebelumnya.

Nampaklah bahwa pemecahan masalah mempunyai fungsi yang penting dalam kegiatan belajar mengajar matematika. Guru menyajikan masalah-masalah, sebab melalui penyelesaian masalah siswa-siswa dapat berlatih dan mengintegrasikan konsep-konsep, teorema-teorema dan ketrampilan yang telah dipelajari. Hal ini penting bagi para siswa untuk berlatih memproses data atau informasi.

3. Pentutup

1. Guru dalam pembelajaran metakognitif di dalam kelas harus berusaha mengajari siswa untuk merencanakan, memantau, dan merevisi pekerjaan mereka sendiri termasuk tidak hanya membuat siswa sadar tentang apa yang mereka tahu tapi juga apa yang bisa mereka lakukan ketika mereka gagal untuk memahami.
2. Guru harus terfokus dalam mengembangkan kemampuan siswa untuk memecahkan soal serta rasa percaya diri siswa di dalam kemampuan memecahkan soal.

3. Pembelajaran dengan metakognitif ini mengarahkan perhatian siswa pada sesuatu yang relevan dan membimbing mereka untuk memilih strategi yang cocok untuk menyelesaikan soal-soal.

Daftar Pustaka

Cardelle-Elawar, M. (1992). "Effect of Teaching Metacognitive Skills Student with Low Mathematics Ability". In M.J. Dunkin & N.L. Gage (Eds), *Teaching and Teacher Education: An International Journal of Reaserch and Studies.* 8, 109 – 111. Oxpord: Pergamon Press.

Costa, A.L. (1985). (Eds). *Developing Minds. A Resource Book for Teaching Thinking.* Association for Supervision and Curriculum Development: Alexandria, Virginia.

Dimyati dan Mudjiono (2002). *Belajar dan Pembelajaran.* Jakarta: Rineka Cipta.

Goos, M. & Galbraith, P. (200). A Money Problem: A Source of Insight into Problem Solving Action. www.cimt.plymouth,ac.uk/journal/pgmoney.pdf (26 Okteber 2007).

Hudoyo, H. (2001). *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*. Malang: IKIP Malang.

Hudoyo, H. (2003). *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*. Malang: Universitas Negeri Malang.

Kluwe, R.H. (1982). *Cognitive Knowledge and Executive Control: Metacognition. In D. R Griffin (Eds.), Animal mind-human mind*. 201-224. New York: Springer-Verlag.

Matlin, M.W.(2003). *Cognition. Fifth Edition*. New York: John Wiley & Sons, Inc.

Suherman, E. Dkk (2003). *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia

Suzana, Y (2003). *Meningkatkan Kemampuan Pemahaman dan Penalaran Matematik Siswa SMU Melalui Pembelajaran dengan Pendekatan Metakognitif*. Tesis PPS. UPI: Tidak diterbitkan.

Yimer, A. & Ellerton, N.F. Cognitive and Metacognitive Aspects of Mathematical Problem Solving: An Emerging Model. http:www.merge.net.au/document/Rp672006.pdf (5 Nopember 2007)

Penerapan Model Pembelajaran Problem Solving Dengan Memanfaatkan Alat Peraga Untuk Meningkatkan Hasil Belajar Geometri Di Klas VII B SMP N 2 Demak Tahun 2006/07

Oleh:
Rasiman
IKIP PGRI SEMARANG

ABSTRAK

Pengajaran Matematika khususnya geometri di Sekolah Menengah Pertama (SMP) mempunyai peran penting untuk mempelajari matematika tingkat lanjut maupun dalam kehidupan sehari-hari. Namun pada kenyataannya banyak siswa SMP yang masih mengalami berbagai kesulitan dalam memahami konsep geometri maupun memecahkan soal bentuk cerita. Oleh karena itu, perlu ditemukan solusi sedemikian hingga siswa SMP menjadi lebih mudah dan senang belajar matematika, khususnya dalam belajar geometri.

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui bahwa model pembelajaran problem solving dengan memanfaatkan alat peraga dapat meningkatkan hasil belajar geometri di kelas VIII B SMP N 2 Demak tahun 2006 / 2007.

Dalam penelitian ini dilakukan dalam dua siklus, masing-masing siklus dengan tahapan *perencanaan, pelaksanaan tindakan, pengamatan dan refleksi.* Pelaksanaan penelitian ini dilakukan secara kolaborasi partisipatif antara guru mata pelajaran matematika SMP Negeri 2 Demak dan peneliti.

Hasil dalam penelitian ini meliputi : (1) guru dapat meningkatkan kinerjanya dalam pembelajaran; (2) keaktifan siswa dalam pembelajaran meningkat; (3) siswa dapat meningkatkan kerjasama dan berkomunikasi dengan teman dalam kelompoknya; (4) hasil belajar siswa dapat geometri dapat meningkat ; dan (5) tercipta suasana pembelajaran yang menyenangkan.

Kata Kunci : Problem solving, geometri, hasil belajar

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Dalam melaksanakan pengajaran matematika di SMP, terdapat tiga unit atau cabang matematika yaitu aljabar, geometri, dan aritmetika. Pengajaran ketiga unit tersebut dilaksanakan secara sekuensial-periodik. Ini berarti bahwa tata urut bahan ajar matematika di SMP bersifat silih berganti dan berkesinambungan. Dalam menyampaikan bahan ajar tersebut, guru matematika dianjurkan untuk memilih metode mengajar secara fleksibel.

Namun kenyataan dari pengalaman para guru matematika di SMP Negeri 2 Demak menunjukkan bahwa dalam menyajikan bahan ajar matematika kepada para siswanya terdapat berbagai kesulitan, khususnya

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

yang berkaitan dengan pemahaman konsep-konsep geometri maupun penyelesaian soal geometri bentuk cerita. Kesulitan guru dalam menjelaskan siswa tentang cara menyelesaikan soal geometri bentuk cerita adalah meliputi dalam hal melatih siswa untuk memahami proses pemecahan, terampil memilih dan mengidentifikasi kondisi serta konsep yang relevan, dan menentukan teknik yang akan digunakan.

Di sisi lain, tujuan diberikannya mata pelajaran matematika di SMP antara lain agar siswa mampu menghadapi perubahan keadaan di dunia yang selalu berkembang melalui latihan bertindak atas dasar pemikiran secara logis, rasional, kritis, cermat, jujur, dan efektif. Hal ini, jelas merupakan tuntutan yang tidak ringan dan tidak mungkin bisa dicapai hanya melalui hapalan, latihan soal, dan proses pembelajaran biasa. Untuk memenuhi tuntutan tujuan tersebut, maka perlu dikembangkan materi serta proses pembelajaran yang relevan.

Menurut teori belajar yang dikemukakan Gagne (1970) menyatakan bahwa ”ketrampilan intelektual yang tinggi dapat dikembangkan melalui pemecahan masalah (Problem Solving)”. Dalam pembelajaran matematika dengan problem solving, siswa dihadapkan dengan permasalahan yang dapat memotivasi siswa untuk ingin tahu dengan melakukan penyelidikan sehingga dapat menemukan sendiri jawabannya.

Berkaitan dengan pembelajaran geometri di SMP, maka siswa SMP dituntut mengenal penalaran deduktif aksiomatik. Agar penalaran tersebut dapat tercapai perlu diupayakan bahwa penyajian materi geometri (matematika) baik di dalam kelas maupun dalam buku ajar benar-benar diarahkan kepada penataan menalar (R. Soedjadi, 2000). Oleh karena itu guru matematika harus kreatif serta mampu merencanakan dan melaksanakan pembelajaran dengan baik.

Di samping dapat memilih metode yang tepat, guru matematika dalam pembelajaran materi geometri dapat juga menggunakan alat bantu ajar (alat peraga). Andreas (2002) menyatalan bahwa, alat peraga diakui oleh banyak ahli pendidikan memainkan peranan penting dalam efektivitas pembelajaran. Sedangkan hasil penelitian Sugiarto dan Isti (1999) menunjukkan bahwa pendayagunaan alat peraga sebagai alat bantu ajar dalam pembelajaran matematika membuat pembelajaran lebih bermakna dan siswa aktif.

B. Rumusan Masalah

Bertolak dari latar belakang yang telah diuraikan di muka, maka dikemukakan rumusan masalah sebagai berikut :

"Apakah model pembelajaran problem solving dengan memanfaatkan alat peraga dapat meningkatkan hasil belajar geometri di kelas VIII B SMP Negeri 2 Demak?".

C. Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui bahwa model pembelajaran problem solving dengan memanfaatkan alat peraga dapat meningkatkan hasil belajar geometri di kelas VIII B SMP N 2 Demak tahun 2006 / 2007.

D. Manfaat Penelitian

Hasil-hasil penelitian ini diharapkan dapat bermanfaat bagi:

1. Guru :

a. Menambah alternatif model pembelajaran yang dapat meningkatkan hasil belajar siswa dalam memahami konsep geometri dan menyelesaikan soal geometri bentuk cerita.

b. Mendapatkan pengalaman langsung dalam melakukan penelitian tindakan kelas (PTK) untuk menimgkatkan kualitas pembelajaran dan profesi guru.

2. Siswa :

a. Menumbuhkan kemampuan siswa dalam memecahkan masalah yang berkaitan dengan soal geometri bentuk cerita.

b. Menumbuhkan kebiasaan bekerja sama dan berkomunikasi dengan teman dalam kelompoknya.

c. Meningkatkan keaktivan siswa dalam pembelajaran geometri

METODE PENELITIAN

A. Subyek Penelitian.

Subyek penelitian adalah siswa dan guru mata pelajaran matematika SMP Negeri 2 Demak kelas VIII B tahun pelajaran 2006/2007, yang banyaknya siswa 44 orang.

B. Prosedur Penelitian.

Dalam penelitian ini dilakukan dalam dua siklus, masing-masing siklus dengan tahapan *perencanaan, pelaksanaan tindakan, pengamatan dan refleksi.* Pelaksanaan penelitian ini dilakukan secara kolaborasi partisipatif antara guru mata pelajaran matematika SMP Negeri 2 Demak dan peneliti.

Siklus 1

(1) Perencanaan

a. Guru dan peneliti secara kolaboratif merencanakan pembelajaran problem solving dengan memanfaatkan alat peraga pada materi yang akan diajarakan yaitu "Penerapan Dalil Pythagoras dalam geometri" dengan membuat rencana pembelajaran.

b. Mempersiapkan sarana pembelajaran yang diperlukan

(2) Pelaksanaan Tindakan

a. Guru menjelaskan materi sesuai dengan rencana pembelajaran dan mengacu pada pembelajaran problem solving dengan memanfaatkan alat peraga.
b. Guru membagi siswa dalam kelompok-kelompok.
c. Guru membagikan permasalahan, lembar kerja, dan alat peraga yang dibutuhkan.
d. Siswa menyelesaikan masalah yang diajukan secara kelompok.
e. Guru memberi motivasi siswa untuk melakukan diskusi dalam kelompoknya.
f. Guru melakukan evaluasi terhadap hasil pekerjaan siswa.
g. Pada akhir siklus diadakan evaluasi.

(3) Pengamatan

Pengamatan dilakukan oleh peneliti sebagai kolaborator, sebagai berikut :

a. Observasi terhadap siswa
   - Peneliti mengamati komunikasi antar siswa dalam kelompoknya.
   - Peneliti mengamati komunikasi guru dan siswa.
   - Peneliti mengamati kerjasama siswa dalam kelompoknya.
   - Peneliti mengamati keaktifan siswa dalam pemecahan masalah.
b. Observasi terhadap guru

   Peneliti mengamati guru dalam pengelolaan pembelajaran problem solving dengan memanfaatkan alat peraga.

(4) Refleksi

Refleksi merupakan analisis hasil pengamatan, hasil lembar kerja dan evaluasi dari tahapan-tahapan pada siklus 1.

Siklus 2

Pada siklus 2 ini, langkah-langkahnya hampir sama dengan siklus 1. Namun dalam hal ini kekurangan pada siklus 1 diperbaiki dengan harapan terjadi peningkatan

C. Cara Pengambilan Data

a. Data hasil belajar siswa diambil dari hasil evaluasi.

b. Data tentang proses pembelajaran pada saat dilaksanakannya tindakan diambil dengan lembar observasi dan lembar kerja.

c. Data tentang refleksi serta perubahan-perubahan yang terjadi dikelas diambil dari hasil pengamatan, hasil evaluasi dan diskusi antara guru dan peneliti.

D. Instrumen Penelitian

1. Lembar permasalahan Siklus 1 dan 2
2. Lembar Kerja Siswa Siklus 1 dan 2

3.Angket Kerja Sama Siswa Dalam Kelompok

4. Angket Refleksi Siswa Terhadap Pembelajaran

5. Tes akhir siklus

HASIL PENEL1TIAN DAN PEMBAHASAN

A. Hasil Penelitian

Tahapan penelitian tindakan kelas ini meliputi dua siklus. Dalam satu siklus terdiri atas tahapan perencanaan, pelaksanaan tindakan, pengamatan, dan refleksi. Hasil masing-masing tahap disajikan sebagai berikut:

1. Pelaksanaan Siklus 1

Pelaksanaan tindakan (pembelajaran) pada siklus 1 dilaksanakan tanggal 25 Agustus 2006. Tahapan pada siklus 1 diuraikan sebagai berikut:

a. Perencanaan. pelaksanaan tindakan, dan pengamatan seperti yang dikemukakan di depan

b. Refleksi

Setelah melakukan pengamatan atas tindakan pembelajaran, selanjutnya diadakan refleksi dari tindakan yang telah dilaksanakan. Dalam kegiatan pada siklus 1 didapat hasil refleksi sebagai berikut.

1). Berdasarkan hasil observasi peneliti pada lembar pengamatan pembelajaran matematika dengan problem solving dan memanfaatkan alat peraga oleh guru, diperoleh skor 34, dari skor maksimal 48

2). Komunikasi siswa pada siklus 1 ini sudah baik. skor aktivitas matematika siswa dalam lembar pengamatan sebesar 13 dari skor maksimal 20

3). Dari hasil angket kerja sama siswa, diperoleh skor 29,8, dari skor maksimal 40.

4). Hasil evaluasi siswa pada siklus 1, diperoleh nilai rata-rata 6,26

5). Dari hasil angket refleksi siswa terhadap pembelajaran diperoleh hasil : bahwa siswa merasa pembelajaran problem solving dengan memanfaatkan alat peraga ini menyenangkan bagi mereka.

2. Pelaksanaan Siklus 2

Pelaksanaan tindakan (pembelajaran) pada siklus 2 dilaksanakan pada tanggal 4 September 2006 dengan waktu 2 x 45 menit. Tahapan pada siklus 2 dilaksanakan seperti siklus 1 dengan memperbaiki kekurangan-kekurangan pada siklus 1, khususnya untuk langkah perencanaan, pelaksanaan, dan pengamatan. Sedangkan refleksi pada siklus 2 diperoleh hasil sebagai berikut :

a). Pengelolaan pembelajaran oleh guru pada siklus 2 ini lebih baik dari siklus sebelumnya. Berdasarkan hasil observasi peneliti dalam lembar pengamatan pembelajaran matematika oleh guru diperoleh skor 44 dari skor maksimal 48

b) Keaktivan siswa dalam pembelajaran juga terlihat meningkat, rata-rata skor keaktivan siswa dalam pembelajaran sebesar 18, dari skor maksimal 20

c) Berdasarkan angket kerja sama siswa dalam pembelajaran, diperoleh rata-rata skor 38,4 dari skor maksimal 40

d) Nilai rata-rata evaluasi siklus 2 ini adalah 7,45. Ada peningkatan dibandingkan siklus 1.

e). Dari hasil angket refleksi siswa terhadap pembelajaran diperoleh hasil : bahwa siswa merasa pembelajaran problem solving dengan memanfaatkan alat peraga lebih menarik dan menyenangkan.

B. Pembahasan

Pembahasan hasil penelitian ini didasarkan atas hasil pengamatan dan dilanjutkan refleksi masing-masing siklus, sebagai berikut :

Siklus 1

Pembelajaran matematika dengan problem solving dan memanfaatkan alat peraga sudah cukup baik, hal ini terlihat dari skor yang diperoleh yaitu 34 dari skor maksimal 48. Namun ada beberapa hal yang perlu diperbaiki antara lain : (1) pada saat memulai pelajaran, guru tidak menyampaikan model pembelajaran yang akan digunakan pada saat itu., (2) bimbingan guru yang diberikan kepada siswa kurang merata, sehingga ada kelompok siswa yang tidak menyelesaikan permasalahan dengan tuntas., (3) pengelolaan waktu pada siklus ini masih belum baik. Waktu yang digunakan untuk pembagian kelompok, mengerjakan soal evaluasi dan pengisian angket tidak efesien, sehungga dengan terpaksa menggunakan jam mata pelajaran lain, (4) aktivitas siswa sudah cukup baik, karena berdasarkan skor aktivitas sebesar 13 dari skor maksimal 20. Namun masih perlu peningkatan dengan cara guru memberi banyak motivasi kepada siswa, (5) kerja sama siswa dalam siklus ini sudah baik, hal ini terlihat dari skor yang diperoleh yaitu 29,8 dari skor maksimal 40. Namun menurut pengamatan peliliti, pembagian kerja dalam kelompok belum baik karena dominasi siswa yang pandai masih menonjol. (6) kemampuan siswa dalam menyelesaikan permasalahan belum begitu baik, karena dari 8 kelompok yang dapat menyelesaikan secara tuntas hanya satu kelompok saja.

Sedangkan hasil evaluasi siklus I diperoleh skor 6,26. Dalam hal ini, ada beberapa faktor yang mempengaruhi antara lain: kemampuan siswa, belum terbiasa kerja kelompok, dan juga belum terampil menggunakan alat peraga yang tersedia, (7) menurut pendapat siswa, pembelajaran dengan problem solving dan memanfaatkan alat peraga. Namun dengan pembelajaran model ini, masih ada beberapa siswa yang mengalami kesulitan. Hal ini disebabkan karena siswa kurang memperhatikan masalah dengan cermat, dan juga siswa belum terbiasa dengan pembelajaran problem solving.

Siklus 2

Pelaksanaan pembelajaran matematika dengan problem solving dan memanfaatkan alat peraga oleh guru pada siklus 2 ini lebih baik dari siklus sebelumnya. Hal ini dapat ditunjukkan sebagai berikut : (1) guru sudah menyampaikan tujuan pembelajaran maupun model pembelajaran yang akan digunakan, serta memberi motivasi yang baik kepada siswa. Bimbingan yang diberikan guru kepada kelompok maupun individu dalam proses menyelesaikan masalah dengan lembar kerja juga sudah merata. Berdasarkan hasil observasi peneliti dalam lembar pengamatan pembelajaran matematika oleh guru diperoleh skor 44 dari skor maksimal 48. (2) keaktivan siswa dalam pembelajaran juga terlihat meningkat. Dominasi siswa yang pandai sudah berkurang, diskusi antar teman dalam kelompok sudah berjalan dengan baik Dalam lembar pengamatan aktivitas siswa diperoleh rata-rata skor keaktivan siswa dalam pembelajaran sebesar 18, dari skor maksimal 20. Meskipun begitu masih ada beberapa siswa namun relative sedikit yang tidak terlibat dalam diskusi dan belum berani mengungkapkan pendapat atau bertanya pada teman lain, (3) kerjasama dalam kelompok sudah meningkat dan siswa sudah terbiasa bekerja kelompok. Berdasarkan angket kerja sama siswa dalam pembelajaran, diperoleh rata-rata skor 38,4 dari skor maksimal 40. Ini berarti kerja sama mereka baik, (4) Kemampuan siswa dalam memecahkan masalah sudah meningkat. Ada enam kelompok yang dapat menyelesaikan LKS dengan baik dan hanya satu kelompok yang melakukan sedikit kesalahan. Nilai rata-rata evaluasi siklus 2 ini adalah 7,45, hal ini jelas ada peningkatan dibandingkan siklus 1 (skor rata-ratanya 6,26), (5) berdasarkan angket releksi pembelajaran dengan problem solving dan memanfaatkan alat peraga, respon siswa terhadap pelaksanaan pembelajaran sangat baik, suasana pembelajaran menyenangkan. Di samping itu siswa termotivasi belajar lebih giat dengan soal-soal geometri yang berkaitan teorema Pythagoras. Dengan pembelajaran model ini, beberapa siswa yang mengalami kesulitan pada siklus 1 sudah dapat diatasi. Hal ini disebabkan karena siswa lebih memperhatikan masalah dengan cermat, dan juga siswa sudah terbiasa dengan pembelajaran problem solving dan menggunakan alat peraga.

SIMPULAN DAN SARAN

A. Simpulan

Setelah pelaksanaan pembelajaran geometri dengan problem solving dan memanfaatkan alat peraga melalui tahapan 2 siklus yang diuraikan di atas, maka diperoleh hasil sebagai berikut :

1. Skor pembelajaran matematika dengan problem solving dan memanfaatkan alat peragapada siklus 1 sebesar 34 (70,8 %) dan pada siklus 2 sebesar 44 (

91,7 %) dari skor maksimal 48. Hal ini menunjukkan bahwa kinerja guru dalam pembelajaran matematika lebih meningkat.

2. Skor aktivitas siswa pada siklus 1 adalah 13 (65 %), sedangkan pada siklus 2 sebesar 18 (90 %) dari skor maksimal 20. Hasil ini, dapat ditafsirkan bahwa keaktifan siswa telah meningkat.
3. Skor kerjasama siswa dalam pembelajaran matematika pada siklus 1 sebesar 29,8 (74,5 %) dan pada siklus 2 sebesar 38,4 (96 %). Dalam hal ini nampak bahwa kerjasama siswa dalam kelompoknya telah berjalan dengan baik.
4. Nilai rata-rata siklus 1 adalah 6,26 sedangkan pada siklus 2 sebesar 7,45. Hasil menunjukkan bahwa hasil belajar siswa dalam menyelesaikan soal geometri bentuk cerita telah meningkat.
5. Berdasarkan angket releksi pembelajaran dengan problem solving dan memanfaatkan alat peraga, respon siswa terhadap pelaksanaan pembelajaran sangat baik dan suasana pembelajaran lebih menyenang kan.

B. Saran

Berdasarkan hasil penelitian tindakan kelas pada siswa kelas VIII B SMP Negeri 2 Demak, peneliti mengajukan beberapa saran sebagai berikut.

1. Model pembelajaran matematika dengan problem solving dan memanfatkan alat peraga perlu dilakukan guru matematika di SMP, karena pembelajaran ini dapat meningkatkan aktivitas siswa, kerjasama siswa dalam kerja kelompok juga baik, dan hasil belajar siswa meningkat serta model pembelajaran ini menjadi lebih menyenangkan.
2. Dalam pembelajaran matematika, guru dituntut lebih kreatif dalam memilih model pembelajaran sehingga siswa dapat mengikuti pelajaran dengan baik. Di samping itu, jika memungkinkan dalam pembelajaran matematika sebaiknya guru menggunakan alat peraga sehingga siswa lebih tertarik dan pembelajaran lebih menyenangkan.

3. Mempresentasikan hasil kerja siswa perlu dilatih agar siswa berani mengemukakan pendapat dan melatih siswa untuk bertanya, sehingga pada gilirannya mereka terbiasa berfikir kritis.

DAFTAR PUSTAKA

Amin suyitno, 1997, D*asar-dasar dan Proses Pembelajaran Matematika III,* Semarang : Jurusan pendidikan matematika.

Arnie Fajar, 2002, *Portofolio Dalam Pelajaran IPS,* Bandung : PT. Remaja Rosdakarya.

Downs, S.S, 1987, *Developing Learning Skills In Learning Management :Emerging Direction For Learning To learn In The Workplace, Edited By M.E.Chern,*Columbus : Ohio State University.

Bell, F,H, 1981, *Teaching amd Learning Mathematics in Secondary Schools,* Dubuque, Iowa : Wm.C. Browwn Company Publishers.

Dahlanm M.D, 1984, *Model-model Mengajar,* Bandung : CV. Diponegoro.

Hudoyo, H, 1988, *Mengajar Belajar Matematika,* Jakarta : Ditjen Dikti, P2LPTK.

Novack, D. And Gowin, 1985, *Learning How To Learn, Second Edition,* New york : Cambrige University Press.

Novick, L.R. and Holyoak, 1991, *Matematical Problem Solving By Analogy.* Journal of Experimental Psicology, Learning, Memory and Cognition.

R. Soedjadi, 2000, *Kiat Pendidikan Matematika Indonesia, Konsistansi Keadaan Masa Kini Menuju Harapan Masa depan,*Jakarta : Dirjen Dikti Pendidikan Nasional.

Slametto, 1992, *Keefektivan metode Lembaran Tugas dalam Meningkatkan Kemampuan Membuat Model Matematika Untuk Menyelesaikan Soal Bentuk Essai (Thesis),* Jakarta : IKIP Jakarta.

Sudjana, N. dan Arifin, D, 1987, *Cara Belajar Siswa Aktif dalam Proses Belajar Mengajar,* Bandung : Sinar Baru.

Sugiarto dan Isti Hidayah, 1999, *Umplementasi dan Pengembangan Model Matematika SD Bercirikan Pemberdayagunaan Alat Peraga di Kabupaten Semarang,* Semarang : IKIP Semarang.

Suharsimi A, 1986, *Prosedur Penelitian Suatu Pendekatan Praktek,* Jakarta : Rineka Cipta.

Pembelajaran Dengan Pendekatan Kontekstual Untuk Meningkatkan Kemampuan Koneksi Matematik Siswa SMK

Oleh:
Rudy Kurniawan
Program Studi Pendidikan Matematika
Stkip Yasika Majalengka

Abstrak

Penelitian ini berupaya mengungkap hasil pembelajaran, berupa perbandingan peningkatan kemampuan koneksi matematik, antara siswa yang pembelajarannya menggunakan pendekatan kontekstual dengan siswa yang pembelajarannya secara tradisional. Selain itu, mengungkap hubungan positif antara sikap dan pengetahuan penunjang terhadap kemampuan koneksi matematik siswa. Populasi penelitian yaitu seluruh siswa kelas I SMKN Kadipaten dan sampelnya adalah kelas I Ak1 sebagai kelas eksperimen dan kelas I Ak2 sebagai kelas kontrol. Instrumen yang digunakan adalah tes dan nontes. Tes berupa soal uraian, terdiri dari tes pengetahuan penunjang dan tes kemampuan koneksi matematik. Bentuk nontes berupa, format observasi, format wawancara dan skala sikap model Likert dengan 4 pilihan. Berdasarkan pengolahan analisis data hasil pretes dan tes pengetahuan penunjang secara kuantitatif, ternyata diketahui bahwa siswa-siswa pada kedua kelas penelitian mempunyai kemampuan awal matematik yang sama. Hasil analisis data pada postes yang ditinjau berdasarkan peningkatan kemampuan koneksi matematik, kemampuan jenis koneksi matematik, serta peningkatan kemampuan koneksi matematik berdasarkan siswa yang berkemampuan rendah, sedang dan tinggi, ternyata siswa yang pembelajarannya dengan pendekatan kontekstual secara signifikan lebih baik dari pada siswa yang pembelajarannya secara tradisional. Selain itu, terdapat hubungan yang positif, antara sikap dan pengetahuan penunjang terhadap kemampuan koneksi matematik siswa. Berdasarkan respon melalui skala sikap pasca pembelajaran kontekstual, ternyata rata-rata siswa menunjukan sikap yang positif terhadap matematika dan pembelajarannya. Sikap positif tersebut merupakan modal dasar untuk peningkatkan kemampuan koneksi matematik siswa dimasa mendatang.

Latar Belakang Masalah

Dalam menjalani abad 21, kita harus mempersiapkan sumber daya manusia (SDM) yang benar-benar unggul dan dapat diandalkan untuk menghadapi persaingan bebas di segala bidang kehidupan sebagai dampak dari globalisasi dunia.

Pendidikan merupakan ujung tombak dalam mempersiapkan SDM yang handal, karena pendidikan diyakini akan dapat mendorong memaksimalkan potensi siswa sebagai calon SDM yang handal untuk dapat bersikap kritis, logis dan inovatif dalam menyelesaikan setiap permasalahan yang dihadapinya. Hal tersebut senada dengan pendapat Sumarmo (2004:1) yang menyatakan bahwa

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

pendidikan matematika sebagai proses yang aktif, dinamik, dan generatif melalui kegiatan matematika (*doing math*) memberikan sumbangan yang penting kepada siswa dalam pengembangan nalar, berfikir logis, sistematik, ktitis dan cermat, serta bersikap obyektif dan terbuka dalam menghadapi berbagai permasalahan.

Salah satu tujuan umum pembelajaran matematika kelompok program adaptif di tingkat SMK (Depdikbud : 2004) yaitu berfungsi untuk membentuk peserta didik sebagai individu agar memiliki dasar pengetahuan yang luas dan kuat untuk menyesuaikan diri atau beradaptasi dengan perubahan yang terjadi di lingkungan sosial, lingkungan kerja, serta mampu mengembangkan diri sesuai dengan perkembangan ilmu pengetahuan, tehnologi dan seni. Artinya target kompetensi dasar matematik, khususnya kemampuan koneksi matematik siswa harus dapat ditumbuh-kembangkan melalui pendekatan pembelajaran yang sesuai dengan bahan ajar serta sarana dan prasaranannya.

Dalam proses kegiatan belajar-mengajar perlu adanya pendekatan pembelajaran yang penekanannya mengarah kepada kemampuan koneksi matematik, baik koneksi antar pokok bahasan dalam matematika, koneksi matematika dengan pelajaran lain dan koneksi matematika dengan kehidupan sehari-hari.

Pelaksanaan pembelajaran yang dapat meningkatkan kemampuan koneksi matematik harus mengacu pada empat pilar pendidikan universal yang disarankan UNESCO, yaitu *learning to know, learning to do, learning to be* dan *learning to live together in peace and harmony.* Melalui proses *learning to know* siswa akan memiliki pemahaman dan penalaran akan matematika dari hasil dan proses yang terkoneksikan, serta dari mana asal muasal konsep, dan ide-ide matematika terbentuk. Melalui proses mengetahui akan matematika, siswa akan memiliki potensi untuk mengaplikasikannya dalam kehidupan sehari-hari atau bidang studi lainnya. Proses *learning to do* memberi kesempatan pada siswa untuk trampil dalam mengkoneksikan antara pengetahuan yang sudah dimiliki dengan pengetahuan baru, sehingga dalam benaknya tercipta bahwa ide-ide/konsep matematika terjalin dari suatu hubungan yang erat, dan tak dapat terpisah berdiri sendiri. Proses *learning to be* matematika, menurut Sumarmo (2004:9) bersamaan dengan proses *learning to do*, sehingga siswa akan memahami, menghargai atau mempunyai apresiasi terhadap nilai-nilai dan keindahan akan produk dan proses serta terbentuknya matematika. Sedangkan melalui *learning to live together in peace and harmony* siswa akan diberi kesempatan untuk belajar secara berkelompok, bekerja sama, bertukar pikiran-*sharing* dan saling menghargai.

Namun kenyataan di lapangan menunjukan indikasi yang berbeda, siswa memandang pelajaran matematika sebagai pelajaran yang "sulit dan menyeramkan", matematika susah dimengerti dan dipenuhi rumus-rumus. Disamping itu, guru terbiasa melakukan pembelajaran secara konvensional, guru hanya sekedar penyampai pesan pengetahuan, sementara siswa cenderung sebagai penerima pengetahuan semata dengan cara mencatat, mendengarkan dan menghapal apa yang telah disampaikan oleh gurunya. Tentu, hasil dari pembelajaran seperti itu dapat kita rasakan dan lihat hasilnya sekarang ini, prestasi belajar matematika siswa pada umumnya masih rendah. Bahkan Ruspiani (2000:46) mengungkap bahwa rata-rata nilai kemampuan koneksi matematik siswa sekolah menengah masih rendah, nilai rata-ratanya kurang dari 60 pada skor 100, yaitu sekitar 22.2% untuk koneksi matematik dengan pokok bahasan lain, 44.9% untuk koneksi matematik dengan bidang studi lain, dan 67.3 % untuk koneksi matematik dengan kehidupan keseharian.

Menyimak kesenjangan harapan dan kenyataan pembelajaran matematika dewasa ini, maka penulis termotivasi untuk meneliti pembelajaran dengan pendekatan kontekstual yang berjudul : Pembelajaran dengan

Pendekatan Kontekstual untuk Meningkatkan Kemampuan Koneksi Matematik Siswa SMK.

Rumusan Masalah

Rumusan masalah yang diajukan dalam penelitian ini adalah :

1. Apakah ada perbedaan peningkatan kemampuan koneksi matematik siswa SMK antara pembelajaran yang menggunakan pendekatan kontekstual dengan pembelajaran secara tradisional?
2. Apakah ada perbedaan kemampuan aspek koneksi matematik siswa SMK yang pembelajarannya dengan pendekatan kontekstual dan tradisional?
3. Apakah ada hubungan antara pengetahuan penunjang, sikap dan minat siswa terhadap kemampuan koneksi matematik siswa setelah bahan ajar kontekstual dan bahan ajar tradisional dilakukan di kelas ?
4. Bagaimanakah situasi proses belajar-mengajar ketika bahan ajar kontekstual dan bahan ajar tradisional dilakukan di kelas ?
5. Bagaimanakah respon siswa SMK terhadap pembelajaran kontekstual?

Tujuan Penelitian

Berdasarkan permasalahan yang telah dirumuskan, maka penelitian ini bertujuan untuk :

1. Menelaah, membandingkan, dan mendeskripsikan perbedaan peningkatan kemampuan koneksi matematik siswa SMK yang pembelajarannya menggunakan pendekatan kontekstual dengan pembelajaran secara tradisional.
2. Menelaah, membandingkan, dan mendeskripsikan perbedaan kemampuan menurut aspek koneksi matematik antara siswa SMK yang menggunakan pembelajaran dengan pendekatan kontekstual maupun pembelajaran secara tradisional.
3. Menelaah dan mendeskripsikan hubungan antara pengetahuan penunjang, sikap dan minat siswa sebelum pembelajaran dengan kemampuan koneksi

matematik siswa setelah bahan ajar kontekstual dan bahan ajar tradisional dilakukan di kelas.

4. Mengetahui situasi proses belajar-mengajar ketika bahan ajar kontekstual dan bahan ajar tradisional dilakukan di kelas.
5. Mengetahui respon siswa terhadap pembelajaran kontekstual.

Pentingnya Masalah

Penelitian ini penting karena :

1. Memberikan sumbangan pemikiran yang signifikan terhadap upaya perencanaan pembelajaran pada pokok bahasan matematika lainnya, serta kerangka kerja pedagogiknya yang harus dipersiapkan guru, sehingga dapat meningkatkan kemampuan koneksi matematik siswa.
2. Bila penelitian ini berhasil positif, akan memberikan kontribusi bagi para guru matematika SMK untuk meningkatkan prestasi belajar matematika siswa.
3. Untuk para pengambil kebijakan pendidikan, dapat dijadikan sebagai sebuah rujukan dalam meningkatkan kemampuan kompetensi matematik siswa.

Pembelajaran dengan Pendekatan Kontekstual

Pendefinisian pembelajaran dengan pendekatan kontekstual yang dikemukakan oleh ahli sangatlah beragam, namun pada dasarnya memuat faktor-faktor yang sama. Pembelajaran dengan pendekatan kontekstual (*Contextual Teaching and Learning, CTL*) adalah suatu pendekatan pembelajaran yang dimulai dengan mengambil, mensimulasikan, menceritakan, berdialog, bertanya jawab atau berdiskusi pada kejadian dunia nyata kehidupan sehari-hari yang dialami siswa, kemudian diangkat kedalam konsep yang akan dipelajari dan dibahas. Menurut Berns dan Ericson (2001), yang menyatakan bahwa pembelajaran dengan pendekatan kontekstual adalah suatu konsep pembelajaran yang dapat membantu guru menghubungkan materi pelajaran dengan situasi nyata, dan memotivasi siswa untuk membuat koneksi antara pengetahuan dan penerapannya dikehidupan sehari-hari dalam peran mereka sebagai anggota keluarga, warga negara dan pekerja, sehingga mendorong motivasi mereka untuk bekerja keras dalam menerapkan hasil belajarnya.

Seting pembelajaran kontekstual difokuskan seperti berikut ini :

1) Siswa dibuat kelompok kecil sekitar 5 orang dengan kemampuan yang heterogen.
2) Pada awal pembelajaran guru memberikan apersepsi, manfaat materi yang akan dipelajarinya serta membahas beberapa soal PR yang terpilih.
3) Kelompok siswa diberikan permasalahan kontekstual (dalam bentuk LKS) yang menantang siswa, agar mencari solusinya.
4) Siswa mengeksplorasi pengetahuan dengan cara mengkoneksikan pengintegrasian pengetahuan untuk menyelesaikan permasalahan yang dihadapi, baik secara berkelompok ataupun sendiri.
5) Guru menggunakan sistem tanya jawab yang interaktif antara siswa dengan siswa ataupun siswa dengan guru, untuk menjelaskan hal yang tidak dimengerti oleh siswa.
6) Saat siswa mengerjakan LKS per kelompok, guru berkeliling kelas bertindak sebagai fasilitator dan moderator, membimbing siswa yang bermasalah.
7) Saat siswa selesai berdiskusi secara berkelompok, perwakilan salah satu kelompok mempresentasikan hasil diskusinya ke depan kelas. Melalui interaksi siswa digiring membahas permasalahan yang disajikan.
8) Diakhir pertemuan, diadakan refleksi terhadap pembelajaran yang sudah berlangsung. Siswa dapat merangkum hasil pembelajaran, selanjutnya guru memberikan beberapa soal latihan di LKS untuk dikerjakan dirumah.

Metode dan Desain Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian eksperimen dengan teknik analisis data yang diolah secara kuantitatif dan kualitatif. Dua kelompok siswa dipilih secara acak menurut kelas, yaitu kelompok eksperimen (I) memperoleh perlakuan berupa pembelajaran matematika dengan pendekatan kontekstual, dan kelompok kontrol (II) secara tradisional. Sebelum perlakuan, kedua kelompok diberi tes pengetahuan penunjang dan pretes, setelah perlakuan diadakan postes.

Disain penelitiannya adalah disain kelompok kontrol pretes-postes, yaitu :

A 0 X 0

A 0 0

Keterangan : A = Pengelompokkan subjek secara acak kelas.

O = Pretes = Postes

X = Pembelajaran dengan pendekatan kontekstual

Populasi dan Sampel

Populasi penelitian adalah seluruh siswa kelas 1 SMK Negeri 1 Kadipaten Kabupaten Majalengka Propinsi Jawa Barat tahun pelajaran 2005/2006 sebanyak 349 siswa. Sampel penelitian kelas eksperimen adalah kelas I Ak 1, dan kelas kontrolnya adalah I Ak 2, masing-masing kelas terdiri dari 44 orang siswa.

Instrumen Penelitian dan Pengembangannya

1. Instrumen Skala Sikap

Instrumen skala sikap adalah modifikasi Likert dengan 4 item pilihan jawaban yaitu SS (sangat setuju), S (setuju), TS (tidak Setuju) dan STS (sangat tidak setuju). Semua pernyataan skala sikap sebelum perlakuan (I) dan sesudah Perlakuan (II) divalidasi secara logis dan empirik.

2. Format Observasi

Observasi yang dilakukan adalah 'pengamatan berperan serta', dibantu 3 orang guru SMKN yang telah mendapatkan pengetahuan pembelajaran dengan pendekatan kontekstual. Format observasi divalidasi secara logis.

3. Format Wawancara

Format wawancara divalidasi secara logis. Wawancara hanya dilakukan pada kelas eksperimen dan subyek yang diwawancarai diambil secara acak dari kelas eksperimen tersebut.

4. Tes Pengetahuan Penunjang

Tes pengetahuan penunjang (TPP) berbentuk uraian sebanyak 10 soal yang diberikan sebelum pembelajaran dimulai, skor dan perangkat TPP divalidasi secara logis.

5. Tes Kemampuan Koneksi Matematik (TKKM)

Tes kemampuan koneksi matematik digunakan pada pretes dan postes. Validasi tes dilakukan secara logis dan empirik. Topik bahasan tes yaitu : Persamaan dan Pertidaksamaan Linier, Persamaan dan Pertidaksamaan Kuadrat, Sistim Persamaan Linier, Sistim Persamaan Linier dan Kuadrat, serta Sistim Pertidaksamaan/Program Linier. Soal disusun dalam bentuk tes uraian sebanyak 10 soal yang terbagi dalam tiga kelompok :

- Kelompok 1 (K1), adalah soal yang memiliki aspek koneksi dengan topik-topik dalam matematika.
- Kelompok 2 (K2), soal yang memiliki aspek koneksi dengan disiplin ilmu lain.
- Kelompok 3 (K3), soal yang memiliki aspek koneksi dengan dunia nyata.

Pengembangan Bahan Ajar dan Uji Cobanya

Pembelajaran dalam penelitian ini disusun dalam bentuk lembar kerja siswa (LKS) yang dilengkapi dengan petunjuk penyelesaian. Penyusunan LKS mempertimbangkan tugas, partisipasi, dan motivasi siswa yang dirancang dalam pembelajaran dengan pendekatan kontekstual sesuai materi ajar yang akan diteliti.

Uji coba model pembelajaran dilaksanakan di kelas 1 Ak1 SMK PGRI Dawuan pada tanggal 23 Juli 2005 dengan topik Persamaan Kuadrat dan Sistim Pertidaksamaan Linier.

Pelaksanaan Penelitian

Pelaksanaan tes skala sikap I, TPP dan pretes dimulai dari tanggal 8 Agustus hingga 15 Agustus 2005, sedangkan pelaksanaan pembelajaran menggunakan LKS sebanyak 13 buah, dimulai dari tanggal 22 Agustus sampai dengan 20 September 2005. Observasi pengamat I, II dan III dilakukan dari tanggal 29 Agustus hingga tanggal 19 September 2005. Postes dilaksanakan pada hari Rabu tanggal 21 September 2005 yang dilanjutkan dengan tes skala sikap II, sedangkan wawancara dilakukan pada tanggal 22 September 2005.

Teknik Pengolahan Data Hasil Tes

Analisis statistik untuk teknik pengolahan data yang didapatkan dari skor-skor hasil tes dilakukan sesuai langkah-langkah sebagaimana pendapat Ruseffendi (1998) dan Nurgana (1993) berikut ini:

1. Menghitung nilai rata-rata hitung, dan simpangan baku
2. Menguji normalitas dengan menggunakan statistik uji Chi-Kuadrat
3. Menguji homogenitas varians pada statistik F..
4. Menguji perbedaan dua rata-rata dengan menggunakan uji-t.
5. Jika salah satu atau kedua kelompok sampel tidak berdistribusi normal maka pengujian hipotesis menggunakan tehnik uji U - Mann- Whitney.

Pengolahan data serta analisis statistik untuk mengetahui peningkatan kemampuan koneksi matematik antara siswa yang berkemampuan rendah, sedang dan tinggi berdasarkan gain normalnya adalah sebagai berikut (Ruseffendi,1998):

1. Membagi kelompok sampel menjadi sub kelompok tinggi, sedang dan rendah, berdasarkan nilai postes

2. Menghitung nilai peningkatan prestasi (gain normal) dari setiap sub kelompok.
3. Menguji normalitas data dari setiap sub kelompok.
4. Menguji homogenitas varians ketiga sub kelompok dengan uji Bartlett.
5. Menguji perbedaaan rata-rata peningkatan kemampuan koneksi matematika (KKM) ketiga sub kelompok dengan uji Anova satu jalur.
6. Menguji perbedaan rata-rata peningkatan KKM diantara ketiga sub kelompok dengan uji Scheffe.

Analisis statistik yang digunakan untuk mengetahui adakah hubungan yang positif antara skor tes skala sikap dan minat siswa terhadap matematika (x_1), serta skor pengetahuan penunjang (x_2) terhadap kemampuan koneksi matematik siswa (y) pada kelompok eksperimen dan kontrol, dilakukan langkah-langkah pengujian hipotesis asosiatif korelasi sampel ganda dua variabel independen sesuai pendapat Ruseffendi (1998:376), Nurgana (1993:93-97) dan Sugiyono (2004), yaitu :

1. Menguji normalitas dari masing-masing kelompok sampel dengan menggunakan statistik uji Chi-Kuadrat.
2. Jika seluruh kelompok sampel normal, dilanjutkan dengan menguji linieritas regresi.
3. Menghitung korelasi sederhana dan korelasi ganda.
4. Menguji signifikansi terhadap koefisien korelasi ganda dengan uji F.
5. Menentukan tingkat hubungan berdasarkan koefisien korelasi (R).
6. Jika minimal salah satu dari ketiga kelompok sampel tidak normal, maka langkah selanjutnya menghitung koefisien korelasi sederhananya dengan Korelasi Rank Spearman. Langkah pengujian selanjutnya, sama seperti langkah ke-3 hingga langkah ke-5 di atas.

2. Data Hasil Non Tes

Untuk memvalidasi dan mengestimasi butir skala sikap menurut pendapat Sumarmo (2002) caranya yaitu : (1) Tentukan skor tiap subyek, (2) Tentukan kelompok tinggi dan kelompok rendah, (3) Tentukan mean skor kelompok tinggi ($\bar{X}_T$) dan kelompok rendah ($\bar{X}_R$), (4) Tentukan variansi kelompok tinggi (s_T^2) dan kelompok rendah (s_R^2), (5) Tentukan jumlah sampel kelompok tinggi (n_T) dan kelompok rendah (n_R), (6) Hitung pengujian statistik dengan rumus t.

Selanjutnya, untuk menganalisis respon siswa pada tes skala sikap II yang telah divalidasi, analisis tes dilakukan dengan tiga cara. Pertama, mencari rataan skor dari keseluruhan siswa. Kedua, mencari rata-an per item soal dari seluruh siswa. Ketiga, mencari tingkat persetujuan siswa untuk masing-masing item.

Rata-rata respon siswa per item soal dikatakan positif bila rata-rata respon siswa tersebut lebih besar dari skor netralnya. Begitu pula sebaliknya. Skor netral dihitung berdasarkan rata-rata skor per item soal.

Hasil Penelitian dan Pembahasan

1. Kemampuan Pengetahuan Penunjang

Hasil analisis perbedaan rata-rata TPP dan KKM sesuai tabel 1.

Tabel 1

Hasil Analisis Perbedaan Rata-rata Data Tes Pengetahuan Penunjang dan Kemampuan Koneksi Matematika

Jenis Tes	**Kelas**	$\bar{x}$	**s**	χ^2_{hit}	χ^2_{tab}	F_{hit}	$F_{tab,}$	**Nilai**	**Makna**
TPP	**Eksperimen**	21,84	4,67	1,66	13,3	1,84	2,06	t_{hitung} 0,206	Tak berbeda
	Kontrol	22,02	3,44	2,41	11,3			t_{tabel} 2,6	
Pretes KKM	**Eksperimen**	14,48	4,20	3,92	13,3	1,26	2,06	t_{hitung} 2,14	Tak berbeda
	Kontrol	16,5	4,6	2,09	13,3			t_{tabel}	

		0	3					2,64	
Postes KKM	**Eksperimen**	37,48	7,26	5,47	13,3	1,11	2,01	t_{hitung} 5,86	Berbeda
	Kontrol	28,66	6,57	2,62	13,3			t_{tabel} 2,64	

Berdasarkan hasil analisis data terhadap rata-rata skor tes kemampuan pengetahuan penunjang pada kelas eksperimen dan kelompok kontrol, kedua kelompok memiliki kemampuan yang sama. Rata-rata tingkat penguasaannya berada pada kualifikasi penguasaan sedang, artinya seluruh rata-rata materi prasyarat telah cukup dikuasai oleh seluruh siswa sehingga kedua kelompok sampel penelitian sudah siap menerima dan beradaptasi dengan materi pelajaran yang akan diimplementasikan melalui pendekatan pembelajaran yang baru. Hal ini sesuai dengan pendapat Rhem (Ratnaningsih,2003:103) bahwa pengetahuan yang dimiliki siswa akan membantu mengadaptasi pengetahuan baru.

2. Kemampuan Koneksi Matematik (KKM) Siswa

Pada umumnya siswa kelompok eksperimen mengerjakan tes KKM melalui proses yang sistematis dengan menggunakan beberapa cara penyelesaian. Sedangkan siswa yang pembelajarannya secara tradisional pada umumnya hanya melalui satu cara. Hal ini menunjukkan bahwa siswa yang pembelajarannya dengan pendekatan kontekstual pada umumnya lebih mengutamakan proses penyelesaian dengan cara mengkaitkan pengetahuan yang berbeda-beda untuk menyelesaikan setiap permasalahan, dan tidak mengutamakan hasil/jawaban akhir saja, sedangkan siswa-siswa yang pembelajarannya secara tradisional lebih mengutamakan hasil akhir.

Hasil analisis perbedaan KKM terhadap hipotesis statistik melalui uji-t pada taraf signifikansi 0,05, ternyata KKM siswa melalui pembelajaran dengan pendekatan kontekstual lebih baik dari pada siswa yang menggunakan pembelajaran tradisional. Hal ini sesuai dengan pendapat Suherman (2003:13) yang menyatakan bahwa "Secara logika dan rasa, pembelajaran dengan CTL sangat menjanjikan untuk peningkatan kualitas proses dan hasil belajar siswa, karena dapat mengembangkan potensi siswa secara optimal".

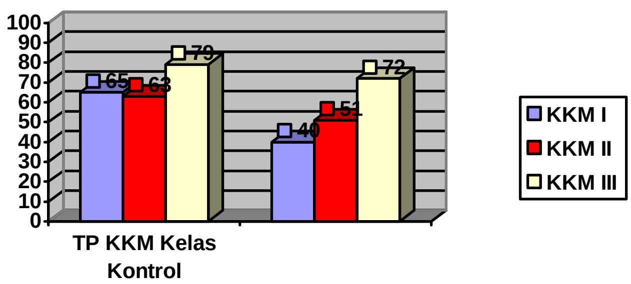
Terungkap pula, tingkat penguasaan kemampuan koneksi matematik (TPKKM) kelas eksperimen dengan kualifikasi sangat tinggi 2% dan pada kelas kontrol tak ada seorangpun. TPKKM kualifikasi tinggi pada kelas eksperimen 32% dan kelas kontrol hanya 2%, sedangkan TPKKM kualifikasi sedang kelas ekperimen 48% dan kelas kontrol 30%., TPKKM untuk kualifikasi rendah di kelas eksperimen hanya 18%, sedangkan TPKKM kelas kontrol untuk kualifikasi rendah 66% dan sangat rendah 2%. Selain itu, rata-rata TPKKM sebelum perlakuan pada kelas eksperimen 0,26 = 26% dan kelas kontrol 0,3 = 30% tetapi setelah perlakuan ternyata rata-rata TPKKM kelas eksperimen 0,682 = 68,2% dan kelas kontrol hanya 0,521 = 52,1%. Demikian pula pada tingkat ketuntasan belajar siswa, pada kelas eksperimen sekitar 82% sedangkan kelas kontrol hanya 32%. Dari data tersebut dapat disimpulkan bahwa siswa yang pembelajarannya menggunakan pendekatan kontekstual dapat lebih meningkatkan prestasi siswanya, dari pada dengan pembelajaran secara tradisional. Hal tersebut sesuai pendapat *Northwest Regional Education Laboratories* (Suherman, 2003) yang menyatakan bahwa pengajaran kontekstual menciptakan kebermaknaan pengalaman belajar dan meningkatkan prestasi akademik siswa.

Kesimpulan tersebut diperkuat melalui analisis statistik uji perbedaan peningkatan (gain normal) KKM antara kelas ekperimen dengan kelas kontrol. Analisis tersebut mengungkapkan bahwa peningkatan KKM siswa melalui pembelajaran dengan pendekatan kontekstual lebih baik dibandingkan pembelajaran secara tradisional, baik berdasarkan aspek K1, K2, K3, maupun berdasarkan KKM secara menyeluruh. Hal itu, sesuai dengan tingkat penguasaan berdasarkan aspek koneksi, yaitu pada kelas eksperimen tingkat penguasaan KKM I adalah 0,6451 $\approx$ 65%, KKM II adalah 0,634 $\approx$ 63% dan untuk tingkat penguasaan KKM III adalah 0,792 $\approx$ 79%, sedangkan pada kelas kontrol tingkat pengusaan aspek KKM I, II dan III, secara berturut turut adalah 40%, 51% dan 72% (Perhatikam gambar 1).

Gambar 1

Histogram Rata-rata Tingkat Penguasaan (TP)

Kemampuan Jenis Koneksi Matematik Kelas Eksperimen dan Kontrol



Melalui analisis perbedaan rata-rata peningkatan antara kelompok atas, sedang, dan bawah dari kelas penelitiannya masing-masing, terungkap bahwa peningkatan kelompok atas lebih baik dari pada kelompok tengah dan kelompok bawahnya, dan peningkatan kelompok tengah lebih baik dibandingkan kelompok bawahnya.

Berdasarkan analisis statistik yang digunakan untuk mengetahui hubungan antara skor skala sikap dan minat siswa terhadap matematika (x_1), serta skor pengetahuan penunjang (x_2) terhadap kemampuan koneksi matematik siswa (y) pada kelas eksperimen dan kelas kontrol, ternyata pada kelas eksperimen koefisien korelasi $r_{yx2} = 0.6305$, $r_{yx1} = 0.449$, $r_{x1x2} = 0.401$ dan koefisien korelasi gandanya $R_{y.\,x1x2} = 0.67$. Pada kelas kontrol ternyata $r_{yx2} = 0.58$, $r_{yx1} = 0.23$ dan $r_{x1x2} = 0.29$, koefisien korelasi ganda $R_{y.\,x1x2} = 0.584$. Melalui uji F pada tahap keberartian 0,01 dengan derajad kebebasan pembilang 2 dan derajad kebebasan penyebut = 41 diperoleh kesimpulan ada korelasi yang positif antara sikap dan minat, serta pengetahuan penunjang terhadap kemampuan koneksi matematik yang pembelajarannya melalui pendekatan kontekstual maupun secara tradisional. Tingkat korelasi di kelas eksperimen tinggi, sedangkan kelas kontrol sedang.

3. Sikap Siswa Terhadap Pembelajaran dengan Pendekatan Kontekstual

Hasil skala sikap siswa kelas eksperimen rata-ratanya bersikap positif, dengan persetujuan yang tinggi. Keadaan seperti ini, dapat menjadi modal untuk menciptakan suasana belajar yang efektif. Hal tersebut, sesuai dengan pendapat Berlin dan Hillen (Ruspiani, 2000:68) menyatakan bahwa sikap positif siswa akan menjadi awal untuk menuju lingkungan belajar yang efektif, dengan lingkungan belajar yang efektif menuntut guru bertindak kreatif, dengan kreatifitas guru dan keaktifan siswa dalam belajar, akan meningkatkan keberhasilan prestasi belajar matematik pada umumnya.

Hasil analisis hubungan antara sikap siswa terhadap pembelajaran dengan pendekatan kontesktual dan pengetahuan penunjang terhadap kemampuan koneksi matematik, diperoleh koefisien korelasinya R = 0,7374. Berdasarkan pengujian signifikasi korelasi dengan uji F ternyata terdapat hubungan yang signifikan kuat antara ketiga unsur tersebut. Jadi dapat dikatakan, bahwa sikap siswa setelah mengikuti pembelajaran kontekstual dapat mempengaruhi secara positif terhadap prestasi belajarnya.

4. Aktivitas Siswa Selama Proses Pembelajaran dengan Pendekatan Kontekstual

Aktivitas siswa secara umum meningkat, antusiasisme belajar matematika semakin besar. Siswa terlibat aktif dalam menyelesaikan semua permasalahan dalam LKS yang diberikan, siswa merasa belajar serius tapi santai, tidak tegang dan menyenangkan.

Setiap sub pokok bahasan selesai dibahas, siswa diberi LKS tanpa disertai petunjuk penyelesaian. Dengan model LKS ini, diharapkan siswa dapat menerapkan materi yang telah diterima sebelumnya. Untuk soal yang berhubungan dengan aspek K1 dan K2, kadang-kadang beberapa kelompok siswa masih perlu mendapat bimbingan dari guru. Untuk itu, siswa dibimbing agar dapat mengkonstruksi pengetahuannya, melalui interaksi siswa pada umunya dapat menyelesaikan permasalahan yang diberikan.

Berdasarkan hasil observasi, ternyata aktivitas siswa yang paling dominan adalah mempelajari materi dalam LKS, membaca buku atau bahan ajar yang relevan dengan materi pembelajaran. Artinya mereka akan mengkoneksikan informasi/pengetahuan yang ada atau yang sudah dimiliki siswa sebelumnya dalam mengkonstruksi pengetahuan baru untuk menyelesaikan permasalahan soal yang dihadapinya.

Dari hasil observasi diketahui bahwa aktivitas siswa untuk mempelajari materi, berdiskusi, mengemukakan pendapatnya serta menyimpulkan materi yang telah dipelajari adalah sangat baik.

Kesimpulan

Pembelajaran dengan pendekatan kontekstual secara signifikan lebih baik dalam meningkatkan kemampuan koneksi matematik siswa dibandingkan dengan pembelajaran secara tradisional, begitu pula kemampuan aspek koneksi matematiknya.

Peningkatan kemampuan koneksi matematik yang berasal dari siswa kelompok tinggi secara signifikan lebih baik dibandingkan kelompok lainnya, sedangkan siswa kelompok sedang lebih baik dibandingkan kelompok rendah.

Hubungan antara sikap dan minat serta pengetahuan penunjang siswa terhadap kemampuan koneksi matematiknya adalah positif tinggi. Sikap dan minat siswa terhadap pembelajaran dengan pendekatan kontekstual menunjukkan arah positif. Sikap positif ini merupakan suatu modal dasar untuk menciptakan proses belajar yang efektif sehingga kemampuan koneksi matematik siswa masih dapat terus ditingkatkan.

Saran

Mengingat bahwa sekolah kejuruan bertujuan untuk mempersiapkan siswa agar dapat menerapkan semua pengetahuan yang didapat dari sekolah pada kehidupan nyata sehingga siswa akan siap bekerja sesuai dengan bidang yang digelutinya, maka pembelajaran dengan pendekatan kontekstual sangatlah potensial untuk segera diimplementasikan di lapangan. Agar dapat mencapai hasil yang memuaskan, maka kerangka teoritik model pembelajaran kontesktual yang sudah ada dapat dijadikan acuan yang utama. Pengimplementasian pembelajaran dengan pendekatan kontekstual, perlu memperhatikan kesesuaian materi pembelajaran, sarana dan prasarana sekolah serta pembagian waktu dalam pembelajaran secara seksama.

Untuk para pengambil kebijakan pendidikan, kiranya pembelajaran dengan pendekatan kontekstual menjadi salah satu model pembelajaran yang ditindak lanjuti dengan pelatihan-pelatihan yang lebih intensif tentang pembelajaran ini. Guru dan praktisi pendidikan sudah sepantasnya segera merubah kebiasaan pembelajaran yang didominasi oleh guru, dengan demikian *believe* pembelajaran yang terkini adalah pembelajaran yang berpusat pada siswa.

DAFTAR PUSTAKA

Berns, R.G and Erickson, P.M. (2001). *Contextual Teaching and Learning. The Highlight Zone* : *Research a Work No. 5* (Online) Available: http: //www.ncte.org/publications/infosyntesis/highlight 05/index.asp ?dirid = 145 & dspid =1.

Departemen Pendidikan Nasional (2004). *Kurikulum SMK Edisi 2004.* Jakarta : Dirjen Dikmenjur

Nurgana (1993). *Statistika Penelitian.* Bandung: C.V Permadi

Ratnaningsih, N. (2003). *Mengembangkan Kemampuan Berpikir Matematik Siswa Sekolah Menengah Umum (SMU) Melalui Pembelajaran Berbasis Masalah.* Tesis : UPI Bandung : Tidak diterbitkan.

Ruseffendi, E.T. (1991). *Pengantar Kepada Membantu Guru Mengembangkan Kompetensinya dalam Pengajaran Matematika CBSA*. Bandung: Tarsito.

---------------- (1998). *Statistika Dasar untuk Penelitian Pendidikan.* Bandung : IKIP Bandung Pres.

Ruspiani. (2000). *Kemampuan Siswa dalam Melakukan Koneksi Matematik*. Tesis : UPI. Bandung : Tidak diterbitkan.

Sugiyono (2002), *Statistika untuk Penelitian*, C V Alfabeta, Bandung.

Suherman, E. (2001). *Evaluasi Proses dan Hasil Belajar Matematika*. Jakarta: Pusat Penerbitan UT.

----------------- (2003). *Pendekatan Kontekstual dalam Pembelajaran Matematika*. Makalah. Bandung : Depdiknas Pemda Jabar.

Sumarmo,U. (2004). *Pembelajaran Matematika untuk Mendukung Pelaksanaan Kurikulum Berbasis Kompetensi*. Makalah. Bandung : PPS UPI.

Menentukan FPB dan KPK Menggunakan Tabel Pembagian Bertingkat
(Pengajaran Matematika Sekolah Dasar dan Menengah)

Suprapto
SMP 1 BANGUNTAPAN
Jl. Karangturi Baturetno Banguntapan Bantul
E-mail : suprapto_72@yahoo.com
Fax / Telp (0274) 377822

Abstrak

Tulisan ini membahas metode teknik menentukan FPB dan KPK menggunakan tabel pembagian bertingkat. Pada tulisan sebelumnya [5] telah dibahas teknik menentukan FPB dan KPK yaitu pasangan bilangan (dua atau lebih bilangan) dimasukkan pada kolom-kolom pada baris pertama. Kemudian dilakukan pembagian dengan bilangan prima dari yang terkecil membentuk baris-baris pada tabel. Pembagian akan berhenti jika pasangan bilangan tidak dapat dibagi secara bersama (relative prima). Bilangan yang tidak dapat dibagi secara bersama disebut sisa pembagian. Menentukan FPB sama dengan mengkalikan semua bilangan pada kolom pertama. Menentukan KPK sama dengan mengkalikan semua bilangan pada kolom pertama dan baris terakhir. Pada tulisan ini menentukan FPB sama dengan mengkalikan semua bilangan pada kolom pertama sebelum tanda lingkaran.

Kata Kunci: FPB, KPK, Relative prima, Bilangan prima, Tabel pembagian bertingkat

I. Pendahuluan

Pada sekolah dasar (SD) dan sekolah menengah pertama (SMP), mengajarkan FPB dan KPK, terutama untuk menentukan nilai FPB dan KPK biasanya yang banyak digunakan adalah dengan menggunakan pohon faktor dan faktor prima dari suatu bilangan. Syarat agar dapat menentukan FPB dan KPK, siswa harus menghafalkan; menentukan FPB sama dengan mengkalikan semua faktor prima yang sama dengan pangkat yang paling kecil, menentukan KPK sama dengan mengkalikan semua faktor prima baik sama maupun tidak sama dengan pangkat yang paling besar.

Kesalahan yang sering dilakukan siswa adalah menentukan pangkat, karena harus menghafal pangkat yang paling besar dan sekaligus menghafal pangkat yang paling kecil.

Dengan metode atau teknik pembagian bertingkat, siswa tidak perlu menghafal faktor prima, pohon faktor, pangkat yang sama, pangkat paling besar ataupun pangkat paling kecil. Tetapi siswa cukup membagi bilangan-bilangan (dua atau lebih) dengan bilangan yang mereka tentukan.

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

II. Definisi-definisi

Definisi 1;

Relatif prima:

Bilangan ***s*** relatif prima terhadap ***t*** $\Leftrightarrow$ faktor bersekutunya hanya bilangan ***1***

Contoh 1;

Bilangan 5 dan 4:

5 = 1 x 5

4 = 1 x 2 x 2 = 1 x 4

5 dan 4 mempunyai faktor bersekutu 1, maka 5 relatif prima terhadap 4

Contoh 2;

Bilangan 4; 5 dan 6:

4 = 1 x 2 x 2 = 1 x 4

5 = 1 x 5

6 = 1 x 2 x 3 = 1 x 6

5 relatif prima terhadap 4 dan 5 relatif prima terhadap 6

tetapi 4 tidak relative prima terhadap 6

Definisi 2;

FPB (Faktor Persekutuan terBesar);

Jika; ***a*** = ***p*** x ***s***

b = ***p*** x ***t*** ; dengan ***s*** dan ***t*** relative prima, maka

FPB dari ***a*** dan ***b*** = ***p***

Contoh 3;

Menentukan FPB dari 18 dan 24

18 = 6 x 3

24 = 6 x 4

FPB dari 18 dan 24 = 6

Definisi 3;

KPK (Kelipatan Persekutuan terKecil);

Jika; seperti definisi 2, maka;

KPK dari ***a*** dan ***b*** = ***p*** x ***s*** x ***t***

Contoh 3;

Menentukan KPK dari 18 dan 24

18 = 6 x 3

24 = 6 x 4

KPK dari 18 dan 24 = 6 x 3 x 4 = 72

Definisi 4;

Bilangan prima;

p bilangan prima $\Longleftrightarrow$ ***p*** mempunyai tepat dua faktor yaitu ***1*** dan ***p*** sendiri

Contoh 4;

2 = 1 x 2	9 = 1 x 3 x 3 = 1 x 9
3 = 1 x 3	11 = 1 x 11
5 = 1 x 5	13 = 1 x 13
7 = 1 x 7	15 = 1 x 3 x 5 = 1 x 15

Karena bilangan 2; 3; 5; 7; 11; 13 mempunyai faktor 1 dan dirinya sendiri, maka bilangan 2; 3; 5; 7; 11; 13 disebut bilangan prima. Dan karena bilangan 9 dan 15 mempunyai lebih dari dua faktor, maka bilangan 9 dan 15 bukan bilangan prima.

II. Tabel Pembagian Bertingkat

2.1. Kasus Dua Bilangan

Misalkan menentukan FPB dan KPK dari sebarang bilangan ***a*** dan ***b***, maka tabel
pembagiannya;

Tabel 1

:	***a***	***b***
x	***c***	***d***
y	***e***	***f***
z	***p***	***q***

KPK

FPB

Membaca tabel 1.

1. a dan b berturut-turut dibagi t hasilnya c dan d
2. c dan d berturut-turut dibagi y hasilnya e dan f
3. e dan f berturut-turut dibagi z hasilnya p dan q
4. p relative prima terhadap q

FPB dari a dan b = perkalian semua bilangan pembagi

= perkalian semua bilangan pada kolom pertama

= $t \times y \times z$

KPK dari a dan b = perkalian semua bilangan pembagi dan bilangan sisa pembagian

= perkalian semua bilangan pada kolom pertama dan baris terakhir

= $t \times y \times z \times p \times q$

Contoh 5;

Menentukan FPB dan KPK dari 36 dan 48

:	***36***	***48***
2	***18***	***24***
2	***9***	***12***
3	***3***	***4***

KPK

FPB

FPB dari 36 dan 48 = 2 x 2 x 3

= 12

KPK dari 36 dan 48 = 2 x 2 x 3 x 3 x 4

= 144

Contoh 6;

Menentukan FPB dan KPK dari 12 dan 16;

:	***12***	***16***
2	***6***	***8***
2	***3***	***4***

KPK

FPB

FPB dari 12 dan 16 = 2 x 2

= 4

KPK dari 12 dan 16 = 2 x 2 x 3 x 4

= 48

2.2. Kasus Tiga Bilangan atau Lebih

Misalkan menentukan FPB dan KPK dari sebarang bilangan ***a***, ***b***, dan ***c***, maka tabel pembagiannya;

Tabel 2

:	***a***	***b***	***c***
t	***d***	***e***	***f***
y	***g***	***h***	***i***
z	***1***	***j***	***k***
s	***1***	***p***	***q***

KPK

FPB

Tabel 3

:	***a***	***b***	***c***
t	***d***	***e***	***f***
y	***g***	***h***	***i***
s	***p***	***h***	***q***

KPK

FPB

Tabel 4

:	***a***	***b***	***c***
t	***d***	***e***	***f***
y	***g***	***h***	***i***
z	***1***	***j***	***k***

KPK

FPB

FPB dari ***a***, ***b*** dan ***c*** = perkalian semua bilangan pada kolom pertama sebelum tanda lingkaran.

KPK dari ***a***, ***b*** dan ***c*** = perkalian semua bilangan pada kolom pertama dan baris terakhir.

Membaca tabel 2.

1. ***a***, ***b***, dan ***c*** berturut-turut dibagi ***t*** hasilnya ***d***, ***e***, dan ***f***
2. ***d***, ***e*** , dan ***f*** berturut-turut dibagi ***y*** hasilnya ***g***, ***h***, dan ***i***

3. Jika salah satu ***g***, ***h***, atau ***i*** relative prima terhadap kedua lainnya, misal ***h*** relative prima terhadap ***g*** dan ***i***, maka hasilnya pada table 3.
4. ***g***, ***h***, dan ***i*** berturut-turut dibagi ***z*** hasilnya ***1***, ***j***, dan ***k***
5. Jika ***j*** relative prima terhadap ***k***, maka hasilnya pada table 4.
6. ***j*** dan ***k*** berturut-turut dibagi ***s*** hasilnya ***p*** dan ***q***
7. ***p*** dan ***q*** relative prima
8. ***t***, ***y***, dan ***z*** bilangan prima

FPB dari ***a***, ***b*** dan ***c*** = ***t*** x ***y*** x ***z***

KPK dari ***a***, ***b*** dan ***c*** = ***t*** x ***y*** x ***z*** x ***s*** x ***p*** x ***q***

Membaca tabel 3.

1. Sama seperti poin 1 – 3 pada table 2.
2. ***g*** dan ***i*** berturut-turut dibagi ***s*** hasilnya ***p*** dan ***q***
3. ***t***, ***y***, dan ***s*** bilangan prima.

FPB dari *a*, ***b***, dan ***c*** = ***t*** x ***y***

KPK dari ***a***, ***b***, dan ***c*** = ***t*** x ***y*** x ***s*** x ***p*** x ***q***

Membaca tabel 4.

Sama seperti poin 1- 3 pada table 2.

FPB dari ***a***, ***b***, dan ***c*** = ***t*** x ***y*** x ***z***

KPK dari ***a***, ***b***, dan ***c*** = ***t*** x ***y*** x ***z*** x ***1*** x ***j*** x ***k***

Contoh 7;

Menentukan FPB dan KPK dari 12, 108 dan 180

:	12	108	180
2	6	54	90
2	3	27	45
3	1	9	15
3	1	3	5

KPK

FPB

FPB dari 12; 108 dan 180 = 2 x 2 x 3

= 12

KPK dari 12; 108 dan 180 = 2 x 2 x 3 x 3 x 1 x 3 x 5

= 540

Contoh 8;

Menentukan FPB dan KPK dari 12; 28 dan 36

:	***12***	***28***	***36***
2	***6***	***14***	***18***
2	***3***	***7***	***9***
3	***1***	***7***	***3***

KPK

FPB

FPB dari 12; 28 dan 36 = 2 x 2

= 4

KPK dari 12; 28 dan 36 = 2 x 2 x 3 x 1 x 7 x 3

= 252

III. Kesimpulan

1. Untuk kasus 2 (dua) bilangan sebarang ***a*** dan ***b***, maka;

   FPB dari ***a*** dan ***b*** = perkalian semua bilangan pembagi.

   = perkalian semua bilangan pada kolom pertama.

   KPK dari ***a*** dan ***b*** = perkalian semua bilangan pembagi dan bilangan sisa pembagian.

   = perkalian semua bilangan pada kolom pertama dan baris terakhir.

2. Untuk kasus 3 (tiga) atau lebih bilangan sebarang ***a***, ***b***, dan ***c***, maka;

   FPB dari ***a***, ***b*** dan ***c*** = perkalian semua bilangan pada kolom pertama sebelum tanda lingkaran.

KPK dari ***a***, ***b*** dan ***c*** = perkalian semua bilangan pada kolom pertama dan baris terakhir.

IV. Saran

Untuk mengetahui apakah menentukan FPB dan KPK dengan tabel pembagian lebih baik dari metode lain, perlu dilakukan penelitian secara keseluruhan artinya harus dilakukan penelitian di Sekolah Dasar (SD), Sekolah Menengah Pertama (SMP) maupun Sekolah Menengah Atas (SMA).

V. Daftar Pustaka

Abdul Kodir, M., Drs., M.Sc., 1979, ***Matematika untuk SMA jilid 7, 8, 9 dan 10***, Jakarta, Departemen Pendidikan dan Kebudayaan.

Alders, C., J., 1981, ***Ilmu Aljabar jilid I dan II***, Jakarta, Pradnya Paramita.

De Baan, M., A., dan Bos J., C., 1976, ***Ilmu Aljabar untuk Sekolah Lanjutan Tingkat Pertama jilid IIA dan IIB***, Jakarta, Pradnya Paramita.

Kusrin, Imam, Drs., et. al., 1992, ***Teori dan Penerapan Matematika jilid 1A, 1B, 2A, 2B, 3A dan 3B***, Jakarta, Erlangga.

Suprapto, S.Pd, 2005, ***Menentukan FPB dan KPK dengan menggunakan Tabel Pembagian***, Prosiding Seminar Nasional Matematika, UNY, Yogyakarta.

The Mathematical Association, 2001, ***'Are You Sure?', Learning about Proof,*** London, United Kingdom.

Model Pembelajaran Sentra Untuk Anak Usia Pra Sekolah Di KB-TKIT Salman Al Farisi 2 Yogyakarta

Oleh :
Ani Dwi Lestari
KBTKIT Salman Al Farisi 2
Jl. Mangga No.17 Klebengan
Catur Tunggal Kec. Depok Sleman Telp. 0274 – 7422392

ABSTRAK

Setelah melalui pengalaman mengajar di lapangan, guru-guru KBTKIT Salman Al Farisi senantiasa melakukan evaluasi untuk perbaikan ke depan. Guna meningkatkan kualitas pembelajaran dan hasil yang lebih baik, maka pada tahun pelajaran 2000-2001 dipilihlah model pembelajaran sentra untuk diterapkan di sekolah. Model ini dipilih karena berbagai alasan yaitu:

1. Meladani pembinaan Allah SWT kepada Nabi Ibrahim AS.
2. Sesuai dengan sunnah Rasulullah SAW.
3. Sesuai dengan aturan dan perundang-undangan di Indonesia.
4. Paling sesuai dengan teori psikologi perkembangan anak.
5. Merupakan pelaksanaan kurikulum Taman Kanak-Kanak.
6. Lebih awal menerapkan kurikulum berbasis kompetensi (KBK).

Kata kunci : sentra, saat lingkaran awal, saat lingkaran akhir, masa transisi, sentra reguler, sentra pilihan

I. PENDAHULUAN

1. Latar belakang

Betapa indah masa balita, penuh canda, tawa dan tiada beban dirasa. Bermain adalah dunia nyata balita yang akrab dengan kesehariannya. Seumur hidup hanya sekali, tak kan pernah terulang kembali. Tetapi masa itu sungguh luar biasa, sebuah penelitian menyebutkan 80 % otak manusia berkembang saat itu dan 20 % sisanya berkembang setelah dewasa. Subhanallah, itu kebesaran Allah, memberi kesempatan pada kita orang dewasa untuk andil beramal dalam proses pembentukan akhlaq mereka. Karena apa yang diterima di usia balita akan menjadi landasan dasar baginya menuju dewasa. Apabila kebaikan yang kita tanamkan maka kebaikan pula yang akan dibawa sampai dewasa begitu pula sebaliknya.

Pada masa ini pertumbuhan dan perkembangan berlangsung sangat pesat sehingga kadang-kadang orang dewasa bagaikan melihat keajaiban-keajaiban

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

kecil dalam keseharian anak. Istilah perkembangan seringkali didampingkan dengan pertumbuhan. Keduanya memiliki perbedaan yaitu perkembangan lebih mengarah pada aspek-aspek mental dan psikologis sedangkan pertumbuhan lebih mengarah pada aspek fisik.

Menurut Sutarimah A. S.Psi,M.Si dalam makalah perkembangan anak menyebutkan aspek-apek perkembangan meliputi:

1. Aspek perkembangan fisik motorik (motorik halus dan kasar): berkaitan dengan gerakan motorik, yaitu gerakan tubuh melalui kegiatan koordinasi antara syaraf, otot, otak dan sumsum tulang belakang.
2. Aspek perkembangan kognitif : berkaitan dengan proses berfikir (menerima, memproses atau mengolah, menyimpan dan mengeluarkan kembali informasi dari lingkungan.
3. Aspek perkembangan emosi dan psikososial

Emosi adalah reaksi subyektif terhadap pengalaman antara lain rasa senang, malu sedih bersalah dan sebagainya

Psikososial berkaitan dengan interaksi anak dengan lingkungannya misalnya mudah bergaul, cepat beradaptasi dan sebagainya.

Yang seharusnya kita lakukan sebagai insan pendidik pada para balita adalah memberikan stimulasi yang tepat sesuai dengan tahap perkembangan usianya. Pengertian stimulasi adalah mendorong atau memotivasi agar mau melakukan sesuatu yaitu usaha pendidik dalam memberi berbagai program dorongan agar potensi anak dapat berkembang optimal.

2. Rumusan masalah

Fakta saat ini adalah banyak orang tua yang sibuk berkarier di luar rumah baik ayah atau ibu sehingga perlu tempat yang kondusif untuk mendampingi anak-anak usia pra-sekolah (3 – 6 tahun) agar dapat tumbuh dan berkembang secara optimal. Perlu ada alternatif model pembelajaran yang menyenangkan /

atraktif, memberikan kesempatan kepada anak untuk mencoba dan menemukan pemecahannya (active learning/learning by doing).

3. Tujuan

Tujuannya adalah untuk membantu meletakkan kemampuan dasar ke arah optimalisasi perkembangan sikap dan perilaku positif serta potensi lain yang dimiliki anak agar ia berkembang secara optimal dan mampu menjawab tantangan jamannya. Inilah yang akan dibahas yaitu model pembelajaran **sentra** sebagai alternatif yang bisa diterapkan di lembaga pendidikan pra-sekolah.

I. PEMBAHASAN

Model pembelajaran sentra telah dipraktekkan sejak tahun pelajaran 2000-2001 di KBTKIT Salman Al Farisi Yogyakarta. Sebelumnya pembelajaran dilakukan dengan metode klasikal, setelah dievaluasi dirasakan model tersebut kurang menyenangkan anak, monoton dan tidak interaktif. Beberapa alternatif dicoba akhirnya menemukan model sentra sebagai pilihan dengan harapan anak dapat bermain sambil belajar dengan senang, ada kesempatan anak untuk mencoba dan menemukan pengalaman main serta anak bebas memilih kegiatan main yang sesuai dengan minatnya. Boleh dikatakan model pembelajaran sentra adalah model yang "memanusiakan anak" karena dalam model ini setiap anak diberi kesempatan dan stimulus yang sesuai dengan tahap perkembangan usianya saat itu. Setiap potensi apapun yang dimiliki siswa dihargai oleh guru sebagai anugerah dari Sang Pencipta.

2.1 Pengertian Sentra

Sentra atau center berarti pusat, model sentra adalah model pembelajaran yang terpusat pada satu kegiatan, yang sudah direncanakan sebelumnya untuk mencapai tujuan tertentu dengan bimbingan seorang guru.

Tujuan umum sentra :

1. anak mampu berkomunikasi dengan benar
2. menumbuhkan kerjasama yang baik
3. mengembangkan fantasi anak
4. mengembangkan perasaan empati anak
5. melatih anak menemukan sesuatu benar/salah
6. mengembangkan dayapikir anak

Aturan umum sentra untuk guru adalah sebagai berikut :

- guru tidak boleh meninggalkan anak saat kegiatan berlangsung dengan alasan apapun
- guru meminta bantuan guru pendamping yang lain untuk mengawasi anak bila hendak meninggalkan ruang sentra
- jika berhalangan hadir diharapkan memberitahukan sehari sebelum kegiatan berlangsung
- guru selalu sudah menyiapkan lesson plane / rencana pembelajaran minimal sehari sebelum kegiatan pembelajaran agar apabila yang bersangkutan berhalangan hadir, guru pengganti dapat menggantikan dengan melihat lesson plane yang ada

Aturan sentra untuk siswa:

- berbicara sopan (pelan dan bergantian, mendengarkan orang lain)
- main ditempatnya
- berjalan ketika di ruang sentra
- bermain berdua-dua dan bergantian
- merapikan mainan setelah bermain

Ciri-ciri yang dimiliki oleh guru sentra:

- memiliki wawasan yang luas
- kreatif, inovatif dan interaktif
- bukan satu-satunya narasumber pembelajaran
- bersedia mengakui kesalahan di hadapan siswa bila memang bersalah
- siap berkembang dengan selalu meningkatkan keilmuan dan profesionalisme
- menghargai anak didik, memberi kebebasan, peka
- menguasai materi dan metode mengajar
- ramah dan sabar
- evaluatif

Keunggulan sentra dibandingkan model pembelajaran yang lain:

1. Mengambil pelajaran dari pembinaan Allah kepada para Nabi dan Rasul-Nya

   Kisah Nabi Ibrahim AS mencari Allah SWT dengan melihat fenomena alam

2. Mengikuti sunnah Rasulullah SAW

   Hadist " ajaklah anak bermain pada tujuh tahun pertama, ajarilah mereka adab pada tujuh tahun kedua, dan jadikanlah mereka teman pada tujuh tahun berikutnya".

3. Sesuai dengan aturan dan perundang-undangan di Indonesia

   Sesuai dengan CBSA yang diserukan pemerintah pada tahun delapan puluhan.

4. Paling sesuai dengan teori psikologi perkembangan anak
5. Merupakan pelaksanaan Kurikulum Taman Kanak-Kanak
6. Lebih awal menerapkan kurikulum berbasis kompetensi (KBK) (Muzna N.).

Sentra yang diterapkan di KBTKIT Salman Al Farisi 2 Yogyakarta ada 4 sentra reguler yaitu matematika, bahasa, konstruksi, serta seni dan kreatifitas yang selalu dibuka setiap hari. Tambahan sentra pilihan meliputi sentra eksplorasi, air pasir, perpustakaan dan komputer yang dibuka hanya pada hari kamis. Rujukan pengembangan kemampuan dasar anak mengacu pada kurikulum KBK 2004 Dinas Pendidikan. Konsekwensi model sentra guru harus menyiapkan berbagai kegiatan main yang bervariasi dengan didukung alat peraga yang memadai. Alat peraga dapat dibeli di pasaran atau membuat sendiri yang ini sering dilakukan oleh guru yang ada di KBTKIT Salman Al Farisi 2. Keuntungannya bila alat peraga dibuat sendiri, guru bisa membuat sesuai dengan tahapan usia anak dan sesuai dengan visi misi sekolah. Contoh alat peraga yang digunakan dalam pembelajaran sentra antara lain:

1. Sentra matematika :
- peraga membilang (buah-buahan, kancing, kerang, sendok es krim, korek api)
- peraga angka
- pohon hitung
- peraga timbangan
- peraga jam
- peraga mengenal ukuran

2. Sentra bahasa:
- peraga huruf
- peraga gambar seri
- peraga bermain peran
- peraga swalayan mini
- kartu kata (suku kata awal, suku kata akhir)
- kartu gambar

3. Sentra konstruksi:

- puzle (permanen, kertas)
- peraga maze
- balok
- lego
- peraga geometri
- peraga mengurutkan (tinggi-rendah, berat-ringan, tebal-tipis, panjang-pendek)
- plastisin

4. Sentra seni dan kreatifitas:

- manik-manik berbagai ukuran dan bentuk
- kuas, pewarna (cat asturo, crayon, pensil warna, arang), palet
- buku mewarnai
- gunting, lem
- alat peraga musik

Gambar contoh alat peraga sentra dapat dilihat pada foto-foto di bawah ini.

Contoh peraga seni dan kreatifitas

Contoh Peraga Sentra Matematika

Contoh Peraga Sentra Bahasa

Contoh Peraga Sentra Konstruksi

Contoh Peraga Sentra Air

Pasir

2.2 Peran guru dalam proses pembelajaran

- Guru sebagai demonstrator : guru hendaknya menguasai bahan atau materi yang akan disampaikan kepada siswa.
- Guru sebagai mediator dan fasilitator : guru hendaknya memiliki pengetahuan dan pemahaman yang cukup tentang media, karena media merupakan alat komunikasi untuk mengefektifkan proses pembelajaran. Guru juga mampu mengusahakan sumber belajar baik berupa nara sumber, buku referensi, majalah dan sebagainya.
- Guru sebagai evaluator: guru mampu mengadakan evaluasi/penilaian untuk mengetahui apakah tujuan yang telah dirumuskan tercapai atau belum; tujuan lainnya adalah untuk mengetahui kedudukan siswa di dalam kelas (Moh. Uzer Usman).

2.3 Proses pembelajaran sentra

Kegiatan sentra dimulai pada pukul 09.50.00 wib setelah anak-anak istirahat pagi (makan snak dan bermain bebas) berakhir sampai dengan 11.00 wib. Pembelajaran dimulai dengan :

1. Masa transisi: siswa dikumpulkan kembali untuk dipersiapkan mengikuti kegiatan selanjutnya di dalam ruang sentra yang sudah disiapkan oleh guru sebelumnya.
2. Saat lingkaran awal (sebelum kegiatan) : guru dan siswa duduk melingkar di atas karpet, guru memberikan apersepsi dan penjelasan tentang kegiatan yang akan dilakukan pada saat ini.
3. Saat bermain di sentra : siswa dipersilahkan untuk memilih kegiatan mana yang diminati, sesuai dengan aturan main yang sudah disampaikan di atas.

4. Saat lingkaran akhir (sesudah kegiatan) : guru dan siswa kembali duduk melingkar di karpet, guru mengulas dan mengevaluasi tentang kegiatan yang sudah dilakukan oleh siswa.

DAFTAR PUSTAKA

Anonim, 2004, Makalah Pengelolaan Kelas, Materi Kursus Singkat Yayasan Salman Al Farisi Yogyakarta

Ampuni S., 2006, Makalah Perkembangan Anak, Diklat Pengelola PAUD Dinas Pendidikan Propinsi DIY

M. Nurhayati, 2001, Makalah Program Sentra, Yayasan Salman Al Farisi Yogyakarta

M. Uzer Usman, 1999, Menjadi Guru Profesional, Bandung: Remaja Rosdakarya

Upaya-Upaya Mengembangkan Kecerdasan *Logical/Mathematical* Pada Pembelajaran Terpadu Model *Webbed* Berbasis Kecerdasan Jamak Di TKIT Salman Al Farisi Ii Yogyakarta (Studi Eksplorasi)

Oleh :
Caturiyati, Kana Hidayati, Himmawati PL
Jurdik Matematika FMIPA UNY

ABSTRAK

Salah satu kecerdasan anak adalah kecerdasan *logical/mathematical*. Kecerdasan *logical/mathematical* anak sebagai salah satu komponen kecerdasan jamak yang penting bagi masa depan anak perlu untuk dikembangkan sejak usia dini. Kecerdasan *logical/mathematical* seorang anak diantaranya meliputi kemampuan berpikir secara induktif dan deduktif, pola-pola abstrak, angka dan bilangan, serta berpikir ilmiah. Pembelajaran terpadu merupakan suatu pendekatan pembelajaran yang digunakan dalam penyelenggaraan proses pembelajaran yang memadukan secara sistematis dan holistik upaya-upaya pengembangan rumpun-rumpun pengembangan anak usia dini. Salah satu model pembelajaran terpadu, yaitu model webbed adalah suatu model pembelajaran yang memadukan pembelajaran dan pengembangan anak dalam suatu tema yang dapat memayungi beberapa bidang studi.

TKIT Salman Al Farisi 2 adalah salah satu TK yang menerapkan pembelajaran terpadu model webbed ini. Sebab pembelajaran pada TKIT Salman Al Farisi 2 terfokus pada kelas-kelas sentra, selain itu TKIT Salman Al Farisi 2 juga menerapkan pembelajaran bertema dimana tema-tema tersebut menjadi panduan bagi kelas-kelas sentra untuk melaksanakan pembelajaran. Perlu kiranya untuk mengetahui sejauh mana TKIT Salman Al Farisi 2 dengan pembelajaran terpadu model webbednya dapat mengoptimalkan pengembangan kecerdasan *logical/mathematical* anak usia dini. Seperti apa saja upaya yang dapat dan telah dilakukan oleh TKIT Salman Al Farisi untuk mengembangkan kecerdasan *logical/mathematical* anak usia dini.

Penelitian eksplorasi pada pembelajaran terpadu model webbed berbasis kecerdasan jamak yang diselenggarakan oleh TKIT Salman AL Farisi 2 menunjukan bahwa upaya-upaya untuk mengembangkan kecerdasan logical/mathematical anak telah dilakukan.
Kata kunci : kecerdasan *logical/mathematical*, model webbed, kecerdasan jamak

A. Pendahuluan

Anak usia taman kanak-kanak yakni usia 4 sampai dengan 5 atau 6 tahun merupakan usia yang mengandung masa keemasan bagi perkembangan fisik dan mental seorang anak. Pada masa ini seorang anak sangat sensitif terhadap segala pengaruh yang diberikan oleh lingkungannya. Kondisi anak pada usia ini dapat diibaratkan dengan sepotong karet busa yang menyerap air sepenuhnya dengan tidak mempedulikan apakah air tersebut kotor atau bersih. Oleh sebab itu masa kanak-kanak adalah masa yang sangat berpengaruh bagi perkembangan anak di masa depan. Ini berarti kesuksesan anak dalam

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

melampaui masa ini menjadi fondasi bagi kesuksesan anak tersebut di masa yang akan datang.

Secara umum perkembangan fisiologis anak usia taman kanak-kanak sangat berkaitan dengan perkembangan fisik yang mencakup perkembangan otak dan susunan syaraf pusat. Berat otak anak usia taman kanak-kanak telah mencapai 90 % dari berat otak orang dewasa. Sejalan dengan itu susunan syaraf pusat turut pula berkembang sehingga membuat anak mampu memfungsikan fungsi susunan syaraf pusat dalam melakukan berbagai kegiatan perkembangannya (Papalia & Olds, 1995: 221). Adapun perkembangan daya pikir atau kognitif anak usia taman kanak-kanak berada dalam fase pra operasional yang memiliki ciri-ciri sebagai berikut: (1) Berpikir *egosentris*, artinya belum dapat menerima cara berpikir orang lain. Hal ini menyebabkan anak tidak dapat menerima atau memandang suatu permasalahan dari sudut pandang orang lain, (2) Berpikir *simbolik* artinya mampu menghadirkan objek-objek di dalam pikirannya walaupun objek tersebut secara fisik tidak hadir, (3) *Intuitif* dapat memecahkan masalah secara intuitif yaitu dengan cara-cara yang tidak dapat dijelaskannya. (Piaget, 1974 : 49-91)

Perkembangan psikososial anak menyangkut perkembangan moral, sikap dan perilaku. Psikososial anak usia taman kanak-kanak berada dalam *fase inisiatif vs rasa bersalah* (Ericson dalam Seefeltd & Barbour, 1994 : 52-55, Papalia & Olds, 1995 : 27-28). Anak usia taman kanak-kanak telah dapat bersosialisasi dengan orang-orang disekitarnya seperti, kakak dan adiknya, saudara sepupu, teman dan orang-orang lainnya. Perkembangan emosi anak usia taman kanak-kanak telah berada dalam fase mampu mengendalikan emosi, mematuhi disiplin, memahami nilai-nilai baik dan buruk, pantas dan tidak pantas, serta memahami fungsi jender (Seefeltd & Barbaour, 1994: 52-55).

Perkembangan kemampuan bahasa anak usia dini, khususnya anak usia taman kanak-kanak telah berada dalam fase ekspresif. Fase ini diawali dengan fase reseptif yaitu kemampuan untuk mendengar dan merekam bahasa dan percakapan yang didengar. Kemampuan ini mendasari kemampuan bahasa ekspresif yaitu kemampuan untuk menggunakan bahasa untuk berkomunikasi dan menyatakan keinginan atau penolakan (Papalia dan Olds, 1995: 222, Papalia dan Olds, 1989: 420) Pada usia taman kanak-kanak, anak telah menguasai + 2500 kosa kata yang mencakup : bentuk, warna, warna dan bentuk, rasa, bau, kecantikan, suhu, perbedaan, perbandingan jarak, permukaan; halus dan kasar. Anak usia taman kanak-kanak sudah dapat berperan sebagai pendengar yang baik, dapat berpartisipasi dalam percakapan, dapat memberikan komentar dan tanggapannya terhadap apa yang di dengar dan yang dilihatnya.

Perkembangan seni pada anak usia dini merupakan akibat langsung dari perkembangan-perkembangan yang terjadi dalam bidang fisik, kognitif, psikososial, bahasa dan komunikasi. Anak usia taman kanak-kanak ditinjau dari bidang seni telah dapat mengekspresikan seni melalui berbagai aktivitas seni seperti menggambar, merajut, meronce, musik, tari dan sudah dapat menghargai dan menghayati karya seni (Seefeltd & Barbaour, 1994: 373-410)

Kecerdasan jamak atau *multiple inteligences* atau intelligensi jamak merupakan perkembangan mutakhir dalam bidang intelligensi yang menjelaskan hal-hal yang berkaitan dengan jalur-jalur yang digunakan oleh manusia untuk menjadi cerdas (Lazear, 2000: 7). Oleh sebab itu perkembangan kecerdasan jamak berlangsung sejalan dengan perkembangan anak dalam aspek-aspek fisiologis, kognitif, seni, bahasa dan komunikasi, serta perkembangan psikososial anak. Secara rinci kecerdasan jamak meliputi kecerdasan-kecerdasan: *visual, logical/mathematical, spatial, naturalist, rytmic* *musical, intrapersonal, interpersonal, spiritual, bodily kinesthetics,* dan *verbal/linguistic.*

Berkaitan dengan kecerdasan *logical/mathematical* seorang anak di antaranya meliputi kemampuan berpikir secara induktif dan deduktif, pola-pola abstrak, angka dan bilangan, serta berpikir ilmiah. Adapun anak yang menonjol kecerdasan logika/matematikanya memiliki ciri-ciri sebagai berikut: 1) Mengingat pola-pola abstract, 2) Mengemukan alasan-alasan logis secara induktif, 3) Mengemukakan alasan–alasan logis secara deduktif, 4) Memahami hubungan-hubungan sebab–akibat, 5) Menghitung di luar kepala secara cepat, 6) Menikmati bahasa komputer, 7) Senantiasa bertanya, mengapa ini, itu dll., 8) Senang bermain catur dan permainan strategi lainnya, 9) Menjelaskan masalah secara logis, 10) Melakukan uji coba dan bereksperimen, 11) Mengerjakan teka teki silang yang logis, 12) Suka menyusun kategori dan hirarki, 13) Mudah memahami peristiwa sebab-akibat, dan 14) Menyenangi pelajaran Matematika. Apabila seorang anak memiliki kecerdasan *logical/mathematical* yang baik maka kondisi ini tentu saja diharapkan akan sangat berpengaruh bagi kebaikan kehidupan masa depannya.

Saat ini telah banyak berkembang adanya taman-kanak-kanak yang menerapkan konsep pembelajaran terpadu. Pembelajaran terpadu merupakan pembelajaran yang mengaplikasikan kurikulum yang mengintegrasikan upaya-upaya pengembangan kompentensi anak yang terdapat dalam satu rumpun atau beberapa rumpun bidang pengembangan anak usia dini, khususnya anak usia taman kanak-kanak atau dapat dikatakan pembelajaran terpadu ini berbasis *integrated competences based curriculum* (Fogarty, 1991). Selain itu, pembelajaran terpadu juga merupakan suatu pendekatan pembelajaran yang digunakan dalam penyelenggaraan proses pembelajaran yang memadukan secara sistematis dan holistik upaya-upaya pengembangan rumpun-rumpun pengembangan anak usia dini. Dengan kata lain pembelajaran terpadu juga menerapkan *integrated day activities*

Bentuk-bentuk pembelajaran terpadu menurut Fogerty (1991) ada 10 model yakni *model fragmented, model connected, model nested, model sequenced, model shared, model webbed, model threaded, model integrated, model immersed dan model networked.* Salah satu model yang banyak digunakan adalah model *webbed* atau model jaringan laba-laba. Model *webbed* digunakan apabila materi pembelajaran dan pengembangan anak dipadukan dalam suatu tema yang dapat memayungi beberapa bidang studi, khusus di taman kanak-kanak biasanya dikenal dengan bidang pengembangan. Hubungan antar bidang studi diwujudkan dalam bentuk jaringan yang saling berhubungan dalam bentuk jaringan laba-laba.

Berdasarkan uraian di atas, berkaitan dengan pengembangan kecerdasan *logical/mathematical* sebagai salah satu komponen kecerdasan yang penting bagi masa depan seorang anak maka perlu adanya penelitian yang mengungkap sejauh mana pengembangan kecerdasan ini telah dilakukan. Oleh karena itu penelitian ini akan mengungkap tentang bagaimana pengembangan kecerdasan *logical/mathematical* khususnya pada pembelajaran terpadu yang menggunakan model *webbed* berbasis kecerdasan jamak. Penelitian difokuskan pada upaya yang dilakukan, kendala yang dihadapi dan usaha mengatasai kendala yang ada. Penelitian ini dilaksanakan di Taman Kanak-Kanak Islam Terpadu Salman Al Farisi II Yogyakarta mengingat TKIT ini telah menerapkan pembelajaran terpadu berbasis kecerdasan jamak (*multiple intelligences)* dengan menggunakan model *webbed*.

Permasalahan yang diajukan dalam penelitian ini adalah untuk mengeksplorasi upaya-upaya apa saja yang dapat dilakukan untuk mengembangkan kecerdasan *logical/mathematical* pada pembelajaran terpadu model *webbed* berbasis kecerdasan jamak di Taman Kanak-Kanak? Penelitian ini sangat penting, karena di usia ini perkembangan otak seorang anak sedang maksimal, sehingga perlu adanya pengoptimalan pengembangan kecerdasan *logical/mathematical* nya.

B. Kajian Pustaka

Anak usia taman kanak-kanak adalah anak yang berusia 4 – 5 atau 6 tahun. Secara umum perkembangan anak usia ini meliputi perkembangan fisiologis, kognitif, psikososial, bahasa dan komunikasi, dan seni.

1. Perkembangan Fisiologis

Perkembangan fisiologis berkaitan dengan perkembangan fisik yang meliputi perkembangan otak dan susunan syaraf pusat. Berat otak anak usia taman kanak-kanak telah mencapai 90 % dari berat otak orang dewasa. Adapun susunan syaraf pusat juga berkembang sehingga membuat anak mampu memfungsikan fungsi susunan syaraf pusat dalam melakukan berbagai kegiatan perkembangannya (Papalia dan Olds, 1995 : 221).

Perkembangan fisiologis menyangkut pula perkembangan gerakan fisik yang berkaitan gerakan motorik kasar seperti berdiri, berlari, melompat, mendorong, dan lain-lain. Perkembangan gerakan fisik juga berkaitan dengan gerakan motorik halus seperti menggunakan jari-jari untuk memegang, menjimpit benda, membuka halaman buku, dan sebagainya. Perkembangan fisiologis juga menyangkut perkembangan kelenturan koordinasi gerakan motorik dan visual, seperti mengkoordinasikan gerakkan mata dan tangan pada waktu membaca atau menulis dan melakukan berbagai kegiatan akademik lainnya. serta pertambahan tinggi dan berat badan (Papalia dan Olds, 1995 : 220, Papalia dan Olds, 1989: 415).

2. Perkembangan Kognitif

Kognitif atau daya pikir anak usia taman kanak-kanak berada dalam fase pra operasional (Piaget, 1974 : 49-91) dengan ciri-ciri sebagai berikut : 1. Berpikir *egosentris*, artinya belum dapat menerima cara berpikir orang lain. 2. Berpikir *simbolik* artinya mampu menghadirkan objek-objek di dalam pikirannya walaupun objek tersebut secara fisik tidak hadir. 3. *Intuitif* artinya dapat memecahkan masalah secara intuitif yaitu dengan cara-cara yang tidak dapat dijelaskannya .

Dengan demikian, kemampuan kognitif anak usia taman kanak-kanak mencakup kemampuan untuk mengidentifikasi dan mengingat objek, peristiwa dan orang yang telah diketahui sebelumnya, dan menghadirkan objek, peristiwa dan orang-orang di dalam pikirannya, mulai memahami proses konservasi yaitu perubahan yang menyangkut berat, ukuran dan jumlah, memahami konsep bilangan dan angka, mampu menghubungkan dan membandingkan objek, peristiwa dan orang-orang berdasarkan hubungan sebab akibat atau ukuran, bentuk dan jumlah, mampu mengelompokkan objek, peristiwa dan orang-orang sesuai dengan klasifikasinya, memahami bahwa simbol-simbol tertentu mengandung arti dan bermakna (Papalia dan Olds, 1995 : 212-224, Papalia dan Olds, 1989 : 420).

3. Perkembangan Psikososial

Perkembangan psikososial menyangkut perkembangan moral, sikap dan perilaku. Psikososial anak usia taman kanak-kanak berada dalam *fase inisiatif vs rasa bersalah*. Apabila perkembangan psikososial anak sebelum masa usia 4-5 atau 6 tahun yaitu fase *autonomi vs malu-malu dan ragu-ragu* dilalui dengan baik maka akan berkembang inisiatif. Autonomi merupakan dasar bagi perkembangan inisiatif. Apabila sebelum usia 4-5 atau 6 tahun lebih dominan perkembangan *rasa malu-malu atau ragu-ragu* maka pada masa seterusnya akan berkembang *rasa tidak percaya diri* yang terlihat dari keraguan anak untuk bertindak karena takut disalahkan (Ericson dalam Seefeltd dan Barbour, 1994: 52-55, Papalia dan Olds, 1995 : 27-28).

Anak usia taman kanak-kanak telah dapat bersosialisasi dengan orang-orang disekitarnya. Perkembangan emosi anak usia taman kanak-kanak telah berada dalam fase mampu mengendalikan emosi, mematuhi disiplin, memahami nilai-nilai baik dan buruk, pantas dan tidak pantas, serta memahami fungsi jender (Seefeltd dan Barbaour, 1994 : 52-55).

4. Perkembangan Bahasa dan Komunikasi

Perkembangan kemampuan bahasa anak usia taman kanak-kanak telah berada dalam fase ekspresif. Fase ini diawali dengan fase reseptif yaitu kemampuan untuk mendengar dan merekam bahasa dan percakapan yang didengar. Kemampuan ini mendasari kemampuan bahasa ekspresif yaitu kemampuan untuk menggunakan bahasa untuk berkomunikasi dan menyatakan keinginan atau penolakan (Papalia dan Olds, 1995: 222, Papalia dan Olds, 1989: 420)

5. Perkembangan Seni

Perkembangan seni pada anak usia dini merupakan akibat langsung dari perkembangan-perkembangan yang terjadi dalam bidang fisik, kognitif, psikososial, bahasa dan komunikasi. Anak usia taman kanak-kanak ditinjau dari bidang seni telah dapat mengekspresikan seni melalui berbagai aktivitas seni seperti menggambar, merajut, meronce, musik, tari dan sudah dapat menghargai dan menghayati karya seni (Seefeltd dan Barbaour, 1994: 373-410).

Kecerdasan Jamak

Kecerdasan jamak atau *multiple inteligences* atau intelligensi jamak merupakan perkembangan mutakhir dalam bidang intelligensi yang menjelaskan hal-hal yang berkaitan dengan jalur-jalur yang digunakan oleh manusia untuk menjadi cerdas (Lazear, 2000: 7).

Karakteristik kecerdasan menurut kecerdasan jamak meliputi:

1. **Kecerdasan Verbal/Linguistic**, yakni berkaitan dengan kata dan kalimat serta bahasa baik tertulis maupun lisan. Anak yang menonjol kecerdasan verbal/linguistiknya menunjukkan ciri-ciri seperti: a) Menulis lebih baik dari anak-anak seusianya, b) Banyak berbicara tentang hal-hal yang diketahui, c) Sering membuat lelucon, sering menceriterakan ceritera-ceritera, d) Mudah mengingat nama, tempat-tempat, tanggal, kejadian-kejadian penting, e) Senang games kata-kata, f) Senang membaca buku-buku, g) Mengeja kata dengan tepat, lebih maju, h) Menyenangi puisi, irama kata, dan ucapan yang beirama, i) Menyenangi untuk mendengarkan ceritera di radio, ceritera film, dan j) Memiliki kosa kata yang lebih dari anak-anak seusianya.
2. **Kecerdasan Interpersonal**, yakni Berhubungan dengan hubungan antar pribadi. Anak yang menonjol kecerdasan interpersonalnya menunjukkan ciri-ciri seperti di bawah ini : a). Punya banyak teman, b). Banyak bersosialisasi di sekolah dan lingkungannya, c). Tampak sangat mengenali lingkungannya, d). Terlibat dalam kegiatan kelompok diluar sekolah, e). Berperan sebagai penengah pada teman-teman atau keluarga jika ada konflik, f). Menikmati permainan kelompok, g). Bersimpati besar terhadap perasaan oranglain, h). Menjadi sebagai penasihat atau pemecah masalah di antara teman-temannya, j). Menikmati mengajar oranglain, l). Tampak berbakat untuk menjadi pemimpin.
3. **Kecerdasan Intrapersonal**, yakni Berkaitan dengan evaluasi dan refleksi diri. Anak yang menonjol kecerdasan intrapersonalnya menunjukkan ciri-ciri seperti di bawah ini : a). Memperlihatkan sikap bebas dan memiliki kemauan yang kuat, b). Bersikap realistis terhadap kekuatan dan kelemahan diri sendiri, c). Memberikan reaksi keras ketika membahas isu-isu kontroversi, d).

Belajar/bekerja dengan baik secara sendiri, e). Memiliki pandangan sendiri lain dari yang umum, f). Belajar dari pelajaran masa lalu, g). Dengan tepat mengekspresikan perasaannya, h). Terarah pada pencapaian tujuan, i). Terlibat dalam hobi atau proyek yang dikerjakan sendiri.

4. **Kecerdasan Bodily Khinesthetic**, yakni Berkaitan dengan koordinasi gerakan phisik: motorik dan visual motorik yang menggunakan motor cortex untuk melakukan keseimbangan gerakan tubuh. Anak yang menonjol kecerdasan bodily khinestheticnya menunjukkan ciri-ciri seperti di bawah ini : a). Berprestasi tinggi dalam olahraga, b). Bergerak-gerak ketika sedang duduk, c). Terlibat dalam kegiatan fisik: olahraga, permainan, dll., d). Menikmati gerak melompat, lari, gulat atau lain kegiatan serupa, e). Terampil dalam kerajinan tangan, f). Pintar menirukan gerakan, kebiasaan dan perilaku orang lain, g). Senang bekerja dengan tanah liat, melukis dengan jari atau kegiatan kotor lainnya, h). Senang membongkar pasang benda atau hal lainnya.

5. **Kecerdasan Musical/Rythmic**, yakni Kecerdasan yang berkaitan dengan pemahaman terhadap pola-pola suara, rytmik, beta dan tone. Anak yang menonjol kecerdasan musical/rytmicnya menunjukkan ciri-ciri seperti di bawah ini : a). Senang memainkan alat musik, b). Senantiasa ingat irama suatu melodi, c). Berprestasi baik dalam seni musik di sekolah, d). Senang belajar jika ada iringan musik, e). Mengoleksi lagu-lagu di buku, CD, kaset., f). Bernyanyi untuk diri sendiri atau untuk orang lain, g). Mudah mengikuti irama lagu musik, h). Memiliki suara yang bagus untuk bernyanyi, i). Peka terhadap suara-suara di lingkungan sekitar, i). Memberikan reaksi yang kuat terhadap berbagai jenis musik.

6. **Kecerdasan Visual/Spatial**, yakni Kecerdasan visual/spatial menyangkut kecerdasan dalam memvisualisasikan imaginasi ke dalam kenyataan yang dapat dituangkan dalam bentuk gambar, lukisan, peta,

diagram atau berbagai bentuk lainnya. Anak yang menonjol kecerdasan visual/spatialnya menunjukkan ciri-ciri seperti di bawah ini : a). Menonjol dalam pelajaran seni, b). Sewaktu berpikir, memberikan gambaran jelas tentang hal/peristiwa, c). Mudah membaca peta, grafik dan diagram, d). Menggambar sosok orang atau bentuk hewan persis seperti aslinya, e). Senang nonton film, slide atau foto, f). Senang bermain teka-teki silang, 'maze' dan kegiatan visual lainnya, g). Sering melamun, h). Membangun konstruksi tiga dimensi, i). Mencoret-coret di atas kertas atau buku, j). Mudah memahami gambar dan ilustrasi daripada teks.

7. **Kecerdasan Logical/mathematical**, yakni Berkaitan dengasn kemampuan berpikir secara induktif dan deduktif, pola-pola abstrak, angka dan bilangan, serta berpikir ilmiah. Anak yang menonjol kecerdasan logika/matematikanya menunjukkan ciri-ciri seperti di bawah ini : a). Mengingat pola-pola abstract, b). Mengemukakan alasan-alasan logis secara induktif, c). Mengemukakan alasan–alasan logis secara deduktif, d). Memahami hubungan-hubungan sebab–akibat, f). Menghitung di luar kepala secara cepat, g). Menikmati bahasa komputer, h). Senantiasa bertanya, mengapa ini, itu dll, i). Senang bermain catur dan permainan strategi lainnya, j). Menjelaskan masalah secara logis, k). Melakukan uji coba dan bereksperimen, l). Mengerjakan teka teki silang yang logis, m). Suka menyusun kategori dan hirarki, n). Mudah memahami peristiwa sebab-akibat, o). Menyenangi pelajaran matematika dan IPA

8. **Kecerdasan Naturalist**, yakni Berkaitan dengan pengetahuan, pemahaman, keterampilan dan penghargaan terhadap alam sekitar. Anak yang menonjol kecerdasan naturalistnya menunjukkan ciri-ciri seperti di bawah ini : a). Lebih menyenangi flora dan fauna, b). Akrab dengan hewan peliharaan, c). Menikmati berjalan-jalan di alam terbuka, d). Peka terhadap bentuk-bentuk

alam, e). Suka berkebun atau berada dekat kebun, f). Senang menghabiskan waktu dekat akuarium, terarium dan sistem kehidupan, g). Memiliki kesadaran ekologis yang tinggi, h). Senang mengamati dan mencatat fenomena alam: hewan, tumbuhan, dll., i). Senang menangkap serangga, daun-daun dan benda-benda alam lainnya.

9. **Kecerdasan spiritual**, yakni Kecerdasan ini merupakan kecerdasan yang berkaitan dengan kesadaran aspek-aspek spiritual seperti kesadaran beragama dan melaksanakan ajaran agama. Anak yang menonjol kecerdasan spiritualnya dapat dilihat dari ciri-ciri : a). Mengagumi ciptaan Allah, bulan, bintang, makhluk hidup, dll, b). Cepat dalam mempelajari kitab suci seperti belajar membaca alquran, atau kitab suci lainnya, c). Tekun melakukan ibadah keagamaan, d). Memiliki kontrol interpersonal dan intrapersonal yang baik, e). Berperilaku baik

Konsep Pembelajaran Terpadu

Menurut Fogarty, 1991, mengemukakan bahwa pembelajaran terpadu merupakan aplikasi dari kurikulum yang mengintegrasikan upaya-upaya pengembangan kompentensi anak yang terdapat dalam satu rumpun atau beberapa rumpun bidang pengembangan anak usia dini, khususnya anak usia taman kanak-kanak. Rumpun pengembangan anak usia dini tersebut mencakup: (1) pengembangan fisik (koordinasi motorik halus dan kasar); (2) pengembangan kognitif; (3) pengembangan sosial-emosional (sikap, perilaku, moral dan agama); (4) pengembangan bahasa dan komuikasi, dan (5) pengembangan *multiple intelligences*. Dengan demikian pembelajaran terpadu berbasis *integrated competences based curriculum.* Pemaduan rumpun-rumpun pengembangan anak usia dini tersebut diwujudkan dalam bentuk pembelajaran terpadu (*integrated learning*). Pembelajaran terpadu adalah suatu pendekatan pembelajaran yang digunakan dalam penyelenggaraan proses pembelajaran yang memadukan secara sistematis dan holistik upaya-upaya pengembangan rumpun-rumpun pengembangan anak usia dini. Upaya-upaya pengembangan tersebut dilakukan dengan memadukan rumpun-rumpun pengembangan ke dalam tema-tema penting yang ada dalam suatu bidang pengembangan atau beberapa bidang pengembangan yang dipadukan secara lintas pengembangan melalui pendekatan tematik. Dengan kata lain pembelajaran terpadu menerapkan *integrated day activities*

Bentuk-Bentuk Pembelajaran Terpadu

Fogarty (1991) mengemukan 10 bentuk pembelajaran terpadu, yang terdiri dari *model fragmented, model connected, model nested, model sequenced, model shared, model webbed, model threaded, model integrated, model immersed* dan *model networked.*

Dalam penelitian ini akan mengkaji pada satu model yaitu model *webbed* atau model jaringan laba-laba. Hal ini mengingat bahwa model *Webbed* digunakan apabila materi pembelajaran dan pengembangan anak dipadukan dalam suatu tema yang dapat memayungi beberapa bidang studi, khusus di taman kanak-kanak dikenal dengan bidang pengembangan. Hubungan antar bidang studi diwujudkan dalam bentuk jaringan yang saling berhubungan dalam bentuk jaringan laba-laba.

C. Metode Penelitian

Kegiatan penelitian dilakukan dengan pendekatan eksploratif yakni dengan eksplorasi mendalam mengenai kegiatan pembelajaran yang dilakukan di Taman Kanak-Kanak Islam Terpadu Salman Al Farisi II Yogyakarta berkaitan dengan pengembangan kecerdasan *logical/mathematical*. Subjek penelitian ini adalah seluruh guru dan siswa TKIT Salman Al Farisi II

Yogyakarta. Adapun Objek penelitian meliputi seluruh proses dan kejadian yang terjadi selama kegiatan pembelajaran berlangsung.

Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah pedoman observasi dan pedoman wawancara. Validasi instrumen dilakukan dengan diskusi dan konsultasi dengan teman sesama dosen yang berkompeten. Pengumpulan data dilakukan dengan observasi, wawancara, dan pemberian angket. Selain itu, pengumpulan data juga dilakukan dengan teknik dokumentasi untuk melengkapi hasil penelitian. Data yang diperoleh selanjutnya dianalisis secara deskriptif.

D. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

A. Sekilas tentang TKIT Salman Al Farisi 2

TKIT Salman Al Farisi 2 beralamat di Jalan Mangga No 17 Klebengan Catur Tunggal Depok Sleman. Didirikan oleh Yayasan Salman Al Farisi pada bulan Juli 2001. Pada tahun pelajaran 2007 – 2008 ini TKIT Salman Al Farisi 2 menangani 4 (empat) kelas yang terdiri dari 2 (dua) kelas TK A (TK kecil, usia 4 – 5 tahun) dan 2 (dua) kelas TK B (TK besar, usia 5 – 6 tahun). Jumlah siswa pada keempat kelas tersebut sebanyak 88 siswa, dengan perincian 18 siswa ada pada kelompok A1, 19 siswa ada pada kelompok A2, 26 siswa ada pada kelompok B1, dan 25 siswa ada pada kelompok B2.

Sejak awal didirikan, TKIT Salman Al Farisi 2 telah menggunakan pembelajaran terfokus pada sentra-sentra. Hingga tahun 2003 ada sebanyak 10 (sepuluh) Sentra Reguler yang harus diikuti oleh setiap siswa pada setiap pekannya. Namun sejak tahun 2004 hingga saat ini dengan berbagai pertimbangan kesepuluh sentra tersebut diperkecil menjadi 4 (empat) Sentra Reguler, yaitu Matematika, Bahasa, Konstruksi, serta Seni dan Kreativitas, dan 5 (lima) Sentra Pilihan, yaitu Eksplorasi, Perpustakaan, Air dan Pasir, Bermain Peran, dan Komputer. Selain itu sejak tahun 2004, TKIT Salman Al Farisi 2 mulai menerapkan pembelajaran bertema (tematik), sehingga segala kegiatan sentra merujuk pada kurikulum yang digunakan yang dijabarkan dalam tema-tema yang sedang berlaku. Tema-tema yang diambil oleh TKIT Salman Al Farisi 2 dibagi dalam 2 (dua) semester, seperti dapat dilihat pada Tabel 1 berikut ini.

Tabel 1. Tema-tema Pembelajaran di TKIT Salman Al Farisi 2

Semester	Tema	Subtema
Semester I	1. Diri Sendiri	1. Aku 2. Panca Indra
	2. Lingkunganku	1. Keluarga 2. Rumah 3. Sekolah
	3. Kebutuhanku	1. Makanan dan Minuman 2. Pakaian 3. K3 (Kebersihan, Kesehatan, Keamanan)
	4. Binatang	
Semester II	1. Tanaman	
	2. Rekreasi	1. Kendaraan 2. Rekreasi 3. Kehidupan di Pesisir dan Pegunungan
	3. Pekerjaan	
	4. Air, Udara, Api	
	5. Alat Komunikasi	
	6. Tanah Airku	1. Negaraku 2. Kehidupan di desa – kota
	7. Alam Semesta	1. MBBB (Matahari, Bulan, Bintang, Bumi) 2. Gejala Alam

Sumber: Kurikulum Standard Kompetensi TK/RA yang disusun oleh IGBA (Ikatan Guru Bustanul Anfal) Kabupaten Sleman Tahun 2005

B. Suasana di Kelas Sentra

Setiap hari diselenggarakan kelas-kelas sentra, baik kelas sentra untuk kelompok A maupun untuk kelompok B. Sentra reguler diselenggarakan setiap hari, kecuali hari Kamis, yang khusus untuk kelas sentra pilihan. Guru pengampu sentra adalah guru kelas yang mengampu kelompok A maupun B. Setiap sentra diselenggarakan untuk 2 kelompok, TK A dan TK B, namun setiap kelompok TK dibagi menjadi 2 grup, yang setiap grupnya akan mengikuti sebuah sentra setiap harinya dengan seorang guru pendamping. Khusus untuk kelompok B, didampingi oleh 2 guru pada setiap sentranya. Hal ini dilakukan agar pembelajaran dapat berjalan dengan baik dan hasil yang diperoleh diharapkan menjadi lebih optimal, dalam hal ini maksimal.

Setiap grup harus mengikuti semua sentra reguler dan 1 (satu) sentra pilihan setiap pekannya (kondisional), seperti terlihat pada jadwal pelaksanaan sentra reguler bagi kelompok A (Tabel 3) dan kelompok B (Tabel 4), serta urutan pelaksanaan kegiatan sentra pilihan bagi kelompok A dan B (Tabel 5). Sentra pilihan tidak dijadwalkan per pekan atau dikatakan kondisional, sebab pada hari Kamis juga dipersiapkan untuk kegiatan kunjungan.

Untuk kegiatan pada kelas sentra, guru akan menyiapkan sarana pembelajaran sesuai tema yang berlaku, seperti alat peraga, Lembar Kerja, alat permainan dan sebagainya. Contohnya pada sentra matematika yang menjadi salah satu fokus observasi, dengan tema Lingkunganku, sub tema Rumah, pada karpet yang terhampar untuk grup Bintang Laut 1 dari kelompok B1, terdapat beberapa kumpulan alat peraga, Lembar Kerja, serta buku-buku kerja anak yang telah tertata rapi dan menarik pada tempat-tempat tertentu (berkelompok di tepian karpet). Sarana yang digunakan untuk memenuhi indikator pada tema dan sub tema tersebut adalah kumpulan rumah kerang, sendok es krim, buah-buahan kayu, batu, kartu bertanda = > <, dan sebagainya (untuk indikator menentukan kesamaan, lebih besar dan lebih kecil), terdapat juga Lembar kerja berupa maze (untuk indikator mencari jejak) dan lembar kerja bergambar lingkungan rumah (untuk indikator mencontoh bertahap), lembar kerja bergambar tangga berulir buatan dengan alat bantu permainan berupa kancing, buah kayu, sedotan dan rumah kerang (untuk indikator meniru pola dengan berbagai media).

Setelah siswa masuk dan duduk di karpet membentuk setengah lingkaran di hadapan ibu guru sentra, ibu guru memulai pembelajaran dengan bercerita mengenai lingkungan, khususnya lingkungan rumah sambil memperlihatkan gambaran suatu lingkungan rumah. Setelah itu guru mengajak anak berdiskusi mengenai lingkungan di sekitar rumahnya, jawaban anak-anak pun bermacam-macam, dalam hal ini guru sebagai kontrol bagi jawaban-jawaban anak. Kemudian guru menerangkan dan mencontohkan penggunaan berbagai sarana pembelajaran yang telah dipersiapkan yang masih berkaitan dengan lingkungan rumah. Dan akhirnya anak-anak diminta untuk mencobanya sendiri

Suasana ketika anak diminta untuk mencoba sendiri, dengan diberi kebebasan memilih media yang akan dicobakan. Di sini guru bertindak sebagai fasilitator, guru tidak boleh terlibat aktif di dalam eksplorasi siswa. Pada saat ini, suasana kelas sedikit ramai dikarenakan berbagai aktifitas siswa, seperti pertanyaan-pertanyaan dari siswa yang masih belum paham akan instruksi yang diberikan, aktifitas fisik siswa yang berpindah dari satu posisi ke posisi yang lain, dan sebagainya. Di dalam kegiatan ini, diharapkan siswa mencoba suatu media, namun akan lebih baik jika siswa mampu mencoba semua media yang disediakan guru.

Setelah kegiatan mencoba selesai, anak-anak berkumpul kembali membentuk setengah lingkaran di hadapan ibu guru, untuk mereview apa yang telah dilakukan. Pada saat ini terjadi diskusi dan tanya jawab. Kegiatan sentra ini diakhiri dengan berdoa bersama, kemudian anak-anak boleh beristirahat sebelum kegiatan berikutnya. Terkadang pada saat istirahat, guru memberikan privat bagi anak-anak tertentu, yaitu misalnya anak yang tidak masuk sekolah pada hari sebelumnya, atau anak yang kurang berkonsentrasi pada pembelajaran tadi.

C. Hasil Penelitian

Penelitian ini merupakan studi eksplorasi yang berkaitan dengan pengembangan kecerdasan *logical/mathematical*. Penelitian ini dilakukan sejak 27 Agustus 2007 hingga 29 Oktober 2007 dengan tema pembelajaran yaitu Lingkunganku, bertempat di TKIT Salman Al Farisi 2. Pengumpulan data-data di dalam penelitian ini dilakukan melalui :

1. observasi langsung pada kelas sentra matematika dan sentra konstruksi, yaitu sentra yang mengedepankan aspek pengembangan logika dan matematika anak,
2. wawancara, yaitu wawancara dengan guru pengampu sentra, wawancara dengan kepala sekolah TKIT Salman Al Farisi 2, serta wawancara dengan wakil kepala sekolah bidang kurikulum,
3. pemberian angket terbuka, dengan responden guru-guru pengampu sentra matematika, sentra konstruksi, serta sentra komputer.

Untuk mengetahui sejauh mana upaya yang telah dilakukan oleh TKIT Salman Al Farisi 2 dalam mengembangkan kecerdasan *logical/mathematical* anak melalui pembelajaran bertema dengan sentra-sentra yang ada, maka penelitian difokuskan pada pengamatan ciri-ciri kecerdasan logical/mathematical.

Hasil penelitian yang diperoleh dari observasi langsung pada sentra matematika dan sentra konstruksi, serta melalui wawancara langsung dan pemberian angket pada guru diperoleh adanya upaya-upaya mengembangkan kemampuan anak dalam: 1). mengingat pola-pola abstrak, 2). mengemukakan alasan-alasan logis secara induktif dan deduktif, 3). memahami hubungan sebab-akibat, 4). menghitung di luar kepala secara cepat, 5). bersikap kritis untuk senantiasa bertanya mengapa ini, itu dll, 6). ketertarikannya pada permainan catur dan permainan strategi lainnya, 7). menjelaskan masalah secara logis, 8). Mengerjakan teka-teki silang yang logis, 9). bereksperimen dan melakukan uji coba, 10). ketertarikan anak menyusun kategori dan hirarki, 11). memahami peristiwa sebab-akibat, 12). kesenangan anak dalam materi matematika dan IPA, 13). bermain puzzle.

Upaya-upaya yang telah dilakukan tersebut dirangkum dalam Tabel 6 berikut ini, yang merupakan hasil dari observasi di kelas, wawancara serta pengisian angket oleh guru.

Tabel 6. Upaya-upaya yang Telah Dilakukan

No	Ciri-ciri Kecerdasan *Logical/Mathematical*	Upaya-upaya Mengembangkannya
1.	Kemampuan anak dalam mengingat pola-pola abstrak	1. Menjelaskan dulu kepada anak tentang pola-pola yang konkrit dan mudah diingat anak sebelum pada hal-hal yang abstrak, memberikan contoh yang konkrit dulu kemudian contoh yang abstrak. 2. Menjelaskan dan memberikan contoh dari hal-hal yang mudah ke hal-hal yang sulit. 3. Dengan media permainan, dengan belajar sambil bermain, serta dengan menggunakan media alat peraga yang sesuai. 4. Sering mengulang-ulang materi maupun penjelasan, agar anak dapat lebih mengingatnya. 5. Dengan memberikan pembelajaran privat bagi anak-anak yang memang membutuhkannya.

		6. Berusaha menghadirkan keadaan yang sesuai dengan kenyataan, misalnya di sentra konstruksi, untuk mengenalkan konsep besar-kecil (tema : Kebutuhanku) bisa dengan buah-buahan asli, atau mengenalkan konsep berat-ringan bisa dengan benda-benda nyata, misal buah, batu, kerikil, buku, dan lain-lain. 7. Dengan memberi stimulus pada bentuk nyata, misal konsep "berat ringan" bisa diketahui dengan membandingkan banyak dan sedikitnya barang, sedangkan konsep "tinggi rendah" adalah bentuk riil dari tinggi dan rendahnya benda yang nyata.
2.	Kemampuan anak dalam mengemukakan alasan-alasan logis secara induktif	1. Dengan memberikan pertanyaan-pertanyaan yang mudah dimengerti anak dan melakukan diskusi dengan anak baik secara klasikal maupun individual dan praktek. 2. Memahami kemampuan dan karakter anak. 3. Berusaha untuk selalu sabar dan terus melakukan pengulangan-pengulangan yang diperlukan untuk menggali potensi anak. 4. Melakukan dialog atau berdiskusi sebelum dan setelah KBM sentra berjalan. 5. Dengan memberi stimulus, contohnya semisal dengan memberikan pertanyaan yang menyebutkan ciri-ciri yang ada pada suatu benda. 6. Dengan memahami masing-masing tipikal anak, memahami psikologi anak, baru setelah itu mengembangkan logika anak sesuai dengan kondisi psikologi masing-

		masing anak
3.	Kemampuan anak dalam mengemukakan alasan-alasan logis secara deduktif	1. Dengan berdiskusi dan praktek langsung (eksplorasi) sehingga anak dapat melihat dan mempelajari secara langsung sebelum mengungkapkan dengan alasan yang logis, serta dengan metode tanya jawab. 2. Memahami kemampuan dan karakter anak. 3. Berusaha untuk selalu sabar dan terus melakukan pengulangan-pengulangan. 4. Memahamkan anak terhadap hal yang mudah berlanjut ke hal yang sulit. 5. Dengan media permainan, misalnya permainan ambil gambar, anak diminta untuk mengambil sebuah gambar yang disediakan, kemudian anak diminta untuk memberikan informasi tentang gambar yang didapatnya. 6. Guru memberikan panduan kepada anak agar dapat memberikan jawaban atas suatu pertanyaan secara detail. 7. Dengan memberi "analogi logika" secara sederhana kepada anak.
4.	Kemampuan anak dalam memahami hubungan sebab-akibat	1. Anak melakukan praktek langsung. 2. Belajar dengan melihat gambar dan mendengarkan penjelasan dari guru. 3. Bercakap-cakap tentang suatu kejadian yang dikaitkan dengan kehidupan sehari-hari yang ada di lingkungan sekitar anak. Dan menerangkan dengan bahasa anak disertai gambar yang mendukung 4. Di dalam sentra komputer, dapat dijelaskan kepada anak bahwa gambar-gambar yang ada pada layar

		komputer akan mengakibatkan terjadi suatu aktifitas jika gambar-gambar tersebut kita klik dengan *mouse*. 5. Dengan bercerita, misal di sentra bahasa guru menerangkan tentang banjir yang merukan akibat dari banyaknya sampah yang menutup saluran air. 6. Dengan melakukan diskusi tentang hukum-hukum "sebab akibat" sesuai dengan tahapan berpikir masing-masing individu disesuaikan dengan standar kemampuan rata-rata kelas.
5.	Kemampuan anak menghitung di luar kepala secara cepat	1. Dengan memberi contoh kepada anak bagaimana menghitung secara cepat, dan anak dapat melakukan sendiri, dengan praktek langsung dan tanya jawab mengenai hasil perhitungan. 2. Dengan mematangkan konsep angka dan berhitung dengan benar. 3. Dengan kegiatan menghapal. 4. Dengan bantuan benda (misal rumah kerang, buah kayu, dan sebagainya) atau dengan bantuan indra (misal jari tangan). 5. Dengan konsep hitung simpan (untuk penjumlahan), misal 19 + 2, caranya 19 disimpan di kepala, kemudian ditambah 2 (dengan bantuan jari tangan), yaitu setelah 19 adalah 20, dilanjutkan 21.
6.	Kemampuan anak memahami bahasa komputer	1. Sebagian sentra belum menggunakan komputer pada pembelajaran di kelas sentranya 2. Pada sentra komputer, memberikan petunjuk-petunjuk praktis dalam komputer dengan menunjukkan simbolnya, misal enter dengan simbol ↵. 3. Dengan praktek langsung (anak

		mengetik atau menjalankan *mouse*nya sendiri). 4. Melalui berbagai permainan konstruksi yang menggunakan media komputer, misal bermain memasangkan kepingan puzzle, bermain maze, mencari pasangan benda.
7.	Sikap kritis anak untuk senantiasa bertanya mengapa ini, itu dan lain-lain	1. Dengan melakukan diskusi. 2. Dengan menggunakan media gambar, anak diminta mengamati dan melontarkan pertanyaan. 3. Guru harus aktif dan mencari metode yang menarik sehingga menumbuhkan rasa ingin tahu yang besar pada anak. 4. Memberikan gambar-gambar yang menarik yang bisa merangsang anak bertanya. 5. Dengan memotivasi anak. 6. Dengan bercerita. 7. Memberikan pertanyaan yang memancing atau mengarah ke kemampuan tersebut 8. Menggunakan metode pertanyaan ”umpan balik” ataupun metode review dalam bentuk anak bercerita.
8.	Ketertarikan permainan strategi lainnya	1. Pada sentra komputer, pada komputer terdapat permainan puzzle dengan bermacam-macam gambar yang menarik, anak distimulus untuk membuat puzzle dengan menyusun potongan-potongan puzzle menjadi gambar yang menarik. 2. Dengan media maze (mencari jejak) jalur sulit (sesuai kemampuan anak).
9.	Kemampuan anak menjelaskan masalah	1. Dengan diskusi dan tanya jawab. 2. Pada sentra komputer, anak diminta

	secara logis	menjelaskan simbol-simbol yang ada dengan bahasa sederhana. 3. Dengan memberikan "analogi sederhana" sehingga anak mampu menjelaskan suatu masalah. 4. Mengajak anak untuk bereksperimen, mengadakan pengamatan, distimulus untuk bertanya apa-mengapa, memacu anak untuk mengembangkan analisa sederhana, kemudian menyimpulkannya.
10.	Kemampuan anak bereksperimen dan melakukan uji coba	1. Guru memberi contoh dan anak mencoba melakukannya. 2. Dengan demonstrasi dan praktek langsung. 3. Pada sentra komputer, anak langsung mempraktekkan di komputer. 4. Memberi pembelajaran yang bersifat uji coba atau eksperimental.
11.	Kemampuan anak mengerjakan teka-teki silang yang logis	1. Dengan memberikan latihan-latihan.
12.	Ketertarikan anak menyusun kategori dan hirarki	1. Dengan metode praktek langsung dan anak dilibatkan pada sebuah proyek, misalnya membuat bangunan gedung. 2. Dengan memperbanyak media yang menarik. 3. Bermain mengelompokkan benda (menurut warna, bentuk, ukuran, dan lain-lain).
13.	Kemampuan anak dalam memahami peristiwa sebab-akibat	1. Dengan tanya jawab 2. Pada sentra komputer, guru mempraktekkan pada komputer di depan anak-anak. 3. Dengan bercerita sesuai alur. 4. Memberikan pertanyaan "*flash back*".

		5. Anak menceritakan kembali. 6. Mengajak anak mengamati kejadian secara langsung.
14.	Kesenangan anak dalam materi matematika dan IPA	1. Dengan membuat peraga yang menarik bagi anak. 2. Dengan mengajar secara menyenangkan dan belajar sambil bermain, bermain sambil belajar. 3. Memberikan permainan komputer dari CD Interaktif, misal "Senang berhitung" di dalamnya memuat hitungan-hitungan sederhana dengan gambar dan permainan yang menarik. 4. Untuk berhitung bisa menggunakan media (bisa berupa peraga buah-buahan, binatang, rumah kerang, sendok es krim), tidak selalu dengan angka. 5. Untuk IPA dengan sentra eksplorasi melakukan percobaan-percobaan (anak-anak sangat suka dengan hal-hal baru yang belum diketahuinya). 6. Memberi stimulan dalam bentuk permainan, misal puzzle metamorfosis, puzzle tumbuh kembang katak, puzzle pertumbuhan pohon, dan lain-lain
15.	Kemampuan anak dalam bermain puzzle	
16.	Kemampuan anak dalam keterampilan berhitung melalui sempoa dan permainan monopoli	

D. **Pembahasan**

Hal-hal yang menjadi ciri-ciri menonjolnya kecerdasan *logical/mathematical* pada seorang anak, nampak telah diupayakan oleh TKIT Salman Al Farisi. Untuk mengembangkan kemampuan anak mengingat pola-pola abstrak, misalnya, dilakukan dengan bercerita mengenai hal-hal yang sederhana terlebih dahulu, baru kepada hal-hal yang rumit, mengajak anak berdiskusi tentang hal-hal konkrit terlebih dahulu, kemudian masuk ke hal-hal yang abstrak, memberikan contoh-contoh yang konkrit, setelah itu contoh-contoh yang abstrak, mengulang-ulang penjelasan agar anak semakin memahami yang disampaikan guru, serta menggunakan alat peraga.

Untuk pengembangan kemampuan yang lainnya, seperti menghitung cepat di luar kepala, menyusun kategori dan hirarki, dan sebagainya, upaya-upaya juga telah dilakukan.

Beberapa hal seperti pengembangan kemampuan anak untuk memahami bahasa komputer, mengerjakan teka-teki silang yang logis, serta keterampilan berhitung melalui sempoa dan permainan monopoli, terlihat tidak nampak pada pengamatan langsung pada kelas sentra matematika dan konstruksi maupun melalui angket. Pada Tabel 6 terlihat tidak nampaknya upaya-upaya dilakukan untuk mengembangkan kemampuan-kemampuan tersebut.

Dari hasil wawancara dengan guru sentra, kepala sekolah maupun wakil kepala sekolah bidang kurikulum diperoleh jawaban atas ketaknampakan hal-hal tersebut, yaitu bukan karena TKIT Salman Al Farisi 2 tidak melakukan upaya-upaya untuk mengembangkan ke-3 hal tersebut pada siswa, namun untuk beberapa pengembangan kemampuan anak upaya-upaya dilakukan melalui media khusus, seperti untuk mengembangkan kemampuan anak untuk memahami bahasa komputer, pihak sekolah telah melakukan upaya dengan mewadahinya melalui kelas sentra komputer, yang penyelenggaraannya berdasarkan siklus yang dibentuk bersama dengan 4 (empat) sentra pilihan yang lain, yaitu sentra eksplorasi, sentra perpustakaan, sentra air dan pasir, serta sentra bermain peran. Guru pengampu sentra komputer adalah guru sentra komputer beserta guru kelas masing-masing kelompok, yang juga merupakan guru pengampu salah satu sentra reguler dari 4 (empat) sentra reguler yang ada, yaitu matematika, bahasa, konstruksi, seni dan kreativitas. Sehingga guru memahami apa yang menjadi kebutuhan anak pada sentra komputer tersebut berdasarkan tema yang ada. Pada sentra komputer, guru telah melakukan berbagai upaya untuk dapat mengembangkan kemampuan bahasa komputer anak yang terintegrasi dengan pengembangan kemampuan yang lain, misalnya dalam mengembangkan kemampuan anak dalam memahami hubungan sebab-akibat, ketertarikan pada permainan strategi lainnya, kemampuan anak menjelaskan masalah secara logis, kemampuan anak bereksperimen dan melakukan uji coba, ketertarikan anak menyusun kategori dan hirarki, kemampuan anak dalam memahami hubungan sebab-akibat, kesenangan anak dalam materi matematika dan IPA, serta kemampuan anak dalam bermain puzzle.

Karena komputer yang tersedia untuk kelas sentra komputer hanya 2 buah, maka grup yang mengikuti sentra komputer akan dibagi menjadi dua unit kecil, dimana setiap unit akan memanfaatkan sebuah komputer, sehingga diupayakan setiap anak akan mendapat giliran untuk mencoba langsung materi yang diberikan melalui sarana komputer.

Untuk pengembangan kemampuan anak dalam mengerjakan teka-teki silang yang logis memang belum ada dalam pembelajaran yang dilaksanakan, untuk kelompok B pengembangan kemampuan ini diperoleh pada semester 2 melalui sentra matematika. Namun pembelajaran melalui permainan teka-teki yang lain sudah diupayakan, seperti maze (mencari jejak), mencari kejanggalan pada gambar, menyelesaikan gambar yang belum jadi, dan lain-lain.

Sedangkan untuk pengembangan kemampuan anak dalam keterampilan berhitung melalui sempoa dan permainan monopoli juga tidak dilakukan pada pembelajaran. Untuk keterampilan berhitung menggunakan media yang lain, yaitu menggunakan alat peraga seperti keterampilan berhitung menggunakan kelompok-kelompok benda konkrit, ronce manik-manik, dan sebagainya. Keterampilan berhitung melalui sempoa diselenggarakan pada ekstra kurikuler yang bisa diikuti oleh siswa yang berminat, dengan guru pengampu dari lembaga sempoa yang berkompeten, ekstra diselenggarakan setiap hari Sabtu. Sedangkan untuk pengembangan kemampuan anak melalui media permainan monopoli belum pernah dilakukan, sebab guru belum mendapatkan gambaran pembelajaran yang mungkin dilakukan dengan menggunakan media tersebut, serta indikator-indikator yang mungkin dapat tercapai apabila menggunakan media permainan monopoli. Dalam hal ini peneliti mendapatkan tantangan, untuk mempelajari permainan monopoli agar dapat digunakan untuk mengembangkan kecerdasan logical/mathematical pada anak usia Taman Kanak-kanak, yaitu pada bentuk dan cara penyampaiannya, indikator-indikator yang dapat dicapai melalui permainan ini, dan sebagainya.

E. KESIMPULAN

Dari hasil dan pembahasan, dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

1. TKIT Salman Al Farisi 2 telah menerapkan pembelajaran terpadu model webbed berbasis kecerdasan jamak, melalui pembelajaran bertema yang terfokus pada sentra-sentra, dengan pembelajaran yang terbagi menjadi tiga lingkaran waktu, saat lingkaran awal, saat lingkaran bermain, dan saat lingkaran akhir.
2. TKIT Salman Al Farisi 2 telah melakukan berbagai upaya untuk mengembangkan kecerdasan *logical/mathematical* pada pembelajaran terpadu model webbed berbasis kecerdasan jamak. Upaya-upaya yang telah dilakukan di Taman Kanak-Kanak Salman Al Farisi 2 dapat dilihat pada Tabel 6.
3. Khusus untuk pengembangan kemampuan anak dalam memahami bahasa komputer, pihak sekolah telah mengusahakan mewadahi melalui kelas sentra komputer.
4. Untuk pengembangan kemampuan anak dalam mengerjakan teka-teki silang dan keterampilan berhitung dilakukan dengan menggunakan media lain.

DAFTAR PUSTAKA

Fogarty Robin, (1991). *How to Integrate the Curricula.* Arlington Heights, Illinois : SkyLight, xi – xvii.

Gardner Howard, (1993) *Frames of Mind: The Theory of Multiple Intelligences.* Basic Book: New York.

Lazear David, (2000). *Pathways of Learning : Teaching Students and Parents about Multiple Intelligences.* Tucson, Arizona: Zephyr Press, 7-12.

Jean Piaget , (1974). *The Child and Reality*. New York : Peguin Books.

Papalia E. Diana & Olds Wendkos Sally. (1995) *Human Development*. USA : McGraw Hill Book Company.

____________________,(1989) *Psychology* USA : McGraw Hill Book Company

Seefeldt & Babrour, N. (1994) *Early Childhood Education*. New York : MacMillan College Publishing Company

Implementasi Model Pembelajaran Kooperatif Tipe *Teams-Games-Tournaments* (TGT) Guna Meningkatkan Kemandirian Belajar Mahasiswa Pada Perkuliahan Statistika Non Parametrik Mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika FMIPA UNY

Oleh:
Elly Arliani, Mathilda Susanti, Kana Hidayati
Jurdik Matematika FMIPA UNY

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk meningkatkan kemandirian belajar mahasiswa pada perkuliahan Statistika Non Parametrik mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika FMIPA UNY melalui model pembelajaran kooperatif tipe *Teams-Games-Tournaments (TGT)*

Penelitian ini merupakan penelitian tindakan kelas *(classroom action research).* Langkah-langkah penelitian yang dilaksanakan mengacu pada model Deborah South (2000). Adapun langkah-langkah penelitian tindakan yang akan dilaksanakan tersebut meliputi: (1) identifikasi fokus masalah, (2) pengumpulan data, (3) analisis data dan interpretasi hasil, (4) penyusunan rencana, dan (5) pelaksanaan. Partisipan penelitian adalah mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta yang menempuh mata kuliah Statistika Non Parametrik pada semester genap tahun akademik 2006/2007. Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah soal game, soal turnamen, lembar observasi kegiatan pembelajaran, angket respons mahasiswa, angket kemandirian belajar mahasiswa, lembar wawancara tentang pelaksanaan pembelajaran, catatan lapangan, dan kumpulan portofolio yang meliputi materi hasil diskusi (laporan) dan jawaban mahasiswa pada game dan turnamen

Hasil penelitian menunjukkan bahwa melalui implementasi model pembelajaran kooperatif tipe *Teams-Games-Tournaments (TGT)* pada pembelajaran Statistika Non Parametrik telah terjadi peningkatan kemandirian belajar mahasiswa. Pelaksanaan model pembelajaran kooperatif tipe TGT pada pembelajaran Statistika Non Parametrik tersebut dilaksanakan dengan tiga tahapan yaitu: *(1) Teaching*, yakni dosen menyampaikan materi secara garis besarnya saja, (*2) Team Study*, yakni mahasiswa belajar dalam kelompok-kelompok kecil dengan beranggotakan 4-6 mahasiswa yang heterogen baik kemampuan akademik maupun jenis kelamin, *dan (3) Tournament Game*, yakni meliputi *game* dan turnamen. Setelah melalui ketiga tahapan tersebut, diadakan kegiatan penghargaan kelompok. Penghargaan kelompok diberikan pada kelompok-kelompok yang memperoleh nilai tertinggi. Selain dari hasil observasi dan wawancara, hal tersebut juga terlihat dari adanya peningkatan persentase angket kemandirian belajar mahasiswa yaitu dari dari 58,11% pada siklus 1 menjadi 64,08% pada siklus lanjutan.

Kata Kunci: Pembelajaran kooperatif tipe *Teams-Games-Tournaments* (TGT), Statistika Non Parametrik, Kemandirian Belajar Mahasiswa

A. PENDAHULUAN

Pada kegiatan pembelajaran dalam perkuliahan di program studi Pendidikan Matematika FMIPA UNY saat ini, inovasi metode pembelajaran terus digalakkan oleh para dosen dalam rangka meningkatkan kualitas pembelajaran khususnya terkait dengan kemandirian belajar mahasiswa yang

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

pada akhirnya berimplikasi pada hasil belajar mahasiswa. Inovasi pembelajaran yang terus dilakukan tersebut di antaranya adalah pada mata kuliah Statistika Non Parametrik. Statistika Non Parametrik memiliki banyak konsep-konsep yang dapat dikonstruksi dari peristiwa-peristiwa yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari. Saat ini ada banyak buku statistika yang menyajikan contoh-contoh penerapan dalam kehidupan untuk menjelaskan konsep-konsep dalam statistika khususnya Statistika Non Parametrik. Namun dengan kegiatan pembelajaran secara klasikal aktivitas pembelajaran cenderung lebih bertumpu pada dosen sehingga kurang mengaktifkan mahasiswa. Mahasiswa masih dalam posisi sebagai objek dibanding sebagai subjek. Pasifnya sebagian besar mahasiswa dalam proses pembelajaran ini masih menjadi hambatan bagi dosen khususnya dalam mata kuliah Statistika Non Parametrik untuk meningkatkan kualitas proses pembelajaran. Selain itu berdasarkan hasil belajar dan kemandirian mahasiswa, pada mata kuliah ini dapat dikatakan belum sesuai harapan sehingga perlu untuk terus dilakukan inovasi berbagai strategi pembelajaran. Hal ini di antaranya berdasarkan nilai mahasiswa pada mata kuliah ini pada tahun sebelumnya yakni lebih dari 50% mahasiswa yang memperoleh nilai kurang dari B.

Teams-Games-Tournaments (TGT) merupakan salah satu tipe pembelajaran kooperatif, telah menjadi alternatif model pedagogis yang mulai popular di lingkungan perguruan tinggi. Landasan teori *TGT* adalah kolaborativisme, suatu perspektif yang berpendapat bahwa mahasiswa akan menyusun pengetahuan dengan cara membangun penalaran dari semua pengetahuan yang sudah dimilikinya dan dari semua yang diperoleh sebagai hasil kegiatan berinteraksi dengan sesama individu dan selanjutnya diiringi dengan adanya semangat untuk berkompetisi dalam belajar. Hal tersebut juga menyiratkan bahwa proses pembelajaran berpindah dari transfer informasi fasilitator-mahasiswa ke proses konstruksi pengetahuan yang sifatnya sosial dan individual. *TGT* memiliki gagasan bahwa pembelajaran dapat dicapai jika kegiatan pendidikan dipusatkan pada tugas-tugas atau permasalahan yang otentik-relevan dan dipresentasikan dalam suatu konteks secara kompetitif. Cara tersebut bertujuan agar mahasiswa memiliki pengalaman sebagaimana nantinya mereka menghadapi kehidupan profesionalnya. Pengalaman tersebut sangat penting sebagaimana dinyatakan dalam model pembelajaran Kolb (1996) yang menekankan bahwa pembelajaran akan efektif bila dimulai dengan pengalaman yang kongkrit (*concrete experience*). Salah satu keuntungan *TGT* adalah para mahasiswa didorong untuk mengeksplorasi pengetahuan yang telah dimilikinya kemudian mengembangkan ketrampilan pembelajaran yang *independent* untuk mengisi kekosongan yang ada. Hal tersebut merupakan pembelajaran seumur hidup karena ketrampilan tersebut dapat ditransfer ke sejumlah topik pembelajaran yang lain, baik di dalam maupun di luar universitas.

Berdasarkan uraian di atas, penggunaan model pembelajaran kooperatif tipe *Teams-Games-Tournaments (TGT)* secara tepat diharapkan dapat menciptakan partisipasi aktif mahasiswa dalam proses pembelajaran sehingga efektifitas proses belajar mengajar semakin meningkat. Permasalahan yang diajukan dalam penelitian ini adalah bagaimanakah meningkatkan kemandirian belajar mahasiswa pada perkuliahan Statistika Non Parametrik mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika FMIPA UNY melalui model pembelajaran kooperatif tipe *Teams-Games-Tournaments (TGT)* ?

B. TINJAUAN PUSTAKA

1. Pembelajaran Kooperatif

Menurut Johnson, Jonhson, and Smith (1991) yang dikutip oleh Felder dan Brent dalam www.ncsu.edu menyatakan bahwa:

"Cooperative learning (CL) is instruction that involves students working in teams to accomplish a common goal, under conditions that include the following

elements: 1) Positive interdependence; 2) Individual accountability; 3) Face-to-face promotive interaction; 4) Appropriate use of collaborative skills; 5) Group processing".

Selain itu, *cooperative learning* mempunyai tiga karakterisrik yaitu; (1) peserta didik bekerja dalam tim-tim belajar yang kecil (4-6 orang anggota); (2) peserta didik didorong untuk saling membantu dalam mempelajari bahan yang bersifat akademik atau dalam melakukan tugas kelompok; (3) peserta didik diberi imbalan atau hadiah atas dasar prestasi kelompok (Slavin, 1995). Muslimin Ibrahim, dkk (2000: 6-7) mengemukakan ciri-ciri pembelajaran kooperatif sebagai berikut: (1) Peserta didik bekerja dalam kelompok secara kooperatif untuk menuntaskan materi belajarnya, (2) Kelompok dibentuk dari peserta didik yang memiliki kemampuan tinggi, sedang, dan rendah, (3) Bilamana mungkin, anggota kelompok berasal dari ras, budaya, suku, jenis kelamin berbeda-beda, dan (4) Penghargaan lebih berorientasi kelompok ketimbang individu. Dalam pembelajaran kooperatif peran guru atau dosen adalah melakukan pemantauan terhadap kegiatan belajar peserta didik, mengarahkan keterampilan kerjasama dan memberi bantuan pada saat diperlukan. Aktivitas belajar berpusat pada peserta didik, sedangkan guru atau dosen sebagai fasilisator dan dinamisator.

Menurut Slavin (1995: 5-11) beberapa tipe dalam pembelajaran kooperatif diantaranya:

1. *Student Teams-Achievement Divitions* (STAD)

   Student Teams-Achievement Divitions (STAD) merupakan tipe pembelajaran kooperatif yang sederhana. Terdapat lima tahapan pembelajaran dalam STAD yaitu presentasi kelas, belajar kelompok, kuis, peningkatan individu, dan penghargaan kelompok.

2. *Jigsaw*

Dalam penerapan *Jigsaw*, peserta didik dibagi dalam kelompok kecil yang heterogen dengan menggunakan pola kelompok “asal“ dan kelompok “ahli“.

3. *Teams-Games-Tournaments* (TGT)

   Pembelajaran kooperatif tipe TGT, peserta didik dikelompokkan dalam kelompok-kelompok yang heterogen. Setelah guru atau dosen menyajikan bahan pelajaran, tim mengerjakan lembar-lembar kerja, saling mengajukan pertanyaan, dan belajar bersama untuk persiapan menghadapi turnamen yang biasanya dilaksanakan seminggu sekali. Dalam turnamen ini tim ditentukan beranggotakan tiga orang yang mempunyai kemampuan serupa (atas dasar hasil minggu sebelumnya).

4. *Team Accelerated Intruction* (TAI)

   TAI didesain khusus untuk pembelajaran matematika. Tahap-tahap dalam TAI antara lain: tes penempatan, belajar kelompok, perhitungan nilai kelompok dan pemberian penghargaan bagi kelompok.

5. *Cooperative Integrated Reading and Composition* (CIRC)

   CIRC merupakan salah satu tipe pembelajaran kooperatif yang khusus diterapkan pada pembelajaran membaca dan menulis di sekolah. Peserta didik dibagi dalam kelompok berdasarkan tingkat kecepatan membacanya. Dalam kelompok tersebut mereka saling bertukar informasi mengenai bacaan yang mereka baca, memprediksi bagaimana akhir dari suatu cerita naratif, menuliskan respons mengenai bacaan, dan sebagainya.

2. Pembelajaran Kooperatif Tipe *Teams-Games-Tournaments* (TGT)

Teams-Games-Tounaments (TGT) merupakan bagian dari pembelajaran kooperatif yang menggabungkan kelompok belajar dengan kompetisi kelompok, dan bisa digunakan untuk meningkatkan pembelajaran beragam fakta, materi pokok atau keterampilan. TGT menggunakan pertandingan atau kompetisi akademik, di mana para perwakilan peserta didik yang memiliki kemampuan akademis yang sama dari setiap kelompok akan saling berkompetisi. Dalam TGT keberhasilan lebih diorientasikan pada keberhasilan kelompok dari pada keberhasilan individu.

Menurut Slavin (1995: 84-86) tahapan-tahapan dalam TGT yang perlu diperhatikan adalah sebagai berikut:

1. Presentasi Kelas

Dalam presentasi guru atau dosen memyampaikan materi pembelajaran secara garis besarnya saja. Kegiatan ini bertujuan untuk mempersiapkan kondisi peserta didik dalam mengikuti pembelajaran.

2. Belajar Kelompok

Kelompok terdiri atas empat sampai lima orang yang heterogen misalnya akademik dan jenis kelamin, jika memungkinkan suku, ras atau kelas sosial. Belajar kelompok bertujuan untuk semua anggota mempersiapkan diri untuk mengikuti g*ame* dan turnamen dengan sebaik-baiknya. Diharapkan tiap anggota kelompok melakukan hal yang terbaik bagi kelompoknya dan adanya usaha kelompok untuk membantu anggota-anggota kelompoknya sehingga dapat meningkatkan kemampuan akademik dan menumbuhkan pentingnya kerjasama diantara peserta didik serta meningkatkan rasa percaya diri peserta didik.

3. Game (Permainan)

Permainan (*game*) dibuat dengan isi pertanyaan-pertanyaan untuk mengetahui pengetahuan dan pemahaman peserta didik setelah presentasi kelas dan belajar kelompok. Ketika pelaksanaan *game* peserta didik mengambil kartu bernomor dan berusaha untuk menjawab pertanyaan sesuai dengan nomor. Aturan dalam *game* membolehkan setiap peserta *game* untuk merebut pertanyaan yang tidak dapat dijawab atau pun pertanyaan yang dapat dijawab namun masih belum benar dari pemain.

4. Tourmanent (kompetisi)

Turnamen (kompetisi) biasanya diselenggarakan akhir minggu, setelah guru melakukan presentasi kelas dan kelompok-kelompok mempraktikan tugas-tugasnya. Untuk turnamen pertama guru atau dosen memberikan peserta didik permainan meja-tiga, peserta didik dengan kemampuan tertinggi di meja 1, meja 2, dan seterusnya. Kompetisi ini merupakan sistem penilaian kemampuan perorangan dalam TGT, memungkinkan bagi peserta didik dari semua level di penampilan sebelumnya untuk memaksimalkan nilai kelompok mereka menjadi yang terbaik.

5. Penghargaan Kelompok

Setelah mengikuti *game* dan turnamen, setiap kelompok akan memperoleh poin. Rata-rata poin kelompok yang diperoleh dari *game* dan turnamen akan digunakan sebagai penentu penghargaan kelompok. Apabila rata-rata poin kelompok yang diperoleh telah melewati kriteria yang ditentukan maka kelompok tersebut berhak memperoleh penghargaan. Penghargaan kelompok dapat berupa hadiah, sertifikat, dan sebagainya.

Menurut Johnson & Johnson yang dikutip oleh Carolyn W. Rouviere (www.maa.org) :

> *"Teams-Games-Tournaments (TGT) is cooperative learning activity which consists of teaching, team study, and tournament game".*

Tahapan-tahapan dalam TGT menurut Johnson & Johnson yaitu sebagai berikut:

1. Teaching (Tahap Mengajar)

Dalam tahap ini guru mengajarkan materi pelajaran yang akan digunakan dalam kompetisi maupun games. Materi yang diajarkan hanya secara garis besarnya saja. Tahap ini meliputi pembukaan yang dapat memotivasi peserta didik dalam belajar, membangun suatu pengetahuan awal mengenai materi tersebut, dan memberikan petunjuk pelaksanaan TGT termasuk pembentukan kelompok. Tahap ini dapat dilaksanakan dalam satu kali pertemuan.

2. *Team Study* (Tahap Belajar dalam Kelompok)

Dalam tahap, ini anggota kelompok mempunyai tugas untuk mempelajari materi pelajaran secara tuntas dan saling membantu dalam mempelajari materi tersebut. Selama tahap ini guru atau dosen membuat aturan-aturan antara lain:

a. Setiap peserta didik dalam kelompok harus sudah mempelajari materi yang telah diberikan sebelumnya.
b. Tidak seorang pun boleh meninggalkan kelompok belajarnya sampai semua anggota kelompok selesai mempelajari materi secara tuntas.
c. Semua anggota kelompok harus saling membantu dalam mempelajari materi. Jika mengalami kesulitan harus didiskusikan terlebih dahulu dengan kelompoknya sebelum bertanya kepada guru atau dosen.
d. Setiap anggota kelompok dalam berdiskusi hendaknya dilakukan dengan suara perlahan, sehingga kelompok lain tidak mengetahui hasil diskusi tersebut.

3. *Tournament Game* (Tahap Kompetisi)

Dalam tahap ini setiap kelompok mewakilkan anggotanya untuk maju ke meja kompetisi, di atas meja tersebut telah tersedia kartu. Kemudian siswa mengambil sebuah kartu dan membacanya keras-keras. Kelompok yang mengambil pertanyaan tersebut harus menjawab, jika jawaban salah atau ada jawaban lain maka kelompok lawan harus dapat mengajukan jawaban. Kemudian setelah masing-masing kelompok berusaha menjawab, maka dibuka kartu jawabannya. Setiap jawaban kelompok yang benar diberikan poin, dan poin tersebut dijumlahkan sebagai poin kelompok.

Berdasarkan teori-teori mengenai pembelajaran kooperatif tipe TGT di atas, peneliti menggunakan teori pembelajaran kooperatif tipe TGT yang dikemukakan oleh Johnson & Johnson sebagai acuan dalam menerapkan model pembelajaran tipe TGT pada perkuliahan Statistika Non Parametrik Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY.

C. Kemandirian Belajar

Kadang orang mengasumsikan bahwa mandiri dalam belajar berarti mahasiswa bekerja sendiri. Menurut Broadley et al. (1996) dalam Mynard et al (2004) mengatakan bahwa belajar sendiri tidak otomatis mengembangkan kemandirian belajar mahasiswa dalam belajar mandiri mahasiswa boleh bertanya, diskusi, atau minta penjelasan dari orang lain. Sedangkan menurut Knowless 1975 dalam Anung H (2004) menyatakan bahwa mahasiswa yang belajar mandiri artinya tidak menggantungkan diri pada bantuan, pengawasan, dan arahan orang lain termasuk dosen, secara terus menerus. Mahasiswa harus mempunyai kretaivitas dan iniosiatif sendiri serta mampu bekerja sendiri dengan merujuk pada bimbingan yang diperolehnya.

Ada beberapa istilah tentang kemandirian belajar yakni *learner autonomy independent learning, lifelong learning, learning to learn, thinking skills* (Sinclair, 2001) dalam Mynard et al (2004). Semua istilah tersebut menyatakan konsep bahwa pebelajar atau mahasiswa terlibat dalam proses pembelajaran mereka sendiri. Dalam hal ini mahasiswa mempunyai tanggung jawab terhadap proses berfikir dan belajar mereka dan tidak hanya menggantungkan pada dosen saja.

Kemandirian belajar diindikasikan oleh pebelajar yang mandiri. Menurut Kesten (1987) pebelajar yang mandiri memilki karakteristik: (1) Mempunyai motivasi sendiri dalam belajar, (2) Mempunyai minat dan strategi belajar untuk mencari pemaknaan dan penyelesaian, dan (3) Dapat belajar secara efektif di luar kelas. Beberapa hal yang dapat mempengaruhi kemandirian belajar mahasiswa antara lain (Kesten, 1987): (1) Bagaimana pengajar menciptakan lingkungan yang mendukung kemandirian belajar mahasiswa, (2) Kesempatan untuk membimbing mahasiswa agar aktif dan mandiri, (3) Mengenal faktor-faktor yang menaikkan motivasi, menciptakan bahwa pengajaran revolve atau mengenalkan bahwa yang dipelajari merupakan kebutuhan di lingkungan sehari-hari dari mahasiswa, (4) Memandang mahasiswa sebagai partner dalam proses pembelajaran dan menciptakan lingkungan agar mahasiswa dapat menerapkan belajar secara mandiri.

Menurut Hermann Holstein (1996) kemandirian disebut juga keswakaryaan (kegiatan sendiri). Keswakaryaan ini dapat ditunjukkan dalam bentuk berbuat sendiri secara aktif yang dapat dilihat dan dicatat serta spontanitas (berbuat atas inisiatif sendiri). Adapun ciri-ciri kemandirian menurut Suadirman (1984: 105-107) adalah: (1) Adanya kecenderungan untuk berpendapat, berperilaku, dan bertindak sendiri secara bebas serta tidak tergantung pada orang lain, (2) Mempunyai keinginan yang kuat untuk mencapai tujuan, (3) Membuat perencanaan dan berusaha dengan ulet dan tekun untuk mewujudkan harapannya, (4) Mampu berpikir dan bertindak secara kreatif penuh inisiatif dan tidak sekedar menerima, (5) Mempunyai kecenderungan untuk mencapai kemajuan yaitu meningkatkan prestasinya, (6) Dalam menghadapi masalah mencoba menyelesaikan sendiri tanpa bantuan orang lain, (7) Mampu menentukan sendiri tentang sesuatu yang harus dilaluinya tanpa mengharapkan bimbingan dan pengarahan orang lain.

Menurut Robert Ronger (1990) seseorang dikatakan mandiri jika: 1) Dapat bekerja sendiri secara fisik, 2) Dapat berpikir sendiri, 3) Dapat menyusun ekspresi atau gagasan yang dimengerti orang lain, dan 4) Kegiatan yang dilakukan disahkan sendiri secara emosional. Kaitannya dengan kemandirian belajar, Goodman and Smart (Muji R, 1999: 10) menyatakan bahwa kemandirian mencakup tiga aspek yaitu:

1. *Independent* (ketidak tergantungan) *Independent* didefinisikan sebagai perilaku yang aktifitasnya diarahkan pada diri sendiri, tidak mengharapkan pengarahan orang lain, dan bahkan mencoba serta menyelesaikan masalahnya sendiri tanpa minta bantuan orang lain.
2. *Autonomi* (menetapkan hak mengurus sendiri) atau disebut juga kecennderungan berperilaku bebas dan original.
3. *Sefl Reliance* merupakan perilaku yang didasarkan pada kepercayaan diri sendiri.

Berdasarkan uraian di atas, dapat disimpulkan bahwa seseorang yang berperilaku mandiri adalah perilaku seseorang yang didasarkan kebebasan dari pengaruh orang lain, bertanggung jawab, berani menanggung resiko atas sesuatu yang dilakukan, mengontrol pelaksanaan tugas yang dikerjakan, tepat waktu dan ulet, tidak menggantungkan diri pada orang lain, memiliki kebebasan menentukan strategi, memiliki keyakinan dalam belajar, berinisiatif, tegas, dan percaya diri.

C. METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian tindakan kelas *(classroom action research).* Langkah-langkah penelitian yang dilaksanakan mengacu pada model Deborah South (2000). Adapun langkah-langkah penelitian tindakan yang akan dilaksanakan tersebut meliputi: (1) identifikasi fokus masalah, (2) pengumpulan data, (3) analisis data dan interpretasi hasil, (4) penyusunan rencana, dan (5) pelaksanaan. Langkah-langkah tersebut bukan siklus yang bersifat linier tetapi siklus yang bersifat dialektik, yakni setiap langkah saling terkait dengan langkah lainnya dimana kegiatan dalam suatu langkah dapat dilihat, dihubungkan atau diberi masukan oleh langkah lainnya. Dengan kata lain, langkah-langkah penelitian tersebut bersifat spiral atau suatu lingkaran terbuka. Kegiatannya berulang tetapi dalam lingkup yang lebih luas. Partisipan penelitian ini adalah mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika FMIPA

UNY yaitu mereka yang pada semester genap tahun akademik 2006/2007 menempuh mata kuliah Statistika Non Parametrik. Fokus penelitian meliputi kemandirian belajar mahasiswa dan seluruh proses pembelajaran.

Instrumen utama dalam penelitian ini adalah peneliti karena bertindak sebagai perencana, pelaksana pengumpul data, penganalisis, penafsir data, dan pelapor hasil penelitian. Peneliti menggunakan soal game, soal turnamen, lembar observasi kegiatan pembelajaran, angket respons mahasiswa, angket kemandirian belajar mahasiswa, lembar wawancara tentang pelaksanaan pembelajaran, catatan lapangan, dan kumpulan portofolio yang meliputi materi hasil diskusi (laporan) dan jawaban mahasiswa pada game dan turnamen. Teknik pengumpulan data meliputi identifikasi pengalaman sendiri, pengungkapan dengan teknik wawancara, angket, observasi, dan tes serta pembuktiannya dilakukan dengan data-data yang bersifat dokumenter. Analisis data dilakukan secara kontinu selama kegiatan penelitian dilaksanakan. Dalam penelitian ini, analisis data dan interpretasi hasil dilakukan sambil jalan dengan kegiatan mengumpulkan data. Teknik analisis dan interpretasinya bersifat kualitatif yang berbentuk naratif kualitatif.

D. HASIL DAN PEMBAHASAN

Penelitian ini merupakan penelitian tindakan kelas *(classroom action research)* yang mengacu pada angkah-langkah penelitian model Deborah South (2000) yakni meliputi: (1) identifikasi fokus masalah, (2) pengumpulan data, (3) analisis data dan interpretasi hasil, (4) penyusunan rencana, dan (5) pelaksanaan. Penelitian ini dilaksanakan pada perkuliahan Statistika Non Parametrik semester genap tahun akademik 2006/2007. Berdasarkan penelitian yang telah dilaksanakan, berikut secara rinci deskripsi hasil penelitian pada masing-masing langkah.

a. Identifikasi fokus masalah.

Mengidentifikasi fokus masalah merupakan kegiatan yang mengawali kegiatan penelitian. Kegiatan identifikasi fokus masalah dilakukan tim peneliti melalui pengamatan terhadap kegiatan pembelajaran yang berlangsung pada awal-awal perkuliahan dilanjutkan dengan refleksi dan diskusi oleh tim peneliti. Hasil dari kegiatan ini adalah dipilih fokus permasalahan mengenai kemandirian belajar mahasiswa, karena tampak dalam perkuliahan bahwa mahasiswa kurang mandiri dan cenderung bergantung pada dosen, kurang inisiatif untuk mengembangkan diri, serta pasif selama kegiatan pembelajaran berlangsung.

b. Pengumpulan data.

Pengumpulan data dalam langkah ini dilakukan tim peneliti dengan menghimpun dokumen-dokumen, mengingat-ingat kegiatan pembelajaran serta hasil pembelajaran yang pernah dilakukan khususnya pada pelaksanaan perkuliahan Statistika Non Parametrik, serta mencermati topik-topik yang dibahas dalam Statistika Non Parametrik, buku, media, dan sumber belajar yang dapat digunakan. Selain itu juga mempertimbangkan kesulitan yang mungkin dihadapi serta keberhasilan yang mungkin akan dicapai. Dalam hal ini pengumpulan data dilakukan dengan tetap memperhatikan fokus masalah yakni kemandirian belajar mahasiswa.

c. Analisis dan interpretasi data.

Seteleh data terkumpul, selanjutnya tim peneliti melakukan analisis secara kualitatif. Berdasarkan hasil analisis data, tim peneliti sepakat untuk melakukan kegiatan pembelajaran Statistika Non Parametrik dengan menggunakan model pembelajaran kooperatif tipe *Teams-Games-Tournaments (TGT)* guna meningkatkan kemandirian belajar mahasiswa.

d. Penyusunan rencana.

Berdasarkan hasil analisis dan interpretasi data, selanjutnya tim peneliti menyusun perencanaan pelaksanaan kegiatan pembelajaran menggunakan model pembelajaran kooperatif tipe *Teams-Games-Tournaments (TGT)*. Memperhatikan waktu perkuliahan dan keterlaksanaannya, materi yang dipilih untuk kegiatan pembelajaran dengan menggunakan model TGT ini adalah tes median, tes kemungkinan eksak dari Fisher, tes khi kuadrat, Uji U Mann-Whitney, tes Kolmogorov-Smirnov, tes run Wald Wolfowitz, tes Reaksi Ekstrem Moses, dan tes Randomisasi. Dari materi tersebut tim peneliti sepakat untuk siklus 1 dilakukan pada materi tes median, tes kemungkinan eksak dari Fisher, tes khi kuadrat, Uji U Mann-Whitney, sedangkan siklus berikutnya akan dilakukan pada materi tes Kolmogorov-Smirnov, tes run Wald Wolfowitz, tes Reaksi Ekstrem Moses, dan tes Randomisasi. Setelah materi disepakati oleh tim peneliti, dilanjutkan penyusunan soal game dan soal turnamen. Selain itu juga mempersiapkan media yang digunakan yakni dalam bentuk transparansi dan kartu diskusi, serta berbagai instrumen untuk mengumpulkan data seperti lembar observasi kegiatan pembelajaran, angket respons mahasiswa, angket kemandirian belajar mahasiswa, lembar wawancara tentang pelaksanaan pembelajaran, dan lembar catatan lapangan.

e. Pelaksanaan.

Pada langkah ini, tim peneliti melaksanakan kegiatan yang telah direncanakan. Pelaksanaan pembelajaran dilakukan dengan salah satu anggota tim peneliti yang memang merupakan dosen pengampu mata kuliah sebagai pelaksana kegiatan pembelajaran Statistika Non parametrik dengan menggunakan model pembelajaran kooperatif tipe *Teams-Games-Tournaments (TGT),* sedangkan tim peneliti yang lain bertindak sebagai observer. Selama pelaksanaan kegiatan juga diadakan evaluasi dan monitoring serta pengumpulan data dengan menggunakan berbagai teknik pengumpulan data yang telah disiapkan. Hasil pengumpulan data didokumentasikan secara seksama guna penyempurnaan rancangan maupun pelaksanaan tindakan berikutnya.

Hasil Kegiatan Pembelajaran Siklus I

Awal siklus I, mahasiswa memperoleh informasi mengenai perkuliahan Statistika Non Paramaterik yang akan dilakukan dengan menggunakan model pembelajaran kooperatif tipe *Teams-Games-Tournaments (TGT)* pada materi tes median, tes kemungkinan eksak dari Fisher, tes khi kuadrat, Uji U Mann-Whitney dan mahasiswa dibagi dalam 8 kelompok yang masing-masing terdiri atas 4-6 mahasiswa. Siklus 1 dilaksanakan dalam dua pertemuan yakni pada tanggal 2 Mei 2007 dan 9 Mei 2007. Pada kegiatan perkuliahan tanggal 2 Mei 2007, dosen mengawali dengan memberikan penjelasan secara garis besarnya dilanjutkan dengan diskusi kelompok dan game. Akhir perkuliahan dosen memberikan umpan balik dan respon serta komentar terhadap pekerjaan dan hasil diskusi mahasiswa. Pada kegiatan perkuliahan tanggal 9 Mei 2007, dosen mengawali dengan memberikan apersepsi dan pengulangan secara garis besar terutama terkait dengan materi sebelumnya yang belum dipahami, dilanjutkan dengan diskusi kelompok dan turnamen. Akhir perkuliahan dosen juga memberikan umpan balik dan respon serta komentar terhadap pekerjaan dan hasil diskusi mahasiswa. Selain itu, dosen juga memberikan penghargaan kepada kelompok yang nilainya tertinggi. Pada akhir kegiatan siklus I ini mahasiswa diminta mengisi angket kemandirian belajar dan beberapa mahasiswa diwawancarai guna memperoleh informasi terkait dengan kegiatan pembelajaran yang telah dilaksanakan.

Berdasarkan hasil observasi, pada pelaksanaan pembelajaran pertama, terlihat bahwa awalnya mahasiswa masih banyak yang pasif dan enggan bertanya. Namun demikian diskusi dalam tiap kelompok berjalan lancar. Kepasifan mahasiswa mulai berubah ketika diadakan game, mahasiswa tampak antusias dan semangat. Demikian juga pada pelaksanaan pembelajaran yang kedua, ketika akan dilaksanakan turnamen mahasiswa tampak antusias dan semangat. Selain itu, pada pertemuan kedua ini mahasiswa tampak lebih siap mengikuti kegiatan perkuliahan dan banyak yang mau menyampaikan pertanyaan tentang materi yang belum dipahami. Namun demikian, baik untuk pertemuan pertama dan kedua terasa sekali bahwa waktu untuk pembahasan masih kurang sehingga karena waktunya telah habis ada beberapa pembahasan yang disampaikan dosen secara garis besar sehingga tampak beberapa mahasiswa masih kesulitan memahami. Selain itu kemandirian belajar mahasiswa juga tampak masih kurang.

Berdasarkan hasil refleksi terhadap kegiatan pembelajaran dan memperhatikan hasil observasi, wawancara, isian angket kemandirian belajar, dan hasil belajar mahasiswa, pada siklus berikutnya perlu ada perbaikan dalam kegiatan pembelajaran antara lain: (1) Sebaiknya dosen terus memotivasi agar pada perkuliahan berikutnya mahasiswa harus sudah mempelajari materi terlebih dahulu. Dengan demikian ketika perkuliahan berlangsung mahasiswa diharapkan lebih siap dan cermat memperhatikan penjelasan baik dari teman maupun dosen, (2) Alokasi waktu untuk review dari dosen perlu diperbanyak bahkan bila perlu kunci jawaban untuk game dan turnamen dipersiapkan dalam bentuk hardcopy, dan (3) Komunikasi antara dosen dan mahasiswa perlu ditingkatkan agar mahasiswa tidak segan bertanya atau menanggapi.

Hasil Kegiatan Pembelajaran Siklus Berikut (Siklus Lanjutan)

Awal siklus II, mahasiswa kembali memperoleh informasi mengenai perkuliahan Statistika Non Paramaterik yang akan dilakukan dengan menggunakan model pembelajaran kooperatif tipe *Teams-Games-Tournaments (TGT)* pada materi tes Kolmogorov-Smirnov, tes run Wald Wolfowitz, tes Reaksi Ekstrem Moses, dan tes Randomisasi. Siklus lanjutan ini juga dilaksanakan dalam dua pertemuan yakni pada tanggal 16 Mei 2007 dan 23 Mei 2007. Pada kegiatan perkuliahan tanggal 16 Mei 2007, dosen mengawali dengan memberikan penjelasan secara garis besarnya dilanjutkan dengan diskusi kelompok dan game. Akhir perkuliahan dosen memberikan umpan balik dan respon serta komentar terhadap pekerjaan dan hasil diskusi mahasiswa. Pada kegiatan perkuliahan tanggal 23 Mei 2007, dosen mengawali dengan memberikan apersepsi dan pengulangan secara garis besar terutama terkait dengan materi sebelumnya yang belum dipahami, dilanjutkan dengan diskusi kelompok dan turnamen. Akhir perkuliahan dosen juga memberikan umpan balik dan respon serta komentar terhadap pekerjaan dan hasil diskusi mahasiswa. Selain itu, dosen juga memberikan penghargaan kepada kelompok yang nilainya tertinggi. Pada akhir kegiatan siklus lanjutan ini mahasiswa diminta mengisi angket kemandirian belajar, angket respons mahasiswa dan beberapa mahasiswa diwawancarai guna memperoleh informasi terkait dengan kegiatan pembelajaran yang telah dilaksanakan.

Berdasarkan hasil refleksi terhadap kegiatan pembelajaran dan memperhatikan hasil observasi, wawancara, isian angket kemandirian belajar, dan hasil belajar mahasiswa, pada siklus lanjutan ini dapat dikatakan mahasiswa lebih siap dan cermat dalam mengikuti perkuliahan serta mahasiswa tampak lebih aktif dan mandiri dibandingkan sebelumnya.

Hasil Angket Kemandirian Belajar Mahasiswa

Selain dari observasi dan wawancara, kemandirian belajar mahasiswa juga diungkap melalui isian pada angket kemandirian belajar mahasiswa. Untuk siklus 1, dari 39 angket yang diberikan terdapat 32 angket yang kembali pada peneliti. Jumlah ini dapat dianggap sudah cukup mewakili untuk dianalisis. Sedangkan untuk siklus lanjutan, dari 39 angket yang diberikan terdapat 31 angket yang kembali pada peneliti. Jumlah ini pun sudah dapat dianggap mewakili untuk dianalisis.

Persentase hasil angket kemandirian belajar mahasiswa pada siklus 1 dapat dilihat pada Tabel 1 dan untuk siklus lanjutan dapat dilihat pada Tabel 2 berikut ini.

Tabel 1. Persentase Hasil Angket Kemandirian Belajar Mahasiswa Siklus 1

No	Pernyataan	SS	S	TS	STS
1	Saya yakin dapat mengikuti kegiatan perkuliahan dengan baik.	6,3	65,6	28,1	0,0
2	Saya yakin dapat memperoleh nilai yang baik dalam perkuliahan ini.	12,5	75,0	12,5	0,0
3	Saya yakin dapat menyelesaikan masalah atau soal dengan baik	0,0	87,5	12,5	0,0
4	Saya yakin dapat bekerjasama dengan orang lain.	15,6	78,1	6,3	0,0
5	Saya yakin mampu mengkomunikasikan ide.	3,1	78,1	18,8	0,0
6	Saya yakin mampu menyadari kelebihan dan kekurangan saya.	9,4	81,3	9,4	0,0
7	Saya menetapkan strategi belajar dalam mengikuti perkuliahan ini.	0,0	56,3	43,8	0,0
8	Saya mengevaluasi strategi belajar yang telah saya tetapkan.	0,0	59,4	40,6	0,0
9	Saya mengevaluasi setiap hasil belajar yang saya capai.	0,0	62,5	37,5	0,0
10	Saya membuat jadwal belajar dan berusaha menepatinya.	6,3	28,1	65,6	0,0
11	Saya menentukan target nilai yang ingin saya capai.	15,6	78,1	6,3	0,0
12	Saya berpartisipasi aktif dalam kegiatan perkuliahan.	0,0	71,9	31,3	0,0
13	Saya antusias dalam mengikuti kegiatan perkuliahan.	6,3	59,4	34,4	0,0
14	Saya mampu memfokuskan perhatian dalam kegiatan perkuliahan.	0,0	53,1	46,9	0,0
15	Saya mempelajari terlebih dahulu materi yang akan dipelajari.	0,0	53,1	46,9	0,0
16	Saya mengulang kembali materi yang telah dipelajari.	0,0	40,6	59,4	0,0
17	Saya mengerjakan soal-soal latihan, meskipun bukan sebagai tugas perkuliahan.	0,0	15,6	84,4	0,0
18	Saya berusaha mencari referensi yang	3,1	50,0	46,9	0,0

	menunjang perkuliahan.				
19	Jika mengalami kesulitan, saya berusaha menyelesaikannya dengan berbagai cara seperti mencari referensi yang relevan, berdiskusi dengan teman, atau bertanya kepada dosen.	0,0	87,5	12,5	0,0
20	Saya menganggap kesulitan atau hambatan dalam belajar sebagai tantangan.	0,0	81,3	18,8	0,0
21	Saya memanfaatkan waktu luang untuk mempelajari materi perkuliahan.	0,0	40,6	56,3	3,1
22	Saya mencermati kenaikan dan penurunan nilai yang saya peroleh.	18,8	78,1	3,1	0,0

Berdasarkan tabel di atas, secara keseluruhan respons SS dan S pada siklus 1 adalah sebesar, 58,11%.

Tabel 2. Persentase Hasil Angket Kemandirian Belajar Mahasiswa

Siklus Lanjutan

No	Pernyataan	SS	S	TS	STS
1	Saya yakin dapat mengikuti kegiatan perkuliahan dengan baik.	22,6	41,9	35,5	0,0
2	Saya yakin dapat memperoleh nilai yang baik dalam perkuliahan ini.	10,8	45,9	27,0	0,0
3	Saya yakin dapat menyelesaikan masalah atau soal dengan baik	5,4	51,4	27,0	0,0
4	Saya yakin dapat bekerjasama dengan orang lain.	16,2	64,9	2,7	0,0
5	Saya yakin mampu mengkomunikasikan ide.	10,8	43,2	29,7	0,0
6	Saya yakin mampu menyadari kelebihan dan kekurangan saya.	16,2	62,2	5,4	0,0
7	Saya menetapkan strategi belajar dalam mengikuti perkuliahan ini.	8,1	54,1	21,6	0,0
8	Saya mengevaluasi strategi belajar yang telah saya tetapkan.	2,7	51,4	29,7	0,0

9	Saya mengevaluasi setiap hasil belajar yang saya capai.	2,7	48,6	32,4	0,0
10	Saya membuat jadwal belajar dan berusaha menepatinya.	5,4	24,3	54,1	0,0
11	Saya menentukan target nilai yang ingin saya capai.	8,1	62,2	13,5	0,0
12	Saya berpartisipasi aktif dalam kegiatan perkuliahan.	8,1	62,2	13,5	0,0
13	Saya antusias dalam mengikuti kegiatan perkuliahan.	5,4	37,8	40,5	0,0
14	Saya mampu memfokuskan perhatian dalam kegiatan perkuliahan.	5,4	45,9	32,4	0,0
15	Saya mempelajari terlebih dahulu materi yang akan dipelajari.	2,7	27,0	54,1	0,0
16	Saya mengulang kembali materi yang telah dipelajari.	2,7	48,6	32,4	0,0
17	Saya mengerjakan soal-soal latihan, meskipun bukan sebagai tugas perkuliahan.	2,7	16,2	64,9	0,0
18	Saya berusaha mencari referensi yang menunjang perkuliahan.	2,7	16,2	62,2	2,7
19	Jika mengalami kesulitan, saya berusaha menyelesaikannya dengan berbagai cara seperti mencari referensi yang relevan, berdiskusi dengan teman, atau bertanya kepada dosen.	0,0	70,3	13,5	0,0
20	Saya menganggap kesulitan atau hambatan dalam belajar sebagai tantangan.	5,4	64,9	13,5	0,0
21	Saya memanfaatkan waktu luang untuk mempelajari materi perkuliahan.	5,4	29,7	48,6	0,0
22	Saya mencermati kenaikan dan penurunan nilai yang saya peroleh.	10,8	62,2	10,8	0,0

Berdasarkan tabel di atas, secara keseluruhan respons SS dan S pada siklus lanjutan ini sebesar 64,08%.

Hasil Angket Respons Mahasiswa

Tanggapan mahasiswa terhadap kegiatan pembelajaran yang dilakukan diperoleh dari data angket respons mahasiswa. Terdapat 31 angket yang kembali pada peneliti. Adapun persentase hasil angket respons mahasiswa disajikan dalam Tabel 3 berikut.

Tabel 3. Persentase Hasil Angket Respons Mahasiswa

No	Pernyataan	SS	S	KS	TS	STS
1	Strategi perkuliahan yang digunakan membantu meningkatkan pemahaman saya terhadap materi perkuliahan.	9,7	67,7	22,6	0,0	0,0
2	Teknik dosen mengajar membantu meningkatkan pemahaman saya terhadap materi perkuliahan.	6,5	54,8	35,5	3,2	0,0
3	Suasana perkuliahan mendukung pemahaman saya terhadap materi perkuliahan.	3,2	19,4	67,7	9,7	0,0
4	Belajar dengan menggunakan model kooperatif tipe *TGT* ini membantu saya untuk semakin mandiri.	16,1	64,5	19,4	0,0	0,0
5	Pemberian penghargaan pada perkuliahan ini meningkatkan semangat belajar saya.	25,8	64,5	9,7	0,0	0,0
6	Saya senang dengan adanya games dan turnamen dalam pembelajaran Statistika Non Parametrik ini.	25,8	64,5	9,7	0,0	0,0
7	Saya senang dengan kegiatan diskusi kelompok yang dilakukan sebelum pelaksanaan games dan turnamen.	6,5	64,5	29,0	0,0	0,0
8	Umpan balik atau respons dari dosen dalam kegiatan diskusi atau pembahasan soal games dan turnamen memperjelas materi yang	6,5	51,6	38,7	0,0	3,2

	sedang dipelajari.					
9	Strategi pembelajaran yang dikembangkan menuntut saya untuk lebih rajin belajar	3,2	67,7	29,0	0,0	0,0
10	Saya berminat mengikuti kegiatan pembelajaran sebagaimana yang telah saya ikuti ini.	6,5	74,2	19,4	0,0	0,0
11	Strategi pembelajaran yang diterapkan dapat menjadi bekal bagi saya untuk menjadi guru yang professional.	19,4	71,0	9,7	0,0	0,0
12	Strategi Pembelajaran yang dikembangkan dapat melatih saya untuk bekerjasama, berdiskusi, dan mengkomunikasikan ide.	19,4	80,6	0,0	0,0	0,0

Berdasarkan Tabel 3 di atas, menunjukkan bahwa secara keseluruhan respons SS dan S sebesar 74,46%.

B. Pembahasan

Pelaksanaan perkuliahan statistika Non Parametrik dengan menggunakan model pembelajaran kooperatif tipe TGT *(Teams-Games-Tournaments)* ini dilakukan dengan urutan tahapan dari Johnson & Johnson yang meliputi: *(1) Teaching* (Tahap Mengajar), (*2) Team Study* (Tahap Belajar dalam Kelompok), dan *(3) Tournament Game* (Tahap Kompetisi). Dalam pembelajaran, mahasiswa yang lebih banyak berperan. Tahapan *Teaching* (Mengajar) oleh dosen dilakukan dengan menyampaikan materi yang akan dipelajari secara garis besarnya saja. Hal tersebut dilakukan dalam rangka mempersiapkan mahasiswa pada kondisi untuk siap dalam mengikuti pembelajaran.

Setelah dosen selesai menyampaikan materi secara gasir besar, mahasiswa akan belajar mandiri dalam kelompok. Pembelajaran tidak lagi terpusat pada dosen, akan tetapi lebih terpusat pada mahasiswa dimana mahasiswa berusaha menemukan, memahami, dan mengkonstruksi sendiri pengetahuannya. Dengan kegiatan tersebut mahasiswa menjadi ikut serta secara aktif dalam pembelajaran sehingga mendorong peningkatan kemandirian belajar mahasiswa.

Kegiatan belajar kelompok akan membangun rasa saling ketergantungan dan kerjasama antar anggota kelompok. Dari hasil wawancara dengan mahasiswa, mereka mengungkapkan bahwa dengan belajar kelompok mereka menjadi lebih kompak, akrab, lebih mudah dalam mempelajari materi, dan lebih bersemangat untuk belajar. Mahasiswa yang mempunyai kemampuan lebih akan memberikan penjelasan kepada mahasiswa yang mengalami kesulitan. Sebaliknya mahasiswa yang mengalami kesulitan memahami materi atau menyelesaikan masalah akan bertanya kepada teman yang sudah mengerti. Hal itu sesuai dengan lima unsur yang ada dalam pembelajaran kooperatif menurut Roger dan David Johnson yang dikutip oleh Anita Lie (2005 : 31) yaitu saling ketergantungan positif, tanggung jawab perorangan, tatap muka, komunikasi antar kelompok, dan evaluasi proses kelompok.

Ketika pembelajaran berlangsung khususnya pada saat belajar kelompok pendampingan oleh dosen sangatlah penting. Dalam kegiatan pendampingan ini, dosen senantiasa mengajak mahasiswa untuk terlibat secara aktif dalam pembelajaran dan memberikan bantuan berupa bimbingan serta arahan apabila ada mahasiswa yang mengalami kesulitan dalam memahami materi. Selain itu adanya pemberian motivasi dari dosen secara langsung kepada mahasiswa diantaranya motivasi bahwa mereka dapat menguasai materi yang sedang dipelajari, rajin mengerjakan soal atau latihan dan sebagainya dapat menumbuhkan rasa percaya diri mahasiswa. Selama pembelajaran, adanya umpan balik baik dari dosen juga sangat penting. Umpan balik yang terjadi menunjukkan bahwa di dalam proses pembelajaran telah terjadi interaksi. Interaksi berupa tanya jawab merupakan interaksi yang sering terjadi dalam pembelajaran. Terkait dengan kemandirian belajar, menunjukkan bahwa memang kondisi setiap mahasiswa mempunyai tingkat kemandirian belajar yang berbeda-beda. Mahasiswa yang mempunyai tingkat kemandirian belajar tinggi cenderung lebih siap mengikuti pembelajaran. Sebaliknya mahasiswa yang mempunyai kemandirian belajar rendah, akan cenderung kurang siap. Suasana pembelajaran yang menyenangkan dan menarik akan membantu siswa berpartisipasi dalam pembelajaran sehingga mahasiswa diharapkan senantiasa siap dalam mengikuti pembelajaran. *Game* (permainan) dapat menjadi alternatif yang digunakan dosen untuk membangkitkan semangat belajar dan kemandirian belajar mahasiswa. Hal tersebut sesuai dengan pendapat Raymond J. Wlodkowski dan Judith H. Jaynes (2004 : 150) yang menyatakan bahwa aktivitas-aktivitas yang menarik siswa dan membantu mereka menjaga kewaspadaan termasuk permainan (*game*), bermain drama, latihan-latihan, diskusi, kerja kelompok, simulasi, eksperimen, teka-teki silang, kajian-kajian pelajaran, dan soal-soal.

Dari hasil pengamatan pada pembelajaran siklus 1, tampak bahwa kemandirian belajar mahasiswa dapat dikatakan masih kurang. Pada saat pembelajaran mahasiswa terkesan masih pasif, kurang persiapan, lambat untuk memahami materi, enggan bertanya, dan masih banyak menunggu pengarahan dosen. Namun, untuk pelaksanaan diskusi sudah berjalan cukup lancar. Sedangkan pada pembelajaran siklus lanjutan, menunjukkan bahwa mahasiswa tampak lebih siap sehingga peran mahasiswa dalam kegiatan pembelajaran lebih aktif dan mahasiswa sudah tampak lebih mandiri. Dengan *game* yang kompetitif setiap mahasiswa dalam kelompoknya terdorong untuk saling bekerjasama dan saling membantu dalam memahami pertanyaan dan menjawab pertanyaan.

Adanya *reward* yang diberikan oleh dosen dalam *game* mendukung peningkatan semangat belajar mahasiswa. *Reward* berupa nilai yang diberikan pada setiap kelompok setelah mengikuti *game*, pujian dan *applause* yang diberikan kepada kelompok yang berhasil memperoleh poin tertinggi. Dalam hal ini nilai, pujian dan *applause* yang diberikan sebagai penghargaan mempunyai peranan yang sangat penting dalam meningkatkan semangat belajar mahasiswa. Hal ini didukung oleh pendapat Saiful Bahri Djamarah dan Aswan Zain (2002 : 167) yang menyatakan pemberian ganjaran terhadap prestasi yang dicapai peserta didik dapat merangsang untuk mendapat prestasi yang lebih baik dikemudian hari. Selain *game,* komponen lain dalam TGT yang untuk menguji kemampuan siswa adalah turnamen (kompetisi). Pada TGT turnamen (kompetisi) inilah yang merupakan sistem penilaian kemampuan perorangan, memungkinkan bagi setiap mahasiswa dari semua level di penampilan sebelumnya untuk memaksimalkan nilai kelompok mereka menjadi yang terbaik. Dalam turnamen setiap mahasiswa akan mempunyai kesempatan yang sama untuk menyumbangkan poin tertinggi bagi kelompoknya masing-masing, sehingga mahasiswa akan termotivasi untuk berusaha sebaik mungkin. Penghargaan kelompok ditentukan oleh nilai kelompok. Perhitungan nilai kelompok berdasarkan nilai *game* dan nilai turnamen yang diperoleh setiap kelompok. Selain pujian dan nilai, dosen juga memberikan hadiah untuk semakin meningkatkan semangat belajar mahasiswa. Hal ini sesuai dengan pendapat Saiful Bahri Djamarah dan Aswan Zain (2002: 169) hadiah berupa benda seperti buku tulis, pensil, pena, bolpoint, penggaris, dan sebagainya dapat dimanfaatkan untuk kepentingan belajar peserta didik.

Dari hasil angket kemandirian belajar mahasiswa yang dapat dilihat pada Tabel 1 dan 2, tampak bahwa secara keseluruhan pada siklus lanjutan terjadi peningkatan kemandirian belajar mahasiswa yakni dari 58,11% pada siklus 1 menjdi 64,08% pada siklus lanjutan. Dari hasil wawancara dengan mahasiswa yang dilakukan peneliti diakhir siklus 1 dan siklus lanjutan, peneliti menyimpulkan bahwa kemandirian belajar mahasiswa cukup mengalami peningkatan dibandingkan sebelum pelaksanaan pembelajaran dengan menggunakan model kooperatif tipe TGT. Mahasiswa merasa senang, tertarik, dan bersemangat dalam mengikuti pembelajaran. Menurut mahasiswa, pembelajaran menjadi tidak membosankan dan dengan model ini mahasiswa menjadi lebih mandiri karena harus senantiasa siap sebelum mengikuti perkuliahan. Hal ini ternyata juga didukung hasil angket respons mahasiswa yang ternyata menunjukkan bahwa 74,46% mahasiswa merespons positif kegiatan pembelajaran yang dilakukan.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan dapat disimpulkan bahwa pelaksanaan model pembelajaran kooperatif tipe TGT pada pembelajaran Statistika Non Parametrik dilaksanakan dengan tiga tahapan sebagai berikut: *(1) Teaching* (Tahap Mengajar), tahap ini dilakukan oleh dosen, yakni dosen menyampaikan materi secara garis besarnya saja, (*2) Team Study* (Tahap Belajar dalam Kelompok), yakni mahasiswa belajar dalam kelompok-kelompok kecil dengan beranggotakan 4-6 mahasiswa yang heterogen baik kemampuan akademik maupun jenis kelamin. Dalam hal ini, terdapat delapan kelompok yang terbentuk, dan *(3) Tournament Game* (Tahap Kompetisi), yakni meliputi *game* dan turnamen, game merupakan permainan yang diikuti oleh setiap kelompok dan turnamen merupakan pertandingan yang diikuti oleh setiap mahasiswa. Perwakilan mahasiswa dari setiap kelompok yang mempunyai kemampuan yang sama (berdasarkan hasil sebelumnya) akan saling bertanding dalam satu grup dengan cara mengerjakan soal-soal turnamen secara mandiri.

Setelah melalui ketiga tahapan tersebut, diadakan kegiatan penghargaan kelompok. Penghargaan kelompok diberikan pada kelompok-kelompok yang memperoleh nilai tertinggi. Setelah diterapkan model pembelajaran kooperatif tipe TGT ini, ternyata menunjukkan bahwa kemandirian belajar mahasiswa mengalami peningkatan. Selain dari hasil observasi dan wawancara, hal tersebut juga terlihat dari adanya peningkatan persentase angket kemandirian belajar mahasiswa yaitu dari dari 58,11% pada siklus 1 menjadi 64,08% pada siklus lanjutan.

DAFTAR PUSTAKA

Anita lie. (2005). *Cooperative Learning: Mempraktikkan Cooperative Learning di Ruang-Ruang Kelas*. Jakarta: Grasindo

Anonim. "Cooperative Learning". http://www.co-cooperation.org/pages/cl.html diakses Selasa, 14 Februari 2006

Erman Suherman, Turmudi, Didi Suryadi, Tatang Herman, Suhendra, Sufyani Prabawanto, Nurjanah, Ade Rohayati. (2003). *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. Bandung: Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA Universitas Pendidikan Indonesia

Felder, Richard M and Brent, Rebecca. (1994). "Cooperative Learning in Technical Courses: Procedures, Pitfalls, and Payoffs". http://www.ncsu.edu/felder-public/Papers/Coopreport.html diakses Senin, 20 Februari 2006

Janet Trineke Manoy. (2001). *Pembelajaran Kooperatif dengan Portofolio. Matematika Siswa*. Prosiding Seminar Nasional Matematika. Yogyakarta: Jurusan Pendidikan Matematika Universitas Negeri Yogyakarta

Muslimin Ibrahim, Fida Rachmadiarti, Mohamad Nur, Ismono. (2000). *Pembelajaran Kooperatif*. Surabaya: UNESA

Rochiati Wiriaatmadja. (2005). *Metode Penelitian Tindakan Kelas: Untuk Meningkatkan Kinerja Guru dan Dosen.* Bandung: Remaja Rosdakarya

Rouviere W. Carolyn. "Continuous Evaluation Using Cooperative Learning". http://www.maa.org/saum/maanotes49/140.html diakses Selasa, 14 Februari 2006

Slavin, Robert E. (1995). *Cooperative Learning: Theory, Research and Practise*. Boston: Allyn and Bacon

Syaiful Bahri Djamarah dan Aswan Zain. (2002). *Strategi Belajar Mengajar*. Jakarta: Rineka Cipta

Uus Toharudin. (2005). Kompetensi Guru Dalam Strategi Ajar. http://www.pikiran-rakyat.com/cetak/2005/24/0803.htm, diakses Kamis, 31 Agustus 2006

Utami Munandar. (1992). *Pengembangan Bakat dan Kreativitas Anak Sekolah*. Jakarta: Gramedia

Winkel. (1991). *Psikologi Pengajaran*. Jakarta : Grasindo

Pengembangan Kemampuan Berpikir Kritis Dan Kreatif Siswa SMP Dalam Matematika Melalui Pendekatan Advokasi Dengan Penyajian Masalah *Open-Ended*

Oleh :
Ibrahim
(FKIP Universitas Islam Nusantara)

ABSTRAK

Penelitian ini berfokus pada upaya untuk mengungkap pengembangan kemampuan berpikir kritis dan kreatif siswa SMP dalam matematika, sebagai akibat dari penerapan pendekatan advokasi dengan penyajian masalah *open-ended* dalam pembelajaran matematika. Sampel dalam penelitian ini adalah siswa kelas VIII SMP Negeri 4 Bandung sebanyak dua kelas (satu kelas eksperimen dan satu kelas lainnya kelas kontrol). Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah tes, skala sikap siswa, lembar observasi, kuesioner untuk guru, wawancara siswa, dan jurnal siswa. Hasil penelitian ini menyimpulkan bahwa peningkatkan kemampuan berpikir kritis dan kreatif dalam matematika pada siswa yang memperoleh pembelajaran melalui pendekatan advokasi dengan penyajian masalah *open-ended* dibandingkan dengan siswa yang memperoleh pembelajaran biasa berbeda secara signifikan, dengan hasil yang relatif lebih baik. Selanjutnya, disimpulkan juga bahwa peningkatan kemampuan berpikir kritis dan kreatif dalam matematika antara siswa kelompok atas, tengah, dan bawah kelas eksperimen berbeda secara signifikan. Selain itu, berdasarkan hasil skala sikap siswa, diperoleh kesimpulan bahwa sikap siswa kelas eksperimen terhadap pembelajaran yang berkaitan dengan krativitas cenderung positif.
Kata kunci: pendekatan advokasi, masalah *open-ended*, kemampuan berpikir kritis dan kreatif.

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Dalam dunia pendidikan secara umum, proses-proses berpikir kritis dan kreatif jarang dilatih, dan hal ini tidak hanya terjadi di Indonesia tetapi juga di negara-negara lain (Munandar, 2004). Dalam pendidikan matematika, selain kurangnya melatih kemampuan berpikir kritis dan kreatif, juga pendekatan pembelajaran yang dilakukan pun sering kali bersifat rutin, sehingga dapat membosankan, membahayakan, dan merusak seluruh minat siswa (Sobel dan Maletsky, 2003). Dengan demikian, kemungkinan besar pengembangan kemampuan berpikir kritis dan kreatif siswa dalam matematika pun akan terhambat. Hal ini senada atau diperkuat dengan laporan hasil studi Henningsen dan Stein, 1997; Peterson, 1998; Mullis, dkk, 2000 yang mengungkapkan bahwa pembelajaran matematika pada umumnya belum

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

memfokuskan pada pengembangan kemampuan berpikir tingkat tinggi (Suryadi, 2005).

Suryadi (2005, h. 3) mengemukakan, "Hasil studi internasional dalam bidang matematika dan IPA (TIMSS) untuk kelas dua SLTP (*eighth grade)*, menunjukan bukti bahwa soal-soal matematika tidak rutin yang memerlukan kemampuan berpikir tingkat tinggi pada umumnya tidak berhasil dijawab dengan benar oleh sampel siswa Indonesia". Hal ini berarti kemampuan berpikir tingkat tinggi siswa yang di antaranya kemampuan berpikir kritis dan kreatif dalam matematika perlu menjadi perhatian utama dan urgen.

Pendekatan advokasi merupakan suatu alternatif pendekatan yang berupaya membuat siswa dapat secara aktif terlibat dalam proses pembelajaran matematika di kelas. Keaktifan siswa itu terwujud dalam mengajukan cara-cara penyelesaian dari suatu masalah matematika yang diberikan oleh guru melalui proses perdebatan. Dalam proses pembahasan dan perdebatan itu sangat memungkinkan terjadi perbedaan penyelesaian yang ditawarkan siswa. Untuk itu, apabila masalah matematika yang diberikan guru sifatnya tertuju pada satu cara penyelesaian atau satu jawaban, tentunya proses perdebatan memungkinkan tidak akan aktif. Dalam hal ini, masalah yang diberikan guru merupakan masalah *open-ended*. Dengan memberikan masalah *open-ended* pada siswa untuk diselesaikan melalui proses pembelajaran dengan pendekatan advokasi diduga akan menjadi pemacu terjadinya pembahasan dan perdebatan yang aktif di dalam kelas. Pengkondisian seperti itu pada gilirannya memiliki kemungkinan akan mendorong siswa untuk terlatih berpikir kritis dan kreatif.

Dalam hubungan ini, maka penulis mencoba mengadakan penelitian yang berkaitan dengan pendekatan advokasi, masalah *open-ended* serta kemampuan berpikir kritis dan kreatif dalam matematika, yang dilaksanakan di SMP, dan diberi judul "Pengembangan Kemampuan Berpikir Kritis dan

Kreatif Siswa SMP dalam Matematika melalui Pendekatan Advokasi dengan Penyajian Masalah *Open-Ended*".

B. Rumusan Masalah

Mengacu pada uraian yang telah dituangkan pada latar belakang masalah, maka masalahnya mengarah pada pengembangan kemampuan berpikir kritis dan kreatif siswa dalam matematika. Dengan demikian, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Apakah terdapat perbedaan peningkatan kemampuan berpikir kritis dalam matematika antara siswa yang memperoleh pembelajaran melalui pendekatan advokasi dengan penyajian masalah *open-ended* dan siswa yang memperoleh pembelajaran biasa?
2. Apakah pembelajaran matematika melalui pendekatan advokasi dengan penyajian masalah *open-ended* menyebabkan terjadinya perbedaan peningkatan kemampuan berpikir kritis dalam matematika antara siswa kelompok atas, tengah, dan bawah?
3. Apakah terdapat perbedaan peningkatan kemampuan berpikir kreatif dalam matematika antara siswa yang memperoleh pembelajaran melalui pendekatan advokasi dengan penyajian masalah *open-ended* dan siswa yang memperoleh pembelajaran biasa?
4. Apakah pembelajaran matematika melalui pendekatan advokasi dengan penyajian masalah *open-ended* menyebabkan terjadinya perbedaan peningkatan kemampuan berpikir dalam matematika kreatif antara siswa kelompok atas, tengah, dan bawah?
5. Bagaimana sikap siswa berkaitan dengan kreativitas dalam pembelajaran matematika melalui pendekatan advokasi dengan penyajian masalah *open-ended* ?

C. Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang diharapkan berkaitan dengan pelaksanaan dan temuan dari penelitian ini dirumuskan sebagai berikut.

1. Pembelajaran matematika melalui pendekatan advokasi dengan penyajian masalah *open-ended* ini dapat dijadikan sebagai salah satu alternatif model pembelajaran matematika dalam upaya meningkat kemampuan berpikir kritis siswa dalam matematika.
2. Dapat dijadikan gambaran tentang perbedaan peningkatan kemampuan berpikir kritis siswa dalam matematika antara siswa kelompok atas, tengah, dan bawah yang memperoleh pembelajaran matematika melalui pendekatan advokasi dengan penyajian masalah *open-ended*.
3. Pembelajaran matematika melalui pendekatan advokasi dengan penyajian masalah *open-ended* ini dapat dijadikan sebagai salah satu alternatif model pembelajaran matematika dalam upaya meningkat kemampuan berpikir kreatif siswa dalam matematika.
4. Dapat dijadikan gambaran tentang perbedaan peningkatan kemampuan berpikir kreatif siswa dalam matematika antara siswa kelompok atas, tengah, dan bawah yang memperoleh pembelajaran matematika melalui pendekatan advokasi dengan penyajian masalah *open-ended*.
5. Mengetahui sikap siswa terhadap pembelajaran matematika melalui pendekatan advokasi dengan penyajian masalah *open-ended* yang berkaitan dengan kreativitas.

METODE PENELITIAN

A. Disain Penelitian

Desain penelitian yang digunakan adalah desain kelompok kontrol *non-*ekivalen. Lebih jelasnya, desain penelitiannya adalah sebagai berikut:

$$\frac{O \quad X \quad O}{O \qquad\quad O} \qquad \text{(Ruseffendi, 1994, h. 47)}$$

dengan O = Tes Kemampuan Berpikir Kritis (Tes KBKs) dan Tes Kemampuan Berpikir Kreatif (Tes KBKf)

X = pembelajaran matematika melalui pendekatan advokasi dengan penyajian masalah *open-ended*

B. Populasi dan Sampel Penelitian

Sesuai dengan judul dan pemasalahan dalam penelitian ini, yang menjadi populasi dalam penelitian ini adalah siswa SMP di Kota Bandung (serta siswa SMP di kota lainnya yang serupa).

Selanjutnya, sampel dalam penelitian ini dipilih berdasarkan pertimbangan-pertimbangan ilmiah, yaitu siswa kelas VIII SMP Negeri 4 Bandung sebanyak dua kelas. Dari dua kelas yang sudah ditentukan tersebut selanjutnya dipilih secara acak, yaitu satu kelas merupakan kelas eksperimen dan satu kelas lainnya merupakan kelas kontrol.

C. Prosedur Penelitian

Langkah-langkah yang ditempuh dalam penelitian ini, yaitu: 1) menyiapkan instrumen penelitian; 2) mengurus surat izin penelitian; 3) melakukan uji coba instrumen penelitian; 4) setelah hasil uji coba dianalisis dan telah terpilih item-item tes yang memenuhi validitas dan reliabilitas, selanjutnya alat ukur diperbanyak dan siap untuk dipergunakan sebagai alat ukur; 5) observasi yang dilanjutkan dengan memberikan perlakuan pada kelompok eksperimen dan kelompok kontrol sesuai dengan yang direncanakan; 6) melakukan pengumpulan data; 7) melakukan pengolahan data; 8) pembuatan laporan.

D. Instrumen

Untuk memperoleh data dalam penelitian ini dikembangkan enam buah instrumen penelitian yang terbagi dalam dua jenis, yaitu tes dan *non*-tes. Instrumen dalam jenis tes terdiri dari Tes Kemampuan Berpikir Kritis (selanjutnya akan disingkat Tes KBKs) yang terkait langsung dengan bahan ajar, Tes Kemampuan Berpikir Kreatif (selanjutnya akan disingkat Tes KBKf) yang terkait langsung dengan bahan ajar. Sedangkan instrumen dalam jenis *non*-tes terdiri dari skala sikap siswa yang berkaitan dengan kreativitas dalam pembelajaran, jurnal untuk siswa, wawancara untuk siswa, dan kuesioner untuk guru. Untuk Tes KBKs dan KBKf telah diujicoba dan nyatakan valid dan reliabel, demikian juga dengan skala sikap.

E. Teknik Analisis Data

Data yang diperoleh dari hasil pengumpulan data selanjutnya diolah melalui tahapan sebagai berikut.

1. Pengolahan Data Hasil Tes, yaitu: a) memberikan skor jawaban siswa sesuai dengan kunci jawaban dan sistem penskoran yang digunakan; b) membuat tabel yang berisikan skor tes hasil kelas eksperimen dan kelas kontrol; c) menghitung rerata skor tes setiap kelas; d) menghitung deviasi standar untuk mengetahui penyebaran kelompok; e) melakukan uji normalitas untuk mengetahui apakah data berdistribusi normal atau tidak; f) melakukan uji homogenitas untuk mengetahui tingkat kehomogenan distribusi populasi data tes; g) melakukan uji perbedaan rerata untuk menguji kesignifikasian perbedaan rerata hasil pretes, postes kelas

eksperimen dan kelas kontrol serta gain normal kelompok atas, tengah, dan bawah pada kelas eksperimen.

2. Pengolahan data skala sikap siswa.
3. Pengolahan data lembar observasi.
4. Pengolahan data jurnal.
5. Pendeskripsian tanggapan guru tentang pembelajaran dan tes yang diberikan yang diperoleh dari data kuesioner.
6. Pendeskripsian tanggapan siswa tentang pembelajaran dan tes yang diberikan yang diperoleh dari data wawancara.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

A. Hasil Penelitian

Perlu dikemukakan kembali, bahwa tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengungkap perbedaan peningkatan kemampuan berpikir kritis dan kreatif siswa dalam matematika menurut penggunaan pembelajaran melalui pendekatan advokasi dengan penyajian masalah open-*ended* dan pembelajaran konvensional. Selain itu, penelitian ini akan mengungkap pula perbedaan kemampuan berpikir kritis dan kreatif siswa dalam matematika di antara siswa yang memperoleh pembelajaran melalui pendekatan advokasi dengan penyajian masalah open-*ended* pada kelompok atas, tengah dan bawah kelas eksperimen.

1. Tes

Dari hasil uji normalitas dan homogenitas data skor pretes KBKs kelas eksperimen dan kelas kontrol, diperoleh bahwa data skor tersebut berdistribusi normal dan homogen.

Berikut ini disajikan *Output* Minitab untuk uji-t dalam rangka melihat ada atau tidaknya perbedaan rerata dari **kemampuan berpikir kritis** siswa dalam matematika antara kelas eksperimen dan kelas kotrol pada awal penelitian.

Tabel 1

Uji-t Skor Pretes KBKs

Two-sample T for Skor Pretes KBKs Kelas Eksperimen vs Skor Pretes KBKs Kelas Kontrol

	N	Mean	StDev	SE Mean
Skor Pre	36	8.99	4.19	0.70
Skor Pre	36	10.10	3.81	0.64

Difference = mu Skor Pretes KBKs Kelas Eksp. - mu Skor Pretes KBKs Kelas Kontrol

Estimate for difference: -1.111

95% CI for difference: (-2.995, 0.773)

T-Test of difference = 0 (vs not =): T-Value = -1.18 P-Value = 0.244 DF = 70

Both use Pooled StDev = 4.01

Dari Tabel 1 diketahui bahwa pada awal penelitian ini **kemampuan berpikir kritis** siswa dalam matematika antara kelas eksperimen dan kelas kotrol adalah **sama**.

Selanjutnya mengenai data skor pretes KBKf, dari hasil uji normalitas dan homogenitas data skor pretes KBKf kelas eksperimen dan kelas kontrol, diperoleh bahwa data skor tersebut tidak berdistribusi normal namun homogen.

Berikut ini disajikan *Output* Minitab untuk uji Mann-Whitney dalam rangka melihat ada atau tidaknya perbedaan rerata dari **kemampuan berpikir kreatif** siswa dalam matematika antara kelas eksperimen dan kelas kotrol pada awal penelitian.

Tabel 2

Uji Mann-Whitney Skor Pretes KBKf

Mann-Whitney Test and CI: Skor Pretes KBKf Kelas Eksperimen, Skor Pretes KBKf Kelas Kontrol

Skor Pre N = 36 Median = 0.000

Skor Pre N = 36 Median = 0.250

Point estimate for ETA1-ETA2 is -0.000

95.1 Percent CI for ETA1-ETA2 is (-0.500,0.000)

W = 1234.5

Test of ETA1 = ETA2 vs ETA1 not = ETA2 is significant at 0.3736

The test is significant at 0.3280 (adjusted for ties)

Cannot reject at alpha = 0.05

Dari Tabel 2 diketahui bahwa pada awal penelitian ini **kemampuan berpikir kreatif** siswa dalam matematika antara kelas eksperimen dan kelas kotrol adalah **sama**.

Dari hasil uji normalitas dan homogenitas data skor postes KBKs kelas eksperimen dan kelas kontrol, diperoleh bahwa data skor tersebut berdistribusi normal namun tidak homogen.

Berikut ini disajikan *Output* Minitab untuk uji-t dalam rangka melihat ada atau tidaknya perbedaan rerata dari **kemampuan berpikir kritis** siswa dalam matematika antara kelas eksperimen dan kelas kotrol pada akhir penelitian.

Tabel 3

Uji-t Skor Postes KBKs

Two-sample T for Skor Postes KBKs Kelas Eksperimen vs Skor Postes KBKs Kelas Kontrol

	N	Mean	StDev	SE Mean
Skor Pos	36	21.49	6.27	1.0

Skor Pos 36 13.47 4.64 0.77

Difference = mu Skor Postes KBKs Kelas Eksp. - mu Skor Postes KBKs Kelas Kontrol

Estimate for difference: 8.01

95% CI for difference: (5.42, 10.61)

T-Test of difference=0 (vs not =): T-Value=6.16 P-Value = 0.000 DF = 64

Dari Tabel 3 diketahui bahwa nilai signifikansinya adalah 0,000 kurang dari 0,05, sehingga hipotesis ditolak. Dengan kata lain, kedua rerata skor postes KBKs adalah tidak sama (ada perbedaan yang signifikan). Jadi, pada akhir penelitian ini **kemampuan berpikir kritis** siswa dalam matematika antara kelas eksperimen dan kelas kotrol adalah **tidak sama**.

Selanjutnya mengenai data skor postes KBKf, dari hasil uji normalitas dan homogenitas data skor postes KBKf kelas eksperimen dan kelas kontrol, diperoleh bahwa data skor tersebut berdistribusi normal namun tidak homogen.

Berikut ini disajikan *Output* Minitab untuk uji-t dalam rangka melihat ada atau tidaknya perbedaan rerata dari **kemampuan berpikir kreatif** siswa dalam matematika antara kelas eksperimen dan kelas kotrol pada akhir penelitian.

Tabel 4

Uji-t Skor Postes KBKf

Two-sample T for Skor Postes KBKf Kelas Eksperimen vs Skor Postes KBKf Kelas Kontrol

	N	Mean	StDev	SE Mean
Skor Pos	36	13.47	8.39	1.4
Skor Pos	36	9.71	5.90	0.98

Difference = mu Skor Postes KBKf Kelas Eksp. - mu Skor Postes KBKf Kelas Kontrol

Estimate for difference: 3.76

95% CI for difference: (0.35, 7.18)

T-Test of difference=0 (vs not =): T-Value=2.20 P-Value = 0.031 DF = 62

Dari Tabel 4 diketahui bahwa pada akhir penelitian ini **kemampuan berpikir kreatif** siswa dalam matematika antara kelas eksperimen dan kelas kotrol adalah **tidak sama**.

Dari hasil data pretes yang sudah dijelaskan sebelumnya, ditemukan tidak ada perbedaan rerata skor pretes KBKs maupun skor pretes KBKf di antara kedua kelas penelitian. Dengan hasil tersebut untuk mengetahui perbedaan peningkatan kemampuan berpikir kritis dan kreatif dalam matematika antara kelas eksperimen dan kelas kontrol cukup dengan melihat perbedaan skor postesnya. Jadi gain normal pretes dan postes KBKs maupun KBKf, tidak di proses untuk keperluan mengetahui perbedaan peningkatan kemampuan berpikir kritis dan kreatif siswa dalam matematika antara kelas eksperimen dan kelas kontrol.

Berdasarkan keterangan di atas dan tujuan dari penelitian ini, maka gain normal yang diproses adalah gain pretes dan postes KBKs serta gain pretes dan postes KBKf pada siswa kelompok atas, tengah, dan bawah kelas eksperimen.

Dari hasil uji normalitas dan homogenitas data gain normal KBKs kelompok atas, tengah, dan bawah pada kelas eksperimen, diperoleh bahwa data gain normal tersebut berdistribusi normal dan homogen.

Berikut ini disajikan *Output* Minitab untuk uji ANOVA satu jalur dalam rangka melihat ada atau tidaknya perbedaan peningkatan rerata dari **kemampuan berpikir kritis** siswa dalam matematika antara kelompok atas, tengah, dan bawah di kelas eksperimen.

Tabel 5

Uji ANOVA Gain Normal KBKs

One-way ANOVA: Gain normal KBKs dengan Faktor Kelompok Siswa (Atas, Tengah, Bawah)

```
Source  DF    SS    MS     F      P
Factor   2   4755  2377  5,75  0,007            Pooled StDev = 20,34
Error   33  13651   414
Total   35  18406
S = 20,34   R-Sq = 25,83%   R-Sq(adj) = 21,34%
                      Individual 95% CIs For Mean Based on
                      Pooled StDev
Level     N   Mean  StDev  -------+---------+---------+---------+--
Atas      8  69,84  23,87                  (--------*--------)
Tengah   22  44,20  20,41          (-----*----)
Bawah     6  37,63  13,52  (----------*---------)
                      -------+---------+---------+---------+--
                        32        48        64        80
```

Dari Tabel 5 diketahui bahwa pada penelitian ini peningkatan **kemampuan berpikir kritis** siswa dalam matematika antara kelompok atas, tengah, dan bawah pada kelas eksperimen adalah **tidak sama**.

Langkah statistik selanjutnya adalah menentukan letak perbedaan yang terjadi di antara ketiga kelompok siswa tersebut dengan menggunakan uji Turkey. *Output* Minitab untuk uji Turkey ini dapat dilihat pada tabel berikut ini.

Tabel 6

Uji Turkey Gain Normal KBKs

Tukey 95% Simultaneous Confidence Intervals

All Pairwise Comparisons

Individual confidence level = 98,04%

Atas subtracted from:

```
        Lower  Center  Upper  ----+---------+---------+---------+-----
Tengah  -46,24  -25,64  -5,04      (-------*-------)
Bawah   -59,16  -32,20  -5,25  (----------*----------)
                      ----+---------+---------+---------+-----
                         -50       -25        0       25
```

Tengah subtracted from:

```
        Lower  Center  Upper  ----+---------+---------+---------+-----
Bawah   -29,55   -6,57  16,42            (--------*---------)
                      ----+---------+---------+---------+-----
                         -50       -25        0       25
```

Dengan memperhatikan Tabel 6 dapat diketahui bahwa terdapat perbedaan yang signifikan antara rerata gain normal KBKs kelompok atas dan kedua rerata gain normal kelompok lainnya, serta tidak ada perbedaan rerata gain normal KBKs yang cukup signifikan antara rerata gain normal kelompok tengah dan rerata gain normal kelompok bawah pada kelas eksperimen.

Sementara itu, dari hasil uji normalitas dan homogenitas data gain normal KBKf kelompok atas, tengah, dan bawah pada kelas eksperimen, diperoleh bahwa data gain normal tersebut berdistribusi normal dan homogen.

Berikut ini disajikan *Output* Minitab untuk uji ANOVA satu jalur dalam rangka melihat ada atau tidaknya perbedaan peningkatan rerata dari **kemampuan berpikir kreatif** siswa dalam matematika antara kelompok atas, tengah, dan bawah di kelas eksperimen.

Tabel 7

Uji ANOVA Gain Normal KBKf

One-way ANOVA: Gain normal KBKf dengan Faktor Kelompok Siswa (Atas, Tengah, Bawah)

Source	DF	SS	MS	F	P
Factor	2	5886	2943	7,72	0,002
Error	33	12586	381		
Total	35	18472			

Pooled StDev = 19,53

S = 19,53   R-Sq = 31,87%   R-Sq(adj) = 27,74%

```
                Individual 95% CIs For Mean Based on
                Pooled StDev
```

Lanjutan Tabel 7

```
Level     N   Mean  StDev  -------+---------+---------+---------+--
Atas      8  59,94  24,52               (------*------)
Tengah   22  32,76  18,87         (---*----)
Bawah     6  22,38  13,42  (-------*-------)
                           -------+---------+---------+---------+--
                                 20        40        60        80
```

Dari Tabel 7 diketahui bahwa pada penelitian ini peningkatan **kemampuan berpikir kreatif** siswa dalam matematika antara kelompok atas, tengah, dan bawah kelas eksperimen adalah **tidak sama**.

Langkah statistik selanjutnya adalah menentukan letak perbedaan yang terjadi di antara ketiga kelompok siswa tersebut dengan menggunakan uji Turkey. *Output* Minitab untuk uji Turkey ini dapat dilihat pada tabel berikut ini.

Tabel 8

Uji Turkey Gain Normal KBKf

```
Tukey 95% Simultaneous Confidence Intervals
All Pairwise Comparisons among Levels of C1
Individual confidence level = 98,04%
Atas subtracted from:
       Lower  Center   Upper  -----+---------+---------+---------+----
Tengah  -46,96  -27,17   -7,39       (-------*-------)
Bawah   -63,44  -37,56  -11,68  (---------*---------)
                               -----+---------+---------+---------+----
                                  -50       -25        0       25
Tengah subtracted from:
       Lower  Center  Upper  -----+---------+---------+---------+----
Bawah   -32,46  -10,39  11,68            (--------*--------)
                              -----+---------+---------+---------+----
                                 -50       -25        0       25
```

Dengan memperhatikan Tabel 8 dapat diketahui bahwa terdapat perbedaan yang signifikan antara rerata gain normal KBKf kelompok atas dan kedua rerata gain normal kelompok lainnya, serta tidak ada perbedaan rerata gain normal KBKf yang cukup signifikan antara rerata gain normal kelompok tengah dan rerata gain normal kelompok bawah pada kelas eksperimen.

2. *Hasil Skala Sikap*

Dari hasil perhitungan sikap siswa diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

1. Sikap siswa dalam hal mengambil resiko adalah cenderung positif.
2. Sikap siswa dalam hal merasakan tantangan adalah cenderung netral.
3. Sikap siswa dalam hal rasa ingin tahu adalah cenderung positif.
4. Sikap siswa dalam hal imajinasi/firasat adalah cenderung positif.

3. Hasil Observasi

Berdasarkan hasil perhitungan data obeservasi, dapat diketahui bahwa aktivitas siswa jika dilihat secara keseluruhan pertemuan cenderung meningkat dan memiliki rerata di atas tiga. Sementara itu, secara keseluruhan pertemuan, aktivitas guru cenderung meningkat dan memiliki rerata di atas tiga. Rerata di atas tiga ini, menandakan pengajaran guru menurut prosesnya adalah baik (Ruseffendi, 1991).

4. Hasil Wawancara

Dari tiga kelompok siswa yang mewakili kelas eksperimen, secara umum berpendapat positif terhadap pembelajaran melalui pendekatan advokasi dengan penyajian masalah *open-ended*.

5. Hasil Jurnal

Berdasarkan hasil perhitungan data jurnal diketahui bahwa sebagian besar siswa berkomentar positif. Dengan kata lain siswa mendukung diterapkannya pembelajaran melalui pendekatan advokasi dengan penyajian masalah *open-ended*, sebagian kecil siswa berkomentar negatif, biasa, dan tidak berkomentar.

6. Hasil Kuesioner

Dari lima guru yang mengisi kuesioner, pada umumnya belummengenal pendekatan advokasi dengan penyajian masalah *open-ended*, namun secara umum mereka memandang positif terhadapnya.

B. Pembahasan

Adanya beberapa hasil penelitian yang telah diperoleh, membuat penulis terdorong untuk melakukan pembahasan lebih lanjut.

1. Masalah yang Dihadapi Selama Penelitian

Ada beberapa masalah yang dihadapi selama penelitian yang dianggap oleh penulis dapat mempengaruhi hasil penelitian. Masalah tersebut di antaranya, yaitu waktu kegiatan pembelajaran dan lamanya pelaksanaan postes.

Pada saat dilakukan kegiatan pembelajaran, seringkali ada gangguan dari luar kelas yang pada saat itu tentunya mempunyai pengaruh yang tidak mendukung terhadap proses pembelajaran pada kedua kelas sesuai dengan skenario yang telah dibuat oleh guru. Demikian juga, hambatan mengenai lamanya waktu pelaksanaan postes, membuat penulis dapat memahami, mengapa hasil dari postes untuk kedua kelas penelitian tidak sesuai dengan yang diharapkan.

2. *Kemampuan Berpikir Kritis dalam Matematika yang Dikembangkan*

Dari analisis yang dilakukan peneliti terhadap data yang telah diolah serta dengan pertimbangan teori dan penelitian sebelumnya, diperoleh kesimpulan bahwa penyebab peningkatan kemampuan berpikir kritis siswa dalam matematika pada kelas eksperimen relatif lebih baik daripada kelas kontrol adalah pendekatan pembelajarannya yang berbeda.

Dari rerata skor postes kemampuan berpikir kritis siswa pada kelas ekperimen, yaitu 21,49 dengan skor idealnya adalah 35. Dari data ini dapat disimpulkan bahwa kemampuan berpikir kritis siswa dalam matematika pada kelas eksperimen hasilnya belum optimal. Hal ini kemungkinan besar disebabkan antara lain oleh: 1) siswa yang belum terbiasa dalam pembelajaran melalui pendekatan advokasi dengan penyajian masalah *open-ended*; dan 2) soalnya yang sukar.

Mengenai adanya perbedaan peningkatan kemampuan berpikir kritis yang signifikan antara kelompok atas, tengah, dan bawah pada kelas eksperimen. Hal ini berarti pembelajaran melalui pendekatan advokasi dengan penyajian masalah *open-ended* berpengaruh berbeda terhadap peningkatan kemampuan berpikir kritis.

Beberapa alasan dapat dikemukakan untuk menjelaskan, mengenai mengapa terjadi perbedaan peningkatan kemampuan berpikir kritis antara ketiga kelompok pada kelas eksperimen, yaitu: 1) siswa untuk kelompok bawah dan tengah belum terbiasa untuk mengemukakan ide, pertanyaan ataupun jawaban secara terbuka; 2) faktor soal juga cukup berpengaruh, karena menurut pandangan mereka yang merupakan perwakilan kelompok tengah dan bawah ketika diwawancarai menyatakan bahwa soal yang diberikan, bagi mereka cukup sukar; dan 3) perbedaan peningkatan kemampuan berpikir kritis antara ketiga kelompok pada kelas eksperimen ini dapat dikaitkan dengan teori *Zone of Proximal Development*.

Selanjutnya, untuk siswa kelompok atas pembelajaran melalui pendekatan advokasi dengan penyajian masalah open-*ended* merupakan pembelajaran yang telah membantu mereka mengembangkan dan menunjukan kemampuan berpikir kritis, meskipun jika dilihat dari hasil belum optimal. Namun, bukan berarti untuk kelompok tengah dan bawah pembelajaran tersebut tidak membantu mereka mengembangkan dan menunjukan kemampuan berpikir kritis. Dalam hal ini, karena apabila dilihat secara keseluruhan siswa pada kelas eksperimen peningkatannya relatif lebih baik daripada siswa pada kelas kontrol.

3. *Kemampuan Berpikir Kreatif dalam Matematika yang Dikembangkan*

Dari analisis yang dilakukan peneliti terhadap data yang telah diolah serta dengan pertimbangan teori dan penelitian sebelumnya, diperoleh kesimpulan bahwa penyebab kemampuan berpikir kreatif siswa dalam matematika pada kelas eksperimen relatif lebih baik daripada kelas kontrol adalah pendekatan pembelajarannya yang berbeda.

Dari rerata skor postes kemampuan berpikir kreatif siswa pada kelas ekperimen, yaitu 13,47 dengan skor idealnya adalah 35. Dari data ini dapat disimpulkan bahwa kemampuan berpikir kreatif siswa dalam matematika pada kelas eksperimen hasilnya belum optimal. Hal ini kemungkinan besar disebabkan antara lain oleh: 1) siswa yang belum terbiasa dalam pembelajaran melalui pendekatan advokasi dengan penyajian masalah *open-ended*; dan 2) soalnya yang sukar, bahkan lebih sukar dari soal Tes KBKs.

Mengenai adanya perbedaan peningkatan kemampuan berpikir kreatif yang signifikan antara kelompok atas, tengah, dan bawah pada kelas eksperimen. Hal ini berarti pembelajaran melalui pendekatan advokasi dengan penyajian masalah *open-ended* berpengaruh berbeda terhadap peningkatan kemampuan berpikir kreatif.

Adapun alasan untuk menjelaskan mengenai mengapa terjadi perbedaan peningkatan kemampuan berpikir kreatif siswa dalam matematika antara ketiga kelompok pada kelas eksperimen, sama seperti halnya yang terjadi pada kemampuan berpikir kritis.

Selanjutnya, untuk siswa kelompok atas pembelajaran melalui pendekatan advokasi dengan penyajian masalah open-*ended* merupakan pembelajaran yang telah membantu mereka mengembangkan dan menunjukan kemampuan berpikir kreatif, meskipun jika dilihat dari hasil belum optimal. Namun, bukan berarti untuk kelompok tengah dan bawah pembelajaran tersebut tidak membantu mereka mengembangkan dan menunjukan kemampuan berpikir kreatif. Dalam hal ini, karena apabila dilihat secara keseluruhan siswa pada kelas eksperimen peningkatannya relatif lebih baik daripada siswa pada kelas kontrol.

4. *Sikap Siswa dalam Pembelajaran melalui Pendekatan Advokasi dengan Penyajian Masalah Open-Ended*

Mengenai sikap siswa ini, memberikan penguatan terhadap hasil postes siswa pada kelas eksperimen yang belum optimal. Dengan kata lain, belum optimalnya sikap siswa ini seiring dengan belum optimalnya hasil postes siswa. Hal ini membawa penulis untuk mempunyai dugaan, bahwa belum optimalnya hasil postes dan sikap siswa ini disebabkan siswa tersebut belum terbiasa dengan pembelajaran melalui pendekatan advokasi dengan penyajian masalah *open-ended*.

KESIMPULAN DAN SARAN

A. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis data penelitian yang telah dikemukakan pada uraian sebelumnya, dapat diambil beberapa kesimpulan sebagai berikut.

1. Peningkatan kemampuan berpikir kritis dan kreatif dalam matematika pada siswa yang memperoleh pembelajaran melalui pendekatan advokasi dengan penyajian masalah *open-ended* dibandingkan dengan siswa yang memperoleh pembelajaran biasa berbeda signifikan, dengan hasil yang relatif lebih baik.
2. Pembelajaran melalui pendekatan advokasi dengan penyajian masalah *open-ended* menyebabkan terjadinya perbedaan peningkatan kemampuan berpikir kritis dan kreatif siswa dalam matematika yang signifikan di antara siswa kelompok atas, tengah, dan bawah. Peningkatan yang paling tinggi, baik dalam kemampuan berpikir kritis maupun kemampuan berpikir kreatif dalam matematika diperoleh siswa pada kelompok atas. Hal ini mungkin disebabkan karena kemampuan berpikir kritis dan kreatif dalam matematika termasuk pada kemampuan matematika tingkat tinggi. Dengan

demikian, pembelajaran melalui pendekatan advokasi dengan penyajian masalah *open-ended* akan lebih tepat secara praktis jika dilakukan pada kelompok atas karena mereka cepat beradaptasi atau sudah terbiasa.

3. Sikap siswa berdasarkan hasil skala sikap mengenai berani mengambil resiko, merasakan tantangan, rasa ingin tahu, dan imajinatif adalah cenderung positif. Hal ini ditunjukan dengan skor-skor sikap siswa lebih dari skor-skor sikap netralnya namun, lebih dekat ke skor netralnya daripada ke skor idealnya.

B. Saran

Berdasarkan hasil anlasis data, pembahasan, dan kesimpulan yang telah diuraikan di bagian depan, maka penulis menyarankan hal-hal sebagai berikut.

1. Untuk di Lapangan

   Penggunaan pendekatan advokasi dengan penyajian masalah *open-ended* dalam pembelajaran matematika dapat dijadikan alternatif yang perlu dikembangkan oleh guru, karena dengan menggunakan pendekatan advokasi dengan penyajian masalah *open-ended* dalam pembelajaran matematika siswa dapat terlibat secara aktif dalam pembelajaran serta dapat meningkatkan kemampuan berpikir kritis dan kreatif siswa dalam matematika. Namun, agar hasilnya optimal maka sebaiknya guru membuat perencanaan pembelajaran yang lebih baik. Berkaitan dengan perencanaan tersebut, hal-hal yang perlu untuk diperhatikan antara lain adalah waktu, skenario pembelajaran, bahan ajar, dan tingkat kesukaran soal.

2. Untuk Penelitian Lanjut

Dari hasil pembahasan yang telah diuraikan di bagian depan, maka dapat diajukan beberapa hal sebagai rekomendasi yaitu sebagai berikut.

a. Pembelajaran melalui pendekatan advokasi dengan penyajian masalah open-*ended* dapat meningkatkan kemampuan berpikir kritis dan kreatif siswa dalam matematika yang merupakan kemampuan matematika tingkat tinggi, maka hendaknya ada peneliti lain yang mencoba menerapkan pembelajaran tersebut dalam upaya meningkatkan kemampuan matematika tingkat tinggi lainnya, seperti kemampuan komunikasi matematik siswa.

b. Kemampuan menganalisis argumen serta melakukan dan mempertimbangkan induksi merupakan dua komponen dari dua belas komponen kemampuan berpikir kritis yang diteliti. Dengan demikian, untuk penelitian selanjutnya, disarankan agar diteliti juga komponen berpikir kritis yang lainnya.

c. Subjek yang diteliti dalam penelitian ini adalah siswa SMP. Untuk penelitian selanjutnya disarankan agar subjek penelitiannya adalah siswa SMA.

DAFTAR PUSTAKA

Departemen Pendidikan Nasional. (2003). *Kurikulum Standar Kompetensi Matematika Sekolah Menengah Pertama dan Madrasah Tsanawiyah*. Jakarta: Depdiknas.

Dinas Pendidikan Kota Bandung. (2005). *Kluster Sekolah Berdasarkan Passing Grade Tahun Pelajaran 2005*. Bandung: Dinas Pendidikan Kota Bandung.

Fraenkel, J.R. dan Wallen, N.E. (1993). *How to Design and Evaluate Research in Education.* Singapore: Mc Graw Hill

Hamalik, U. (2003). *Pendekatan Baru Strategi Belajar Mengajar Berdasarkan CBSA*. Bandung: Sinar Baru Algensindo.

Herman, T. (2006), *Pembelajaran Berbasis Masalah untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Matematika Tingkat Tinggi Siswa Sekolah Menengah Pertama (SMP)*. Disertasi pada PPS UPI. Bandung: Tidak Dipublikasikan.

Johnson, E. (2006). *Contextual Teaching and Learning*. Bandung: MLC.

Mina, E. (2006). *Pengaruh Pembelajaran Matematika dengan Pendekatan Open-Ended terhadap Kemampuan Berpikir Kreatif Matematika Siswa SMA Bandung*. Tesis pada PPS UPI. Bandung: Tidak Dipublikasikan.

Minium, W. E., King, M. B. dan Bear, G.(1993). *Statistical Reasoning in Psychology and Education*. Canada: Wiley.

Mulyadi, S. (2004). *Bermain dan Kreativitas*. Jakarta: Papas Sinar Sinanti.

Mulyana, T. (2005). *Upaya Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreatif Matematik Siswa SMA Jurusan IPA melalui Pembelajaran dengan Pendekatan Induktif-Deduktif*. Tesis pada PPS UPI. Bandung: Tidak Dipublikasikan.

Munandar, S. C. U. (2004). *Pengembangan Kreatifitas Anak Berbakat*. Jakarta: Rineka Cipta.

NCTM. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA.: NCTM.

Kurniawan. (2003). *Evaluasi Mandiri Matematika SLTP Jilid 2 untuk Kelas 2*. Jakarta: Erlangga.

Ruseffendi, E. T. (1991). *Penilaian Pendidikan dan Hasil Belajar Siswa Khususnya dalam Pengajaran Matematika*. Bandung:

Ruseffendi, E. T. (1998). *Statistika Dasar untuk Penelitian Pendidikan*. Bandung: IKIP Bandung Press.

Ruseffendi, E. T. (1994). *Dasar-Dasar Penelitian Pendidikan dan Bidang Non-Eksata Lainnya*. Semarang: IKIP Semarang Press.

Sobel, A. M. dan Maletsky, M. E. (2003). *Mengajar Matematika*. Jakarta: Erlangga.

Supriadi, D. (1994). *Kreativitas, Kebudayaan, dan Perkembangan Iptek*. Bandung: Alfabeta.

Suryadi, D. (2005). *Penggunaan Pendekatan Pembelajaran Tidak Langsung serta Pendekatan Gabungan Langsung dan Tidak Langsung dalam Rangka Meningkatkan Kemampuan Berpikir Matematik Tingkat Tinggi Siswa SLTP*. Disertasi pada PPS UPI. Bandung: Tidak Dipublikasikan.

Implementasi Pembelajaran Matematika Berwawasan Lingkungan dengan Pendekatan Kooperatif Sebagai Upaya Mengembangkan Sikap Ramah Lingkungan dan Meningkatkan Hasil Belajar Siswa di SMA Muhammadiyah 1 Yogyakarta

Oleh:
Kana Hidayati, Elly Arliani, Heri Retnawati
Jurdik Matematika FMIPA UNY

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk meningkatkan hasil belajar matematika dan mengembangkan sikap ramah lingkungan pada siswa SMA Muhammadiyah 1 Yogyakarta melalui pembelajaran matematika berwawasan lingkungan dengan pendekatan kooperatif serta mengetahui respons siswa terhadap kegiatan pembelajaran yang dilakukan.

Kegiatan penelitian ini dilakukan melalui penelitian tindakan kelas *(classroom action research).* Tindakan dilaksanakan dalam 2 siklus dengan subjek penelitian adalah siswa kelas XI IPA 3 SMA Muhammadiyah 1 Yogyakarta. Kegiatan siklus I meliputi perencanaan, tindakan, observasi, dan refleksi. Kegiatan siklus II merupakan tindak lanjut dan modifikasi dari siklus I. Peneliti adalah instrumen utama dalam kegiatan penelitian ini. Adapun pengumpulan data dilakukan dengan menggunakan pedoman wawancara, lembar observasi pelaksanaan pembelajaran, soal kuis dan tugas, serta angket respons siswa. Pendekatan kooperatif dalam penelitian ini menggunakan tipe *Student Teams-Achievement Divitions* (STAD) dan dilakukan pada materi Peluang.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa melalui kegiatan pembelajaran matematika berwawasan lingkungan dengan pendekatan kooperatif tipe STAD terjadi peningkatan hasil belajar siswa pada materi Peluang dan dapat mengembangkan sikap ramah lingkungan pada siswa. Kegiatan pembelajaran matematika tersebut dilakukan dengan tahapan–tahapan sebagai berikut: *(1) Class Presentation* (Presentasi Kelas), tahap ini dilakukan oleh guru dengan menyampaikan materi secara garis besarnya saja disertai dengan contoh-contoh, (*2) Team Study* (Tahap Belajar dalam Kelompok), yakni siswa belajar dalam kelompok-kelompok kecil dengan beranggotakan 4-6 siswa yang heterogen, dilanjutkan presentasi oleh salah satu kelompok, dan pembahasan oleh guru diiringi upaya mengaitkan materi dengan lingkungan hidup siswa, *(3) Quizzes* (Kuis), yakni kuis yang dilaksanakan tiap pertemuan dan dikerjakan secara individu, dan *(4) Reward* (Penghargaan kelompok). Adapun berdasarkan respons siswa terhadap kegiatan pembelajaran yang dilakukan menunjukkan bahwa respons siswa baik dan model ini dapat diteruskan untuk kegiatan pembelajaran selanjutnya dengan pengelolaan yang lebih optimal. Selain itu, siswa merasa semakin peduli dengan lingkungannya dan semakin mengerti bahwa matematika ternyata sangat dekat dengan kehidupan sehari-hari para siswa.

Kata kunci: Pembelajaran kooperatif, berwawasan lingkungan, hasil belajar, sikap ramah lingkungan

A. PENDAHULUAN

Pendidikan lingkungan hidup yang telah diselenggarakan oleh pendidikan dasar dan menengah selama ini, ternyata belum memberikan dampak secara optimal dalam mempengaruhi kesadaran masyarakat,

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

khususnya warga sekolah, terhadap perubahan lingkungan hidup ke arah yang lebih berkualitas. Pada masa mendatang diharapkan terdapat perubahan mendasar pada warga sekolah berupa tumbuhnya wawasan lingkungan dan sikap ramah lingkungan yang bermuara pada perilaku yang positif terhadap lingkungan.

Sekolah merupakan wahana strategis untuk mentransformasikan ilmu pengetahuan, teknologi, budaya, etika, dan nilai. Pendidikan lingkungan yang memang telah diaplikasikan di sekolah mulai tahun 1987, keefektifannya masih belum dirasakan. Demikian pula berbagai strategi dan pendekatan belajar, seperti monolitik dan integrative, intra dan ekstra kurikuler, dan lain-lain masih belum memuaskan. Oleh karena itu, dalam menuju pembanguan berkelanjutan, sekolah merupakan pangkal tolak penyiapan generasi yang perlu terus dikembangkan program-program yang efektif seperti digalakkannya program Sekolah Berwawasan Lingkungan (SBL). Konsep Sekolah Berwawasan Lingkungan sebenarnya sejalan dengan konsep *Contextual Teaching and Learning* (CTL), di mana peserta didik dihadapkan pada system pembelajaran faktual di sekitarnya.

Pembelajaran pendidikan lingkungan dalam SBL yang sejalan dengan pelaksanaan KBK tersebut menuntut kreativitas guru pada mata pelajaran apapun termasuk matematika untuk mampu mengintegratifkan konsep lingkungan hidup ini ke dalam materi yang diajarkannya dengan baik serta mampu menciptakan kegiatan-kegiatan yang dapat membuat suasana belajar menjadi lebih menarik. Guru harus kreatif menciptakan model-model pendidikan lingkungan hidup sesuai dengan karakteristik ilmu yang dipelajari dan kebutuhan siswa di sekolah.

Berkaitan dengan pembelajaran matematika, sepanjang pengetahuan dan berdasarkan pengalaman peneliti, pembelajaran Matematika di sekolah saat ini menunjukkan bahwa hasil belajarnya masih rendah, siswa sulit menerima materi Matematika yang diajarkan, siswa takut terhadap Matematika, siswa phobi terhadap Matematika, dan kegiatan pembelajaran yang dilakukan di sekolah-sekolah belum sepenuhnya terintegrasi dengan konsep pelestarian lingkungan sehingga belum sepenuhnya mampu mengembangkan sikap ramah lingkungan pada siswa. Berdasarkan analisis situasi yang dilakukan peneliti di SMA Muhammadiyah 1 Yogyakarta terkait dengan hasil belajar matematika, ternyata ditemukan bahwa hasil belajarnya masih belum memuaskan. Selain itu juga tampak bahwa masih ada siswa yang belum memiliki sikap ramah lingkungan sebagaimana yang diharapkan. Melihat kondisi tersebut, peneliti tertarik untuk mengungkap dan menemukan cara untuk menyampaikan materi yang diajarkan agar siswa dapat mengingat konsep tersebut lebih lama di benaknya. Selain itu, siswa juga memiliki sikap ramah lingkungan yang sangat diperlukan bagi pembangunan berkelanjutan di masa mendatang.

Berdasarkan uraian di atas, penelitian ini dilakukan untuk mengungkap pembelajaran metematika yang berwawasan lingkungan dalam rangka meningkatkan hasil belajar dan mengembangkan sikap ramah lingkungan pada siswa SMA Muhammadiyah 1 Yogyakarta. Adapun pendekatan yang digunakan dalam pembelajaran ini adalah pendekatan kooperatif *(cooperative learning)* tipe *Student Teams-Achievement Divitions* (STAD). Mengingat adanya berbagai keterbatasan, penelitian difokuskan pada salah satu pokok bahasan yang sangat berhubungan dengan kehidupan sehari-hari para siswa yakni Peluang. Berdasarkan uraian di atas, masalah yang diajukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimanakah meningkatkan hasil belajar siswa SMA Muhammadiyah 1 Yogyakarta melalui pembelajaran matematika berwawasan lingkungan dengan pendekatan kooperatif?
2. Bagaimanakah mengembangkan sikap ramah lingkungan pada siswa SMA Muhammadiyah 1 Yogyakarta melalui pembelajaran matematika berwawasan lingkungan dengan pendekatan kooperatif?
3. Bagaimanakah respons siswa terhadap kegiatan pembelajaran yang dilakukan?

B. TINJAUAN PUSTAKA

1. Pendidikan Lingkungan Hidup

Pendidikan lingkungan hidup adalah pendidikan yang menggunakan suatu pendekatan belajar "*across the curriculum*", artinya belajar yang membantu sasaran didik untuk memahami lingkungan hidup dengan tujuan akhir agar mereka memiliki kepedulian untuk menjaga dan melestarikan lingkungan dan sikap bertanggung jawab dan memupuk keinginan serta memiliki keterampilan untuk melestarikan lingkungan agar dapat tercipta suatu sistem kehidupan bersama (Yusuf, 2000). Pendidikan lingkungan hidup menurut Swan & Stapp (1974) dijabarkan dalam ketiga aspek yaitu aspek: kognitif, afektif, dan psikomotor (keterampilan). Dalam pembelajaran pendidikan lingkungan hidup dikenal dengan dua macam pendekatan, yaitu pendekatan *monolitik* dan *integratif*. Pendekatan *monolitik* bertitik tolak dari pandangan bahwa setiap mata pelajaran adalah berdasarkan disiplin tersendiri sejajar dengan mata pelajaran lain. Kemungkinan yang dapat ditempuh dengan cara membangun ilmu tersendiri yang bernama Pendidikan Lingkungan Hidup, atau *plug in* yaitu membahas masalah lingkungan tersebut sebagai bagian dari suatu ilmu pengetahuan tertentu. Sedangkan yang dimaksud dengan pendekatan *integratif* bertitik tolak dari pandangan bahwa setiap mata pelajaran harus diintegrasikan dengan mata pelajaran lain, yaitu dengan memasukkan aspek-aspek lingkungan ke dalam matapelajaran yang sesuai.

2. Konsep Sekolah Berwawasan Lingkungan

Sekolah Berwawasan Lingkungan (SBL) adalah subsistem pendidikan yang khusus mengintegrasikan materi lingkungan hidup dan kependudukan dalam penerapan kurikulum di sekolah. SBL dilakukan melalui jalur sekolah yang menggunakan prinsip belajar sambil mengalami dengan bantuan guru dan semua komponen sekolah. Kegiatan SBL diimplementasikan dalam bentuk bervariasi, mulai dari kegiatan perbaikan fisik sekolah sampai kegiatan non fisik. Kegiatan yang berupa "*action*" yang berkaitan langsung dengan masalah lingkungan dan kegiatan sehari-hari siswa dan guru merupakan bentuk kegiatan yang mendukung SBL dan dengan mudah dijalankan atau diikuti oleh siswa dan guru. Kegiatan-kegiatan umum yang sangat perlu dilakukan adalah: (1) Pembenahan fasilitas fisik sarana-prasarana sekolah, sehingga lingkungan sekolah menjadi lebih bersih, indah dan nyaman untuk belajar, (2) Kegiatan lomba berkebun, lomba kebersihan dan lomba lingkungan sekitar sekolah, (3) Kegiatan lapangan atau karyawisata ke lokasi-lokasi dengan kondisi lingkungan ideal maupun lingkungan kumuh merupakan contoh konkret dalam memberikan pemahaman tentang masalah masalah lingkungan, (4) Penulisan karangan atau artikel yang bertema cinta lingkungan, dan (5) Pengadaan buku bacaan yang bernuansa pelestarian lingkungan.

3. **Pendekatan Kooperatif dalam Pembelajaran Matematika**

Pendekatan kooperatif dalam pembelajaran atau biasa dikenal dengan sebagai *cooperative learning* merupakan salah satu bentuk pembelajaran yang didasarkan pada paham konstruktivisme dan merupakan strategi belajar dimana siswa belajar dalam kelompok kecil, saling membantu untuk memahami suatu pembelajaran, memeriksa, dan memperbaiki jawaban. Belajar belum selesai jika salah satu teman dalam kelompoknya belum menguasai bahan pelajaran. Tujuan pembelajaran kooperatif adalah menciptakan situasi dimana keberhasilan individu ditentukan atau dipengaruhi oleh keberhasilan kelompoknya (Slavin, 1997: 234). Selain itu, *cooperative learning* mempunyai tiga karakterisrik yaitu; (1) siswa bekerja dalam tim-tim belajar yang kecil (4-6 orang anggota); (2) siswa didorong untuk saling membantu dalam mempelajari bahan yang bersifat akademik atau dalam melakukan tugas kelompok; (3) siswa diberi imbalan atau hadiah atas dasar prestasi kelompok (Slavin, 1995).

Cooperative learning (pembelajaran kooperatif) dalam pembelajaran Matematika akan dapat membantu para siswa meningkatkan sikap positif terhadap Matematika. Para siswa secara indvidu membangun keprcayaan diri terhadap kemampuannya untuk menyelesaikan masalah-masalah Matematika, sehingga akan mengurangi bahkan menghilangkan rasa cemas terhadap Matematika *(math anxiety)* yang bayak dialami para siswa. Pembelajaran kooperatif sangat bermanfaat bagi para siswa yang heterogen dengan menonjolkan interaksi dalam kelompok. Selain itu, model belajar ini dapat membuat siswa menerima siswa lain yang berkemampuan dan berlatar belakang berbeda.

Untuk mengoptimalkan manfaat pembelajaran kooperatif, keanggotaan sebaiknya dibuat oleh guru secara heterogen, baik dari kemampuannya maupun karakteristik lainnya. Adapun ukuran kelompok yang ideal untuk *cooperative learning* adalah tiga sampai lima orang (Suherman, 2003: 262). Menurut Slavin (1995 : 5-11) beberapa tipe dalam pembelajaran kooperatif diantaranya:

1. *Student Teams-Achievement Divitions* (STAD)

   Student Teams-Achievement Divitions (STAD) merupakan tipe pembelajaran kooperatif yang sederhana. Terdapat lima tahapan pembelajaran dalam

STAD yaitu presentasi kelas, belajar kelompok, kuis, peningkatan individu, dan penghargaan kelompok.

2. *Jigsaw*

   Dalam penerapan *Jigsaw*, siswa dibagi dalam kelompok kecil yang heterogen dengan menggunakan pola kelompok "asal" dan kelompok "ahli".

3. *Teams-Games-Tournaments* (TGT)

   Pembelajaran kooperatif tipe TGT, siswa dikelompokkan dalam kelompok-kelompok yang heterogen. Setelah guru menyajikan bahan pelajaran, tim mengerjakan lembar-lembar kerja, saling mengajukan pertanyaan, dan belajar bersama untuk persiapan menghadapi turnamen yang biasanya dilaksanakan seminggu sekali.

4. *Team Accelerated Intruction* (TAI)

   TAI didesain khusus untuk pembelajaran matematika. Tahap-tahap dalam TAI antara lain: tes penempatan, belajar kelompok, perhitungan nilai kelompok dan pemberian penghargaan bagi kelompok.

5. *Cooperative Integrated Reading and Composition* (CIRC)

   CIRC merupakan salah satu tipe pembelajaran kooperatif yang khusus diterapkan pada pembelajaran membaca dan menulis di sekolah. Siswa dibagi dalam kelompok berdasarkan tingkat kecepatan membacanya.

Berdasarkan uraian mengenai pembelajaran kooperatif di atas, peneliti menggunakan teori pembelajaran kooperatif tipe STAD sebagai acuan dalam menerapkan model pembelajaran kooparatif pada pembelajaran materi peluang dalam penelitian ini.

4. Sikap Ramah Lingkungan

Sikap ramah lingkungan merupakan sikap positif setiap warga terhadap lingkungan hidup yang berupa tindakan dalam perlindungan lingkungan yang memadai dan penghargaan tentang fungsi ekologi lingkungan hidup yang memberikan layanan pada manusia tanpa didominasi oleh pertimbangan ekonomi, yang mendorong eksploitasi lebih. Dalam penelitian ini sikap ramah lingkungan lebih difokuskan pada kepedulian siswa terhadap lingkungan hidupnya sehari-hari baik di lingkungan sekolah maupun di luar sekolah.

C. METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian tindakan kelas *(classroom action reseach)* yang dilakukan secara kolaboratif antara peneliti dengan guru matematika di SMA Muhammadiyah 1 Yogyakarta. Langkah-langkah penelitian yang dilaksanakan mengacu pada model Kemmis dan McTaggart. Partisipan penelitian adalah siswa kelas XI IPA 3 SMA Muhammadiyah 1 Yogyakarta. Pengambilan kelas XI IPA 3 sebagai subjek dalam penelitian ini berdasarkan hasil konsultasi dan diskusi dengan guru matematika SMA Muhammadiyah 1 Yogyakarta. Penelitian tindakan kelas ini dilakukan dalam dua siklus yang terdiri dari empat langkah dalam setiap siklusnya yaitu *plan, action, observation,* dan *reflection*. Dalam penelitian ini, peneliti sebagai instrumen karena bertindak sebagai perencana, pelaksana pengumpul data, penganalisis, penafsir data, dan pelapor hasil penelitian. Peneliti menggunakan lembar observasi, pedoman wawancara, angket, kuis, catatan lapangan, dan studi dokumentasi dalam pengumpulan data. Proses analisis data dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut: Reduksi data, Penyajian data, Triangulasi data, dan Penarikan simpulan. Terkait dengan respons siswa terhadap kegiatan pembelajaran yang dilakukan, siswa dikatakan merespons positif jika persentase Sangat Setuju (SS), dan Setuju (S) lebih besar daripada persentase Tidak Setuju (TS) dan Sangat Tidak Setuju (STS).

D. HASIL DAN PEMBAHASAN

Penelitian dilaksanakan pada bulan Juli hingga November 2007. Pelaksanaan kegiatan penelitian ini meliputi 2 siklus dengan masing-masing siklus terdiri atas 2 pertemuan. Materi pembelajaran pada siklus I adalah Kaidah Penjumlahan, Kaidah Perkalian, Permutasi, dan Kombinasi. Setelah pelaksanaan siklus I, tim peneliti bersama guru melakukan refleksi untuk mengetahui keterlaksanaan tindakan pada siklus I dan merencanakan tindakan perbaikan untuk siklus II. Materi pembelajaran pada siklus II adalah Peluang Suatu Kejadian Sederhana dan Kejadian Majemuk. Berikut deskripsi hasil pelaksanaan kegiatan penelitian yang telah dilakukan:

Awal siklus I, para siswa memperoleh informasi dari guru mengenai pembelajaran yang akan dilakukan yakni dengan menggunakan model pembelajaran kooperatif tipe STAD pada materi Peluang. Selanjutnya siswa dibagi dalam 9 kelompok dan diminta duduk sesuai dengan kelompoknya masing-masing. Siklus 1 dilaksanakan dalam dua pertemuan. Berdasarkan hasil observasi, pada pelaksanaan pembelajaran pertama, terlihat bahwa awalnya siswa ramai dan ribut begitu pembelajaran diawali dengan pembagian kelompok. Namun hal ini tidak berlangsung lama dan siswa mulai menyesuaikan diri. Selama guru menyampaikan penjelasan secara garis besar para siswa terlihat antusias memperhatikan tapi masih banyak yang pasif dan enggan bertanya. Namun demikian diskusi dalam tiap kelompok berjalan lancar. Kepasifan siswa mulai berubah ketika diminta presentasi, siswa tampak antusias dan semangat. Demikian juga pada pelaksanaan pembelajaran yang kedua, ketika akan dilaksanakan diskusi kelompok dan presentasi para siswa tampak antusias dan semangat. Selain itu, pada pertemuan kedua para siswa tampak lebih siap mengikuti kegiatan pembelajaran dan banyak yang mau menyampaikan pertanyaan tentang materi yang belum dipahami. Namun demikian, baik untuk pertemuan pertama dan kedua terasa sekali bahwa waktu untuk pembahasan masih kurang sehingga karena waktunya telah habis ada beberapa pembahasan yang disampaikan guru secara garis besar saja sehingga tampak beberapa siswa masih kesulitan memahami. Berdasarkan hasil nilai kuis, secara keseluruhan diperoleh rata-rata nilai kuis sebesar 4,8. Hasil ini memang belum menggembirakan, tetapi mengingat materi peluang memang termasuk materi yang cukup sulit dipahami para siswa, justru menjadikan tim peneliti dan guru berusaha mengoptimalkan kegiatan pembelajaran yang dilakukan.

Berdasarkan hasil refleksi terhadap kegiatan pembelajaran dan memperhatikan hasil observasi dan hasil belajar siswa, pada siklus berikutnya perlu ada perbaikan dalam kegiatan pembelajaran antara lain:

1) Sebaiknya guru terus memotivasi agar pada pembelajaran berikutnya siswa harus sudah mempelajari materi terlebih dahulu.
2) Alokasi waktu untuk pembahasan dari guru perlu diperbanyak bahkan bila perlu kunci jawaban untuk soal dalam handout dan kuis dipersiapkan dalam bentuk hardcopy.
3) Komunikasi antara guru dan siswa perlu ditingkatkan agar siswa tidak segan bertanya atau menanggapi.

Awal siklus II, siswa kembali memperoleh informasi mengenai pembelajaran materi peluang yang akan dilakukan dengan menggunakan model pembelajaran kooperatif tipe STAD pada materi Peluang Kejadian Suatu Kejadian Sederhana dan Kejadian Majemuk. Siklus II ini juga dilaksanakan dalam dua pertemuan. Berdasarkan hasil observasi, pada pelaksanaan pembelajaran pertama, terlihat bahwa siswa tampak siap mengikuti kegiatan pembelajaran. Diskusi dalam tiap kelompok berjalan lancar dan siswa tampak antusias dan semangat. Demikian juga pada pelaksanaan pembelajaran yang kedua, siswa tampak antusias dan semangat, lebih mandiri, dan siap mengikuti kegiatan pembelajaran serta banyak yang aktif menyampaikan pertanyaan atau menanggapi. Pada siklus II ini, waktu untuk pembahasan yang lebih lama menjadikan pembahasan dapat dilakukan secara lebih detail dan mendalam. Berdasarkan hasil nilai kuis, secara keseluruhan diperoleh rata-rata nilai kuis sebesar 6,9. Hasil ini memang juga belum cukup menggembirakan, tetapi memperhatikan hasil pada siklus I, dapat dikatakan bahwa hasil belajar siswa dapat dikatakan meningkat. Berdasarkan hasil refleksi terhadap kegiatan pembelajaran dan memperhatikan hasil observasi, wawancara, isian angket respons siswa, secara umum pada siklus II ini dapat dikatakan para siswa lebih siap dan cermat dalam mengikuti pelajaran serta tampak lebih aktif dibandingkan sebelumnya. Tanggapan siswa terhadap kegiatan pembelajaran yang dilakukan diperoleh dari data angket respons siswa. Terdapat 43 angket yang kembali pada peneliti. Berdasarkan hasil angket menunjukkan bahwa secara umum dapat dikatakan siswa merespons positif kegiatan pembelajaran yang telah dilakukan. Hal ini berdasarkan respons siswa yakni secara keseluruhan tampak bahwa persentase SS dan S lebih besar daripada persentase TS dan STS. Selain itu berdasarkan angket jawaban terbuka, diperoleh respons siswa sebagai berikut: (1) pada umumnya siswa merasa senang dengan model pembelajaran yang dilakukan, karena dapat bekerjasama dalam kelompok, tidak membosankan, lebih mudah mengerjakan soal, dan seru karena ada unsur kompetitifnya, namun sebagian siswa walaupun hanya beberapa ada juga yang kurang senang karena pembelajaran menjadi didominasi siswa yang aktif dan merasa penjelasan guru terlalu cepat, (2) Terkait dengan pemahaman terhadap materi yang dipelajari, sebagian siswa menyatakan mudah memahami dan sebagian merasa sulit memahami. Namun ditinjau dari persentasenya dapat dikatakan lebih banyak yang menyatakan mudah memahami namun selisihnya tidak begitu jauh dengan yang merasa sulit memahami, (3) Pada umumnya siswa memberikan kesan bahwa pembelajaran yang telah dilakukan cukup menarik dan dapat digunakan sebagai metode alternatif agar pembelajaran tidak monoton dan membosankan, namun ada juga walaupun sedikit siswa yang menyatakan bahwa metode yang digunakan kurang menarik, (4) Sebagian besar siswa menyarankan agar dalam penggunaan model pembelajaran ini materi dijelaskan dengan lebih detail dan sebagian siswa juga menengeluhkan jam pelajaran matematika yang ada di akhir sehingga siswa sudah kurang konsentrasi mengikuti kegiatan pembelajaran, mereka menginginkan jam pelajaran matematika dipindah di pagi hari atau di jam-jam pertengahan, dan (5) terkait dengan sikap ramah lingkungan dalam arti kepedulian terhadap lingkungan hidup, sebagian besar siswa menyatakan bahwa dengan mengaitkan meteri peluang dengan kehidupan sehari-hari siswa khusunya lingkungan hidup menjadikan mereka merasa semakin memiliki sikap peduli dengan lingkungannya dan semakin tahu bahwa ternyata matematika begita dekat dengan kehidupan sehari-hari para siswa, tidak sekedar konsep abstrak yang sulit dipelajari.

2. Pembahasan

Pelaksanaan pembelajaran materi peluang melalui pembelajaran matematika berwawasan lingkungan dengan model pembelajaran kooperatif tipe STAD dalam penelitian ini dilakukan dengan urutan tahapan sebagai berikut: presentasi kelas, belajar kelompok, kuis, dan penghargaan kelompok. Dalam pembelajaran, siswa yang lebih banyak berperan. Tahapan presentasi kelas dilakukan oleh guru dengan menyampaikan materi secara garis besarnya saja dengan disertai contoh-contoh. Setelah guru selesai menyampaikan materi secara garis besar, siswa belajar menyelesaikan soal secara mandiri dalam kelompok. Pembelajaran tidak lagi terpusat pada guru, akan tetapi lebih terpusat pada siswa dimana siswa berusaha menemukan, memahami, dan mengkonstruksi sendiri pengetahuannya. Dengan kegiatan tersebut siswa menjadi ikut serta secara aktif dalam pembelajaran sehingga mendorong peningkatan pemahaman siswa terhadap materi yang sedang dipelajari. Dalam hal ini guru berperan aktif sebagai faisilitator, pengarah, dan pembimbing kalau ada siswa yang mengalami kesulitan.

Kegiatan belajar kelompok membangun rasa saling ketergantungan dan kerjasama antar anggota kelompok. Dari hasil angket dan wawancara dengan siswa, mereka mengungkapkan bahwa dengan belajar kelompok mereka menjadi lebih kompak, akrab, lebih mudah dalam mempelajari materi, dan lebih bersemangat untuk belajar. Siswa mempunyai kemampuan lebih untuk memberikan penjelasan kepada siswa yang mengalami kesulitan. Sebaliknya siswa yang mengalami kesulitan memahami materi atau menyelesaikan masalah akan bertanya kepada teman yang sudah mengerti. Hal itu sesuai dengan lima unsur yang ada dalam pembelajaran kooperatif menurut Roger dan David Johnson yang dikutip oleh Anita Lie (2005: 31) yaitu saling ketergantungan positif, tanggung jawab perorangan, tatap muka, komunikasi antar kelompok, dan evaluasi proses kelompok.

Ketika pembelajaran berlangsung khususnya pada saat belajar kelompok pendampingan oleh guru sangatlah penting. Dalam kegiatan pendampingan ini, guru senantiasa mengajak siswa untuk terlibat secara aktif dalam pembelajaran dan memberikan bantuan berupa bimbingan serta arahan apabila ada siswa yang mengalami kesulitan dalam memahami materi. Selain itu adanya pemberian motivasi dari guru secara langsung kepada siswa diantaranya motivasi bahwa mereka dapat menguasai materi yang sedang dipelajari, rajin mengerjakan soal atau latihan dan sebagainya dapat menumbuhkan rasa percaya diri siswa. Selama pembelajaran, adanya umpan balik balik dan review dari guru juga sangat penting. Umpan balik yang terjadi menunjukkan bahwa di dalam proses pembelajaran telah terjadi interaksi. Interaksi berupa tanya jawab merupakan interaksi yang sering terjadi dalam pembelajaran. Suasana pembelajaran yang menyenangkan dan menarik akan membantu siswa berpartisipasi dalam pembelajaran sehingga mahasiswa diharapkan senantiasa siap dalam mengikuti pembelajaran. Kuis dapat menjadi alternatif yang digunakan guru untuk membangkitkan semangat belajar siswa. Hal tersebut sesuai dengan pendapat Raymond J. Wlodkowski dan Judith H. Jaynes (2004: 150) yang menyatakan bahwa aktivitas-aktivitas yang menarik siswa dan membantu mereka menjaga kewaspadaan diantaranya soal-soal, permainan (*game*), bermain drama, latihan-latihan, diskusi, kerja kelompok, simulasi, eksperimen, teka-teki silang, dan kajian-kajian pelajaran.

Dari hasil pengamatan pada pembelajaran siklus 1, tampak bahwa hasil belajar siswa dapat dikatakan masih belum menggembirakan. Pada saat pembelajaran siswa terkesan masih pasif, ramai sendiri, kurang konsentrasi, kurang persiapan, lambat untuk memahami materi, enggan bertanya, dan masih banyak menunggu pengarahan dan pembahasan dari guru. Namun, untuk pelaksanaan diskusi sudah berjalan cukup lancar. Sedangkan pada pembelajaran siklus II, menunjukkan bahwa siswa tampak lebih siap sehingga peran siswa dalam kegiatan pembelajaran lebih aktif. Dengan kuis yang dikerjakan secara individu, siswa menjadi tertantang untuk mampu memahami materi dengan lebih baik lagi.

Adanya *reward* yang diberikan oleh guru di akhir pembelajaran, mendukung peningkatan semangat belajar siswa. *Reward* berupa nilai yang diberikan pada setiap kelompok setelah mengikuti kuis, pujian, dan *applause* yang diberikan kepada kelompok yang berhasil memperoleh rata-rata nilai tertinggi menjadikan siswa lebih antusias dan semangat. Dalam hal ini, nilai, pujian, dan *applause* yang diberikan sebagai penghargaan mempunyai peranan yang sangat penting dalam meningkatkan semangat belajar siswa. Hal ini didukung oleh pendapat Saiful Bahri Djamarah dan Aswan Zain (2002: 167) yang menyatakan bahwa pemberian ganjaran terhadap prestasi yang dicapai peserta didik dapat merangsang untuk mendapat prestasi yang lebih baik dikemudian hari. Selain pujian dan nilai, guru juga memberikan hadiah untuk semakin meningkatkan semangat belajar mahasiswa. Hal ini sesuai dengan pendapat Saiful Bahri Djamarah dan Aswan Zain (2002: 169) bahwa hadiah berupa benda seperti buku tulis, pensil, pena, bolpoint, penggaris, dan sebagainya dapat dimanfaatkan untuk kepentingan belajar peserta didik.

Berdasarkan hasil belajar siswa, walaupun rata-rata nilainya masih belum menggemberikan. Namun dapat dikatakan siswa meningkat hasil belajarnya. Belum bagusnya nilai yang dicapai siswa, mungkin disebabkan karena materi peluang memang merupakan salah satu materi yang cukup sulit dipahami para siswa. Oleh sebab itu, inovasi model-model pembelajaran yang menarik dan menjadikan siswa mudah memahami materi sangat diperlukan. Dari hasil angket respons siswa, menunjukkan bahwa sebagian besar siswa merespons positif kegiatan pembelajaran yang dilakukan. Terkait dengan kepedulian terhadap lingkungan hidup, memang tidak secara eksplisit nampak dan teramati dari sikap siswa secara langsung. Namun demikian, berdasarkan respons siswa menunjukkan bahwa dengan mengaitkan materi peluang dengan lingkungan hidup menjadikan siswa menjadi semakin peduli terhadap lingkungannya dan mengerti bahwa matematika merupakan salah satu mata pelajaran yang begitu dekat dengan kehidupan sehari-hari para siswa, tidak sekedar mata pelajaran yang memiliki objek abstrak dan sulit dipelajari.

E. KETERBATASAN PENELITIAN

Penelitian ini masih mengalami berbagai keterbatasan di antaranya:

1. Pelaksanaan tindakan hanya dilakukan pada materi Peluang dan dilakukan dalam jangka waktu sekitar satu bulan sehingga peningkatan hasil belajar dan pengembangan sikap ramah lingkungan yang terjadi pada siswa belum optimal.
2. Kekurangjelian peneliti dalam mengamati proses pembelajaran.
3. Pada saat belajar kelompok siswa menuntut banyak perhatian sehingga dengan banyaknya siswa yang bertanya pada pengamat selama pelaksanaan belajar kelompok menjadikan pelaksanaan kegiatan observasi menjadi sedikit terganggu.

E. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan dapat disimpulkan bahwa pelaksanaan model pembelajaran kooperatif tipe STAD pada pembelajaran matematika berwawasan lingkungan di SMA Muhammadiyah 1 Yogyakarta dilaksanakan dengan tahapan sebagai berikut: *(1) Class Presentation* (Presentasi Kelas), tahap ini dilakukan oleh guru, yakni guru menyampaikan materi secara garis besarnya saja disertai dengan contoh-contohnya (*2) Team Study* (Tahap Belajar dalam Kelompok), yakni siswa belajar dalam kelompok-kelompok kecil dengan beranggotakan 4-6 siswa yang heterogen baik kemampuan akademik maupun jenis kelamin. Dalam hal ini, terdapat sembilan kelompok yang terbentuk *(3)Quizzes* (Kuis), yakni kuis dilaksanakan tiap pertemuan dan dikerjakan secara individu dan *(4) Reward* (Penghargaan kelompok).

Berdasarkan kegiatan pembelajaran dengan tahapan tersebut ternyata hasil belajar siswa mengalami peningkatan yakni diperoleh dari rata-rata nilai kuis yaitu 4,8 pada siklus I menjadi 6,9 pada siklus II. Selain itu, kegiatan pembelajaran ini juga dapat mengembangkan sikap ramah lingkungan siswa.

Upaya pengembangan sikap ramah lingkungan ini selain dikembangkan melalui lisan ketika guru menjelaskan materi di kelas juga melalui tugas yang diberikan setiap akhir siklus. Berdasarkan respons siswa ternyata para siswa merespons positif kegiatan pembelajaran yang telah dilakukan.

DAFTAR PUSTAKA

Ary, Donald; Jacobs, Lucy Cheser; Razavieh, Asghar. 1985. *Introduction to Research in Education.* New York: CBS College Publishing.

Bapedalda, 1998. Pendidikan Lingkungan Seri 5, *Membangun Kesadaran Lingkungan.* Jawa Timur: PCI-Bapedalda Jatim-AusAid.

Departemen Pendidikan Nasional. 2002. *Kurikulum Berbasis Kompetensi*. Jakarta: Depdiknas.

DePorter, Bobbi & Mike Hernacki, 2002. *Quantum Learning: Membiasakan Belajar Nyaman dan Menyenangkan.* Bandung: Kaifa.

Dirjen Dikdasmen, 2002. *Peduli,* Buletin Pendidikan Kependudukan dan Lingkungan Hidup, Edisi 4 - Mei 2002, Jakarta: Depdiknas Dirjen Dikdasmen-Proyek PKLH

Dirjen Dikdasmen, 2002. *Peduli,* Buletin Kependidikan Kependudukan dan Lingkungan Hidup, Edisi 6 - November 2002. Jakarta: Dirjen Dikdasmen-Proyek PKLH.

Gilpin, A. 1996. Dictionary of Environment and Sustainable Development. John Wiley & Sons, Chichester.

Kemmis, S & McTaggart. 1982. *The Action Reseach Planner*. Victoria: Deakin University.

Mulyasa, E. 2002. *Kurikulum Berbasis Kompetensi: Konsep, Karakteristik, dan Implementasi.* Bandung: PT Remaja Rosdakarya.

Mulyasa, E. 2003. *Manajemen Berbasis Sekolah: Konsep, Strategi, dan Implementasi.* Bandung: PT Remaja Rosdakarya.

Suryanto. (2001). *Penggunaan Masalah Kontekstual Dalam Pembelajaran Matematika (Pidato Pengukuhan Guru Besar).* Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta

Suryanto. (2003). *Pembelajaran Matematika Berbasis Kompetensi (makalah).* Disampakan dalam seminar nasional Matematika XI HIMATIKA FMIPA UNY 16 Maret 2003.

Swan, J.A. & Stapp, W.B. 1974. *Environment Education: Strategic Toward a More Liveable Future*. New York: John Wiley & Sons.

Yusuf, M. 2000. *Pendidikan Kependudukan & Etika Lingkungan.* Yogyakarta: Lembaga Studi dan Inovasi Pendidikan.

Upaya Peningkatan Kualitas Pembelajaran Komputasi Statistik Melalui Perkuliahan *Online* Pada Mahasiswa Program Studi Matematika FMIPA UNY

Oleh:
Kana Hidayati, Caturiyati, Himmawati Puji Lestari
Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk meningkatkan kualitas pembelajaran Komputasi Statistik melalui perkuliahan *online* dan respons mahasiswa terhadap kegiatan perkuliahan tersebut.

Kegiatan penelitian dilakukan melalui penelitian tindakan kelas *(classroom action research).* Tindakan dilaksanakan dalam 2 siklus dengan subjek penelitian adalah mahasiswa Program Studi Matematika FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta yang menempuh mata kuliah Komputasi Statistik pada semester genap tahun akademik 2006/2007. Kegiatan siklus I meliputi perencanaan, tindakan, observasi, refleksi dan evaluasi. Kegiatan siklus II merupakan tindak lanjut dan modifikasi dari siklus I. Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah pedoman wawancara, lembar observasi pelaksanaan perkuliahan kelas tatap muka dan kelas maya, lembar penilaian presentasi dan diskusi, ujian tertulis dan tugas, dan angket respons mahasiswa.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa melalui kegiatan perkuliahan online pada mata kuliah Komputasi Statistik mahasiswa Program Studi Matematika FMIPA UNY tahun akademik 2006/2007, terjadi peningkatan kualitas pembelajaran ditinjau dari aspek keterlaksanaan oleh dosen, keterlaksanaan oleh mahasiswa, perhatian mahasiswa, keaktifan mahasiswa, bimbingan individual kepada mahasiswa, interaksi antara dosen dan mahasiswa, pemberian umpan balik secara kontinu, dan hasil belajar mahasiswa pada kemampuan kognitif. Kegiatan pembelajaran Komputasi Statistik secara *online* yang mampu meningkatkan kualitas pembelajaran pada aspek-aspek tersebut dilakukan melalui tahapan–tahapan sebagai berikut: (*1)* Kegiatan pendahuluan atau awal perkuliahan *online* yang dilakukan dengan mensosialisasikan kegiatan pembelajaran yang akan dilakukan serta menggali kondisi awal mahasiswa khususnya terkait dengan kemampuan memanfaatkan komputer, (2) Perkuliahan yakni merupakan inti pelaksanaan kuliah *online* yang dilakukan dengan memberikan mahasiswa materi secara *online* untuk dibaca dan dipelajari serta tugas yang harus dikerjakan dan dikirimkan secara individual dalam jangka waktu tertentu, (3) Tindak lanjut yakni kegiatan perkuliahan tatap muka di kelas berupa presentasi dan diskusi. Adapun berdasarkan respons mahasiswa terhadap kegiatan perkuliahan yang dilakukan menunjukkan bahwa respons mahasiswa baik dan model ini dapat diteruskan untuk kegiatan pembelajaran selanjutnya.

Kata kunci: Kualitas Pembelajaran, Komputasi Statistik, Perkuliahan *Online*

A. PENDAHULUAN

Saat ini, Universitas Negeri Yogyakarta, tampak terus melengkapi dirinya dengan berbagai fasilitas yang memungkinkan para "civitas akademika"-nya memanfaatkan infrastruktur telekomunikasi untuk menunjang peningkatan kualitas pembelajaran dan pemberian layanan kepada mahasiswa.

Berbagai fasilitas yang dimaksud antara lain adalah berupa pengadaan perangkat komputer (laboratorium komputer), koneksi ke internet (*internet connectivity*), pengembangan website, pengembangan *Local Area Network (LAN)*, dan pengembangan intranet.

Mata kuliah Komputasi Statistik (3 SKS) merupakan salah satu mata kuliah pilihan di Program Studi Matematika yang banyak dipilih dan diminati oleh para mahasiswa. Mata kuliah Komputasi Statistik memiliki tujuan agar mahasiswa mempunyai kompetensi untuk melakukan analisis statistik dengan menggunakan program komputer seperti *Excel* dan *SPSS for windows*. Mata kuliah ini lebih merupakan pendalaman terhadap berbagai mata kuliah lain dalam rumpun Statistika seperti Statistika Elementer, Rancangan Percobaan, dan Analisis Regresi. Pada mata kuliah Komputasi Statistik mahasiswa diharapkan tidak hanya menguasai konsepnya secara teoretis saja melainkan juga dapat melakukan analisis data secara empirik menggunakan program komputer. Oleh sebab itu, dalam pembelajaran komputasi statistik lebih banyak praktikum mengingat kegiatan analisis atau pengolahan datanya dilakukan secara intensif dengan komputer. Namun demikian, kegiatan pembelajaran secara teori juga ditekankan guna membahas hasil olah data dan menguatkan konsep mahasiswa terhadap teori statistika yang digunakan.

Selama ini kegiatan pembelajaran yang dilakukan masih lebih banyak dilakukan secara klasikal dalam bentuk diskusi baik ketika praktikum maupun teori. Hal ini memunculkan kecenderungan tidak seluruh mahasiswa aktif dalam perkuliahan, mereka yang aktif didominasi oleh yang memahami materi lebih mendalam. Sedangkan yang kurang menguasai cenderung diam atau pasif dan tidak berani berpendapat atau mengungkapkan permasalahan yang dihadapi terkait kegiatan pembelajaran yang dilakukan. Walaupun terdapat banyak faktor yang mempengaruhi, namun salah satu yang cukup penting untuk diperhatikan adalah faktor yang terkait dengan inovasi kegiatan pembelajaran yang mampu meningkatkan kualitas pembelajaran, sehingga hasil belajar mahasiswa diharapkan juga akan semakin menjadi lebih baik lagi.

Melalui kegiatan pembelajaran *online*, mahasiswa dapat berkomunikasi dengan dosennya kapan saja. Demikian juga sebaliknya. Sifat komunikasinya bisa tertutup antara satu mahasiswa dengan dosen atau bahkan secara bersama-sama melalui papan pengumuman. Komunikasinya juga masih bisa dipilih, mau secara serentak atau tidak (Soekartawi, 2002). Selain itu, melalui pembelajaran *online*, dosen akan lebih mudah mengontrol kegiatan mahasiswa terutama dalam hal mengecek atau memantau tugas-tugas yang telah dikerjakan mahasiswa, memgoreksi dan menilai hasil tugas mahasiswa serta memungkinkan terjadinya interaksi pembelajaran di mana dan kapan saja serta menjangkau mahasiswa dalam cakupan yang lebih luas.

Berdasarkan uraian di atas, penelitian tentang model perkuliahan *online* khususnya pada mata kuliah Komputasi Statistik perlu untuk dilakukan dalam rangka meningkatkan kualitas pembelajaran yang dilaksanakan. Oleh sebab itu, dalam kegiatan penelitian ini dirumuskan masalah sebagai berikut: (1) Bagaimanakah meningkatkan kualitas pembelajaran Komputasi Statistik melalui perkuliahan *online*? (2) Bagaimanakah respons mahasiswa terhadap kegiatan pembelajaran Komputasi Statistik melalui perkuliahan *online* tersebut?

B. KAJIAN PUSTAKA

1. Proses dan Kualitas Pembelajaran

Proses pembelajaran mengindikasikan adanya dua kegiatan yang sama-sama aktif baik dari peserta didik maupun guru/dosen. Dari perspektif peserta didik, proses ini mengandung arti interaksi antara seluruh potensi individu dengan lingkungannya yang menghasilkan perubahan perilaku. Dari sudut pandang guru/dosen proses pembelajaran berarti penataan (pemilihan dan pengorganisasian) lingkungan belajar yang memberi kemungkinan paling baik bagi terjadinya proses belajar individu (Udin, 1995). Proses pembelajaran juga dapat dikatakan berkualitas apabila dapat berjalan efektif yakni jika proses belajar maupun proses mengajarnya berjalan secara aktif. Menurut Udin (1995), beberapa variabel yang perlu diperhatikan agar proses belajar mengajar berjalan dengan efektif adalah: (1) melibatkan peserta didik secara aktif dalam proses pembelajaran, (2) menarik minat dan perhatian peserta didik, (3) membangkitkan motivasi peserta didik dalam belajar, (4) memahami individualitas peserta didik, (5) menyediakan alat bantu pembelajaran, dan (6) ada dalam kondisi yang menyenangkan.

Ada sejumlah kriteria yang dapat digunakan untuk menilai proses pembelajaran di perguruan tinggi (Dina Mustafa, 2004: 4-5) adalah: (1) Konsistensinya dengan kegiatan yang terdapat dalam program pengajaran, (2) Keterlaksanaannya oleh dosen, (3) Keterlaksanaan dari segi mahasiswa, (4) Perhatian yang diperlihatkan mahasiswa terhadap pembelajaran yang sedang berlangsung, (5) Keaktifan mahasiswa dalam proses pembelajaran, (6) Kesempatan yang diberikan untuk menerapkan hasil pembelajaran dalam situasi yang nyata, (7) Kesempatan dan kualitas bimbingan individual yang diberikan pada mahasiswa, (8) Pola interaksi antara dosen dan mahasiswa, (9). Kesempatan untuk mendapatkan umpan balik secara kontinu, dan (10) Bebasnya dari efek samping yang negatif.

Adapun ditinjau dari penilaian terhadap hasil belajar yang dicapai, meliputi penilaian untuk tujuan jangka pendek dan penilaian untuk tujuan jangka panjang.

Berdasarkan uraian di atas, kualitas pembelajaran yang dimaksud dalam kegiatan ini meliputi dari aspek keterlaksanaan oleh dosen, keterlaksanaan oleh mahasiswa, perhatian mahasiswa, keaktifan mahasiswa, bimbingan individual kepada mahasiswa, interaksi antara dosen dan mahasiswa, pemberian umpan balik secara kontinu, dan hasil belajar mahasiswa pada kemampuan kognitif.

2. Perkuliahan Komputasi Statistik

Komputasi Statistik merupakan mata kuliah yang bertujuan agar mahasiswa memiliki kompetensi dapat melakukan hitungan untuk analisis data dengan perhitungan biasa, dengan kalkulator, dan dengan komputer. Kegiatan praktikum sangatlah penting untuk menambah pemahaman mahasiswa tentang konsep yang telah diberikan pada perkuliahan. Dalam praktikum mahasiswa dapat menerapkan langsung konsep yang dipelajari dalam bentuk sebuah olah data dengan program komputer untuk menyelesaikan masalah nyata. Bentuk tugas berupa olah data dilakukan dengan menggunakan program *Excel* dan *SPSS for Windows.*

3. Pembelajaran Online (*On-Line Learning)*

On-Line Learning merupakan model pembelajaran yang juga dikenal dengan berbagai istilah seperti pembelajaran elektronik atau *e-Learning, internet-enabled learning, virtual learning,* atau *web-based learning* telah dimulai pada tahun 1970-an (Waller and Wilson, 2001). Beberapa persyaratan penting dalam *On-Line Learning,* antara lain: (a) kegiatan pembelajaran dilakukan melalui pemanfaatan jaringan, (b) tersedianya dukungan layanan belajar yang dapat dimanfaatkan oleh peserta didik, (c) tersedianya dukungan layanan tutor yang dapat membantu peserta didik belajar apabila mengalami kesulitan, (d) adanya lembaga yang menyelenggarakan/mengelola kegiatan *On-Line Learning,* (e) adanya sikap positif dari peserta didik dan tenaga kependidikan terhadap teknologi komputer dan internet, (f) adanya rancangan sistem pembelajaran yang dapat dipelajari/diketahui oleh setiap peserta didik, (g) adanya sistem evaluasi terhadap kemajuan atau perkembangan belajar peserta didik, dan (h) adanya mekanisme umpan balik yang dikembangkan oleh lembaga penyelenggara. (Siahaan, 2003).

Pelaksanaan *On-Line Learning* dalam kegiatan pembelajaran di dalam kelas *(classroom instruction)*, menurut Siahaan (2003) setidaknya memiliki 3 (tiga) fungsi yaitu sebagai: (1) suplemen yang sifatnya pilihan/opsional, (2) pelengkap (komplemen), dan (3) pengganti (substitusi). Terkait dengan fungsi tersebut, model kegiatan pembelajaran yang dapat dilakukan melalui **O***n-Line Learning* juga meliputi tiga bentuk sebagaimana telah dilakukan oleh beberapa perguruan tinggi di negara-negara maju yakni: (1) sepenuhnya secara tatap muka (konvensional), (2) sebagian secara tatap muka dan sebagian lagi melalui internet, atau bahkan (3) sepenuhnya melalui internet.

Menurut A. W. Bates (Bates, 1995) dan K. Wulf (Wulf, 1996), manfaat *On-Line Learning* meliputi 4 hal, yaitu: (1) Meningkatkan kadar interaksi pembelajaran antara peserta didik dengan guru/dosen, (2) Memungkinkan terjadinya interaksi pembelajaran dari mana dan kapan saja, (3) Menjangkau peserta didik dalam cakupan yang luas, dan (4) Mempermudah penyempurnaan dan penyimpanan materi pembelajaran. Namun demikian, pembelajaran *online* juga memiliki berbagai kekurangan. Haryono (2003) mengemukakan beberapa kelemahan pembelajaran *online* diantaranya adalah: (a) penggunaan internet memerlukan infrastruktur yang memadai, (b) penggunaan internet mahal, dan (c) komunikasi melalui internet seringkali lamban. Selain itu, menurut Boolen & Beam (Soekartawi, 2003) pembelajaran *online* memiliki beberapa kekurangan yaitu: (1) proses belajar dan mengajarnya cenderung kearah pelatihan daripada pendidikan, (2) kurangnya tenaga yang mengetahui dan memiliki keterampilan mengenai internet, kurangnya penguasaan bahasa komputer, tidak semua tempat tersedia fasilitas internet, peserta didik yang tidak mempunyai motivasi tinggi cenderung gagal, kurangnya interaksi guru/dosen dengan peserta didik secara langsung atau antar peserta didik, adanya kecenderungan mengabaikan aspek akademik dan sebaliknya mendorong tumbuhnya aspek bisnis/komersial, serta berubahnya peran guru/dosen dari yang semula menguasai teknik pembelajaran konvensional kini dituntut mengetahui teknik pembelajaran yang menggunakan ICT.

Berdasarkan uraian di atas, pelaksanaan pembelajaran *online* dalam kegiatan pengembangan ini dilaksanakan melalui gabungan antara pembelajaran tatap muka di kelas dan pembelajaran pada kelas maya dengan disesuaikan jadwal perkuliahan yang ada. *On-Line Learning* dilakukan dengan menggunakan software *ECLA.*

C. METODE

Kegiatan penelitian ini dilaksanakan dalam bentuk penelitian tindakan kelas *(classroom action reseach)* dengan mengacu pada langkah-langkah penelitian model Kemmis dan McTaggart. Pada penelitian ini, perkuliahan *online* dilaksanakan melalui tiga tahapan yakni: *(1) Prerequisite online,* (2) *Lecturer_ied atau online for presentation* dan (3) *Online follow up*. Memperhatikan tahap-tahap perkuliahan *online* di atas, maka pelaksanaan setiap siklus yang meliputi perencanaan, tindakan, observasi, refleksi dan evaluasi.

Kegiatan pengembangan dilakukan di Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta pada bulan Februari sampai dengan bulan Mei 2007. Subjek pengembangan adalah mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika FMIPA UNY yang pada semester genap tahun akademik 2005/2006 menempuh mata kuliah Komputasi Statistik. Adapun instrumen yang digunakan dalam kegiatan pengembangan ini adalah sebagai berikut: (1) pedoman wawancara, (2) lembar observasi pelaksanaan perkuliahan kelas tatap muka dan kelas maya, (3) lembar penilaian presentasi dan diskusi, (4) ujian tertulis dan tugas, dan (5) angket respons mahasiswa.

Pengumpulan data dilakukan selama proses pembelajaran berlangsung dalam keseluruhan siklus. Analisis data juga dilakukan secara kontinu selama kegiatan penelitian dilaksanakan. Teknik analisis data yang digunakan adalah kualitatif. Teknik kualitatif digunakan untuk menggambarkan keterlaksanaan tindakan dalam pelaksanaan pembelajaran dan mendeskripsikan aktivitas mahasiswa dalam kegiatan pembelajaran. Peningkatan kualitas pembelajaran dalam kegiatan pengembangan ini ditinjau pada aspek keterlaksanaan oleh dosen, keterlaksanaan oleh mahasiswa, perhatian mahasiswa, keaktifan mahasiswa, bimbingan individual kepada mahasiswa, interaksi antara dosen dan mahasiswa, pemberian umpan balik secara kontinu, dan hasil belajar mahasiswa pada kemampuan kognitif. Kualitas pembelajaran dikatakan meningkat apabila dalam aspek-aspek tersebut juga terjadi peningkatan. Adapun untuk respons mahasiswa terhadap kegiatan pembelajaran, mahasiswa dikatakan merespons baik jika pada pernyataan positif persentase mahasiswa yang memilih kategori SS dan S lebih besar daripada persentase mahasiswa yang memilih kategori KS, TS, dan STS. Sebaliknya, pada pernyataan negatif, mahasiswa dikatakan merespons baik jika persentase mahasiswa yang memilih kategori KS, TS, dan STS lebih besar daripada persentase mahasiswa yang memilih kategori SS dan S.

D. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

1. Hasil Penelitian

Pada tahap awal dilakukan kegiatan pendahuluan atau awal perkuliahan *online* yang dilakukan untuk mensosialisasikan model perkuliahan yang akan dilakukan serta menggali kondisi awal mahasiswa khususnya terkait dengan kemampuan memanfaatkan komputer. Pada tahap ini, selain mahasiswa memperoleh penjelasan dari dosen mengenai kegiatan perkuliahan *online* pada mata kuliah Komputasi Statistik, juga dilakukan tanya jawab secara lisan guna mengetahui kesiapan mahasiswa khususnya dalam memanfaatkan komputer. Berdasarkan hasil tanya jawab menunjukkan bahwa mahasiswa sudah cukup siap untuk mengikuti kegiatan perkuliahan Komputasi Statistik secara *online.*

Kegiatan siklus I diawali dengan perencanaan yang disusun sebelum pelaksanaan tindakan siklus I yakni meliputi rancangan materi perkuliahan *online* pada mata kuliah Komputasi Statistik dan tugas-tugas untuk mahasiswa pada kelas maya serta tes 1. Selanjutnya tahap pelaksanaan, merupakan pelaksanan tindakan berupa kegiatan perkuliahan *online* dan tindak lanjut. Pada kegiatan ini, untuk kelas maya mahasiswa menerima materi secara online yang meliputi tugas baca (mempelajari materi) dan mengerjakan tugas. Proses ini selalu dimonitor oleh dosen berupa pemberian konsultasi, komentar dan pemeriksaan terhadap hasil kerja mahasiswa pada tugas yang diberikan. Berdasarkan hasil kerja mahasiswa tersebut, selanjutnya dilaksanakan Adapun tindak lanjut, menitikberatkan pada kegiatan presentasi dan diskusi.

Berdasarkan hasil observasi yang dilakukan baik pada tatap muka perkuliahan maupun pada kelas maya menunjukkan bahwa pada pelaksanaan siklus I ini perkuliahan yang dilakukan secara *online* cukup menarik minat mahasiswa, pada kelas maya mahasiswa antusias dan serius mempelajari materi yang disajikan secara *online* dan mengerjakan tugas dengan sungguh-sungguh dan tepat waktu. Namun demikian, pada siklus I ini, beberapa mahasiswa kadang-kadang suka keluar dari kelas *online* dan mencoba melihat internet. Tetapi begitu dosen mengetahui mahasiswa tersebut segera kembali ke kelas *online*. Berdasarkan pengamatan di kelas maya, mahasiswa tampak cukup aktif berinteraksi dengan dosen melalui pemanfaatan menu diskusi walaupun kebanyakan berisi keluhan mengenai tugas yang belum terkirim atau sekedar memberitahukan bahwa tugas telah dikirimkan. Adapun berdasarkan data keaktifan di kelas maya menunjukkan bahwa frekuensi *login* mahasiswa dalam perkuliahan Komputasi Statistik secara *online* ini juga cukup tinggi yakni selama tindakan siklus 1 ini tiap mahasiswa melakukan *login* sebanyak sekurang-kurangnya 4 kali bahkan ada yang 8 kali. Login yang dilakukan mahasiswa tersebut ada yang dilakukan pada jam kuliah atau di luar jam kuliah.

Berdasarkan hasil refleksi terhadap tindakan yang sudah dilakukan pada siklus I, pada siklus berikutnya perlu ada perbaikan dalam kegiatan pembelajaran antara lain: (1) adanya penambahan waktu pengiriman tugas, (2) muatan tugas yang lebih padat sehingga mahasiswa cenderung berdiskusi menyelesaikan masalah/tugas daripada melihat intenet, (3) begitu perkuliahan dimulai sebaiknya fasilitas internet segera diputus, dan (4) umpan balik terhadap tugas mahasiswa perlu segera diberikan, (5) pada perkuliahan tatap muka sebaiknya lebih banyak diisi dengan diskusi atau bahkan presentasi dari mahasiswa, dan komunikasi mahasiswa dengan dosen perlu lebih dimanfaatkan dan ditingkatkan lagi baik di kelas maya maupun pada tatap muka perkuliahan. Adapun dari hasil penilaian terhadap tugas dan tes 1 pada siklus I ini masing-masing diperoleh rata-rata nilainya adalah 78,4 dan 59,5.

Perencanaan pada siklus II mengacu pada hasil refleksi siklus I. Oleh karena itu pada siklus II ini, perencanaan yang telah dipersiapkan pada tahap pra tindakan kelas *online*, dimodifikasi dan disempurnakan antara lain dengan: (1) menambah alokasi waktu pengumpulan tugas menjadi 2 x 24 jam, (2) menambah beberapa masalah pada beberapa tugas yang harus dikerjakan mahasiswa, (3) secara teknis, sebelum perkuliahan dimulai, fasilitas internet sudah tidak diaktifkan, (4) pemberian umpan balik terhadap tugas mahasiswa diberikan paling lama satu minggu setelah tugas diberikan, pada perkuliahan tatap muka akan lebih banyak diisi dengan diskusi atau presentasi dari mahasiswa, dan komunikasi dengan dosen akan lebih ditingkatkan lagi khususnya terkait dengan fasilitas yang ada di kelas maya.

Pelaksanaan tindakan kegiatan pembelajaran pada siklus II relatif sudah semakin lancar dan mahasiswa tampak lebih senang, terbiasa, dan antusias mengikuti perkuliahan baik di kelas maya maupun tatap muka. Sebagaimana pelaksanaan pada siklus I, dalam setiap perkuliahan di kelas maya mahasiswa memperoleh materi yang harus dikuasai dan tugas untuk dikerjakan dan dikirimkan. Dalam hal ini waktu pengiriman tugas paling lambat 2 x 24 jam setelah tugas diberikan. Tahap ini merupakan implementasi dari tahap perkuliahan *online.* Hasil tugas mahasiswa selanjutnya juga dibahas pada perkuliahan tatap muka di kelas melalui kegiatan presentasi dan diskusi. Tahapan ini merupakan *online follow up* dengan tujuan untuk memperdalam dan memperjelas materi yang telah dipelajari mahasiswa. Dalam hal ini baik pada tahap perkuliahan *online* maupun tindak lanjut pada tatap muka perkuliahan juga senantiasa diiringi dengan diskusi baik antara mahasiswa dengan mahasiswa maupun mahasiswa dengan dosen.

Berdasarkan hasil observasi kegiatan pembelajaran, pada pembelajaran siklus II, secara keseluruhan mahasiswa sudah semakin terbiasa degan model perkuliahan yang dilakukan. Adanya beberapa penyempurnaan rencana perkuliahan menampakkan hasil yang cukup baik yakni dengan muatan tugas dan pemutusan jaringan internet sebelum perkuliahan dilakukan menjadikan mahasiswa lebih terfokus pada kuliahnya. Alokasi waktu yang lebih banyak dalam pengiriman tugas menjadikan keluhan mahasiswa terkait teknis pengiriman tugas berkurang dan forum diskusi di kelas maya lebih banyak berisi pertanyaan atau tanggapan terkait dengan materi yang dipelajari. Adapun dalam kelas tatap muka, tampak bahwa mahasiswa semakin aktif. Selain itu, umpan balik dari dosen yang relatif cepat menjadikan mahasiswa semakin termotivasi untuk menyelesaikan tugasnya tepat waktu dan diselesaikan dengan sebaik-baiknya.

Berdasarkan observasi kegiatan pembelajaran di kelas maya juga menunjukkan bahwa keaktifan mahasiswa meningkat. Hal ini tampak dengan meningkatnya aktifitas login mahaisiwa yakni selama tindakan siklus II ini tiap mahasiswa melakukan login sebanyak sekurang-kurangnya 5 kali bahkan beberapa ada yang sampai 11 kali. Sebagaimana siklus I, *login* mahaiswa ini ada yang dilakukan pada jam kuliah atau di luar jam kuliah. Berdasarkan hasil refleksi terhadap tindakan yang sudah dilakukan pada siklus II menunjukkan bahwa secara umum telah terjadi peningkatan kualitas pembelajaran mata kuliah Komputasi Statistik ini apabila ditinjau dari dari aspek keterlaksanaan oleh dosen, keterlaksanaan oleh mahasiswa, perhatian mahasiswa, keaktifan mahasiswa, bimbingan individual kepada mahasiswa, interaksi antara dosen dan mahasiswa, pemberian umpan balik secara kontinu. Adapun dari hasil penilaian terhadap tugas dan ujian sisipan 2 pada siklus II masing-masing diperoleh rata-rata nilainya adalah 80,6 dan 78,9. Berdasarkan hasil ini menunjukkan bahwa ditinjau dari aspek hasil belajar ternyata juga terjadi peningkatan dibandingkan dengan hasil belajar mahasiswa pada siklus I.

2. Hasil Angket Respons Mahasiswa dan Wawancara

Respons mahasiswa terhadap kegiatan pembelajaran yang dilakukan diperoleh dari data angket respons mahasiswa. Dari 27 angket yang diberikan terdapat 25 angket yang kembali pada peneliti. Jumlah ini dapat dianggap sudah cukup mewakili untuk dianalisis. Persentase hasil angket, secara ringkas disajikan dalam Tabel 1 sebagai berikut:

Tabel 1. Persentase Hasil Angket Respons Mahasiswa terhadap

Perkuliahan *online* pada Mata Kuliah Komputasi Statistik

No	Pernyataan	SS	S	KS	TS	STS
1	Fasilitas pembelajaran *online* yang ada dapat diskses secara mudah.	4,0	72,0	16,0	8,0	0,0
2	Saya dapat mengakses materi kuliah *online* setiap saat saya mau.	12,0	56,0	20,0	12,0	0,0
3	Dengan adanya kuliah *online,* waktu belajar saya tidak tergantung pada jadwal kuliah.	12,0	84,0	4,0	0,0	0,0
4	Fasilitas pembelajaran *online* yang ada dapat diskses secara cepat.	12,0	44,0	28,0	12,0	4,0
5	Pemakaian password untuk masuk kuliah *online* menjamin keamanan dan privasi akses setiap mahasiswa.	16,0	80,0	4,0	0,0	0,0
6	Materi kuliah *online* yang disajikan mudah dipahami.	0,0	80,0	16,0	4,0	0,0
7	Tampilan *homepage* yang ada membosankan.	4,0	44,0	52,0	0,0	0,0
8	Halaman muka untuk masuk kuliah *online* cukup informatif.	0,0	80,0	20,0	0,0	0,0
9	Perkuliahan *online* dapat meningkatkan kemandirian belajar mahasiswa.	8,0	92,0	0,0	0,0	0,0
10	Dengan adanya kuliah *online,* waktu belajar saya tidak tergantung pada keberadaan dosen.	8,0	92,0	0,0	0,0	0,0
11	Menu-menu yang ada pada system pembelajaran *online* cukup lengkap.	0,0	64,0	32,0	4,0	0,0
12	Materi-materi yang ditampilkan pada system pembelajaran *online* sesuai dengan silabi mata kuliah.	4,0	92,0	4,0	0,0	0,0
13	Penyajian materi kuliah *online* yang ada sudah menarik.	4,0	68,0	28,0	0,0	0,0
14	Petunjuk-petunjuk yang ada pada kuliah *online* membingungkan.	0,0	28,0	52,0	20,0	0,0
15	Penyajian materi kuliah *online* sebaiknya sekaligus untuk keseluruhan materi dalam satu semester.	0,0	36,0	44,0	16,0	4,0
16	Setiap topik pada materi kuliah	4,0	92,0	4,0	0,0	0,0

	online sebaiknya ditampilkan selamanya.					
17	Penyajian setiap topik pada kuliah *online* sudah terurut sesuai silabi.	0,0	80,0	20,0	0,0	0,0
18	Tugas-tugas dalam satu semester sebaiknya ditampilkan sekaligus.	0,0	40,0	32,0	24,0	4,0
19	Penjelasan atau uraian materi kuliah *online* cukup jelas dan rinci.	0,0	72,0	24,0	4,0	0,0
20	Penjelasan atau uraian materi kuliah secara *online* lebih rinci dan jelas apabila dibandingkan dengan sebelum adanya perkuliahan online.	0,0	76,0	24,0	0,0	0,0
21	Dengan penyajian materi kuliah secara *online*, saya dapat membaca uraian setiap topik secara lebih detail.	8,0	84,0	8,0	0,0	0,0
22	Waktu penampilan setiap topik sebaiknya tidak dibatasi.	8,7	87,0	4,3	0,0	0,0
23	Oleh karena waktu pengumpulan tugas dibatasi, mahasiswa didorong untuk segera mengerjakan tugas yang ada.	12,0	80,0	8,0	0,0	0,0
24	Petunjuk mengerjakan dan mengirimkan tugas yang ada cukup jelas.	4,0	88,0	8,0	0,0	0,0
25	Fasilitas yang ada pada kelas *online* memudahkan mahasiswa untuk mengerjakan dan mengirim tugas kepada dosen.	8,0	88,0	4,0	0,0	0,0
26	Urutan materi penyajian materi kuliah mendorong mahasiswa untuk selalu mengakses materi kuliah *online* agar tidak ketinggalan materi kuliah/tugas.	16,0	72,0	12,0	0,0	0,0
27	Sebaiknya disediakan fasilitas komunikasi antar mahasiswa.	4,0	92,0	0,0	0,0	4,0
28	Fasilitas untuk berkomunikasi dengan dosen tersedia.	0,0	88,0	12,0	0,0	0,0
29	Fasilitas untuk berkomunikasi dengan dosen dipakai oleh mahasiswa.	4,0	68,0	20,0	4,0	4,0

30	Dosen menaggapi pertanyaan atau keluhan yang disampaikan mahasiswa.	4,0	88,0	8,0	0,0	0,0
31	Dengan pembelajaran *online* mahasiswa dapat mengetahui nilai-nilainya sendiri.	0,0	96,0	4,0	0,0	0,0
32	Fasilitas pada kuliah *online* memungkinkan mahasiswa untuk mencari informasi tambahan di internet.	16,0	84,0	0,0	0,0	0,0
33	Materi kuliah *online* yang ada tidak dapat diakses dari luar melalui internet.	0,0	36,0	48,0	16,0	0,0
34	Saya lebih senang mengakses materi kuliah dari internet di luar (rumah atau warnet) daripada di kampus.	4,0	40,0	48,0	8,0	0,0
35	Waktu untuk mengakses materi kuliah *online* masih kurang.	0,0	72,0	24,0	4,0	0,0
36	System pembelajaran *online* sebaiknya diterapkan pada mata kuliah lain.	12,0	40,0	40,0	8,0	0,0
37	Perkuliahan tatap muka di kelas yang ada sebagai pelengkap pada pembelajaran *online* ini sudah cukup baik.	0,0	88,0	12,0	0,0	0,0
38	Kuliah dengan mendengarkan ceramah atau penjelasan dosen lebih enak daripada belajar sendiri dengan membaca materi-materi kuliah *online*.	0,0	48,0	40,0	8,0	4,0
39	Dengan adanya kuliah *online* dosen tetap memperhatikan kegiatan belajar mahasiswa.	0,0	92,0	4,0	4,0	0,0
40	Selama mengikuti kuliah *online* mahasiswa dibiarkan melakukan kegiatan belajar sendiri tetapi tetap dengan pemantauan dari dosen.	0,0	96,0	4,0	0,0	0,0
41	System perkuliahan *online* merupakan metode baru di dalam pembelajaran kepada mahasiswa.	4,0	84,0	8,0	4,0	0,0

42	Kehadiran treknologi informasi (internet/intranet) sangat mendukung kegiatan pendidikan dan pembelajaran.	8,0	88,0	4,0	0,0	0,0
43	Karena tidak dilihat dosen secara langsung saya merasa malas untuk belajar mandiri secara *online*.	0,0	12,0	60,0	20,0	8,0
44	Saya bertanya kepada dosen apabila mengalami kesulitan mengakses atau mengerjakan/mengirim tugas-tugas kuliah *online*.	8,0	92,0	0,0	0,0	0,0
45	Saya secara rutin setiap minggu sesuai jadwal kuliah mengakses materi kuliah *online* dan mengerjakan tugas-tugas yang ada.	12,0	84,0	4,0	0,0	0,0

Adapun berdasarkan hasil isian angket secara terbuka dan wawancara yang dilakukan kepada beberapa mahasiswa setelah perkuliahan secara *online* selesai dilaksanakan adalah sebagai berikut: (1) Terkait dengan keuntungan yang dirasakan dari adanya system perkuliahan *online* pada mata kuliah Komputasi Statistik ini antara lain: mahasiswa merasa bisa mengakses dari luar, menjadi tidak tergantung kehadiran dosen atau jadwal, lebih bersifat praktis dan cepat, adanya batas waktu pengumpulan tugas memotivasi mahasiswa untuk mengerjakan tugas tepat waktu, memudahkan memahami materi., dapat mengakses tiap saat, hemat waktu, lebih mengenal internet, lebih mudah mendapatkan materi, dapat langsung mengerjakan dan mengirim tugas, gaya belajar lebih maju, bebas, mandiri, rileks, lebih rinci, jelas alurnya, lebih efisien, (2) Dalam pelaksanaannya, menurut mahasiswa pelaksanaan kuliah online Komputasi Statistik saat ini sudah cukup bagus tetapi masih perlu peningkatan, ada beberapa topik materinya terasa kurang lengkap, masih kurang optimal tapi sudah bagus dan efektif, sebaiknya tugas dikurangi, sudah sesuai dengan jenis mata kuliah, dan lebih cepat dipahami, (3) Kendala-kendala yang dihadapi mahasiswa dalam mengikuti/mengakses kelas *online* antara lain: komputer banyak yang ndak bisa dipakai, ada virus, *loading* lama, belum tentu dapat dibuka, kadang *error*, kadang sulit *login*, tugas banyak, (4) Terkait dengan saran-saran, untuk mengatasi kendala-kendala yang dihadapi mahasiswa menyarankan: komputer dioptimalkan, direparasi, dicek minimal 1 kali dalam satu mingggu, virus dihilangkan, jaringan diperluas, tugas dikurangi, dan waktu untuk mengumpulkan tugas ditambah, (5) Mahasiswa juga memberikan saran-saran mengenai memadukan system perkuliahan *online* dengan perkuliahan tatap muka di kelas antara lain: presentasi langsung di kelas *online*, *online* seimbang dengan tatap muka seperti yang sudah dilaksanakan saat ini, tatap muka dioptimalkan untuk membahas materi atau tugas, materi *online* dilengkapi lagi, materi di kelas *online*, pembahasan di kelas tatap muka atau *online* untuk materi tugas tanya-jawab dan tatap muka untuk pembahasan dan tanya jawab.

Berdasarkan respons mahasiswa tersebut baik dari hasil angket maupun wawancara, tampak bahwa mahasiswa merespons baik kegiatan pembelajaran Komputasi Statistik melalui perkuliahan *online* ini. Selain itu dari masukan dan saran yang disampaikan mahaiswa kiranya pelaksanaan perkuliahan online pada mata kuliah Komputasi Statistik dapat diteruskan dan semakin ditingkatkan kualitasnya.

B. Pembahasan

Berdasarkan hasil pengembangan yang dilakukan dalam bentuk penelitian ini, baik pada siklus I maupun pada siklus II dapat dikatakan bahwa kegiatan perkuliahan dapat berjalan dengan lancar. Berbagai peningkatan atau perubahan ke arah yang lebih baik mampu tercapai terkait dengan kualitas pembelajaran ditinjau dari aspek keterlaksanaan oleh dosen, keterlaksanaan oleh mahasiswa, perhatian mahasiswa, keaktifan mahasiswa, bimbingan individual kepada mahasiswa, interaksi antara dosen dan mahasiswa, pemberian umpan balik secara kontinu, dan hasil belajar mahasiswa pada kemampuan kognitif.

Peningkatan pada aspek hasil belajar ditunjukkan dengan adanya peningkatan rata-rata nilai tugas dan ujian yakni masing-masing 78,4 dan 59,5 pada siklus I menjadi 80,6 dan 78,9 pada siklus II. Pada siklus I, tampak bahwa selisih antara rata-rata nilai tugas dengan hasil tes cukup jauh, tidak seperti pada siklus II. Hal ini dimungkinkan terjadi karena mahasiswa baru pertama kali mengikuti tes secara *online* sehingga ketika ada beberapa komputer yang ternyata bermasalah menjadikan mahasiswa gugup dan terganggu konsentrasinya dalam menjawab tes. Namun demikian, secara keseluruhan dapat dikatakan telah terjadi peningkatan hasil belajar dari siklus I ke siklus II. Peningkatan pada aspek keterlaksanaan oleh dosen dan mahasiswa dapat terlihat dari lancarnya proses pembelajaran yang dilakukan. Adapun peningkatan pada aspek perhatian mahasiswa dan keaktifan mahasiswa tampak dari meningkatnya aktivitas login serta partisipasi dalam kegiatan presentasi dan diskusi serta kehadiran kuliah dan hal ini dikuatkan dengan hasil angket respons mahasiswa. Terkait dengan bimbingan individual kepada mahasiswa, interaksi antara dosen dan mahasiswa, pemberian umpan balik secara kontinu, tampak dari peningkatan penggunaan forum diskusi baik di kelas maya maupun di kelas tatap muka.

Adanya peningkatan kualitas pembelajaran pada kelas *online* ini didukung dengan adanya pemberian materi dan tugas secara online yang dirancang secara kontinu. Berdasarkan hasil observasi menunjukkan bahwa mahasiswa tampak bersungguh-sungguh dalam menyelesaikan tugasnya dengan berusaha untuk selalu mengumpulkan tepat waktu. Selain itu, kesungguhan ini tampak pada pemakaian lanoratorium komputer yang meningkat dan cukup padat dengan mahasiswa yang mengerjakan tugasnya.

Namun demikian, keberhasilan proses pembelajaran ini memang dipengaruhi oleh beberapa faktor terutama mahasiswa sebagai faktor masukannya (*raw input*). Selain itu, pendekatan, metode, strategi, media dan evaluasi pembelajaran yang digunakan dosen pengampu, memberikan sumbangan yang sangat besar pada kualiast dan hasil belajar yang dicapai mahasiswa.

Pelaksanaan perkuliahan *online* pada mata kuliah Komputasi Statistik ini juga mampu meningkatkan meinat dan motivasi mahasiswa. Hal ini berdasarkan respons mahasiswa terhadap perkuliahan yang dilakukan. Adanya peningkatan ditinjau dari aspek-aspek tersebut di atas menunjukkan bahwa perkuliahan secara *online* pada mata kuliah Komputasi Statistik dapat meningkatkan kualitas pembelajaran. Hal ini dikarenakan *On-Line Learning* memang sangat potensial untuk membuat proses belajar lebih efektif sebab peluang mahasiswa untuk berinteraksi dengan dosen, teman, maupun bahan belajarnya terbuka lebih luas. Mahasiswa dapat berkomunikasi dengan dosennya kapan saja, yaitu melalui e-mail. Demikian juga sebaliknya. Selain itu, fasilitas sifat komunikasinya yang fleksibel memudahkan mahaiswa menyelesaikan masalah atau kendala yang dihadapinya. Melalui *On-Line Learning*, para mahasiswa dimungkinkan untuk tetap dapat belajar sekalipun tidak hadir secara fisik di dalam kelas. Kegiatan belajar menjadi sangat fleksibel karena dapat disesuaikan dengan ketersediaan waktu para mahasiswa. Kegiatan pembelajaran terjadi melalui interaksi mahasiswa dengan sumber belajar yang tersedia dan dapat diakses dari internet. Fleksibilitas kegiatan pembelajaran dimungkinkan terjadi melalui pemanfaatan teknologi komputer dan internet. Dalam kaitan ini, untuk dapat mengikuti kegiatan *On-Line*

Learning, memang tidak diperlukan adanya tambahan perangkat lunak tertentu di komputer yang akan digunakan, asal komputer tersebut sudah dilengkapi dengan fasilitas koneksi ke internet.

Berdasarkan hasil penelitian tampak bahwa kegiatan *On-Line Learning* lebih bersifat demokratis dibandingkan dengan kegiatan belajar pada pendidikan konvensional. Hal ini disebabkan karena mahasiswa memiliki kebebasan dan tidak merasa khawatir atau ragu-ragu maupun takut, baik untuk mengajukan pertanyaan maupun menyampaikan pendapat/tanggapan karena tidak ada peserta belajar lainnya yang secara fisik langsung mengamati dan kemungkinan akan memberikan komentar, meremehkan atau mencemoohkan pertanyaan maupun pernyataannya (Loftus, 2001).

Berdasarkan respons mahasiswa tidak salah bahwa mahasiswa menyatakan bahwa model ini lebih maju. Hal ini sesuai dengan Concord Consortium (2002) (http://www.govhs.org/) mengemukakan bahwa pengalaman belajar melalui media elektronik semakin diperkaya ketika peserta didik dapat merasakan bahwa mereka masing-masing adalah bagian dari suatu masyarakat peserta didik, yang berada dalam suatu lingkungan bersama. Dengan mengembangkan suatu komunitas dan hidup di dalamnya, peserta didik menjadi tidak lagi merasakan terisolasi di dalam media elektronik. Bahkan, mereka bekerja saling bahu-membahu untuk mendukung satu sama lain demi keberhasilan bersama.

E. SIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil pembahasan dan mengacu pada permasalahan yang diajukan dapat dikemukakan simpulan sebagai berikut: (1) Penerapan perkuliahan *online* pada mata kuliah Komputasi Statistik yang dapat meningkatkan kualitas pembelajaran dilakukan melalui tahapan sebagai berikut: (a) Kegiatan pendahuluan atau awal perkuliahan *online* yang dilakukan dengan mensosialisasikan kegiatan pembelajaran yang akan dilakukan serta menggali kondisi awal mahasiswa khususnya terkait dengan kemampuan memanfaatkan komputer, (b) Perkuliahan *online* yakni merupakan inti pelaksanaan kuliah *online* yang dilakukan dengan memberikan mahasiswa materi secara *online* untuk dibaca dan dipelajari serta tugas yang harus dikerjakan dan dikirimkan secara individual dalam jangka waktu tertentu, (c) Tindak lanjut yakni kegiatan perkuliahan tatap muka di kelas berupa presentasi dan diskusi. (2) Mahasiswa merespons baik kegiatan pembelajaran yang telah dilakukan dan model ini dapat diteruskan untuk kegiatan pembelajaran selanjutnya.

Berdasarkan hasil pengembangan dapat diajukan saran-saran antara lain: (1) Bagi dosen yang tertarik untuk menerapkan perkuliahan secara *online,* selain telah siap secara materi juga mesti siap dalam hal penggunaan teknologi komputer khususnya terkait dengan program atau software yang akan digunakan. (2) Dukungan fasilitas infrastruktur memegang peranan penting dalam menunjang keberhasilan perkuliahan secara *online* sehingga harus benar-benar diperhatikan kesiapannya.

DAFTAR PUSTAKA

Azemi, A. 1995. *Teaching Computer Programming Courses in a Computer Laboratory Environtment*. http://fie.engrng.pitt,edu/fie95/2a5/2a55/2a55.htm

Dina Mustafa. 2004. *Strategi Praktis Evaluasi Program Pembelajaran Online* (Makalah). Jakarta: PAU UT

Gibbon, Heather S. 2002. *Process for Motivating Online Learners from Recruitment through Degree Completion*. Brenau University. (sumber dari Internet 20 Maret 2005).

Kemmis, S dan McTaggart. 1982. *The Action Reseach Planner*. Victoria: Deakin University.

Lewis, Diane E. 2002. *"A Departure from Training by the Book, More Companies Seeing Benefits of E-Learning",* The Boston Globe, Globe Staff, 5/26/02 (http://bostonworks.boston.com/globe/articles/052602/elearn.html)

Loftus, Margaret. 2001. *But What's It Like? Special Report on E-Learning* (sumber Internet: 20 Maret 2005).

Rankin, Walter P. 2002. "*Maximal Interaction in the Virtual Classroom: Establishing Connections with Adult Online Learners*" (sumber dari internet: 16 Maret 2002).

Siahaan S. 2003. *E-Learning (Pembelajaran Elektronik) Sebagai Salah Satu Alternatif Kegiatan Pembelajaran*. Jurnal Pendidikan dan Kebudayaan No 042-Mei 2003. Jakarta: Depdiknas.

Website kudos on "What is e-learning?" (sumber Website: http://www.kudos-idd.com/learning_solutions/definition).

William Horton. 2001. *Evaluating E-learning*. USA: The American Society for Training and Development.

Wulf, K. (1996). *Training via the Internet: Where are We? Training and Development* 50 No. 5. (sumber dari Internet: 20 April 2005).

Penggunaan Proses Metakognitif Dalam Belajar Matematika

Risnanosanti
Universitas Muhammadiyah Bengkulu

Abstrak

Konsep dari metakognisi adalah ide dari berpikir tentang pikiran pada diri sendiri. Termasuk kesadaran tentang apa yang diketahui seseorang (pengetahuan metakognitif), apa yang dapat dilakukan seseorang (keterampilan metakognitif) dan apa yang diketahui seseorang tentang kemampuan kognitif dirinya sendiri (pengalaman metakognitif). Pendekatan keterampilan metakognitif dapat digunakan sebagai salah satu upaya alternatif dalam meningkatkan kualitas pembelajaran matematika di sekolah. Pembelajaran dengan pendekatan keterampilan metakognitif adalah pembelajaran yang menanamkan kesadaran bagaimana merancang, memonitor, serta mengontrol tentang apa yang diketahui; apa yang diperlukan untuk mengerjakan dan bagaimana melakukannya; menitikberatkan pada aktivitas belajar siswa; membantu dan membimbing siswa jika ada kesulitan; dan membantu siswa untuk mengembangkan konsep diri apa yang dilakukan saat belajar matematika.

Metakognisi mempunyai peranan ganda: (a) sebagai suatu bentuk representasi kognisi yang didasarkan pada proses monitoring; dan (b) kontrol guna pada kognisi yang didasarkan pada representasi dari kognisi. Metakognisi mempunyai beberapa sisi yang membuat sulit untuk membedakan antara monitoring dan kontrol dan mengatur batas antara kedua fungsi tersebut. Ada dua bentuk dasar dari fungsi monitoring yaitu pengetahuan metakognitif dan pengalaman metakognitif. Kemampuan metakognitif atau strategi yang digunakan, pada sisi yang lain, manifestasi dari fungsi kontrol. tiga bagian yang berbeda tetapi berhubungan dengan kategori dari prilaku metakognitif adalah: (a) Kesadaran diri dari proses berpikir seseorang, (b) Kontrol atau monitoring diri dari proses berpikir seseorang, (c) Kepercayaan dan intuisi tentang kognisi seseorang.

Kata kunci : *Metakognitif*.

1. Pendahuluan

Konsep dari metakognisi adalah ide dari berpikir tentang pikiran pada diri sendiri. Termasuk kesadaran tentang apa yang diketahui seseorang (pengetahuan metakognitif), apa yang dapat dilakukan seseorang (keterampilan metakognitif) dan apa yang diketahui seseorang tentang kemampuan kognitif dirinya sendiri (pengalaman metakognitif). Menurut Flavell metakognisi adalah " pengetahuan dan kognisi tentang fenomena kognitif " (Flavell, J.H., 1979 p.906).

Metakognisi menjadi suatu alat yang sangat berhasil bagi para peneliti dalam menginvestigasi proses berpikir dalam bidang pengajaran. Beberapa dari mereka menggunakan questioner sebagai alat pokok/dasar penelitian (Lamon,

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

M., Chan. C. et al., 1993; Po-Hung Liu, 2000; Gama, C., 2001; Hartman, H.J., 2001; Wilson,J., 2001, et al, 2002, etc.).

Sejak tahun 1980 kurikulum matematika pada beberapa negara menekankan pada pentingnya problem solving dan metakognisi diidentifikasi sebagai suatu faktor kunci dalam proses problem solving. Ada dua keterampilan metakognitif yang penting dalam problem solving yaitu monitoring diri dan perencanaan (Derry and Hawkes, 1993). Monitoring diri mengacu pada kemampuan individu untuk melakukan pemeriksaaan langsung dari proses problem solving. Perencanaan melibatkan pemecahan masalah yang kompleks ke dalam sub – sub tujuan sehingga dapat diselesaikan secara terpisah dan berurutan untuk memperkaya penyelesaian akhir. Strategi perencanaan memungkinkan seseorang untuk menentukan sub tujuan mana yang akan diperoleh dan dalam urutan yang mana (Derry and Hawkes, 1993).

Penerapan pendekatan keterampilan metakognitif dalam pembelajaran matematika merupakan salah satu upaya konkret untuk menjawab tantangan Kurikulum Nasional 2004. Pendekatan keterampilan metakognitif dapat digunakan sebagai salah satu upaya alternatif dalam meningkatkan kualitas pembelajaran matematika di sekolah. Suzana (2004: B4-3) mendefinisikan pembelajaran dengan pendekatan keterampilan metakognitif sebagai pembelajaran yang menanamkan kesadaran bagaimana merancang, memonitor, serta mengontrol tentang apa yang mereka ketahui; apa yang diperlukan untuk mengerjakan dan bagaimana melakukannya; menitikberatkan pada aktivitas belajar siswa; membantu dan membimbing siswa jika ada kesulitan; dan membantu siswa untuk mengembangkan konsep diri apa yang dilakukan saat belajar matematika.

2. Sisi – Sisi Metakognitif

Konseptualisasi dari kata ”metakognisi”, secara umum metakognisi adalah model dari kognisi, yang merupakan aktivitas pada suatu meta-level dan dihubungkan untuk objek (seperti kognisi) melalui monitoring dan fungsi kontrol. Meta-level diinformasikan oleh objek-kata melalui fungsi monitoring dan memodifikasi objek-kata melalui fungsi kontrol. Sehingga metakognisi mempunyai peranan ganda: (a) sebagai suatu bentuk representasi kognisi yang didasarkan pada proses monitoring; dan (b) kontrol guna pada kognisi yang didasarkan pada representasi dari kognisi. Metakognisi mempunyai beberapa sisi yang membuat sulit untuk membedakan antara monitoring dan kontrol dan mengatur batas antara kedua fungsi tersebut. Ada dua bentuk dasar dari fungsi monitoring yaitu pengetahuan metakognitif dan pengalaman metakognitif. Kemampuan metakognitif atau strategi yang digunakan, pada sisi yang lain, manifestasi dari fungsi kontrol.

Secara khusus, pengetahuan metakognitif adalah pernyataan tentang kognisi, yang diperoleh dari long-term memory. Hal ini meliputi yang pengetahuan implisit ataupun eksplisit atau ide, kepercayaan, dan teori tentang dirinya sendiri dan orang lain sebagai suatu kognisi, dan hubungannya dengan berbagai tugas kognisi, tujuan, aktivitas atau strategi (seperti cara umum dari proses tugas). Pengetahuan metakognitif meliputi (kepercayaan, ide, teori) tentang berbagai fungsi kognisi, seperti memori atau berpikir, mengenai apa yang dapat dilakukan dan bagaimana melakukan sesuatu, contohnya metamemory, metaattention dan lain – lain. Ini juga meliputi pengetahuan dari kriteria validitas pengetahuan, apa yang disebut dengan 'epistemic cognition'. Satu hal yang dapat dijadikan argumen bahwa teori berpikir juga merupakan suatu peningkatan dari pengetahuan metakognisi, walaupun teori – teori dibidang ini tidak membuat hubungan tersebut. Pentingnya pengetahuan metakognisi adalah menyediakan suatu kerangka untuk pengertian seseorang sebaik kognisi yang lainnya dan juga membimbing interpretasi dari situasi data sehingga mengontrol pembuatan keputusan secara mandiri.

Tabel 1

Sisi – Sisi dari Metakognisi dan manifestasinya sebagai fungsi dari monitoring dan fungsi kontrol

Monitoring		Kontrol
Pengetahuan Metakognitif	Pengalaman Metakognitif	Kemampuan Metakognitif
Ide, kepercayaan, teori – teori dari -. Orang lain/diri sendiri -. Tugas – tugas -. Strategi -. Tujuan -. Fungsi kognitif (memory, perhatian, dll) -. Validitas dari pengetahuan -. Teori berpikir	Perasaan -. Perasaan kekeluargaan -. Perasaan kesulitan -. Perasaan pengetahuan -. Perasaan percaya diri -. Perasaan kepuasan Penilaian/Perkiraan -. Penilaian belajar -. Informasi sumber memori -. Perkiraan usaha -. Perkiraan Waktu Tugas – Tugas Khusus -. Pengetahuan -. Tugas utama -. Prosedur pengerjaan	Kesadaran, aktivitas yang disengaja dan strategi yang digunakan untuk: -. Alokasi usaha -. Orientasi / monitoring persyaratan / permintaan tugas -. Pengecekan dan pengaturan proses kognitif -. Evaluasi hasil proses

Sumber : *Anastasia Efklides*

Kemampuan metakognitif adalah prosedur pengetahuan. Hal ini adalah apa yang dilakukan seseorang secara sengaja untuk mengontrol kognisi. Kemampuan metakognitif merupakan bagian dari apa yang disebut ”proses eksekutif” atau ”strategi metakognitif”. Kemampuan metakognitif ini meliputi aktivitas seperti orientasi/monitoring pengertian persyaratan tugas, merencanakan langkah – langkah yang diambil untuk proses tugas, mengecek dan mengatur proses kognitif jika terjadi kegagalan, dan mengevaluasi hasil proses. Kemampuan metakognitif sebagai bagian dari proses pengaturan diri, walaupun kita sadar bahwa pengaturan diri tidak dapat dikurangi untuk kemampuan metakognitif.

Pertanyaan yang harus diajukan untuk mengaplikasikan kemampuan metakognitif adalah, bagaimana seseorang tahu kapan dia membutuhkan aplikasi dari kemampuan metakognitif yang membuat dia menyadari bentuk dari proses, seperti proses kognitif tersebut.

3. Aspek – Aspek Metakognitif

Shcoenfeld (dalam Yoong, 2002) menggambarkan tiga bagian yang berbeda tetapi berhubungan dengan kategori dari prilaku metakognitif adalah:

a. Kesadaran diri dari proses berpikir seseorang

Siswa tidak selalu akurat dalam menggambarkan kemampuan mereka sendiri dan proses berpikirnya. Diluar dari perasaan kerendahan hati atau mentalitas kiasu, beberapa sisiwa dapat meremehkan kemampuan matematika mereka sendiri dan menghindari pengambilan resiko dengan permasalahan yang lebih sulit. Sebaliknya, perkiraan yang terlalu jauh terhadap kemampuan seseorang (contoh dalam menyelesaikan manipulasi dasar secara aljabar) dapat membawa pada rasa frustrasi dan hilangnya kekaguman pada diri sendiri pada saat terjadi kegagalan. Untuk menjadi seorang pemecah masalah yang efisien, siswa perlu mengetahui dengan teliti apa yang benar – benar mereka ketahui dan menggunakan pengetahuan mereka secara efektif. Untuk menjadi siswa yang sukses, mereka harus mengetahui apa yang dapat mereka pelajari dan bagaimana cara terbaik mereka belajar. Siswa juga harus mengetahui saat untuk mencari bantuan ketika mereka menemui rintangan/kesulitan dalam pelajaran mereka. Tes di sekolah dapat menyediakan informasi yang bermanfaat tentang kinerja matematika siswa, hanya mereka memberi informasi yang tidak bermanfaat tentang kognitif dan proses metakognitif yang digunakan. Teknik lain diperlukan untuk membantu siswa menjadi sadar akan pemikiran mereka sendiri.

Satu teknik dapat dilakukan dengan meminta siswa untuk melengkapi suatu ”daftar pemikiran” pada akhir pembelajaran suatu topik. Beberapa pertanyaan yang terdapat pada daftar seperti itu diantaranya adalah:

(1) Gagasan dan keterampilan baru apa yang telah saya kuasai?
(2) Apa bagian tersulit dari topik ini?
(3) Apakah saya telah mencoba untuk mengatasi berbagai kesulitan mempelajari ini?
(4) Jenis aktivitas belajar mana yang saya senangi dan sukai? Mengapa ?

Guru dapat meminta siswa untuk berbagi refleksi diri siswa dari pertanyaan – pertanyaan yang diberikan seperti di atas. Hal ini akan membuat suatu strategi metakognitif yang lebih eksplisit melalui verbalisasi.

b. Kontrol atau monitoring diri dari proses berpikir seseorang

Kontrol pada pemecahan masalah melibatkan penggunaan apa yang telah diketahui (sumber daya). Pada tahap perencanaan pemecahan masalah, siswa perlu meneliti apakah tersedia strategi dan mungkin dapat menerapkan suatu aturan. Menurut Schoenfeld (dalam Yoong, 2002) jangan pernah menggunakan teknik yang sulit sebelum mengecek apakah ada teknik sederhana yang dapat digunakan memecahkan masalah tersebut. Pada saat menyelesaikan masalah, siswa perlu mencari langkah baru dan merubah cara penyelesaian jika diperlukan. Pemecah masalah yang ahli seringkali memiliki suatu perasaan yang tajam tentang suatu masalah seperti ”ini sepertinya bukan suatu cara penyelesaian” dan mampu mencari alternatif lain. Kontrol metakognitif seperti suatu ”perasaan mengetahui” hanya didapat dari latihan yang seksama. Menurut Yoong (2002) ada empat teknik yang dapat digunakan yaitu:

(1) Guru Memonitor Proses Siswa

Guru dapat memberikan suatu permasalahan yang menantang untuk diselesaikan oleh siswa. Dorong siswa memberikan saran bagaimana memulai penyelesaian, tanpa harus khawatir apakah itu benar atau salah. Daftar semua pendekatan yang diusulkan siswa di papan tulis atau di kertas kerja siswa. Selanjutnya minta siswa untuk memutuskan salah satu dari pendekatan untuk memulai penyelesaian dan mengapa pendekatan itu yang dipilih. Setelah siswa bekerja beberapa menit, minta kelas untuk berhenti dan guru bertanya apakah siswa telah memikirkan pendekatan yang dipilih itu benar atau salah. Jika pendekatan yang dipilih benar, siswa dapat melanjutkan pemecahan masalah mereka. Jika tidak, siswa perlu mempertimbangkan lagi pendekatan lain dan beralih teknik penyelesaian masalahnya. Langkah ini dilakukan untuk memantau kemajuan siswa dalam proses pemecahan masalah.

(2) Praktek Monitoring dalam Kelompok Kecil yang Diberi Dukungan

Begitu siswa melihat bagaimana guru menolong mereka untuk memonitor pemikirannya, siswa perlu berlatih keterampilan pada diri mereka sendiri. Beri siswa permasalahn non rutin untuk diselesaikan dalam kelompok – kelompok kecil dan mendorong mereka untuk mendiskusikan pendekatan yang berbeda pada masalah yang sama. Sementara itu guru berkeliling kelas memeriksa pekerjaan kelompok, dan memberikan pertanyaan – pertanyaan berikut:

(a) Apa yang kamu lakukan?

(b) Mengapa kamu memilih cara ini?

(c) Bagaimana cara ini dapat membantumu?

Menjadikan siswa untuk memikirkan pertanyaan – pertanyaan ini dan mendiskusikan jawaban mereka akan mengembangkan metakognitif seperti keahlian berkomunikasi. Siswa mungkin segan untuk mendiskusikan tentang cara berpikir mereka karena siswa tidak terbiasa dengan teknik ini, atau siswa kurang terampil dalam berbahasa untuk menyatakan pikiran mereka, mereka lebih menyukai memberikan penyelesaian secara lengkap. Hal ini menunjukkan bahwa siswa memerlukan lebih banyak bimbingan untuk merefleksikan pikiran mereka. Salah satu teknik yang sangat membantu adalah dengan meminta siswa untuk menulis jurnal dari usaha mereka dalam melakukan pemecahan masalah.

(3) Guru Berpikir Keras dan Siswapun Begitu

Dalam pengajaran yang normal, guru seringkali menyiapkan penyelesaian yang sempurna pada pelajaran mereka. Pada masa lalu guru akan mencatat satu demi satu langkah penyelesaian di papan tulis disertai dengan penjelasan yang rinci. Hal ini memberi siswa kesempatan untuk mencerna apa yang dijelaskan guru dan juga membiarkan guru memodifikasi penyelesaiannya. Pada saat sekarang guru menulis penyelesaian secara lengkap pada layar OHP dan menjelaskannya. Pada kelas – kelas yang sudah memiliki teknologi tinggi hal ini dilakukan dengan menggunakan power point. Hal ini merupakan dua cara yang dilakukan guru untuk menyajikan penyelesaian yang telah dipersiapkan. Guru mengaburkan proses pemikiran yang menghasilkan penyelesaian. Verbalisme proses pemikiran guru dijelaskan di kelas sehingga siswa dapat mengikuti jalan pikiran guru. Oleh karena itu proses memunculkan pikiran keluar tidak hanya akan bermanfaat bagi siswa tetapi juga akan membuat guru menyadari pikirannya sendiri. Agar lebih efektif, guru perlu membangun suatu lingkungan pembelajaran yang didasarkan pada kepercayaan dan mengambil resiko daripada otoritas dan ”selalu hanya jawaban yang benar”

(4) Keluar dari Pemikiran Mereka Sendiri

Satu teknik pelatihan yang penting pada olahraga adalah mengamati memutar ulang gerakan lambat dari permainan diri sendiri ataupun orang lain. Suatu pendekatan yang hampir sama dapat dilakukan untuk menganalisa pemecahan masalah. Gunakan audiotape untuk melihat strategi siswa, kemudian putar ulang dan diskusikan. Dorong siswa untuk menafsirkan proses pemecahan masalah lebih dari sekedar penyelesaian akhir. Sebagai ganti audiotape dapat juga digunakan videotape, hanya dalam hal ini guru perlu bekerja dengan siswa secara individu. Teknik lain untuk mempromosikan strategi metakognitif dalam memecahkan masalah adalah ” Problem Wheel” yang digambarkan oleh Lee, Chang, and Lee (2001).

(5) ”Ini adalah......” Melawan ”Ini Bisa.......”

Elo Langer dalam Yoong (2002) mengusulkan beberapa karakteristik dari ”kesadaran belajar” untuk menantang konsep belajar konvensional, seperti kepuasan yang tertunda, praktek dan memperoleh jawaban yang benar. Satu teknik pengajaran untuk mengubah dari ”ini ...” menjadi ”ini bisa ...”. sebagai contoh ketika siswa memperlihatkan contoh pekerjaannya, banyak guru akan mulai dengan mengatakan ’ini adalah cara untuk melakukan penyelesaian ini. Perhatikan secara hati – hati”. Hal ini mendorong pelajaran dihafal tanpa berpikir. Sebagai gantinya guru harus memulai dengan ”masalah ini dapat diselesaikan dengan cara ini, lihat sebagian dari cara ini”. Setelah menunjukkan penyelesaian, tanyalah siswa metode – metode lain yang dapat digunakan . Ini menunjukkan siswa bahwa ada alur yang berbeda untuk menyelesaikan masalah. Pada tingkatan yang lebih tinggi, digunakan permasalahan yang terbuka, 'ini bisa ...' mendorong penafsiran dan penyelesaian ganda, sedangkan 'ini adalah ...' akan menutup kreativitas berpikir.

c. **Kepercayaan dan intuisi tentang kognisi seseorang**.

Setiap siswa mempunyai cara belajar yang berbeda – beda sehingga jelas bahwa siswa tidak belajar matematika pada cara yang sama. Perbedaan itu dibatasi oleh suatu sistem kepercayaan yang dibangun siswa pada sifat alami matematika dan bagaimana matematika harus dipelajari. Siswa sering diberitahu bahwa matematika adalah penting dan bermanfaat, tetapi mereka jarang menemukan aplikasi yang berarti dari topik matematika yang dipelajari di sekolah, contohnya pecahan, lingkaran, vektor dan lain – lain. Banyak orang yang percaya bahwa matematika tidak dapat dipahami dalam dunia nyata karena matematika merupakan suatu permainan dari aturan yang disusun oleh para ahli matematika. Karena sejak tahun 1980-an kurikulum pendidikan matematika lebih menekankan pada pemecahan masalah maka guru tidak lagi dapat bergantung pada cara tradisional Chalk-and-Talk untuk melatih siswa agar berhasil menjadi pemecah masalah.

4. Pembelajaran Matematika dengan Pendekatan Metakognitif

Jacob (2000: 444) menjelaskan bahwa metakognisi merupakan kesadaran berpikir sehingga seseorang dapat melakukan tugas-tugas khusus, dan kemudian menggunakan kesadaran ini untuk mengontrol apa yang dikerjakan. Dalam sudut pandang lain, metakognisi didefinisikan sebagai keterampilan kompleks yang dibutuhkan siswa untuk menguasai suatu jangkauan keterampilan khusus, kemudian mengumpulkan dan mengumpulkan kembali keterampilan-keterampilan ini ke dalam strategi belajar yang tepat terhadap suatu masalah khusus atau isu-isu dalam konteks yang berbeda.

Bagaimana siswa secara berangsur-angsur menguasai keterampilan "metakognisi" ini memerlukan suatu proses yang cukup lama. Namun demikian, guru dapat memulai, dengan model keterampilan metekognitif, yang secara spesifik melatih siswa dalam keterampilan dan strategi khusus (seperti perencanaan atau evaluasi, analisis masalah) serta dengan struktur mengajar mereka sedemikian sehingga siswa terfokus pada bagaimana mereka belajar dan juga pada apa yang mereka pelajari.

Dalam konteks ini, untuk memperoleh hasil belajar yang efektif, maka guru harus mengajarkan kepada siswa keterampilan metakognitif yang meliputi kesadaran, merancang, memonitor dan merevisi kerja mereka sendiri serta menganalisis prestasi belajarnya; menjadi pelajar yang mampu menyelesaikan masalah matematika secara mandiri dan bertanggung jawab. Oleh karena itu, guru akan terfokus untuk mengembangkan: (1) kemampuan siswa untuk menyelesaikan masalah; dan (2) keyakinan siswa dalam kemampuan pemecahan masalahnya. Akhirnya, apabila siswa menyadari akan proses yang mereka gunakan, dan apabila mereka belajar untuk kontrol proses kognitif ini, kemampuan mereka untuk transfer keterampilan pemecahan masalah meningkat (Brown, Anderson, Shillcock, & Yule, 1984; Perkins, 1984, 1985, 1986; Resnick, 1985; Weinert & Kluwe, 1987) dalam (Jacob, 2003: 18).

Mengajar keterampilan metakognitif dapat dilakukan sesuai dengan teori yang diusulkan oleh Mayer (Jacob, 2003: 18-19), yaitu: (1) translasi (*translation*); (2) integrasi (*integration*); (3) perencanaan dan monitoring (*planning and monitoring*); (4) pelaksanaan solusi (*solution execution*).

Translasi membutuhkan pengetahuan linguistik yang membolehkan siswa untuk mengerti kalimat dan fakta-fakta tertentu. Pengetahuan faktual merupakan suatu komponen kunci dalam translasi. Integrasi membutuhkan siswa untuk menggabungkan masing-masing pernyataan ke dalam suatu representasi yang berkaitan secara logis dan dengan memiliki pengetahuan sistematik untuk mengenal dan pendekatan kepada tipe-tipe masalah.

Perencanaan dan monitoring membutuhkan pengetahuan strategi yang terfokus pada bagaimana untuk menyelesaikan masalah. Rancangan meliputi pemecahan masalah ke dalam komponen-komponen. Misalnya, apakah operasi akan diselesaikan pertama dan mengapa? Merencanakan dan monitoring suatu rancangan solusi merupakan aspek krusial dari pemecahan masalah sistematis. Siswa sangat berbeda dalam pendekatan dan kemampuannya untuk memonitor perencanaan solusi.

Pelaksanaan solusi mewajibkan siswa untuk menggunakan pengetahuan prosedural untuk mengaplikasikan aturan aritmetika secara akurat serta efisien saat melakukan kalkulasi dalam merancang solusi. Pengetahuan prosedural ini didemonstrasikan apabila melaksanakan suatu prosedur.

Costa (1985 : 45) mengusulkan keterampilan metakognitif sebagai atribut kunci dari berpikir formal atau pengajaran keterampilan proses tingkat tinggi dan menekankan bahwa metodologi pengajaran guru di kelas harus menanamkan metakognisi secara konstruktif.

Pembelajaran dengan pendekatan metakognitif mengarahkan perhatian siswa pada apa yang relevan dan membimbing mereka untuk memilih strategi yang cocok untuk menyelesaikan soal – soal melalui pertanyaan – pertanyaan (Cardelle, 1995: 81). Pertanyaan – pertanyaan ini menuntun siswa untuk memusatkan diri pada langkah khusus penyelesaian soal matematika dan untuk meningkatkan kesadaran terhadap kesulitan yang mungkin dialami siswa selama proses berlangsung.

Pembelajaran dengan pendekatan metakognitif merupakan pembelajaran yang menanamkan kesadaran bagaimana merancang, memonitor, serta mengontrol tentang apa yang mereka ketahui; apa yang diperlukan untuk mengerjakan dan bagaimana melakukannya; menitikberatkan pada aktivitas belajar siswa; membantu dan membimbing siswa jika ada kesulitan; dan membantu siswa untuk mengembangkan konsep diri apa yang dilakukan saat belajar matematika.

Adapun aspek aktivitas metakognitif yaitu: (1) kesadaran mengenal informasi, (2) memonitor apa yang mereka ketahui dan bagaimana mengerjakannya dengan mempertanyakan diri sendiri dan menguraikan dengan kata – kata sendiri untuk simulasi mengerti, (3) regulasi, membandingkan dan membedakan solusi yang lebih memungkinkan. Selanjutnya pembelajaran dengan pendekatan metakognitif menggunakan serangkaian pertanyaan metakognitif yang meliputi pertanyaan pemahaman yaitu didisain untuk mendorong siswa menterjemahkan konsep dengan kata – kata sendiri setelah membaca soal dan memahami makna konsep yang terkandung di dalamnya, pertanyaan strategi yairu didisain untuk mendorong siswa mempertimbangkan strategi yang sesuai digunakan untuk memecahkan masalah yang diberikan dan memberikan alasannya, dan pertanyaan refleksi yaitu didisain untuk mendorong siswa untuk memfokuskan pada proses penyelesaian.

Salah satu karakteristik pembelajaran dengan pendekatan metakognitif yang paling utama adalah melibatkan pertumbuhan kesadaran. Seseorang menjadi sadar dan peduli tentang proses dan prosedur berpikirnya sendiri sebagai pemikir dan pelaku. Berpikir metakognitif mempunyai dua dimensi utama, yaitu berorientasi pada tugas (task-oriented) dan berhubungan dengan pemantauan (monitoring) kinerja dari suatu keterampilan. Dimensi kedua adalah strategi yang melibatkan penggunaan suatu keterampilan dalam menyelesaikan suatu permasalahan tertentu dan menjadi sadar (aware) untuk mengambil balikan (feedback) yang paling informatif dari penerapan suatu strategi tertentu.

Adapun strategi pembelajaran metakognitif, menurut Beyer dalam Tomo (2002 : 53) mempunyai tiga komponen, yaitu: perencanaan (planning), pemantauan (monitoring), dan penilaian (assesing).

Daftar Pustaka

Biryukov, P. (2004). *Metacognitif Aspects of Solving Combinatorics Problems. Internasional Journal for Mathematics Teaching and Learning.* [On Line]. Tersedia. www.cmt.plymouth.ac.uk/journal/default.htm

Efklides, A. (2006). *Metacognition and Affect: What can metecognitive experiences tell us about the learning process?.* [On Line]. Tersedia: http://www.11.Unimaas.ne/euro-csde/papers/70.doc

Jacob, C. (2000). *Belajar Bagaimana untuk Belajar Matematika: Suatu Telaah Strategi Belajar Efektif.* Prosiding Seminar Nasional Matematika: Peran Matematika Memasuki Millenium III. ISBN: 979-96152-0-8; 443-447. Jurusan Matematika FMIPA ITS Surabaya, 2 November 2000.

Jacob, C. (2003). *Mengajar Keterampilan Metakognitif dalam Rangka Upaya Memperbaiki dan Meningkatkan Kemampuan Belajar Matematika. Jurnal Matematika, Aplikasi, dan Pembelajarannya*. Vol. 2, (1), 17-18. Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Jakarta.

Sapa'at, A. (2001) *Pembelajaran dengan Pendekatan Keterampilan Metakognitif untuk mengembangkan Kompetensi Matematik Siswa*. [On Line]. Tersedia: http://en.wikipedia.org/wiki/martingale.%28betting.system.

Sharples, J., & Mathews, B. (1989). *Learning How To Learn: Investigating Effective Learning Strategies*. Victoria: Office of Schools Administration Ministry of education.

Suzana (2004). *Pembelajaran dengan Pendekatan Metakognitif Untuk Meningkatkan Kemampuan Pemahaman Matematik Siswa SMU*. Disajikan pada Seminar Nasional Matematika: Matematika dan Kontribusinya terhadap Peningkatan Kualitas SDM dalam Menyongsong Era Industri dan Informasi, 15 Mei 2004, Bandung.

Yoong, W. (2002). *Helping Your Student to Become Metacognitive in Mathematics: A Decade Later*. [On Line]. Tersedia: http://intranet.moe.edu.sg/maths/Newsletter/FourthIssue/Vol2No.5.html.

Penerapan Pembelajaran Berbasis Masalah Pada Perkuliahan Proses Stokastik

The Implementation Of Problem Based Learning On Stochastic Processes Course

Mathilda Susanti , Dhoriva Urwatul Wutsqo
Jurusan Pendidikan Matematika UNY

ABSTRAK

Pembelajaran Proses Stokastik dengan pendekatan konsep dan teoritis terlalu sulit bagi mahasiswa. Mengingat teori dan konsep dalam Proses Stokastik banyak yang menjelaskan masalah-masalah dalam kehidupan sehari-hari, maka dalam penelitian ini akan diterapkan pembelajaran berbasis masalah pada perkuliahan Proses Stokastik. Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan implementasi pembelajaran berbasis masalah pada perkuliahan Proses Stokastik dan dampak implementasi terhadap motivasi, aktivitas, dan hasil belajar mahasiswa dalam pembelajaran. Subyek penelitian ini adalah mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika Program Studi Matematika Non Reguler FMIPA UNY yang pada semester genap tahun akademik 2006/2007 yang menempuh mata kuliah Proses Stokastik, yang terdiri atas 9 orang. Selama pembelajaran dilakukan observasi terhadap aktivitas mahasiswa dan dosen. Angket Motivasi diberikan pada akhir perkuliahan untuk mengetahui dampak penerapan metode terhadap motivasi belajar mahasiswa. Hasil penelitian menunjukkan bahwa deskripsi implementasi pembelajaran berbasis masalah pada perkuliahan stokastik adalah sebagai berikut: i). Dosen menyajikan teori dan konsep berangkat dari masalah-masalah real, ii) mahasiswa diberi tugas menyelesaikan soal-soal berdasarkan masalah-masalah real dan mempresentasikan di dalam kelas, iii) evaluai terhadap hasil belajar menggunakan nilai ujian sisipan, tugas, dan presentasi. Dampak implementasi pembelajaran berbasis masalah pada perkuliahan stokastik adalah: i). Hasil belajar mahasiwa relatif baik, yaitu sebanyak 5 mahasiswa (55 %), mendapatkan nilai B dan B+ dan mendapat nilai A- sebanyak 4 orang (45 %), ii). motivasi belajar mahasiswa terhadap pembelajaran stokastik cukup tinggi dengan persentase skor keseluruhan butir menunjukkan motivasi tinggi 57 %, sedang 38 % dan rendah 5 %, iii). keterlibatan mahasiswa dalam pembelajaran masuk dalam kategori cukup (skor 3,36 dari skor tertinggi 5), namun demikian metode ini dapat memberikan pengalaman kepada mahasiswa untuk mengemukakan gagasan baik secara lisan maupun tertulis, menanggapi dan menyusun pertanyaan, serta melakukan diskusi ilmiah. Adapun kendala-kendala yang dihadapi selama pembelajaran adalah keterbatasan fasilitas, referensi dan waktu.

Kata kunci: Pembelajaran Berbasis Masalah, Perkuliahan Proses Stokastik, motivasi, aktivitas, dan hasil belajar

PENDAHULUAN

Pendidikan di perguruan tinggi diharapkan tidak hanya membekali mahasiswa dengan teori-teori, tetapi juga memberikan kemampuan kepada mahasiswa untuk mengaplikasikan teori yang didapat untuk menyelesaikan berbagai persoalan di kehidupan nyata. Kesenjangan antara teori dengan

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

kemampuan praktis di lapangan masih menjadi persoalan dalam dunia pendidikan di Indonesia. Khususnya dalam matakuliah-matakuliah statistika, dosen dituntut tidak hanya memberikan teori-teori statistika secara matematis saja melalui rumus-rumus dan teorema, tetapi yang tidak kalah pentingnya adalah memberikan kemampuan menganalisis persoalan, memilih prosedur statistik yang sesuai, dan menginterpretasikan hasil statistik yang diperoleh.

Berdasarkan Kurikulum 2002 FMIPA UNY Proses Stokastik merupakan salah satu mata kuliah keahlian yang ditempuh oleh mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika Program Studi Matematika FMIPA UNY. Secara matematis mata kuliah ini melibatkan teori statistika matematis yang cukup rumit. Jika ditinjau dari sudut pandang praktis, maka teori-teori dalam Proses Stokastik selalu berkaitan dengan masalah-masalah real. Sebagai contoh, dengan menggunakan rantai Markov dapat dimodelkan antrean di bank, perilaku konsumen terhadap suatu produk apakah cenderung tetap atau berpindah-pindah merk, kestabilan pasar, proses genetika, dan lain-lain. Setelah menempuh mata kuliah ini, diharapkan mahasiswa memahami konsep-konsep dalam rantai Markov dan mampu menerapkan konsep-konsep dalam rantai Markov untuk memodelkan masalah-masalah dalam kehidupan sehari-hari.

Pendekatan perkuliahan secara teoritis hanya membuat mahasiswa terjebak pada rumus-rumus yang sulit dipahami, kurang mendorong daya analisis, daya kreativitas, dan kemampuan mahasiswa dalam menghubungkan antara konsep-konsep statistika dengan problem real. Hal ini menjadi tantangan bagi pengampu mata kuliah Proses Stokastik untuk melakukan inovasi-inovasi metode pembelajaran. Salah satu metode yang dapat dilakukan adalah metode pembelajaran berbasis masalah. Pembelajaran berbasis masalah adalah suatu kegiatan pembelajaran yang dilakukan melalui pendekatan masalah. Pembelajaran dengan metode ini menekankan pada aktivitas mahasiswa dan menjadikan mahasiswa berinteraksi dengan obyek atau peristiwa sehingga memperoleh pemahaman. Dosen berperan sebagai pemberi masalah yang asli, bertanya beberapa soal, memfasilitasi dialog, memberikan motivasi belajar kepada mahasiswa, dan memonitor pembelajaran. Sedangkan mahasiswa berperan aktif sebagai *problem solver*, *decision maker* dan *meaning makers*, bukan sebagai pendengar pasif.

Langkah-langkah dalam proses pelaksanaan pembelajaran berbasis masalah adalah sebagai berikut :

1. Orientasi siswa pada masalah
2. Mengorganisasikan mahasiswa untuk belajar
3. Membimbing penyelidikan individu maupun kelompok
4. Mengembangkan dan menyajikan hasil karya
5. Menganalisis dan mengevaluasi proses pemecahan masalah

Beberapa penelitian (Albanase and Mitchell, 1993; Ditlehorst and Robbs, 1998) menunjukkan bahwa hasil belajar mahasiswa pada kelas dengan metode pembelajaran berbasis masalah lebih baik dibanding kelas dengan metode klasik. Carolyn (1999) mengaplikasikan metode ini dalam mata kuliah biostatistika, dan menunjukkan bahwa kemampuan mahasiswa dalam memahami dan mengaplikasikan statistik meningkat. Mary and Lai (2002) menunjukkan bahwa pembelajaran berbasis masalah dapat mengembangkan kemampuan mahasiswa (pada sekolah bisnis) untuk menjadi pembelajar yang mandiri.

Dalam kaitannya dengan mata kuliah Proses Stokastik, mahasiswa diarahkan untuk belajar bagaimana menggunakan statistik, bukan sekedar belajar tentang konsep statistika secara matematis. Pemahaman konsep-konsep berdasarkan kasus-kasus sebagaimana disebutkan di atas (contoh pemodelan dengan rantai Markov), tentu akan lebih menarik dan mudah diterima oleh mahasiswa. Pengetahuan tentang manfaat dari apa yang dipelajari serta pengalaman memecahkan masalah real diharapkan akan menjadikan mahasiswa lebih termotivasi dan aktiv di dalam pembelajaran, yang berakibat pada hasil belajar yang memuaskan. Dengan demikian metode pembelajaran berbasis masalah diharapkan dapat menjadi metode yang tepat. Untuk mengetahui bagaimana implementasi metode pembelajaran berbasis masalah di dalam perkuliahan Proses Stokastik perlu dilakukan penelitian lebih lanjut. Dalam penelitian ini juga akan dikaji dampak implementasi metode khususnya terhadap motivasi, aktivitas, dan hasil belajar mahasiswa.

Berdasarkan latar belakang masalah tersebut di atas, dirumuskan masalah penelitian sebagai berikut:"Bagaimana implementasi pembelajaran berbasis masalah pada perkuliaahan Proses Stokastik dan dampak implementasi terhadap motivasi, aktivitas, dan hasil belajar mahasiswa dalam pembelajaran". Sesuai dengan rumusan masalah, maka penelitian ini dilakukan dengan tujuan untuk mendeskripsikan implementasi metode pemecahan masalah pada pembelajaran Proses Stokastik dan dampak implementasi metode terhadap motivasi, aktivitas, dan hasil belajar mahasiswa dalam pembelajaran". Hasil penelitian ini diharapkan dapat dijadikan sebagai pertimbangan bagi para dosen/guru dalam melakukan inovasi pembelajaran / perkuliahan untuk mata kuliah yang diampunya, terutama untuk mata kuliah yang berbasis statistika. Dalam mata kuliah yang melibatkan konsep dan perhitungan statistik, pendekatan pembelajaran *" learning how to use statistics"*, perlu mendapat penekanan yang lebih. Pengalaman mahasiswa dalam belajar *how to use statistics* diharapkan akan terus mereka kembangkan untuk mempelajari mata kuliah lain dan dapat memberi inspirasi dalam persiapan menyusun tugas akhir.

METODOLOGI PENELITIAN

Subyek penelitian ini adalah mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika Program Studi Matematika Non Reguler FMIPA UNY yang pada semester genap tahun akademik 2006/2007 yang menempuh mata kuliah Proses Stokastik, yang terdiri atas 9 orang. Untuk memperoleh data penelitian digunakan empat jenis instrumen penelitian. Instrumen yang dimaksud adalah peneliti sendiri, lembar observasi, yang digunakan untuk mengamati pelaksanan metode di dalam kelas dan aktivitas mahasiswa, angket motivasi untuk mengukur motivasi mahasiswa, dan Ujian Sisipan.

Adapun pengertian motivasi dalam penelitian ini mengacu pada beberapa teori dari Mc.Donald dalam Syaiful bahri Djamarah (2002, 114), Winkel (1987:96, 97), dan Sumadi Suryabrata (1990 : 70). Berdasarkan teori-teori yang mereka kemukakan dalam penelitian ini dirumuskan ciri-ciri orang yang mempunyai motivasi tinggi dapat dilihat dari: 1. Dorongan untuk berprestasi, 2. kecenderungan mengerjakan tugas-tugas belajar yang menantang, 3. usaha yang lebih baik jika mengalami kegagalan, 4. keuletan dalam menghadapi kesulitan, 5. senang dan semangat dalam perkuliahan, 6. rajin dan bersemangat mengerjakan tugas-tugas yang diberikan, dan 7. berorientasi pada masa depan.

Penelitian ini merupakan penelitian natural. Dalam penelitian ini hanya ada satu kelas yang dilibatkan. Kelas tersebut diberi tindakan berupa pembelajaran dengan metode pembelajaran berbasis masalah. Selama pembelajaran dilakukan observasi untuk melihat aktivitas mahasiswa dan pelaksanaan metode, dan di akhir perkuliahan mahasiswa diberi angket motivasi.

Dalam penelitian ini ada dua macam data yaitu data kualitatif (hasil pengamatan) dan data kuantitatif (hasil angket dan hasil belajar belajar). Keduanya akan dianalisis secara deskriptif. Dari hasil pengamatan kan diungkapkan bagaimana proses implementasi metode di dalam kelas, aktivitas mahasiswa, dan kendala-kendala apa yang dihadapi siswa maupun dosen. Angket disusun dengan tiga alternatif jawaban dengan skor 1 sampai dengan 3. Hasil angket disajikan dalam bentuk rata-rata skor butir motivasi. Untuk melihat motivasi mahasiswa akan digunakan kriteria rendah, sedang, tinggi. Hasil belajar akan disajikan secara deskriptif.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Deskripsi Pelaksanaan Penelitian

Di awal perkuliahan dosen pengampu mata kuliah mempersiapkan dan membicarakan dengan mahasiswa tentang silabus perkuliahan stokastik. Pembicaraan tersebut menyangkut materi, tujuan perkuliahan atau kompetensi yang diharapkan dimiliki mahasiswa setelah mengikuti perkuliahan, model atau metode pembelajaran, dan sistem penilaian yang akan digunakan dalam perkuliahan stokastik.

Selama pembelajaran dosen memberi penjelasan tentang konsep-konsep dan teorema dalam stokastik dengan memulai dari permasalahan-permasalahan real, kemudian digeneralisasi atau diselesaikan dengan menggunakan konsep-konsep dan teorema dalam stokastik. Misalnya dalam rantai markov, penjelasan dimulai dari masalah perpindahan merk pada produk laptop. Pada peluang bersyarat, dihubungkan dengan masalah prediksi seorang atlit terlbat kasus doping atau tidak.

Beberapa tugas (3 tugas) diberikan kepada mahasiswa. Karena hanya terdapat 9 mahasiswa, maka tugas tidak secara kelompok tapi secara individu. Tugas pertama diberikan sebelum Ujian Sisipan, berupa tugas menjelaskan beberapa konsep yang dipresentasikan di depan kelas, diantaranya tentang peluang bersyarat, fungsi transisi, dan sifat-sifat dari *state* pada rantai markov. Tugas ke dua merupakan tugas menyelesaikan soal-soal dari dosen berdasarkan masalah-masalah real seperti rantai kelahiran dan kematian, rantai antrean, rantai pertumbuhan bakteri, dan masalah genetik dengan pendekatan proses stokastik. Tugas tersebut tidak dipresentasikan. Sedangkan tugas ke tiga adalah *open problem*, dimana mahasiswa diberi kebebasan untuk mencari masalah yang sesuai dengan materi stokastik dan menyelesaikannya, menyajikannya dalam tulisan serta mempresentasikannya di depan kelas. Kedua tugas diberikan setelah Ujian Sisipan. Diantara tugas-tugas yang dikumpulkan mahasiswa berkisar pada masalah kesehatan, periklanan, pertanian, dan ekonomi.

Selama pembelajaran, dilakukan observasi untuk mengetahui keterlaksanaan metode. Hal-hal yang diamati meliputi aktivitas dosen dan mahasiswa dalam pembelajaran. Khususnya selama presentasi dosen melakukan penilaian terhadap kemampuan mahasiswa. Sedangkan aktivitas dosen dan mahasiswa diamati oleh tenaga observer. Untuk mendapatkan data motivasi mahasiswa terhadap pelaksanaan pembelajaran, mahasiswa diberi angket motivasi mahasiswa terhadap pelaksanaan pembelajaran. Kendala-kendala terhadap pelaksanaan metode diketahui dari apa yang dialami oleh dosen dan dari hasil pengamatan.

Deskripsi Hasil Belajar Mahasiswa

Hasil belajar mahasiswa yang digunakan dalam penelitian ini meliputi hasil ujian sisipan I , nilai presentasi I dan II, serta tugas. Daftar perolehan skor/nilai mahasiswa yang menjadi subjek penelitian pada perkuliahan Stokastik secara lengkap dapat dilihat pada Tabel 1.,

Dari deskripsi nilai Tabel 1. mahasiswa yang mendapatkan nilai B dan B+ sebanyak 5 orang (55 %), dan mendapat nilai A- sebanyak 4 orang (45 %), sehingga bisa dikatakan hasil belajar sudah bagus.

Tabel 1. Hasil Belajar Mahasiswa pada pembelajaran Proses Stokastik

No	Nilai USIP I	Tugas	Presentasi I	Presentasi II	Nilai Akhir
1.	72	80	65	70	B
2.	70	82	66	70	B
3.	80	85	80	84	A-
4.	83	87	79	83	A-
5.	81	82	78	82	A-
6.	78	84	75	78	A-
7.	73	80	73	79	B+
8.	70	80	67	70	B
9.	75	79	73	78	B+

Deskripsi Motivasi Mahasiswa

Gambaran umum mengenai motivasi mahasiswa dapat dilihat pada ringkasan hasil angket motivasi mahasiswa sebagaimana disajikan pada Tabel 2. dengan kriteria motivasi tinggi, sedang, dan rendah. Dari 20 butir angket terdapat 5 butir yang bernilai negatif, yaitu butir 6, 7, 10, 13, dan 14, sehingga pada butir-butir tersebut motivasi yang tinggi ditunjukkan oleh jawaban tidak pernah. Dari tabel tersebut nampak bahwa persentase skor butir yang menunjukkan motivasi tinggi adalah 57 %, sedang 38 % dan rendah 5 %. Hasil angket motivasi per butir disajikan dalam Tabel 3., Tabel 2. Rangkuman Motivasi Mahasiswa terhadap Pembelajaran Stokastik

Motivasi	Jumlah	Persentase
Tinggi	91	57
Sedang	61	38
Rendah	8	5

Tabel 3. Hasil Angket Motivasi

No butir	Persentase		
	Sering	Kadang-kadang	Tidak pernah
1	62,5	37,5	
2	62,5	37,5	
3	25	62,5	12,5
4	12,5	75	12,5
5	87,5	12,5	
6	37,5	62,5	
7	12,5	87,5	
8	87,5	12,5	
9	87,5	12,5	
10	12,5	50	37,5
11	37,5	62,5	
12	25	75	
13	12,5	25	62,5
14		12,5	87,5
15	62,5	37,5	
16	87,5	12,5	
17	75	25	
18	75	25	
19	75	25	
20	87,5	12,5	

Deskripsi Aktivitas Mahasiswa

Sebagai salah satu tujuan dari penelitian ini adalah mendeskripsikan aktivitas mahasiswa, yang berkaitan dengan kemampuan mengemukakan pendapat pertanyaan, gagasan, serta partisipasi dan antusiasme mahasiswa dalam pembelajaran. Hasil pengamatan aspek-aspek aktivitas mahasiswa disajikan dalam bentuk skor nilai yang dirangkum dalam Tabel 4.. Rata-rata skor aktivitas mahasiswa yang dicapai adalah 3,36, sehingga dapat dikatakan bahwa mahasiswa termasuk dalam kategori cukup aktivitasnya.

Tabel 4. Hasil Observasi Aktivitas Mahasiswa selama pembelajaran

No.	Aspek yang diamati	Skor pada pertemuan						Jumlah
		1	2	3	4	5	6	
1.	Perhatian, minat dan antusiasme mahasiswa dalam mengikuti proses pembelajaran	3	3	4	4	4	4	20
2.	Keberanian dan rasa percaya diri mahasiswa dalam mengemukakan ide	2	2	3	3	4	4	18
3.	Keberanian dan rasa percaya diri mahasiswa dalam menanggapi pertanyaan	2	2	3	3	4	4	18
4.	Keberanian dan rasa percaya diri mahasiswa dalam mengajukan pertanyaan	2	2	3	4	4	4	19
5.	Pengerjaan tugas-tugas dari dosen	4	5	5	5	4	4	27
6.	Partisipasi mahasiswa dalam pembelajaran di kelas	2	3	3	4	4	3	19

Deskripsi Aktivitas Dosen

Salah satu aspek yang mempengaruhi keterlaksanaan metode adalah aktivitas dosen selama menerapkan metode. Untuk melihat aktivitas dosen digunakan lembar observasi aktivitas dosen, yang hasilnya disajikan dalam Tabel 5.

Skor rata-rata aktivitas dosen selama pembelajaran adalah 4,1, sehingga dapat dikatakan aktivitas dosen sangat baik. Hal ini berarti dosen sudah melaksanakan metode sesuai dengan rancangan pembelajaran PBM.

Tabel 5. Hasil Observasi Aktivitas Dosen selama pembelajaran

No.	Aspek yang diamati	Skor
A.	Membuka perkuliahan	
	1. Menyampaikan deskripsi singkat materi perkuliahan, metode pembelajaran, dan kegiatan pembelajaran yang akan dilaksanakan	5
	2. Mereview materi terdahulu	4
B.	Interaksi Perkuliahan	
	1. Dosen memberikan materi berdasarkan permasalahan-permasalahan pada masalah real	4
	2. Membimbing mahasiswa dalam diskusi	5
	3. Memberikan kesempatan kepada mahasiswa untuk menemukan pemecahan masalah sendiri	3
	4. Mengkondisikan mahasiswa untuk terlibat aktif dalam diskusi	4
	5. Memonitor pembelajaran	4
C.	Menutup perkuliahan	
	1. Memandu membuat kesimpulan dari pembelajaran yang dilaksanakan	4
	2. Memberikan tugas	4
	3. Mengembangkan dan menyajikan hasil karya	4

Pembahasan

Dari deskripsi nilai Tabel 1. mahasiswa yang mendapatkan nilai B dan B+ sebanyak 5 orang (55 %), dan mendapat nilai A- sebanyak 4 orang (45 %), sehingga bisa dikatakan hasil belajar sudah bagus. Hasil ini kemungkinan disebabkan metode yang diterapkan lebih memberikan wawasan tentang hubungan materi dengan masalah-masalah real, sehingga dapat lebih memotivasi mahasiswa untuk belajar.

Berdasarkan hasil angket motivasi, secara keseluruhan mahasiswa mempunyai motivasi yang relatif tinggi (57%), meskipun sebagian lagi cenderung biasa saja bahkan kurang. Dorongan untuk berprestasi mahasiswa dapat dikatakan cukup bagus, sebagaimana tersirat dari hasil pada butir 1 dan 2, dengan 62,5% jawaban sering. Tetapi mahasiswa kurang bersemangat dengn mengerjakan tugas-tugas belajar yang menantang. Hal ini ditunjukkan oleh hasil butir 3 dan 4, dengan pilihan hanya 25% dan 12,5 % pada jawaban sering, dan kadang-kadang 62,5% dan 75%. Jika diperhatikan, peserta perkuliahan adalah mahasiswa non-reguler, sehingga kemungkinan mahasiswa mengalami kesulitan dengan soal-soal di luar referensi yang digunakan.

Hasil pada butir 5 dan 9 menunjukkan bahwa motivasi untuk berusaha lebih baik pada saat mengalami kegagalan dan keuletan dalam menghadapi kesulitan sangat tinggi, meskipun kadang-kadang mahasiswa memilih untuk mencontoh pekerjaan teman. Ada kecenderunggan ketika mahasiswa diberi tugas dengan soal-soal yang sama, maka hasil pekerjaannya juga sama,

Semangat dan perhatian mahasiswa dalam perkuliahan dan diskusi dapat dikategorikan sedang-sedang saja (lihat hasil pada butir 10.11,12,13). Beberapa mahasiswa kadang masih mengobrol dengan temannya, atau mengantuk. Hasil pada butir 8,14,15,16,17,18 menjukkan bahwa mahasiswa cukup antusias dalam mengerjakan tugas-tugas yang diberikan. Hal ini juga dapat dilihat dari tugas-tugas yang dikumpulkan oleh mahasiswa. Tidak ada mahasiswa yang tidak mengumpulkan tugas, baik yang dipresentasikan maupun yang tidak. Bahkan pada tugas presentasi ke dua, beberapa mahasiswa masih bersemangat untuk memperbaiki makalahnya berdasarkan masukan dari dosen dan teman-temannya pada saat presentasi. Kesadaran bahwa kemandirian dan kemampuan untuk mengemukakan pendapat sangat penting dalam mendukung masa depannya sangat tinggi, seperti tercermin pada hasil butir 19 dan 20.

Aktivitas mahasiswa dalam pembelajaran dapat dilihat dari keterlibatan mereka dalam perkuliahan yang dirangkum pada Tabel 4. Dari hasil tersebut (skor 3,36) aktivitas secara keseluruhan cukup, tapi juga tidak terlalu tinggi. Khususnya pada saat kegiatan diskusi untuk mempresentasikan tugas I, terlihat keberanian dan rasa percaya diri mahasiswa masih sangat kurang. Paling banyak hanya seorang yang bertanya dalam setiap presentasi, bahkan kadang-kadang tidak ada. Bahkan ada seorang mahasiswa yang dalam mempresentasikan tugasnya di depan teman-temannya masih kesulitan untuk mengemukakan ide-idenya (demam panggung). Agar diskusi dapat berlangsung, dosen pengampu berusaha untuk memancing dengan pertanyaan-pertanyan selama diskusi, sehingga dapat memancing temannya untuk bertanya pula. Karena keterbatasan kemampuan mahasiswa dalam menjawabpun dosen masih harus menuntun mahasiswa untuk menemukan jawaban.

Kemajuan terjadi pada tugas presentasi yang kedua, terlihat keberanian dan rasa percaya diri mahasiswa dalam mempresentasikan tugasnya meningkat. Beberapa mehasiswa mulai berani mengajukan pertanyaan-pertanyaan, munculnya petanyaan-pertanyaan yang berkualitas, dan adanya perbedaan pendapat antar mahasiswa, sehingga diskusi dapat berlangsung. Mungkin kondisi ini juga dipengaruhi oleh materi yang disajikan, karena lebih kepada penggunaan stokastik ke masalah-masalah real, sehingga lebih menarik minat mahasiswa untuk terlibat dalam diskusi. Di samping itu, presentasi tugas pertama membuat mahasiswa mempunyai pengalaman mengemukakan gagasan di depan teman-temannya, sehingga dapat menambah keberanian dan rasa pecaya diri.

Melalui presentasi dapat memberikan kontribusi positif, yaitu memberikan latihan kepada mahasiswa dalam mengkaji dan menyajikan suatu masalah dalam tulisan, menumbuhkan keberanian dan rasa percaya diri dalam melakukan presentasi dan diskusi (mengemukakan gagasan/pertanyaan, menanggapi pertanyaan atau pernyataan). Dengan demikian pembelajaran dengan pendekatan berbasis masalah dapat mengembangkan *soft skill* mahasiswa, yang meliputi motivasi, kemampuan berkomunikasi dan hubungan antara ilmu yang dipeljari dngan masalah-masalah dalam kehidupan sehari-hari.

Meskipun dari hasil belajar maupun dari angket memberikan hasil yang relatif baik, namun ada beberapa catatan yang perlu diperhatikan dalam pelaksanaan metode. Dalam pelaksanaannya, mengalami kendala-kendala teutama dari prasarana dan referensi. Waktu presentasi mengalami penundan dua kali, karena komputer yang dipinjam dari fakultas ternyata rusak, dan yang kedua karena LCD yang tersedia tidak sesuai dengan komputer. Hal ini sedikit banyak memgendurkan semangat mahasiswa. Dari hasil wawancara dengan mahasiswa, juga dikeluhkan keterbatasan referensi, terutama ketika mahasiswa harus mencari masalah sendiri secara bebas. Waktu presentasi ke dua yang hampir bersamaan dengan ujian juga membuat perhatian mahasiswa terpecah, sehingga beberapa mahasiswa mengalami keterlambatan dalam mengumpulkan tugas sebelum dipresentasikan.

Dari sisi dosen pengampu, dirasakan referensi yang terbatas menjadi kendala utama, sehingga dosen belum optimal dalam mengangkat problem-problem yang lebih bervariasi untuk dikaitkan dengan teori-teori dalam mata kuliah stokastik. Waktu yang terbatas juga menjadi salah satu kendala untuk mengembangkan pembelajaran dengan optimal.

SIMPULAN DAN SARAN

Simpulan

Dari hasil penelitian dan pembahasan dapat disimpulkan sebagai berikut :

1. Pembelajaran berbasis masalah pada perkuliahan stokastik dilaksanakan sebagai berikut:

i) Dosen menyajikan teori dan konsep berangkat dari masalah-masalah real

ii) Mahasiswa diberi tugas menyelesaikan soal-soal berdasarkan masalah-masalah real dan mempresentasikan di dalam kelas.

iii) Evaluai terhadap hasil belajar menggunakan nilai ujian sisipan, tugas, dan presentasi.

2. Dampak implementasi pembelajaran berbasis masalah pada perkuliahan stokastik adalah:

   i) Hasil belajar mahasiswa relatif baik.

   ii) Motivasi belajar mahasiswa terhadap pembelajaran stokastik cukup tinggi.

   iii) Keterlibatan mahasiswa dalam pembelajaran masuk dalam kategori cukup, namun demikian metode ini dapat memberikan pengalaman kepada mahasiswa untuk mengemukakan gagasan baik secara lisan maupun tertulis, menanggapi dan menyusun pertanyaan, serta melakukan diskusi ilmiah.

Saran

Berdasarkan hasil penelitian di atas, dapat disarankan bahwa untuk meningkatkan motivasi, aktivitas, dan melatih kemampuan berkomunikasi dapat digunakan pembelajaran dengan metode Pembelajaran Berbasis Masalah. Hal-hal yang perlu diperhatikan jika model pendekatan di atas akan digunakan adalah ruang dan media yang telah siap pakai, sehingga dapat menghindari kesulitan pada saat presentasi atau diskusi.

DAFTAR PUSTAKA

Albanase M.A., and Mitchell. S..1993. Problem Based Learning. *A Review of Literature in Its Outcomes and Implementation Issues. Academic Medecine*. 68. 52-81.

Carolyn R.B.. 1999. A Problem-Based Learning Approach to Teaching Biostatistics. *Journal of Statistics Education* v.7.,n.1.

Disflehost L. H. and Robbs R.S.. 1998. A Comparisan of Problem-Based Learning and Standard Curriculum Students : *Three years of Retrospective Data Teaching and Learning in Medecine*. 10 (3). 131 -137.

Hogg R. V. .1991. Statistical education : Improvements are Badly Needed**.** *The American Statistician*, 32. 117-121.

Mary T and Lai P.C..2002. Achieving Learner Independence Using the Problem-Based Learning (PBL) Approach. *Journal of Language and Linguistics*. V1.n.3.

------ . 2002. Kurikulum 2002.Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

Snee R.D.. 1993. What's Missing in Statistical Education? *The American Statistician*. 47. 149-154.

Syaiful bahri Djamarah .2002. *Psikologi Belajar* . Jakarta : Rineka Cipta

Sumadi Suryabrata .1990. *Psikologi Pendidikan* . Jakarta Rajawali.

Sri Esti W.D. 1989. *Psikologi Pendidikan*. Jakarta : Depdikbud.

Winkel W.S..1987. *Psikologi Pendidikandan Evaluasi Belajar*. Jakarta : Gramedia

Pembelajaran *Open-Ended* Untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreatif

Oleh
Sri Hastuti Noer
FKIP Universitas Lampung

ABSTRAK

Tujuan penelitian ini adalah untuk memperoleh gambaran mengenai peningkatan kemampuan berpikir kreatif siswa yang pembelajarannya dengan pendekatan *open-ended* bila dibandingkan dengan pembelajaran konvensional

Disain penelitian ini adalah disain eksperimen yang dinamakan *delayed counter balanced design*. Dalam penelitian ini, kelompok eksperimen memperoleh pembelajaran dengan pendekatan *open-ended* dan kelompok kontrol memperoleh pembelajaran secara konvensional.

Untuk mendapatkan data hasil penelitian digunakan instrumen berupa tes kemampuan berpikir kreatif. Subjek penelitian adalah siswa SMP Negeri 4 Kodya Bandar Lampung Propinsi Lampung dengan subjek sampel adalah siswa kelas VIII sebanyak dua kelas yang dipilih dengan teknik *purposive sampling*.

Berdasarkan analisis data, diperoleh bahwa peningkatan kemampuan berpikir kreatif siswa yang mendapatkan pembelajaran dengan pendekatan *open-ended* lebih tinggi secara signifikan daripada siswa yang mendapatkan pembelajaran secara konvensional.

Kata Kunci: *Open-ended*, Kemampuan Berpikir Kreatif

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Matematika merupakan salah satu disiplin ilmu yang dapat meningkatkan kemampuan berpikir dan berargumentasi, memberikan kontribusi dalam penyelesaian masalah sehari-hari dan dalam dunia kerja, serta memberikan dukungan dalam pengembangan ilmu pengetahuan dan teknologi. Kebutuhan akan aplikasi matematika saat ini dan masa depan tidak hanya untuk keperluan sehari-hari, tetapi terutama dalam dunia kerja, dan untuk mendukung perkembangan ilmu pengetahuan (Hudojo, 1998:1). Oleh sebab itu, matematika sebagai ilmu dasar perlu dikuasai dengan baik oleh siswa, baik oleh siswa SD, SMP, SMA juga oleh mahasiswa perguruan tinggi.

Penguasaan materi matematika, terutama di SD, SMP, dan SMA selalu menjadi permasalahan. Hal ini dapat dilihat dari rendahnya persentase

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

kelulusan siswa dalam Ujian Nasional (UN), yang diselenggarakan baik di pusat maupun di daerah. Pada umumnya, yang menjadi faktor penyebab ketidaklulusan siswa dalam UN adalah rendahnya kemampuan siswa dalam materi pelajaran matematika.

Rendahnya penguasaan materi matematika khususnya pada siswa kelas VIII, dapat dilihat pula pada rendahnya persentase jawaban benar peserta *The Third International Mathematics and Sciences Study* (TIMSS). Hasil studi TIMSS tahun 2003 untuk siswa kelas VIII, menempatkan Indonesia pada urutan ke-34 dari 46 negara pada penguasaan matematika secara umum. Pada pengetahuan tentang fakta, prosedur, dan konsep, Indonesia berada pada urutan ke-33. Dalam hal penerapan pengetahuan dan pemahaman konsep, Indonesia berada pada urutan ke-35. Dalam kemampuan penalaran, Indonesia berada pada urutan ke-36. Lima negara yang selalu memperoleh skor terbesar adalah Singapura, Korea, China-Taipei, Jepang, dan Hongkong (TIMMS, 2003: 36-37).

Berdasarkan hasil studi di atas, terlihat bahwa peserta kompetisi TIMSS dari negara kita; tentunya adalah putra-putra terbaik; masih lemah dalam menyelesaikan soal-soal tidak rutin (masalah matematis yang membutuhkan kemampuan penalaran). Untuk dapat menyelesaikan soal-soal jenis ini diperlukan kemampuan pemecahan masalah dan kemampuan berpikir kreatif. Dengan demikian, dapat dikatakan bahwa kemampuan pemecahan masalah matematik dan kemampuan berpikir kreatif anak-anak kelas VIII pada umumnya masih rendah. Oleh karena itu diperlukan upaya-upaya untuk terus memperbaiki dan meningkatkan mutu pembelajaran matematika.

Upaya untuk memperbaiki dan meningkatkan mutu pembelajaran matematika di Indonesia telah lama dilakukan, namun keluhan tentang kesulitan belajar matematika masih sering terdengar. Kesulitan belajar yang timbul tersebut tidak semata-mata bersumber dari diri siswa, tetapi bisa juga bersumber dari luar diri siswa, misalnya cara penyajian pelajaran yang dilakukan oleh guru.

Menurut Yuwono (2001: 4), ditinjau dari pendekatan mengajarnya, pada umumnya guru mengajar hanya menyampaikan apa yang ada di buku paket dan kurang mengakomodasi kemampuan siswanya. Dengan kata lain, guru tidak memberikan kesempatan kepada siswa untuk mengkonstruksi pengetahuan matematika yang akan menjadi milik siswa sendiri. Guru cenderung memaksakan cara berpikir siswa dengan cara berpikir yang dimiliki gurunya. Siswa lebih banyak dituntut untuk mengikuti instruksi pada saat belajar, mengerjakan soal dan sebagainya. Dengan kondisi yang demikian, kemampuan kreatif siswa kurang berkembang. Demikian juga dalam situasi keluarga di rumah, siswa mengalami hal yang serupa, sehingga hampir sebagian besar orang kehilangan kesempatan untuk menjadi kreatif.

Kemampuan berpikir kreatif dapat ditumbuhkembangkan melalui pendidikan. Melalui pendidikan diharapkan tersedia lingkungan yang memungkinkan peserta didik mengembangkan bakat dan kemampuannya secara optimal. Menurut Supriadi (1995: 166) meskipun bukan satu-satunya penentu lahirnya orang-orang kreatif, pendidikan merupakan faktor yang besar sekali peranannya. Namun ironisnya kemampuan kreatif seseorang seringkali ditekan oleh kondisi pendidikan yang dialaminya, sehingga ia tidak mampu mengenali potensi yang dimilikinya apalagi untuk mewujudkan potensi itu.

Simonton (dalam Supriadi, 1995: 166) menyatakan bahwa "*Great thinkers tends to have great teacher*". Pernyataan ini mengandung arti bahwa betapa besarnya peran guru dalam perkembangan kemampuan berpikir kreatif anak didiknya. Guru mempunyai dampak yang besar tidak hanya pada prestasi pendidikan tetapi juga pada sikap anak terhadap sekolah dan terhadap belajar pada umumnya. Guru dapat melumpuhkan rasa ingin tahu siswa, dapat merusak motivasi, dan dapat menghambat kemampuan berpikir kreatif anak. Guru yang sangat baik (atau bahkan yang sangat buruk) dapat mempengaruhi anak lebih kuat dibandingkan orang tua, karena guru memiliki lebih banyak kesempatan untuk merangsang atau menghambat perkembangan anak. Oleh karena itu diperlukan kesadaran yang mendalam dari guru untuk selalu berusaha menyediakan lingkungan yang memungkinkan kemampuan berpikir kreatif itu muncul, memupuknya, dan merangsang pertumbuhannya.

Penelitian menunjukkan bahwa perkembangan optimal dari kemampuan berpikir kreatif berhubungan erat dengan cara mengajar (Munandar, 2002: 13). Dalam suasana yang non-otoriter, proses belajar akan berlangsung atas prakarsa sendiri. Hal ini dapat terjadi bila guru memberi kepercayaan terhadap kemampuan siswa untuk berpikir dan berani mengemukakan gagasan baru, siswa diberi kesempatan untuk bekerja sesuai minat dan kebutuhannya. Dalam suasana pembelajaran yang demikian lah, kemampuan kreatif dapat tumbuh subur.

Untuk itu iklim belajar yang mampu menumbuhkan rasa percaya diri dan budaya belajar di kalangan masyarakat harus dikembangkan, agar sikap dan perilaku kreatif, inovatif, dan keinginan untuk maju dapat ditumbuhkan. Hal ini sejalan dengan pendapat Munandar (1999: 23) bahwa: "kreativitas hendaknya meresap dalam seluruh kurikulum dan iklim kelas melalui faktor-faktor seperti sikap menerima keunikan individu, pertanyaan yang berakhir terbuka, penjajagan, dan kemungkinan membuat pilihan"

Namun fakta di lapangan menunjukkan bahwa kemampuan berpikir kreatif siswa pada umumnya rendah. Hal ini dapat dilihat dari hasil penelitian Hans dan Klaus Urban pada tahun 1987 (dalam Munandar: 2002: 92) yang menggambarkan kreativitas dan karakteristik anak-anak berbakat. Dari penelitian itu, ditemukan bahwa tingkat kreativitas anak-anak Indonesia berusia 10 tahun (dengan jumlah sampel 50 anak di Jakarta) adalah yang terendah di antara anak-anak seusianya dari 8 negara lainnya. Secara berturut-turut dari yang tertinggi sampai yang terendah rata-rata skor tesnya adalah: Filipina, Amerika Serikat, Inggris, Jerman, India, RRC, Kamerun, Zulu, dan terakhir Indonesia.

Kreativitas pada dasarnya memuat kemampuan yang mencerminkan kelancaran (*fluency*), keluwesan (*flexibility*), orisinalitas (*originality*), penguraian (*elaboration*), penilaian (*evaluation*), perumusan kembali (*redefinition*), dan kepekaan (*sensitivity*) dalam berpikir (Torrance dalam Rothstein, 1990: 273; Supriadi, 1994; Munandar, 1992; Guilford dalam Supriadi, 1994: 7; Semiawan: 1987; Carin dan Sund, 1978).

Kreativitas merupakan hasil dari sebuah latihan. Apabila tidak dilatih, maka kreativitas tidak dapat berkembang atau bahkan bisa menjadi lumpuh. Seseorang dapat menjadi kreatif dengan melatih diri untuk berpikir kreatif. Ada empat langkah penting dalam berpikir kreatif menurut DePotter (dalam Pasiak, 1999), yakni: 1) dalam berpikir jangan mudah puas dan jangan menerima apa adanya, 2) jangan terpaku pada satu cara, 3) pertajam rasa ingin tahu, 4) perlu pelatihan otak.

Salah satu upaya yang dapat dilakukan oleh tenaga pendidik adalah melakukan inovasi dalam pembelajaran. Ausubel (dalam Ruseffendi, 1991: 291) juga menyarankan sebaiknya dalam pembelajaran digunakan pendekatan yang mengunakan metode pemecahan masalah, inquiri, dan metode belajar yang dapat menumbuhkan berpikir kreatif dan kritis. Dengan adanya inovasi, terutama dalam perbaikan metode dan cara menyajikan materi pelajaran, diharapkan kemampuan berpikir kreatif siswa dapat ditingkatkan.

Untuk menumbuhkan suasana kreatif di dalam kelas, guru dapat melakukan sesuatu kegiatan yang dapat membuat siswa menjadi aktif. Siswa yang tadinya dituntut mengerjakan tugas yang sangat berstruktur, tugas yang hanya memiliki satu jawaban benar, dan tugas yang membutuhkan pemikiran yang reproduktif, dapat diminta untuk melakukan proses pemikiran divergen dan imajinatif. Kegiatan yang dapat dilakukan adalah mengajukan pertanyaan terbuka yang dapat menimbulkan minat dan rasa ingin tahu dalam diri siswa.

Munandar (2002: 291) mengatakan bahwa berpikir divergen dapat dirangsang dengan mengajukan pertanyaan yang mendorong ungkapan pikiran dan perasaan yang bersifat terbuka (*open-ended thought and feelings*). Dengan mengajukan pertanyaan pemanasan seperti itu, maka siswa menjadi terbuka dan siap untuk teknik-teknik kreatif. Untuk membuat siswa memperluas pemikirannya dan berperan serta dalam kegiatan yang lebih majemuk dan menantang, maka siswa perlu dilibatkan dalam tantangan dan masalah nyata khususnya pada pemecahan masalah secara kreatif.

Untuk mengukur kemampuan berpikir kreatif, Pehkonen (1992) dan Singh (1990) mengemukakan bahwa siswa dapat diberikan soal cerita *open-ended* yaitu soal yang menghasilkan banyak jawaban benar. Soal-soal cerita seperti ini mengizinkan siswa untuk memperlihatkan proses berpikir divergen atau berpikir kreatif.

Sebuah aliran dalam pembelajaran yaitu aliran konstruktivisme, memandang bahwa pengetahuan itu dibangun secara aktif oleh individu (Suparno, 1997:29), dan lebih menekankan pada pembelajaran yang berpusat pada siswa (Sujadi, 2000:100). Tujuan pembelajaran berdasarkan pandangan ini adalah membangun pemahaman, sehingga belajar dalam pandangan ini tidak ditekankan untuk memperoleh pengetahuan yang banyak, tetapi yang utama adalah memberikan interpretasi melalui skemata yang dimiliki siswa (Hudojo, 1998:6).

Salah satu pendekatan pembelajaran yang merupakan bagian dari pembelajaran konstruktivisme adalah pendekatan *open-ended*. Katsuro (2000) mengatakan bahwa terdapat kesamaan antara pendekatan *open-ended* dan konstruktivisme. Konstruktivisme memiliki prinsip dasar yaitu, pengetahuan dikonstruksi oleh subyek sendiri. Demikian juga dalam pendekatan *open-ended*. Dalam pembelajarannya disajikan suatu permasalahan yang memiliki beragam penyelesaian atau metode penyelesaiannya.

Dengan keberagaman penyelesaian atau metode penyelesaian tersebut di atas, maka pendekatan *open-ended* memberikan keleluasaan bagi siswa untuk mengemukakan jawaban. Melalui presentasi dan diskusi tentang beberapa penyelesaian alternatif, pendekatan ini membuat siswa menyadari adanya metode-metode penyelesaian yang beragam. Pada akhirnya kapasitas matematika siswa untuk menyelesaikan masalah matematik yang lebih fleksibel dapat meningkat. Hal ini dapat membantu siswa melakukan pemecahan masalah secara kreatif dan membuat siswa lebih menghargai keragaman berpikir selama proses pemecahan masalah.

Dari uraian tentang karakteristik pembelajaran *open-ended* terlihat bahwa pembelajaran *open-ended* dapat memupuk kemampuan berpikir kreatif siswa, karena pendekatan ini tidak mengharuskan siswa menghapal fakta-fakta, tetapi mendorong siswa mengkonstruksi pengetahuan di dalam pikiran mereka sendiri. Pada pendekatan ini, siswa dibiasakan memecahkan masalah, menemukan sesuatu yang berguna bagi dirinya, dan bergelut dengan ide-ide. Hal ini merupakan salah satu syarat yang dibutuhkan untuk pengembangan kemampuan berpikir kreatif siswa.

Kondisi secara umum tentang kemampuan berpikir kreatif yang masih rendah, terjadi juga pada siswa-siswa SMP N 4 Bandar Lampung. Sebagian besar siswa cenderung menghafal tanpa makna. Oleh karena itu, penulis tertarik untuk melakukan studi eksperimen menggunakan pendekatan *open-ended* untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah matematik dan kemampuan berpikir kreatif siswa.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah diuraikan di atas, maka dapat dirumuskan masalah penelitian sebagai berikut.

(1) Apakah kemampuan berpikir kreatif siswa yang pembelajarannya dengan pendekatan *open-ended* lebih tinggi daripada siswa yang pembelajarannya konvensional?

(2) Apakah peningkatan kemampuan berpikir kreatif siswa yang pembelajarannya dengan pendekatan *open-ended* lebih tinggi daripada siswa yang pembelajarannya konvensional?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah untuk memperoleh gambaran mengenai hal berikut ini.

(1) Kemampuan berpikir kreatif siswa yang pembelajarannya dengan pendekatan *open-ended* bila dibandingkan dengan pembelajaran konvensional.

(2) Peningkatan kemampuan berpikir kreatif siswa dengan pendekatan *open-ended*.

1.4 Manfaat Penelitian

Hasil penelitian yang diperoleh diharapkan dapat berguna baik bagi guru, bagi siswa, maupun bagi peneliti.

1. Dapat menjadi model pembelajaran alternatif yang dapat diterapkan oleh guru untuk meningkatkan kemampuan berpikir kreatif siswa.

2. Dapat meningkatkan kemampuan kreatif siswa.
3. Dapat menjadi sarana bagi pengembangan diri peneliti dan dapat dijadikan sebagai acuan/referensi untuk peneliti lain (penelitian yang relevan) dan pada penelitian yang sejenis.

II. METODE PENELITIAN

2.1 Desain Penelitian

Penelitian ini merupakan studi eksperimen yang dilakukan peneliti dengan langkah-langkah penelitian sebagai berikut.

(1) Menentukan sampel penelitian.

(2) Setelah sampel ditentukan, selanjutnya sampel dibagi menjadi 2 kelompok yang selanjutnya disebut kelompok I dan kelompok II. Untuk menentukan kelompok dilakukan dengan cara undian.

(3) Mengadakan pretes kepada masing-masing kelompok untuk mengetahui pengetahuan awal siswa tentang materi Persamaan Garis Lurus dan Sistem Persamaan Linier Dua Variabel (SPLDV).

(4) Melaksanakan pembelajaran materi materi Persamaan Garis Lurus dengan pendekatan *open ended* pada kelompok I dan dengan pendekatan konvensional pada kelompok II selama 3 kali pertemuan (6 jam pelajaran).

(5) Memberikan tes pada akhir pembelajaran untuk mengetahui hasil belajar siswa untuk materi Persamaan Garis Lurus (2 jam pelajaran).

(6) Melanjutkan pembelajaran lanjutan materi Persamaan Garis Lurus dan materi SPLDV dengan pendekatan konvensional baik pada siswa kelompok I maupun siswa kelompok II selama 4 kali petemuan (8 jam pelajaran). Langkah ini dinamakan langkah *delay* atau penundaan perlakuan sebagai upaya untuk mengontrol efek pindahan (*Carry over effect*). Dalam penelitian ini hasil yang diperoleh dari langkah (5) dan langkah (7) adalah yang menjadi perhatian atau pengamatan peneliti.

Sementara langkah (6) dilakukan sebagai langkah antisipasi terhadap efek pindahan saja.

(7) Melaksanakan pembelajaran lanjutan materi SPLDV dengan pendekatan konvensional pada kelompok I dan dengan pendekatan *open ended* pada kelompok II, selama 2 kali pertemuan (4 jam pelajaran).

(8) Memberikan tes pada akhir pembelajaran untuk mengetahui hasil belajar siswa untuk materi lanjutan SPLDV (2 jam pelajaran).

Desain eksperimen yang dilakukan adalah *Delayed Counter balanced Design*, yang merupakan modifikasi dari *Counter balanced Design* (Furchan, 1993: 373)..

Ilustrasi dari disain eksperimen ini disajikan dalam tabel berikut.

Tabel 2.1: Disain Eksperimen

Kelompok / Materi	Kelompok 1	Kelompok 2
Materi A	**Pembelajaran dengan Pendekatan open-ended**	**Pembelajaran Konvensional**
Lanjutan Materi A	Pembelajaran Konvensional	Pembelajaran Konvensional
Materi B	Pembelajaran Konvensional	Pembelajaran Konvensional
Lanjutan Materi B	**Pembelajaran Konvensional**	**Pembelajaran dengan Pendekatan open-ended**

Ket: Materi A = Persamaan Garis Lurus, Materi B = SPLDV

(9) Mengumpulkan data dan mengolahnya.

(10) Menganalisis data.

2.2 Populasi dan Sampel

Populasi dalam penelitian ini adalah seluruh siswa SMP Negeri 4 Bandar Lampung yang mempunyai karakteristik sebagai berikut. Selanjutnya yang menjadi sampel adalah siswa kelas VIII. Sampel diambil dengan teknik *Purposive Random Sampling*, sebanyak dua kelas dari delapan kelas yang ada di SMPN 4 Bandar Lampung. Pengambilan kelas VIII dengan pertimbangan bahwa mereka sudah dapat beradaptasi dengan perubahan model pembelajaran dan tidak menggangu kegiatan pembelajaran untuk persiapan ujian nasional (jika dipilih siswa kelas IX).

2.3 Instrumen Penelitian

Untuk memperoleh data dalam penelitian ini digunakan instrumen tes untuk mengetahui kemampuan awal siswa (pretes), dan kemampuan berpikir kreatif (tes kemampuan berpikir kreatif). Pretes yang diberikan maupun tes kemampuan kreatif siswa merupakan soal-soal mengenai materi Persamaan Garis Lurus dan materi SPLDV.

Soal untuk mengukur kemampuan berpikir kreatif disusun dalam bentuk tes uraian. Soal yang diberikan berbentuk soal *open-ended* dan skor jawaban siswa disusun berdasarkan indikator kemampuan berpikir kreatif sebagaimana disajikan dalam tabel 2 Penjabaran kemampuan berpikir kreatif didasarkan pada empat indikator yaitu (1) *Fluency* (kelancaran; (2) *Elaboration* (Elaborasi); (3) *Sensitivity* (Kepekaan); (4) *Flexibility* (keluwesan).

Tabel 2.2: Pedoman Penyekoran Tes Kemampuan Berpikir Kreatif

Kemampuan kreatif yang dinilai	Reaksi terhadap soal/masalah	Skor
Fluency (Kelancaran)	• Tidak memberikan ide yang diharapkan untuk memecahkan masalah. • Memberi ide yang tidak relevan dengan pemecahan masalah. • Memberi ide tetapi penyelesaian salah.	1 2 3 4

	• Memberi ide dan penyelesaian benar.	
Elaboration (Elaborasi)	• Tidak memberi jawaban. • Memberi jawaban yang tidak rinci dan salah. • Memberi jawaban yang tidak rinci tetapi hasil benar. • Memberi jawaban yang rinci tetapi hasil salah. • Memberi jawaban yang rinci dan hasil benar.	0 1 2 3 4
Sensitivity (Kepekaan)	• Tidak menjawab. • Tidak menggambarkan kepekaan dalam memberikan jawaban dan mengarah pada jawaban salah. • Tidak menggambarkan kepekaan dalam memberikan jawaban tetapi mengarah pada jawaban benar. • Menggambarkan kepekaan dalam memberikan jawaban tetapi mengarah pada jawaban salah. • Menggambarkan kepekaan dalam memberikan jawaban dan jawaban benar.	0 1 2 3 4
Flexibility (Keluwesan)	• Tidak menjawab. • Memberi jawaban yang tidak beragam dan salah. • Memberi jawaban yang tidak beragam tetapi benar. • Memberi jawaban yang beragam tetapi salah. • Memberi jawaban yang beragam dan benar.	0 1 2 3 4

Berdasarkan hasil perhitungan terhadap data hasil ujicoba, diketahui bahwa koefisien validitas tes kemampuan berpikir kreatif untuk materi persamaan garis lurus, koefisien validitasnya sebesar 0,52 dan untuk materi SPLDV koefisien validitasnya sebesar 0,48. Koefisien reliabilitas tes kemampuan berpikir kreatif untuk materi persamaan garis lurus adalah sebesar 0,462 dan untuk materi SPLDV koefisien reliabilitasnya sebesar 0,69. Koefisien-koefisien ini dikategorikan sedang.

2.4 Teknik Analisis Data

Untuk menganalisis data penelitian maka terlebih dahulu dilakukan pengujian terhadap normalitas data, homogenitas variansi. Kemudian dilanjutkan dengan pengujian perbedaan dua rata-rata.

III. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

3.1 Hasil Penelitian

Tabel 3.1

Skor Tertinggi, Skor Terendah, Rata-rata Skor, dan Simpangan Baku

Tes Kemampuan Berpikir Kreatif

Kelas	Skor maks	Tes Akhir				Tes Awal			
		x_{min}	x_{maks}	$\bar{x}$	s	x_{min}	x_{maks}	$\bar{x}$	S
Eksperimen	44	6	24	14,04 (31,91%)	3,67	4	18	9,78 (22,23%)	9,87
Kontrol	44	3	18	11,22 (25,50%)	4,04	4	18	9,78 (22,23%)	9,87

Nilai tertinggi maupun nilai terendah siswa kelompok eksperimen dalam kemampuan berpikir kreatif lebih tinggi daripada kelompok kontrol. Perolehan rata-rata skor kelompok eksperimen juga lebih baik, yakni 14,04 dengan simpangan baku 3,67 dibandingkan 11,22 pada kelompok kontrol dengan simpangan baku 4,04. Jadi terdapat perbedaan rata-rata di antara keduanya, yaitu sekitar 20% terhadap rata-rata skor kelompok eksperimen. Selanjutnya dilakukan pengujian signifikansi perbedaan rata-rata ini dengan analisis variansi (ANOVA).

Setelah dilakukan perhitungan menggunakan analisis variansi (ANOVA) diperoleh nilai F_{hitung} = 19,51 sedangkan F_{tabel} untuk α = 0,01 adalah 3,91, sehingga $F_{hitung} \geq F_{tabel}$ dan H_0 ditolak. Hal ini berarti kemampuan berpikir kreatif siswa dengan pendekatan *open-ended* lebih tinggi daripada kemampuan berpikir kreatif siswa yang mendapat pembelajaran secara konvensional.

Tabel 3.2

Skor Tertinggi, Skor Terendah, Rata-rata Skor, dan Simpangan Baku Gain Tes Kemampuan Berpikir Kreatif

Aspek	Kelompok Eksperimen				Kelompok Kontrol			
	x_{min}	x_{maks}	$\bar{x}$	S	x_{min}	x_{maks}	$\bar{x}$	S
Berpikir Kreatif	-0,19	0,38	0,12	0,11	-0,28	0,30	0,04	0,02

Nilai tertinggi maupun nilai terendah siswa kelompok eksperimen dalam kemampuan berpikir kreatif lebih tinggi daripada kelompok kontrol. Perolehan rata-rata gain kelompok eksperimen juga lebih baik, yakni 0,12 dengan simpangan baku 0,11 dibandingkan 0,04 pada kelompok kontrol dengan simpangan baku 0,02. Jadi terdapat perbedaan rata-rata di antara keduanya, yaitu sekitar 66,67% terhadap rata-rata gain kelompok eksperimen. Selanjutnya akan dilakukan pengujian signifikansi perbedaan rata-rata gain ini dengan uji-t.

Setelah dilakukan perhitungan menggunakan analisis perbedaan rata-rata dengan uji-t, diperoleh nilai t_{hitung} = 33,95 sedangkan t_{tabel} untuk α = 0,01 adalah 2,66 sehingga $t_{hitung} \geq t_{tabel}$ dan H_0 ditolak. Hal ini berarti peningkatan kemampuan berpikir kreatif siswa yang pembelajarannya dengan pendekatan *open-ended* lebih tinggi daripada peningkatan kemampuan berpikir kreatif siswa dengan pendekatan konvensional.

3.2 Pembahasan

1. Kemampuan Berpikir Kreatif

Tes akhir kemampuan berpikir kreatif siswa pada kelompok eksperimen menghasilkan rata-rata skor 14,04 dan kelompok kontrol 11,22 dari skor maksimum 44. Berdasarkan simpangan baku, yaitu 3,67 untuk kelompok eksperimen dan 4,04 pada kelompok kontrol dapat diketahui bahwa skor siswa pada kelompok eksperimen lebih mengumpul pada rata-rata bila dibandingkan dengan skor siswa pada kelompok kontrol. Berdasarkan perolehan skor siswa sebelum dan sesudah pembelajaran dengan pendekatan ini, diketahui terdapat peningkatan skor kemampuan berpikir kreatif sebesar 30 persen. Hasil pengujian hipotesis terhadap peningkatan ini menunjukkan bahwa peningkatan termasuk signifikan.

Bila dilihat dari perolehan skor siswa, memang kelompok eksperimen memperoleh skor yang lebih tinggi daripada kelompok kontrol. Perbedaannya sebesar 20 persen dan hasil pengujian hipotesis pun menunjukkan bahwa perbedaan ini signifikan. Hal ini menunjukkan bahwa siswa yang belajar dengan pendekatan *open-ended* memberikan perolehan hasil yang lebih baik dalam kemampuan berpikir kreatif daripada siswa yang belajar secara konvensional. Akan tetapi bila skor dibandingkan dengan skor maksimum, skor yang diperoleh siswa kelompok eksperimen baru sekitar 32 persen dari skor maksimum. Oleh karena itu masih perlu dilakukan upaya perbaikan dalam pengajaran, terutama dalam hal peningkatan kemampuan berpikir kreatif.

Berdasarkan hasil penelitian ini, dapat dikatakan bahwa secara umum siswa yang pembelajarannya dengan pendekatan *open-ended* menunjukkan hasil yang lebih baik dalam kemampuan berpikir kreatif bila dibandingkan dengan siswa yang belajar secara konvensional. Hal ini dimungkinkan karena pembelajaran telah berubah dari paradigma pembelajaran yang berpusat pada guru kepada pembelajaran yang menekankan pada keaktifan siswa untuk mengkonstruksi pengetahuannya sendiri. Temuan ini sesuai dengan pendapat Hashimoto (dalam Silver, 1997) yang mengatakan bahwa pembelajaran *open-ended* memberikan keleluasaan bagi siswa untuk mengemukakan jawaban. Dengan cara demikian, siswa memiliki kesempatan untuk memperoleh pengetahuan atau pengalaman menemukan, mengenali, dan memecahkan masalah dengan beberapa teknik. Selain itu dengan penggunaan berbagai macam persoalan terbuka, pendekatan ini dapat meningkatkan kapasitas matematika siswa yang lebih fleksibel yang berkenaan dengan kemampuan kreatif siswa.

Hasil pembahasan di atas, telah diuji melalui pengujian hipotesis statistik dengan menggunakan Analisis Variansi (ANOVA) dan uji-t. Penggunaan ANOVA dalam hal ini disesuaikan dengan desain eksperimen yang digunakan. Dari uji Hipotesis 1 menggunakan ANOVA ditemukan bahwa hipotesis ini benar dengan taraf signifikansi 0,01. Sehingga disimpulkan bahwa kemampuan berpikir kreatif siswa yang pembelajarannya dengan pendekatan *open-ended* lebih tinggi daripada kemampuan berpikir kreatif siswa yang belajar secara konvensional. Dari temuan ini terbukti bahwa kemampuan berpikir kreatif siswa dapat berkembang lebih baik dengan *pendekatan open-ended* bila dibandingkan dengan pembelajaran konvensional.

Dari uji Hipotesis 2 menggunanakan uji-t ditemukan bahwa hipotesis ini benar dengan taraf signifikansi 0,01. Sehingga disimpulkan bahwa peningkatan kemampuan berpikir kreatif siswa yang pembelajarannya dengan pendekatan *open-ended* lebih tinggi daripada peningkatan kemampuan kemampuan berpikir kreatif siswa yang pembelajarannya secara konvensional. Temuan ini menunjukkan bahwa kemampuan berpikir kreatif siswa dapat berkembang lebih baik dengan *pendekatan open-ended*.

2. Deskripsi Jawaban Siswa

Kemampuan berpikir kreatif diukur melalui tes yang didasarkan pada empat aspek yaitu (1) *Fluency* (kelancaran); (2) *Elaboration* (keterperincian); (3) *Sensitivity* (kepekaan); (4) *Flexibility* (keluwesan).

Pada soal-soal yang mengukur aspek kelancaran, seperti soal nomor 1, 2,5, dan 7, reaksi yang diharapkan dari siswa adalah siswa memberi ide untuk menyelesaikan masalah dan penyelesaiannya benar. Bila hal itu terjadi maka siswa memperoleh skor 4. Dalam penelitian ini, sebagian besar siswa memperoleh skor 3. Pada soal-soal yang mengukur aspek keterperincian, seperti soal nomor 1 dan 2, reaksi yang diharapkan dari siswa adalah siswa memberi jawaban yang rinci dan penyelesaiannya benar. Bila hal itu terjadi maka siswa memperoleh skor 4. Dalam penelitian ini, sebagian besar siswa memperoleh skor 2 dan 3. Pada soal-soal yang mengukur aspek kepekaan, seperti soal nomor 4,5, dan 7, reaksi yang diharapkan dari siswa adalah jawaban siswa menggambarkan kepekaan dalam memberikan jawaban dan penyelesaiannya benar. Bila hal itu terjadi maka siswa memperoleh skor 4. Dalam penelitian ini, sebagian besar siswa memperoleh skor 2 dan 3. Pada soal-soal yang mengukur aspek keluwesan, seperti soal nomor 4 dan 5, reaksi yang diharapkan dari siswa adalah siswa memberi jawaban yang beragam dan penyelesaiannya benar. Bila hal itu terjadi maka siswa memperoleh skor 4. Dalam penelitian ini, sebagian besar siswa memperoleh skor 2. Kelemahan-kelemahan ini yang mungkin menjadi penyebab masih rendahnya skor kemampuan berpikir kreatif siswa.

IV. KESIMPULAN DAN REKOMENDASI

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan pada bagian terdahulu mengenai kemampuan berpikir kreatif siswa melalui pembelajaran dengan pendekatan *open-ended* dan siswa yang belajar secara konvensionaldiperoleh kesimpulan berikut ini.

Kemampuan berpikir kreatif siswa yang belajar dengan pendekatan *open-ended* lebih baik daripada siswa yang belajar secara konvensional. Kelemahan yang paling banyak ditemui pada siswa

4.2 Rekomendasi

Berdasarkan temuan pada penelitian ini, maka dapat dikemukakan rekomendasi berikut ini.

1. Kepada guru matematika: pendekatan *open-ended* dalam pembelajaran matematika dapat dijadikan sebagai suatu alternatif pembelajaran. Meskipun pada penelitian ini diterapkan pada siswa-siswa kelas unggulan, namun tidak menutup kemungkinan untuk diterapkan pada siswa kelas biasa.
2. Melihat kelemahan siswa dalam menyelesaikan soal-soal yang mengukur kemampuan berpikir kreatif, penulis menyarankan agar guru membiasakan siswa dengan soal-soal semacam itu dalam pembelajaran.
3. Dalam pembelajaran konvensioanl yang masih banyak digunakan, tugas-tugas seperti pada pembelajaran dengan pendekatan *open-ended*, pada dasarnya dapat diberikan.
4. Untuk penelitian lebih lanjut, disarankan menelaah hubungan kemampuan pemecahan masalah dan kemampuan berpikir kreatif.

DAFTAR PUSTAKA

Amabile, T.M. (1983). *The Social Psychology of Creativity*. New York: Springer Vedag.

Amien, M. (1987). *Peranan Kreativitas dalam Pendidikan*. Analisis Pendidikan. Jakarta: Depdikbud.

Barron, F. (1976). *The Psychology of Creativity*. Dalam T.M New Comb (editor) *Direction in Psychology*. New York: Hold, Rinehart & Winston.

Berenson, B.S. dan Gartes, G.S. (1995). "*Changing Assessment Practices*". School Science Mathematics. 95. (4).

Carin, A. dan Sund, R.B. (1978). *Creative Questioning and Sensitive Listening Techniques*. Columbus: Charles E. Merril Publishing Company.

de Bono, E. (1988). *Lateral Thinking*. Baltimore: Penguin Books.

Fraenkel, J.R. dan Wallen, N.E. (1993). *How to Design and Evaluate Research in Education*. Singapore: Mc. Graw-Hill Book Co.-Singapore.

Furchan, A. (1982). *Pengantar Penelitian dalam Pendidikan*. Surabaya: Usaha Nasional.

Grai, D. (2000). *Creativity and Mathematics*. Tersedia: http://www. Uh.edu/hti/cu/2000/v02/02.

Hudojo, H. (1998). *Pembelajaran Matematika Menurut Pandangan Konstruktivistik*. Makalah disajikan pada Seminar Nasional Upaya-upaya Meningkatkan Peran Pendidikan dalam Era Globalisasi PPS IKIP MALANG. Malang, 4 April.

Karli, H dan Yuliariatiningsih, M.S. (2002). *Implementasi KBK 1*. Jakarta: Bina Media Informasi.

Katsuro, T. (2000). *Open-Ended Approach and Improvement of Classroom Teaching Mathematics Education in Japan.* Japan Society of Mathematical Education (JSME).

Meltzer, D.E. (2002). *Addendum to :The Relationship between Mathematics Preparation and Conceptual Learning Gain in Physics: A Possible "Hidden Variable" in Diagnostics Pretest Scores*. [On Line]. Tersedia: http://www.physics.iastate.edu/per/docs/Addendum_on_normalized_gain. [9 Oktober 2006].

Munandar, S.C.U. (1977). *Creativity and Education.* Jakarta: PPS UI (Disertasi, Tidak diterbitkan).

Munandar, S.C.U. (1992). *Mengembangkan Bakat dan Kreativitas Anak Sekolah*. Jakarta: Gramedia.

Munandar, S.C.U. (2002). *Kreativitas dan Keberbakatan Strategi Mewujudkan Potensi Kreatif dan Bakat.* Jakarta: Granada Pustaka Utama.

Nohda, N. (2000). Learning and Teaching Through Open-ended Approach Method. Dalam Tadao Nakahara and Masataka Koyama (editor) *Proceeding of 24th of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Hirosima: Hiroshima University.

Olson, R. W. (1980). *The Art of Creative Thinking*. New York: Barnes & Noble Books.

Osborn, A.F. (1953). *Applied Imagination Principles and Prosedures of Creative Problem Solving*. New York: Barnes & Noble Books.

Parnes, S. (1975). *Aha Insight into Creative Behavior*. Buffalo, New York: The Creative Education Foundation.

Pasiak, T. (2002). *IQ/EQ/SQ*. Bandung: Mizan.

Pehkonen, E. (1992). *Using Problem-Field as a Method of Change*. Mathematics Education 3(1), 3-6.

Piirto, J. (1992). *Those Who Create*. Dayton, Ohio : Ohio Psychology Press.

Rothstein, P.R. (1990). Educational Psychology. New York: Mc. Garw Hill. Inc.

Ruseffendi, E.T. (1991). *Pengantar kepada Membantu Guru Mengembangkan Kompetensinya dalam Pengajaran Matematika untuk Meningkatkan CBSA*. Bandung: Tarsito.

Ruseffendi, E.T. (1998a). *Statistika Dasar untuk Penelitian Pendidikan*. Bandung: IKIP Bandung Press.

Ruseffendi, E.T. (1991). *Dasar-dasar Penelitian Pendidikan dan Bidang Non Eksakta Lainnya*. Semarang: IKIP Semarang Press.

Semiawan, C., Munandar, A.S., dan Munandar, S.C.U. (1987). *Memupuk bakat dan Kreativitas Siswa Sekolah Menengah Petunjuk untuk Guru dan Orang Tua.* Jakarta: Gramedia.

Sawada, T. (1997). Developing Lesson Plans. Dalam Shimada, S. dan Becker, J.P (editor) *The Open-Ended Approach. A New Proposal for Teaching Mathematics*. Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Singh, B. (1990). *Differences in Mathematical Creativity of Middle School Children of Different Social group*. International Journal of Mathematics Education in Science and Technology. 21 (4). 541-544.

Silver, E.A. (1997). "*Fostering Creativity through Instruction Rich in Mathematical Problem Solving and Problem Posing*". Tersedia: http://www.fizkarlsruhe.de/fiz/publications/zdm/2dm97343.pdf (23 maret 2005).

Soedjadi, R. (2001). *Pemanfaatan Realita dan Lingkungan dalam Pembelajaran Matematika*. Makalah pada Seminar Nasional Realistik Mathematics Education (RME) FMIPA UNESA SURABAYA, Surabaya 24 Pebruari.

Sudjana. (1996). *Metode Statistika*. Bandung: Tarsito.

Suherman, E. dan Sukjaya, Y. (1990). *Petunjuk Praktis untuk Melaksanakan Evaluasi Pendidikan Matematika*. Bandung: Wijayakusumah 157.

Suherman, E dkk. (2003a) *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer.* Technical Cooperation Project for Development of Science and Mathematics Teaching for Primary and Secondary Education in Indonesia. Bandung: Jurusan Pendidikan Matematika FPMIPA UPI.

Suherman. E. (2003b). *Evaluasi Pembelajaran Matematika untuk Calon Guru dan Mahasiswa Calon Guru Matematika*. Bandung: Jurusan pendidikan Matematika FPMIPA UPI.

Sujono. (1988). *Pengajaran Matematika untuk Sekolah Menengah*. Jakarta: Departemen Pendidikan dan Kebudayaan, Dirjen Dikti, Proyek Pengembangan Lembaga Pendidikan Tenaga Kependidikan.

Suparno, P. (1997). *Filsafat Konstruktivisme dalam Pendidikan*. Yogyakarta: Kanisius.

Supriadi, D. (1995). *Kreativitas, Kebudayaan dan Perkembangan IPTEK*. Bandung: Alfabeta.

Tarrow, N.B. dan Lundsteen. (1978). *Guiding Young Children Learning*. New York: McGraw-Hill Book Company.

Treffinger, D.J. (1980). A Preliminary Model of Creative Learning. Dalam *Gifted Child Quarterly* 24f 127-138.

To, K. (1996). *Mengenal Analisis Tes Pengantar ke Program Komputer ANATES.* Bandung: FIP IKIP Bandung.

Torrance, P.E. (1981). A Three-Stage Model Teaching for Creative Thinking. Dalam A. E. Lawton (Editor) *Science Education Information Report*. Columbus, Ohio: The Eric Science, Mathematics and Environmental Education Clearing House. 226-253.

Wycoff, J. (2002). *Menjadi Superaktif melalui Metode Pemetaan Pikiran.* Bandung: Kaifa.

Yee, F.P. (2000). *Using Short Open-Ended Mathematics Question to Promote Thinking and Understanding*. Tersedia: http://jwilsen.coe.uga.edu /sam's%20EMAT% 206600/Aticle4.htm.

Yuwono, I. (2001). *Pembelajaran Matematika secara Membumi*. Malang: Jurusan Matematika FMIPA UM Malang.

Peningkatan Keaktifan Dalam KBM Dan Prestasi Belajar Siswa Oleh Guru Melalui Teknis Pembelajaran Dua Tinggal Dua Tamu (Two Stay Two Stray) Di SMP Negeri 2 Pringkuku, Pacitan

SUGENG SURYANTO

ABSTRAK

Tujuan penelitian ini untuk mengetahui peningkatan aktivitas proses belajar mengajar dan prestasi belajar Matematika pada siswa kelas VII dan kelas VII SMP Negeri 2 Pringkuku melalui penerapan pembelajaran kooperatif teknis Dua Tinggal Dua Tamu . Jenis penelitian ini merupakan penelitian tindakan yang dilaksanakan dalam 2 siklus, setiap siklus mencakup 4 tahap kegiatan, yaitu: 1). Perencanaan, 2). Pelaksanaan tindakan, 3). Pengamatan, dan 4). Refleksi. Subyek penelitian adalah siswa kelas VII dan VIII pada semester genap SMP Negeri 2 Pringkuku tahun pelajaran 2006/2007 .

Hasil penelitian menunjukkan bahwa dengan menerapkan Pembelajaran Kooperatif Teknik Dua Tinggal Dua Tamu maka aktivitas proses belajar mengajar dan prestasi belajar siswa meningkat .

(1) Peningkatan keaktifan

Untuk kelas VII A respon guru naik 9,17 % , inisiatif guru naik 10,83 % , respon siswa naik 12,50 % dan inisiatif siswa naik 10,00 %

Untuk kelas VII B respon guru naik 13,337 % , inisiatif guru naik 10,00 % , respon siswa naik 17,50 % dan inisiatif siswa naik 10,00 %

Untuk kelas VIII A respon guru naik 11,67 % , inisiatif guru naik 13,33 % , respon siswa naik 12,50 % dan inisiatif siswa naik 10,83 %

Untuk kelas VIII B respon guru naik 15,00 % , inisiatif guru naik 14,17 % , respon siswa naik 25,00 % dan inisiatif siswa naik 10,83 %

Untuk kelas VIII C respon guru naik 10,00 % , inisiatif guru naik 13,33 % , respon siswa naik 11,25 % dan inisiatif siswa naik 11,67 %

(2).Peningkatan prestasi belajar pada bahasan Himpunan di kelas VII maupun bahasan Statistik di kelas VIII yang ditunjukkan kenaikan Hasil Test untuk kelas VII A terjadi kenaikan 35,00 %, kelas VII B terjadi kenaikan 27,27 %, kelas VIII A terjadi kenaikan 42,11 %, kelas VIII B terjadi kenaikan 41,18 % dan kelas VIII C terjadi kenaikan 47,37 % .

Dengan memahami efektifitas pembelajaran dari penelitian ini maka perlu untuk dikaji lebih lanjut dan dikembangkan penerapan pembelajaran Dua Tinggal Dua Tamu (Two Stay Two Stray) .

Kata kunci: Pembelajaran kooperatif teknis Dua Tinggal Dua Tamu (Two Stay Two Stray), aktivitas, prestasi belajar

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Sekolah Menengah Pertama (SMP) merupakan lembaga pendidikan yang mempunyai peran sangat dominan berkewajiban menyiapkan peserta didik untuk dapat melanjutkan ke tingkat pendidikan dasar ke jenjang yang

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **“Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global”** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

lebih tinggi . Pada lembaga pendidikan ini siswa dibekali berbagai disiplin ilmu sesuai dengan perkembangan tingkat kemampuannya, untuk menyiapkan mereka menjadi orang yang menguasai sains dan teknologi untuk dapatnya menjadi bekal bersaing memasuki jenjang pendidikan tinggi dan mempunyai ketrampilan untuk kecakapan hidup guna mempersiapkan kelanjutan memasuki kehidupan dalam masyarakat yang sesungguhnya .

Memperhatikan dan menelaah proses belajar siswa dan interaksi antar siswa dan guru, kegiatan belajar mengajar semestinya lebih mempertimbangkan siswa karena siswa bukanlah sebuah manusia yang kosong yang bisa di isi dengan muatan-muatan informasi apa saja yang dianggap perlu oleh guru dimana pada saat ini sudah bergeser kepada pembelajaran yang berpusat pada siswa dimana guru berfungsi sebagai fasilitator . Peran strategis serta untuk mencapai tujuan tersebut perlu adanya upaya peningkatan kualitas peserta didik, melalui peningkatan mutu dalam proses belajar mengajar. Proses belajar mengajar merupakan proses interaksi antara guru dan peserta didik. Oleh karena itu untuk mencapai kualitas pengajaran yang bermutu, setiap mata pelajaran harus diorganisasikan dengan strategi yang tepat dan selanjutnya disampaikan kepada siswa dengan strategi yang tepat pula . Dalam hal ini, pemilihan metode pembelajaran sangat menentukan keberhasilan suatu proses belajar mengajar maupun untuk pengembangnya .

Pada kenyataan suasana yang sudah berlalu sebelumnya, di dunia pendidikan Indonesia masih kurang baik maka perlu adanya menelaah kembali praktek-praktek terkait pelaksanaan pembelajaran di semua jenjang sekolah . Peranan yang harus dimainkan oleh dunia pendidikan dalam mempersiapkan anak didik untuk berpartisipasi secara utuh dalam kehidupan bermasyarakat sekarang akan sangat berbeda dengan peranan tradisional yang selama ini dipegang erat oleh sekolah dan sulit untuk melepaskannya .

Interaksi dalam pembelajaran yang terjadi tidak harus berasal dari guru menuju siswa. Siswa bisa juga saling mengajar dengan sesama siswa yang lainnya. Bahkan banyak penelitian yang menunjukkan bahwa pengajaran oleh rekan sebaya (*peer teaching*) ternyata lebih efektif daripada pengajaran oleh guru.

Dewasa ini peran guru mengarah sebagai fasilitator dimana siswa merupakan pusat pada pembelajaran .Salah satu metode belajar yang dapat menunjang kondisi tersebut adalah pembelajaran gotong-royong atau cooperative learning . Pada pembelajaran gotong-royong (cooperative learning) ini pengajaran pada prosesnya memberi kesempatan kepada anak didik untuk bekerjasama dengan sesama siswa dalam tugas-tugas yang berstruktur pada sistim ini guru bertindak sebagai fasilitator.

Ada beberapa alasan penting mengapa sistim pengajaran ini perlu dipakai lebih sering di sekolah disebabkan karena seiring dengan proses globalisasi, juga terjadi transformasi social, ekonomi, dan demografis yang mengharuskan sekolah untuk lebih menyiapkan anak didik dengan ketrampilan-ketrampilan baru untuk bisa ikut berpartisipasi dalam dunia yang berubah dan berkembang pesat . Keberhasilan siswa dalam proses belajar mengajar dapat diukur sejauh mana para siswa dapat menguasai materi pembelajaran yang dibahas, secara umum disebut dengan prestasi belajar . Oleh karena itu sangat penting bagi guru untuk menyadari dan berupaya prestasi belajar siswa yang menjadi tanggung jawabnya dapat ditingkatkan . Penguasaan konsep dasar materi yang diajarkan seharusnya merupakan bagian yang sangat diperlukan untuk ditanamkan sebagai bagian awal dalam memasuki lebih jauh pada pembahasan materi secara keseluruhan .

Salah satu upaya untuk peningkatan prestasi belajar siswa adalah bahwa guru dapat memilih strategi belajar yang tepat dipandang dari segi metode mengajar , situasi kelas, kemampuan siswa secara umum maupun dalam mempertimbangkan waktu yang tersedia dan lain sebagainya . Suatu hal yang terpenting yang dapat mempengaruhi prestasi belajar adalah metode mengajar , dari berbagai metode yang ada guru dapat memilih yang paling tepat untuk dapat menunjang keberhasilan tujuan yang akan dicapai dalam pembelajaran .

Dengan merenung kembali kepada metode pembelajaran yang telah dikenal yaitu ada antara lain , metode ceramah, metode ekspositori, metode demonstrasi, metode drill, metode tanya jawab, metode penemuan , metode inkuari, metode permainan, metode pemberian tugas dan lain sebagainya . Dari metode mengajar yang ada pada penerapanya di kelas siswa dapat belajar secara individual maupun belajar bersama secara gotong royong (cooperatif learning) , merupakan hal yang sangat penting untuk membantu guru dalam ketepatan berbuat dan memilih metode mengajar yang digunakan secara tepat, mengingat bahwa semua metode yang ada mempunyai keunggulan dan kekurangan untuk diterapkan .

Peneliti saat ini adalah Pengawas Sekolah Rumpun/Mata Pelajaran MIPA memperhatikan bahwa dalam proses pembelajaran masih banyak guru yang belum sepenuhnya berkonsentrasi dalam hal keberpihakan kepada siswa dimana siswa mempunyai hak untuk mendapatkan pelayanan secara totalitas dari guru . Dengan survey di kelas diketemukan bahwa pada saat belajar mengajar berlangsung ternyata siswa tidak banyak yang mengeluarkan pendapat atau idenya atau terjadi saling membagi ide-ide yang dimilikinya untuk mempertimbangkan jawaban yang paling tepat . Dari kenyataan tersebut peneliti bersama guru berusaha memperbaiki sehingga siswa dapat bekerjasama dalam menguasai materi yang dibahas kurun waktu proses belajar mengajar . Dengan memperhatikan perihal tersebut maka dicoba untuk menggali penggunaan salah satu metode yang telah dikenal yaitu Dua Tinggal Dua Tamu (two stay two tray) .

Melalui model pembelajaran kooperatif teknis Dua Tinggal Dua Tamu (two stay two tray) muncul keaktifan siswa yang terdata dari ide yang ada dalam pemecahan jawaban yang tepat diharapkan dapat dapat terpenuhi dengan baik .

B. Identifikasi Masalah

Berdasar uraian latar belakang masalah di atas, penulis mengidentifikasikan masalah sebagai berikut :

1. Sejauh mana peningkatan semangat kerjasama pada proses pembelajaran kooperatif Teknis Dua Tinggal Dua Tamu .
2. Sejauh mana peningkatan prestasi belajar pada penerapan pembelajaran kooperatif Teknis Dua Tinggal Dua Tamu .

C. Pembatasan dan Rumusan Masalah

a. Pembatasan Masalah

Dalam penelitian ini masalah yang dibatasi meliputi :

1. Subyek penelitian adalah guru, siswa kelas VII dan siswa kelas VIII SMPN 2 Pringkuku-Pacitan Tahun Pelajaran 2006/2007
2. Obyek penelitian adalah semangat kerjasama dan prestasi belajar Matematika kelas VII dan kelas VIII pada waktu yang bersamaan.
3. Metode mengajar yang dipakai adalah Model Pembelajaran Kooperatif Teknis Dua Tinggal Dua Tamu .
4. Semangat kerjasama adalah perilaku siswa dalam bekerjasama untuk pemecahan masalah yang terjadi selama penelitian berlangsung

5. Prestasi belajar Matematika adalah hasil tes siswa selama penelitian berlangsung pada pokok bahasan matematika yang sesuai dengan materi Himpunan untuk siswa kelas VII dan bahasan Statistik untuk siswa kelas VIII .

b. Rumusan Masalah

Untuk mengupayakan supaya siswa dapat secara penuh dalam mengeluarkan potensinya idenya penulis mengambil materi Himpunan untuk siswa kelas VII dan materi Statistik untuk siswa kelas VIII . Dengan pertimbangan pada bahasan ini banyak bangun yang dapat menarik siswa dalam mengeluarkan pendapatnya secara individu dimana dari pendapat individu diharapkan dapat menjadi pertimbangan kelompok untuk memberikan jawaban yang paling tepat .Dari pengertian tersebut diatas penulis kemukakan rumusan masalah sebagai berikut :

1. *Dapatkah Pembelajaran Teknis Dua Tinggal Dua Tamu (Two Stay Two Tray) meningkatkan Keaktifan dalam PBM ?*
2. *Dapatkah Pembelajaran Teknis Dua Tinggal Dua Tamu (Two Stay Two Tray) meningkatkan Presatasi Belajar Siswa ?*
3. *Apakah Pembelajaran Teknis Dua Tinggal Dua Tamu (Two Stay Two Tray) Oleh Guru dapat meningkatkan Keaktifan dalam PBM dan Prestasi belajar Matematika di SMP Negeri 2 Pringkuku, Pacitan ?*

D. Tujuan Penelitian .

Mengacu kepada masalah yang menjadi pembahasan pada penelitian ini maka tujuan yang ingin dicapai adalah sebagai berikut :

1. Untuk mengetahui sejauh mana pembelajaran oleh guru meningkatkan siswa dalam bekerjasama dalam menentukan jawaban yang tepat .

2. Mengetahui perkembangan siswa dalam bekerjasama dalam menentukan jawaban yang tepat melalui bimbingan guru.
3. Mengetahui ketrampilan para siswa dalam memecahkan masalah pada Matematika ,
4. Mengetahui sejauh mana kualitas yang terjadi pada kegiatan proses belajar mengajar di sekolah .

E. Manfaat Penelitian

Dari penelitian ini diharapkan dapat memberikan masukan secara umum kepada para pengajar di Sekolah Menengah Pertama (SMP) di dalam mempertimbangkan pentingnya semangat kerjasama dalam pemecahan masalah yang dihadapi utamanya dalam kebebasan dalam mengeluarkan ide-ide yang dimilikinya sehingga muncul semangat kerjasama yang diharapkan dan secara khusus bermanfaat untuk :

1. Dapat peningkatan kwalitas proses belajar mengajar matematika pada bahasan Himpunan dan bahasan Statistik .
2. Menambah ketrampilan para siswa secara kelompok dalam memecahkan masalah Himpunan dan Statistik .

BAB II
KAJIAN PUSTAKA

A. Pembelajaran dan Model Pembelajaran

Pembelajaran adalah suatu kombinasi yang tersusun meliputi unsur-unsur manusiawi , material, perlengkapan dan prosedur yang saling mempengaruhi mencapai tujuan pembelajaran (Hamalik Oemar, 1994 : 51) .

Menurut pendapat yang dikemukakan oleh Gagne dalam bukunya The Conditions of learning (1977) yang dikutip oleh Ngalim Purwanto menyatakan bahwa : “ Belajar terjadi apabila suatu situasi stimulus bersama isi ingatan mempengaruhi siswa sedemikian rupa sehingga perbuatannya (performance-nya) berubah dari waktu sebelumnya ia mengalamai situasi itu ke waktu ke waktu sesudah ia mengalami situasi tadi ” (1990 : 84)

Kegiatan belajar adalah suatu proses komunikasi oleh karena itu komunasi harus diciptakan melalui kegiatan penyampaian dan tukar menukar informasi oleh setiap guru dan siswa . (Suwoto ; 1999 ; 13)

Mencermati kondisi yang sudah berjalan sekolah merupakan suatu arena persaingan, mulai dari awal masa pendidikan formal, seorang anak belajar dalam suasana kompetisi dan harus berjuang keras memenangkan kompetisi untuk bisa naik kelas atau lulus . Jika kita cermati bersama sebenarnya kompetisi bukanlah satu-satunya model pembelajaran yang bisa dan harus dipakai.

Model Pembelajaran Kooperatif (Kooperatif learning) suasana belajar merupakan belajar bekerja sama antar teman untuk memecahkan suatu masalah yang menjadi tanggung jawabnya . Menurut Hari Suderadjat terdapat tiga motivasi yang mendasari terjadinya interaksi kegiatan belajar siswa yaitu :

1. Mereka yang belajar dengan tujuan berkompetisi dengan temannya untuk menjadi yang terbaik .
2. Mereka yang belajar secara perorangan (individual) untuk mencapai tujuan mereka , tanpa menaruh perhatian pada temannya .
3. Mereka yang belajar dengan kerja sama , karena mereka memiliki keinginan yang sama . (2004 : 114)

Pada sat ini kompetisi merupakan pola belajar yang dominan , keberhasilan seseorang menjadi terbaik menjadikan yang lain merasa kalah . Pola belajar dengan berkompetisi dapat mendorong siswa untuk bersifat egois . Pada pola belajar dengan cara kerjasama (cooperatif) antar siswa dapat mendorong tumbuhnya gagasan yang lebih bermutu dan meningkatkan kreatifitas siswa yang juga merupakan nilai sosial bangsa Indonesia yang perlu dipertahankan . Jika individu-indivu\idu bekerja bersama untuk mencapai tujuan yang bersama , ketergantungan timbal balik (mutual dependency) atau saling ketergantungan antar mereka memacu motivasi mereka untyuk bekerja bersama lebih keras untuk keberhasilan bersama-sama .

Pendekatan dalam cooperative dan collaborative learning yaitu :

1. Student team learning, kelompok belajar siswa .
2. Learning together, belajar bersama .
3. Group Investigation, kelompok penelitian
4. Structrural approach , pendekata structural .
5. Complex Instruction, pembelajaran yang komplek
6. Collaborative approach, pendekatan kolaboratif .

Keenam pendekatan tersebut masing -masing memiliki atribut yang sama terinci sebagai berikut :

1. Penugasan yang sama bagi semua anggota kelompok , dengan kegiatan belajar yang sesuai untuk kerjasama kelompok .
2. Kelompok belajar dengan jumlah kecil berkisar 3-5 orang .
3. Adanya perilaku kerjasama (cooperative behavior) .
4. Adanya saling ketergantungan antar mereka (Interdependence)
5. Adanya pertanggungjawaban individu . (individual accautability and reponbility) .

Ada beberapa elemen dalam pola pembelajaran kooperatif dan kolaboratif (cooperative and collaborative learning) yaitu :

1. Positive interdepedence , saling ketergantungan positif .
2. Face to face promotive interaction, interaksi yang saling mendorong .
3. Individual accaoutability / personal responsibility , pertanggung jawaban individu .
4. Interpesonal and small-group skill , ketrampilan kelompok dan ketrampilan interpersonal .
5. Group processing , proses kelompok .

Menurut Anita Lie ada tiga pilihan model pembelajaran yaitu : kompetisi, individual, dan gotong royong (1999, 23).

B. Model Pembelajaran Gotong-Royong (Kooperatif)

Model pembelajaran gotong-royong (kooperatif) dalam pendidikan didasari oleh falsafah homo hominisocio. Berlawanan dengan teori Darwin, falsafah ini menekankan bahwa manusia adalah makhluk social. Tanpa kerja sama tidak akan ada individu, keluarga ,organisasi , sekolah. dan tanpa kerja sama maka kehidupan ini sudah punah. Pembelajaran gotong-royong (cooperative learning) belum banyak diterapkan dalam pendidikan walaupun orang Indonesia sangat membanggakan sifat gotong-royong dalam kehidupan bermasarakat kebanyakan dalam hal ini pengajar enggan menerapkan sistim kerja sama di dalam kelas dan siswa tidak belajar jika mereka ditempatkan dalam grup.

Pada kenyataan masih banyak orang mempunyai kesan negatif mengenai kegiatan kerja sama atau belajar dalam kelompok dan terrjadi banyak siswa juga tidak senang disuruh kerja sama dengan yang lain . Siswa yang tekun merasa harus bekerja melebihi siswa yang lain dalam grup mereka sedangkan siswa yang kurang mampu merasa minder ditempatkan dalam satu grup dengan mereka yang lebih pandai , siswa yang tekun juga merasa temannya yang kurang mampu hanya menikmati saja pada hasil jerih payah mereka.

Pembagian kerja yang kurang adil tidak perlu terjadi dalam kelompok jika pengajar benar-benar menerapkan prosedur model pembelajaran gotong-royong , banyak pengajar hanya membagi siswa dalam kelompok lalu memberi tugas untuk menyelesaikan sesuatu tanpa pedoman mengenai pembagian tugas dampaknya siswa merasa ditinggal sendiri dan kebingungan apa yang harus dikerjakan akhirnya yang ada kekacauan dan kegaduhan terjadi.

Pada model pembelajaran gotong royong tidak sama dengan sekedar belajar dalam kelompok terdapat unsur-unsur dasar pembelajaran gotong royong yang membedakanya dengan pembagian kelompok yang dilakukan asal berkelompok .

Pendidik dalam mengelola kelas dapat efektif jika pada pelaksanaan prosedur model gotong royong dilaksanakan dengan benar sesuai persyaratan yang harus dipenuhi pada model pembelajaran tersebut .

C.Teknik pembelajaran Gotong Royong .

Disini dikemukakan beberapa model pembelajaran gotong royong yang merujuk Anita Lie (1999, 58) dan beberapa teknisnya disampaikan sbb :

1.Mencari Pasangan

Teknik belajar mengajar mencari pasangan (Make-a-Match) dikembangkan oleh Lorna Curran (1994).Salah satu keunggulan teknik ini adalah siswa mencari pasangan sambil belajar mengenai suatu konsep atau topik dalam suasana yang menyenangkan.Teknik ini bisa digunakan dalam semua mata pelajaran dan untuk semua tingkatan usia anak didik.

Langkah-langkah yang dilaksanakan .

1.1. Guru menyiapkan beberapa kartu yang berisi beberapa konsep atau topek yang mungkin cocok untuk sesireview (persiapan menjelang tes atau ujian).

1.2. Setiap siswa mendapat satu buah kartu Setiap siswa mendapat satu buah kartu

1.3. Setiap siswa mencari pasangan yang mempuyai kartu yang cocok dengan kartunya Setiap siswa mencari pasangan yang mempuyai kartu yang cocok dengan kartunya

1.4. Siswa bisa juga bergabung dengan dua atau tiga siswa lain yang memegang kartu yang cocok.Pemegang

2. Bertukar Pasangan

Teknik belajar mengajar Bertukar Pasangan memberi siswa kesempatan untuk bekerja sama dengan orang lain .

Langkah-langkahnya sbb :

2.1. Setiap siswa mendapatkan satu pasangan (guru bisa menunjukkan pasanganya atau siswa melakukan prosedur teknik Mencari pasangan seperti yang dijelaskan di atas).

2.2. Guru memberikan tugas dan siswa mengerjakan tugas dengan pasangannya .

2.3. Setelah selesei ,setiap pasangan bergabung dengan satu pasangan lain .

2.4. Kedua pasangan tersebut Dua Tinggal Dua Tamu (two stay two tray).Masing-masing pasangan yang baru ini kemudian saling menanyakan dan mengukuhkan jawaban mereka.

2.5. Temuan baru yang didapatkan dari pertukaranpasangan kemudian dibagikan pada pasangan semula.

3. Berpikir - Berpasangan - Berempat

Teknik belajar mengajar Berpikir-Berpasangan-Berempat dikembangkan oleh Frank Lyman (Think -Pair - Share) dan Spencer Kagan (Thik -Pair -Square) , sebagai struktur kegiatan pembelajaran gotong royong .Teknik ini memberi siswa kesempatan untuk bekerja sendiri serta bekerja sama dengan orang lain .keunggulan dengan teknik ini adalah optimalisasi partisipasi siswa. Dengan metode klasikal yang memungkinkan hanya satu siswa yang majudan membagikan hasilnya untuk seluruh kelas, teknik Berpikir-Berpasangan-Berempat ini memberi kesempatan sedikitnya delapan kali lebih banyak kepada setiap siswa untuk dikenali dan menunjukkan partisipasi mereka kepada orang lain.Teknik ini dapat digunakan dalam semua mata palajaran dan untuk semua tingkatan usia anak didik.

Langkah-langkahnya sbb :

3.1. Setiap siswa mendapatkan satu pasangan (guru bisa menunjukkan pasanganya atau siswa melakukan prosedur teknik Mencari pasangan seperti yang dijelaskan di atas) .

3.2. Setiap siswa memikirkan dan mengerjakan tugas tersebut sendiri

3.3. Kedua pasangan bertemu kembali dalam kelompokberempat.Siswa mempunyai kesempatan untuk membagikan hasil kerjanya kepada kelompok berempat.

4. Berkirim Salam dan Soal .

Teknik belajar mengajar Berkirim Salam dan Soal memberi siswa kesempatan untuk melatih pengetahuan dan ketrampilan mereka. Siswa membuat pertanyaan sendiri sehingga akan merasa lebih terdorong untuk belajar dan menjawab pertanyaan yang dibuat oleh teman -teman sekelasnya.

Langkah-langkahnya sbb :

4.1 Setiap siswa mendapatkan satu pasangan (guru bisa menunjukkan pasanganya atau siswa melakukan prosedur teknik Mencari pasangan seperti yang dijelaskan di atas) .

4.2 Kelompok memutuskan jawaban yang dianggap paling benar dan memastikan setiap anggota kelompok mengetahui jawaban ini Kelompok memutuskan jawaban yang dianggap paling benar dan memastikan setiap anggota kelompok mengetahui jawaban ini .

4.3 Setiap kelompok mengerjakan soal kiriman dari kelompok lain.

Kegiatan berkirim salam dan soal bisa digabung dengan beberapa tekhnik lain , untuk pencapaian yang maksimal .

5. Kepala Bernomor

Tekhnik belajar mengajar Kepala Bernomor (numbered heads) dikembangkan oleh Spencer Kagan (1992). Tekhnik ini memberikan kesempatan kepada siswa untuk saling membagikan ide-ide dan mempertimbangkan jawaban yang paling tepat. Selain itu, tekhnik ini juga mendorong siswa untuk meningkatkan semangat kerjasama mereka. Tekhnik ini bisa digunakan dalam semua mata pelajaran ddan untuk semua tingkatan usia anak didik.

Langkah-langkahnya sbb :

5.1. Siswa dibagi ke dalam kelompok. Setiap siswa dalam kelompok mendapat nomor .

5.2. Guru membberikan tugas dan masing-masing kelompok mengerjakannya. .

5.3. Kelompok memutuskan jawaban yang dianggap paling benar dan memastikan setiap anggota kelompok mengetahui jawaban ini Kelompok memutuskan jawaban yang dianggap paling benar dan memastikan setiap anggota kelompok mengetahui jawaban ini .

5.4. Kelompok memutuskan jawaban yang dianggap paling benar dan memastikan setiap anggota kelompok mengerti .

6. Dua Tinggal Dua Tamu (two stay two stray)

Tekhnik belajar mengajar Dua Tinggal Dua Tamu (two stay two stray) dikembangkan oleh Spencer Kagan (1992) dan bias digunakan bersama dengan tekhnik kepala bernomor. Tekhnik ini bias digunakan dalam semua mata pelajaran dan untuk semua tingkatan usia anak didik. Struktur Dua Tinggal Dua Tamu memberi kesempatan kepada kelompok untuk membagikan hasil dan informasi dengan kelompok lain. Banyak kegiatan belajar mengajar diwarnai dengan kegiatan-kegiatan individu. Siswa bekerja sendiri dan tidak diperbolehkan melihat pekerjaan siswa yang lain. Padahal dalam kenyataan hidup di luar sekolah, kehidupan dan kerja manusia saling bergantung satu sama lainnya. Christophorus Columbus tidak akan menemukan benua Amerika jika tidak tergerak oleh penemuan Galileo Galilei yang menyatakan bahwa bumi itu bulat. Einstein pun mendasarkan teori-teorinya pada teori Newton.

Langkah-langkah yang dilaksanakan sbb :

6.1. Siswa bekerjasama dalam kelompok berempat seperti biasa.

6.2. Setelah selesai, dua orang dari masing-masing kelompok akan meninggalkan kelompoknya dan masing-masing bertamu kedua kelompok yang lain.

6.3. Dua orang yang tinggal dalam kelompok bertugas membagikan hasil kerja dan informasi mereka ke tamu mereka.

6.4. Tamu mohon diri dan kembali ke kelompok mereka sendiri dan melaporkan temuan mereka dari kelompok lain.

6.5. Kelompok mengumpulkan dan membahas hasil-hasil kerja mereka .

Dalam model pembelajaran kooperatif terdapat enam langkah utama, yaitu pelajaran dimulai dengan guru menyampaikan tujuan pelajaran dan memotovasi siswa untuk belajar, penyajian informasi, siswa dikelompokkan ke dalam tim-tim belajar, bimbingan guru pada saat siswa bekerjasama untuk menyelesaikan tugas bersama mereka, evaluasi tentang apa yang mereka pelajari dan memberi penghargaan terhadap usaha-usaha kelompok maupun individu.

D. Materi Matematika tentang Himpunan dan Statistik

a. Bahasan Himpunan

Suatu himpunan dapat dinyatakan dengan beberapa cara, diantaranya deskripsi dan Tabulasi .

1. Cara Deskripsi

Cara deskripsi adalah cara menyatakan suatu himpunan dengan kata-kata dan dengan notasi pembentuk himpunan.

a. Menyatakan himpunan dengan kata-kata

Di bawah ini adalah contoh-contoh cara menyatakan himpunan dengan kata-kata.

Contoh 1 :

*) A adalah himpunan bilangan ganjil antara 0 dan 10.

*) R adalah himpunan bangun ruang.

b. Menyatakan himpunan dengan notasi pembentuk himpunan.

Cara ini merupakan cara lain untuk menyatakan himpunan selain dengan menggunakan kata-kata. Cara ini dikenal juga dengan nama CARA RULE.

Contoh 2 : A adalah himpunan bilangan ganjil antara 0 dan 10, dengan notasi pembentuk himpunan ditullis

A= {x/0<x<10, x bilangan ganjil} dibaca : A adalah himpunan x sedemikian hingga x lebih dari 0 dan kurang dari 10 dan x bilangan ganjil.

Contoh 3 : R himpunan bangun ruang, ditulis R={b/b adalah bangun ruang}. Dibaca : R adalah himpunan b sedemikian hingga b adalah bangun ruang.

2. Cara Tabulasi

Menyatakan suatu himpunan dengan cara tabulasi yaitu dengan mendaftar (tabulasi).

Caranya adalah dengan mendaftar anggota-anggota himpunan satu persatu. Cara ini dikenal juga dengan nama CARA ROSTER.

Contoh : H adalah himpunan nama hari dalam satu minggu. Ditulis

H = {Senin, Selasa, Rabu, Kamis, Jum'at, Sabtu, Minggu}

Contoh soal :

Tuliskan himpunan A dan R pada Contoh 1 diatas dengan cara tabulasi.

Penyelesaian : A = { 1, 3, 5, 7, 9 }

R = {kubus, balok, bola, … , tabung}

Catatan :

Untuk himpunan yang banggotanya banyak, penulisannya sebagai berikut :

a). Banyaknya anggota diketahui (himpunan hingga).

Jika anggota suatu himpunan banyak, tetapi diketahui, misalnya 20, 25, atau 50, penulisannya adalah kurung kurawal buka, tiga anggota himpunan pertama, titik tiga buah, anggota terakhir dari himpunan tersebut, dan kurung kurawal tutup. Penulisan tersebut seperti contoh diatas yaitu R = {kubus, balok, bola, tabung}

b). Banyaknya anggota tidak terhitung (himpunan tak hingga)

Jika suatu himpunan anggotanya tidak terhitung, penulisannya adalah kurung kurawal buka, tiga anggota himpunan pertama, titik tiga buah, dan kurung kurawal tutup. Misalnya A adalah himpunan bilangan asli yang ganjil, ditulis A = { 1, 3, 5, … }

3. Mengenal Beberapa Himpunan Bilangan

Bilangan-bilangan yang dipakai dalam matematika banyak sekali macamnya. Ada yang disebut dengan bilangan cacah, asli, bulat, genap dan sebagainya. Setiap bilangan mempunyai sifat-sifat tersendiri sehingga dapat membentuk suatu himpunan, seperti himpunan bilangan asli, himpunan bilangan cacah, dan himpunan bilangan bulat.

Setiap himpunan bilangan dilambangkan dengan notasi khusus.

- Himpunan bilangan asli dinotasikan dengan A

  A = { 1, 2, 3, … }
- Himpunan bilangan cacah dinotasikan dengan C

  C = { 0, 1, 2, 3, … }
- Himpunan bilangan prima dinotasikan dengan P

  P = { 2, 3, 5, 7, … }
- Himpunan bilangan bulat dinotasikan dengan B

  B = { …, -2, -1, 0, 1, 2, … }

b. Bahasan Statistik

Secara etimologik kata statistik berasal dari kata status (bahasa latin) yang mempunyai persamaan arti dengan kata state (Bahasa Inggris) atau kata staat (Bahasa Belanda), dan dalam Bahasa Indonesia diterjemahkan dengan negara. Selanjutnya Anas Sudijono (2001:1) mengartikan statistik sebagai :

> "Kumpulan bahan keterangan (data) baik yang berwujud angka (data kuantitatif) maupun yang tidak berwujud angka (data kualitatif), yang mempunyai arti penting dan kegunaan yang besar bagi suatu negara".

Menurut ST. Sudijono (1998 : 341) statistik adalah pekerjaan mencatat dan menyusun data secara teratur kemudian disajikan dalam bentuk angka – angka, diagram, atau gambar – gambar.

Menurut Subana, dkk (2000 : 11) statistik merupakan kumpulan fakta berbentuk angka yang disusun dalam bentuk daftar / tabel yang menggambarkan suatu persoalan.

Statistik matematika diartikan ilmu yang mempelajari asal – usul atau penurunan sifat – sifat, dalil – dalil, rumus – rumus, serta dapat diwujudkan ke dalam model – model lain yang bersifat teoritis (Husaini Usman, 1995 : 4).

Sedangkan pengetahuan yang berhubungan dengan cara – cara pengumpulan data, pengolahan atau penganalisaannya dan penarikan kesimpulan berdasarkan kumpulan data dan penganalisisan yang dilakukan dinamakan statistika (Sudjana, 996 : 3).

a. Tinjauan Pokok Bahasan Statistik Tingkat SMP

Dalam penelitian ini peneliti mengambil Pokok Bahasan Statistik yang diajarkan pada kelas 8 Semester 2 di tingkat SMP. Adapun sub pokok bahasan statistik yang dipelajari meliputi :

1) Pengertian Populasi dan Sampel

- Populasi adalah kumpulan seluruh obyek yang lengkap yang akan dijadikan objek penelitian

❖ Sampel adalah bagian dari populasi yang benar – benar diamati atau diteliti.

2) Penyajian Data

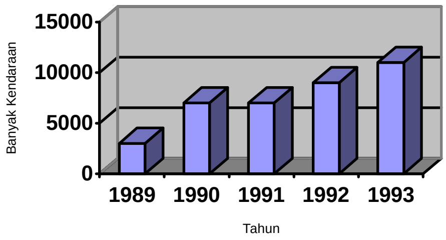
a. Daftar Frekuensi

(1) Daftar Frekuensi Data Tunggal

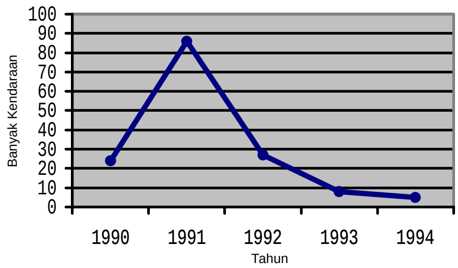
(2) Daftar Frekuensi Data Berkelompok

b) Penyajian data dalam bentuk diagram

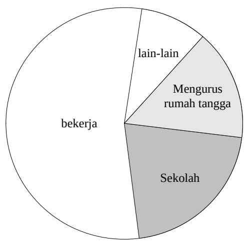
(1) Diagram batang



(2) Diagram garis



(3) Diagram lingkaran



3) Ukuran Pemusatan (Data Tunggal)

a) Rata – rata hitung (Mean)

Mean adalah nilai rata – rata.

b) Modus

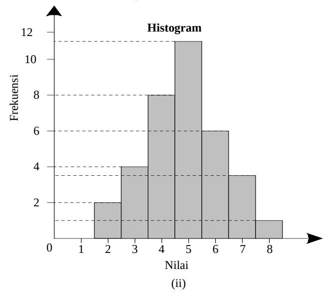
Modus adalah nilai yang paling banyak/sering muncul atau nilai yang frekuensinya paling tinggi.

c) Median

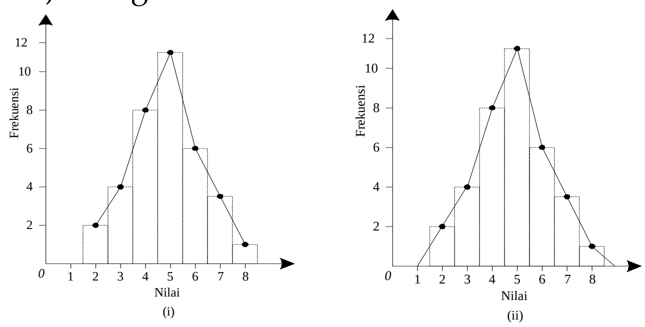
Median adalah ukuran tengah dalam suatu kumpulan ukuran yang telah diurutkan.

4) Histogram dan Frekuensi

a) Histogram



b) Poligon Frekuensi



F. Kerangka Berpikir dan Hipotesis Tindakan.

Belajar merupakan suatu kegiatan yang disengaja untuk mengubah tingkah laku , sehingga diperoleh kecakapan baru . Mutu perubahan sangat dipengaruhi oleh pendekatan guru oleh sebab itu dalam prosesnya diperlukan motivasi supaya kualitas perubahan terjadi yang menjadi baik .

Dengan menggunakan Model Pembelajaran Kooperatif teknis Dua Tinggal Dua Tamu (two stay two tray) akan mendorong siswa untuk lebih aktif dalam mengikuti proses belajar mengajar . Model Pembelajaran Kooperatif teknis Dua Tinggal Dua Tamu (two stay two tray) akan menciptakan partisipasi siswa untuk mempersiapkan diri dalam memahami materi pelajaran karena siswa diarahkan untuk berdiskusi secara kelompok . Dalam belajar tidak hanya dituntut hasilnya secara kuantitatif baik , tetapi juga kualitas perubahan yang terjadi pada saat proses belajar .

Dengan memperhatikan pada kerangka pemikiran tersebut diatas maka dapat diambil suatu hipotesis sbb :

" Dengan Penerapan Model Pembelajaran Kooperatif teknis Dua Tinggal Dua Tamu (two stay two tray) terdapat peningkatan Keaktifan dalam PBM dan Prestasi belajar Matematika di SMP Negeri 2 Pringkuku . "

BAB III
METODOLOGI PENELITIAN

A.Rancangan Penelitian .

1. Setting Penelitian dan Subyek Penelitian .

Pelaksanaan penelitian tindakan ini dipusatkan pada siswa kelas VII dan kelas VIII pada materi bahasan awal semester ke 2 (kedua) dengan maksud memperbaiki proses belajar mengajar untuk meningkatkan semangat kerjasama dalam pemecahan masalah Himpunan dan Statistik penelitian ini dilaksanakan di SMP Negeri 2 Pringkuku .

Dari data yang ada pada peneliti yang diperoleh dari sekolah tersebut tercatat jumlah siswsa sbb :

1. Jumlah siswa kelas VII-A sebanyak 20 siswa .
2. Jumlah siswa kelas VII-B sebanyak 22 siswa
3. Jumlah siswa kelas VIII-A sebanyak 19 siswa
4. Jumlah siswa kelas VIII-B sebanyak 17 siswa

5. Jumlah siswa kelas VIII-C sebanyak 19 siswa

2. Cara Pengumpulan data .

Pada penelitian ini pengumpulan datanya menggunakan Metode Observasi , dimana dalam menggunakan metode observasi yang perlu diperhatikan antara lain adalah dalam melaksanakan tindakan disertai dengan observasi proses belajar mengajar dimana kolabolator secara langsung dapat mengamati terhadap gejala-gejala yang muncul pada suatu pambelajaran untuk mata pelajaran tertentu . Pada pelaksanaan tindakan ini Kolaborator adalah guru mata pelajaran Matematika pada SMP Negeri 2 Pringkuku yang sekaligus melaksanakan pembelajaran dibina oleh Peneliti dimana Peneliti dan Kolaborator bersama-sama mempersiapkan semua yang dibutuhkan untuk proses pembelajaran yang antara lain Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) , Teknis Pembelajaran dan Instrumen Penilaian .

Arah pengamatan kolaborator yang didasari model pembelajaran Kooperatif teknis Dua Tinggal Dua Tamu (two stay two tray) antara lain adalah keaktifan Siswa dalam mengikuti PBM dalam kelompok maupun luar kelompok dalam memutuskan jawaban yang tepat untuk hal tersebut digambarkan sbb :

a. Keaktifan Siswa dalam Mengikuti PBM terdiri dari :

1. Siswa aktif mengikuti PBM
2. Siswa aktif mengerjakan tugas
3. Siswa aktif bekerja sama dalam kelompok .
4. Siswa aktif berinteraksi dalam kelompok .
5. Siswa aktif berinteraksi dengan kelompok lain .

b. Keaktifan Siswa dalam menyampaikan ide-idenya

1. Siswa aktif bertanya kepada guru .

2. Siswa aktif mengeluarkan idenya dalam kelompok untuk menjawab pertanyaan dari guru ..
3. Siswa aktif bertanya dalam kelompok
4. Siswa aktif menyampaikan idenya dalam kelompok untuk menentukan jawaban kepada kelompok lain .
5. Siswa aktif bertanya kepada kelompok lain .

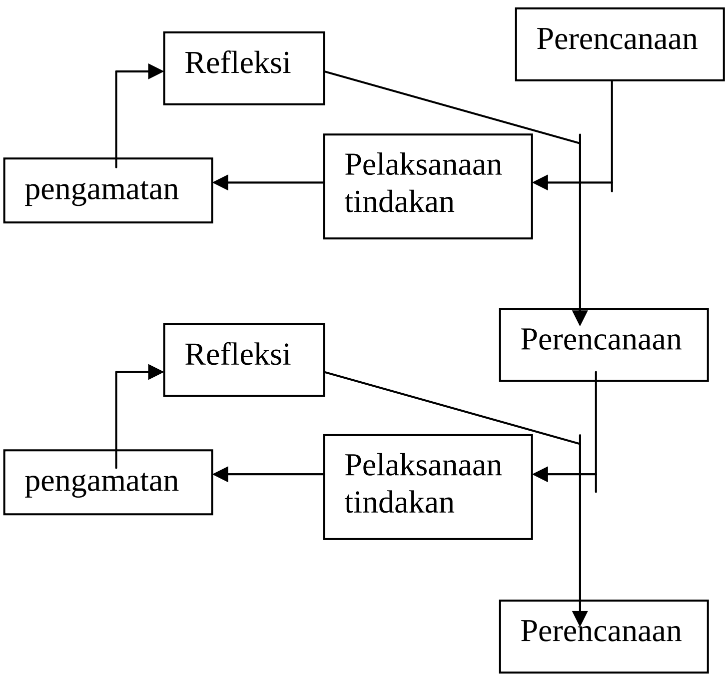
B. Prosedur Penelitian .

1.Perencanaan Tindakan dan Pemantauan .

Pada penelitian ini dilakukan dalam 3 siklus, masing-masing siklus terdiri atas 4 tahap yaitu: perencanaan (*planning*), pelaksanaan tindakan (*action*), pengamatan (*observation*) dan refleksi (*reflection*). Tahap-tahap yang akan dilaksanakan secara berurutan dan sistematis dapat digambarkan sebagai berikut:

Gambar 2.

Tahap-tahap dalam Siklus Penelitian Tindakan Kelas .



(Sukrisdyana , A : 2002)

1. Siklus 1 (pertama)

a. Rencana Tindakan

Tindakan yang direncanakan untuk meningkatkan prestasi dan aktivitas belajar siswa dalam proses belajar mengajar adalah sebagai berikut:

1. Menyusun RP (rencana pengajaran) .
2. Membuat rencana tugas bagi siswa untuk membuat pertanyaan sekaligus jawabannya .
3. Siswa dibagi menjadi kelompok-kelompok setiap kelompok beranggotakan 4 (empat) siswa .
4. Memberi tugas yang telah disiapkan kepada siswa untuk dikerjakan pada kelompoknya masing-masing .
5. Memberi kesempatan mengerjakan tugas dalam kelompok dan memberikan waktu untuk muculnya ide-ide yang mendorong penyelesaian masalah dalam kelompok .
6. Langkah berikutnya dua orang dari masing-masing kelompok akan meninggalkan kelompoknya dan masing-masing bertamu kedua kelompok yang lain .
7. Dua orang yang tinggal dalam kelompok bertugas membagikan hasil kerja dan informasi mereka ke tamu mereka.
8. Setelah waktu untuk bertamu selesai , tamu mohon diri dan kembali ke kelompok mereka sendiri dan melaporkan temuan mereka dari kelompok lain .
9. Mempersiapkan alat evaluasi pembelajaran/ tes

b. Pelaksanaan Tindakan

Dalam tahap ini peneliti melaksanakan tindakan penelitian sesuai dengan rencana, yaitu melakukan kegiatan pembelajaran kooperatif teknis Dua Tinggal Dua Tamu, peneliti bertindak sebagai guru. Pengamatan (observasi) dilakukan oleh dua orang rekan peneliti dan guru bidang studi Matematika .

- Eksplorasi (20 menit)
    1. Guru membuka pelajaran, lalu memberikan pengantar materi pelajaran dan memotivasi siswa
    2. Guru memberikan pengantar mengenai pembelajaran yang akan dilakukan
    3. Guru menyampaikan tujuan pembelajaran/ kompetensi yang ingin dicapai
- Eksplanasi (60 menit)
    1. Siswa belajar dalam kelompok dengan membaca materi yang telah ditentukan melakukan diskusi sesama teman dalam kelompok selama dan menyimpulkan sementara hasil diskusi untuk pegangan angg\ota kelompok yang akan bertamu ke kelompok lain .
    2. Dua orang anggota kelompok bertamu ke kelompok lain membawa hasil diskusi kelompoknya untuk didiskusikan dengan kelompok tempat bertamu serta mendiskusikannya .
    3. Dua orang yang tinggal dalam kelompok bertugas membagikan hasil kerja dan informasi mereka ke tamu mereka
    4. Dua orang tamu kembali ke kelompoknya dan mendiskusikan informasi yang diperoleh dari kegiatannya .
    5. Setisap kelompok menyimpulkan hasil pekerjaan tugasnya untuk dipresentasikan .
- Ekspansi (15 menit)
    - Pemantapan, guru mengulas kembali materi yang telah dipelajari secara singkat dan menyimpulkan jawaban yang tepat dari ahsil diskusi siswa .

- Evaluasi (15 menit)
    - Mengadakan tes di akhir siklus

c. Observasi

- Pada saat kegiatan pembelajaran berlangsung, perubahan tingkah laku siswa diamati. Perubahan tingkah laku ini diduga sebagai reaksi atau tanggapan terhadap tindakan yang telah diberikan. Observasi mengenai aktivitas belajar siswa, dilakukan oleh 2 anggota peneliti yaitu guru matematika pada SMPN 2 Pringkuku
- Mengamati prestasi belajar siswa melalui hasil tes yang diperoleh siswa.

Hasil observasi didiskusikan dengan kolaborator sebagai rekan peneliti untuk penyempurnaan kegiatan pembelajaran pada siklus berikutnya.

d. Refleksi

Kegiatan yang dilaksanakan pada tahap ini adalah:

- menganalisis hasil pekerjaan siswa/ tes dengan mencari rata-rata skor yang diperoleh seluruh siswa.
- Menganalisis hasil observasi secara deskripif.

Berdasarkan hasil analisis dilakukan refleksi untuk mencari kelebihan dan kekurangan yang terdapat pada siklus 1. Kelebihan yang terdapat pada siklus 1 akan dipertahankan, sedangkan kekurangan pada siklus 1 akan diperbaiki pada siklus 2.

2. Siklus 2 (kedua)

Tahap-tahap pada siklus 2 pada dasarnya sama dengan tahap-tahap pada siklus 1, hanya saja ada perbaikan pada tindakan yang pada siklus 1 dianggap kurang baik.

C. Pengumpulan Data

Teknik pengumpulan data yang digunakan dalam penelitian ini adalah: tes, pengamatan/ observasi, wawancara dan catatan lapangan.

a. Tes

Tes dilaksanakan sebanyak 2 kali, yaitu:

1. Akhir siklus 1, digunakan untuk mengetahui prestasi siswa yang menggambarkan pemahaman siswa terhadap konsep Matematika yang telah dipelajari dengan menggunakan pembelajaran kooperatif teknis Dua Tinggal Dua Tamu.
2. Akhir siklus 2, digunakan untuk mengetahui prestasi belajar siswa yang menggambarkan pemahaman siswa terhadap konsep Matematika yang telah dipelajari dengan menggunakan pembelajaran kooperatif teknis Dua Tinggal Dua Tamu yang telah disempurnakan pada siklus 1.

b. Pengamatan/ Observasi

Pengamatan dilaksanakan saat kegiatan pembelajaran berlangsung dengan menggunakan lembar observasi kerja kelompok kooperatif siswa dan lembar tersebur tersedia untuk setiap siklus.

Lembar observasi kerja kelompok kooperatif siswa dapat dilihat pada lampiran - lampiran. Dengan pengamatan akan diperoleh gambaran tentang aktivitas belajar siswa selama pembelajaran berlangsung.

D. Analisis Hasil Tindakan .

Dalam melaksanakan kegiatan dan proses penelitian digunakan instrumen lembar observasi untuk pengamatan kegiatan yang sudah berjalan pada proses belajar mengajar menggunakan model pembelajaran gotong royong teknik Dua Tinggal Dua Tamu (two stay two tray) . Hasil dari observasi tersebut dianalisa dengan menggunakan teknik prosentase dengan membandingkan persentasi antar unsur yang sana pada Keaktifan siswa dalam PBM maupun Keaktifan siswa dalam menyampaikan ide-idenya dan tentunya perhatian terhadap hasil belajar juga harus merupakan prioritas utama karena segala yang terjadi pada pembelajaran mestinya harus efektif dalam ketercapaian tujuannya .

Peneliti menggunakan instrumen lembar observasi untuk pengamatan kegiatan yang sudah berjalan pada proses belajar mengajar menggunakan pembelajaran Dua Tinggal Dua Tamu . Hasil dari observasi tersebut dianalisa dengan menggunakan teknik prosentase :

Persentase diperoleh dari jumlah kegiatan yang dilakukan oleh guru dan siswa selama waktu pengamatan (40 menit) dibanding dengan jumlah seluruh kegiatan , dirumuskan :

$$\text{Persentase} = \frac{\text{Skor Kegiatan}}{\text{Skor total kegiatan}} \times 100\,\%$$

Keterangan :

Skor Kegiatan : Jumlah kegiatan yang dilakukan oleh gurru atau siswa dalam waktu 40 menit .

Skor total kegiatan : Jumlah skor maxsimum kegiatan yang dilakukan guru atau siswa .

Untuk mengetahui tingkat pemahaman yang dilakukan siswa tentang konsep matematika peneliti menggunakan tes bentuk uraian (esay) 5 soal , sedangkan waktu test adalah 40 menit .

Analisis dari hasil test menggunakan teknik persentase dengan rumus sbb :

$$\text{Persentase} = \frac{Sb}{N} \times 100\ \%$$

Sb : siswa yang nilainya ≥ 70

N : Jumlah siswa peserta tes .

BAB IV
HASIL PENELITIAN

A. Pelaksanaan Tindakan .

Untuk setiap putaran (siklus) guru / peneliti memberikan materi pelajaran Industri dengan menggunakan model pembelajaran gotong royong teknik Dua Tinggal Dua Tamu (two stay two tray) dengan tahapan dijelaskan seperti berikut .

1. Pada 40 menit pertama pelaksanaan pembelajaran berjalan dengan alur sebagai berikut :
   a. Siswa dibagi kelompok setiap keliompok beranggotakan 4 (empat) siswa .

b. Memberi tugas yang telah disiapkan kepada siswa untuk dikerjakan pada kelompoknya masing-masing .

c. Memberi kesempatan mengerjakan tugas dalam kelompok dan memberikan waktu untuk terdektsinya kemuculan Keaktifan Siswa dalam penyelesaian masalah dalam kelompok .

d. Langkah berikutnya dua orang dari masing-masing kelompok akan meninggalkan kelompoknya dan masing-masing bertamu kedua kelompok yang lain

e. Dua orang yang tinggal dalam kelompok bertugas membagikan hasil kerja dan informasi mereka ke tamu mereka.

f. Setelah waktu untuk bertamu selesai , tamu mohon diri dan kembali ke kelompok mereka sendiri dan melaporkan temuan mereka dari kelompok lain .

g. Kelompok mengumpulkan dan membahas hasil-hasil kerja mereka . Jika kesimpulan yang diperoleh sudah tepat maka menunjuk kelompok yang lain untuk memberikan jawaban yang tepat .

2. Pada 40 menit kedua guru / peneliti memberikan latihan kepada siswa berupa soal yang perlu dibicarakan dengan teman satu kelompok dalam menyelesaikannya , disini guru berkeliling untuk membantu siswa-siswa yang mengalami kesulitan. Harapan dengan guru berkeliling siswa merasa mendapatkan perhatian yang dapat mendorong motivasi belajarnya dan mengurangi kesan ketidak adilan yang mungkin muncul dihati para siswa .

   Perlu dicatat disini bahwa baik pelaksanaan proses belajar mengajar pada 40 menit pertama maupun pelaksanaan proses belajar mengajar pada 40 menit kedua kolaborator (Guru Mitra) mengadakan pengamatan secara langsung terhadap gejala-gejala yang diselidiki.

3. Untuk 40 menit ketiga diadakan test tertulis guna mengukur prestasi yang dihasilkan dari proses pembelajaran yang telah dilaksanakan .

Pelaksanaan Proses Belajar Mengajar (PBM) dan Test prestasi direncakanan dilaksanakan menjadi 2 (dua) siklus yaitu :

Siklus (putaran) ke-1

1. Senin, tanggal 5 Maret 2007 pelaksanaan PBM untuk VII A dan kelas VII B masing-masing 2 x 40 menit
2. Selasa, tanggal 6 Maret 2007 dilakukan test untuk kelas VII A dan VII B dengan waktu masing 1 x 40 menit
3. Senin, tanggal 12 Maret 2007 pelaksanaan PBM untuk VIII A, kelas VIII B dan kelas VIII C masing-masing 2 x 40 menit
4. Selasa, tanggal 13 Maret 2007 dilakukan test untuk kelas VIII A , kelas VIII B dan kelas VIII C dengan waktu masing 1 x 40 menit

Siklus (putaran) ke-2

1. Rabu, tanggal 14 Maret 2007 pelaksanaan PBM untuk VII A dan kelas VII B masing-masing 2 x 40 menit
2. Kamis, tanggal 15 Maret 2007 dilakukan test untuk kelas VII A dan VII B dengan waktu masing 1 x 40 menit
3. Selasa, tanggal 20 Maret 2007 pelaksanaan PBM untuk VIII A , kelas VIII B dan kelas VIII C masing-masing 2 x 40 menit
4. Rabu, tanggal 21 Maret 2007 dilakukan test untuk kelas VIII A , kelas VIII B dan kelas VIII C dengan waktu masing 1 x 40 menit

B. Hasil Penelitian

Tabel I : Daftar Nama Siswa Kelas VII-A SMPN 2 Pringkuku Tahun 2006/2007

No	N A M A	Nilai	KET
1	Agria Septiani		
2	Agung Prabowo		
3	Agung Wibowo		
4	Aris Setiawan		
5	Dedi Sungkono		
6	Dhesi Rahmawati		
7	Edhi Saputro		
8	Edy Suryanto		
9	Endro Langgeng. W		
10	Fajar Susilo		
11	Helin Dwi Lestari		
12	Jefri Yuari		
13	Misnanto		
14	Nurul Nofi Anisa		
15	Parwanto		
16	Purnomo		
17	Rinta Mawardani		
18	Riyanto		
19	Supramono		
20	Tri Lestari		

Tabel II : Daftar Nama Siswa Kelas VII-B SMPN 2 Pringkuku Tahun 2006/2007

No	N A M A	Nilai	KET
1	Abi Isro Prasetyo		
2	Agus Panji Asmoro		
3	Ambyar Tri Cahyo		
4	Ari Widianto		
5	Cicip Sukendi		
6	Edhi Susanto		
7	Eko Widiyanto		
8	Erna Dwi Lestari		

9	Febri Anggoro		
10	Febrita Yuliatuti		
11	Ngadi Setiyawan		
12	Nurhayati		
13	Supendi		
14	Totok Yulianto		
15	Tri Piyono		
16	Tri Utomo		
17	Tri Wulansari		
18	Trianasari		
19	Wiras Tiara Safitri		
20	Yanuri		
21	Yessi Retno Eka. S		
22	Yoni Andrianto		

Dibawah ini disajikan hasil pada putaran (siklus) ke- 1 (pertama) adalah untuk Keaktifan Siswa sebagai berikut :

Tabel III Frekwensi kegiatan pada siklus ke 1
Pada kelas VII-A

NO	Komponen Pengamatan	Jenis kegiatan	Jml
1	Respon Guru	Guru menyetujui suasana kelas yang menyenangkan .	9
		Guru menghargai pendapat siswa .	10
		Guru menjawab pertanyaan siswa .	5
	Skor Kegiatan		24
2	Inisiatif Guru	Guru memotivasi siswa untuk membuat soal beserta jawabannya kepada siswa .	13

		Guru memberi anjuran atau perintah kepada siswa .	9
		Guru bertanya tentang materi pelajaran kepada siswa .	10
	Skor Kegiatan		32
3	Respon Siswa	Siswa mengerjakan soal setelah ditunjuk oleh guru	9
		Siswa mengerjakan soal secara sadar tanpa ditunjuk oleh guru .	8
	Skor Kegiatan		17
4	Inisiatif Siswa	Siswa menanggapi hasil pekerjaan siswa dan jawaban soal siswa yang lain.	7
		Siswa mengajukan pendapat kepada guru	8
		Siswa mengajukan pertanyaan kepada Guru .	9
	Skor Kegiatan		24

Tabel IV
Frekwensi kegiatan pada tindakan (siklus) ke -1 (pertama) pada kelas VII-B

NO	Komponen Pengamatan	Jenis kegiatan	Jml

1	Respon Guru	Guru menyetujui suasana kelas yang menyenangkan .	8
		Guru menghargai pendapat siswa .	9
		Guru menjawab pertanyaan siswa .	5
	Skor Kegiatan		22
2	Inisiatif Guru	Guru memotivasi siswa untuk membuat soal beserta jawabannya kepada siswa .	11
		Guru memberi anjuran atau perintah kepada siswa .	9
		Guru bertanya tentang materi pelajaran kepada siswa .	10
	Skor Kegiatan		30
3	Respon Siswa	Siswa mengerjakan soal setelah ditunjuk oleh guru	9
		Siswa mengerjakan soal secara sadar tanpa ditunjuk oleh guru .	6
	Skor Kegiatan		15
4	Inisiatif Siswa	Siswa menanggapi hasil pekerjaan siswa dan jawaban soal siswa yang lain.	8
		Siswa mengajukan pendapat kepada guru	9
		Siswa mengajukan pertanyaan kepada Guru .	10
	Skor Kegiatan		27

Tabel V :
Nilai Siswa Klas VII- A SMPN 2 Pringkuku
pada siklus 1 (pertama)

NO	N A M A	NILAI	KET
1	Agria Septiani	70	
2	Agung Prabowo	55	
3	Agung Wibowo	65	
4	Aris Setiawan	75	
5	Dedi Sungkono	80	
6	Dhesi Rahmawati	65	

7	Edhi Saputro	60	
8	Edy Suryanto	60	
9	Endro Langgeng. W	65	
10	Fajar Susilo	85	
11	Helin Dwi Lestari	80	
12	Jefri Yuari	65	
13	Misnanto	60	
14	Nurul Nofi Anisa	60	
15	Parwanto	65	
16	Purnomo	55	
17	Rinta Mawardani	65	
18	Riyanto	75	
19	Supramono	70	
20	Tri Lestari	70	

Tabel VI :
Nilai Siswa Klas VII- B SMPN 2 Pringkuku
pada siklus 1 (pertama)

NO	N A M A	NILAI	KET
1	Abi Isro Prasetyo	60	
2	Agus Panji Asmoro	75	
3	Ambyar Tri Cahyo	75	
4	Ari Widianto	80	
5	Cicip Sukendi	75	
6	Edhi Susanto	65	
7	Eko Widiyanto	55	
8	Erna Dwi Lestari	75	
9	Febri Anggoro	60	
10	Febrita Yuliatuti	60	
11	Ngadi Setiyawan	65	
12	Nurhayati	70	
13	Supendi	75	
14	Totok Yulianto	80	
15	Tri Piyono	65	
16	Tri Utomo	70	
17	Tri Wulansari	70	
18	Trianasari	75	

19	Wiras Tiara Safitri	85	
20	Yanuri	70	
21	Yessi Retno Eka. S	65	
22	Yoni Andrianto	70	

Hasil pada putaran (siklus) - 2 (Kedua) adalah sbb :

Tabel VI :

Frekwensi kegiatan pada tindakan (siklus) ke -2 (kedua) pada kelas VII-A

NO	Komponen Pengamatan	Jenis kegiatan	Jml
1	Respon Guru	Guru menyetujui suasana kelas yang menyenangkan .	12
		Guru menghargai pendapat siswa .	14
		Guru menjawab pertanyaan siswa .	9
	Skor Kegiatan		35
2	Inisiatif Guru	Guru memotivasi siswa untuk membuat soal beserta jawabannya kepada siswa .	15
		Guru memberi anjuran atau perintah kepada siswa .	14
		Guru bertanya tentang materi pelajaran kepada siswa .	16
	Skor Kegiatan		45
3	Respon Siswa	Siswa mengerjakan soal setelah ditunjuk oleh guru	13
		Siswa mengerjakan soal secara sadar tanpa ditunjuk oleh guru .	14
	Skor Kegiatan		27
4	Inisiatif Siswa	Siswa menanggapi hasil pekerjaan siswa dan jawaban soal siswa yang lain.	9
		Siswa mengajukan pendapat kepada guru	12
		Siswa mengajukan pertanyaan kepada Guru .	15
	Skor Kegiatan		36

Hasil pada putaran (siklus) - 2 (Kedua) adalah sbb :

Tabel VII :

Frekwensi kegiatan pada tindakan (siklus) ke -2 (kedua) pada kelas VII-B

NO	Komponen Pengamatan	Jenis kegiatan	Jml
1	Respon Guru	Guru menyetujui suasana kelas yang menyenangkan .	13
		Guru menghargai pendapat siswa .	14
		Guru menjawab pertanyaan siswa .	11
	Skor Kegiatan		38
2	Inisiatif Guru	Guru memotivasi siswa untuk membuat soal beserta jawabannya kepada siswa .	15
		Guru memberi anjuran atau perintah kepada siswa .	13
		Guru bertanya tentang materi pelajaran kepada siswa .	14
	Skor Kegiatan		42
3	Respon Siswa	Siswa mengerjakan soal setelah ditunjuk oleh guru	14
		Siswa mengerjakan soal secara sadar tanpa ditunjuk oleh guru .	15
	Skor Kegiatan		29
4	Inisiatif Siswa	Siswa menanggapi hasil pekerjaan siswa dan jawaban soal siswa yang lain.	12
		Siswa mengajukan pendapat kepada guru	14
		Siswa mengajukan pertanyaan kepada Guru .	13
	Skor Kegiatan		39

Tabel VIII :

Nilai Siswa Kelas VII-A SMPN 2 Pringkuku (Siklus 2)

Tahun 2006/2007

NO	N A M A	NILAI	KET
1	Agria Septiani	75	
2	Agung Prabowo	60	
3	Agung Wibowo	75	
4	Aris Setiawan	80	
5	Dedi Sungkono	80	
6	Dhesi Rahmawati	75	
7	Edhi Saputro	65	
8	Edy Suryanto	75	
9	Endro Langgeng. W	70	
10	Fajar Susilo	85	
11	Helin Dwi Lestari	85	
12	Jefri Yuari	75	
13	Misnanto	65	
14	Nurul Nofi Anisa	60	
15	Parwanto	75	
16	Purnomo	60	
17	Rinta Mawardani	75	
18	Riyanto	75	
19	Supramono	85	
20	Tri Lestari	85	

Tabel IX :
Nilai Siswa Kelas VII-B SMPN 2 Pringkuku (Siklus 2)
Tahun 2006/2007

NO		NILAI	KET
1	Abi Isro Prasetyo	75	
2	Agus Panji Asmoro	75	
3	Ambyar Tri Cahyo	75	
4	Ari Widianto	80	
5	Cicip Sukendi	75	
6	Edhi Susanto	75	
7	Eko Widiyanto	55	
8	Erna Dwi Lestari	75	
9	Febri Anggoro	75	
10	Febrita Yuliatuti	60	

11	Ngadi Setiyawan	75	
12	Nurhayati	75	
13	Supendi	75	
14	Totok Yulianto	80	
15	Tri Piyono	75	
16	Tri Utomo	75	
17	Tri Wulansari	70	
18	Trianasari	75	
19	Wiras Tiara Safitri	85	
20	Yanuri	75	
21	Yessi Retno Eka. S	85	
22	Yoni Andrianto	70	

Tabel X :
Frekwensi kegiatan pada siklus ke 1 dan siklus 2
Pada kelas VII-A

NO	Komponen Pengamatan	Jenis kegiatan	Siklus 1	Siklus 2
1	Respon Guru	Guru menyetujui suasana kelas yang menyenangkan .	9	12
		Guru menghargai pendapat siswa .	10	14
		Guru menjawab pertanyaan siswa .	5	9
	Skor Kegiatan		24	35
2	Inisiatif Guru	Guru memotivasi siswa untuk membuat soal beserta jawabannya kepada siswa .	13	15
		Guru memberi anjuran atau perintah kepada siswa .	9	14
		Guru bertanya tentang materi pelajaran kepada siswa .	10	16
	Skor Kegiatan		32	45
3	Respon Siswa	Siswa mengerjakan soal setelah ditunjuk oleh guru	9	13

		Siswa mengerjakan soal secara sadar tanpa ditunjuk oleh guru .	8	14
	Skor Kegiatan		17	27
4	Inisiatif Siswa	Siswa menanggapi hasil pekerjaan siswa dan jawaban soal siswa yang lain.	7	9
		Siswa mengajukan pendapat kepada guru	8	12
		Siswa mengajukan pertanyaan kepada Guru .	9	15
	Skor Kegiatan		24	36

Tabel XI :
Frekwensi kegiatan pada siklus ke 1 dan siklus 2 pada kelas VII-B

NO	Komponen Pengamatan	Jenis kegiatan	Siklus 1	Siklus 2
1	Respon Guru	Guru menyetujui suasana kelas yang menyenangkan .	8	13
		Guru menghargai pendapat siswa .	9	14
		Guru menjawab pertanyaan siswa .	5	11
	Skor Kegiatan		22	38
2	Inisiatif Guru	Guru memotivasi siswa untuk membuat soal beserta jawabannya kepada siswa .	11	15
		Guru memberi anjuran atau perintah kepada siswa .	9	13
		Guru bertanya tentang materi pelajaran kepada siswa .	10	14
	Skor Kegiatan		30	42
3	Respon Siswa	Siswa mengerjakan soal setelah ditunjuk oleh guru	9	14

		Siswa mengerjakan soal secara sadar tanpa ditunjuk oleh guru .	6	15
	Skor Kegiatan		15	29
4	Inisiatif Siswa	Siswa menanggapi hasil pekerjaan siswa dan jawaban soal siswa yang lain. Siswa mengajukan pendapat kepada guru Siswa mengajukan pertanyaan kepada Guru .	8 9 10	12 14 13
	Skor Kegiatan		27	39

Tabel XII :
Nilai Siswa Keas VII-A SMPN 2 Pringkuku
pada siklus 1(pertama) dan siklus 2 (kedua)

NO	N A M A	Siklus 1	Siklus 2
1	Agria Septiani	70	75
2	Agung Prabowo	55	60
3	Agung Wibowo	65	75
4	Aris Setiawan	75	80
5	Dedi Sungkono	80	80
6	Dhesi Rahmawati	65	75
7	Edhi Saputro	60	65
8	Edy Suryanto	60	75
9	Endro Langgeng. W	65	70
10	Fajar Susilo	85	85
11	Helin Dwi Lestari	80	85
12	Jefri Yuari	65	75
13	Misnanto	60	65
14	Nurul Nofi Anisa	60	60
15	Parwanto	65	75
16	Purnomo	55	60
17	Rinta Mawardani	65	75
18	Riyanto	75	75
19	Supramono	70	85

20	Tri Lestari	70	85

Tabel XIII :
Nilai Siswa Kelas VII-B SMPN 2 Pringkuku
pada siklus 1 (pertama) dan siklus 2 (kedua)

	K e g i a t a n	Siklus 1	Siklus 2
1	Abi Isro Prasetyo	60	75
2	Agus Panji Asmoro	75	75
3	Ambyar Tri Cahyo	75	75
4	Ari Widianto	80	80
5	Cicip Sukendi	75	75
6	Edhi Susanto	65	75
7	Eko Widiyanto	55	55
8	Erna Dwi Lestari	75	75
9	Febri Anggoro	60	75
10	Febrita Yuliatuti	60	60
11	Ngadi Setiyawan	65	75
12	Nurhayati	70	75
13	Supendi	75	75
14	Totok Yulianto	80	80
15	Tri Piyono	65	75
16	Tri Utomo	70	75
17	Tri Wulansari	70	70
18	Trianasari	75	75
19	Wiras Tiara Safitri	85	85
20	Yanuri	70	75
21	Yessi Retno Eka. S	65	85
22	Yoni Andrianto	70	70

C. Hasil Penelitian Pada Kelas VIII SMP Negeri 2 Pringkuku Tahun Pelajaran 2006/2007 .

Tabel XIV : Daftar Nama Siswa kelas VIII-A SMPN 2
Pringkuku
Tahun 2006/2007

No	N A M A	Nilai	KET
1	Anik Lestari		
2	Dian. K		
3	Elismawati		
4	Lilik Apriliani		
5	Pipit. R		
6	Rina Rahayu		
7	Rina Rosanti		
8	Suhartini		
9	Tutik Nur Hidayati		
10	Tutut Suryaningsih		
11	Adi Saputro		
12	Agus Purwanto		
13	Edhi Saputro		
14	Eko Wantoro		
15	Endra Aris. S		
16	Fachri		
17	Nur Cahyono. P		
18	Sugianto		
19	Sugit Hariyanto		

Tabel XV : Daftar Nama Siswa kelas VIII-B SMPN 2 Pringkuku
Tahun 2006/2007

No	N A M A	Nilai	KET
1	Anggi Aprilina		
2	Deni Susanti		
3	Endah Sukenti		
4	Fitri Lestari		
5	Santi Agus S		
6	Sri Yunita Sari		
7	Suesti		
8	Sussi Susanti		
9	Yeni I		
10	Yuli Susanti		
11	Amin S		

12	Andi Winarno		
13	Danang E		
14	Eko P		
15	Mardiyanto		
16	Rio Angga		
17	Sedyo Riyadi		

Tabel XVI : Daftar Nama Siswa kelas VIII-C SMPN 2 Pringkuku
Tahun 2006/2007

No	N A M A	Nilai	KET
1	Arum Dian. P.u		
2	Fatonah		
3	Ika Lestari		
4	Lia Risma. V		
5	Margiyanti		
6	Puji Lestari		
7	Sri Susiana		
8	Sugiarti		
9	Susanti		
10	Tyas Eva Susanti		
11	Deni Priyanto		
12	Diftaroni		
13	Sadino		
14	Sambodo		
15	Sarno		
16	Sarikin		
17	Slamet Widodo		
18	Sutriono		
19	Tri Cahyo		

Hasil pada Hasil pada putaran (siklus) - 1 (pertama) sbb :
Tabel XVII
Frekwensi kegiatan pada tindakan (siklus) ke -1 (pertama)
pada kelas VIII-A

NO	Komponen	Jenis kegiatan	Jml

	Pengamatan		
1	Respon Guru	Guru menyetujui suasana kelas yang menyenangkan .	7
		Guru menghargai pendapat siswa .	8
		Guru menjawab pertanyaan siswa .	3
	Skor Kegiatan		18
2	Inisiatif Guru	Guru memotivasi siswa untuk membuat soal beserta jawabannya kepada siswa .	11
		Guru memberi anjuran atau perintah kepada siswa .	7
		Guru bertanya tentang materi pelajaran kepada siswa .	8
	Skor Kegiatan		26
3	Respon Siswa	Siswa mengerjakan soal setelah ditunjuk oleh guru	7
		Siswa mengerjakan soal secara sadar tanpa ditunjuk oleh guru .	6
	Skor Kegiatan		13
4	Inisiatif Siswa	Siswa menanggapi hasil pekerjaan siswa dan jawaban soal siswa yang lain.	5
		Siswa mengajukan pendapat kepada guru	6
		Siswa mengajukan pertanyaan kepada Guru .	7
	Skor Kegiatan		18

Tabel XVIII
Frekwensi kegiatan pada tindakan (siklus) ke -1 (pertama)
pada kelas VIII-B

NO	Komponen Pengamatan	Jenis kegiatan	Jml
1	Respon Guru	Guru menyetujui suasana kelas yang menyenangkan .	6

		Guru menghargai pendapat siswa .	7
		Guru menjawab pertanyaan siswa .	3
	Skor Kegiatan		16
2	Inisiatif Guru	Guru memotivasi siswa untuk membuat soal beserta jawabannya kepada siswa .	9
		Guru memberi anjuran atau perintah kepada siswa .	7
		Guru bertanya tentang materi pelajaran kepada siswa .	6
	Skor Kegiatan		22
3	Respon Siswa	Siswa mengerjakan soal setelah ditunjuk oleh guru	5
		Siswa mengerjakan soal secara sadar tanpa ditunjuk oleh guru .	2
	Skor Kegiatan		7
4	Inisiatif Siswa	Siswa menanggapi hasil pekerjaan siswa dan jawaban soal siswa yang lain.	6
		Siswa mengajukan pendapat kepada guru	7
		Siswa mengajukan pertanyaan kepada Guru .	10
	Skor Kegiatan		23

Tabel XIX

Frekwensi kegiatan pada tindakan (siklus) ke -1 (pertama)
pada kelas VIII-C

NO	Komponen Pengamatan	Jenis kegiatan	Jml
1	Respon Guru	Guru menyetujui suasana kelas yang menyenangkan .	8
		Guru menghargai pendapat siswa .	7

		Guru menjawab pertanyaan siswa .	4
	Skor Kegiatan		19
2	Inisiatif Guru	Guru memotivasi siswa untuk membuat soal beserta jawabannya kepada siswa .	10
		Guru memberi anjuran atau perintah kepada siswa .	6
		Guru bertanya tentang materi pelajaran kepada siswa .	8
	Skor Kegiatan		24
3	Respon Siswa	Siswa mengerjakan soal setelah ditunjuk oleh guru	8
		Siswa mengerjakan soal secara sadar tanpa ditunjuk oleh guru .	7
	Skor Kegiatan		15
4	Inisiatif Siswa	Siswa menanggapi hasil pekerjaan siswa dan jawaban soal siswa yang lain.	6
		Siswa mengajukan pendapat kepada guru	6
		Siswa mengajukan pertanyaan kepada Guru .	8
	Skor Kegiatan		20

Tabel XX :
Nilai Siswa Klas VIII-A SMPN 2 Pringkuku
pada siklus 1 (pertama)

NO	N A M A	NILAI	KET
1	Anik Lestari	65	
2	Dian. K	55	
3	Elismawati	65	
4	Lilik Apriliani	75	
5	Pipit. R	80	
6	Rina Rahayu	65	
7	Rina Rosanti	70	

8	Suhartini	60	
9	Tutik Nur Hidayati	65	
10	Tutut Suryaningsih	75	
11	Adi Saputro	70	
12	Agus Purwanto	65	
13	Edhi Saputro	60	
14	Eko Wantoro	60	
15	Endra Aris. S	70	
16	Fachri	55	
17	Nur Cahyono. P	65	
18	Sugianto	65	
19	Sugit Hariyanto	75	

Tabel XXI :
Nilai Siswa kelas VIII-B SMPN 2 Pringkuku
pada siklus 1 (pertama)

NO	N A M A	NILAI	KET
1	Anggi Aprilina	60	
2	Deni Susanti	65	
3	Endah Sukenti	65	
4	Fitri Lestari	75	
5	Santi Agus S	75	
6	Sri Yunita Sari	65	
7	Suesti	55	
8	Sussi Susanti	60	
9	Yeni I	70	
10	Yuli Susanti	60	
11	Amin S	65	
12	Andi Winarno	65	
13	Danang E	75	
14	Eko P	70	
15	Mardiyanto	70	
16	Rio Angga	65	
17	Sedyo Riyadi	70	

Tabel XXII :
Nilai Siswa kelas VIII-C SMPN 2 Pringkuku
Tahun 2006/2007 (Siklus 1)

No	N A M A	Nilai	KET
1	Arum Dian. P.u	60	
2	Fatonah	60	
3	Ika Lestari	65	
4	Lia Risma. V	70	
5	Margiyanti	80	
6	Puji Lestari	65	
7	Sri Susiana	70	
8	Sugiarti	60	
9	Susanti	65	
10	Tyas Eva Susanti	70	
11	Deni Priyanto	70	
12	Diftaroni	65	
13	Sadino	60	
14	Sambodo	60	
15	Sarno	70	
16	Sarikin	60	
17	Slamet Widodo	70	
18	Sutriono	65	
19	Tri Cahyo	65	

Tabel XXIII :
Frekwensi kegiatan pada tindakan (siklus) ke -2 (kedua)
pada kelas VIII-A

NO	Komponen Pengamatan	Jenis kegiatan	Jml
1	Respon Guru	Guru menyetujui suasana kelas yang menyenangkan .	11
		Guru menghargai pendapat siswa .	13

		Guru menjawab pertanyaan siswa .	8
	Skor Kegiatan		32
2	Inisiatif Guru	Guru memotivasi siswa untuk membuat soal beserta jawabannya kepada siswa .	14
		Guru memberi anjuran atau perintah kepada siswa .	13
		Guru bertanya tentang materi pelajaran kepada siswa .	15
	Skor Kegiatan		42
3	Respon Siswa	Siswa mengerjakan soal setelah ditunjuk oleh guru	11
		Siswa mengerjakan soal secara sadar tanpa ditunjuk oleh guru .	12
	Skor Kegiatan		23
4	Inisiatif Siswa	Siswa menanggapi hasil pekerjaan siswa dan jawaban soal siswa yang lain.	8
		Siswa mengajukan pendapat kepada guru	10
		Siswa mengajukan pertanyaan kepada Guru .	13
	Skor Kegiatan		31

Tabel XXIV :
Frekwensi kegiatan pada tindakan (siklus) ke -2 (kedua)
pada kelas VIII-B

NO	Komponen Pengamatan	Jenis kegiatan	Jml
1	Respon Guru	Guru menyetujui suasana kelas yang menyenangkan .	11
		Guru menghargai pendapat siswa .	13
		Guru menjawab pertanyaan siswa .	10

	Skor Kegiatan		34
2	Inisiatif Guru	Guru memotivasi siswa untuk membuat soal beserta jawabannya kepada siswa .	14
		Guru memberi anjuran atau perintah kepada siswa .	12
		Guru bertanya tentang materi pelajaran kepada siswa .	13
	Skor Kegiatan		39
3	Respon Siswa	Siswa mengerjakan soal setelah ditunjuk oleh guru	13
		Siswa mengerjakan soal secara sadar tanpa ditunjuk oleh guru .	14
	Skor Kegiatan		27
4	Inisiatif Siswa	Siswa menanggapi hasil pekerjaan siswa dan jawaban soal siswa yang lain.	11
		Siswa mengajukan pendapat kepada guru	13
		Siswa mengajukan pertanyaan kepada Guru .	12
	Skor Kegiatan		36

Tabel XXV :
Frekwensi kegiatan pada tindakan (siklus) ke -2 (kedua)
pada kelas VIII-C

NO	Komponen Pengamatan	Jenis kegiatan	Jml
1	Respon Guru	Guru menyetujui suasana kelas yang menyenangkan .	12
		Guru menghargai pendapat siswa .	11
		Guru menjawab pertanyaan siswa .	8
	Skor Kegiatan		31

2	Inisiatif Guru	Guru memotivasi siswa untuk membuat soal beserta jawabannya kepada siswa .	13
		Guru memberi anjuran atau perintah kepada siswa .	14
		Guru bertanya tentang materi pelajaran kepada siswa .	13
	Skor Kegiatan		40
3	Respon Siswa	Siswa mengerjakan soal setelah ditunjuk oleh guru	11
		Siswa mengerjakan soal secara sadar tanpa ditunjuk oleh guru .	13
	Skor Kegiatan		24
4	Inisiatif Siswa	Siswa menanggapi hasil pekerjaan siswa dan jawaban soal siswa yang lain.	9
		Siswa mengajukan pendapat kepada guru	11
		Siswa mengajukan pertanyaan kepada Guru .	14
	Skor Kegiatan		34

Tabel XXVI :
Nilai Siswa kelas VIII-A SMPN 2 Pringkuku
Tahun 2006/2007 (Siklus 2)

NO	N A M A	NILAI	KET
1	Anik Lestari	70	
2	Dian. K	60	
3	Elismawati	65	
4	Lilik Apriliani	70	
5	Pipit. R	65	
6	Rina Rahayu	75	
7	Rina Rosanti	65	
8	Suhartini	75	
9	Tutik Nur Hidayati	70	
10	Tutut Suryaningsih	75	

11	Adi Saputro	70	
12	Agus Purwanto	75	
13	Edhi Saputro	70	
14	Eko Wantoro	70	
15	Endra Aris. S	75	
16	Fachri	75	
17	Nur Cahyono. P	75	
18	Sugianto	75	
19	Sugit Hariyanto	85	

Tabel XXVII :
Nilai Siswa kelas VIII-B SMPN 2 Pringkuku
Tahun 2006/2007 (Siklus 2)

NO	N A M A	NILAI	KET
1	Anggi Aprilina	80	
2	Deni Susanti	70	
3	Endah Sukenti	75	
4	Fitri Lestari	65	
5	Santi Agus S	75	
6	Sri Yunita Sari	75	
7	Suesti	60	
8	Sussi Susanti	65	
9	Yeni I	75	
10	Yuli Susanti	75	
11	Amin S	75	
12	Andi Winarno	75	
13	Danang E	75	
14	Eko P	85	
15	Mardiyanto	75	
16	Rio Angga	75	
17	Sedyo Riyadi	70	

Tabel XXVIII :
Nilai Siswa kelas VIII-C SMPN 2 Pringkuku
Tahun 2006/2007 (Siklus 2)

NO	N A M A	NILAI	KET
1	Arum Dian. P.u	65	
2	Fatonah	70	
3	Ika Lestari	65	
4	Lia Risma. V	70	
5	Margiyanti	65	
6	Puji Lestari	75	
7	Sri Susiana	80	
8	Sugiarti	75	
9	Susanti	70	
10	Tyas Eva Susanti	75	
11	Deni Priyanto	70	
12	Diftaroni	75	
13	Sadino	70	
14	Sambodo	70	
15	Sarno	75	
16	Sarikin	75	
17	Slamet Widodo	80	
18	Sutriono	75	
19	Tri Cahyo	85	

Tabel XXIX :
Frekwensi kegiatan pada siklus ke 1 dan siklus 2
pada kelas VIII-A

NO	Komponen Pengamatan	Jenis kegiatan	Siklus 1	Siklus 2

1	Respon Guru	Guru menyetujui suasana kelas yang menyenangkan . Guru menghargai pendapat siswa . Guru menjawab pertanyaan siswa .	7 8 3	11 13 8
	Skor Kegiatan		18	32
2	Inisiatif Guru	Guru memotivasi siswa untuk membuat soal beserta jawabannya kepada siswa . Guru memberi anjuran atau perintah kepada siswa . Guru bertanya tentang materi pelajaran kepada siswa .	11 7 8	14 13 15
	Skor Kegiatan		26	42
3	Respon Siswa	Siswa mengerjakan soal setelah ditunjuk oleh guru Siswa mengerjakan soal secara sadar tanpa ditunjuk oleh guru .	7 6	11 12
	Skor Kegiatan		13	23
4	Inisiatif Siswa	Siswa menanggapi hasil pekerjaan siswa dan jawaban soal siswa yang lain. Siswa mengajukan pendapat kepada guru Siswa mengajukan pertanyaan kepada Guru .	5 6 7	8 10 13
	Skor Kegiatan		18	31

Tabel XXX :
Frekwensi kegiatan pada siklus ke 1 dan siklus 2
pada kelas VIII-B

NO	Komponen	Jenis kegiatan	Siklus 1	Siklus

	Pengamatan			2
1	Respon Guru	Guru menyetujui suasana kelas yang menyenangkan . Guru menghargai pendapat siswa . Guru menjawab pertanyaan siswa .	6 7 3	11 13 10
	Skor Kegiatan		16	34
2	Inisiatif Guru	Guru memotivasi siswa untuk membuat soal beserta jawabannya kepada siswa . Guru memberi anjuran atau perintah kepada siswa . Guru bertanya tentang materi pelajaran kepada siswa .	9 7 6	14 12 13
	Skor Kegiatan		22	39
3	Respon Siswa	Siswa mengerjakan soal setelah ditunjuk oleh guru Siswa mengerjakan soal secara sadar tanpa ditunjuk oleh guru .	5 2	13 14
	Skor Kegiatan		7	27
4	Inisiatif Siswa	Siswa menanggapi hasil pekerjaan siswa dan jawaban soal siswa yang lain. Siswa mengajukan pendapat kepada guru Siswa mengajukan pertanyaan kepada Guru .	6 7 10	11 13 12
	Skor Kegiatan		23	36

Tabel XXXI :
Frekwensi kegiatan pada siklus ke 1 dan siklus 2
pada kelas VIII-C

NO	Komponen	Jenis kegiatan	Siklus 1	Siklus

	Pengamatan			2
1	Respon Guru	Guru menyetujui suasana kelas yang menyenangkan . Guru menghargai pendapat siswa . Guru menjawab pertanyaan siswa .	8 7 4	12 11 8
	Skor Kegiatan		19	31
2	Inisiatif Guru	Guru memotivasi siswa untuk membuat soal beserta jawabannya kepada siswa . Guru memberi anjuran atau perintah kepada siswa . Guru bertanya tentang materi pelajaran kepada siswa .	10 6 8	13 14 13
	Skor Kegiatan		24	40
3	Respon Siswa	Siswa mengerjakan soal setelah ditunjuk oleh guru Siswa mengerjakan soal secara sadar tanpa ditunjuk oleh guru .	8 7	11 13
	Skor Kegiatan		15	24
4	Inisiatif Siswa	Siswa menanggapi hasil pekerjaan siswa dan jawaban soal siswa yang lain. Siswa mengajukan pendapat kepada guru Siswa mengajukan pertanyaan kepada Guru .	6 6 8	9 11 14
	Skor Kegiatan		20	34

Tabel XXXII :
Nilai Siswa kelas VIII-A SMPN 2 Pringkuku
pada siklus 1(pertama) dan siklus 2 (kedua)

NO	N A M A	Siklus 1	Siklus 2
1	Anik Lestari	65	70
2	Dian. K	55	60
3	Elismawati	65	65
4	Lilik Apriliani	75	70
5	Pipit. R	80	65
6	Rina Rahayu	65	75
7	Rina Rosanti	70	65
8	Suhartini	60	75
9	Tutik Nur Hidayati	65	70
10	Tutut Suryaningsih	75	75
11	Adi Saputro	70	70
12	Agus Purwanto	65	75
13	Edhi Saputro	60	70
14	Eko Wantoro	60	70
15	Endra Aris. S	70	75
16	Fachri	55	75
17	Nur Cahyono. P	65	75
18	Sugianto	65	75
19	Sugit Hariyanto	75	85

Tabel XXXIII :
Nilai Siswa kelas VIII-B SMPN 2 Pringkuku
pada siklus 1 (pertama) dan siklus 2 (kedua)

NO	N A M A	Siklus 1	Siklus 2
1	Anggi Aprilina	60	80
2	Deni Susanti	65	70
3	Endah Sukenti	65	75
4	Fitri Lestari	75	65
5	Santi Agus S	75	75
6	Sri Yunita Sari	65	75
7	Suesti	55	60
8	Sussi Susanti	60	65
9	Yeni I	70	75
10	Yuli Susanti	60	75

11	Amin S	65	75
12	Andi Winarno	65	75
13	Danang E	75	75
14	Eko P	70	85
15	Mardiyanto	70	75
16	Rio Angga	65	75
17	Sedyo Riyadi	70	70

Tabel XXXIV :
Nilai Siswa kelas VIII-C SMPN 2 Pringkuku
pada siklus 1(pertama) dan siklus 2 (kedua)

NO	N A M A	Siklus 1	Siklus 2
1	Arum Dian. P.u	60	65
2	Fatonah	60	70
3	Ika Lestari	65	65
4	Lia Risma. V	70	70
5	Margiyanti	80	65
6	Puji Lestari	65	75
7	Sri Susiana	70	80
8	Sugiarti	60	75
9	Susanti	65	70
10	Tyas Eva Susanti	70	75
11	Deni Priyanto	70	70
12	Diftaroni	65	75
13	Sadino	60	70
14	Sambodo	60	70
15	Sarno	70	75
16	Sarikin	60	75
17	Slamet Widodo	70	80
18	Sutriono	65	75
19	Tri Cahyo	65	85

C. Analisis Hasil Penelitian

1. Analisis Hasil Penelitian Pada Siswa Kelas VII SMP Negeri 2 Pringkuku

a. Analisis Hasil Penelitian Keaktifan Siswa Dalam PBM

Dari tabel X untuk Kelas VII- A Siklus-1 diperoleh perhitungan sebagai berikut :

$$\text{Respon Guru} = \frac{24}{120} \times 100\ \% = 20{,}00\ \%$$

$$\text{Inisiatif Guru} = \frac{32}{120} \times 100\ \% = 26{,}67\ \%$$

$$\text{Respon Siswa} = \frac{17}{80} \times 100\ \% = 21{,}25\ \%$$

$$\text{Inisiatif Siswa} = \frac{24}{120} \times 100\ \% = 20{,}00\ \%$$

Dari tabel X untuk Kelas VII-A Siklus-2 diperoleh perhitungan sebagai berikut :

$$\text{Respon Guru} = \frac{35}{120} \times 100\ \% = 29{,}17\ \%$$

$$\text{Inisiatif Guru} = \frac{45}{120} \times 100\ \% = 37{,}50\ \%$$

$$\text{Respon Siswa} = \frac{27}{80} \times 100\ \% = 33{,}75\ \%$$

$$\text{Inisiatif Siswa} = \frac{36}{120} \times 100\,\% = 30{,}00\ \%$$

Dari tabel XI untuk Kelas VII-B Siklus-1 diperoleh perhitungan sebagai berikut :

$$\text{Respon Guru} = \frac{22}{120} \times 100\,\% = 18{,}33\ \%$$

$$\text{Inisiatif Guru} = \frac{30}{120} \times 100\,\% = 25{,}00\ \%$$

$$\text{Respon Siswa} = \frac{15}{80} \times 100\,\% = 18{,}75\ \%$$

$$\text{Inisiatif Siswa} = \frac{27}{120} \times 100\,\% = 22{,}50\ \%$$

Dari tabel XI untuk Kelas VII-B Siklus-2 diperoleh perhitungan sebagai berikut :

$$\text{Respon Guru} = \frac{38}{120} \times 100\,\% = 31{,}67\ \%$$

$$\text{Inisiatif Guru} = \frac{42}{120} \times 100\,\% = 35{,}00\ \%$$

29

Respon Siswa = ---------- x 100 % = 36,25 %
80

39
Inisiatif Siswa = ---------- x 100 % = 32,50 %
120

Berdasarkan hasil pada analisis data observasi dari Siklus ke 1 dan Siklus ke-2 untuk kelas VII-A diperoleh sbb :

Respon Guru dari	20,00 %	menjadi	29,17 %	naik	9,17 %
Inisiatif Guru dari	26,67 %	menjadi	37,50 %	naik	10,83 %
Respon Siswa dari	21,25 %	menjadi	33,75 %	naik	12,50 %
Inisiatif Siswa dari	20,00 %	menjadi	30,00 %	naik	10,00 %

Berdasarkan hasil pada analisis data observasi dari Siklus ke 1 dan Siklus ke-2 untuk kelas VII-B diperoleh sbb :

Respon Guru dari	18,33 %	menjadi	31,67 %	naik	13,33 %
Inisiatif Guru dari	25,00 %	menjadi	35,00 %	naik	10,00 %
Respon Siswa dari	18,75 %	menjadi	36,25 %	naik	17,50 %
Inisiatif Siswa dari	22,50 %	menjadi	32,50 %	naik	10,00 %

b. Analisis Hasil Test Prestasi Belajar Siswa

Untuk menganalisis hasil test menggunakan rumus

Sb
Persentase = ------- x 100 %

N

a. Analisis hasil test siklus ke-1
Untuk Kelas VII-A

$$\text{Persentase} = \frac{Sb}{N} \times 100\,\% = \frac{8}{20} \times 100\,\% = 40\,\%$$

Untuk Kelas VII-B

$$\text{Persentase} = \frac{Sb}{N} \times 100\,\% = \frac{14}{22} \times 100\,\% = 63{,}64\,\%$$

b. Analisis hasil test siklus ke-2
Untuk Kelas VII-A

$$\text{Persentase} = \frac{Sb}{N} \times 100\,\% = \frac{15}{20} \times 100\,\% = 75{,}00\,\%$$

Untuk Kelas VII-B

$$\text{Persentase} = \frac{Sb}{N} \times 100\,\% = \frac{20}{22} \times 100\,\% = 90{,}91\,\%$$

Dari analisis untuk siklus ke -1 maupun siklus ke-2 diperoleh kenaikan hasil test masing-masing sbb :

Kelas VII-A ada kenaikan sebesar = 35,00 %

Kelas VII-B ada kenaikan sebesar = 27,27 %

2. Analisis Hasil Penelitian Pada Siswa Kelas VIII SMP Negeri 2 Pringkuku

a. Analisis Hasil Penelitian Keaktifan Siswa Dalam PBM

Dari tabel XXIX untuk kelas VIII-A Siklus-1 diperoleh perhitungan sebagai berikut :

$$\text{Respon Guru} = \frac{18}{120} \times 100\ \% = 15{,}00\ \%$$

$$\text{Inisiatif Guru} = \frac{26}{120} \times 100\ \% = 21{,}67\ \%$$

$$\text{Respon Siswa} = \frac{13}{80} \times 100\ \% = 16{,}25\ \%$$

$$\text{Inisiatif Siswa} = \frac{18}{120} \times 100\ \% = 15{,}00\ \%$$

Dari tabel XXIX untuk kelas VIII-A Siklus-2 diperoleh perhitungan sebagai berikut :

$$\text{Respon Guru} = \frac{32}{120} \times 100\ \% = 26{,}67\ \%$$

$$\text{Inisiatif Guru} = \frac{42}{120} \times 100\ \% = 35{,}00\ \%$$

$$\text{Respon Siswa} = \frac{23}{80} \times 100\ \% = 28{,}75\ \%$$

$$\text{Inisiatif Siswa} = \frac{31}{120} \times 100\ \% = 25{,}83\ \%$$

Dari tabel XXX untuk kelas VIII-B Siklus-1 diperoleh perhitungan sebagai berikut :

$$\text{Respon Guru} = \frac{16}{120} \times 100\ \% = 13{,}33\ \%$$

$$\text{Inisiatif Guru} = \frac{22}{120} \times 100\ \% = 18{,}33\ \%$$

$$\text{Respon Siswa} = \frac{7}{80} \times 100\ \% = 8{,}75\ \%$$

$$\text{Inisiatif Siswa} = \frac{23}{120} \times 100\ \% = 19{,}17\ \%$$

Dari tabel XXX untuk kelas VIII-B Siklus-2 diperoleh perhitungan sebagai berikut :

$$\text{Respon Guru} = \frac{34}{120} \times 100\ \% = 28{,}33\ \%$$

$$\text{Inisiatif Guru} = \frac{39}{120} \times 100\ \% = 32{,}50\ \%$$

27

$$\text{Respon Siswa} = \frac{}{80} \times 100\ \% = 33{,}75\ \%$$

$$\text{Inisiatif Siswa} = \frac{36}{120} \times 100\ \% = 30{,}00\ \%$$

Dari tabel XXXI kelas VIII-C Siklus-1 diperoleh perhitungan sebagai berikut :

$$\text{Respon Guru} = \frac{19}{120} \times 100\ \% = 15{,}83\ \%$$

$$\text{Inisiatif Guru} = \frac{24}{120} \times 100\ \% = 20{,}00\ \%$$

$$\text{Respon Siswa} = \frac{15}{80} \times 100\ \% = 18{,}75\ \%$$

$$\text{Inisiatif Siswa} = \frac{20}{120} \times 100\ \% = 16{,}67\ \%$$

Dari tabel XXXI kelas VIII-C Siklus-2 diperoleh perhitungan sebagai berikut :

$$\text{Respon Guru} = \frac{31}{120} \times 100\ \% = 25{,}83\ \%$$

$$\text{Inisiatif Guru} = \frac{40}{120} \times 100\ \% = 33{,}33\ \%$$

$$\text{Respon Siswa} = \frac{24}{} \times 100\ \% = 30{,}00\ \%$$

80

$$\text{Inisiatif Siswa} = \frac{34}{120} \times 100\ \% = 28{,}33\ \%$$

Berdasarkan hasil pada analisis data observasi dari Siklus ke 1 dan Siklus ke-2 untuk kelas VIII-A diperoleh sbb :

Respon Guru dari	15,00 %	menjadi	26,67 %	naik	11,67 %
Inisiatif Guru dari	21,67 %	menjadi	35,00 %	naik	13,33 %
Respon Siswa dari	16,25 %	menjadi	28,75 %	naik	12,50 %
Inisiatif Siswa dari	15,00 %	menjadi	25,83 %	naik	10,83 %

Berdasarkan hasil pada analisis data observasi dari Siklus ke 1 dan Siklus ke-2 untuk kelas VIII-B diperoleh sbb :

Respon Guru dari	13,33 %	menjadi	28,33 %	naik	15,00 %
Inisiatif Guru dari	18,33 %	menjadi	32,50 %	naik	14,17 %
Respon Siswa dari	8,75 %	menjadi	33,75 %	naik	25,00 %
Inisiatif Siswa dari	19,17 %	menjadi	30,00 %	naik	10,83 %

Berdasarkan hasil pada analisis data observasi dari Siklus ke 1 dan Siklus ke-2 untuk kelas VIII-C diperoleh sbb :

Respon Guru dari	15,83 %	menjadi	25,83 %	naik	10,00 %
Inisiatif Guru dari	20,00 %	menjadi	33,33 %	naik	13,33 %
Respon Siswa dari	18,75 %	menjadi	30,00 %	naik	11,25 %
Inisiatif Siswa dari	16,67 %	menjadi	28,33 %	naik	11,67 %

2. Analisis Hasil Test Prestasi Belajar siswa Kelas VIII SMPN 2 Pringkuku

Untuk menganalisis hasil test menggunakan rumus

$$\text{Persentase} = \frac{Sb}{N} \times 100\ \%$$

a. Analisis hasil test siklus ke-1

Untuk kelas VIII-A

$$\text{Persentase} = \frac{Sb}{N} \times 100\ \% = \frac{7}{19} \times 100\ \% = 36{,}84\ \%$$

Untuk kelas VIII-B

$$\text{Persentase} = \frac{Sb}{N} \times 100\ \% = \frac{7}{17} \times 100\ \% = 41{,}18\ \%$$

b. Analisis hasil test siklus ke-2

Untuk kelas VIII-A

$$\text{Persentase} = \frac{Sb}{N} \times 100\ \% = \frac{15}{19} \times 100\ \% = 78{,}95\ \%$$

Untuk kelas VIII-B

$$\text{Persentase} = \frac{Sb}{} \times 100\ \% = \frac{14}{} \times 100\ \% = 82{,}35\ \%$$

N 17

a. Analisis hasil test siklus ke-1
Untuk kelas VIII-C

$$\text{Persentase} = \frac{Sb}{N} \times 100\ \% = \frac{7}{19} \times 100\ \% = 36{,}84\ \%$$

b. Analisis hasil test siklus ke-2
Untuk kelas VIII-C

$$\text{Persentase} = \frac{Sb}{N} \times 100\ \% = \frac{16}{19} \times 100\ \% = 84{,}21\ \%$$

Dari analisis untuk siklus ke -1 maupun siklus ke-2 diperoleh kenaikan hasil test masing-masing sbb :

kelas VIII-A naik sebesar = 42,11 %

kelas VIII-B naik sebesar = 41,18 %

kelas VIII-C naik sebesar = 47,37 %

Dari hasil analisis tersebut diatas , terbukti terdapat kenaikan pada hampir semua bagian yang menjadi obyek penelitian pada siklus ke-1 (pertama) dan siklus ke–2 dengan demikian dapat disimpulkan bahwa Hipotesis : *“ Dengan Penerapan Model Pembelajaran Kooperatif teknis Dua Tinggal Dua Tamu (two stay two tray) terdapat peningkatan Keaktifan dalam PBM dan Prestasi belajar Matematika di SMP Negeri 2 Pringkuku “* **dapat diterima** .

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

A. Kesimpulan

Mengacu kepada analisis data yang ada pada Bab IV, maka penulis dapat menarik kesimpulan sebagai berikut:

1. Terjadi adanya peningkatan keaktifan dalam pelaksanaan proses belajar mengajar (PBM) pada bahasan Himpunan di kelas VII maupun bahasan Statistik di kelas VIII apabila pada pembelajaran menggunakan pembelajaran kooperatif teknis Dua Tinggal Dua Tamu (two stay two tray) ditunjukkan oleh fakta perbedaan hasil silkus ke 1 dengan siklus ke 2 sebagai berikut :

   Untuk kelas VII A respon guru naik 9,17 % , inisiatif guru naik 10,83 % , respon siswa naik 12,50 % dan inisiatif siswa naik 10,00 %

   Untuk kelas VII B respon guru naik 13,337 % , inisiatif guru naik 10,00 % , respon siswa naik 17,50 % dan inisiatif siswa naik 10,00 %

   Untuk kelas VIII A respon guru naik 11,67 % , inisiatif guru naik 13,33 % , respon siswa naik 12,50 % dan inisiatif siswa naik 10,83 %

   Untuk kelas VIII B respon guru naik 15,00 % , inisiatif guru naik 14,17 % , respon siswa naik 25,00 % dan inisiatif siswa naik 10,83 %

   Untuk kelas VIII C respon guru naik 10,00 % , inisiatif guru naik 13,33 % , respon siswa naik 11,25 % dan inisiatif siswa naik 11,67 %

2. Terjadi peningkatan prestasi belajar pada bahasan Himpunan di kelas VII maupun bahasan Statistik di kelas VIII yang ditunjukkan kenaikan Hasil Test untuk kelas VII A terjadi kenaikan 35,00 %, kelas VII B terjadi kenaikan 27,27 %, kelas VIII A terjadi kenaikan 42,11 %, kelas

VIII B terjadi kenaikan 41,18 % dan kelas VIII C terjadi kenaikan 47,37 % .

B. Saran

1. Bagi pengajar mata pelajaran matematika hendaknya harus betul-betul menguasai materi dan metode mengajar maupun model serta teknis pembelajaran yang digunakan harus disesuaikan dengan kelas dan situasi yang sedang dihadapi.
2. Model pembelajaran kooperatif (gotong royong) teknis Dua Tinggal Dua Tamu (two stay two tray) bermanfaat untuk meningkatkan kreatifitan siswa dalam berpikir, efektif untuk peningkatan hasil belajar dan menciptakan suasana yang menyenangkan bagi siswa yang belajar oleh sebab itu perlu untuk diterpakan dan dikembangkan .
3. Pada penerapan model pembelajaran gotong royong teknis Dua Tinggal Dua Tamu (two stay two tray) hendaknya guru pengajar Matematika memperhatikan hal-hal di bawah ini.
   a. Pemberian tugas kepada siswa harus jelas dan tegas pembatasannya
   b. Potensi yang ada pada siswa baik kecerdasan maupun minat siswa, harus mendapatkan perhatian yang lebih dalam lingkup pendidikan .
   c. Tugas untuk semua siswa hendaknya memperhatikan perbedaan individual siswa
   d. Dalam memberikan tugas hendaknya memperhitungkan manfaatnya untuk kebutuhan murid saat sekarang maupun untuk maupun pengembangan selanjutnya .
   e. Tugas yang menantang kepada siswa diperlukan guna mendorong siswa untuk belajar dalam pemecahan masalah namun rasa senang

kepada penyelesaian tugas menjadi tanggung jawab guru untuk menciptakanya .

DAFTAR PUSTAKA

Anita, Lie , 1999. *Metode Pembelajaran Gotong Royong,* Penerbit Citra Media, Surabaya .

Arikunto ,Suharsimi , 1984 . *Prosedur Penelitian Suatu Pendekatan Praktik,* Bina Aksara, Jakarta .

Depdikbud Dirjen Dikdasmen , 1999., *Penelitian Tindakan (Action Reseach) ,* Jakarta

Depdikbud , 1998. *Keputusan Mendikbud Republik Indonesia Nomor: 020/U/1998,* Jakarta

Firmansyah, Darma. 2005. ***Matematika Untuk SMP/MTs VII***. Bandung : Sarana Panca Karya Nusa.

……………., 2005. ***Matematika Untuk SMP/MTs VIII***. Bandung : Sarana Panca Karya Nusa.

Hamalik ,Oemar, 2001 . *Proses Belajar Mengajar ,* Bumi Aksara Bandung

Hudoyo, Herman , 1998 . *Pembelajaran Matematika Menurut Pandangan Kontruktivistik,* Makalah Seminar Nasional Program Pasca Sarjana , IKIP Malang .

Keedy L Mervin, Bittinger L Marvin, Smith A Stanley, Orfan J Lucy , 1986 . *Algebra And Trigonometry ,* Addison-Wesley Publishing Company . California

Purwodarminto, 1985. *Kamus Umum Bahasa Indonesia*, Balai Pustaka Jakarta

Riyanto,Yatim, 2001. *Metodologi Penelitian Pendidikan ,* Penerbit SIC Surabaya .

Suderadjat Hari, 2004. *Kurikulum Berbasis Kompetensi (KBK),* CV Cipta Cekas Grafika, Bandung

Sujana , 1992 . *Metoda Statistika* , Penerbit Tarsito Bandung

Soewoto , 1999. *Psikologi Pendidikan* , CV Rajawali, Jakarta .

Wardani, I GAK , 2000, *Penelitian Tindakan Kelas ,* Penerbit Universitas Terbuka, Jakarta

Yunke E Lee, Vannatta D Glen, Elswick A Valarie , Crosswhite Joe F , 1996 ._ *Advanced Mathematical Concepts,* Merrill Publishing CO A Bell & Howell Company , Collumbus, Ohio

Masalah-Masalah Dalam Penerapan Pendekatan Pembelajaran Dengan Menggunakan Kelompok Kooperatif

Syarifah Fadillah

Program Studi Pendidikan Matematika
STKIP PGRI Pontianak

Perubahan pandangan dan tujuan dalam pembelajaran matematika mengakibatkan adanya pembaharuan dan inovasi proses pembelajaran. Salah satu inovasi proses pembelajaran adalah inovasi pendekatan pembelajaran, yang menganut prinsip bahwa dalam pembelajaran, siswa sendiri yang harus membangun (mengkonstruksi) pengetahuan di dalam benaknya. Dalam mengkonstruksi pengetahuan tersebut diperlukan adanya suatu proses interaksi sosial, sehingga pada kebanyakan pendekatan atau model pembelajaran menggunakan belajar secara berkelompok, yang saat ini dikenal dengan kelompok kooperatif. Namun demikian, berbagai masalah muncul di lapangan, antara lain tidak sabarnya guru dalam memberikan intervensi pada saat siswa berdiskusi dalam kelompok kooperatif. Masalah lainnya adalah kurangnya tanggungjawab dan kesadaran tiap siswa dalam kelompok, mereka seringkali bekerja sendiri-sendiri, ketergantungan pada guru yang masih besar, dan belum mempunyai kepercayaan diri ketika ia harus menjadi tutor teman sebayanya.

A. PENDAHULUAN

1. Latar Belakang

Rendahnya kualitas pembelajaran matematika di setiap jenjang sekolah merupakan salah satu masalah yang dihadapi dunia pendidikan saat ini. Penafsiran tentang kualitas ini ada yang melihatnya dari produk yang diperoleh suatu lulusan berupa hasil belajar matematika dan ada pula yang menafsirkannya sebagai suatu kesalahan berantai yang tidak hanya melihat hasil belajarnya saja tetapi juga melihat proses dari pembelajaran itu sendiri. Fakta di lapangan menunjukan bahwa penguasaan terhadap matematika masih sangat memprihatinkan. Untuk tingkat SD, SLTP dan SLTA perolehan NEM/UAN/UN matematika relatif rendah dibandingkan NEM/UAN/UN bidang studi lainnya. Sementara dalam proses pembelajaran, tak jarang dijumpai guru matematika masih terpateri pada kebiasaan mengajar dengan urutan sajian pembelajaran, (1) diajarkan teori/ teorema/definisi (2) diberikan contoh-contoh dan (3) diberikan latihan soal-soal.

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

Upaya peningkatan kualitas hasil belajar dan proses pembelajaran telah banyak diupayakan, namun keluhan tentang rendahnya hasil belajar masih terus terdengar. Hasil belajar siswa yang rendah dalam pembelajaran matematika bukan semata-mata karena materi yang sulit, tetapi bisa juga disebabkan oleh proses pembelajaran yang dilaksanakan. Betapapun tepat dan baiknya bahan ajar matematika yang ditetapkan belumlah menjamin akan tercapainya tujuan pendidikan matematika yang diinginkan. Salah satu faktor penting untuk mencapai tujuan pendidikan adalah proses pembelajaran yang dilaksanakan (Soedjadi, 1989)

Proses pembelajaran yang terjadi di kelas cenderung didominasi oleh guru, siswa dipandang sebagai penerima pasif tujuan instruksional. Dalam pengajaran matematika guru cenderung mentransfer pengetahuan yang mereka miliki ke dalam pikiran siswa. Siswa sering diposisikan sebagai orang yang "tidak tahu apa-apa" yang hanya menunggu apa yang guru berikan. Dengan kebiasaan pembelajaran semacam ini menyebabkan siswa tidak kreatif, tidak mandiri, dan kurang bertanggungjawab terhadap belajarnya serta tidak terbiasa dalam menyelesaikan masalah-masalah yang dihadapinya.

Sumarmo (2000) menyatakan bahwa untuk mendukung proses pembelajaran matematika, diperlukan perubahan pandangan, yaitu: (1) dari pandangan kelas sebagai kumpulan individu ke arah kelas sebagai masyarakat belajar, (2) dari pandangan pencapaian jawaban yang benar saja ke arah logika dan peristiwa matematika sebagai verifikasi, (3) dari pandangan guru/dosen sebagai pengajar ke arah guru/dosen sebagai pendidik, motivator, fasilitator, dan manajer belajar, (4) dari penekanan pada mengingat prosedur penyelesaian ke arah pemahaman dan penalaran matematika melalui penemuan kembali (*reinvention*), (5) dari memandang dan memperlakukan matematika sebagai kumpulan konsep dan prosedur yang terisolasi ke arah hubungan antar konsep, idea matematika, dan aplikasinya.

Tujuan pembelajaran pun telah mengalami perubahan, tidak lagi hanya menekankan pada peningkatan hasil belajar, namun juga diharapkan dapat meningkatkan kemampuan: (1) komunikasi (*mathematical communication*); (2) penalaran (*mathematical reasoning*); (3) pemecahan masalah (*mathematical problem solving*); (4) mengaitkan ide (*mathematical connections*); (5) pembentukan sikap positif terhadap matematika (*positive attitudes toward mathematics*). (*National Council of Teacher of Mathematics*, 2000)

Menurut Sumarmo (2005), kemampuan-kemampuan di atas disebut dengan daya matematik (*mathematical power*) atau keterampilan matematika (*doing math*). Lebih lanjut Sumarmo (2005), menyatakan bahwa melalui keterampilan matematika (*doing math*) di atas diharapkan mampu memenuhi kebutuhan peserta didik masa kini dan kebutuhan peserta didik masa datang. Kebutuhan peserta didik masa kini diharapkan siswa memahami konsep-konsep yang diperlukan untuk menyelesaikan masalah matematika dan ilmu pengetahuan lainnya ketika siswa masih duduk di bangku sekolah, sedangkan kebutuhan peserta didik masa datang diharapkan mampu memberikan kemampuan penalaran yang sangat diperlukan siswa di masyarakat sehingga mampu berkompetetif dengan bangsa lain. Dengan demikian, pembelajaran matematika pada jenjang sekolah manapun diharapkan dapat mengembangkan kemampuan matematika peserta didik melalui tugas matematika yang dapat mendukung tujuan di atas.

Seiring dengan adanya perubahan pandangan dan tujuan dalam pembelajaran maka perlu adanya pembaharuan dan inovasi proses pembelajaran. Inovasi proses pembelajaran telah dilakukan dalam berbagai bentuk, salah satunya adalah inovasi pendekatan pembelajaran melalui penelitian-penelitian pendidikan matematika. Beberapa pendekatan dan model-model pembelajaran yang saat ini dikembangkan diantaranya adalah *problem solving, problem posing, realistic mathematics education, open ended approach, metacognitive model, cooperative learning, problem based instruction* dan lain-lain.

Beberapa pendekatan pembelajaran menganut prinsip yang sama bahwa dalam proses pembelajaran guru tidak hanya sekedar memberikan pengetahuan kepada siswa, tetapi siswa sendiri yang harus membangun pengetahuan di dalam benaknya dan dalam mengkonstruksi pengetahuan tersebut diperlukan adanya suatu proses interaksi sosial, sehingga pada kebanyakan pendekatan atau model pembelajaran menggunakan belajar secara berkelompok, yang saat ini dikenal dengan kelompok kooperatif.

Namun demikian, tentunya tidaklah mudah dalam melakukan penerapan pendekatan pembelajaran. Berbagai masalah muncul di lapangan, karena itulah dalam makalah ini penulis mencoba mengkaji masalah-masalah apa saja yang timbul dalam penerapan pendekatan pembelajaran, khususnya ketika siswa bekerja dalam kelompok kooperatif

2. Masalah

Masalah yang akan diangkat dalam tulisan ini adalah:

a. Masalah-masalah apa saja yang timbul dalam penerapan pendekatan pembelajaran dengan menggunakan kelompok kooperatif?
b. Bagaimanakah upaya untuk dapat mengatasi hal tersebut?

3. Tujuan

Adapun tujuan dari penulisan makalah ini adalah

a. Mengungkapkan masalah-masalah yang timbul dalam penerapan pendekatan pembelajaran dengan menggunakan kelompok kooperatif

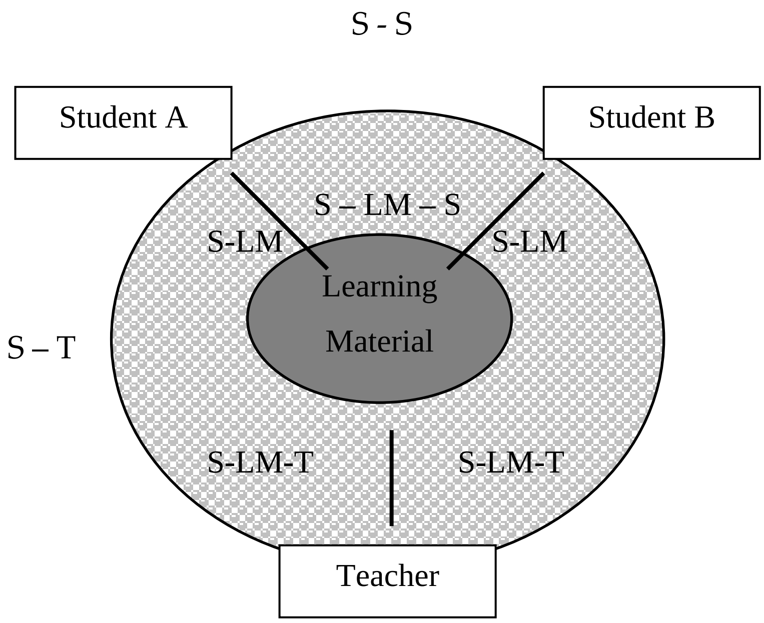
b. Mencoba mengkaji secara teoritis untuk mencari upaya apa saja yang dapat dilakukan untuk mengatasi masalah-masalah tersebut.

B. PEMBAHASAN

Pada hakekatnya dalam suatu kegiatan belajar mengajar, yang belajar adalah siswa secara mandiri. Oleh karena itu hendaknya dalam proses pembelajaran guru memberikan arahan kepada siswa tentang bagaimana siswa harus belajar. Seperti yang diungkapkan oleh Weinstein dan Meyer (dalam Arends, 1997: 243) yang menyatakan bahwa: "*good teaching includes teaching students how to learn, how to remember, how to think, and how to motivate themselves*". Maksudnya pengajaran yang baik meliputi mengajar siswa tentang bagaimana belajar, bagaimana mengingat, bagaimana berpikir, dan bagaimana memotivasi diri sendiri. Hal ini juga sejalan dengan pendapat Samani (2000: 29) yang menyatakan bahwa salah satu kemampuan yang harus dimiliki guru adalah memotivasi siswanya untuk belajar sendiri, artinya bagaimana guru mampu menumbuhkan motivasi intrinsik (dari dalam) siswa untuk belajar.

Peran guru dalam kegiatan belajar mengajar adalah sebagai fasilitator dan motivator untuk mengoptimalkan belajar siswa. Guru seharusnya tidak hanya memberikan pengetahuan jadi, tetapi siswa secara aktif membangun pengetahuan dalam pikiran mereka sendiri. Ratumanan (2000) menyarankan agar seharusnya guru berpandangan bahwa matematika merupakan proses, sehingga pengajaran matematika merupakan suatu usaha membantu siswa untuk mengkonstruksi pengetahuan dengan kemampuannya sendiri melalui proses internalisasi sehingga pengetahuan tersebut terkonstruksi kembali. Dengan demikian pembelajaran matematika bukanlah suatu transfer pengetahuan, tetapi lebih menekankan bagaimana siswa membangun pemahamannya dengan bantuan guru.

Untuk membangun pengetahuannya ataupun memecahkan suatu masalah dalam proses pembelajaran, tentu saja diperlukan suatu interaksi siswa, baik dengan guru, teman maupun bahan ajar. Menurut Leiken (1997: 331) terdapat lima jenis interaksi dalam kegiatan belajar mengajar matematika, yaitu antara siswa dengan siswa (student – student = S–S), siswa dengan bahan ajar (student – learning material = S–LM), siswa dengan guru (student – teacher = S–T), siswa – bahan ajar – siswa (student – learning material – student = S–LM–S) dan siswa – bahan ajar – guru (student – learning material – teacher = S–LM–T). Lima kemungkinan interaksi tersebut dapat digambarkan sebagai berikut :



Tipe Interaksi Siswa dalam Kegiatan Belajar Mengajar (Leiken, 1997)

Interaksi tersebut akan optimal ketika siswa bekerjasama dalam suatu kelompok kooperatif. Duren dan Cherrington (1992) menyatakan bahwa siswa yang bekerja secara kooperatif selalu mengingat dan menerapkan strategi pemecahan masalah dibandingkan dengan siswa yang bekerja secara individu. Selanjutnya Vygotsky (dalam Slavin, 1994: 48) mengemukakan bahwa: " …..

that higher mental functioning usually exists in the conversation and collaboration among individuals before it exists within the individual." Dari kutipan tersebut Vygotsky berpandangan bahwa fungsi mental yang lebih tinggi pada umumnya akan muncul melalui percakapan atau kerjasama antar individu sebelum fungsi mental yang lebih tinggi terserap ke dalam individu tersebut. Pernyataan ini mengandung makna bahwa konsep-konsep dan prinsip-prinsip dalam matematika akan mudah dipahami oleh siswa jika mereka belajar dan bekerja sama dengan teman-temannya.

Baroody (1993) mengemukakan mendiskusikan suatu ide adalah cara yang paling baik bagi siswa untuk menjauhi jurang pengertian. Baroody juga mengungkapkan beberapa kelebihan dari diskusi antara lain (1) dapat mempercepat pemahaman materi pembelajaran dan kemahiran menggunakan strategi, (2) membantu siswa mengkonstruk pemahaman matematik, (3) membantu siswa menganalisis dan memecahkan masalah secara bijaksana.

Dari beberapa pendapat tersebut menunjukkan bahwa agar siswa dapat membangun pengetahuannya, maka diperlukan suatu kerjasama antar siswa dalam kelompok kooperatif dimana mereka saling bekerjasama dalam memahami materi pelajaran, maupun dalam menyelesaikan masalah.

Namun kenyataan di lapangan muncul suatu masalah dimana guru seringkali tidak sabar dalam melakukan intervensi ketika siswa sedang mengkonstruksi pengetahuannya. Guru terkadang lupa akan perannya sebagai fasilitator, sehingga ketika siswa bertanya, guru memberikan jawaban langsung, bukan pertanyaan ataupun pernyataan yang mengarahkan siswa untuk menemukan atau menyelesaikan masalahnya.

Masalah lain yang juga muncul ketika siswa bekerja dalam kelompok kooperatif adalah kurangnya tanggungjawab dan kesadaran tiap siswa dalam kelompok yaitu bagaimana cara ia mengambil giliran dalam berbagi tugas, bagaimana ia mendorong temannya dalam satu kelompok untuk aktif berpartisipasi dan mereka seringkali bekerja sendiri-sendiri. Ketergantungan pada guru juga masih besar, walaupun ada diantara anggota kelompok yang bisa mengerjakan masalah yang diberikan, mereka masih sering mengajukan pertanyaan kepada guru sebelum kepada temannya, mereka juga masih belum mempunyai kepercayaan diri ketika ia harus menjadi tutor teman sebayanya.

Basden, dkk (2002) selanjutnya mengajukan beberapa contoh yang dapat digunakan untuk memfasilitasi proses berpikir matematika siswa yaitu mencakup: pertanyaan tidak mengarahkan (*non leading questions* seperti *clarifying* dan *challenging questions*) sebagai respon atas ide yang dilakukan siswa, menangkap inti jawaban atau penjelasan siswa untuk melihat secara hati-hati apa yang telah diungkap siswa, membuat kesimpulan atas diskusi yang dilakukan, dan menggunakan waktu tunggu sambil mengajukan pertanyaan sehingga siswa berpikir serta berusaha menjelaskan hasil berpikirnya. Jenis intervensi guru yang bersifat tidak langsung seperti itu diyakini sangat berpotensi sebagai cara untuk membantu siswa mengembangkan kemampuan berpikir matematikanya.

Selanjutnya Suryadi (2005) mengatakan bahwa jika seorang guru bermaksud menerapkan pendekatan pembelajaran maka salah satu yang hal yang harus dipersiapkan adalah kemungkinan-kemungkinan intervensi yang perlu diberikan untuk merespon setiap perkembangan yang terjadi pada saat proses pembelajaran berlangsung. Intervensi yang perlu dipersiapkan tersebut antara lain berkaitan dengan materi prasyarat serta pengetahuan matematika siap pakai yang dapat menunjang proses pemahaman materi baru yang disajikan.

Untuk mendorong terjadinya suatu aksi mental, maka proses pembelajaran harus diawali dengan sajian masalah yang memuat tantangan bagi siswa untuk berpikir. Masalah tersebut dapat berkaitan dengan penemuan konsep, prosedur, strategi penyelesaian masalah tidak rutin atau aturan-aturan dalam matematika. Jika aksi mental tidak terjadi, yakni ditandai oleh ketidakmampuan siswa menjelaskan keterkaitan antar obyek mental yang berhubungan dengan masalah yang dihadapi, maka guru dapat melakukan intervensi tidak langsung berupa dorongan untuk terjadinya interaksi siswa atau melalui penerapan teknik *scaffolding*. Melalui interaksi antar siswa, diharapkan terjadi pertukaran pengalaman belajar berbeda sehingga aksi mental dapat terus berlanjut sesuai dengan yang diharapkan. Sementara itu, teknik *scaffolding* dapat digunakan untuk memberikan stimulus lanjutan sehingga aksi mental yang diharapkan dapat terjadi dengan baik. Aktivitas ini dapat terus berlanjut sampai siswa memiliki kemampuan untuk melakukan refleksi atas aksi-aksi mental yang dilakukan.

Dapat disimpulkan bahwa dalam melakukan intervensi pada proses pembelajaran ada beberapa hal yang harus diperhatikan guru sehingga perannya sebagai fasilitator dapat berjalan dengan baik, yaitu:

1. Pada saat siswa sedang berusaha mencapai tahapan perkembangan aktualnya, guru jangan terlau cepat memberikan intervensi sampai mereka benar-benar membutuhkannya. Guru dapat berimprovisasi dalam menanggapi berbagai pertanyaan dari siswa, dengan memberi *hint* (petunjuk) yang tepat sasaran.
2. Agar intervensi yang diberikan dalam upaya mendorong tahapan perkembangan potensial siswa dapat mengenai sasaran secara tepat, maka guru perlu mengetahui pengetahuan awal siswa dengan baik serta mempertimbangkan berbagai kemungkinan solusi terhadap masalah yang diajukan.

3. Guru hendaknya mempersiapkan dan merancang tugas dan aktivitas yang ada pada bahan ajar atau LKS seoptimal mungkin, dengan memulainya pada sajian masalah yang memuat tantangan bagi siswa untuk berpikir. Bahan ajar atau LKS sebaiknya dibuat oleh team yang terdiri dari beberapa orang guru, untuk mendapatkan variasi bahan ajar yang lebih banyak.
4. Jika siswa mengalami kesulitan dalam proses pemecahan masalahnya, maka guru dapat melakukan intervensi tidak langsung berupa dorongan untuk terjadinya interaksi siswa atau melalui penerapan teknik *scaffolding*.
5. Gagasan-gagasan siswa yang muncul adalah beragam dan berbeda, guru hendaknya berpikiran luas dan mendalam serta sabar dan peka terhadap gagasan-gagasan yang berbeda tersebut. Guru hendaknya dapat menerima pendapat lain dari siswa, tidak membatasi siswa dalam mengeluarkan gagasannya.

Agar siswa-siswa yang berada dalam kelompok kooperatif dapat bekerjasama secara efektif, maka harus dimulai dari pembentukan kelompok yang baik. Ukuran ideal dalam kelompok kooperatif adalah tiga sampai dengan lima orang, dan dalam kelompok tersebut harus dijamin adanya heterogenitas, artinya di dalamnya harus terdapat siswa yang berbeda kemampuan, jenis kelamin dan etnik. Karena itu para ahli dalam pembelajaran kooperatif memandang bahwa kelompok kooperatif harus dibentuk oleh guru dengan tidak membebaskan siswa sendiri membentuk sendiri kelompoknya. Berbeda dengan pandangan ahli pembelajaran kooperatif *(cooperative learning*), para ahli dalam pembelajaran kolaboratif (*collaborative learning*) memandang bahwa kelompok yang dibentuk oleh guru tidak efektif karena siswa tidak mungkin dapat bekerjasama dengan baik jika mereka tidak menyukai teman-teman dalam kelompoknya (Panizt, 1996). Dari kedua pandangan tersebut maka pembentukan kelompok yang baik adalah jika siswa-siswa yang berada dalam satu kelompok merasa senang berada dalam kelompoknya, artinya kelompok dapat saja dibentuk oleh siswa, namun guru harus membuat batasan-batasan tertentu dan guru harus berusaha agar dalam kelompok tersebut dapat dijamin heterogenitasnya.

Suherman, dkk, 2003: 260, menyarankan bahwa dalam membentuk kelompok kooperatif, ada beberapa yang perlu dipenuhi dalam supaya lebih menjamin para siswa bekerja secara kooperatif. Hal-hal tersebut meliputi: (1) para siswa yang tergabung dalam suatu kelompok harus merasa bahwa mereka adalah bagian dari sebuah tim dan mempunyai tujuan bersama yang harus dicapai, (2) para siswa yang tergabung dalam sebuah kelompok harus menyadari bahwa masalah yang mereka hadapi adalah masalah kelompok dan bahwa berhasil atau tidak kelompok itu adalah menjadi tanggung jawab bersama oleh seluruh anggota kelompok itu, (3) untuk mencapai hasil yang maximum, para siswa yang tergabung dalam kelompok itu harus berbicara satu sama lain dalam mendiskusikan masalah yang dihadapinya.

Lebih lanjut Nasution (2000: 151), prinsip-prinsip umum kerja kelompok yang baik sebagai berikut:

a. Siswa melihat tujuan, rencana dan masalah yang jelas dan mengandung arti bagi mereka.
b. Setiap anggota memberikan sumbangan masing-masing.
c. Setiap siswa merasa bertanggung jawab kepada kelompok.
d. Siswa turut berpartisipasi dan bekerjasama dengan siswa lain secara efektif.
e. Digunakan prosedur demokratis dalam perencanaan, penyelesaian dan pembuatan keputusan.

f. Pemimpin kelompok dapat menciptakan suasana sedemikian hingga setiap orang mau menyumbangkan buah pikirannya dan bekerjasama secara kooperatif.
g. Digunakan penilaian terhadap kemajuan kelompok dalam segala segi: sosial, kepemimpinan, aktivitas dan sebagainya
h. Menimbulkan perubahan konstruktif pada kelakuan seseorang,
i. Setiap anggota merasa puas dan aman dalam kelas.

Dari pendapat tersebut, guru memainkan peranan yang penting dalam memberikan arahan ketika siswa akan akan bekerja dalam kelompok kooperatif. Hendaknya guru menjelaskan terlebih dahulu cara bekerja sama yang baik yang dalam kelompok, sebelum memberikan tugas atau masalah yang harus diselesaikan. Guru juga hendaknya dapat memotivasi siswa ketika ada anggota kelompok yang tidak aktif dalam diskusi dan memberikan motivasi agar siswa percaya diri untuk menjadi tutor sebaya bagi temannya yang mengalami kesulitan dalam memahami bahan pelajaran atupun masalah yang harus diselesaikannya. Akhirnya, para siswa yang tergabung dalam suatu kelompok dapat bekerjasama secara efektif dan menyadari bahwa setiap pekerjaan siswa mempunyai akibat langsung pada keberhasilan kelompoknya.

DAFTAR PUSTAKA

Arends, (1997). *Classroom Instruction and Management.* New York : Mc Graw-Hill Companies.

Baroody, A.J. (1993). *Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8. Helping Children Think Mathematically*. New York: Macmillan Publishing Company.

Basden, J., Boone, S., Fetter, A., Koenig, J., Lanius, C., Mabbot, A., McKinstry, J., Renninger, K.A., Salehi, R. Stein, S. Underwood, J., dan Weimar,S. (2001)

Encouraging Matematical Thinking: Discourse Around A Rich Problem. Colorado: The Math Forum.

Duren, E.P. dan Cherrington, A. (1992). *The Effect of Cooperative Group Work Versus Independent Practice on The Learning of Some Problem Solving Strategies.* Tersedia: http:/www.plantpath.wisc.edu/fac/joh/Ch.1Intro.htm. [24 November 2005].

Leiken, Roza & Zaslavsky, Orit. (1997). *Facilitating Student Interactions in Mathematics in Cooperative Learning Setting*. Journal for Research in Mathematics Education. Vol. 28, No. 3, tahun 1997.

National Council of Teacher of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston. VA: NCTM

Nasution. (2000). *Didaktik Asas-asas Mengajar.* Jakarta: Bumi Aksara.

Panitz, Ted. (1996). *A Definition of Collaborative vs Cooperative Learning*. Tersedia: http:/ www.city.landonmet.ac.uk/ deliberations/ collab learning/ panizt2.html. [9 Januari 2007].

Ratumanan, T.G. (2000). *Pengajaran Interaktif : Arah baru dalam Pengajaran Matematika*. Dimuat dalam Prosiding Seminar Nasional Matematika ITS, 2 November 2000.

Samani, Muchlas. (1999). *Prospek Profesi Guru tahun 2000*. Dimuat dalam kumpulan tulisan lepas Dr. Muchlas Samani: Merenda Pendidikan di Masa Depan. PPs IKIP Surabaya.

Slavin, Robert. E. (1994). *Educational Psychology*. Boston: Allyn and Bacon Publishing Company.

Soedjadi, R. (1989). *Memahami Kenyataan Pengajaran Matematika SD Dewasa ini dan Menatap Harapan Hari Depan*. FPMIPA IKIP Surabaya.

Sumarmo, Utari. (2000). *Pengembangan Model Pembelajaran Matematika untuk Meningkatkan Kemampuan Inteleqtual Tingkat Tinggi Siswa Sekolah Dasar*. Laporan Penelitian FPMIPA IKIP Bandung. Tidak diterbitkan

———————— .(2002). *Alternatif Pembelajaran Matematika dalam Menerapkan Kurikulum Berbasis Kompetensi.* Makalah pada Seminar Tingkat Nasional FPMIPA UPI Bandung. Tidak diterbitkan.

Suherman, E., Turmudi, Suryadi, D., Herman, T., Suhendra, Prabawanto, S., Nurjanah, dan Rohayati, A. (2003). *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. Bandung: UPI.

Suryadi, D. (2005). *Penggunaan Pendekatan Pembelajaran Tidak Langsung serta Pendekatan Gabungan Langsung dan Tidak Langsung dalam Rangka Meningkatkan Kemampuan Berpikir Tingkat Tinggi Siswa SLTP.* Bandung: Disertasi SPs UPI. Tidak diterbitkan

Pemahaman Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) dan Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) Siswa Kelas 6 Sekolah Dasar di Jakarta Pusat: Studi Kasus di SDN Kramat 07 Petang, Jakarta Pusat

Haholongan Simanjuntak[*)]

Abstrak: *Artikel ini adalah penelitian deskriptif yang mengungkapkan pemahaman siswa kelas VI di Sekolah Dasar tentang Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) dan Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK). Di Sekolah Dasar materi FPB dan KPK sangat penting karena materi ini diperlukan siswa untuk mempelajari materi tentang Konsep Pecahan. Penelitian ini dipusatkan pada pemahaman siswa kelas VI Sekolah Dasar tentang ketujuh subkonsep yang terdapat pada materi FPB dan KPK. Ketujuh subkonsep itu adalah: 1) Bilangan Prima, 2) Pohon Faktor, 3) Faktor Prima, 4) FPB dari 2 Bilangan, 5) KPK dari 2 Bilangan, 6) FPB dari 3 Bilangan, dan 7) KPK dari 3 Bilangan. Sebanyak 23 orang siswa kelas VI di SDN Kramat 07 Petang diambil sebagai sampel dari populasi semua siswa kelas VI yang terdapat di Jakarta Pusat. Sebanyak 35 butir soal yang dikembangkan dan telah diujicobakan kepada beberapa anak di sekitar tempat tinggal peneliti dipakai sebagai alat tes untuk mengetahui pemahaman siswa terhadap ketujuh subkonsep FPB dan KPK. Pengolahan data dilakukan dengan menggunakan statistik deskriptif. Hasil analisis data menunjukkan bahwa: 1) Untuk subkonsep Bilangan Prima, Pohon Faktor, dan Faktor Prima, siswa kelas VI Sekolah Dasar sudah memahaminya; 2) Untuk subkonsep FPB dari 2 bilangan, KPK dari 2 bilangan, FPB dari 3 bilangan, dan KPK dari 3 bilangan belum dipahami siswa Kelas VI Sekolah Dasar.*

Kata kunci : *faktor persekutuan terbesar, kelipatan persekutuan terkecil*

1. Pendahuluan

1.1 Latar Belakang Penelitian

Dalam kehidupan suatu negara, pendidikan (ilmu pengetahuan) dan teknologi memegang peranan yang amat penting untuk menjamin kelangsungan hidup negara dan bangsa. Karena ilmu pengetahuan dan teknologi merupakan wahana untuk

---

[*)] *Drs. Haholongan Simanjuntak M.Pd. adalah Lektor pada FKIP, Universitas Terbuka*

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

meningkatkan dan mengembangkan kualitas sumber daya manusia. Untuk memajukan ilmu pengetahuan dan teknologi, matematika memegang peranan yang sangat penting, karena hampir semua ilmu pengetahuan dan teknologi memerlukan matematika.

Matematika bagi masyarakat Indonesia pada umumnya dianggap sebagai ilmu yang sulit dan sukar untuk dipelajari. Siswa kurang menguasai konsep-konsep dasar matematika sehingga kemampuan penguasaan matematika pun rendah. Hal ini sesuai dengan pendapat Ruseffendi (1979) yang mengatakan bahwa matematika bagi anak-anak merupakan pelajaran yang tidak disenangi dan bahkan yang paling dibenci.

Dalam bidang pendidikan, penguasaan materi matematika bagi peserta didik sangat penting, karena penguasaan materi tersebut akan menjadi sarana yang dapat membantu siswa untuk mempelajari mata pelajaran lainnya, baik pada jenjang pendidikan yang sama maupun pada jenjang pendidikan yang lebih tinggi. Hal ini didukung oleh beberapa hasil penelitian baik di Indonesia maupun di luar negeri yang menunjukkan bahwa prestasi matematika berkorelasi positif dengan prestasi mata pelajaran lainnya, baik pada tingkat pendidikan menengah maupun tingkat pendidikan tinggi. Ini berarti bahwa peserta didik yang penguasaan matematikanya baik akan mempunyai peluang yang besar untuk menguasai dan berhasil dalam mata pelajaran lainnya.

Berdasarkan uraian di atas, penelitian ini ingin mengkaji masalah tentang pemahaman siswa Sekolah Dasar tentang konsep Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) dan Faktor Persekutuan Terkecil (KPK). Di Sekolah Dasar secara formal FPB dan

2

KPK ini diperkenalkan. Oleh karena itu konsep FPB dan KPK ini perlu ditangani secara serius agar guru dalam penyajiannya dapat menggunakan bahasa yang cocok, strategi yang sesuai, dan pendekatan yang konkrit. Sebelum mempelajari konsep FPB dan KPK ini diharapkan siswa sudah dapat menyebutkan bilangan prima dan hasil perkalian dari bilangan Asli. Konsep FPB dan KPK ini perlu dikuasai siswa karena konsep FPB dan KPK ini akan menjadi dasar siswa untuk mempelajari konsep bilangan desimal (pecahan). Adapun konsep FPB dan KPK yang akan diteliti adalah: (1) Bilangan Prima, (2) Pohon Faktor, (3) Faktor Prima, (4) FPB dari 2 bilangan, (5) KPK dari 2 bilangan, (6) FPB dari 3 bilangan, dan (7) KPK dari 3 bilangan.

1.2 Perumusan Masalah

Dari latar belakang masalah yang dikemukakan di atas, masalah yang akan diteliti dalam penelitian ini dapat dirumuskan sebagai berikut: Bagaimanakah pemahaman siswa kelas VI SDN Kramat 07 Petang terhadap ketujuh subkonsep FPB dan KPK tersebut?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menjawab permasalahan yang telah dirumuskan yang secara rinci dapat dikemukakan sebagai berikut: 1) untuk mengetahui bagian-bagian mana dari ketujuh subkonsep FPB dan KPK yang belum atau masih sulit dikuasai oleh sebagian besar siswa kelas VI di SDN Kramat 07 Petang; dan 2) untuk mengetahui pemahaman siswa kelas VI di SDN Kramat 07 Petang terhadap ketujuh subkonsep FPB dan KPK.

3

1.4 Manfaat Hasil Penelitian

Secara umum hasil penelitian ini diharapkan dapat dijadikan pertimbangan dalam usaha merevisi proses pembelajaran matematika di Sekolah Dasar, khususnya dalam penguasaan FPB dan KPK. Selain itu, hasil penelitian ini diharapkan dapat dijadikan rekomendasi kepada guru-guru di Sekolah Dasar agar dalam pengajaran FPB dan KPK diperhatikan ketujuh subkonsep FPB dan KPK.

Secara khusus manfaat yang diharapkan dari hasil penelitian ini adalah: 1) dapat memberikan informasi tingkat pemahaman siswa Sekolah Dasar tentang FPB dan KPK dari ketujuh subkonsep yang diberikan; 2) dapat memberikan informasi kepada guru-guru di Sekolah Dasar tentang subkonsep mana yang perlu diadakan pengajaran remedial bagi siswa; 3) dapat memberikan informasi kepada Kepala Sekolah dan Depdiknas agar dapat memberikan penataran atau kursus matematika kepada guru-guru Sekolah Dasar untuk menambah wawasan guru dalam mengajar matematika pada umumnya dan FPB dan KPK pada khususnya.

2. Tinjauan Pustaka

2.1 Hasil Belajar Matematika

"Matematika adalah ratunya ilmu" merupakan pernyataan Bell (1986). Matematika merajai segala ilmu yang sekaligus melayani perkembangan ilmu. Ayer dalam Ernest (1991) mengatakan: "Bagaimanapun dalam generalisasi ilmu pengetahuan dapat terjadi kekeliruan, sedangkan kebenaran matematika tampak

4

penting dan dapat dipercaya." Hal tersebut menunjukkan bahwa kebenaran matematika tidak diragukan.

Cockroft dalam Libeck (1984) mendefinisikan matematika dengan menjawab pertanyaan: "mengapa mengajarkan matematika" dan diperoleh jawaban bahwa matematika berguna untuk kehidupan sehari-hari, baik dari segi sains, perdagangan, maupun industri. Oleh karenanya matematika memberi suatu daya, alat komunikasi yang singkat, dan alat untuk mendeskripsikan dan memprediksi suatu masalah. Matematika berkenaan dengan ide-ide (gagasan-gagasan), struktur-struktur, dan hubungan-hubungan yang diatur secara logis, sehingga matematika berkaitan dengan konsep-konsep abstrak. Suatu kebenaran matematika dikembangkan berdasarkan pada alasan logis dengan menggunakan pembuktian deduktif. Palling (1982) menyatakan bahwa pengertian matematika di antaranya adalah hitungan yang berisi tentang penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian; matematika berisi tentang topik aljabar, geometri; matematika berisi tentang macam-macam pemikiran logika.

Di dalam belajar matematika, hasil belajar dan proses belajar kedua-duanya sangat penting. Di dalam belajar matematika ini terjadi proses berpikir. Seseorang dikatakan berpikir apabila orang itu melakukan kegiatan mental, bukan kegiatan motorik, walaupun kegiatan motorik ini dapat pula bersama-sama dengan kegiatan mental tersebut. Dalam kegiatan mental itu, orang menyusun hubungan-hubungan antara bagian-bagian pengetahuan yang telah diperoleh sebagai pengertian. Oleh karena itu, orang memahami dan menguasai hubungan-hubungan tersebut sehingga

5

dapat menampilkan pemahaman dan penguasaan bahan pelajaran yang dipelajari. Inilah yang merupakan hasil belajar.

2.2 Pembelajaran Matematika Sekolah Dasar

Dalam proses belajar matematika terjadi juga proses berpikir, yaitu melakukan kegiatan mental. Dalam berpikir, seseorang menyusun hubungan-hubungan antara bagian informasi yang telah direkam di dalam pikiran orang itu sebagai pengertian-pengertian. Dari pengertian-pengertian tersebut terbentuklah pendapat dan pada akhirnya ditariklah suatu simpulan.

Menurut Hudoyo (1979), belajar merupakan suatu proses aktif dalam memperoleh pengalaman/pengetahuan baru sehingga menyebabkan perubahan tingkah laku. Misalnya, setelah belajar matematika siswa mampu mendemonstrasikan pengetahuan keterampilan matematikanya. Sejalan dengan pendapat itu, Gagne dan Brigss (1979) mengatakan bahwa belajar adalah perubahan yang dapat diamati dari tingkah laku orang dan hierarki belajar terdiri dari kemampuan-kemampuan yang dapat diamati atau diukur. Jika seseorang telah belajar, maka orang tersebut dapat melakukan beberapa kegiatan yang sebelumnya tidak dapat dilakukannya.

Pengajaran matematika yang disajikan kepada siswa di Sekolah Dasar sesuai dengan kurikulum dan berkaitan satu sama lainnya. Hal ini dimaksudkan agar kesenjangan maupun tumpang tindih antara materi dapat dikurangi atau ditiadakan sama sekali. Di samping itu juga dimaksudkan agar tingkat materi yang disajikan disesuaikan dengan perkembangan kognitif peserta didik.

6

Pembelajaran matematika di Sekolah Dasar tetap berada pada fungsi matematika yang dapat dipandang sebagai: 1) alat yang dapat digunakan dalam berbagai ilmu dan kehidupan; dan 2) pola pikir yang dapat membantu memperjelas permasalahan melalui abstraksi, idealisme, dan generalisasi yang mengarah kepada objektivitas dan efektivitas yang tinggi sesuai dengan fungsi matematika di atas.

Jadi tujuan diajarkannya matematika kepada peserta didik secara umum adalah untuk: 1) mempersiapkan peserta didik agar sanggup menghadapi perubahan-perubahan keadaan dalam kehidupan dan di dalam lingkungan yang senantiasa berubah melalui latihan bertindak atas dasar pemikiran yang logis dan rasional, kritis dan cermat, objektif, kreatif, dan efektif; 2) mempersiapkan peserta didik agar dapat mempergunakan matematika secara tepat di dalam kehidupannya sehari-hari dan di dalam mempelajari berbagai ilmu pengetahuan.

3. Metodologi Penelitian

3.1 Variabel Penelitian

Variabel dalam penelitian ini adalah penguasaan siswa kelas VI SDN Kramat 07 Petang terhadap konsep FPB dan KPK. Penguasaan konsep FPB dan KPK itu meliputi Bilangan Prima, Pohon Faktor, Faktor Prima, FPB dari 2 bilangan, KPK dari 2 bilangan, FPB dari 3 bilangan, dan KPK dari 3 bilangan.

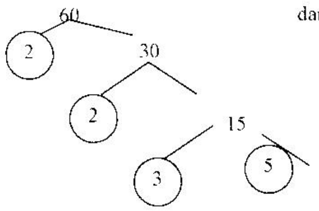
3.2 Definisi Operasional Variabel

Penguasaan konsep FPB dan KPK adalah tingkat pengetahuan siswa tentang FPB dan KPK yang meliputi tujuh subkonsep, yaitu:

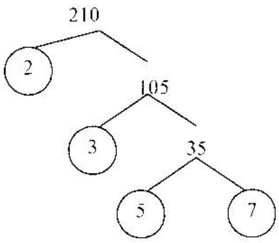
1) Bilangan Prima, yaitu bilangan yang hanya dapat membagi bilangan satu dan bilangan itu sendiri. Contoh: 2, 3, 5, 7, 11, 13, ...

2) Pohon Faktor, yaitu suatu bilangan yang dibagi secara terus menerus oleh bilangan prima sampai bilangan tersebut menjadi bilangan prima. Pembagian bilangan itu dibuat menyerupai cabang-cabang pohon.

   Contoh:



dan



3) Faktor Prima, yaitu bilangan-bilangan prima yang dapat membagi suatu bilangan sampai bilangan itu menjadi bilangan prima. Faktor Prima suatu bilangan dapat diperoleh dengan cara menggunakan Pohon Faktor dan membagi dengan bilangan prima sampai bilangan tersebut bersisa bilangan prima. Contoh: dari pohon faktor di atas, maka faktor prima dari 60 adalah 2, 3 dan 5.

4) FPB dari 2 bilangan, yaitu bilangan terbesar yang dapat membagi kedua bilangan tersebut. Cara menentukan FPB dua bilangan adalah: a. Ubahlah bilangan-bilangan tersebut menjadi faktorisasi prima; b. FPB diperoleh dari perkalian semua faktor prima yang sama. Jika terdapat faktor prima yang bersekutu maka dipilih faktor dengan pangkat terkecil.

8

Contoh: Tentukanlah FPB dari 18 dan 30.

Penyelesaian:

Faktor Prima dari 18 adalah: $2x3x3=2x3^2$

Faktor Prima dari 30 adalah: $2x3x5$

Faktor persekutuan dari bilangan 18 dan 30 adalah $2x3$.

Jadi Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) dari 18 dan 30 adalah 6.

5) KPK dari 2 bilangan, yaitu bilangan terkecil yang dapat dibagi oleh kedua bilangan tersebut. Cara menentukan KPK dari dua bilangan adalah:

a. Ubahlah bilangan-bilangan tersebut menjadi faktorisasi prima;

b. KPK diperoleh dari perkalian semua faktor prima. Jika terdapat faktor prima yang bersekutu maka dipilih faktor dengan pangkat terbesar.

Contoh: Tentukanlah KPK dari 12 dan 18.

Penyelesaian:

Faktor dari $12=2x2x3=2^2x3$

Faktor dari $18=2x3x3=2x3^2$

Faktor kedua bilangan adalah 2 dan 3 dengan pangkat terbesarnya adalah 2^2 dan 3^2. Jadi KPK dari 12 dan 18 adalah $2^2x3^2=36$.

c. KPK dapat diperoleh dengan menentukan terlebih dahulu kelipatan dari masing-masing bilangan, kemudian KPK dari kedua bilangan itu adalah kelipatan persekutuan terkecil dari ketiga bilangan itu.

Contoh: Tentukan KPK dari bilangan 6 dan 9.

Penyelesaian:

9

Kelipatan dari bilangan 6 adalah: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, ...

Kelipatan dari bilangan 9 adalah: 9, 18, 27, 36, 45, 63, ...

Kelipatan persekutuan dari bilangan 6 dan 9 adalah: 18 dan 36.

Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) dari bilangan 6 dan 9 adalah: 18.

6) FPB dari 3 bilangan, yaitu bilangan terbesar yang dapat membagi ketiga bilangan tersebut. Cara menentukan FPB tiga bilangan adalah:

a. Ubahlah bilangan-bilangan tersebut menjadi faktorisasi prima.

b. FPB dari tiga bilangan diperoleh dari perkalian semua faktor prima yang sama. Jika terdapat faktor prima yang bersekutu maka dipilih faktor dengan pangkat terkecil.

Contoh: Tentukanlah FPB dari 36, 54 dan 90.

Penyelesaian:

Faktor Prima dari $36=2x2x3x3=2^2x3^2$

Faktor Prima dari $54=2x3x3x3=2x3^3$

Faktor Prima dari $90=2x3x3x5=2x3^2x5$

Faktor yang bersekutu adalah 2 dan 3. Pangkat terkecilnya adalah 2^1 dan 3^2.

Jadi Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) dari 36, 54 dan 90 adalah $2^1x3^2=18$.

7) KPK dari 3 bilangan, yaitu bilangan terkecil yang dapat dibagi oleh ketiga bilangan tersebut. Cara menentukan KPK dari tiga bilangan adalah:

a. Ubahlah bilangan-bilangan tersebut menjadi faktorisasi prima.

b. KPK diperoleh dari perkalian semua faktor prima. Jika terdapat faktor prima yang bersekutu maka dipilih faktor dengan pangkat terbesar.

10

Pembelajaran Matematika Sekolah Yang Memberdayakan Siswa Dalam Kehidupan Bermasyarakat

Oleh:
Sugiman
FMIPA UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA

Abstrak
Matematika sekolah merupakan pijakan menuju matematika murni karena matematika dalam matematika sekolah disesuaikan dengan kemampuan siswa. Objek pembelajaran matematika sekolah tersebut dibedakan menjadi dua, objek langsung dan objek tak langsung. Penguasaan kedua macam objek tersebut yang melalui proses belajar bermakna akan menumbuhkan kemampuan literasi matematika siswa. Dengan literasi matematika yang memadai siswa akan mampu melanjutkan sudi dan mampu berperan dalam kehidupan bermasyarakat.
Kata Kunci: belajar bermakna, literasi matematika, matematika sekolah.

A. Karakteristik Matematika

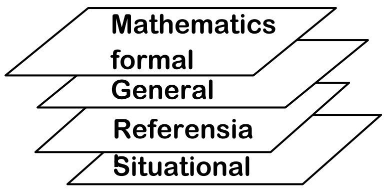
Sejak zaman dahulu terjadi perbedaan dalam memandang apa itu matematika. Padahal sebagaimana kita tahu, matematika itu sendiri adalah tunggal, hanya saja matematika dapat dilihat dari berbagai sudut berbeda yang sebenarnya satu sama lain saling melengkapi bukan saling kontradiksi. Secara analog dapat diilustrasikan seperti berikut. Ada 3 orang buta yang akan mendeskripsikan seekor gajah. Orang buta pertama memegang belelainya, orang buta kedua memegang kakinya, sedangkan orang buta ketiga memegang badannya. Ketiga orang tersebut akan mendeskripsikan gajah secara berbeda-beda sehingga sia-sialah bilamana ketiganya berseteru untuk mempertahankan pendapatnya masing-masing. Masing-masing dari ketiga orang buta tersebut memiliki kebenaran subjektif yakni kebenaran relatif yang bernilai benar menurut apa yang dimengertinya sendiri. Akan lebih baik bilamana ketiga orang buta tersebut berkolaborasi dan saling melengkapi informasi untuk secara bersama-sama mendeskrisikan bagaimana bentuk binatang gajah. Hasil kolabotatif ketiganya menjadikan hasil lebih komprehensif dibanding bilamana ketiganya bekerja secara terpisah.

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **“Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global”** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

Plato bersama penganutnya yang disebut *platonisme* memandang bahwa matematika berasal dari kerajaan Tuhan yang turun ke bumi (*Matematics descends from a divine realm*) (Anglin, 1994: p. 1) . Aliran ini berpendapat bahwa kebenaran matematika dan ilmu matematika diperoleh manusia karena mendapat anugerah serupa wahyu dari Tuhan sebagai buah hasil perenungan dan kerja kerasnya. Berbeda dengan *Platonisme*, Aristotheles beserta penganutnya yang disebut dengan *aristotelisme* berpendapat bahwa matematika tumbuh dari permasalahan kehidupan manusia (*Mathematics ascends from the human animal*) (Anglin, 1994: p. 1). Aliran ini memandang matematika dari sisi pragmatis yakni dengan melihat kebergunaan matematika untuk mengatasi masalah kehidupan.

Diantara kedua aliran yang memandang matematika dari dua sudut berbeda, terdapat aliran yang memadukan kedua aliran *platonisme* dan *Aristotelisme* yang dapat disebut dengan kelompok *eclectic*. Kelompok ini menyadari bahwa kebenaran dalam matematika, sebagaimana aproksimasi terhadap bilangan *phi*, tidaklah bersifat mutlak. Kebenaran mutlak hanyalah milik Tuhan. Bersamaan dengan itu, penganut aliran *eclectic* mengembangkan matematika berangkat dari masalah kehidupan yang dihadapinya. Sebagai contoh Archemides dalam satu sisi mengembangkan matematika berdasarkan usaha pemikiran yang mendalam, misalnya ia telah menggunakan metode *exhaustion* untuk menentukan luas sebuah juring lingkaran. Di dalam juring lingkaran OAB terdapat segitiga sama kaki OAB. Jika luas segitiga OAB adalah L maka luas juring lingkaran tersebut dapat dihampiri dengan $L(1 + {}^{1}/_{4} + {}^{1}/_{4^2} + {}^{1}/_{4^3} + ...)$ (O'Connor & Robertson, 1996). Di sisi lain, Archimedes juga menggali matematika dari masalah disekitarnya. Ia menemukan cermin pembakar yang berbentuk paraboloida yang dapat mengfokuskan sinar matahari pada titik fokus. Titik fokus ini menjadi titik api yang dapat membakar kapal perang musuh (dalam website Wikipedia, 2007).

Uraian di atas memberikan gambaran pandangan para matematikawan terhadap matematika. Soedjadi (1999) mengemukakan enam karakteristik dari matematika, yakni (1) memilki objek abstrak, (2) bertumpu pada kesepakatan, (3) berpola fikir deduktif, (4) memiliki simbol yang kosong dari arti, (5) memperhatikan semesta pembicaraan, dan (6) konsisten dalam sistemnya. Jika ditilik dari prosesnya maka matematika pada permulaannya berkembang berangkat dari masalah kehidupan (situasional). Kemudian melalui proses idealisasi, abstraksi, dan generalisasi berkembang menuju kepada ilmu matematika formal. Dalam pembuktian matematika formal yang berlaku adalah cara berfikir yang deduktif dan menolak cara berfikir induktif. Bahkan bukti dengan induksi matematikapun juga memakai cara berfikir deduktif (Ruseffendi, 2006). Dari tingkatan masalah situasional menuju tingkatan matematika formal terdapat dua tingkatan perantara, yakni tingkatan referensial dan tingkatan general (Koeno Gravemeijer, 1994: p. 102). Perhatikan gambar di bawah.



Matematika formal digeluti oleh para matematikawan dan calon matematikawan. Agar perkembangan matematika itu sendiri terus terjadi maka harus adanya proses regenerasi bagi tumbuhnya matematikawan-matematikawan baru, salah satunya adalah melalui pembelajaran matematika di sekolah.

B. Matematika Sekolah

Tidak semua siswa, bahkan mungkin hanya sedikit siswa, yang belajar matematika akan menjadi matematikawan di kelak kemudian hari. Namun tidak dapat dipungkiri bahwa setiap siswa pasti memerlukan matematika di sepanjang hidupnya. Oleh karena alasan itulah pembelajaran matematika di sekolah harus memperhatikan kegunaannya bagi kehidupan siswa. Soedjadi (1999) mendefisikan matematika sekolah adalah bagian-bagian dari Matematika yang dipilih dengan orientasi kepada kepentingan kependidikan dan perkembangan IPTEK. Dengan demikian matematika sekolah tidaklah sepenuhnya sama dengan matematika sebagai ilmu. Perbedaan matematika sekolah dan matematika sebagai ilmu terletak pada (1) penyajian, (2) pola pikirnya, (3) keterbatasan semestanya, dan (4) tingkat keabstrakannya. Ruseffendi (2006) memberi contoh dalam menunjukkan jumlah ketiga sudut dalam segitiga kepada siswa SD dapat dilakukan dengan membuat setitiga dari kertas kemudian dipotong menjadi tiga dan jika ketiga sudutnya disambungkan akan diperoleh sudut lurus, sudut lurus besarnya 180^o. Namun bagi siswa SMA sudah dapat digunakan bukti deduktif yakni dengan menarik garis melalui puncak segitiga dan sejajar garis alasnya, kemudian dengan menggunakan kesamaan besar dua sudut yang berseberangan dalam dapat dibuktikan bahwa jumlah ketiga sudut dalam segitiga sama dengan sudut lurus.

Pendefinisian matematika sekolah di atas baru terbatas pada yang berhubungan dengan objek dalam pembelajaran matematika yang bersifat langsung. Terdapat dua macam objek dalam matematika, yakni objek lansgung dan tak langsung. Objek belajar matematika yang langsung meliputi konsep, fakta, prinsip, dan keterampilan. Sedangkan objek taklangsung meliputi pembuktian teorema, pemecahan masalah, belajar bagaimana belajar, pengembangan intelektual, bekerja secara individu, bekerja dalam kelompok, dan sikap positif terhadap matematika (Bell, 1978; Ruseffendi, 2006). Dengan demikian sasaran pembelajaran matematika sekolah tidak hanya pada objek langsung matematika saja, bilamana demikian maka pembelajaran matematika dapat berubah menjadi kering dari konteks, kurang bermakma (*meaningless*), dan sulit tersimpan dalam *long-term memory* siswa (Matlin, 2003). Dalam pembelajaran, objek tak langsung matematika tidak boleh diabaikan karena hal itu akan menghilangkan *ruh* yang ada dalam pembelajaran matematika. Bagaimana dengan pembelajaran matematika di Indonesia?

Pada dasarnya, secara nasional, telah ditetapkan berbagai kompetensi yang harus dikuasai siswa terhadap mata pelajaran matematika. Sebagai contoh, Peraturan Menteri Pendidikan Nasional RI No. 22 Tahun 2006 tentang Standar Isi untuk Satuan Pendidikan Dasar dan Menengah menyebutkan bahwa mata pelajaran matematika bertujuan agar peserta didik memiliki kemampuan sebagai berikut. (1) Memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antarkonsep dan mengaplikasikan konsep atau algoritma, secara luwes, akurat, efisien, dan tepat, dalam pemecahan masalah. (2) Menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika. (3) Memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh. (4) Mengomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah. (5) Memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu memiliki rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari matematika, serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah. Ditambahkan dalam Peraturan Menteri Pendidikan Nasional RI No.

23 Tahun 2006 mengenai standar kemampuan lulusan di luar materi matematika itu sendiri adalah : (1) Siswa memiliki sikap menghargai matematika dan kegunaannya dalam kehidupan dan (2) Siswa memiliki kemampuan berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, dan kreatif, serta mempunyai kemampuan bekerja sama.

Instrumen hukum dalam pembelajaran matematika telah tertuang dalam kedua Peraturan Menteri di atas. Di sana telah dijelaskan bahwa pembelajaran matematika di sekolah harus meliputi objek langsung dan objek tak langsung. Bahkan melalui pelajaran matematika diharapkan siswa mampu memahami bahwa di sekitar kehidupannya terdapat masalah matematika dan mereka diharapkan mampu menyelesaikannya. Siswa diharapkan menjadi literasi (melek) matematika. Kedua Peraturan Menteri di atas dalam meningkatkan kemampuan literasi matematika siswa sejalan dengan program pembelajaran matematika yang dicanangkan di banyak negara di luar negeri. *Programme for International Student Assessment* (PISA) memaknai literasi matematika sebagai berikut.

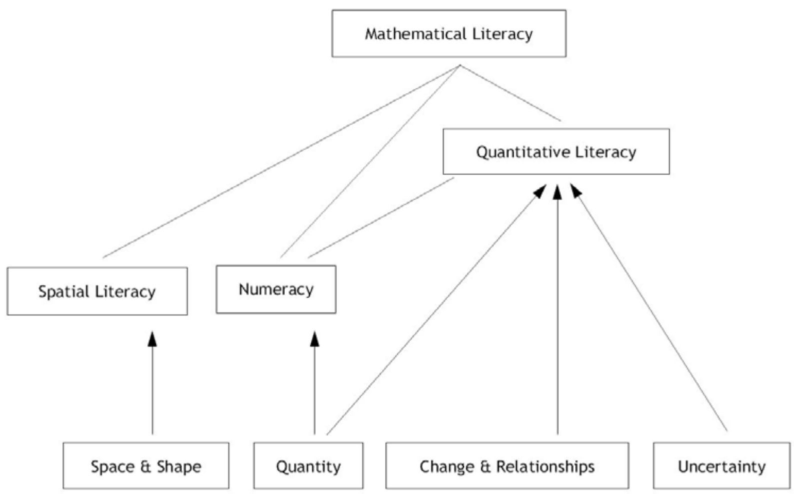
> Mathematical literacy is an individual's capacity to identify and understand the role that mathematics plays in the world, to make well founded judgments and to use and engage with mathematics in ways that meet the needs of that individual's life as a constructive, concerned and reflective citizen (The PISA, 2003).

Terkait dengan literasi, DOE Shouth Africa (2003) menetapkan beberapa kemampuan dalam literasi matematika, yaitu (1) kemampuan berfikir kuantitatif, (2) kemampuan berfikir keruangan, (3) kemampuan mengalisis situasi secara kritis, (4) kesempatan menggunakan keterampilan matematika dalam situasi kehidupan nyata, dan (5) kemampuan menghadapi informasi (numerik dan ruang) dalam bentuk tabel, grafik, diagram, dan teks. (Jacobs, 2007).

Sedikit berbeda sudut pandang dengan gagasan DOE, PISA membagi dimensi literasi matematika menjadi sbb.

1. Dimensi Isi yang meliputi: (a) ruang dan bentuk, (b) perubahan dan relasi, (c) kuantitas, dan (d) ketidakpastian (*uncertainty*).
2. Dimensi proses meliputi: (a) reproduksi (definisi dan komputasi), (b) koneksi (dan terintegrasi untuk pemecahan masalah), dan (c) refleksi, (berfikir matematis, generalisasi, dan pengertian).
3. Dimensi situasi/konteks meliputi: (a) personal, (b) pendidikan dan pekerjaan, (d) masyarakat, dan (d) sains atau intra-matematika.

Secara lebih komprehensif, Jan de Lange menggambarkan pohon struktur dari literasi matematika khusus untuk dimensi isi seperti berikut.



Pohon Struktur dari Isi

Dari penjelasan di atas tampak bahwa literasi matematika terkait dengan kemampuan sesorang dalam menggunakan matematika untuk menghadapi masalah-masalah yang ada pada kehidupannya. Bahkan, lebih dari itu, Jacobs (2007) berpendapat bahwa *Mathematical literacy is necessary for democracy* oleh karena itu ia memprogramkan agar pembelajaran matematika memuat pula literasi matematika.

C. Pembelajaran Matematika yang Memberdayakan Siswa

Jan de Lange menyatakan bahwa banyak negara mempunyai tiga tujuan utama dalam pendidikan matematika, yaitu:

1. Menyiapkan siswa untuk bermasyarakat;
2. Menyiapkan siswa untuk melanjutkan sekolah dan bekerja; dan
3. Memperlihatkan kepada siswa tentang indahnya disiplin (*the beauty of discipline*) .

Lebih lanjut, Hongkong yang telah meraih peringkat pertama dalam PISA baru hampir mencapai level empat dalam hal literasi matematika. Level tertinggi yang mungkin dicapai adalah level enam. Level 4 adalah level medium dengan ciri siswa mampu menggunakan representasi matematika pada situasi yang kurang familier dan menghubungkan representasi tersebut untuk melakukan analisis. Akibat dari belum tercapainya level maksimal maka Hongkong memprogramkan hal-hal berikut.

1. Menekankan kurikulum matematika pada pemberian bekal kepada siwa dengan pengetahuan matematika yang dapat digunakan dalam studi lanjut, tempat bekerja, dan kehidupan sehari-hari.
2. Mengkaitkan antara kehidupan sehari-hari dengan pengetahuan dan keterampilan matematika.

3. Membuat pengertian yang mendalam (*sense*) atas pengalaman hidup sehari-hari.
4. Merelevansikan pengajaran dan pembelajaran dalam asesmen. (Yuen, 2004).

Pertanyaannya kemudian adalah pembelajaran yang bagaimana yang dapat meningkatkan literasi matematika sehingga siswa menjadi berdaya guna bagi masyarakatnya? Dalam bukunya yang berjudul Cognition, Matlin (2003) menekankan agar konsep-konsep (matematika) tersimpan lama dalam *Long-Term Memory* siswa , tidak sekedar tersimpan dalam *short-term memory* , maka pembelajaran yang dilakukan hendaknya memperhatikan prinsip-prinsip:

1. Pelajaran tersebut harus bermakna bagi siswa.
2. Siswa didororong untuk mengembangkan apa yang dipelajari secara kaya.
3. Siswa melakukan *encoding* ketika mempelajari matematika dalam bentuk elaborasi.
4. Siswa mengaitkan materi pelajaran dengan pengalaman diri sebagai bentuk dari *self-reference effect.*

Pembelajaran bermakna (*meaningfull*) merupakan kata kunci untuk memberdayakan siswa. Gagasan pembelajaran bermakna pertamakali dikemukakan oleh David Ausubel (Budiningsing, 2005; Rueffendi, 2006). Dalam belajar bermakna, belajar merupakan proses asimilasi yang bermakna bagi siswa dimana materi yang dipelajari diasimilasikan dan dihubungkan dengan pengetahuan yang telah dimiliki oleh siswa dalam bentuk struktur kognitif.

Alex van Ems dkk (2005) memberi nama belajar bermakna dengan *Natural Learning.* Ciri-ciri belajar natural menurutnya adalah: (1) Belajar akan menjadi natural bila bermakna, (2) Siswa mempelajari bagaimana menerapkan apa yang dipelajari bagi kehidupan profesionalnya, dan (3) Siswa mengembangkan kualitas diri untuk mampu menyelesaikan masalah realitas yang kompleks.

Kembali ke pengertian bahwa siswa yang berdaya guna harus mempunyai kemampuan literasi matematika. Jan de Lange menyebutkan bahwa kata literasi terkait dengan masalah "nyata" yang berarti bahwa masalah tersebut bukan "murni" matematika. Secara singkat, siswa mempunyai kemampuan menyelesaikan masalah nyata dengan menggunakan apa yang dipelajarinya di sekolah dan berdasarkan pengalaman di luar sekolah. Proses yang mendasari hal itu adalah proses matematisasi. Gagasan proses matematisasi dari Jan de Lange tidak berbeda dari proses penyelesaian masalah dari Polya. Ciri-ciri proses matematiasasi tersebut adalah (1) proses matematisasi bermula dari masalah realitas, (2) pengidentifikasian konsep matematika yang relevan dengan masalah tersebut, (3) secara bertahap membawa masalah realitas ke dalam dunia matematika, (4) Menyelesaikan masalah matematika yang diperolehnya, dan (5) memberikan makna penyelesaian terhadap masalah semula.

Melalui proses matematisasi ini sebenarnya siswa melakukan belajar bermakna dengan *starting point* pembelajaran pada masalah-masalah kontekstual. Proses matematisasi ini telah melingkupi objek langsung dan objek tak langsung dalam matematika.

D. Penutup

Di Indonesia, pencanangan menciptakan generasi yang handal sudah dimulai sejak lama dengan program wajib belajarnya. Wajib belajar (wajar) 9 tahun (di

Indonesia) dimulai tahun 1993. Masalah yang timbul adalah menentukan matematika mana yang diajarkan dalam wajar tersebut. Materi tersebut harus dikuasai oleh setiap warga Indonesia, oleh karenanya kita sebut dengan "*mathematics for all*". Fungsi dari *mathematics for all* tentu saja harus (1) mendasari matematika lebih lanjut serta (2) dapat diaplikasikan dalam kehidupan keseharian umumnya bagi mereka yang tidak akan melanjutkan studinya (Soedjadi, 1999). Namun gagasan ini tampaknya belum mencapai hasil yang optimal.

Secara teori kita akan mampu memberdayakan siswa agar berguna bagi masyarakat di sekitarnya dan sekaligus siap untuk melanjutkan studi dengan menerapkan pembelajaran yang bermakna. Melalui pembelajaran bermakna maka siswa akan menjadi melek matematika karena ia tidak hanya belajar objek langsung matematika namun juga belajar objek tak langsung matematika. Masalah yang merupakan tantangan adalah bagaimana agar teori tersebut dapat diimplementasikan di sekolah. Untuk itu perlu kesadaran dan usaha bersama bahwa kita dalam mengajar matematika tidak bertujuan agar siswa hanya menguasai matematika secara kering, namun pembelajaran matematika harus disertai dengan *ruh* matematika itu sendiri.

E. Referensi

Anonim. 2003. *The PISA 2003 Assessment Framework- Mathematics, Reading, Science and Problem solving Knowledge and Skill*.

Anonim. Peraturan Menteri Pendidikan Nasional RI No. 22 Tahun 2006 tentang Standar Isi untuk Satuan Pendidikan Dasar dan Menengah.

Anonim. Peraturan Menteri Pendidikan Nasional RI No. 23 Tahun 2006 tentang Standar Kemampuan Lulusan.

Anonim. 2007. Tokoh Matematika: Archimedes. Tersedia di www.wikipwedia

Bell, Frederick H. 1981. *Teaching and Learning Mathematics: In Secondary Schools*. Second Printing. Dubuque, Iowa: Wm. C. Brown. Company.

Brousseau , Guy. 1999. Research in Mathematics Education: Observation and … Mathematics. Editor Inge Schwank. European Research in Mathematics Education I. Proceeding of the First Conference of European Society in Mathematics Education Vol. 1: Internet Version.

Budiningsih, C. Asri. 2005. *Belajar dan Pembelajaran*. Jakarta: PT. Rineka Cipta.

de Lange, Jan. Tanpa Tahun. *Mathematical Literacy for Living From OECD-PISA Perspective.* Freudenthal Institute, Utrecht University-the Netherlands. Download 5 Oktober 2007. Tersedia di http://eprints.qut.edu.au/archive

Jacobs, Mark. 2007. *Mathematical Literacy for South Africa*. Download tanggal 19 November 2007. Artikel tersedia di flightline.highline.edu/wacc**math**/LinksFromConference.

Koeno Gravemeijer. 1994. Developing Realistics Mathematics Education. Utrecht: CD β Press.

Matlin, Margaret W. 2003. *Cognition*. Fifth Edition. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.

O'Connor, J.J. dan Robertson, E.F. 1996. *A History of The Calculus*. [online]. Tersedia: http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/HistTopics/The_rise_of_calculus.html. [28 September 2007]

Ruseffendi, E.T. 2006. *Pengantar kepada Membantu Guru Mengembangkan Kompetensinya dalam Pengajaran Matematika untuk Meningkatkan CBSA: Perkembangan Kompetensi Guru.* Edisi Revisi. Bandung: Penerbit Tarsito.

Soedjadi.1999. *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia: Konstatasi Keadaan Masa Kini menuju Harapan Masa Depan*. Jakarta: Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi, Departemen Pendidikan dan Kebudayaan.

Vygotsky, L.S. 1978. *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*. Editor Michael Cole dkk. Cambridge: Harvara University Press.

Yuen, Law Huk. 2004. Mathematics and Life: Mathematical Literacy of our Student in HKPISA 2003. Departement of Curriculum and Instruction, CUHK. Dowload 25 Oktober 2007. Tersedia di http://www.fed.cuhk.edu.hk.

---000---

Penggunaan *Sociomathematical Norms*Dalam Pembelajaran Matematika

Oleh :
Kadir
Jurusan Pendidikan Matematika FKIP Unhallu Kendari
Mahasiswa Program S3 Pendidikan Matematika UPI Bandung
Email: kadir168@yahoo.com

Abstrak:

Pada tulisan ini dibahas tentang *sociomathematical norms* sebagai salah satu solusi yang dapat dijadikan alternatif pilihan untuk membentuk kelompok dalam pembelajaran matematika di kelas. Jika selama ini, pembentukan kelompok didasarkan pada kemampuan kognitif awal siswa dengan mempertimbangkan jenis kelamin, suku, agama, ras, dan status sosial ekonomi, serta pemanfaatan tutor sebaya, maka pada konsep *sociomathematical norms*, pengelompokan siswa juga didasarkan pada konsep persahabatan. Guru membagi siswa dalam beberapa kelompok berdasarkan dengan menambahkan kriteria persahabatan yang telah terjalin antar siswa di kelas matematika itu. Pengelompokan seperrti ini berdampak pada pembinaan kemampuan siswa untuk mengemukakan pendapat dan menjawab berbagai masalah matematika di kelas secara kritis dibandingkan dengan pembentukan kelompok yang selama ini dilakukan.

Kata kunci: *sociomathematical norms*, pembelajaran matematika, persahabatan (*friendship*), masalah kontekstual

Pendahuluan

Ketika memasuki sebuah kelas, setiap orang, khususnya guru, akan mendapatkan pemandangan yang sangat kompleks. Di dalam kelas kita menemukan, misalnya, sedikitnya 30 siswa dengan beragam variasi baik persamaan maupun perbedaan. Mungkin saja kita menemukan kelas dengan variasi siswa yang kecil, yaitu dengan kemampuan yang tidak jauh berbeda antara satu dengan lainnya. Tapi juga tidak menutup kemungkinan kita menemukan kelas yang kondisinya justru sebaliknya, variasi perbedaan kemampuan kognitif dan afektif antar siswa cukup besar. Mungkin juga kita menemukan perempuan lebih banyak dari siswa laki-laki, siswa dari daerah lebih banyak daripada siswa dari kota, siswa dengan ekonomi lemah lebih banyak daripada siswa dengan ekonomi dan fasilitas belajar yang lebih baik, dan masih banyak lagi penggambaran yang dapat kita temui ketika memasuki sebuah kelas.

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

Dari berbagai penelitian yang telah dilakukan diperoleh kesimpulan bahwa persamaan dan perbedaan antar siswa di suatu kelas dapat dijadikan modal untuk melaksanakan pembelajaran dengan model pembelajaran kooperatif (*cooperative learning)*. Pelaksanaan pembelajaran dengan model kooperatif didahului dengan membagi siswa dalam beberapa kelompok kecil, biasanya 4 – 5 orang. Pembagian kelompok kecil ini didasarkan pada informasi tentang kemampuan awal siswa baik dari data hasil ulangan yang biasa dilakukan guru maupun hasil tes yang dilakukan khusus. Hasil tes ini digabung dengan informasi tentang jenis kelamin, tingkat ekonomi, bahasa, agama dan lain sebagainya untuk kemudian dijadikan dasar pembentukan kelompok. Jadi dalam setiap kelompok sangat variatif tetapi antar kelompok diupayakan mempunyai variasi yang sangat kecil sehingga diharapkan terjadi diskusi secara berimbang dan maksimal dalam dan antar kelompok.

Melalui pembagian siswa dalam beberapa kelompok seperti di atas diharapkan terjadi beberapa dampak langsung dan tidak langsung dari pembelajaran yang dilakukan guru, misalnya peningkatan kemampuan matematika siswa, motivasi belajar, minat terhadap matematika, kemampuan mengemukakan dan menerima pendapat, toleransi, gotong royong, kemampuan bertanya dan menjawab pertanyaan, dan sebagainya. Permasalahannya adalah tidak setiap kelompok dapat berpartisipasi aktif dalam menyelesaikan masalah yang diberikan di kelompoknya. Diskusi dalam kelompok tidak terjadi secara maksimal karena kurangnya kemampuan berbahasa dan siswa dalam kelompok masih enggan untuk mengemukakan pendapat, walaupun anggota kelompok lainnya adalah temannya di kelas itu. Permasalahan lain yang muncul adalah kemampuan bertanya dan mengemukakan pendapat siswa yang rendah.

Permasalahan di atas biasanya diselesaikan dengan memanfaatkan tutor sebaya dalam pembelajaran tetapi inipun tidak terlalu memberikan hasil yang maksimal. Penyebabnya karena walaupun siswa tutor merupakan siswa cerdas di kelas itu, tapi kemampuannya menjelaskan permasalahan dan kemampuan membimbing temannya di kelompok tentu masih memerlukan banyak latihan dan bimbingan. Lantas solusi apa yang dapat ditawarkan untuk menyelesaikan permasalahan tersebut?

Tulisan ini dibuat untuk memberikan masukan bagaimana menangani kondisi kelas dengan siswa yang beragam, baik jenis kelamin, tingkat kemampuan kognitif, afektif, maupun kemampuan berbahasa seperti bertanya dan mengemukakan pendapat. Pembahasan lebih difokuskan pada bagaimana pembelajaran matematika di kelas dapat dilakukan sehingga perbedaan yang terjadi antara siswa dapat diminimalisir dan bahkan dijadikan sumber kekuatan untuk mendukung pencapaian tujuan pembelajaran secara maksimal. Pendekatan pembelajaran yang ditawarkan adalah pendekatan "*sociomathematics approach*". Pendekatan pembelajaran ini didasarkan pada pembelajaran kelompok yang dibentuk berdasarkan persahabatan (*friendship*).

Konsep *Sociomathematical Norms*

Kata *sociomathematical norms* dapat dimaknai berdasarkan struktur kata yang membangunnya. *Socio* berarti kemasyarakatan atau sosial, *mathemaical* dapat diartikan bersifat matematika dan norms berarti norma atau aturan. Berdasarkan pengertian-pengertian dasar kata tersebut maka *sociomahematical norms* berarti norma sosial dalam matematika. Artinya, dalam matematika terdapat norma atau aturan-aturan yang sejalan dengan norma sosial atau norma sosial diaplikasikan dalam matematika. Jika *sociomathematical norms* diaplikasikan dalam pembelajaran matematika maka dalam pembelajaran matematika diadopsi norma-norma sosial kemasyarakatan seperti kekerabatan, aturan kelembagaan, dan perilaku hidup.

Edwards (2004) menyatakan bahwa diskusi antar siswa dengan memakai kemampuan yang mereka miliki untuk melakukan negosiasi mengambil pengertian bersama (*taken-as-shared meanings*) disebut *sociomathematical norms*. Dari pengertian ini dapat diketahui bahwa penggunaan *sociomathe-matical norms* dalam pembelajaran matematka berarti mengarahkan siswa untuk belajar secara berkelompok atau kelas untuk melakukan diskusi terhadap permasalahan yang muncul atau dibuat guru. Dalam diskusi ini, siswa mengembangkan pola berpikir untuk menerima atau mengambil suatu masukan atau pertanyaan dari siswa lainnya baik dalam kelompok itu maupun dari kelompok lain. Penerimaan siswa terhadap suatu masukan atau pertanyaan selama jalannya diskusi menuntut semangat kebersamaan dalam kelompok / kelas untuk memecahkan permasalahan yang ada dan mengambil pengertian bersama. Pengertian bersama yang dimaksudkan adalah pengertian yang tidak merugikan salah satu pihak tetapi mengarah pada solusi permasalahan yang dapat diterima semua pihak dan dapat dibuktikan secara matematika.

Untuk melatih jalannya diskusi dengan hasil seperti ini tidak mudah. Banyak kendala yang ditemui oleh guru dalam pelaksanaannya. Kendala-kendala tersebut dapat bersumber dari guru maupun dari siswa. Dari guru misalnya rendahnya keterampilan dasar mengajar guru. Sedang dari siswa misalnya karena siswa tidak memahami permasalahan matematika yang diberikan, rendahnya kemampuan siswa dalam mengemukakan pendapat, bertanya, berbahasa atau berkomunikasi secara matematika, penguasaan konsep dasar matematika, dan kemampuan siswa dalam memecahkan masalah. Kendala-kendala tersebut tentu bukan hal baru bagi setiap orang yang bergelut dalam proses pendidikan dan pengajaran. Berbagai masukan untuk penyelesaiannya seharusnya dapat disegera ditemukan agar tidak berlarut dan menghalangi pencapaian hasil belajar yang diinginkan.

Konsep Persahabatan (*friendship*) dalam Pembentukan Kelompok

Pepatah mengatakan bahwa lebih mudah mencari 1000 musuh dari pada mencari seorang sahabat. Secara proporsi, 1 : 1000 sungguh suatu hasil yang sangat kecil, tetapi jika dilihat secara utuh kalimat di atas, maka sangat tercenganglah kita. Bagaimana mungkin kita tidak dapat mencari seorang sahabat sebeum mendapatkan seribu musuh? Kiranya pepatah ini sangat tepat diungkapkan untuk menyusun pengertian persahabatan dan efeknya.

Dari berbagai pandangan terhadap persahabatan baik dalam studi antropologi, psikologi, dan sosiologi tidak ditemukan kriteria yang jelas tentang apa yang membuat orang bersahabat. Ketiga sisi ini menawarkan perspektif sendiri tentang sifat dan fungsi persahabatan. Allan (1996) dalam Edwards (2004) menyatakan bahwa terdapat kekurangan untuk menyetujui secara benar dan mengakui secara sosial kriteria-kriteria mengapa menjadikan seseorang sebagai sahabat. Dalam perspektif antropologi, Pahl (2000) dalam Edwards (2004) menawarkan suatu definisi persahabatan sebagai berikut: "Persahabatan adalah suatu hubungan yang dibangun atas seluruh orang dan mengarah ke suatu keakraban psikologis, yang dalam bentuk terbatas membuat, dalam prakteknya, suatu fenomena yang jarang, meskipun mungkin lebih luas dari yang diinginkan. Ini merupakan suatu hubungan berdasarkan pada kebebasan dan penjamin kebebasan pada saat yang sama. Masyarakat di mana hubungan seperti ini sedang berkembang dan berjalan baik secara kualitatif berbeda dari suatu masyarakat berdasar pada norma-norma kuat budaya kekerabatan dan aturan kelembagaan serta perilaku".

Dari kedua pendapat di atas terlihat bahwa tidak ada kriteria yang jelas mengapa seseorang menjadikan orang lain sebagai sahabatnya. Beberapa hal yang dapat diambil adalah bahwa ketika seseorang bersahabat dengan orang lain, maka muncul yang disebut keakraban psikologis sehingga muncul kebebasan yang terkadang berbeda dengan budaya masyarakat setempat yang masih memegang teguh persahabatan berdasarkan norma kekerabatan serta aturan lembaga dan prilaku.

Allan (1989) juga menyatakan bahwa di dalam konteks hubungan dua element, persahabatan adalah masalah peluang, tergantung kelas, jenis kelamin, usia, etnisitas dan geografi. Berdasarkan pendapat ini, maka persahabatan dapat dilakukan walaupun terdapat perbedaan-perbedaan jenis kelamin, usia, etnisitas, geografi, dan bahkan untuk kasus di Indonesia mungkin saja perbedaan agama dan status sosial ekonomi. Semua tergantung pada masalah peluang. Peluang ini yang biasanya menjadi faktor utama yang menyebabkan sesorang atau lebih orang bersahabat atau mebentuk suatu kelompok persahabatan dengan yang lainnya.

Di samping adanya peluang, faktor lain yang juga mempengaruhi timbulnya persahabatan adalah kaitan tingkat perkembangan. Hal ini dapat dilihat dari tingkat perkembangan Piaget dan kaitannya dengan tingkat perkembangan persahabatan. Sebagai contoh, di dalam mengembangkan gagasan pengenalan jiwa orang lain dan kemampuan itu untuk mengerti pandangan dari yang lain, Erwin (1993) uraikan secara singkat model Selman (1980) tahap-tahap pengembangan di dalam '*role-taking* (pengambilan peran)". Tahap keempat model Selman disebut tahap "*Mutual Role Taking*", *pengambilan peran timbal balik* dan muncul pada sekitar umur 10 – 12 tahun. Pada tahap ini, seorang anak dapat mengenali hubungan perspektif mereka sendiri terhadap yang lain dan dalam mengapresiasi bahwa yang lain juga sadar akan perspektif mereka. Berdasarkan pendapat ini maka pada usia 10-12 tahun atau siswa kelas VI SD – kelas VII SMP telah dapat mengenali diri mereka sendiri dan kaitannya dengan orang lain. Hal ini dapat berpengaruh pada adanya tuntutan untuk membatasi diri dalam mewujudkan keinginannya. Anak-anak pada usia ini memiliki kesadaran bahwa keinginan orang lainpun juga sama seperti keinginan mereka untuk mengambil peran dalam suatu kegiatan yang sedang atau akan dilaksanakan.

Pada usia 12 – 15 tahun dan berlanjut sampai dewasa, anak-anak sudah masuk pada tahap kelima dari model Selman, yaitu "*social and conventional system role-taking*", pengambilan peran sistem sosial dan konvensional. Pada tahap ini anak secara umum telah memiliki pertimbangan sosial, aturan dan norma diperhitungkan dan diwujudkan dalam peran yang dilakukannya. Pertimbangan dalam hubungan-hubungan ini sangat kompleks dan berkaitan dengan kepribadian dan perilaku. Kompleksitas dan kesubyektifan orang lain yang dikenalinya akan berpengaruh pada pola hubungan dan interaksi. Hal ini lebih kompleks dan lebih luas dari pemahaman kita sendiri karena hubungan tersebut dapat bertahan dan berkembang serta saling berinteraksi ke arah memberi bentuk dan struktur dari hubungan tersebut. Oleh karena itu dibutuhkan keterampilan-keterampilan sosial untuk dikembangkan dalam persahabatan.

Menurut Gottman dan Parker (1986) dalam Edwards (2004), ada enam keterampilan sosial tertentu yang dikembangkan di dalam persahabatan, yaitu: (1) *conform, cooperate and compete (*sesuaikan diri, bekerja sama dan bersaing), (2) *take risks (*menanggung risiko); (3) *develop communication skills (*kembangkan keahlian berkomunikasi); (4) *develop negotiation skills and tact (*kembangkan ketrampilan-ketrampilan negosiasi dan kebijaksanaan); (5) *resolve conflicts (*konflik-konflik tekad); dan (6) *develop shared meanings for group interaction* (mengembangkan pengertian bersama untuk interaksi kelompok). Keenam keterampilan ini sangat relevan dengan studi persahabatan pada kelas-kelas matematika.

Pendapat lain tentang keterampilan ini dikemukakan oleh Schneider (2000) berdasarkan laporan Nelson dan Aboud (1985) dalam Edwards (2004) yang menemukan bahwa para teman menjelaskan pendapat-pendapat mereka dan mengkritik partnernya lebih sering dibanding yang bukan teman. Hal ini berarti untuk membangun suatu aktivitas diskusi dalam kelompok, sebaiknya kelompok disusun berdasarkan hubungan persahabatan. Melalui hubungan persahabatan ini, akan muncul diskusi yang lebih tajam karena para siswa tidak segan-segan untuk mengemukakan pendapat-pendapat mereka terhadap suatu permasalahan dan sekaligus melakukan kritik terhadap teman sekelompoknya. Kebiasaan untuk mengemukakan pendapat ini akan mengarah kepada kemampuan untuk menganalisis kemampuan diri mengelola informasi sebelum pendapat itu dikemukakan. Jika dikaitkan dengan pembelajaran matematika secara berkelompok, maka kemampuan siswa dalam memecahkan masalah dan mengkomunikasikannya dalam kelompok menjadi lebih terlatih.

Pengelompokan melalui persahabatan dalam pembelajaran matematika berimplikasi pada hasil kerja siswa dalam kelompok belajar matematika di kelas. Untuk membentuk kelompok ini, guru dapat memberi keleluasaan terbatas kepada siswa untuk memilih teman. Keleluasaan terbatas dimaksud tidak berarti bahwa siswalah yang berhak menentukan siapa temannya dalam sebuah kelompok. Juga tidak berarti bahwa siswa dibebaskan untuk membuat kelompok sendiri karena biasanya siswa akan memilih teman-teman yang disukainya, misalnya karena sama jenisnya, sama etniknya, atau sama dalam kemampuannya. Jika ini yang terjadi, maka kelompok yang terbentuk cenderung homogen dan sering siswa tidak masuk dalam kelompok manapun (Suherman, dkk., 2001). Oleh karena itu, keleluasaan terbatas yang dimaksudkan adalah bahwa guru mengumpulkan data siswa berdasarkan angket dan dokumen lainnya sehingga diperoleh data persahabatan antar siswa serta data-data lain seperti kemampuan kognitif, jenis kelamin, etnik, dan geografi. Melalui data-data ini, guru dapat mengamati pola persahabatan antar siswa dalam kelas sehingga dengan mudah dapat menentukan dengan siapa seorang siswa dapat berteman dalam suatu kelompok. Dengan cara seperti ini, maka kelompok yang terbentuk akan heterogen baik segi kemampuan maupun karakteristik lainnya.

Masalah Kontekstual dalam Pembelajaran Matematika

Pada beberapa tahun belakangan ini, pembelajaran matematika di sekolah khususnya di Indonesia diarahkan untuk menggunakan pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI) sebagai ganti atau perubahan pendekatan matematka yang sudah digunakan baik CBSA (Cara Belajar Siswa Aktif) maupun CTL (*contextual teaching and learnng*). Walaupun pendekatan PMRI berbeda dengan CTL namun pada prinsipnya tetap menggunakan kontekstual dalam pembelajarannya, yaitu pada awal pembelajaran.

Berbicara mengenai kontekstual, maka yang dapat dipahami adalah bahwa kontekstual adalah konteks dunia nyata yang dapat dipahami siswa. Dipahami berarti masalah kontekstual yang diberikan tidak perlu harus berkaitan langung dengan aktivitas siswa sehari-hari, tetapi bisa saja permasalahan tersebut dapat dipahami dalam pikiran siswa atau dapat dibayangkan oleh siswa.

Untuk dapat menciptakan permasalahan kontekstual sebagai titik awal pembelajaran tentu tidak mudah. Boleh jadi setiap buku dapat memberikan contoh kontekstual sebanyak mungkin dan berkaitan langsung dengan materi matematika yang akan kita sajikan, namun tidak sedikit dari permasalahan-permasalahan kontekstual tersebut justru jauh dari yang dapat dipahami oleh siswa kita. Aktivitas keseharian setiap siswa mempunyai persamaan dan perbedaan antara satu dengan lainnya. Namun secara umum pengaruh lingkungan tempat tinggal atau secara umum budaya lokal turut mempengaruhi aktivitas sehari-harinya, misalnya permainan anak-anak dan pengaruh iklan atau acara permainan di televisi.

Pengaruh budaya atau biasa disebut norma sosial setempat ini dapat dilihat pada interaksi antar siswa di kelas baik selama pembelajaran matematika maupun di luar pembelajaran. Semakin sadar kita akan berbagai keragaman ini seharusnya semakin telaten mempersiapkan suatu perencanaan pembelajaran matematika di samping pelaksanaan dan evaluasinya disertai dengan *follow up* yang baik. Hal ini akan membuka peluang untuk menghasilkan proses pembelajaran yang berkualitas sehingga tujuan pembelajaran yang dicanangkan dapat dicapai secara maksimal.

Berdasarkan uraian di atas, maka sebaiknya penggunaan masalah kontekstual dalam pembelajaran matematika disesuaikan dengan budaya setempat atau aktivitas siswa sehari-hari atau masalah konteks yang dapat dipahami siswa dengan membayangkannya dalam pikirannya.

Untuk mengupayakan hal ini tentu tidak mudah. Setiap guru harus secara profesional mampu untuk berkreasi menyusun suatu perencanaan pembelajaran matematika yang dapat dipahaminya. Perencanaan pembelajaran matematika yang disusun guru secara operasional dalam bentuk skenario pembelajaran yang merujuk pada pendekatan pembelajaran yang dipahaminya akan berdampak pada tercapainya tujuan pembelajaran matematika secara maksimal.

Untuk mencapai tujuan tersebut secara maksimal, maka perlu diupayakan setting sosial dalam pembelajaran matematika. Setting sosial dmaksud harus dirancang dalam skenario pembelajaran sehingga aspek kontekstual dapat menjadi bahan diskusi kelompok secara mendalam. Setting sosial dalam pembelajaran matematika dapat diupayakan dalam bentuk penciptaan lingkungan sosial dalam kelas matematika. Lingkungan sosial dimaksud diciptakan melalui pemberian masalah kontekstual sebagai masalah bersama Para siswa dalam kelompok berdiskusi tentang masalah itu dan guru berkeliling mengawasi jalannya diskusi dengan sesedikit mungkin memberikan bimbingan. Pada akhir diskusi kelompok dilakukan diskusi kelas. Pada diskusi kelas ini para siswa diarahkan untuk menyadari adanya perbedaan-perbedaan hasil yang mereka jumpai ketika menyelesaikan masalah matematika yang diajukan guru. Solusi yang ditawarkan oleh masing-masing kelompokpun akan berbeda karena mungkin karena sudut pandangannya berbeda terhadap masalah tersebut. Terhadap perbedaan ini, guru mengarahkan siswa untuk melaksanakan rekonsiliasi yang mengarah pada mediasi sosial dari pengetahun masing-masing siswa. Melalui diskusi atau argumen, partisipan bernegosiasi tentang posisi baru yang mengarah pada pengembangan pengertian bersama. Negosiasi seperti ini bukan bargaining, tetapi suatu operan asli dari persepsi individual dan berarti untuk dikenal oleh yang lainnya. Hal ini meliputi pembuatan suatu upaya untuk mendengarkan dan mengerti perspektif orang lain. Secara umum disebut sebagai "*taken-as-shared*" (Voight, 1991 dalam Jaworski, 1996).

Berdasarkan pendapat di atas, maka masalah kontekstual yang digunakan dalam pembelajaran matematika sebaiknya memperhatikan konsep sosial, kultural, ritual, dan kebiasaan. Hal ini akan lebih menekankan pada dasar dari kegiatan untuk mengambil garansi di dalam setting sosial pembelajaran matematika. Pembelajaran dengan setting seperti ini akan mengarah pada pemahaman siswa terhadap masalah yang disajikan lebih komprehensip. Pemahaman seperti ini berdampak pada terciptanya diskusi yang lebih mendalam ketika siswa bekerja dalam kelompok selama menyelesaikan masalah kontekstual yang diberikan.

Penutup

Pembentukan kelompok dalam pembelajaran matematika dapat dilakukan dengan menggunakan beberapa pertimbangan, baik kemampuan kognitif, etnis, jenis kelamin, geografi, agama, status sosial ekonomi, maupun persahabatan antar siswa. Pemanfaatan persahabatan dalam pembentukan kelompok akan lebih membuka peluang untuk menyajikan penjelasan dan kritik terhadap teman lainnya lebih sering dibanding yang bukan teman. Persahabatan terjadi karena adanya peluang, kebutuhan, dan sesuai dengan perkembangan mental baik pada anak usia 10 – 12 tahun (*Mutual Role Taking*) maupun usia 12 – 15 tahun hingga dewasa (*social and conventional system role-taking*).

Untuk mengembangkan persahabatan, ada enam keterampilan sosial yang perlu dimiliki, yaitu: (1) *conform, cooperate and compete*, (2) *take risks*; (3) *develop communication skills*; (4) *develop negotiation skills and tact*; (5) *resolve* *conflicts*; dan (6) *develop shared meanings for group interaction*. Keenam keterampilan ini relevan dengan studi persahabatan pada kelas-kelas matematika.

Masalah kontekstual yang digunakan dalam pembelajaran matematika sebaiknya memperhatikan konsep sosial, kultural, ritual, dan kebiasaan. Pembelajaran dengan setting seperti ini akan mengarah pada pemahaman siswa terhadap masalah yang disajikan lebih komprehensip.

Daftar Pustaka

Bishop, Alan. 2004. The Relationship between Mathematics Education and Culture. 27 Agustus 2007. http://www.ethnomath.org/resources/bishop1997a.pdf

Edwards, Julie-Ann. 2004. *The Language of Friendship: Developing Sociomathematics Norms in The Secondary School Classroom. 28 Agustus 2007. http://eprints.soton.ac.uk/43843/01/Edwards_J_Final_CERMES_07.pdf*

Jaworski, Barbara. 1996. Constructivism ad Teaching – The Sociocultural context. V.n. 1.0 (11th December 196). University of Oxford. http://www.grout.demon.co.uk/Barbara/chreods.htm

Lerman, S. 1996. *Some Problems in Research on Mathematics Teaching and learning from a Socio-cultural Approach.* 8 September 2007. http://www.bsrlm.org.uk/IPs/ip16-3/index.html

Suherman, dkk. 2001. *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer.* JICA-Universitas Pendidikan Indonesia. Bandung

Wedege, Tine. 2003. *Sociomathematics: people and mathematics in society.* Adults Learning Maths Newsletter, No. 20, December 2003. p. 2. 11 September 2007. http://www.mmf.ruc.dk/~tiw/eng/papers.htm

Zaslavsky, C. 2003. *Integrating Math with the Study of Cultural Traditions. 27 Agustus 2007. http://web.nmsu.edu/~pscott/isgem42.htm*

Regresi Kuadrat Terkecil Parsial :
Suatu Model Kalibrasi Multirespon

Oleh :

Aji Hamim Wigena

Departemen Statistika, FMIPA, IPB; email: ahw@ipb.ac.id

Abstrak

Metode regresi kuadrat terkecil parsial (PLSR) digunakan untuk pendugaan model kalibrasi antara sejumlah peubah respon atau multi respon dengan sejumlah peubah prediktor. Model ini dapat digunakan untuk memprediksi peubah-peubah respon secara simultan berdasarkan peubah-peubah prediktor. Prediksinya dilakukan dengan cara mengekstraksi sejumlah peubah latent dari peubah-peubah prediktor. PLSR telah diterapkan dalam berbagai bidang ilmu termasuk bidang kemometrika.

Kata kunci: PLSR, peubah latent, kemometrika, kalibrasi, multi respon

Pendahuluan

Latar Belakang

Metode regresi kuadrat terkecil parsial (*Partial Least Square Regression* – PLSR) mengkombinasikan analisis komponen utama (*Principal Component Analysis*-PCA) dan regresi ganda. Metode ini digunakan untuk memprediksi suatu gugus peubah respon (*dependent variables*) berdasarkan gugus peubah predikor (*independent variables*). Prediksinya diperoleh dengan cara mengekstraksi sejumlah komponen, yang disebut peubah *latent*, dari peubah-peubah prediktor.

PLSR mulai dikembangkan pada tahun 1960an oleh Herman Wold dalam bidang ekonometrika dan telah digunakan secara luas dalam bidang kemometrika (Wold et.al 2001). Metode ini juga digunakan dalam bidang bioinformatika, penelitian pangan, kedokteran, farmakologi, ilmu-ilmu sosial, fisiologi (Rosipal dan Kramer 2006), *neuroimaging* (McIntosh dan Lobaugh 2004), dan pengenalan pola (Wang et.al 2002).

Dalam bidang kemometrika PLSR dapat digunakan untuk penentuan kandungan senyawa aktif dalam suatu bahan alam (tanaman obat) atau dalam

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

suatu obat bahan alam (OBA) secara cepat dan hemat biaya. Pada umumnya OBA disusun oleh beberapa senyawa aktif yang mungkin saling berinteraksi sehingga diperlukan kajian pengembangan model kalibrasi untuk beberapa peubah respon. Dalam hal ini PLSR membentuk model kalibrasi peubah ganda atau multi respon. Teknik spektroskopi FTIR yang dikombinasikan dengan metode kemometrik dapat menjadi pilihan yang atraktif karena cepat dan mudah dalam penggunaannya untuk model klasifikasi asal geografis maupun mendeteksi pemalsuan bahan penyusun obat herbal (Dharmaraj et al. 2006).

Rumusan Masalah

Obat bahan alam dalam bentuk ekstrak dan preparasinya secara kimiawi adalah suatu sistem multi komponen. Berdasarkan tingkat informasi komponen kimia penyusunnya (konsentrasi maupun sifat spektra dari komponen penyusun), ada OBA yang dikategorikan multi komponen 'hitam' artinya tidak ada informasi tentang komposisi kimianya. Hal ini disebabkan pengetahuan tentang komposisi kimiawi yang sangat terbatas (Mok & Chau 2006). Secara teknik kimia multi komponen ini dapat diidentifikasi konsentrasinya tetapi memerlukan biaya yang mahal. PLSR merupakan salah satu metode yang dapat digunakan untuk pemodelan kalibrasi multi komponen secara cepat.

Tujuan dan Manfaat

Mengkaji penggunaan PLSR untuk pemodelan kalibrasi multirespon dalam bidang kimia. Manfaat kajian ini adalah bahwa PLSR dapat digunakan untuk memperoleh informasi tentang konsentrasi kandungan setiap komponen dalam suatu OBA sebagai dasar pengawasan mutu obat.

Pembahasan

Metode PLSR

Bila suatu vektor **Y** dan suatu matriks berpangkat penuh **X**, prediksi dapat dilakukan dengan regresi kuadrat terkecil (*ordinary least square regression*). Tetapi bila jumlah prediktor lebih banyak daripada jumlah pengamatan, **X** bersifat *singular* dan pendekatan regresi tidak lagi tepat karena adanya masalah multikolinearitas (Geladi dan Kowalski 1986).

PLSR akan mendapatkan komponen-komponen dari **X** yang juga relevan dengan **Y**. Hal ini dilakukan dengan cara dekomposisi **X** dan **Y** secara simultan dengan batasan bahwa komponen-komponen tersebut dapat menjelaskan sebanyak mungkin peragam (*covariance*) antara **X** dan **Y.** Proses dekomposisi ini diikuti dengan tahapan regresi dimana hasil dekomposisi **X** digunakan untuk memprediksi **Y**. Dengan pendekatan ini PLSR mencakup PCA, analisis peragam, dan regresi ganda.

Bila **X** berukuran N×K (N adalah jumlah pengamatan dan K adalah jumlah peubah prediktor), yang dicatat dengan x_k, k = 1, ... , K, dan **Y** berukuran N×M (M adalah jumlah peubah respon), yang dicatat dengan y_m, m = 1, ... , M. Model PLSR mendapatkan sejumlah komponen baru yang akan memodelkan **X** dan **Y**, sehinga diperoleh hubungan antara **X** dan **Y**. Komponen-komponen baru ini disebut skor **X**, yang dicatat dengan t_a, a=1, 2, ..., A.

Skor **X** merupakan kombinasi linier peubah-peubah asal x_k dengan koefisien yang disebut pembobot, dicatat dengan W_{ka} (a = 1, 2, ...,A). Proses tersebut dapat diformulasikan sebagai berikut: (Wang *et.al.* 2002)

$$\begin{cases} t_{ia} = \sum_k x_{ik} w_{ka}, i = 1,\dots, N \\ \quad T = XW \end{cases} \tag{1}$$

Skor **X** (yaitu t_a) digunakan sebagai prediktor untuk **Y** dan model dari **X**, skor tersebut mempunyai sifat-sifat berikut:

(a) Skor X dikalikan dengan p_{ak}, sehingga residunya, e_{ik}, berikut kecil:

$$\begin{cases} x_{ik} = \sum_a t_{ia} p_{ak} + e_{ik} \\ X = TP' + E \end{cases} \tag{2}$$

(b) Skor **X** adalah prediktor bagi **Y**:

$$\begin{cases} y_{im} = \sum_a t_{ia} r_{am} + f_{im} \\ Y = TR' + F \end{cases} \tag{3}$$

Residu **Y**, yaitu f_{im} menyatakan deviasi antara respon pengamatan dengan respon dugaan. Berdasarkan persamaan (1), persamaan (3) dapat dituliskan sebagai model regresi ganda berikut:

$$\begin{cases} y_{im} = \sum_a r_{ma} \sum_k w_{ka} x_{ik} + f_{im} = \sum_k b_{mk} x_{ik} + f_{im} \\ Y = XWR' + F = XB + F \end{cases} \tag{4}$$

Koefisien model PLSR, b_{mk} (B), adalah:

$$\begin{cases} b_{mk} = \sum_a r_{ma} w_{ma} \\ B = WR' \end{cases} \tag{5}$$

Prediksi bagi data pengamatan yang baru dapat diperoleh berdasarkan data X dan matriks koefisien B.

Model Kalibrasi dengan PLSR

Penentuan kandungan senyawa aktif dilakukan melalui proses yang panjang meliputi penghancuran bahan, pelarutan, dan pengukuran dengan HPLC dan FTIR. Proses ini memerlukan waktu dan biaya yang relatif mahal. Alternatifnya adalah dengan mengembangkan model kalibrasi, seperti pada persamaan (4), yang menyatakan hubungan antara kandungan senyawa aktif atau penciri hasil pengukuran HPLC dengan data hasil pengukuran FTIR (*absorbance*).

Metode gabungan teknik analisis kimia (HPLC dan teknik spektroskopi) dengan metode kemometrik telah diaplikasikan antara lain untuk mengidentifikasi spesies dari grup *Lactobacillus* (Luginbuhl et al. 2006), dan meniran (Dharmaraj et al. 2006; Rohaeti et al. 2006); untuk mendeteksi pemalsuan minyak zaitun (Christy et al. 2004), minyak babi dalam formula kue (Syahariza et al. 2005); untuk mengontrol kualitas dan keotentikan minuman beralkohol (Lachenmeier 2006), membedakan jenis apel dalam jus apel (Reid et al. 2005); untuk menentukan kadar asam lemak dalam beberapa jenis minyak (Christy & Egeberg 2006).

Metode PLSR sebagai salah satu metode yang dapat digunakan untuk pemodelan kalibrasi untuk menentukan konsentrasi komponen-komponen penyusun OBA. Metode ini telah banyak digunakan dalam bidang kemometrik (Bo dan Zizhi 2006). Disamping itu PLSR juga merupakan suatu alat analisis data yang telah diaplikasikan dalam berbagai bidang riset dan industri (Rosipal dan Kramer 2006).

Kesimpulan

Metode PLSR dapat digunakan tidak hanya untuk peubah respon tunggal atau satu peubah respon tetapi juga untuk peubah respon banyak atau multi respon. Penerapannya banyak dilakukan dalam berbagai bidang ilmu termasuk bidang kemometrika, sehingga PLSR berpotensi untuk digunakan untuk memprediksi konsentrasi masing-masing komponen dalam OBA.

Daftar Pustaka

Bo C, Xizhi W. 2006. An Modified PLSR Method in Prediction. Journal of Data Science No.4: 257-274.

Christy AA, Egeberg PK. 2006. Quantitative determination of saturated and unsaturated fatty acids in edible oils by infrared spectroscopy and chemometrics. Chemom Intell Lab Syst 82: 130-136.

Dharmaraj S et al. 2006. The classification of Phyllanthus niruri Linn, according to location by infrared spectroscopy. Vibrational Spectrosc siap terbit.

Geladi, P dan B.R. Kowalski. 1986. Partial Least Squares Regresion : A Tutorial. Analytica Chimica Acta 185:1-17.

Lachenmeier DW. 2006. Rapid quality of spirit drinks and beer using multivariate data analysis of Fourier transform infrared spectra. Food Chem siap terbit.

Luginbuhl W, Jimeno J, Zehntber U. 2006. Identification of seven species of the Lactobacillus acidophilus group by FT-IR spectroscopy. LWT 39: 152-158.

McIntosh AR, Lobaugh NJ. 2004. Partial Least Square analysis of neuroimaging data: applications and advances. *NeuroImage*, 23: S260-S263.

Reid LM, Woodcock T, O'Donnell CP, Kelly JD, Downey G. 2005. Differentiation of apple juice samples on the basis of heat treatment and variety using chemometric analysis of MIR and NIR data. Food Res Intl 38: 1109-1115.

Rosipal R, Kramer N. 2006. Overview and Recent Advances in Partial Least Squares. C. Saunders et.al. (eds.): SLSFS 2005, LNCS 3940, 34-51, Springer-Verlag, Berlin. www.ofai.at/~roman.rosipal/Papers/pls_book06.pdf. [27 July 2007].

Syahariza ZA, Man YBC, Selamat J, Bakar J. 2005. Detection of lard adulteration in cake formulation by Fourier transform infrared (FTIR) spectroscopy. Food Chem 92: 365-371.

Wang J, Zhenzhen K, Liang J. 2002. Facial Feature Point Extraction by partial least square regression. http://citeseer.ist.psu.edu/wang02facial.html. [25 July 2007].

Wold S, Sj¨ostr¨om M, Eriksson L. 2001. PlS-regression: a basic tool of chemometrics. Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, 58: 109–130.

Wold S, Berglund A, Antti H. 2001. Some recent development in PLS modeling. Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, 58: 131–150.

Penanganan Data Hilang Pada Data Deret Waktu

Oleh :
Aji Hamim Wigena

Departemen Statistika, FMIPA, IPB; email: ahw@ipb.ac.id

Abstrak

Data hilang pada data deret waktu tidak dapat diabaikan karena akan mempengaruhi tingkat akurasi dalam analisis datanya. Bahkan ada analisis data tidak dapat dilakukan jika terjadi data hilang. Beberapa metode, baik yang sederhana maupun yang lebih kompleks, dapat digunakan untuk mengatasi data hilang, tetapi penggunaannya harus selektif. Perkembangan metode pendugaan data hilang tidak hanya untuk suatu data deret waktu, tetapi juga untuk data spasial.
Kata kunci: data hilang, deret waktu, imputasi, data spasial

Pendahuluan

Latar Belakang

Masalah data hilang (*missing value*) sering terjadi dalam analisis data dan penarikan kesimpulan. Data hilang akan menyebabkan pendugaan yang bias atau analisis yang tidak efisien. Bahkan analisis statistika tidak dapat dilakukan jika data tidak lengkap atau ada sebagian data yang hilang. Masalah ini tidak jarang terjadi dalam berbagai bidang ilmu, misalnya data deret waktu dalam bidang klimatologi dimana sejumlah data pengamatannya sering tidak tercatat. Data hilang ditunjukkan dengan adanya suatu jeda (*gap*) dalam beberapa waktu.

Data hilang sering dipertanyakan atau pertanyaan yang sering dikemukakan adalah 'mengapa terjadi data hilang?'. Apalagi kalau data tersebut sangat penting dan diperlukan, terutama bila terjadi pada data deret waktu dimana umumnya data pada suatu waktu tergantung data pada waktu sebelumnya. Terjadinya data hilang tentu ada alasannya. Biasanya data hilang terjadi karena hilangnya objek yang akan diamati atau objeknya ada tetapi tidak diamati. Pada data deret waktu data hilang bisa terjadi karena kurang cermatnya pada saat pencatatan atau pada saat *cleaning data*.

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

Beberapa metode untuk menangani data hilang telah banyak dikemukakan dalam beberapa tahun terakhir ini, termasuk matode-metode untuk data hilang yang terjadi pada data deret waktu. Setiap pendekatan akan semakin kompleks bila data hilang semakin banyak, atau bila terkait dengan tipe peubah (kategori atau kontinu) dan peubah tunggal (*univariate*) atau peubah banyak (*multivariate*). Metode-metode ini telah berkembang sesuai dengan bidang aplikasinya.

Rumusan Masalah

Data hilang dapat mengakibatkan beberapa masalah. Masalah yang paling utama akibat data hilang adalah terjadinya pendugaan yang berbias dalam pemodelan, sehingga penarikan kesimpulan juga akan berbias. Masalah lainnya adalah hilangnya informasi dan kurang tegarnya (*robust*) analisis data. Pengabaian data hilang, terutama pada data deret waktu, akan menurunkan tingkat akurasi apabila dibandingkan dengan analisis terhadap data yang lengkap. Selain itu ada sejumlah metode yang tidak dapat dilakukan terhadap data yang tidak lengkap.

Tujuan dan Manfaat

Makalah ini membahas tentang beberapa metode yang umum dapat digunakan untuk mengatasi data hilang, terutama untuk data daret waktu. Metode-metode ini diharapkan dapat membantu menyelesaikan masalah data hilang yang terjadi pada data deret waktu.

Pembahasan

Selama ini ada beberapa metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan data hilang secara umum, antara lain Imputasi Rata-Rata

(*Mean imputation*), *Simple Hot-Deck*, Imputasi Regresi (*Imputation by Regression)*, Algoritme EM, *Full Information Maximum Likelihood (FIML)*, dan Imputasi Ganda (*Multiple imputation*) (Chao-Ying, et.al 2003); metode Median, Interpolasi Spline Kubik, dan model Autoregresiv (Visual Numerics, 2003).

Imputasi Rata-Rata mengatasi masalah data hilang dengan cara menggantinya dengan nilai rata-rata. Namun penggantian data hilang dengan nilai rata-rata ini akan mengakibatkan bias dalam analisis datanya (Little dan Rubin, 1987). Metode *Simple Hot-Deck* mengganti data hilang dengan nilai yang diambil secara acak dari sejumlah data yang ada pada peubah yang sama. Metode ini mempunyai kelemahan yang sama dengan metode Imputasi dengan nilai rata-rata..

Pendugaan data hilang dengan metode Imputasi Regresi dilakukan berdasarkan suatu persamaan regresi yang menggunakan semua peubah dalam data yang tidak mengandung data hilang sebagai prediktor. Serupa dengan kedua metode sebelumnya, metode regresi ini tidak menghapus data pengamatan yang mengandung data hilang. Namun persamaan regresi harus ditetapkan dengan baik sehingga pendugaannya lebih akurat dan penduganya mungkin akan melebihi interval niliai data hilang.

Metode dengan algoritme EM menduga data hilang secara iteratif. Algoritme ini dikembangkan oleh Dempster, Laird, & Rubin (1977). Setiap iterasi terdiri dari dua tahap: (1) tahap nilai harapan (*Expectation*), yang mencari nilai harapan data hilang berdasarkan sebaran nilai-nilai pengamatan dan penduga parameternya; (2) tahap pemaksimuman (*Maximization*), yang manghasilkan suatu nilai untuk substitusi data hilang dengan nilai harapannya. Metode ini dapat digunakan baik untuk peubah tunggal maupun ganda. Metode FIML menggunakan semua informasi yang ada tentang data yang diamati, termasuk rata-rata dan ragamnya. Berbeda dengan algoritme EM, metode FIML mendapatkan penduga data hilang secara langsung.

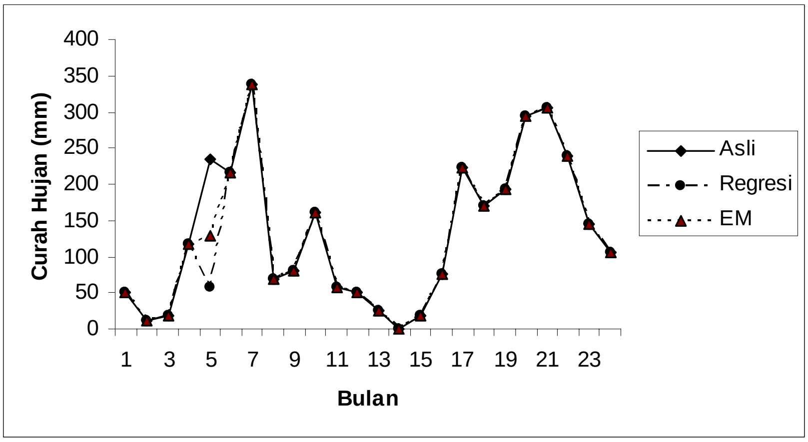
Metode Imputasi Ganda dapat mengatasi masalah data hilang yang tidak tentu (*uncertainty*) dan lebih efisien meskipun untuk ukuran contoh (*sample*) kecil. Metode ini terdiri dari tiga tahap: (1) Tahap imputasi, dimana setiap data hilang diduga tidak dengan hanya satu nilai tetapi beberapa nilai (misal: *m*). Setiap nilai pengganti diambil secara acak berdasarkan sebaran tertentu sehingga pada akhir tahap ini diperoleh sebanyak *m* data lengkap; (2) Tahap analisis, setiap data lengkap dianalisis; dan (3) Tahap *pooling*, interval nilai parameter dibuat berdasarkan semua hasil pada tahap analisis.

Metode Median serupa dengan metode Imputasi Rata-Rata. Tetapi pada metode Median data hilang diganti dengan nilai median dari data yang ada. Metode ini sederhana dan cepat, namun datanya harus dalam kondisi stasioner. Dalam kondisi ada data pencilan (*outlier*), nilai median pengganti data hilang akan dipengaruhinya.

Metode Interpolasi Spline Kubik dan Model Autoregresif serupa dengan metode Imputasi dengan Regresi. Pada metode pertama data hilang diduga berdasarkan model spline kubik dengan melakukan pemulusan (*smoothing*) model yang mencakup data yang hilang. Metode ini akan memberikan nilai dugaan yang lebih baik daripada model regresi. Sedangkan pada metode Autoregresif dibentuk model deret waktu autoregresi berdasarkan data deret waktu yang ada tanpa data hilang, kemudian model ini digunakan untuk memprediksi (*forecast*) data berikutnya yang merupakan pengganti data hilang.

Sebagai suatu ilustrasi, Gambar 1 memperlihatkan hasil pendugaan data hilang pada bulan ke-5 dari data curah hujan selama 24 bulan. Pendugaannya dengan metode algoritme EM dan Imputasi Regresi, menggunakan program

SPSS 13.0. Pada bulan ke-5 terlihat bahwa hasil pendugaan dengan metode EM (129 mm) lebih mendekati nilai data aslinya (235 mm) daripada dengan metode Imputasi Regresi (57 mm). Meskipun pendugaan dengan metode EM lebih baik daripada dengan imputasi regresi, hasil pendugaan ini masih belum memadai jika dilihat dari perbedaan yang masih besar antara data asli (235 mm) dengan hasil pendugaan (129 mm).



Gambar 1 Hasil Pendugaan Data Hilang

Metode-metode dalam bahasan sebelumnya digunakan untuk suatu data deret waktu (secara *univariate*). Misalnya untuk data curah hujan bulanan, metode tersebut hanya dapat digunakan untuk suatu stasiun curah hujan, dan tidak untuk sejumlah stasiun secara simultan (Cofino et al., 2002; Cano et al., 2004).. Dalam hal ini jaringan bayes (*Bayesian Network*) dengan algoritme EM dapat digunakan, dengan mempertimbangkan ketergantungan antar stasiun yang berdekatan secara spasial dan temporal.

Kesimpulan

Ada beberapa teknik penanganan data hilang pada data deret waktu, namun dalam penggunaannya harus selektif. Metode-metode untuk mengatasi masalah data hilang masih terus berkembang. Perkembangan ini tidak hanya untuk data deret waktu, tetapi juga berkembang untuk data spasial.

Daftar Pustaka

Cano R, Sordo C, Gutierez JM. 2004. Applications of bayesian network in meteorology. *Advances in Bayesian Networks*, Gamez et. al, Springer.

Chao-Ying JP, Show-Mann L, Lee HE. 2003. Advances in Missing Data Methods and Implications for Educational Research. http: www.indiana.edu/~leeehman/missrerfin.pdf

Cofino AS, Cano R, Sordo C, Gutierez JM. 2002. Bayesian networks for probabilistic weather prediction. *Proc. 15th European Conference on Artificial Intelligence.* IOS Press.

Dempster AP, Laird NM, Rubin DB. 1977. Maximum likelihood estimation from incomplete data via the EM algorithm (with discussion). *Journal of the Royal Statistical Society*, Series B, 39, 1-38.

Little RJ, Rubin DB. 1987. Statistical analysis with missing data. Wiley. New York.

SPSS Inc. 2004. SPSS Trends™ 13.0. Chicago, USA.

SPSS Inc. 1997. SPSS Missing Value Analysis™ 7.5. Chicago, USA. http://www.spss.com.

Visual Numerics Inc.2003. IMSL Auto_ARIMA. San Ramon, CA.

Ammi Pada Data Cacahan: Model Log-Bilinear

Oleh :
Alfian Futuhul Hadi
Budi Lestari
Laboratorium Statistika Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember. E-mail: afhadi@unej.ac.id

Halimatus Sa'diyah
Laboratorium Biometrika Jurusan Budidaya Pertanian FAPERTA Universitas Jember

Abstract

AMMI (Additive Main Effect Multiplicative Interaction) model for interactions in two-way table provide the major mean for studying stability and adaptability through genotype × environment interaction (GEI), which modeled by full interaction model. Eligibility of AMMI (Additive Main Effect Multiplicative Interaction) model depends on that assumption of normally independent distributed error with a constant variance. In the study of genotypes' resistance, disease and pest (insect) incidence on a plant for example, the appropriateness of AMMI model is being doubtful. We can handle it by introducing multiplicative terms for interaction in wider class of modeling, Generalized Linear Models. An algorithm of iterative alternating generalized regression of row and column estimates its parameters. A log-bilinear model will be applied to the Poisson data distribution. Log-bilinear models give us good information of the interaction by its log- odd ratio.
Kata kunci: AMMI Models, GEI, GLM, alternating regression, Log-bilinear

Pendahuluan

Model AMMI merepresentasikan observasi ke dalam komponen sistematik yang terdiri dari pengaruh utama (*main effect*) dan pengaruh interaksi melalui suku-suku multiplikatif (*multiplicative interactions*), di samping komponen acak sisaan atau galat. Pada dasarnya analisis AMMI menggabungkan analisis ragam aditif bagi pengaruh utama perlakuan dengan analisis komponen utama ganda dengan pemodelan bilinear bagi pengaruh interaksi yang memanfaatkan penguraian nilai singular (SVD) pada matriks interaksi (Mattjik, A. A.,1998; Mattjik, A. A., 2005). Ada kalanya kelayakan model AMMI dengan galat yang Normal dan ragam konstan tidak terpenuhi.

Arti penting pemodelan statistika adalah meyediakan interpretasi atas fenomena yang dipelajari, dan menyatakannya dengan bahasa yang sesuai dengan bidang aplikasi. Transformasi dapat dihindari manakala kehomogenan ragam dapat dimodelkan oleh suku-suku multiplikatif pengaruh interaksi pada

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

struktur sistematik model. Bagaimanapun, untuk data bukan Normal yang dimodelkan pada skala observasi, interaksi multiplikatif kemungkinan besar merefleksikan dua hal, kehomogenan ragam dan interaksi multiplikatif yang sebenarnya. Tidak ada jaminan bahwa transformasi data pada skala pengamatan dapat memisahkan kedua hal di atas.

Transformasi, dalam kasus analisis regresi ataupun analisis ragam, bertujuan untuk memperoleh kehomogenan ragam, mendekati kenormalan galat, dan keaditifan pengaruh sistematik. Tidaklah mudah memperoleh sebuah transformasi yang memenuhi semua kebutuhan. Jadi, setelah transfomasi pun, suku multiplikatif kemungkinan masih mencerminkan campuran keheterogenan ragam dan pengaruh multiplikatif.

Sementara itu, pada pemodelan aditif telah dikenal luas apa yang disebut dengan *Generalized Linear Models* (GLM) atau Model Linier Terampat (MLT) sebuah kelas pemodelan yang menangani data-data bukan Normal. Pada MLT, keaditifan pengaruh sistematik ditentukan pada skala ternormalkan. Kenormalan (dan kehomogenan) ragam tidak lagi diperlukan, karena dengan (quasi) likelihood hanya relasi antara nilai tengah dan ragam yang perlu ditetapkan.

Model multiplikatif (bilinear) menjembatani kesenjangan antara model pengaruh utama (pada ANOVA ataupun GLM) dan model interaksi lengkap dengan parameter interaksi untuk tiap-tiap sel dalam tabel dua arah. Model ini pun memberikan visualisasi corak utama interaksi melalui biplot. Karenanya pengembangan teori GLM dengan mengakomodasi komponen multiplikatif untuk interaksi sangat diperlukan.

Kekuatan eksplorasi model multiplikatif AMMI terletak pada visualisasi interaksi melalui biplot. Van Eeuwijk, 1995, memperkenalkan model multiplikatif dalam konteks MLT sebagai perluasan dari model AMMI yang disebut dengan *Generallized* AMMI atau disingkat GAMMI. Pada pemodelan

GAMMI, visualisasi interaksi ini masih dimungkinkan. Namun demikian, seperti disebutkan Van Eeuwijk, interpretasi model GAMMI masih harus diinvestigasi karena sangat tergantung pada fungsi hubung yang digunakan, meskipun jarak antar titik masih merepresentasikan ketakaditifan atau ketakbebasan. Artikel ini akan membicarakan bagaimana pengepasan (*fiting*) model bilinear dalam konsep MLT. Khususnya untuk pengamatan berupa cacahan, distribusi poisson dan binomial.

Model Linier Terampat (*Generalized Linear Models*)

Model linear klasik mempunyai karakteristik: galat atau peubah respon mengikuti sebaran Normal dengan ragam konstan, ragam bebas dari rataan, dan galat atau peubah respon saling bebas. Pada kelas pemodelan yang lebih luas tidak lagi terikat dengan asumsi ini. Nelder dan Wedderburn pada tahun 1972 mengenalkan model linear terampat (MLT, *generalized linear model*) yang tidak bergantung pada karakteristik atau asumsi model linear klasik, tetapi bergantung hanya sifat fungsi penghubung (*link function*) yang menghubungkan antara μ_i (rataan) dan η_i (prediktor linear [*linear predictor*]) dari model sebaran peluang yang digunakan (McChullagh & Nedler, 1989).

Peubah respon $y_i\,(i = 1,\ldots,n)$ merupakan nilai-nilai pengamatan peubah acak Y_i yang diasumsikan menyebar mengikuti sebaran tertentu (keluarga eksponensial) dengan nilai tengah $E(y_i) = \mu_i$. Pada kenyataannya, suatu fungsi ragam dari nilai tengah, $V(\mu)$, yang mungkin menyertakan parameter dispersi, memenuhi asumsi distribusi. $Var(y_i) = \phi\, V(\mu_i)$ dengan ϕ parameter dispersi (faktor skala) dan $V(\cdot)$ adalah fungsi ragam. Nilai tengah μ_i berhubungan dengan prediktor linear $\eta_i = \sum_{j=1}^{n} \beta_j x_{ij}$ atau $\boldsymbol{\eta} = \mathbf{X\beta}$ dimana x_{ij} peubah penjelas yang diketahui, sedang β_j adalah parameter, yang nilainya tidak diketahui) melalui suatu fungsi hubung: $g_i(\mu_i) = \eta_i$. Walaupun setiap pengamatan mungkin mempunyai fungsi penghubung yang berbeda, tetapi hal ini sangatlah jarang sehingga indeks *i* dalam fungsi g_i dapat dihilangkan atau $g_i(\mu_i)$ tereduksi menjadi $g(\mu_i)$. Pendugaan parameter β_j dalam vektor $\boldsymbol{\beta}$ dilakukan melalui prosedur iterasi regresi linier terboboti dari fungsi hubung yang terlinierisasi dan dikenakan kepada pengamatan $(\mathbf{y})$ pada peubah penjelas $(\mathbf{x})$. Fungsi hubung terlinierisasi atau fungsi hubung yang disesuaikan atau dalam GLIM dikenal dengan sebutan *working variate, z,* mempunyai bentuk $z_i = \eta_i + g'[^{-1}(\eta_i)](y_i - \mu_i)$ $\mathbf{z} = \boldsymbol{\eta} + (\mathbf{y} - \boldsymbol{\mu})\,\delta\boldsymbol{\eta}/\delta\boldsymbol{\mu}$ (McChullagh & Nedler, 1989; Van Eeuwijk, 1995; Falguerolles,1996). Setiap pengamatan juga mempunyai pembobot awal (prior weight) $w_i = [Var(z_i)]^{-1}$, atau $\mathbf{w} = (\delta\boldsymbol{\mu}/\delta\boldsymbol{\eta})^2/V(\boldsymbol{\mu})$. Pada setiap putaran iterasi nilai x dan z akan di-update. Metode ini dikenal dengan *Iterative Reweighted Least Square* disingkat IRLS.

Secara umum, model linier terampat mempunyai karakteristik:

1. Peubah respon, Y, mempunyai sebaran dalam keluarga sebaran eksponensial.
2. Komponen linear atau sistematik yang menghubungkan prediktor linear $\boldsymbol{\eta}$ ke perkalian antara matrik rancangan $\boldsymbol{X}$ dan parameter $\boldsymbol{\beta}$, $\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{X\beta}$.
3. Fungsi penghubung (*link function*) *g(.)* –yang mengaitkan prediktor linear dengan nilai-nilai dugaan model (*fitted values*)– mempunyai sifat monotonik dan diferensiabel. *g(.)* ini mendeskripsikan bagaimana rataan respon yang diharapkan dihubungkan dengan $\boldsymbol{\eta}$, misalnya $\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{X\beta}$ dan $\boldsymbol{\mu} = g^{-1}(\boldsymbol{\eta}) = E(\boldsymbol{Y})$.
4. Peubah respon boleh mempunyai ragam tidak konstan yang nilainya berubah dengan berubahnya nilai rataannya, $\sigma_i^2 = f(\mu_i)$.

Tabel 1 Fungsi Penghubung (kanonik) dalam Model Linier Terampat

SEBARAN RESPON	NAMA	SIFAT HUBUNGAN
Normal	Identitas	$\eta = g(\mu) = \mu$
Poisson	Log	$\eta = g(\mu) = \log(\mu)$
Binomial	Logit	$\eta = g(\mu) = \log\left(\frac{\mu}{1-\mu}\right)$
Binomial Negatif	Log	$\eta = g(\mu) = \log\left(\frac{\mu}{\mu+k}\right)$
Gamma	Kebalikan	$\eta = g(\mu) = \frac{-1}{\mu}$

Model AMMI Terampat (*Generalized AMMI Model*/GAMMI)

Dalam suatu percobaan, respon yang diamati terkadang berupa data kategorik. Hal ini mengakibatkan pendekatan model AMMI menjadi tidak relevan sehingga perlu dilakukan analisis dengan menggunakan pendekatan lain. Untuk kasus ini, metode AMMI juga telah dikembangkan untuk menangani kasus-kasus yang lebih general. Model pendekatannya dikenal dengan nama model Generalized AMMI disingkat GAMMI (Van Eeuwijk, 1995) atau Generalized Bilinear Models disingkat GBMs (Falguerolles, 1996, & Gabriel, 1998). Model GAMMI dapat dituliskan:

$$\eta_{ij} = \nu + \alpha_i + \beta_j + \sum_{k=1}^{K} \sqrt{\lambda_k}\, \gamma_{ki} \delta_{kj}$$

Suatu model AMMI adalah model GAMMI dengan link identitas dan ragam konstan. Dengan menetapkan nilai β_j dan δ_{kj} mereduksi model menjadi GLM sepanjang baris, sedang menetapkan nilai α_i dan δ_{ik} menjadi GLM sepanjang kolom. Karakteristik dari model GAMMI ini dapat menjadi dasar untuk menentukan prosedur pendugaan parameter. Prosedur pendugaan parameter pada GLM lainnya, biasanya menggunakan metode kuadrat terkecil terboboti secara iteratif.

Algoritma Pengepasan Model AMMI Terampat

Pengepasan Model AMMI Terampat dilakukan secara iteratif dengan beberapa tahapan sebagai berikut (Van Eeuwijk, 1995; Falguerolles, 1996).

Tahapan pendugaan parameter pada model GAMMI dapat dilakukan sebagai berikut:

(i) **Menentukan nilai awal untuk pengaruh utama dan interaksi kolom.** Ketika suatu model GAMMI dengan poros K akan disesuaikan dan tidak ada hasil yang didapat dari penyesuaian dengan poros $M < K$:

1. Modelkan pengaruh utama sebagai berikut: $\eta_{ij} = v + \alpha_i + \beta_j$
2. Simpan pendugaan $\hat{\beta}_j$ dari efek utama kolom
3. Pilih skor kolom, $\hat{\delta}_{kj}$, untuk poros 1 sampai K (skor-skor ini tidak harus sama semua, dan sebaiknya telah distandarisasi dan diortonormalisasi;

$\sum_{j=1}^{J} \hat{\delta}_{kj} = 0, \sum_{j=1}^{J} \hat{\delta}_{kj}^2 = 1,$ untuk $k = 1, ..., K$ dan $\sum \hat{\delta}_{kj}\hat{\delta}_{k'j} = 0,$ untuk $k \neq k'$)

Ketika pendugaan parameter dapat digunakan untuk model GAMMI dengan poros $M < K$, nilai dari $\hat{\beta}_j$ dan $\hat{\delta}_{kj}$, sekarang dengan k mulai dari 1, ..., M, dapat digunakan sebagai nilai awal untuk GLM pada tahap selanjutnya. Untuk nilai $\hat{\delta}_{kj}$ yang dimiliki poros $M + 1$, $M + 2$, ..., K, nilai dapat dipilih lagi.

(ii) **Pendugaan pengaruh utama dan interaksi baris.** Tentukan $b_j = \hat{\beta}_j$ dan $d_{kj} = \hat{\delta}_{kj}$, dan modelkan regresi baris:

$$\eta_{ij} = v + \alpha_i + b_j + \sum_{k=1}^{K} \gamma_{ki} d_{kj}$$

keterangan: b_j diharapkan telah diketahui dan tidak harus diduga; d_{kj} menggambarkan variabel *conco-mitant* pada faktor kolom. Parameter α_i dan $\gamma_{1i}, \gamma_{2i}, ..., \gamma_{Ki}$ adalah intersep dan slop untuk regresi dari entri baris i pada variabel $d_1, d_2, ..., d_K$. Pengaruh utama baris, $\hat{\alpha}_i$, tidak perlu dipusatkan dalam proses iterasi, ini mungkin sebaiknya hanya dilakukan setelah konvergen.

(iii) Pemusatan dan pengortogonalan penga-ruh interaksi baris

$\sum_{i=1}^{I}\hat{\gamma}_{ki}=0$, untuk $k = 1, ..., K$ dan $\sum_{i=1}^{I}\hat{\gamma}_{ki}\hat{\gamma}_{k'i}=0$, untuk $k \neq k'$

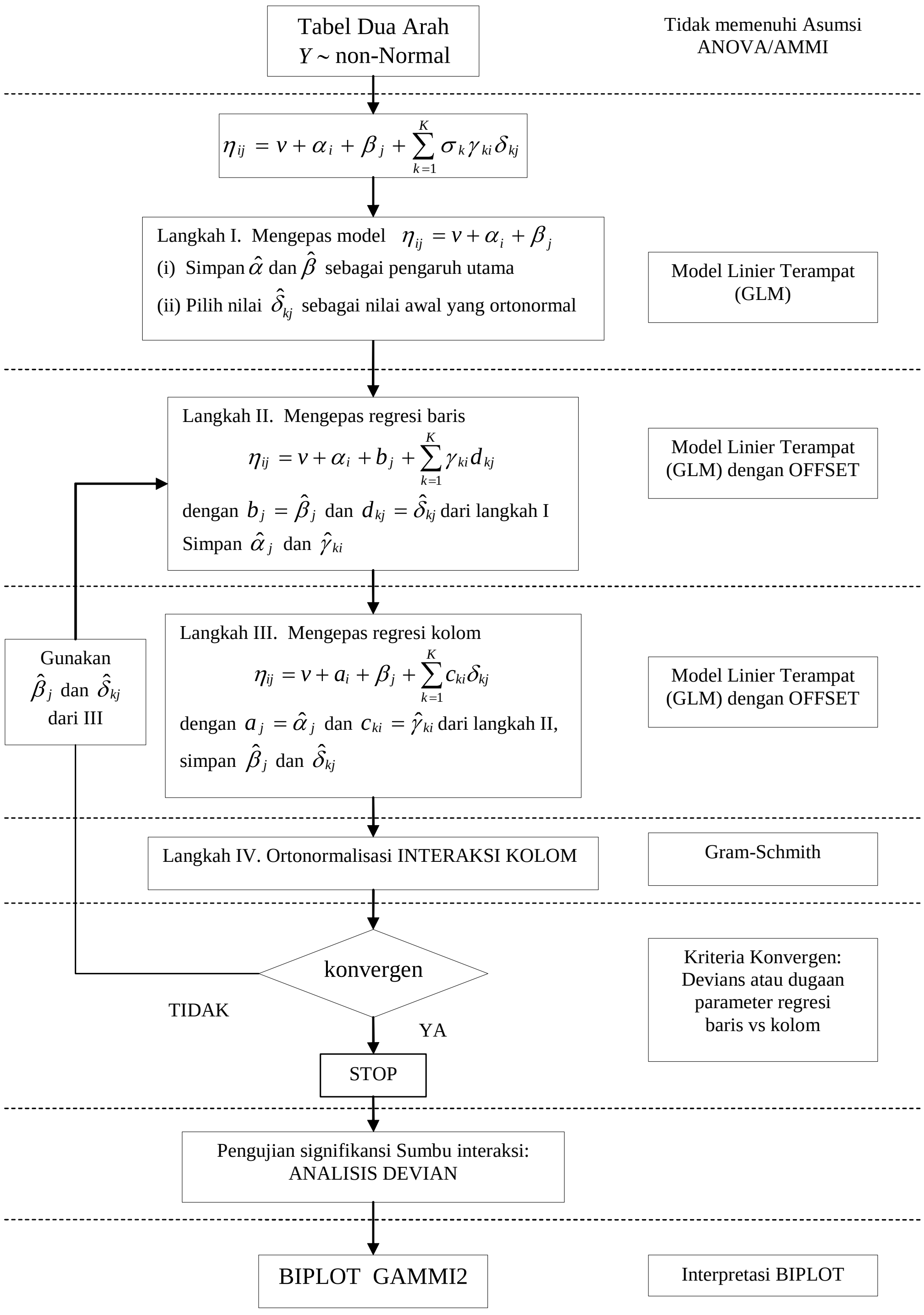
(iv) Pendugaan efek utama dan interaksi kolom

Tentukan $a_i=\hat{\alpha}_i$ dan $c_{ki}=\hat{\gamma}_{ki}$, dan modelkan regresi kolom

$$\eta_{ij}=v+a_i+\beta_j+\sum_{k=1}^{K}c_{ki}\delta_{kj}$$

keterangan: a_i membentuk *offset*, ketika nilai c_{ki} menunjukkan variabel *concomitant* pada faktor baris.

Parameter β_j dan δ_{1j}, δ_{2j}, ..., δ_{Kj} adalah intersep dan slop untuk regresi pada entri kolom *j* pada variabel c_1, c_2, ..., c_K. Tidak perlu memusatkan efek utama kolom, β_j, dalam prosedur.



Gambar 1. Algoritma pengepasan model GAMMI

(v) Standarisasi dan pengortonormalan pengaruh interaksi kolom

Standarisasi dan ortonormalisasi:

$\sum_{j=1}^{J}\hat{\delta}_{kj} = 0, \sum_{j=1}^{J}\hat{\delta}_{kj}^{2} = 1,$ untuk $k = 1, \ldots, K$ dan $\sum \hat{\delta}_{kj}\hat{\delta}_{k'j} = 0,$ untuk $k \neq k'$

Jika tidak terpenuhi maka lanjutkan prosesnya, $b_j = \hat{\beta}_j$ dan $d_{kj} = \hat{\delta}_{kj}$, dan fitkan regresi baris,

$$\eta_{ij} = v + \alpha_i + b_j + \sum_{k=1}^{K}\gamma_{ki}d_{kj}$$

Perubahan dari deviansi dari salah satu atau kedua regresi baris dan kolom dapat digunakan sebagai kriteria konvergen, atau perubahan dalam pendugaan dari salah satu atau keduanya parameter baris dan kolom. Jika kriteria kekonvergenan terpenuhi maka deviansi sisaan dari regresi baris akan menjadi sama dengan deviansi sisaan dari regresi kolom. Metode ini sering juga disebut metode pendugaan maksimum *quasi-likelihood.* Pada saat konvergen maka:

$$\sum_{i=1}^{I}\hat{\gamma}_{ki}^{2} = \sqrt{\lambda_K}$$

Parameter $\sqrt{\lambda_K}$ menunjukkan suatu parameter asosiasi general, suatu nilai singular general. Kecuali untuk kasus model AMMI, tidak akan ada hubungan sederhana antara banyaknya deviansi yang bersesuaian dengan poros *k* dan kuadrat dari nilai singular: $\left(\sqrt{\lambda_k}\right)^2 = \lambda_k$.

Penentuan Banyaknya Suku Multiplikatif

Banyaknya unsur multiplikatif dalam model GAMMI dapat ditetapkan melalui generalisasi uji pada model AMMI, yaitu:

1) Uji rasio *likelihood* untuk akar ciri pertama, untuk akar ciri kedua jika diketahui yang pertama, dan untuk akar ciri berikutnya. Uji ini membandingkan persentase yang diterangkan oleh suku tertentu dengan jumlah total yang tetap akan diterangkan, dan tidak memerlukan suatu pendugaan untuk galat.

2) Uji F tidak membutuhkan tabel khusus dan mudah dalam perhitungannya. Suatu pendugaan bebas dari galat (*over/under* dispersi) diperlukan dan mungkin akan menyebabkan masalah.
3) Uji sederhana dengan atribut derajat bebas $(I - 1) + (J - 1) - (2k - 1)$ kepada akar ciri bersesuaian dengan poros k, menjadi perbedaan antara banyaknya parameter yang akan diduga dan banyaknya konstrain identifikasi yang dikenakan. Kuadrat tengah yang bersesuaian kemudian diuji melawan suatu pendugaan galat (*over/under* dispersi). Uji ini diusulkan oleh Golob pada 1968 (Van Eeuwijk, 1995). Ketika akar ciri pertama relatif cukup besar terhadap akar ciri selanjutnya, atribut derajat bebas aman untuk mengikuti Gollob dan mengumpulkan suku berikutnya untuk suatu pendugaan galat (*over/under* dispersi). Aplikasi sekuensial dari prosedur ini, menguji akar ciri suksesif melawan pendugaan galat terkumpul.

Penambahan komponen multiplikatif lainnya untuk model GAMMI membutuhkan perhitungan kembali pada suku yang telah dimasukkan. Karena perbedaan bobot sel, dimensionalitas suksesif tidak disarangkan sebagaimana biasanya untuk model AMMI dengan bobot sel yang sama.

Diagnostik Sisaan

Sisaan untuk tujuan diagnostik, setelah konvergen, dapat diperoleh dari regresi baris sebaik regresi kolom. Sisaan regresi baris dan kolom akan menyimpang sedikit dari sesamanya, karena perhitungan dari sisaan regresi baris mengasumsikan bahwa parameter kolom lebih diketahui daripada yang diduga, sedangkan untuk sisaan regresi kolom pendugaan dari parameter baris tidak perlu diketahui juga. Kemungkinan lainnya adalah untuk membuat peregresi dari hasil parameter interaksi baris dan kolom dalam jalan yang sama dengan uji satu-derajat bebas untuk ketakaditifan yang dapat memberikan suatu interpretasi regresi, dan mencocokkan suatu model dengan efek utama dan peregresi-peregresinya. Sisaan dari model ini adalah suatu kompromi antara sisaan dari regresi baris dan regresi kolom.

Diagnostik sisaan yang dilakukan untuk menilai kelayakan model, diadopsi dari kelas GLM/MLT. Kelayakan model dapat diperiksa secara informal melalui plot sisaan terhadap suatu fungsi dari nilai dugaan model (*fitted value*). Untuk penilaian kelayakan model secara umum pemeriksaan disarankan menggunakan sisaan devians terbakukan (*standardized deviance residual*) untuk diplot terhadap prediktor linier (*linear predictor*) ataupun terhadap nilai dugaan model (*fitted value*) yang ditransformasi menjadi konstanta skala informasi bagi sebaran galat. Transformasi *fitted value* untuk beberapa sebaran galat antara lain:

$\hat{\mu}$	untuk galat berdistribusi Normal;	$2\,sin^{-1}\sqrt{\hat{\mu}}$	untuk galat Binomial;
$2\sqrt{\hat{\mu}}$	untuk galat Poisson; dan	$2\,log\ \hat{\mu}$	untuk galat Gamma;

Kelayakan model ditunjukkan oleh pola sisaan yang menyebar secara acak dengan kisaran konstan disekitar nilai tengah nol. Penyimpangan sistematik pada plot ini dapat berupa (i) bentuk kurva atau (ii) adanya perubahan kisaran dengan berubahnya *fitted value*. Bentuk kurva dapat disebabkan oleh salah satunya adalah penggunann fungsi hubung yang salah. Sehingga jika plot ini tidak mengandung penyimpangan dapat kita katakan fungsi hubung yang digunakan tepat (model sesuai). Hal yang sama dapat kita peroleh pula dari plot sisaan dengan prediktor linier. Catatan: Plot ini tidak bermakna bagi data biner. Beberapa plot sisaan lain digunakan secara khusus memeriksa fungsi ragam dan fungsi hubung yang digunakan (McChullagh & Nelder, 1989).

Plot antara nilai mutlak sisaan terhadap nilai dugaan model (*fitted value*) memberikan pemeriksaan informal tentang kelayakan fungsi ragam yang diasumsikan. Kelayakan fungsi ragam yang diasumsikan ditunjukkan oleh tebaran titik-titik yang membentang kostan secara horisontal, tidak mengindikasikan suatu tren atau pola tertentu. Ketidak sesuaian fungsi ragam ditunjukkan oleh tren pada nilai tengah, tren positif menunjukkan fungsi ragam yang digunakan saat ini meningkat lambat dengan meningkatnya nilai tengah. Kecenderungan negatif mengindikasikan sebaliknya. Pemeriksaan informal untuk kesesuaian fungsi hubung yang digunakan dapat diperiksa melalui plot antara *working variate* terhadap prediktor linier, tetapi ini tidak berlaku umum, untuk sebaran binomial terutama, plot ini tidak bermakna.

Penyajian Interaksi melalui Biplot Model GAMMI

Biplot sangat baik dalam memperlihatkan interaksi multiplikatif dalam model AMMI. Dalam biplot, baris dan kolom digambarkan oleh titik dalam dua atau tiga-ruang dimensi. Koordinat dari titik didapatkan dari skor baris dan kolom. Nilai singular ditempatkan ke skor baris dan kolom dalam cara yang berbeda tergantung pada yang diperhatikan adalah dalam hubungan antarbaris, antarkolom, atau antara baris dan kolom. Dengan skor baris $\gamma'_{ki} = \gamma_{ki}\sqrt{\lambda_k}$ diplotkan, jarak antara titik baris adalah proporsional pada banyaknya interaksi antarbaris. Memplotkan δ'_{kj}, dengan $\delta'_{kj} = \delta_{kj}\sqrt{\lambda_k}$ mentransfer hubungan ini ke titik kolom. Dengan titik baris dan kolom sebagai titik akhir dari vektor yang dimulai dari titik pangkal, geometri sederhana dapat memperlihatkan bahwa banyaknya interaksi, atau non-penjumlahan, antara sebuah baris dan kolom dapat didekati oleh *inner product* antara vektornya dari dalam biplot. *Inner product* ini dapat dihasilkan dengan memproyeksikan salah satu dari vektor baris atau kolom ke lainnya, dan kemudian mengalikan panjang dari proyeksi dengan panjang dari vektor tempat di mana proyeksi itu berada.

Untuk kelas yang lebih luas dari model GAMMI, adalah mungkin untuk memvisualisasi interaksi dengan menggunakan biplot, tetapi interpretasinya tergantung pada fungsi hubung tertentu.

Model GAMMI Log-Bilinier

Secara khusus berikut ini disajikan teladan lain model GAMMI yang merupakan model baris × kolom Goodman (*RC Goodman model*) untuk tabel frekuensi (cacahan) dua arah *I*×*J*. Model ini mengasumsikan bahwa setiap sel *I*×*J* saling bebas dan bersebaran Poisson. P_{ij} adalah peluang bagi suatu pengamatan berada pada baris ke-i dan kolom ke-*j*,

$$P_{ij} = \alpha_i \beta_j \exp\left(\sum_{k=1}^{K} \sqrt{\lambda}_k \gamma_{kj} \delta_{kj}\right)$$

dengan α_i dan β_j parameter yang positif.

Sebagai kendala identifikasi bagi suku multiplikatif interaksi, digunakan kendala yang sama dengan kendala pada model AMMI. Dengan mengambil nilai logaritma, model tersebut ekuivalen dengan model log-bilinier:

$\eta_{ij} = \log(P_{ij}) = v + \alpha_i + \beta_j + \sum_{k=1}^{K} \sqrt{\lambda}_k \gamma_{ki} \delta_{kj}$ dan dapat dikenali sebagai model AMMI terampat dengan fungsi hubung logaritma.

Untuk model asosiasi baris × kolom yang relevan adalah bentuk dari non-independen daripada non-aditif. Goodman mendefinisikan dua bentuk dari non-independen, yaitu:

$\omega_{ij} = \log\left(\frac{P_{ij}}{\alpha_i \beta_j}\right) = \sum_{k=1}^{K} \sqrt{\lambda}_k \gamma_{ki} \delta_{kj}$ dan $\pi_{ij} = \log\left(\frac{P_{ij} P_{st}}{P_{it} P_{sj}}\right) = \sum_{k=1}^{K} \sqrt{\lambda}_k (\gamma_{ki} - \gamma_{ks})(\delta_{kj} - \delta_{kt})$ sebagai log-odds ratio yang didefinisikan untuk sel dalam baris *i* dan *s*, dan kolom *j* dan *t*.

Parameter baris yang diskalakan $\gamma'_{ki} = \gamma_{ki}\sqrt{\lambda_k}$, dapat diinterpretasikan sebagai slop dari suatu regresi linear terboboti dari ukuran non-independen ω_{ij} pada skor kolom, $\delta_{kj} : \sum_{j=1}^{J} \lambda_{ij}\delta_{kj} = \gamma'_{ki}$. Ketika γ'_{ki} digunakan sebagai koordinat untuk titik baris dalam biplot, jarak kuadrat antara dua titik baris mendekati non-independen antara dua baris, karena $\sum_{k=1}^{K}\left(\gamma'_{ki} - \gamma'_{ks}\right)^2 = \sum_{j=1}^{J}\left(\omega_{ij} - \omega_{sj}\right)^2$

Hubungan yang sama dapat dideduksikan untuk δ'_{kj} dan γ_{ki}. Oleh karenanya, Goodman merekomendasikan untuk tampilan hanya dari titik baris untuk menggunakan $\gamma'_{ki} = \gamma_{ki}\sqrt{\lambda_k}$, dan untuk titik kolom $\delta'_{kj} = \delta_{kj}\sqrt{\lambda_k}$.

Untuk tampilan simultan, rekomendasinya adalah untuk menggunakan $\gamma^*_{ki} = \gamma_{ki}\lambda_k^{0.5(1-c)}$ dan $\delta^*_{kj} = \delta_{kj}\lambda_k^{0.5c}$ $(0 \le c \le 1)$, di mana pemilihan dari c tergantung pada titik beratnya berada pada baris atau kolom. *Inner product* dari titik baris dan kolom dalam suatu biplot simultan mendekati ukuran non-independen ω_{ij} di mana γ dan δ diskalakan menjadi γ^* dan δ^*, seperti yang terlihat pada

$$\omega_{ij} = \log\left(\frac{P_{ij}}{\alpha_i\beta_j}\right) = \sum_{k=1}^{K}\sqrt{\lambda}_k\gamma_{ki}\delta_{kj} = \sum_{k=1}^{K}\gamma^*_{ki}\delta^*_{kj} = \left|\gamma^*_i\right|\left|\delta^*_j\right|\cos\left(\gamma^*_i, \delta^*_j\right),$$

di mana γ_i^* dan δ_j^* dinotasikan sebagai vektor dari panjang K. Dalam biplot yang sama, *inner product* dari suatu perbedaan titik baris dengan suatu perbedaan titik kolom mendekati log-rasio odd:

$$\pi_{ij} = log\left(\frac{P_{ij}P_{st}}{P_{it}P_{sj}}\right) = \sum_{k=1}^{K}\sqrt{\lambda}_k\left(\gamma_{ki} - \gamma_{ks}\right)\left(\delta_{kj} - \delta_{kt}\right)$$

$$= \sum_{k=1}^{K}\left(\gamma^*_{ki} - \gamma^*_{ks}\right)\left(\delta^*_{kj} - \delta^*_{kt}\right) = \left|\gamma^*_i - \gamma^*_s\right|\left|\delta^*_j - \delta^*_t\right| cos\left(\gamma^*_i - \gamma^*_s, \delta^*_j - \delta^*_t\right),$$

dengan γ_i^*, γ_s^*, δ_j^*, dan δ_t^* vektor dari panjang K. Biplot simultan menghasilkan suatu alat yang sangat baik untuk memvisualisasi non-independen dalam tabel dua-arah dari perhitungan yang dianalisis oleh model asosiasi baris × kolom.

Untuk model GAMMI lainnya interpretasi dari hubungan biplot tetap harus diinvestigasi. Tidak lupa juga, jarak antara titik dari salah satu baris atau kolom akan selalu mengindikasikan beberapa bentuk dari non-aditif atau non-independen. Tampilan simultan seharusnya diinterpretasikan dengan lebih hati-hati, namun di sini *inner product* dari titik baris atau kolom akan tetap mendekati non-aditif pada skala linear prediktor.

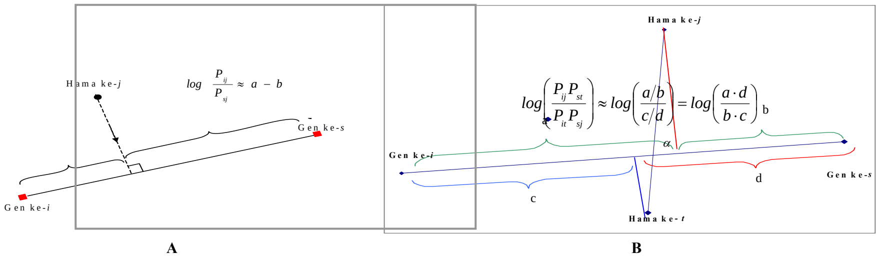
Secara khusus, untuk kasus data Poisson (model Log-bilinier) Biplot memberikan informasi dua informasi penting. Pertama tentang ketakbebasan antar baris atau antar kolom yang ditunjukkan oleh jarak (kuadrat) antar titik-titik baris atau antar titik kolom pada Biplot. Informasi lain yang cukup menarik adalah tentang perbandingan dua peluang kejadian (*odd ratio*). Informasi ini merupakan interpretasi geometrik yang memanfaatkan sifat proyeksi vektor, secara ringkas sebagai berikut:

Odds. Odds adalah perbandingan dua peluang kejadian. Dari tabel dua arah genotipe × populasi hama dapat diperoleh informasi perbandingan peluang. Kita definisikan x_{ij} sebagai nilai sel baris ke-*i* kolom ke-*j* dan $P_{ij} = x_{ij} \big/ \sum_{ij} x_{ij}$ peluang kejadian baris ke-*i* kolom ke-*j*, sehingga dapat dihitung perbandingan peluang dua genotipe, katakanlah genotipe ke-*i* dan ke-*s*, terserang suatu hama, katakan hama ke-*j* sebagai $P_{ij} \big/ P_{sj}$. Odds untuk hama ke-*t* pada kedua genotipe yang sama dapat dihitung dengan cara yang sama $P_{st} \big/ P_{it}$. Tinjauan geometris atas fenomena ini direpresentasikan gambar 2A. Perhatikan bila panjang *a* dan *b* sama, jarak dari titik hama akan sama untuk kedua genotipe.

Rasio Odds. Perbandigan dua odds, misalnya rasio antara odds untuk hama ke-*j* terhadap genotipe ke-*i* dan genotipe ke-*s* dengan odds untuk hama ke-*t* terhadap genotipe-genotipe

yang sama ditulis sebagai $\dfrac{P_{ij} \big/ P_{it}}{P_{st} \big/ P_{sj}}$.

Rasio odds ini dapat dipahami melalui gambar 2B dengan memperhatikan perbandingan selisih panjang *a* dan *b* dengan *c* dan *d*.



Gambar 2. Tinjauan geometris tentang Odds (A) dan Rasio Odds (B)

Catatan: Bila vektor yang menghubungkan dua hama dan yang menghubungkan dua genotipe saling tegak lurus, $\alpha=90^o$, maka perbandingan ini akan sama dengan satu, nilai log dari rasio odds ini adalah nol.

Menurut model log-bilinier (GAMMI *log-link*) rasio odds ini dapat diperoleh skala logaritma:

$$\pi_{ij} = log\left(\frac{P_{ij}P_{st}}{P_{it}P_{sj}}\right) = \sum_{k=1}^{K}\sqrt{\lambda}_k\left(\gamma_{ki}-\gamma_{ks}\right)\left(\delta_{kj}-\delta_{kt}\right)$$ Melalui penurunan rumus sehingga diperoleh

$$\pi_{ij} = \sum_{k=1}^{K}\left(\gamma_{ki}^{*}-\gamma_{ks}^{*}\right)\left(\delta_{kj}^{*}-\delta_{kt}^{*}\right) = \left|\gamma_i^{*}-\gamma_s^{*}\right|\left|\delta_j^{*}-\delta_t^{*}\right| cos\left(\gamma_i^{*}-\gamma_s^{*}, \delta_j^{*}-\delta_t^{*}\right),$$

Ilustrasi

Data dalam artikel ini berasal dari percobaan pengendalian terhadap hama daun pada galur kedelai tahan hasil persilangan oleh Balitkabi di Malang, Jawa Timur. Percobaan ini melibatkan empat galur/varietas kedelai tahan hasil persilangan (Wilis, IAC-100, IAC-80-596-2 dan W/80-2-4-20). Penelitian ini memanfaatkan data populasi hama daun pada umur 14 hari setelah tanam.

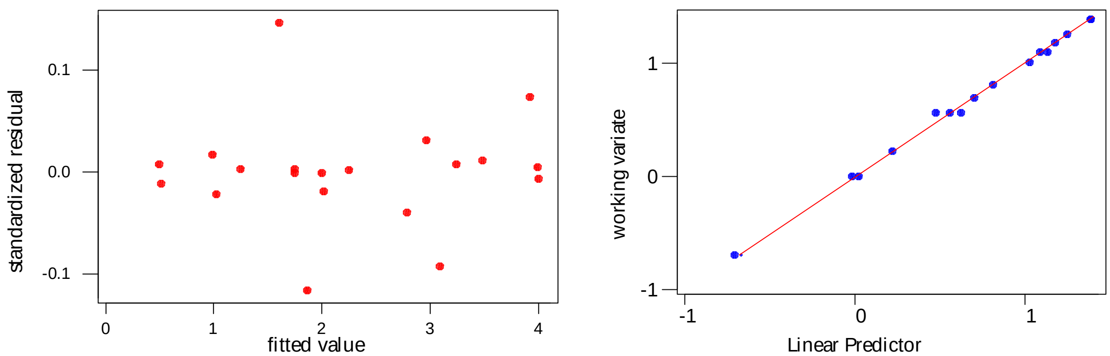
Keempat genotipe kedelai memberikan respon ketahanan daun yang berbeda terhadap lima jenis hama daun. Tabel 2 menyajikan rataan populasi kelima hama yang ditemui pada keempat varietas kedelai pada usia 14 hari setelah tanam. Dengan algoritma bolak-balik Gambar 1, model GAMMI menggunakan fungsi hubung logaritma natural dan sebaran Poisson. Analisis devians disajikan pada Tabel 3 menunjukkan bahwa rataan residual devians adalah 0.0134; pada perhitungan sisaan berbasis Khi-kuadrat Pearson sebesar 0.0135. Tabel 3 menunjukkan bahwa model GAMMI-2 memenuhi kelayakan, karena rasio rataan devians sumbu 2 signifikan pada nilai-p<0.0541 F-tabel [4,2]. Nilai singular sumbu 1 dan 2 berturut adalah 1.739, 0.5927. Plot residual devians terhadap nilai dugaan model dan linear prediktor, menunjukkan tidak adanya kelainan yang berarti. Plot antara *working variate* terhadap prediktor linier dapat mengindikasikan ketidaktepatan penggunaan fungsi hubung, jika plot ini tidak linier. Tidak ada penyimpangan pada plot ini (Gambar 3). Sehingga model GAMMI-2 dengan log-link dan distribusi Poisson tampak mengepas data dengan baik.

Tabel 2 Rataan populasi lima jenis hama daun pada empat genotipe kedelai

Genotipe	Jenis Hama Daun				
	Bemissia	*Emproosca*	*Agromyza*	*Lamprosema*	*Longitarsaus*
IAC-100	0.50	1.75	2.25	0.50	1.75
IAC-80	3.00	2.75	1.00	1.75	3.25
W/80	3.50	4.00	1.25	2.00	2.00
Wilis	4.00	3.00	1.00	1.75	4.00

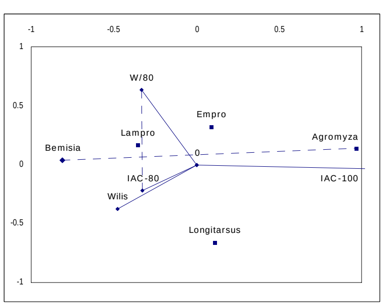
Tabel 3 Analisis devians untuk data populasi hama daun

Sumber	Derjat Bebas	Devians	Rataan Devians	Rasio Rataan Devians	Nilai-p
Hama Daun	4	4.1845	1.0461	78.38	0.0126
Genotipe	3	2.8359	0.9453	70.83	0.0139
GAMMI 1	6	3.6709	0.6118	45.84	0.0215
GAMMI 2	4	0.9477	0.2369	17.75	0.0541
Residual	2	0.0267	0.0133		
Total	19	11.6656	0.6140		



Gambar 3. Plot residual untuk data hama kedelai: Plot residual terstandardisasi terhadap nilai dugaan model GAMMI-2 *log-link* (kiri);Plot *working variate* terhadap prediktor linier (kanan).

Biplot GAMMI-2 menyajikan informasi interaksi genotipe × hama. Genotipe W/80 tampak berpeluang untuk menjadi kandidat varietas yang relatif tahan terhadap semua jenis hama daun kecuali pada *Emproasca*, itupun hanya jika dibandigkan dengan varietas IAC-100 yang secara spesifik rentan terhadap *Agromyza* (Gambar 4). Biplot interaksi model log-bilinier dapat digunakan secara baik untuk menemukan pasangan genotipe kedelai dan pasangan populasi jenis hama yang mempunyai rasio odds satu atau log-rasio odds nol. Pada data kita, ditemui bahwa pasangan itu adalah genotipe W/80 dan IAC-80 terhadap hama Bemisia dan Lalat. Garis antar genotipe "hampir" tegak lurus dengan garis antar jenis hama menunjukkan log-rasio odds "mendekati" nol.



Gambar 4. Biplot GAMMI-2 untuk interaksi hama daun dengan fungsi hubung logaritma.

Tabel 2 dapat memverifikasi bahwa rasio odds antara keduanya mendekati 1. Artinya W/80 dan IAC-80 mempunyai kesamaan, W/80 cenderung terserang Bemisia daripada Lalat, demikian pula dengan IAC-80 dalam skala (odd rasio) yang sama.

Simpulan

Model AMMI Terampat (GAMMI) mengakomodir ketidaknormalan data untuk memperoleh dekomposisi interaksi secara lengkap, dengan memodelkan peluang kejadian. Dalam bidang pemuliaan tanaman manfaat sangat dirasakan untuk uji stabilitas/adaptabilitas genotipe pada pebuah indikator yang berdistribusi bukan Normal, namun diketahui distribusinya dalam keluarga eksponensial, misalnya Poisson, Binomial, atau Gamma. Biplot GAMMI model Poisson dengan fungsi hubung logaritma memberikan tambahan informasi tentang rasio odds.

Pada studi ketahanan genotipe kedelai terhadap hama daun, model GAMMI-2 berhasil menjelaskan bahwa Genotipe W/80 adalah kandidat varietas yang relatif tahan terhadap hampir semua jenis hama daun. IAC-100 rentan terhadap Lalat. Genotipe W/80 dan IAC-100 terhadap hama *Bemisia* dan *Agromyza* mempunyai log-rasio odds "mendekati" nol.

Pustaka

Aunuddin, 2005. Statistika: Rancangan dan Analisis. IPB Press, Bogor.

Falguerolles, de A, 1996. Generalized Linear-Bilinear Models. An Abstract. Society of Computational Economics. 2nd International Conference on Computing and Finance. Genewa, Switzerland, 26–28 June 1996. http://www.unige.ch/ ce/ce96/defalgue/ [14 Juni 2007]

Gabriel, K. R., 1998, Generalised Bilinear Regression. *Biometrika*. **85** (3):689-700.

Greenacre, M. J. 1984. Theory and Apllications of Correspondence Analysis. Academic Press. London.

Jolliffe, I T. 1986. Principal Component Analysis. Springer-Verlag. New York

Hadi, A. F. & H. Sa'diyah, 2004. AMMI Model untuk Analisis Interaksi Genotip × Lokasi. *Jurnal Ilmu Dasar*1:33-41

Lawes Agricultural Trust, 2003. **The Guide to GenStat® Release 7.1 Part 2: Statistics.** VSN International, Wilkinson House, Jordan Hill Road, Oxford, UK.

Mattjik A. A. & Sumertajaya I. M. 2002. Perancangan Percobaan dengan Aplikasi SAS dan MINITAB. 2nd Ed. IPB Press. Bogor.

Mattjik A. A., 2005. Interaksi Genotipe dan Lingkungan dalam Penyediaan Suumberdaya Unggul. Naskah Orasi Ilmiah Guru Besar Biometrika. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Institut Pertanian Bogor. Bogor.

McCullagh, P. and Nelder, J. A. 1989. Generalized Linear Models. 2nd ed. Chapman and Hall, London.

Sumertajaya, I M. 1998. Perbandingan Model AMMI dan Regresi Linier untuk Menerangkan Pengaruh Interaksi Percobaan Lokasi Ganda. Tesis. Program Studi Statistika Sekolah Pascasarjana IPB, Bogor

Tengkano, W & Soehardjan, M, 1993. Jenis Hama Utama pada Berbagai Fase Pertumbuhan Tanaman Kedelai, dalam S. Somaatmadja *et al* (eds.) Kedelai. Pusat Penelitian dan Pengembangan Tanaman Pangan. Bogor

Van Eeuwijk, F A, 1995. *Multiplicative Interaction in Generalized Linear Models*. *Biometrics*, **51,** 1017–1032

Ucapan Terima Kasih

1. Prof. Fred Van Eeuwijk(The University of Wageningen) dan Paul Keizer (CPRO-DLO. Wageningen) atas diskusinya tentang AMMI dan GENSTAT.
2. Artikel ini merupakan bagian dari Penelitian yang didukung dana HIBAH BERSAING Perguruan Tinggi 2007.

Analisa Kestabilan Sistem Switch Linear

Oleh :
Ari Suparwanto
Salmah
Jurusan Matematika FMIPA UGM
ari_suparwanto@yahoo.com

Abstrak

Dalam makalah ini dibahas tentang kestabilan sistem switch linear menggunakan fungsi Lyapunov kuadratik.

Kata kunci : sistem switch, kestabialan, fungsi Lyapunov.

Pendahuluan

Pada umumnya sistem kendali bekerja di bawah perubahan diskret dari dinamikanya. Sebagai contoh, perpindahan dari satu manuver terbang pada helikopter model (seperti diam (hover), naik, turun, belok kiri, belok kanan, take-off, landing secara vertikal dan sebagainya) ke manuver lain. dapat digambarkan sebagai sistem diskrit, sedang dinamika helikopter sendiri adalah sistem kontinu. Sistem seperti di atas disebut sistem switch (switched system). Dalam makalah ini dibahas tentang analisa kestabilan dari sistem switch .

Pembahasan

1. Sistem switch

Sistem switch dideskripsikan oleh persamaan

$$\dot{x} = f_\sigma(x)$$

dengan $\{f_p \mid p = 1, \cdots, N\}$ adalah keluarga lapangan vektor yang cukup kecil dari $\Re^n$ ke $\Re^n$ dan σ adalah fungsi waktu konstan sepotong-sepotong yang disebut sinyal switch (switching signal). Sinyal switch dapat hanya bergantung pada waktu, bergantung pada state atau keduanya. Trajektori x kontinu di mana-mana. Diasumsikan semua sistem memiliki ekuilibrium pada titik asal, yaitu di titik nol.

Dalam makalah ini dipergunakan kelas khusus sistem switch yang didefinisikan sebagai berikut. Simbol *r* memberikan mode dinamik yang berbeda yang diberikan oleh *L={1,2,…,r}* dan waktu switch adalah

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

$0 = t_0 < t_1 < \cdots$. Suatu mode yang aktif pada barisan interval $[t_k, t_{k+1}]$ diberikan oleh $i(k) \in I$. Jika jumlah switch berhingga, berarti $0 = t_0 < t_1 < \ldots t_k, t_{k+1} = t_{k+2} = \ldots = \infty$.

Asumsi 1. *Terdapat waktu diam (dwell time) konstan* $T_D > 0$ *sehingga* $t_{k+1} - t_k \geq T_D$ *untuk semua* $k \geq 0$.

Misalkan $x(t) \in \Re^n$ adalah state sistem dan $x(t_0) = x_0$ adalah nilai awal. Untuk setiap *k,* state *x(t)* kontinu dalam $t \in [t_k, t_{k+1}]$ dan memenuhi persamaan berikut

$$\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i w(t), \quad x(t_k) = x_k, \tag{1}$$

dengan w(t) adalah fungsi t. Nilai awal untuk setiap interval diberikan oleh

$$x(k+1) = E_{hi} x(t_{k+1}^-), \quad h = i(k+1), \tag{2}$$

dengan $k \geq 0$ dan $x(s^-) = \lim_{t \uparrow s} x(t)$

Persamaan (2) memberikan loncatan state yang mungkin dari sistem, yang terjadi jika $E_{hi} \neq I$. Pada persamaan (1)-(2), state *x(t),* $t \in [0, \infty)$ ditentukan dengan tunggal oleh $\{u(k)\}_{k=0}^{\infty}, w(t)$ dan x_0.

2. Analisa kestabilan sistem switch dengan waktu diam

Diberikan kriteria kestabilan sistem switch linear dalam definisi sebagai berikut.

Definisi 1. *Titik asal dari sistem (1) stabil eksponensial denagn derajat kestabilan* β *jika terdapat konstanta positif M sedemikian sehingga*

$$\|x(t)\| \leq M e^{-\beta t} \|x(0)\|$$

Jika waktu diam diketahui, berikut ini diberikan kelas dari fungsi Lyapunov lemah (*weak Lyapunov functions*). Dipandang fungsi yang didefinisikan untuk $\{t_k\}_{k=0}^{\infty}$ dan $\{i(k)\}_{k=0}^{\infty}$:

$$v(x,t) = v_i(x), \quad t \in [t_k, t_{k+1}], \quad i = i(k), \tag{3}$$

dengan setiap $v_i(x)$ adalah C^1 yang memenuhi

$$a_i\|x\|^2 \le v_i(x,t) \le b\|x\|^2 . \qquad (4)$$

Untuk sembarang $x \in \Re^n$ dan $t \ge t_0$ maka

$$a\|x\|^2 \le v(x,t) \le b\|x\|^2 , \qquad (5)$$

$$a = \min_i a_i ,\ b = \max_i b_i .$$

Terlihat bahwa $v(x,t) \ge 0$, $x = 0 \Leftrightarrow v(x,t) = 0, \forall t$, dan $v(x(t),t) \to 0\ (t \to \infty)$ mengakibatkan $x(t) \to 0$.

Proposisi 1. *Misalkan x(t) state sistem (1). Andaikan terdapat* P_i *dan* $\alpha, \mu > 0$, $\alpha T_D > \ln \mu$ *dan*

$$\frac{d}{dt} v(x(t),t) < -2\alpha v(x(t),t), \quad t \in (t_k, t_{k+1}), \qquad (6)$$

$$v(x(t_k),t_k) < \mu^2 v(x(t_k^-),t_k^-) , \qquad (7)$$

untuk $x(t) \ne 0$. *Fungsi Lyapunov sistem switch v(x(t),t) akan monoton turun untuk setiap interval* $[t_k, t_{k+1}]$, *barisan* $\{v(x(t_k),t_k\}_{k=0}^{\infty}$ *akan monoton turun dan titik asal sistem (1) stabil eksponensial denagn derajat kestabilan lebih besar dari* $\beta = \min\{\alpha, \alpha - \ln \mu / T_D\} > 0$.

Bukti :

Pertidaksamaan (6) mengakibatkan bahwa $v(x(t),t)$ turun monoton pada $t \in [t_k, t_{k+1})$. Dari (6) dan (7), maka

$$\begin{aligned} v(x(t_{k+1}^-),t_{k+1}^-) &\le e^{-2\alpha(t_{k+1}-t_k)} v(x(t_k),t_k) \\ &< \mu^2 e^{-2\alpha(t_{k+1}-t_k)} v(x(t_k),t_k) \end{aligned}$$

sehingga

$$v(x(t_k),t_k) < \mu^{2k} e^{-2\alpha(t_{k+1}-t_0)} v(x(t_0),t_0)$$

Dengan demikian, diperoleh

$$\begin{aligned} v(x(t),t) &\le e^{-2\alpha(t_{k+1}-t_k)} v(x(t_k),t_k) \\ &< \mu^{2k} e^{-2\alpha(t-t_0)} v(x(t_k),t_k) \\ &\le \mu^{2\frac{t}{T_D}} e^{-2\alpha(t-t_0)} v(x(t_0),t_0) \\ &\quad e^{-2(\alpha-\frac{\ln\mu}{T_D})(t-t_0)} v(x(t_0),t_0) \end{aligned}$$

untuk $t \in [t_k, t_{k+1}), k \geq 0, t_k < \infty$ dan

$$v(x(t),t) \leq e^{-2\alpha(t-t_0)} v(x(t_0),t_0)$$

untuk $k \geq 0$. Dengan menentukan $\beta = \min\{\alpha, \alpha - \ln \mu / T_D\}$, diperoleh

$$\|x(t)\|^2 \leq \frac{1}{a} v(x(t),t) \leq \frac{1}{a} e^{-2\beta(t-t_0)} v(x(t_0),t_0)$$

$$\leq \frac{b}{a} e^{-2\beta(t-t_0)} v(x(t_0),t_0) \|x(t_0)\|^2$$

sehingga $x(t)$ konvergen erksponensial ke nol..

Fungsi (3) disebut fungsi Lyapunov jika memenuhi kondisi seperti Proposisi 1.

Selanjutnya dipandang fungsi Lyapunov yang berbentuk kuadratik

$$v_i(x) = x^T P_i x, \qquad (8)$$

dengan P_i matriks simetris definit positif.

Maka $a = \min_i \lambda_{\min}(P_i)$ dan $b = \max_i \lambda_{\max}(P_i)$, dan sebagai akibat Proposisi 1 adalah sebagai berikut.

Akibat 1. *Misalkan terdapat P_i dan α, μ yang memenuhi*

$$\alpha > 0, \quad \mu > 0, \quad \alpha T_D > \ln \mu,$$

$$P_i > 0, \quad i \in I,$$

$$A_i^T P_i + P_i A_i + 2\alpha P_i < 0, \quad i \in I,$$

$$\mu^2 P_i > E_{hi}^T P_h E_{hi}, \quad (h,i) \in S,$$

maka v(x,t) yang didefinisikan oleh (8) adalah fungsi Lyapunov dari sistem switch (1).

Daftar Pustaka.

Masubuchi, Izumi, dan Tsutsui Makoto, On design of Controllers for Linear Switched System with Quaranteed H2-type cost, Department of System and Computer Engineering Kobe University.

Schutter, B. De, Heemels, W.P.M.H, and Beemporad A, Modeling and Control of Hybrid Systems, Lecture Notes of DISC Course, 2003.

Van Hiele Dan Geometri
(Apa, Mengapa dan Bagaimana)

oleh
Hj.Epon Nur'aeni
Dosen Pendidikan Guru Sekolah Dasar(PGSD) pada UPI Kampus Tasikmalaya

Abstrak

Geometri merupakan salah satu cabang matematika yang diajarkan di Sekolah Dasar. Dengan mempelajari Geometri dapat menumbuhkan kemampuan berfikir logis, mengembangkan kemampuan memecahkan masalah dan pemberian alasan serta dapat mendukung banyak topik lain dalam matematika.Kenyataan di lapangan, banyak siswa mengalami kesulitan dalam mempelajari geomatri. Hal ini didukung oleh beberapa hasil penelitian melaporkan bahwa masih banyak siswa SD yang belum memahami konsep-konsep dasar geometri.

Berkenaan dengan masalah siswa mengalami kesulitan dalam mempelajari geometri , ada suatu teori pembelajaran yang berkaitan dengan masalah tsb yaitu Teori Van Hiele yang menyatakan bahwa tahap berfikir geometri siswa secara berurutan melalui 5 tahap/level, yaitu; level 0 (visualisasi), level l(analysis), level 2 (informal deduction), level 3 (Deduction), level 4 (Rigor). Untuk membantu meningkatkan kemajuan kemampuan berfikir geometri siswa dari level dasar ke level berikutnya secara berurutan, yaitu hasil penbelajaran yang diorganisir ke lima tahap (yang disebut 5 tahap pembelajaran Van Hiele). Setiap tahap pembelajaran merujuk pada kegiatan pencapaian tujuan pembelajaran dan peran guru dalam proses pembelajaran. Ke lima tahap tersebut yaitu, (l) tahap information, (2) tahap orientasi terarah(directed orientation), (3) tahap Explicitation, (4) tahap free orientation, (5) tahap integration. Beberapa hasil penelitian melaporkan bahwa; Dengan penerapan tahap pembelajaran Van Hiele dapat membantu siswa SD khususnya dalam memahami konsep dasar geometri. Oleh karena itu, model pembelajaran dengan menggunakan tahap Van Hiele merupakan salah satu alternatif pembelajaran untuk membantu siswa SD dalam memahami konsep dasar geometri.

Kata kunci : Teori Van Hiele, geometri, tahap pembelajaran, memahami, konsep dasar.

I. PENDAHULUAN

Salah satu tujuan umum pendidikan matematika di jenjang pendidikan dasar adalah mempersiapkan siswa agar sanggup menghadapi perubahan keadaan di dalam kehidupan di dunia yang selalu berkembang melalui latihan bertindak atas dasar pemikiran secara logis, rasional, kritis, cermat, jujur dan efektif. Dengan mempelajari geometri dapat menumbuhkan kemampuan berfikir logis (Ruseffendi,l985:24). Pendapat tersebut sejalan dengan ungkapan Kennedy (l994:385) bahwa pengalaman yang didapat dalam mempelajari geometri dapat mengembangkan kemampuan memecahkan masalah dan pemberian alas an serta dapat mendukung banyak topic lain dalam matematika. Tiga alasan mengapa geometri perlu di ajarkan, menurut

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

Usiskin(dalam Kahfi, l999:8). ***Pertama,*** geometri satu-satunya yang dapat mengaitkan matematika dengan bentuk fisik dunia nyata. ***Kedua,*** geometri satu-satunya yang memungkinkan ide-ide dari bidang matematika yang lain untuk di gambar. ***Ketiga,*** geometri dapat memberikan contoh yang tidak tunggal tentang sistem matematika.

Dari apa yang telah dikemukakan, tampaknya kita semua setuju bahwa peran geometri di jajaran bidang studi matematika sangat kuat. Bukan saja karena geometri mampu membina proses berpikir siswa, tapi juga sangat mendukung banyak topic lain dalam matematika. Jadi seharusnya siswa sekolah dasar khususnya memahami geometri dengan baik dan benar. Kenyataan di lapangan , diantara semua cabang matematika, geometri lah yang sangat memprihatinkan. Herawati(l994:110) melaporkan hasil penelitiannya bhwa masih banyak siswa sekolah dasar yang belum memahami konsep-konsep dasar geometri. Temuan Soejadi (dalam Herawati,l994:4), di temukan antara lain sebagai berikut. l) Siswa sukar mengenali dan memahami bangaun-bangun geometri terutama bangun ruang serta unsure-unsurnya. 2) Siswa sulit menyebutkan unsur unsur bangun ruang, missal siswa menyatakan bahwa pengertian rusuk bangun ruang sama dengan sisi bangun datar.Yus Irianto(l999:l07) melaporkan bahwa masih banyak siswa sekolah dasar kls VI yang mengalami kesulitan dalam memahami konsep geometri datar.Nur'aeni (2000:3), melaporkan bahwa masih banyak siswa kelas V sekolah dasar melakukan kesalahan dalam menentukan unsur-unsur bangun ruang kubus dan balok. Nur'aeni dkk (2002;5), melaporkan bahwa siswa kelas V masih banyak yang belum memahami konsep geometri datar segitiga dan segi empat. Permasalahan tersebut di atas dengan seiring waktu dapat terselesaikan dan teratasi dengan baik. Salah satu alternatif pembelajaran dengan menggunakan tahap pembelajaran Van Hiele dapat menjawab permasalahan kurangnya pemahaman siswa sekolah dasar dalam pelajarn geometri. Hal ini ditunjukkan dengan beberapa hasil penelitian yang melaporkan bahwa: Pembelajaran geometri dengan menggunakan tahap pembelajaran Van Hiele dapat membantu siswa sekolah dasar dalam memahami konsep dasar geometri (antara lain segitiga dan segi empat, unsur-usur bangun ruang kubus dan balok).

II. PEMBAHASAN

Pada pembahasan ini , akan diuraikan tentang pertanyaan Apa, Mengapa dan Bagaimana (Van Hiele dan Geometri).

Pasangan suami istri educator Belanda, Piere Van Hiele dan Dina Van Hiele Geldof, memperhatikan kesulitan yang dialami siswa mereka ketika mempelajari geometri. Pengamatan ini mengarahkan mereka untuk mengembangkan teori yang melibatkan tingkat-tingkat pemikiran dalam geometri yang dilewati siswa ketika maju dari sekadar pengenalan sebuah gambar hingga menjadi mampu menulis bukti geometrik formal. Teori mereka menjelaskan kenapa banyak siswa mengalami kesulitan dalam pelajaran geometri, terutama dengan bukti formal. Van Hiele yakin bahwa penulisan bukti memerlukan pemikiran pada tingkat yang relatif tinggi, dan bahwa banyak siswa perlu mempunyai lebih banyak pengalaman dalam pemikiran pada tingkat-tingkat yang lebih rendah sebelum mempelajari konsep-konsep geometrik formal.

- **Apa yang dimaksud dengan tingkat-tingkat pemahaman geometrik van Hiele?**

Ada lima tingkat / level yang berangkai dan hierarkhis, yakni:

a. Level 0 (Visualisasi): Siswa mengenali gambar-gambar melalui penampilan saja, sering melalui pembandingannya dengan prototip yang dikenal. Sifat-

sifat sebuah gambar tidak dipersepsi. Pada tingkat ini, siswa membuat keputusan berdasarkan persepsi, bukan penalaran.

b. Level 1 (Analisis): Siswa melihat gambar-gambar sebagai kumpulan sifat-sifat. Mereka dapat mengenali dan menyebut sifat-sifat gambar geometri, tetapi mereka tidak melihat hubungan di antara sifat-sifat ini. Ketika menggambarkan sebuah objek, siswa yang beroperasi pada tingkat ini bisa mencantumkan semua sifat yang diketahui siswa itu, tetapi tidak melihat sifat mana yang perlu dan mana yang cukup untuk menggambarkan objek tersebut.

c. Level 2 (Abstraksi)/Informal Deduction*:* Siswa mempersepsi hubungan di antara sifat-sifat dan di antara gambar-gambar. Pada tingkat ini, siswa dapat menciptakan definisi yang bermakna dan memberi argumen informal untuk membenarkan penalaran mereka. Implikasi logis dan inklusi kelas, seperti persegi merupakan satu jenis dari persegi panjang bisa dipahami. Tetapi peran dan signifikansi dari deduksi formal tidak dipahami.

d. Level 3 (Deduksi)*:* Siswa dapat mengkonstruksi bukti, memahami peran aksioma dan definisi, dan mengetahui makna dari kondisi-kondisi yang perlu dan yang cukup. Pada tingkat ini, siswa harus mampu mengkonstruksi bukti seperti yang biasanya ditemukan dalam kelas geometri sekolah menengah atas.

e. Level 4 (Ketat/rigor)*:* Siswa pada tingkat ini memahami aspek-aspek formal dari deduksi, seperti pembentukan dan pembandingan sistem-sistem matematika. Siswa pada tingkat ini dapat memahami penggunaan bukti tak langsung dan bukti melalui kontra-positif, dan dapat memahami sistem-sistem non-Euclidean.

- **Bagaimana tentang skema-skema penomoran lainnya untuk tingkat-tingkat itu. Kenapa?**.

Clements dan Battista (1992) mengusulkan adanya Tingkat 0, yang mereka namakan *pra-pengenalan* (pra-rekognisi). Siswa pada tingkat ini memperhatikan hanya satu subset dari karakteristik visual sebuah bangun, yang mengakibatkan ketidakmampuan untuk membedakan di antara gambar-gambar. Contohnya, mereka mungkin membedakan antara segi tiga dan segi empat tetapi mungkin tidak mampu membedakan antara belah ketupat dan jajaran genjang. Dalam karya-karya awal mereka, van Hieles menomori tingkat-tingkat dari 0 sampai 4.

Orang Amerika mulai menomori tingkat dari 1 sampai 5. Skema ini memungkinkan tingkat pra-pengenalan dinamakan Tingkat 0. Artikel ini menggunakan skema penomoran 0 sampai 4 (Level 0, Visualisasi).

- **Apakah pengembangan pemahaman geometrik terkait dengan usia? Atau kematangan? Pengalaman? Pengajaran?**

Kemajuan dari satu tingkat ke tingkat berikutnya lebih bergantung pada pengalaman pendidikan ketimbang pada usia atau kematangan. Sejumlah pengalaman dapat mempermudah (atau menghambat) kemajuan dalam satu tingkat atau ke satu tingkat yang lebih tinggi.

- **Bagaimana dengan tahap-tahap pembelajaran Van Hiele ?**

Menurut van Hiele, siswa maju melalui masing-masing tingkat pemikiran sebagai hasil dari pengajaran yang diorganisir ke lima tahap pembelajaran..Dalam setiap tahap penuh dengan pengalaman, keaktifan siswa yang membantu cepat /tdk nya untuk maju ke level berikutnya. Tahap-tahap ini digambarkan berikut ini:

Tahap 1 ***Informasi***: Melalui diskusi,guru mengidentifikasi apa yang sudah diketahui siswa mengenai sebuah topik dan siswa menjadi berorientasi pada topik baru itu.

Tahap 2 ***Orientasi terpimpin (Guided orientation)***: Siswa menjajaki objek-objek pengajaran dalam tugas-tugas yang distrukturkan secara cermat seperti pelipatan, pengukuran, atau pengkonstruksian. Guru memastikan bahwa siswa menjajaki konsep - konsep spesifik

Tahap3 ***Eksplisitasi**:* Siswa menggambarkan apa yang telah mereka pelajari mengenai topik dengan kata-kata mereka sendiri. Guru memperkenalkan istilah-istilah matematika yang relevan.

Tahap 4 ***Orientasi bebas**:* Siswa menerapkan hubungan-hubungan yang sedang mereka pelajari untuk memecahkan soal dan memeriksa tugas yang lebih terbuka (open-ended).

Tahap 5 ***Integrasi**:* Siswa meringkas/ membuat ringkasan dan mengintegrasikan apa yang telah dipelajari, dengan mengembangkan satu jaringan baru objek-objek dan relasi-relasi.

Seorang siswa mungkin perlu bersiklus melalui beberapa dari kelima tahap lebih dari sekali dengan satu topik tertentu

- **Apakah seorang pelajar/siswa dapat melompat tingkat berpikirnya?**

Menurut model van Hieles, seorang siswa tidak dapat mencapai satu tingkat pemahaman sebelum menguasai semua tingkat sebelumnya. Riset di Amerika Serikat dan negara-negara lain mendukung pandangan ini dengan satu kekecualian. Sejumlah siswa yang mempunyai bakat dalam matematika tampak melompatkan tingkat-tingkat, barangkali karena mereka mengembangkan keahlian-keahlian penalaran logis dalam cara-cara selain dari melalui geometri.

- **Bagaimana jika guru berpikir pada satu tingkat van Hiele yang berbeda dari siswa?**

Situasi ini lazim. Sebagian besar guru geometri sekolah menengah atas berpikir pada tingkat van Hiele keempat atau kelima. Riset menunjukkan bahwa sebagian besar siswa yang memulai satu pelajaran geometri sekolah menengah atas berpikir pada tingkat pertama atau kedua. Guru perlu mengingat bahwa walaupun guru dan siswa mungkin menggunakan kata yang sama, mereka bisa menafsirkannya secara cukup berbeda. Contohnya, jika seorang siswa berada pada tingkat pertama, kata "persegi" membayangkan sebuah bangun yang tampak seperti sebuah persegi , tetapi tidak banyak yang lainnya. Pada tingkat kedua, siswa tersebut berpikir dari segi sifat-sifat dari sebuah persegi, tetapi mungkin tidak mengetahui sifat-sifat mana yang perlu atau cukup untuk menentukan sebuah persegi. Siswa mungkin merasa bahwa untuk membuktikan bahwa sebuah gambar adalah persegi, semua sifat harus dibuktikan. Guru, yang berpikir pada tingkat yang lebih tinggi, mengetahui bukan saja sifat-sifat dari sebuah persegi, tetapi juga sifat-sifat mana yang dapat digunakan untuk membuktikan bahwa sebuah gambar adalah persegi. Nyatanya guru mungkin memikirkan beberapa cara untuk menunjukkan bahwa sebuah gambar adalah persegi , karena guru tersebut mengetahui hubungan-hubungan di antara berbagai sifat dan dapat menentukan sifat-sifat mana diimplikasikan oleh yang lain. Guru harus mengevaluasi bagaimana siswa menginterpretasikan sebuah topik untuk berkomunikasi secara efektif

- **Apa yang terjadi jika seorang guru berusaha untuk mengajar pada satu tingkat pemikiran di atas tingkat siswa ?**

Umumnya, siswa tidak akan memahami isi yang sedang diajarkan. Biasanya siswa akan berusaha menghafal materi itu dan mungkin seakan-akan telah menguasainya, tetapi siswa tersebut tidak akan benar-benar memahami materi itu. Siswa mungkin dengan mudah melupakan materi yang telah dihafal, atau tidak mampu menerapkannya, terutama dalam situasi yang tidak biasa bagi dia.

- **Apakah seorang siswa akan berada pada tingkat pemahaman geometrik dalam semua unsur isi?**

Tidak mesti. Jika seorang siswa telah melakukan lebih banyak pekerjaan dengan segi tiga dibanding dengan bangun bersisi empat, dia mungkin berpikir mengenai segi tiga secara lebih canggih dibanding mengenai gambar yang tidak biasa seperti trapesium. Akan tetapi begitu siswa telah mencapai tingkat pemikiran tertentu dalam satu unsur isi, lebih mudah bagi dia untuk berpikir pada tingkat itu dalam bidang-bidang lainnya, karena dia terbiasa untuk mencari hubungan di antara gambar-gambar dan di antara sifat-sifat.

- **Apa peran bahasa dalam pembelajaran geometri?**

Bahasa memainkan peran penting dalam pembelajaran geometri. Seperti ditunjukkan datas, masing-masing tingkat pemikiran mempunyai bahasanya sendiri dan interpretasinya sendiri terhadap istilah yang sama. Membahas dan memverbalisasi konsep-konsep adalah aspek - aspek penting dari tahap-tahap pembelajaran Informasi, Eksplisitasi, dan Integrasi. Siswa mengklarifikasi dan mereorganisir ide-ide mereka melalui pembicaraan mengenai konsep-konsep tersebut.

- **Bagaimana cara menilai tingkat van Hiele seorang siswa?**

Ada sejumlah tes yang dapat digunakan untuk menunjuk tingkat van Hiele. Tetapi dalam sebuah ruang kelas lebih praktis bagi guru untuk menilai tingkat van Hiele siswa dengan menganalisa respon siswa tersebut pada tugas-tugas geometri spesifik. Contohnya, seorang guru dapat mengamati bagaimana siswa menggunakan bahasa geometrik dan menentukan tingkat pemikiran siswa itu mengenai segi tiga dengan menganalisa responnya pada tugas pemilah-milahan segi tiga.

➢ **Apa implikasi dari teori van Hiele untuk pembelajaran ?**

Teori van Hiele menunjukkan bahwa pembelajaran yang efektif terjadi bila siswa secara aktif mengalami objek studi dalam konteks yang tepat, dan bila mereka terlibat dalam diskusi dan refleksi. Menurut teori tersebut, penggunaan ceramah dan hafalan sebagai metode pengajaran utama tidak akan mendatangkan pembelajaran yang efektif. Guru harus memberi kepada siswa pengalaman yang tepat dan kesempatan untuk membahas pengalaman itu.

Guru dapat menilai tingkat pemikiran siswa dan memberi pengajaran pada tingkat-tingkat itu. Guru harus memberi pengalaman yang diorganisir menurut tahap-tahap pembelajaran untuk mengembangkan masing-masing tingkat pemahaman secara berturut-turut.

Dalam *Geometri: Eksplorasi dan Aplikasi,* kegiatan pada tingkat-tingkat intermediate diberi untuk membantu siswa mengembangkan pemahaman mengenai gambar dan sifat. Sepanjang buku ini, pengalaman fundamental dan kesempatan untuk diskusi dan refleksi membantu mengembangkan tingkat-tingkat pemahaman berturut-turut. Ketika bukti diperkenalkan, siswa telah mempunyai pengalaman penting yang perlu untuk itu.

➢ **Apa hubungan *Standar Kurikulum dan Evaluasi untuk Matematika Sekolah* NCTM pada teori van Hiele**.?

Walaupun tidak menyebut teori van Hiele secara khusus dengan nama, *Standar Kurikulum dan Evaluasi* (1983) menyatakan:

Bukti menunjukkan bahwa pengembangan ide-ide geometrik maju melalui satu hierarkhi tingkat-tingkat. Siswa pertama-tama belajar mengenali bangun-bangun secara keseluruhan dan kemudian menganalisa sifat-sifat relevan dari bangun. Belakangan mereka dapat melihat hubungan di antara bangun-bangun dan membuat deduksi sederhana. Pengembangan dan pengajaran kurikulum harus mempertimbangkan hierarkhi ini. *Standar Kurikulum dan Evaluasi* konsisten dengan metodologi yang dianjurkan oleh model van Hiele, terutama tahap-tahap pembelajaran standar-standar kurikulum menyajikan pandangan dinamis mengenai lingkungan ruang kelas. Mereka menuntut sebuah konteks di mana siswa terlibat aktif dalam pengembangan pengetahuan matematika dengan cara menjajaki, membahas, menggambarkan, dan mendemonstrasikan. Komunikasi sangat penting pada proses sosial ini. Ide-ide dibahas, penemuan dibagi, terkaan dikonfirmasi, dan pengetahuan diperoleh melalui pembicaraan, penulisan, pendengaran, dan pembacaan.

- **Hal positif apa lagi yg diperoleh dari pembelajaran berdasar teori Van Hiele ?**

1. Ada korelasi positif antara tingkat pemahaman geometri siswa berdasarkan model Van Hiele dan prestasi siswa dalam geometri bidang.(Hasil penelitian Mohammad A.Yazdani,Ph.D, University of west Georgia, USA).
2. Eksplorasi Geometrik dengan Aplikasi Geometri Dinamik Berdasar Tingkat – Tingkat Van Hiele, berhasil dapat meningkatkan pembelajaran siswa dalam mengeksplorasi geometri ,membantu mengembangkan pemahaman siswa ttg sistem konseptual berbasis sifat yg di gunakan dalam geometri untuk menganalisa bangun.(Hasil penelitian Sinan Olkun dkk, Ankara University, Faculty of Educational Sciences,Turkey).

III. KESIMPULAN

1. Dalam upaya membelajarkan siswa (khususnya siswa SD), dalam pembelajaran matematika, minimal ada dua hal yang harus di perhatikan, yaitu l) hakikat anak didik (siswa SD masih berada dalam tahap operasional konkret), dan 2) hakikat matematika (yang mempelajari hal-hal abstrak).
2. Metoda Mengajar dan Teori Belajar yang tepat/sesuai, sangat mendukung keberhasilan pembelajaran matematika
3. Teori Van Hiele (tahap berfikir geometrik siswa dan tahap pembelajaran), merupakan teori yang berkonsentrasi pada geometri.
4. Tahap Pembelajaran Van Hiele terbukti sangat membantu siswa SD khususnya dalam memahami konsep dasar geometri.

DAFTAR PUSTAKA

Crowley,M.L .1987. *The Van Hiele Model of the Development of Geometric* Thought.In M Lindquist,ed.,Learning and Teaching Geometry, K-12,l987 year book.Reston.National Council of Teachers of Mathematics,l987.

Mason Marguerite," *The Van Hiele Levels of Geometric Understanding* ", In Professional Handbook for Teachers,Geometry:Exploration and Application. Copyright Mc Dougal Littell Inc.All right reserved.

Nur'aeni .2000. *Model Pembelajaran Untuk Memahami Konsep Unsur-Unsur Bangun Ruang Kubus Dan Balok Berdasarkan Kesalahan Siswa Kelas V Sekolah Dasar*.Tesis tidak diterbitkan.Malang:PPS IKIP Malang

Nur'aeni dkk. 2002. *Implementasi Model Pembelajaran Dengan Tahap Belajar Van Hiele Untuk Membantu Siswa Kelas V SD Dalam memahami Konsep Bangun-Bangun Geometri Datar.*:Jurnal Penelitian Pendidikan, Vol 2 N0.1 April 2002.Lembaga Penelitian UPI. Bandung.

Olkun Sinan.Geometric *Explorations with Dynamic Geometry Applications Based on Van Hiele Levels.* International Journal for Mathematics Teaching (online) http://www.ex.ac.uk/cimt/ijmt/ijmenu.html.

Ruseffendi.l985. *Pengajaran Matematika Modern Untuk Orang Tua Murid dan SPG:*Tarsito . Bandung.

Yazdani.A.Mohammad. "*Correlation Between Students' Level of Understanding Geometry According to the Van Hieles' Model and Students' Achievement in Plane Geometry* . Journal of Mathematical Sciences.& Mathematics Education.

Metode Pendeteksian Multi Komponen

Oleh :
Erfiani
Departemen Statistika, FMIPA – IPB
erfiani@ipb.ac.id
erfiani_ipb@yahoo.com

ABSTRAK

Perkembangan instrumen kimia dan proses analisisnya yang semakin maju serta menghasilkan data dengan cepat menyebabkan peningkatan kebutuhan metode analisis data. Pada percobaan kimia sampel yang digunakan umumnya terdiri dari beberapa komponen kimia (Multikomponen). Pada multikomponen seringkali tidak tersedia informasi komposisi kimia yang terdapat dalam sampel. Kondisi ini antara lain ditemui pada obat herbal. Sedikit sekali informasi yang tersedia tentang komposisi kimia serta khasiat masing-masing bahan penyusun, sehingga menyulitkan dalam hal kontrol kualitas untuk konsistensi khasiat obat herbal.

Penelitian ini akan mengkaji metode-metode untuk mendeteksi jumlah komponen yang terkandung dalam suatu bahan penyusun obat herbal di Indonesia. Beberapa metode yang dapat digunakan untuk menentukan jumlah komponen dalam suatu multikomponen, yaitu analisis komponen utama (PCA), plot korelasi, jarak Euclid, plot derivative dari suatu fungsi pemulus (*smoothing*), pendekatan proyeksi ortogonal (OPA), dan SIMPLISMA (*SIMPLe-to-use Interactive Self-modelling Mixture Analysis*)

Kata kunci: Pendeteksisn jumlah komponen, PCA, Korelasi, Jarak Euclid, Fungsi Pemulus, OPA, SIMPLISMA

LATAR BELAKANG

Pada bidang industri seringkali dijumpai produk yang disusun dari lebih satu komponen (multikomponen). Pada beberapa produk multikomponen ditemukan kesulitan untuk melakukan pendeteksian jumlah komponen penyusun. Padahal berkurangnya salah satu diantara komponen penyusun produk, dapat berakibat pada penurunan kualitas produk tersebut. Salah satu produk yang bersifat multikomponen adalah obat-obatan baik obat herbal maupun non herbal.

Pendeteksian jumlah komponen penyusun salah satunya dapat dilakukan melalui pemeriksaan laboratorium secara kimia. Perkembangan instrumen kimia dan proses analisisnya yang semakin maju serta menghasilkan data dengan cepat menyebabkan peningkatan kebutuhan metode analisis data.

Beberapa tahun terakhir percobaan kimia yang dilakukan seringkali melibatkan banyak peubah (*multivariate*) yang saling berkorelasi. Sehingga pendekatan *univariate* yang umum dilakukan tidak dapat berhasil guna (Hopke 2003).
Pada percobaan kimia sampel yang digunakan umumnya terdiri dari beberapa komponen kimia. Kimiawan analitik mengklasifikasikan sampel ini dalam tiga kategori yaitu sampel dengan sistem multikomponen "putih", "abu-abu", dan "hitam", bergantung pada tingkatan informasi yang tersedia tentang komponen kimia penyusunnya, seperti konsentrasi dan beberapa sifat lainnya. Pada multikomponen "hitam" tidak tersedia informasi komposisi kimia yang terdapat dalam sampel (Mok & Chau 2006).

Pada tulisan ini dilakukan kajian pustaka beberapa metode pendekatan yang dapat digunakan untuk mendeteksi jumlah komponen penyusun suatu produk dengan menggunakan alat ukur DAD-HPLC

PEMBAHASAN

Beberapa metode analisis yang dapat digunakan untuk menentukan jumlah komponen dalam suatu multikomponen, yaitu analisis komponen utama (PCA), plot korelasi, jarak Euclid, plot derivative dari suatu fungsi pemulus (*smoothing*), pendekatan proyeksi ortogonal (OPA), dan SIMPLISMA (*SIMPLe-to-use Interactive Self-modelling Mixture Analysis*). Metode-metode ini pernah dikaji dan dibandingkan oleh Wasim, Hasan, dan Brereton (2003). Plot derivative dan SIMPLISMA dapat mendeteksi dengan lebih baik untuk data HPLC-NMR, sedangkan OPA lebih baik digunakan untuk data DAD-HPLC. Selain itu dikatakan bahwa metode plot korelasi, jarak Euclid, dan plot derivative berpotensi digunakan untuk data on-flow HPLC-NMR dan juga DAD-HPLC.

Analisis Komponen Utama (AKU)

Analisis Komponen Utama (AKU) adalah sebuah pendekatan statistika yang dapat digunakan untuk menganalisa hubungan inter-relasi antar banyak peubah dan dapat digunakan untuk meringkas jumlah peubah asal menjadi komponen-komponen yang lebih sedikit (komponen utama) berdasarkan hubungan inter-relasi tersebut. Tujuan dari AKU ini adalah untuk mendapatkan jumlah komponen yang lebih sedikit tanpa terlalu banyak mengorbankan keragaman data asal.

Plot Korelasi

Koefisien korelasi adalah ukuran keeratan hubungan atau kesamaan antara dua vektor. Koefisien korelasi antara dua vektor spektral pada perjalanan waktu ke i dan ke i-1 dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$r(x_i, x_{i-1}) = \frac{\sum_{j=1}^{J}\left(x_{i,j} - \bar{x}_i\right)\left(x_{i-1,j} - \bar{x}_{i-1}\right)}{\sqrt{\sum_{j=1}^{J}\left(x_{i,j} - \bar{x}_i\right)^2}\sqrt{\sum_{j=1}^{J}\left(x_{i-1,j} - \bar{x}_{i-1}\right)^2}}$$

Koefisien korelasi antara dua spektra yang berurutan yang diplotkan dengan waktu dapat memberikan informasi yang sangat berharga mengenai perubahan yang terjadi pada data, yang pada gilirannya berhubungan dengan jumlah komponen dalam suatu campuran (Wasim, M. et al. 2003). Koefisien korelasi antara dua spektra yang mirip akan mendekati 1 sedangkan koefisien korelasi antara dua spektra yang secara total berbeda akan mendekati 0.

Wilayah dimana koefisien korelasinya mendekati 1 mengindikasikan sebuah wilayah kromatografik yang terpilih. Secara umum, logaritma dari koefisien korelasi digunakan sebagai sumbu vertikal, biasanya seluruh angka koefisien korelasi adalah positif, dan sumbu horizontalnya adalah waktu.

Jarak Euclidean Ternormalisasi (JET)

Jarak Euclidean Ternormalisasi (JET) adalah jarak geometris antara dua obyek dan merupakan ukuran kesamaan dimana makin kecil jaraknya maka makin besar kesamaannya. JET memiliki analogi dengan koefisien korelasi dimana makin besar koefisien korelasinya maka makin besar kesamaannya. Jarak antara dua vektor spektral pada perjalanan waktu ke i dan ke i-1 dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$d(x_i, x_{i-1}) = \sqrt{\left(x_{i,1} - x_{i-1,1}\right)^2 + \left(x_{i,2} - x_{i-1,2}\right)^2 + \ldots + \left(x_{i,J} - x_{i-1,J}\right)^2} = \sqrt{\sum_{j=1}^{J} \left(x_{i,j} - x_{i-1,j}\right)^2}$$

Seperti halnya koefisien korelasi, JET diukur untuk jarak antara dua spektra yang berurutan dan diplotkan dengan waktu. Wilayah dimana komponen atau spektra dikatakan sama digambarkan dalam wilayah yang memiliki jarak minimum dan gangguan (*noise*) atau komponen yang tidak sama digambarkan dalam wilayah yang memiliki jarak besar. Wilayah dimana spektra dianggap sama akan membentuk lembah jika digambarkan dalam bentuk grafik (Wasim, M. et al. 2003).

Fungsi Turunan

Fungsi turunan menggambarkan pendekatan lain untuk menemukan perubahan dalam karakteristik spektra selama perjalanan waktu pengamatan. Tetapi fungsi turunan juga memperbesar efek gangguan (*noise*) sehingga sangat penting untuk mengkombinasikannya dengan fungsi-fungsi penghalusan (*smoothing*). Saringan Savitsky Golay (A. Savitsky and M.J.E. Golay. 1964) memberikan bentuk kombinasi yang sangat baik antara teknik penghalusan dengan fungsi-fungsi turunan dalam satu langkah. Satu fungsi turunan pertama dengan teknik penghalusan kuadratik 5-titik dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$\frac{dx_{ij}}{di} \approx \left(-2x_{i-2,j} - x_{i-1,j} + x_{i+1,j} + 2x_{i+2,j}\right)/10$$

Dalam proses penghitungan turunan, data dibuat dalam bentuk skala baris (panjang gelombang), turunan pertama Savitsky Golay dihitung dan ditampilkan sebagai fungsi dari waktu. Puncak-puncak terendah (minima) dalam plotnya mengambarkan titik-titik kemurnian tertinggi yang dilambangkan dengan angka turunan yang mendekati 0. Jumlah puncak-puncak terendah (minima) biasanya melambangkan jumlah komponen dalam suatu campuran.

DAFTAR PUSTAKA

Dharmaraj S et al. 2006. The classification of Phyllanthus niruri Linn, according to location by infrared spectroscopy. Vibrational Spectrosc siap terbit.

Hopke PK. 2003. The evolution of chemometrics. Anal Chim Acta 500: 365-377.

Mok DKW, Chau FT. 2006. Chemical information of Chinese medicines: A challenge ti chemist. Chemom Intell Lab Syst 82: 210-217.

Sim CO, Hamdan MR, Ismail Z, Ahmad MN. 2004. Assessment of herbal medicine by chemometrics-assisted interpretation of FTIR spectra. Penang: University Sains Malaysia.

Wasim, M, Hassan, MS, Brereton, RG. 2003. Evaluation of chemometic methods for determining the number and position of componentsin high-performance liquid chromatography detected by diode array detector and on-flow 1H nuclear magnetic resonance spectroscopy. Analyst, 128, 1082-1090.

Zou HB et al. 2005. Progress in quality control of herbal medicine with IR fingerprint spectra. Anal Lett 38: 1457-1475.

Beberapa Metode Pemodelan Pada Data Deret Waktu Yang Mengandung Pencilan

Erfiani
Departemen Statistika, FMIPA – IPB
erfiani@ipb.ac.id
erfiani_ipb@yahoo.com

ABSTRAK

Pada data deret waktu seringkali ditemui pengamatan yang tidak konsisten atau dinamakan pencilan (*outlier*). Beberapa jenis pencilan antara lain adalah *Aditif Outlier* (AO), *Inovatif Outlier* (IO), *Level Change* (LC), *Transient Change* (TC) dan *Variance Change* (VC).

Penanganan data deret waktu yang memiliki pencilan memerlukan penanganan tersendiri dalam analisisnya. Beberapa pemodelan khusus dikembangkan untuk menangani data deret waktu yang memiliki pencilan. Metode tersebut antara lain *Intervention Analysis* dan *Mixture Transition Distributions*.

Kata kunci: AO, IO, LC, TC, VC, *Intervention Analysis,Mixture Transition Distributions.*

LATAR BELAKANG

Deret waktu (*time series*) merupakan barisan tataan menurut waktu yang teramati dari suatu peubah. Pada data deret waktu umumnya ditemukan korelasi antar pengamatan atau pengamatan yang tersusun menurut suatu tataan tertentu. Adanya unsur korelasi antar pengamatan mengakibatkan prosedur dan teknik analisis yang mendasarkan asumsi saling bebas antar pengamatan tidak dapat diterapkan, oleh sebab itu diperlukan suatu metode pendekatan yang berbeda dengan metode-metode yang berdasar pada aspek saling bebas. Metode analisis statistika untuk mengatasi data yang seperti ini adalah analisis data deret waktu (Wei 1989).

Wei (1989) juga mengemukakan bahwa pengamatan deret waktu kadangkala dipengaruhi oleh peristiwa yang tidak terduga seperti adanya pemogokan, perang, kerusuhan politik, krisis ekonomi, kebijakan pemerintah, maupun kejadian-kejadian eksternal yang lain. Peristiwa-peristiwa tersebut menimbulkan konsekuensi adanya pengamatan yang tidak konsisten dalam deret waktu tersebut. Pengamatan yang tidak konsisten ini dinamakan pencilan (*outlier*). Fox (1972) memperkenalkan dua jenis pencilan dalam data deret waktu. Dua pencilan tersebut adalah pencilan aditif dan pencilan inovatif (Fox 1972, diacu dalam Barnett & Lewis 1994).

Pada pengamatan deret waktu, pengamatan yang merupakan pencilan dalam data deret waktu tidak dapat dihilangkan begitu saja disebabkan eratnya korelasi antar amatan dalam deret tersebut, sehingga kemungkinan pencilan akan berpengaruh terhadap beberapa pengamatan sesudahnya. Keberadaan pencilan juga dapat menyebabkan hasil pendugaan menjadi tidak valid. Pencilan dalam data deret waktu akan berpengaruh pada peramalan di masa mendatang. Keberadaan pencilan ini seringkali tersamar, dalam arti tidak semua pencilan dalam data deret waktu dapat terlihat secara langsung dari plot deret waktunya (Barnett & Lewis 1994), oleh sebab itu diperlukan prosedur untuk mendeteksi dan menghilangkan pengaruh adanya pencilan (Wei 1989). Chang, Tiao, dan Chen (1988) mengembangkan suatu metode untuk mendeteksi keberadaan pencilan dalam data deret waktu melalui metode pendeteksian pencilan secara iteratif.

Tulisan ini menyajikan uraian tentang metode pendeteksian pencilan dalam data deret waktu menggunakan metode iteratif serta beberapa model spesifik yang banyak digunakan pada kasus data deret waktu yang memiliki pencilan.

PEMBAHASAN

Menurut Barnett dan Lewis (1994), pencilan adalah sebuah atau suatu sub-gugus pengamatan yang tidak konsisten dengan pengamatan-pengamatan yang lain dalam sebuah gugus data. Cryer (1986) juga memberikan definisi yang serupa untuk data pencilan pada data deret waktu.

Fox (1972) dalam Tolvi (2000), mendefinisikan dua buah jenis pencilan yaitu:

1. Pencilan Aditif (AO)

Pencilan aditif atau yang dikenal dengan pencilan model AO merupakan pencilan yang mempengaruhi suatu observasi tunggal dimana nilainya lebih besar atau lebih kecil dari yang diharapkan. Setelah gangguan tersebut, deret menjadi normal seolah tidak terjadi gangguan.

2. Pencilan Inovatif (IO)

   Pencilan inovatif yang dikenal dengan pencilan model IO, merupakan pencilan yang mempengaruhi beberapa atau sederet observasi melalui pola dinamis.

Selain kedua jenis pencilan tersebut, Tsay (1988) dalam Tolvi (2000) juga mendefinisikan tiga jenis pencilan sebagai berikut:

1. Level Change (LC)

   Level Change dikenal juga sebagai Level Shift (LS), merupakan perubahan yang terjadi pada level (rataan) suatu deret dengan magnitude tertentu. Perubahan ini dapat positif maupun negative, serta bersifat permanen.

2. Transient Change

   Transient Change dikenal juga sebagai Temporary Change (TC), merupakan generalisasi dari AO dan LC, dalam pengertian menyebabkan efek langsung eperti AO tetapi diteruskan kepada observasi berikutnya. Efek TC tidak bersifat permanen serta berkurang secara eksponensial.

3. Variance Cange (VC)

   VC biasanya tidak dikategorikan sebagai pencilan. VC tidak mempengaruhi level dari suatu deret secara langsung seperti pencilan lain, hanyaa mengubah ragam dari deret yang diamati pada saat tertentu.

Salah satu metode pendekatan yang dapat digunakan untuk pendeteksian pencilan adalah Prosedur Iteratif (*Iterative Procedure*).

Prosedur Iteratif (*Iterative Procedure*)

Prosedur iteratif yang diperkenalkan oleh Tiao *et al*. (1988) merupakan suatu prosedur untuk mengatasi terjadinya pencilan tipe AO maupun IO. Prosedur ini dirancang untuk mendeteksi keberadaan pencilan serta mengidentifikasi jenis atau tipe pencilan secara simultan. Jika

$\pi(B) = \dfrac{\phi(B)}{\theta(B)} = (1 - \pi_1 B - \pi_2 B^2 - \ldots)$ dan $e_t = \pi(B) Z_t$

Untuk AO: $e_t = \omega \pi(B) I_t^{(T)} + a_t$ dan IO: $e_t = \omega I_t^{(T)} + a_t$

Penduga bagi ω untuk tipe AO$(\hat{\omega}_{AT})$ adalah

$$\hat{\omega}_{AT} = \frac{e_t - \sum_{j=1}^{n-t} \pi_j e_{t+j}}{\sum_{j=0}^{n-T} \pi_j^2} = \frac{\pi^*(F) e_t}{\tau^2}$$

dimana $\pi^*(F) = (1 - \pi_1 F - \pi_2 F^2 - \ldots - \pi_{n-t} F^{n-t})$, F merupakan *forward shift operator* sehingga $Fe_t = e_{t+1}$ dan $\tau^2 = \sum_{j=0}^{n-t} \pi_j^2$. Penduga bagi ω untuk tipe IO$(\hat{\omega}_{IT})$ adalah

$\hat{\omega}_{IT} = e_t$

Penerapan $\pi(B) = \dfrac{\phi(B)}{\theta(B)} = (1 - \pi_1 B - \pi_2 B^2 - \ldots)$ pada deret MA(q) dijabarkan sebagai berikut:

$$\pi(B) Z_t = \frac{1}{\theta_q(B)} Z_t = a_t \;;\; \pi(B) = 1 - \pi_1 B - \pi_2 B^2 - \ldots = 1/\theta_q(B)$$

sedangkan pada MA(1) menjadi: $\pi(B) = \dfrac{1}{(1 - \theta_1 B)}$

$1 - \pi_1 B - \pi_2 B^2 - \pi_3 B^3 - \theta_1 B - (\pi_1 \theta_1) B^2 - \ldots = 1 ; 1 - (\pi_1 + \theta_1) B - (\pi_2 + \pi_1 \theta_1) B^2 - \ldots = 1$ sehingga:

$\pi_j = -\theta_1^j$ untuk $j \geq 1$. Adapun penduga w untuk tipe AO$(\hat{\omega}_{AT})$ pada deret MA(1) adalah:

$$\hat{\omega}_{AT} = \frac{e_t - \sum_{j=1}^{n-t} \pi_j e_{t+j}}{\sum_{j=0}^{n-T} \pi_j^2} = \frac{e_t - (-\theta_1 e_{t+j})}{1^2 + (-\theta_1)^2} = \frac{e_t + \theta_1 e_{t+j}}{1 + \theta_1^2}$$

Statistik uji untuk tipe AO dan IO adalah: AO: $\lambda_{1,T} = \tau \hat{\omega}_{AT} / \sigma_a$ dan IO: $\lambda_{2,T} = \hat{\omega}_{IT} / \sigma_a$

Erfiani (2007) mengkaji penerapan prosedur iteratif dengan menggunakan data simulasi untuk data deret waktu stasioner MA(1) dengan parameter $\theta = 0.1$ dan tiga macam ukuran data, yaitu n=50, n=100, dan n=150 yang masing-masing ditambahkan dengan 2 pencilan AO, 2 pencilan IO, 2 pencilan AO dan 1 IO, 1 pencilan AO dan 2 IO, serta 2 pencilan AO dan 2 IO. Pemberian pencilan dilakukan dengan menambahkan konstanta (ω) pada deret. Besaran ω yang ditambahkan ada lima macam, yaitu $\omega=1.5k$, $\omega=k$, $\omega=0.9k$, $\omega=0.8k$, dan $\omega=0.75k$, dengan k adalah kisaran (range) data yang dirumuskan k=max-min. Masing-masing gugus data diulang sebanyak sepuluh kali. Penambahan konstanta dilakukan secara acak (random) pada gugus data. Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa ketepatan prosedur dalam mendeteksi pencilan pada berbagai kombinasi n dan ω secara umum semakin meningkat seiring dengan semakin besarnya nilai n. Demikian pula dengan nilai ω yang ditambahkan, semakin besar nilai ω maka secara umum persentase ketepatan pendeteksian juga semakin meningkat.

Tolvi (2000), menguraikan beberapa metode pemodelan pencilan pada data deret waktu, yaitu:

1. Intervention Analysis (IA)

Diperkenalkan pertama kali oleh Box dan Tiao (1975). Model intervensi ini secara umum adalah sebagai berikut:

$$Y_t = Z_t + f(\kappa, \xi, t)\,;\ \phi(B)Z_t = \theta(B)a_t\,;\ f(\delta, \omega, I^{(t)}, t) = \sum_{d=1}^{\kappa} \frac{\omega_d(B)}{\delta_d(B)} I_t^{(T)}$$

Y_t adalah deret yang diamati, Z_t adalah deret ARMA, dan f(.) merupakan fungsi yang memperlihatkan efek deterministik waktu (t) atau peubah eksogen (ξ dengan parameter κ)

2. Mixture Transition Distribution (MTD)

Matin dan Raferty (1987) mengemukakan model MTD untuk data deret waktu yang merupakan kasus khusus dimana komponen bersyarat dari fungsi sebaran kumulatif G adalah Gaussian, yaitu

$$G_t(y_t \mid y_{t-1}) = \Phi\left(\frac{y_t - \phi_i y_{t-1}}{\sigma_i}\right)$$

Model diatas mampu memodelkan perilaku *non-Gaussian* seperti pencilan, *burst* dan *flat stetches*. Perkembangan selanjutnya dari model tersebut menyertakan model AR (p) baku sebagai kasus khusus, dan dikenal dengan nama *Gaussian Mixture Transition Distributions* (GMTD).

$$F(y_t \mid y^{t-1}) = \alpha_0 \phi\left(\frac{y_t - \sum_{j=1}^{p} \phi_{0j} y_{t-j}}{\sigma_0}\right) + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \phi\left(\frac{y_t - \phi_i y_{t-i}}{\sigma_i}\right)$$

Generalisasi GMTD selanjutnya menyertakan komponen bebas lain. Pada pemodelan ini pencilan dapat diterangkan dengan menspesifikasikan model, didefinisikan sebagai persamaan berikut:

$$F(y_t \mid y^{t-1}) = \alpha_0 \phi\left(\frac{y_t - \sum_j \phi_{0j} y_{t-j}}{\sigma_0}\right) + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \phi\left(\frac{y_t - \phi_i y_{t-i}}{\sigma_i}\right) + \alpha_{p+1} \phi\left(\frac{y_t}{\sigma_{p+1}}\right)$$

Daftar Pustaka

Barnett V, Lewis T. 1994. *Outliers in Statistical Data*. New York: J Wiley.

Chang I, Tiao GC, and Chen C. 1988. Estimation of time series parameters in the presence of outliers. *Technometrics* 30:193-204.

Cryer JD. 1986. *Time Series Analysis*. Boston: Duxburry Press.

Erfiani. 2007. Pendeteksian Pencilan pada Data Deret Waktu. Lokakarya Akurasi Prakiraan Musim, , Badan Meteorologi dan Geofisika, Jakarta, 7–8 November 2007

Fox AJ. 1972. Outliers in time series. *J R Statist Soc (B)* 43:350-363.

Tolvi, J. 2000. Outliers in Time Series, a Review . http://aws.tt.utu.fi/tolvi2.pdf

Wei WWS. 1989. *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods*. Canada: Addison-Wesley.

Penerapan Kestabilan Titik Equilibrium
Sistem Reaksi Difusi Pada Masalah Epidemik Model Sir

Himmawati Puji Lestari
Caturiyati
Kana Hidayati
Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

Abstrak

Tujuan penelitian ini adalah mengkaji kestabilan titik ekuilibrium suatu sistem reaksi difusi. Kestabilan sistem reaksi difusi ini dikaji melalui matriks Jacobiannya. Selanjutnya akan dikaji penerapan kestabilan titik ekuilibrium sistem reaksi difusi ini pada masalah epidemiologi model SIR dengan *vital dynamics.*

Penelitian ini dilakukan dengan metode studi pustaka, untuk mengkaji konsep-konsep yang diperlukan untuk menentukan kestabilan titik ekuilibrium sistem reaksi difusi yang selanjutnya diterapkan pada masalah epidemiologi SIR dengan *vital dynamics.*

Hasil yang diperoleh menujukkan bahwa titik ekuilibrium sistem reaksi difusi stabil asimtotis jika matriks Jacobiannya stabil dan memenuhi kondisi minor. Titik ekuilibrium sistem reaksi difusi masalah epidemiologi model SIR dengan *vital dynamics* stabil asimtotis untuk semua konstanta $\beta, \gamma,$ dan μ. Hal ini berarti proporsi masing-masing kelompok S, I, dan R pada saat tidak terjadi perubahan proporsi akan tidak berubah untuk jangka waktu lama.

Kata kunci : *titik ekuilibrium, sistem reaksi difusi, model* SIR *dengan vital dynamics*

1. PENDAHULUAN

Mathematical epidemiology merupakan salah satu cabang *mathematical biosciences* yang mempelajari tentang penyebaran dan kontrol wabah penyakit. Masalah utama dalam epidemiologi adalah mempelajari bagaimana sekelompok individu yang terinfeksi menyebarkan penyakit (menular) dalam suatu populasi yang saling berinteraksi.

Berbagai model epidemik telah dikenal, di antaranya model SIR, SIRS, SEIR, SEIRS, dan SEIS. Model-model ini dibentuk bergantung pada asumsi yang dibuat tentang penyakit dan tingkah laku populasi. Individu-individu dalam suatu populasi dapat dikategorikan dalam 4 kelompok, yaitu kelompok S(*susceptibles*/rentan), E (*exposed* /terinfeksi), I(*infectious*/terjangkit), dan R(*recovered*/sembuh). Contoh penyakit yang termasuk ke dalam model SIR adalah cacar air.

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

Model-model epidemik untuk suatu populasi yang didalamnya terjadi interaksi atau kontak langsung (penyebaran horizontal) antar individu dapat dipandang sebagai suatu sistem reaksi difusi. Sistem reaksi difusi adalah suatu model matematika yang menggambarkan bagaimana konsentrasi satu atau lebih kelompok terdistribusi dalam suatu populasi. Kestabilan sistem reaksi difusi dipelajari melalui kestabilan matriks Jacobian dalam sistem persamaan differensial.

Perlu diteliti apakah kontak langsung antar individu (difusi) akan mempengaruhi dinamika penyakit (kestabilan proporsi antar kelompok) dalam suatu populasi. Dalam penelitian ini dikaji kestabilan titik ekuilibrium sistem reaksi difusi dan penerapannya pada masalah epidemiologi model SIR, khususnya model SIR dengan *vital dynamics* (dengan kelahiran dan kematian).

1.1 Perumusan Masalah

Masalah yang akan dikaji dalam penelitian ini adalah kestabilan matriks, sistem reaksi difusi dan kestabilan titik ekuilibriumnya, dan bagaimana penerapan kestabilan titik ekuilibrium sistem reaksi difusi ini pada model SIR dengan *vital dynamics.*

1.2 Tinjauan Pustaka

Diberikan suatu fungsi $f: R^n \to R^n$ dan diasumsikan $f(0)=0$, maka $u=0$ adalah titik keseimbangan dari sistem persamaan diferensial biasa

$$\frac{du}{dt} = f(u). \qquad (1.1)$$

Titik ekuilibrium ini stabil asimtotis lokal jika matriks Jacobian $A = f'(0)$ stabil.

Matriks A dikatakan stabil jika $s(A) < 0$ dan dikatakan tidak stabil jika $s(A) > 0$ dengan $s(A)$ menyatakan maksimum bagian real nilai-nilai eigen matriks A.

Diberikan $\Omega \subset \mathbf{R}^n$, Ω terbatas dan $\partial\Omega$ batas dari Ω, dan n vektor satuan normal arah keluar terhadap $\partial\Omega$. Suatu sistem reaksi-difusi dapat dirumuskan sebagai berikut (Wang dan Li, 1999)

$$\begin{array}{lll} u_t = D\Delta u + f(u) & \text{pada} & \Omega \mathrm{x}(0,\infty) \\ \dfrac{\partial u}{\partial n} = 0 & \text{pada} & \partial\Omega x(0,\infty) \\ u(x,0) = u_0(x) & \text{pada} & \Omega, \end{array} \qquad (1.2)$$

dengan $f : \Omega \subset \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^n$, $f = (f_1,..., f_n)$ fungsi kontinu,

$u : \Omega x(0,\infty) \to \mathbf{R}^n$, $u = (u_1,..., u_n)^T$,

$D = diag(d_1, d_2,..., d_n)$ matriks diagonal, dengan $d_i \geq 0$ atau $D \geq 0$,

Δ operator Laplace terhadap variabel $x \in \Omega \subset \mathbf{R}^n$, dan

$\dfrac{\partial u}{\partial n}$ derivatif u terhadap vektor satuan normal arah keluar.

Jika koefisien difusi d_i pada matriks difusi D adalah sama, maka kestabilan titik ekuilibrium sistem (1.1) mengakibatkan kestabilan titik ekuilibrium sistem reaksi difusi (1.2). Turing (dalam Wang dan Li) telah menunjukkan bahwa jika koefisien difusi d_i berbeda maka kestabilan titik ekuilibrium sistem (1.1) belum tentu mengakibatkan kestabilan sistem (1.2).

Definisi 1.1.

Jika $\|.\|$ *menyatakan norma tak hingga dalam ruang fungsi kontinu* $C\left(\Omega \to \mathbf{R}^n\right)$ *dan* $\bar{u}(x)$ *suatu titik ekuilibrium dari sistem reaksi-difusi* (1.2) *maka*

a. $\bar{u}(x)$ *dikatakan stabil jika untuk sebarang* $\varepsilon > 0$ *terdapat* $\delta > 0$ *sedemikian hingga berlaku*

$$\|u(x,0)-\bar{u}(x)\|<\delta \Rightarrow \|u(x,t)-\bar{u}(x)\|<\varepsilon, \forall\, t \geq 0,$$

b. *penyelesaian* $\bar{u}(x)$ *dikatakan stabil asimtotis jika stabil dan terdapat* $\delta > 0$ *sedemikian hingga berlaku*

$$\|u(x,0)-\bar{u}(x)\|<\delta \Rightarrow \|u(x,t)-\bar{u}(x)\| \to 0 \text{ untuk } t \to \infty,$$

c. $\bar{u}(x)$ *dikatakan tak stabil jika tidak stabil.*

Kestabilan titik ekuilibrium $\bar{u}(x)$ sistem reaksi difusi (1.2) dipelajari melalui sistem linearisasinya di $\bar{u}(x)$, yaitu

$$\begin{aligned} &v_t = D\Delta v + Av && \text{dalam } \Omega \text{x}(0,\infty) \\ &\frac{\partial v}{\partial n} = 0 && \text{pada } \partial\Omega \text{x}(0,\infty) \\ &v(x,0) = v_0(x) && \text{dalam } \Omega. \end{aligned} \qquad (1.3)$$

dengan $A = J(f(0))$ matriks Jacobian, dengan melihat kestabilan matriks Jacobian. Jika $\bar{u}$ titik ekuilibrium dari sistem linearisasi maka $\bar{u}$ juga titik ekuilibrium dari sistem reaksi difusi. Teorema berikut menyatakan syarat perlu agar titik ekuilibrium sistem reaksi difusi stabil asimtotis.

Teorema 1.1. (Wang dan Li, 2001):

Misalkan $n \leq 3$ *dan* $A = J(f(0))$. *Jika A stabil dan memenuhi kondisi minor maka titik ekuilibrium* $\bar{u} = 0$ *dari sistem* (1.2) *stabil asimtotis untuk semua matriks difusi* $D > 0$.

Berbagai metode telah dikembangkan untuk menentukan kriteria kestabilan matriks. Sturm telah mengembangkan algoritma sederhana untuk kestabilan matriks, terkait dengan masalah Routh-Hurwitz pada banyaknya pembuat nol polinomial yang bagian realnya negatif (Li dan Wang, 1997).

Herbert W Hethcote (2005) merumuskan model epidemik SIR dasar (tanpa kelahiran dan kematian) sebagai sistem persamaan diferensial berikut.

$$
\begin{aligned}
\frac{dS}{dt} &= -\beta SI / N \\
\frac{dI}{dt} &= \beta SI / N - \gamma I \\
\frac{dR}{dt} &= \gamma I.
\end{aligned}
\tag{1.4}
$$

dengan $S(0) = S_0 \geq 0, I(0) = I_0 \geq 0, R(0) = R_0 \geq 0.$

Model ini sering disebut sebagai model epidemik umum.

Jika penyakit model SIR ini mewabah dalam jangka waktu yang lama, maka angka kelahiran dan kematian akan mempengaruhi proporsi populasi, dan sistem di atas menjadi model endemik SIR klasik, yaitu :

$$
\begin{aligned}
\frac{dS}{dt} &= -\beta SI / N - \mu S + \mu N \\
\frac{dI}{dt} &= \beta SI / N - \gamma I - \mu I \\
\frac{dR}{dt} &= \gamma I - \mu R,
\end{aligned}
\tag{1.5}
$$

Dengan menambahkan suatu matriks difusi $D \geq 0$, sistem-sistem persamaan diferensial di atas akan merupakan sistem reaksi difusi.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini dapat dirumuskan sebagai berikut. Dengan mengkaji berbagai teori tentang kestabilan matriks, akan diteliti syarat kestabilan suatu sistem reaksi difusi. Selanjutnya, akan dikaji bagaimana penerapan kestabilan sistem reaksi difusi pada masalah epidemiologi model SIR. Lebih khusus lagi, akan ditentukan juga syarat perlu agar suatu masalah epidemik model SIR ini stabil asimtotis.

1.4. Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan diperoleh dari penelitian ini adalah pemahaman tentang kestabilan suatu sistem reaksi difusi dan penerapannya pada masalah epidemiologi model SIR. Dari teori yang diperoleh diharapkan juga dapat diterapkan pada masalah-masalah sistem reaksi difusi yang lain.

2. METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan dengan metode studi pustaka. Berdasarkan kajian tentang konsep-konsep dan teorema-teorema dalam kestabilan matriks, akan diteliti kestabilan sistem reaksi difusi. Selanjutnya, hasil kajian ini akan diterapkan pada masalah epidemik model SIR, khususnya model *vital dynamics* (dengan kelahiran dan kematian).

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Kestabilan Matriks dan Kestabilan Sistem Reaksi Difusi

Definisi 3.1

Matriks A dikatakan stabil jika maksimum bagian real nilai-nilai eigen matriks A bernilai negatif, yaitu $s(A) < 0$ *dan dikatakan tidak stabil jika* $s(A) > 0$.

Definisi 3.2

Diberikan $A = (a_{ij})_{nxn} \in M_n(\mathbf{C})$. *Untuk* $1 \le k \le n$ *didefinisikan himpunan* I_k *sebagai berikut*:

$$I_k = \{(i_1, i_2, ..., i_k) \mid 1 \le i_1 < i_2 < \cdots < i_k \le n\}$$

$$I_0 = \phi$$

Selanjutnya, untuk $J = (i_1, i_2, ..., i_k) \in I_k$ *didefinisikan juga* :

(i) $\{J\} := \{i_1, i_2, ..., i_k\}$

(ii) $\{J\}^C := \{1,2,...,n\} \setminus \{J\}$

(iii) $J^C := (i_1^C, i_2^C, ..., i_{n-k}^C)$ *dengan* $i_r^C \in \{J\}^C \quad \forall r, r = 1,2,...,n-k$ dan $1 \le i_1^C < i_2^C < ... < i_{n-k}^C \le n$.

(iv) $I_k^C := \{J^C \mid J \in I_k\}$, k=1, 2, …,n .

Definisi 3.3

Diberikan $A = (a_{ij})_{nxn} \in M_n(\mathbf{C})$ *dan* $1 \le k \le n$.

Untuk sebarang $J = (i_1, i_2, ..., i_k) \in I_k$ *matriks bagian utama* (*principal submatrix*) *kxk dari matriks A, dinotasikan* $P_J(A)$ *didefinisikan sebagai berikut*:

$$P_J(A) = \begin{bmatrix} a_{i_1 i_1} & a_{i_1 i_2} & \cdots & a_{i_1 i_k} \\ a_{i_2 i_1} & a_{i_2 i_2} & \cdots & a_{i_2 i_k} \\ \vdots & & & \\ a_{i_k i_1} & a_{i_k i_2} & \cdots & a_{i_k i_k} \end{bmatrix} \text{ dan}$$

$P_\phi(A) = I$.

Secara umum nilai determinan matriks (A–D) dengan $A \in M_n(\mathbf{C})$ dan D *matriks diagonal D = diag* ($d_1, d_2, \ldots, d_n$), $d_1, d_2, \ldots, d_n \ge 0$ dapat dinyatakan sebagai

$$\det(A - D) = \det(A) + \sum_{k=1}^{n-1} (-1)^k \sum_{J \in I_k} \det\left(P_{J^C}(A)\right) d_J + (-1)^n \prod_{j=1}^{n} d_j \ . \qquad (3.1)$$

dengan $d_J = \prod_{j \in J} d_j$ untuk $J \in I_k$ dan $d_\phi = 1$.

Jika $D = \lambda I_{nxn}$ maka persamaan (3.1) adalah polinomial karakteristik dari A.

Definisi 3.4

(i) *Diberikan polinomial karakteristik matriks A*

$$P_A(\lambda) = a_0 \lambda^n + b_0 \lambda^{n-1} + a_1 \lambda^{n-2} + b_1 \lambda^{n-3} + \cdots, \qquad (3.2)$$

dengan $a_0 \ne 0$. *Diasumsikan bahwa semua* a_k *dan* b_k *real dan* $P_A(\lambda)$ *tidak mempunyai akar imajiner murni. Matriks Hurwitz H didefinisikan sebagai matriks bujur sangkar berukuran n yang berbentuk sebagai berikut*

$$H = \begin{bmatrix} b_0 & b_1 & b_2 & \cdots & b_{n-1} \\ a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1} \\ 0 & b_0 & b_1 & \cdots & b_{n-2} \\ 0 & a_0 & a_1 & \cdots & a_{n-2} \\ 0 & 0 & b_0 & \cdots & b_{n-3} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} \qquad (3.3)$$

dengan a_i *dan* b_i *seperti dalam polinomial karakteristik di atas dan* $a_k = 0$ *untuk* $k > \left[\frac{n}{2}\right]$ *dan* $b_k = 0$ *untuk* $k > \left[\frac{n-1}{2}\right]$.

(ii) *Determinan Hurwitz order ke-k, dinotasikan* Δ_k *yang dibentuk dari matriks Hurwitz berukuran n didefinisikan sebagai*

$$\Delta_1 = b_0,$$

$$\Delta_2 = \det\begin{bmatrix} b_0 & b_1 \\ a_0 & a_1 \end{bmatrix},$$

$$\Delta_3 = \det\begin{bmatrix} b_0 & b_1 & b_2 \\ a_0 & a_1 & a_2 \\ 0 & b_0 & b_1 \end{bmatrix}, \ldots\ldots \tag{3.4}$$

Teorema 3.2 (kriteria Routh-Hurwitz)

Semua akar polinomial (3.2) *mempunyai bagian real negatif jika dan hanya jika memenuhi*

$$\begin{aligned} &a_0\Delta_1 > 0, \\ &\Delta_2 > 0, \\ &a_0\Delta_3 > 0, \\ &\Delta_4 > 0, \\ &\ldots\ldots, \end{aligned} \tag{3.5}$$

$a_0\Delta_n > 0$ *untuk n ganjil,* $\Delta_n > 0$ *untuk n genap.*

Jika polinomial (3.2) dituliskan sedemikian hingga $a_0 > 0$, maka menurut kriteria Routh-Hurwitz semua akar polinomial (3.2) mempunyai bagian real negatif jika dan hanya jika

$$\Delta_i > 0 \text{ untuk semua } i \le n. \tag{3.6}$$

Definisi 3.6

Matriks A dikatakan memenuhi kondisi minor jika $(-1)^k \det(P_J(A)) \geq 0$ *untuk semua* $J \in I_k$ *dan* $1 \leq k \leq n$.

Akibat 3.4

Diberikan $A \in M_n(\mathbf{C})$ *stabil dengan* $n \leq 3$. *Matriks* $(A–D)$ *stabil untuk semua matriks diagonal D = diag* (d_1, d_2, …, d_n) *dengan* $d_i \geq 0$ *untuk setiap* $1 \leq i \leq n$, *yaitu,* $D \geq 0$, *jika dan hanya jika A memenuhi kondisi minor.*

Teorema 3.5

Jika matriks Jacobian $A = J(f(0))$ *stabil dan titik ekuilibrium* $\bar{u} = 0$ *sistem* (1.2) *stabil untuk setiap matriks difusi* $D \geq 0$ *maka A memenuhi kondisi minor.*

Diberikan $D \geq 0$. Tanpa mengurangi keumuman, *D* dapat ditulis sebagai

$$D = \begin{bmatrix} \overline{D} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

dengan $\overline{D}$ matriks diagonal bagian dengan elemen-elemen diagonalnya positif. Matriks *A* dapat ditulis sebagai

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix} \tag{3.8}$$

dengan A_1 berdimensi sama dengan $\overline{D}$.

Teorema 3.6

Diberikan matriks A_4 *seperti pada persamaan* (3.8) *dan matriks Jacobian* $A = J(f(0))$ *stabil. Jika A memenuhi kondisi minor dan* A_4 *stabil maka titik ekuilibrium* $\bar{u} = 0$ *dari sistem* (1.2) *stabil asimtotis.*

Akibat 3.7

Misalkan $n \leq 3$ *dan* $A = J(f(0))$. *Jika A stabil dan memenuhi kondisi minor maka titik ekuilibrium* $\bar{u} = 0$ *dari sistem* (1.2) *stabil asimtotis untuk semua matriks difusi* $D > 0$.

C. Model SIR

Akan dirumuskan suatu model penyebaran penyakit pada suatu populasi dengan beberapa asumsi sebagai berikut. Pada waktu *t*, suatu populasi tertutup (tidak ada migrasi) berukuran konstan *N*, terbagi menjadi tiga kelompok, yaitu kelompok *S*(*t*) (*succestible*/rentan), *I*(*t*) (*infectious*/terjangkit), dan *R*(*t*) (*recovery*/sembuh). Individu yang telah sembuh mempunyai kekebalan permanen, yaitu individu yang telah sembuh tidak lagi dapat masuk ke kelompok rentan. Dalam populasi tersebut terjadi kontak antar individu, misalkan β menyatakan angka kontak, dengan asumsi β konstan dan tidak bergantung pada ukuran populasi *N*. Misalkan tingkat perpindahan individu dari kelmpok terjangkit ke kelompok sembuh adalah konstan, yaitu γ. Diasumsikan juga bahwa tingkat kelahiran sama dengan tingkat kematian konstan, yaitu μ. Model epidemiologi yang diperoleh disebut model SIR dengan *vital dynamics* (dengan kelahiran dan kematian), yang dirumuskan dalam sistem persamaan diferensial sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= -\beta SI/N - \mu S + \mu N \\ \frac{dI}{dt} &= \beta SI/N - \gamma I - \mu I \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I - \mu R, \end{aligned} \tag{3.9}$$

dengan

$$\begin{aligned} &S(0) = S_0 \geq 0 \\ &I(0) = I_0 \geq 0 \\ &R(0) = R_0 \geq 0, \\ &\beta, \gamma, \mu > 0. \end{aligned}$$

Populasi sistem tersebut memenuhi *S*(*t*)+*I*(*t*)+*R*(*t*)=*N*. Jika $s(t) = S(t)/N$, $i(t) = s(t)/N$, dan $r(t) = r(t)/N$ dan karena pada persamaan ketiga sistem (3.9) tidak memuat faktor *S* dan *I*, maka sistem (3.9) dapat dirumuskan menjadi :

$$\begin{aligned} \frac{ds}{dt} &= -\beta si - \mu s + \mu \\ \frac{di}{dt} &= \beta si - \gamma i - \mu i \end{aligned} \tag{3.10}$$

dengan $r(t) = 1 - s(t) - i(t)$ dengan syarat awal

$$\begin{aligned} S(0) &= S_0 \geq 0 \\ I(0) &= I_0 \geq 0 \quad . \\ R(0) &= R_0 \geq 0. \end{aligned}$$

Sistem berada dalam daerah $T = \{(s,i) \mid 0 \leq s,t \leq 1\}$.

D. Penerapan Kestabilan Titik Ekuilibrium Sistem Reaksi Difusi pada Model SIR

Diperhatikan sistem (3.10). Jika pada sistem ini terjadi reaksi difusi, maka sistem ini dirumuskan menjadi :

$$\begin{aligned} s' = \frac{ds}{dt} &= \Delta d_1 - \beta si - \mu s + \mu \\ i' = \frac{di}{dt} &= \Delta d_2 + \beta si - \gamma i - \mu i\,, \end{aligned} \tag{3.11}$$

dengan d_1 dan d_2 menyatakan koefisien matriks difusi.

Akan diselidiki pengaruh reaksi difusi terhadap sistem (3.11). Jadi akan dipelajari kestabilan titik ekuilibrium sistem reaksi difusi (3.11). Titik ekuilibrium sistem (3.10) $\overline{P} = (\bar{s}, \bar{i})$ adalah titik yang memenuhi

$$\begin{aligned} \frac{ds}{dt} &= -\beta si - \mu s + \mu = 0 \\ \frac{di}{dt} &= \beta si - \gamma i - \mu i = 0 \end{aligned} \tag{3.12}$$

Matriks Jacobian sistem (3.12) di titik ekuilibrium adalah

$$J(A(\overline{P})) = \begin{bmatrix} \frac{ds'}{ds} & \frac{ds'}{di} \\ \frac{di'}{ds} & \frac{di'}{di} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\beta\bar{i} - \mu & -\beta\bar{s} \\ \beta\bar{i} & \beta\bar{s} - (\gamma + \mu) \end{bmatrix}. \tag{3.13}$$

Polinomial karakteristik dari matriks Jacobian (3.13) adalah

$$\begin{aligned} &\det \begin{bmatrix} -\beta\bar{s} - \mu - \lambda & -\beta\bar{s} \\ \beta\bar{i} & \beta\bar{s} - (\gamma + \mu) - \lambda \end{bmatrix} \\ &= \lambda^2 + (\beta\bar{i} + 2\mu + \gamma)\lambda + (\beta\bar{i} + \mu)(\gamma + \mu) + \beta^2 \bar{i}\bar{s} \end{aligned} \tag{3.14}$$

Dari polinomial karakteristik (3.14) ini, berdasarkan Definisi 3.4 diperoleh:

$a_0 = 1$, $b_0 = \beta\bar{i} + 2\mu + \gamma$, $a_1 = 1$, dan $b_1 = 0$.

Selanjutnya akan dicari dicari determinan matriks Hurwitz order ke-1 dan order ke-2, yaitu :

$$\Delta_1 = b_0 = \beta\bar{i} + 2\mu + \gamma$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} b_0 & b_1 \\ a_0 & a_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \beta\bar{i} + 2\mu + \gamma & 0 \\ 1 & (\beta\bar{i} + \mu)(\gamma + \mu) + \beta^2\bar{i}s \end{vmatrix}$$

$$= \left(\beta\bar{i} + 2\mu + \gamma\right)\left((\beta\bar{i} + \mu)(\gamma + \mu) + \beta^2\bar{i}s\right).$$

Karena semua konstata bernilai positif, maka diperoleh

$\Delta_1 > 0$, dan $\Delta_2 > 0$.

Jadi matriks Jacobian sistem (3.12) $J(A(\overline{P}))$ stabil.

Selanjutnya akan ditunjukkan bahwa $J(A(\overline{P}))$ memenuhi kondisi minor, yaitu memenuhi $(-1)^k \det(P_j(A)) \geq 0$ untuk semua $j \in I_k$, $1 \leq k \leq n$. Untuk $n = 2$,

$k = 1$, $P_{j=(1)} = [a_{11}]$, $P_{j=(2)} = [a_{22}]$

$k = 2$, $P_{j=(1,2)} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$.

Untuk matriks $J(A(\overline{P}))$ tersebut,

$a_{11} = -(\beta\bar{i} + \mu)$, $a_{12} = -\beta s$, $a_{21} = \beta\bar{i}$, dan $a_{22} = -(\gamma + \mu)$.

Selanjutnya, karena semua konstanta non negatif, maka

$$(-1)^1 P_{j=(1)}(J(\overline{p})) = -1 \cdot -(\beta\bar{i} + \mu) = \beta\bar{i} + \mu \geq 0$$

$$(-1)^1 P_{j=(2)}(J(\overline{p})) = -1 \cdot -(\gamma + \mu) = \gamma + \mu \geq 0$$

$$(-1)^2 \begin{vmatrix} -(\beta\bar{i} + \mu) & -\beta\bar{s} \\ \beta\bar{i} & -(\gamma + \mu) \end{vmatrix} = (\beta\bar{i} + \mu)(\gamma + \mu) + \beta^2\bar{i}\bar{s} \geq 0.$$

Jadi matriks Jacobian $J(A(\overline{P}))$ memenuhi kondisi minor.

Karena matriks Jacobian sistem reaksi difusi (3.12) stabil dan memenuhi kondisi minor, maka menurut Akibat 3.7 titik ekuilibrium sistem reaksi difusi (3.11) stabil asimtotis.

Dari syarat matriks Jacobian stabil dan memenuhi kondisi minor, terlihat bahwa syarat ini dipenuhi untuk semua konstanta β, γ, dan μ. Jadi titik ekuilibrium sistem reaksi difusi (3.11) stabil asimtotis untuk semua konstanta

β, γ, dan μ. Hal ini berarti proporsi masing-masing kelompok S, I, dan R pada saat tidak terjadi perubahan proporsi akan tidak berubah untuk jangka waktu lama.

4.1 Simpulan

1. Suatu matriks dikatakan stabil jika bagian real semua akar karakteristiknya bernilai negatif. Jika matriks *A* stabil dan *D* suatu matriks diagonal, maka matriks (*A*–*D*) stabil untuk semua $D \geq 0$ jika dan hanya jika *A* memenuhi kondisi minor. Jika matriks *A* adalah matriks matriks jacobian suatu sistem persamaan diferensial dan *D* adalah matriks difusi, maka syarat kestabilan ini dapat diterapkan pada sistem reaksi difusi.
2. Titik ekuilibrium sistem reaksi difusi stabil asimtotis jika dan hanya jika matriks Jacobiannya stabil dan memenuhi kondisi minor.
3. Model SIR dengan *vital dynamics* dirumuskan dalam sistem persamaan diferensial

$$\frac{ds}{dt} = -\beta si - \mu s + \mu$$
$$\frac{di}{dt} = \beta si - \gamma i - \mu i$$

   dengan $r(t) = 1 - s(t) - i(t)$ dengan syarat awal

$$S(0) = S_0 \geq 0$$
$$I(0) = I_0 \geq 0 \quad .$$
$$R(0) = R_0 \geq 0.$$

4. Sistem reaksi difusi model SIR dengan *vital dynamics* stabil asimtotis untuk semua konstanta konstanta β, γ, dan μ. Hal ini berarti proporsi masing-masing kelompok S, I, dan R pada saat tidak terjadi perubahan proporsi akan tidak berubah untuk jangka waktu lama.

4.2. Saran

Perlu diteliti lebih lanjut kestabilan titik ekuilibrium sistem reaksi difusi untuk masalah epidemiolagi yang lain, seperti SIS, SEIRS, atau SIR dengan asumsi yang berbeda, juga pada bidang-bidang yang lain, seperti di ilmu kimia, fisika, dll.

DAFTAR PUSTAKA

Hethcote, Herbert W. 1989. Three Basic Epidemiological Models. Biomathematics Vol 18. Sringer-Verlag, New York

Himmawati, 2005. *Kestabilan Titik Ekuilibrium Sistem Reaksi Difusi dan Terapannya pada Model SEIR.* Tesis S2 Matematika Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta.

Kapur, J.N. 2000. *Mathematical Model in Biology and Medicine.* Affiliated East-West Press Private Limited, New Delhi.

Li, M.Y and Wang, L. 1997. *A Criterion for Stability of Matrices*. http://www.math.ualbarta.ca/`mli/research/publication_htm

Li, M.Y., Graef, J.R., Wang, L.,Karsai, J. *Global Dynamics of a SEIR Model with Varying Total Population Size*. http://www.u/cache/papers/cs/4029/http:zSzzSzwww2.msstate.eduzSz`mlizSzresearchzSzps_fileszSzSeirvary.pdf/global-dynamics-of-a.pdf

Wang, L., and Li, M.Y. 1999. *Diffusion-Driven Instability in Reaction-Diffusion Systems*. http://www.idealibrary.com.

Wiggins, S. 1990. *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos.* Springer-Verlag, New York.

Model Respon Multinomial Saling Berkorelasi dengan Generalized Extreme Value (GEV)

oleh :
Jaka Nugraha
Jurusan Statistika UII, S3 Matematika UGM
Suryo Guritno, Sri Haryatmi
Jurusan Matematika UGM

Abtraksi

Model Multinomial logit (MNL) didasarkan asumsi bahwa antar alternatifnya saling independen. Jika terdapat korelasi, maka model multinomial logit akan menghasilkan estimator yang bias. Model GEV adalah salah satu model yang dapat mengakomudasi adanya korelasi antar alternatif. Dalam penelitian ini dibahas bagaimana model GEV dapat mengestimasi parameter (koefisien regresi dan korelasi) pada model pemilihan diskrit. Struktur korelasi yang akan diuji adalah korelasi tersarang (nested) dan korelasi beririsan (overlapping). Pada data dengan struktur korelasi tersarang, model GEV lebih cocok untuk digunakan dibanding dengan MNL. Pada data dengan struktur korelasi beririsan, estimator dengan metode maksimum likelihood adalah tidak tunggal.
kata kunci : discrete choice model, model multinomial logit, maksimum lokelihood.

1. Pendahuluan

Model pemilihan diskrit menggambarkan pembuat keputusan memilih diantara alternatif yang tersedia. Pembuat keputusan dapat berupa orang, rumah tangga, perusahaan atau unit pembuat keputusan yang lain. Himpunan semua pilihan/alternatif disebut *Choice set*. Model pemilihan diskrit digunakan untuk menguji pilihan "yang mana", sedangkan model regresi dipakai untuk menguji "berapa banyak". Walaupun demikian seringkali model pemilihan diskrit juga dapat dipakai untuk menguji "berapa banyak". Model pemilihan diskrit diturunkan dibawah asumsi manfaat maksimum oleh pembuat keputusan. *Choice set* memenuhi tiga sifat. Pertama, semua alternatif harus *mutually exclusive.* Setiap pembuat keputusan hanya memilih tepat satu alternatif. Kedua, exhaustive, yaitu semua alternative tersedia untuk dipilih. Ketiga, jumlah alternative adalah *finite*.

Seorang pembuat keputusan dinotasikan dengan i, yang berhadapan dengan pilihan sebanyak J anternatif. Pembuat keputusan mempunyai tingkat utiliti (keuntungan) untuk setiap alternatif. Misalkan U_{ij} untuk j=1,…,J adalah

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

utiliti pembuat keputusan i jika memilih alternatif j. Nilai U_{ij} yang sesungguhya tidak diketahui oleh pengamat (peneliti). Tentunya pembuat keputusan memilih alternatif yang mempunyai utiliti terbesar, sehingga memilih alternatif k jika dan hanya jika $U_{ik} > U_{ij}$ $\forall j \neq k$.

Peneliti tidak mengetahui nilai utiliti untuk pembuat keputusan pada masing-masing alternatif. Peneliti hanya mengamati atribut yang ada untuk masing-masing alternatifnya, dan atribut pembuat keputusan yang dinotasikan dengan x_{ij}. Secara fungsi dapat dinotasikan sebagai $V_{ij}= V(x_{ij})$, $\forall j$ yang biasa dinamakan *representative utility*. Karena nilai utiliti yang sesungguhnya tidak diketahui peneliti maka

$$V_{ij} \neq U_{ij} \text{ dan } U_{ij} = V_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

$\varepsilon_i = (\varepsilon_{i1}, \ldots, \varepsilon_{iJ})'$ adalah variabel random yang mempunyai densitas $f(\varepsilon_i)$. V_{ij} merupakan faktor terobservasi dan ε_{ij} merupakan faktor tidak terobservasi dalam utiliti.

Beberapa sifat utiliti yang berkaitan dengan spesifikasi dan estimasi parameter dalam DCM adalah sifat *"Only differences in utility matter"*. Penambahan dengan konstanta tertentu terhadap semua U_{ij}, tidak akan merubah utiliti tertingginya (peringkat utiliti).

$$P_{ij} = \mathrm{P}(U_{ik} > U_{ij}) = \mathrm{P}(U_{ik} - U_{ij} > 0) \quad \forall k \neq j,$$

hanya tergantung pada selisih dalam utility. Sifat yang lain adalah "*The scale of utility is arbitrary*". Dengan mengalikan setiap U_{ij} dengan bilangan positif λ tidak akan merubah peringkat utilitinya.

Secara umum, permasalahan dalam menghitung probabilitas pilihan menyangkut distribusi ε_{ij}. Densites $f(\varepsilon_{ij})$ merupakan distribusi dari faktor tidak terobservasi dalam utiliti. Probabilitas pembuat keputusan i memilih alternatif k dapat dinyatakan sebagai

$$\begin{aligned} p_{ik} &= \mathrm{P}(U_{ik} > U_{ij}) \quad \forall j \neq k \\ &= \mathrm{P}(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ik} < V_{ik} - V_{ij}) \quad \forall j \neq k \end{aligned}$$

$$= \int_{\varepsilon} I(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ik} < V_{ik} - V_{ij}) f(\varepsilon_i) d\varepsilon_i \quad \forall j \neq k \qquad (1)$$

I(.) adalah fungsi indikator, yang bernilai 1 jika pernyataan dalam kurung benar dan bernilai 0 jika pernyataan salah. Selanjutnya dapat dipilih atau ditentukan densitas f(.) yang sesuai/tepat.

Distribusi yang telah banyak dibahas antara lain distribusi *extreme value* dan distribusi normal. Dengan distribusi extreme value dan asumsi independen antar anternatif akan menghasilkan model multinomial logit. Dengan asumsi distribusi normal akan diperoleh model probit.

Model GEV merupakan pengembangan dari model multinomial logit. Dalam model logit standar, diasumsikan memenuhi sifat *independence from irrelevant alternatives* (IIA) (Train, 2003). GEV disusun berdasarkan adanya korelasi antar alternatif pilihan. Jika semua korelasi diantara alternatif yang ada bernilai nol, maka GEV menjadi model logit standar. Salah satu model GEV yang banyak digunakan adalah *nested logit*. Model ini telah diaplikasikan dalam berbagai bidang seperti bidang energi, transportasi, perumahan, telekomonikasi seperti yang telah dibahas oleh Train (1986), Forinash dan Koppelman (1993), Lee (1999). Model GEV masih sangat terbatas pengembangan maupun aplikasinya, sehingga masih sangat terbuka untuk mendapatkan model-model GEV yang lebih powerfull (Train, 2003). Karlstrom (2001) telah menunjukkan fakta-fakta bahwa bentuk model GEV yang berbeda dapat menjadi lebih sesuai dengan data yang ada.

Nugraha dkk (2007) telah menunjukkan berdasarkan data simulasi bahwa adanya korelasi antar pilihan pada model multinomial logit mengakibatkan estimator parameternya bias. Dalam makalah ini dibahas model GEV untuk mengakomodasi adanya korelasi antar pilihan. Aplikasi model GEV pada data dengan struktur korelasi diketahui yang dibangkitkan secara simulasi dan dibandingkan hasilnya dengan model MNL. Struktur korelasi yang dibahas adalah korelasi nested dan korelasi overlapping. Pembangkitan data dan estimasi parameter disusun menggunakan program R. 2.5.0

2. Model *Nested Logit*

Model nested logit akan cocok ketika himpunan alternatif yang dijumpai pembuat keputusan dapat dibagi menjadi himpunan-himpunan bagian yang dinamakan *nests*. Sifat sifat dalam nested logit adalah

1. Untuk sebarang dua alternatif yang terletak pada nest yang sama memenuhi sifat IIA terhadap anternatif lain pada nest tersebut.
2. Sifat IIA tidak berlaku untuk dua alternatif yang terletak pada nest yang berbeda.

Misalkan himpunan alternatif j dapat dipartisi menjadi K bagian yang saling asing yaitu B_1, B_2,….,B_K. Partisi ini dinamakan nest. Utiliti untuk pembuat keputusan i yang memilih alternatif j dalam nest B_k dapat dinotasikan sebagai

$$U_{ij} = V_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

$\varepsilon_i = (\varepsilon_{i1}, \ldots,\varepsilon_{iJ})$ mempunyai distribusi kumulatif

$$F(\varepsilon_i) = \exp\left(-\sum_{k=1}^{K}\left(\sum_{j\in B_k} \exp(-\frac{\varepsilon_{ij}}{\lambda_k}) \right)^{\lambda_k} \right) \quad (2)$$

Distribusi ini merupakan jenis distribusi GEV. Distribusi marginal untuk masing-masing ε_{ij} adalah univariate extreme value. Diantara ε_{ij} yang terletak pada nest yang sama adalah saling berkorelasi, λ_k merupakan derajad independensi diantara alternatif yang terletak pada nest ke-k. Ukuran korelasi dapat dinyatakan sebagai

$$\rho_k = 1- \lambda_k$$

Untuk dua alternatif yang terletak pada nest yang berbeda adalah saling independen atau

$Cov(\varepsilon_{ij}, \varepsilon_{im}) = 0$

untuk sebarang $j \in B_k$ dan $m \in B_l$ dengan $k \neq l$.

Probabilitas memilih alternatif $j \in B_k$ adalah

$$P_{ij} = \frac{\exp(\frac{V_{ij}}{\lambda_k})\left(\sum_{j\in B_k} \exp(\frac{V_{ij}}{\lambda_k})\right)^{\lambda_k - 1}}{\sum_{l=i}^{k}\left(\sum_{j\in B_l} \exp(\frac{V_{ij}}{\lambda_l})\right)^{\lambda_k}} \tag{3}$$

Jika untuk setiap ε_{ij} adalah independen atau $\lambda_k = 1$ maka model nested logit ini akan sama dengan model logit standar.

Utiliti pada model nested logit dapat disajikan dalam bentuk lain yaitu

$$U_{ij} = W_{ik} + Y_{ij} + \varepsilon_{ij} \text{ untuk } j \in B_k \tag{4}$$

Dimana W_{ik} adalah variabel/faktor yang hanya berpengaruh pada nest ke-k (mempunyai nilai yang sama untuk satu nest) dan Y_{ij} adalah variabel yang berpengaruh terhadap alternatif j. Probabilitas memilih alternatif i jika dinyatakan dalam probabilitas bersyarat adalah

$$P_{ij} = P_{ij|Bk}.P_{iBk} \tag{5}$$

dimana $P_{ij|Bk}$ adalah probabilitas bersyarat memilih alternatif j jika diketahui terletak pada nest B_k. dan P_{jBk} adalah probabilitas marginal dalam nest B_k.

$$P_{jBk} = \frac{\exp(W_{jk} + \lambda_k I_{jk})}{\sum_{l=1}^{K}\exp(W_{jl} + \lambda_l I_{jl})} \quad \text{dan } P_{ij|Bk} = \frac{\exp(Y_{ij} / \lambda_k)}{\sum_{j\in Bk}\exp(Y_{ij}/\lambda_k)} \tag{6}$$

dengan $I_{ik} = \ln\left(\sum_{j\in Bk}\exp(Y_{ij}/\lambda_k\right)$

3. *Overlapping Nest*

Dalam model nested logit di atas diasumsikan bahwa setiap alternatif hanya menjadi anggota satu nest. Dalam kenyataan sering dijumpai bahwa antar nest mempunyai interseksi (saling beririsan). Beberapa jenis model GEV yang telang dikembangkan untuk *overlapping nest* antara lain Vovsha (1997), Bierlaire (1998), dan Ben-Akiva dan Bierlaire (1999) telah mengusulkan model Cross-Nested Logit (CNLs). Small telah mengusulkan model Ordered Generalized Extreme Value (OGEV), yang digunakan pada alternatif berupa urutan (0, 1, …). Dalam situasi ini setiap alternatif hanya berkorelasi dengan satu alternatif sebelum dan sesudahnya, sehingga satu nest hanya memuat dua alternatif. Chu (1989) mengusulkan model *Paired Combinatorial Logit* (PCL). Jika terdapat J alternatif maka dapat disusun J-1 nest. Wen dan Koppelman (2001) telah mengembangkan *generalized nested logit* (GNL), yang termasuk didalamnya model PCL.

Nilai probalitas dalam model PCL dapat dinyatakan sebagai

$$P_{ij} = \frac{\sum_{j \neq j} \exp(V_{ij} / \lambda_{jr})(\exp(V_{ij} / \lambda_{jr} + \exp(V_{ij} / \lambda_{jr})^{\lambda_{jr}-1}}{\sum_{k=1}^{J-1} \sum_{l=k+1}^{J} (\exp(V_{ik} / \lambda_{kl} + \exp(V_{il} / \lambda_{kl})^{\lambda_{kl}}} \tag{7}$$

dari pasangan sebanyak J-1, masing-masing pasangan mempunyai tingkat independensi sebesar λ_{jr}. Jika masing-masing independen ($\lambda_{jr}=1$ $\forall$r,j) maka model PCL menjadi model logit standar.

Estimasi parameter β dapat dilakukan dengan prosedur maksimum likelihood. Misalkan n sampel dari individu yang membuat keputusan, probabilitas individu i memilih sebuah alternatif dapat dinyatakan sebagai

$$\prod_j (P_{ij})^{y_{ij}}$$

Dengan y_{ij} = 1 jika individu i memilih j dan nol jika memilih yang lainnya. Dengan mengasumsikan bahwa setiap keputusan antar individu saling independen maka probabilitas masing-masing individu dalam sampel memilih sebuah alternatif adalah

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^{n} \prod_j (P_{ij})^{y_{ij}} \tag{8}$$

Dengan θ merupakan vektor parameter dalam model. Fungsi Log likelihood nya menjadi

$$LL(\theta) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j} y_{ij} \ln(P_{ij}) \tag{9}$$

Penaksir θ adalah nilai θ yang memaksimumkan fungsi LL(θ). Parameter θ terdiri dari parameter koefisien (β) dan parameter korelasi (ρ)

Uji hipotesis dan interval konvidensi untuk parameter adalah (Koppelman dkk, 2006)

a. Uji untuk masing-masing slope

$H_0 : \beta_j = \beta_j^{(0)}$ didasarkan pada statistik Wald :

$$Z_0 = \frac{B_j - \beta_j^0}{S\hat{E}(B_j)} \tag{10}$$

b. Uji untuk beberapa slope

$H_0 : \beta_j = ... = \beta_q = 0$ didasarkan pada statistik

$$X^2 = G^2_{\text{model 1}} - G^2_{\text{model 2}} \tag{11}$$

yang berdistribusi chi kuadrat dengan derajad bebasnya sama dengan selisih banyaknya parameter dari kedua model. G^2 adalah deviance yang mempunyai nilai -2log L

Untuk menguji kecocokan model dapat digunakan statistik Pseudo R^2 yang identik dengan nilai R^2 (koefisien deterministik).

$$\text{pseudo } R^2 = 1 - \frac{G_1^2}{G_0^2} \tag{12}$$

Jika model secara sempurna memprediksi nilai Y (P_i = 1 maka y_i = 1 dan jika P_i=0 maka y_i=0) maka log L = 0 (atau nilai deviancenya nol). Sehingga nilai maksimum dari pseudo R^2 adalah satu. Statistik pseudo R^2 secara luas digunakan untuk menjelaskan kecocokan model dalam DCM secara intuitif. Pemasalahan dalam penggunaan pseudo R^2 ini adalah tidak adanya kaidah untuk menyatakan pada nilai berapa sedemikian hingga model dikatakan baik. Permasalahan kedua adalah peningkatan nilai pseudo R^2 pada penambahan variabel independen tidak dapat menjelaskan seberapa penting variabel tersebut (Koppelman dkk, 2006).

4. Rancangan Percobaan dan Membangkitkan data

Data diperoleh dari membangkitkan data dengan nilai korelasi antar alternatifnya ditentukan. Pengamatan dilakukan dengan mengambil model untuk tiga alternatif dengan memasukan variabel atribut pembuat keputusan (X_i) dan variabel atribut masing masing alternatif (Z_{ij}). Variabel X_i biasa disebut variabel sosio ekonomik/geografi, misalnya penghasilan, jenis kelamin, asal daerah, jumlah anak. Sedangkan variabel Z_{ij} misalkan untuk pilihan penggunaan alat tranportasi (Bus, mobil pribadi, sepeda motor) maka Z_{ij} dapat berupa waktu tempuh, biaya. Model utilitinya adalah

$U_{ij} = X_i\beta_j + Z_{ij}\gamma + \varepsilon_{ij}$ untuk i=1,2,...,n dan j=1,2,3.

$U_{i1} = \beta_{01} + X_i\beta_1 + Z_{i1}\gamma + \varepsilon_{i1}$

$U_{i2} = \beta_{02} + X_i\beta_1 + Z_{i2}\gamma + \varepsilon_{i2}$

$U_{i3} = \beta_{03} + X_i\beta_3 + Z_{i3}\gamma + \varepsilon_{i3}$

Dengan mengambil alternatif ke-tiga sebagai *base line*, maka model terestimasinya menjadi

$$U^*_{i1} = \beta^*_{01} + X_i\beta_{13} + Z_{i1}\gamma + \varepsilon_{i1}\ ; U^*_{i2} = \beta^*_{02} + X_i\beta_{23} + Z_{i2}\gamma + \varepsilon_{i2};\ U^*_{i3} = Z_{i3}\gamma + \varepsilon_{i3} \quad (12)$$

dimana $\beta_{13} = \beta_1 - \beta_3$, $\beta_{23} = \beta_2 - \beta_3$, $\beta^*_{01} = \beta_{01} - \beta_{03}$ dan $\beta^*_{02} = \beta_{02} - \beta_{03}$. Jadi terdapat 5 buah parameter yang akan diestimasi.

Untuk mendapatkan data multivariat normal dengan matrik kovariansi Σ digunakan persamaan

$\varepsilon = L\eta$ dan $\Sigma = LL^t$

dimana η~N(0,1) dan L didefinisikan sebagai matrik segi tiga bawah dari faktor Cholesky. Program R menyediakan fasilitas membangkitkan data multivariat normal dalam *library "MASS"* dan program estimasi MLE terdapat dalam *library "MicEcon"* (Henningsen, 2007).

Karena data ε_i dibangkitkan dari distribusi multivariat normal, sementara itu MNL didasarkan pada distribusi nilai ekstrim, maka diperlukan normalisasi sebagai berikut :

$$\tilde{U}_i = U^*_i . \sqrt{\pi^2/6} = U^*_i . \sqrt{1.6}$$

Sehingga persamaan (12) menjadi

$$\tilde{U}_{i1} = (\beta^*_{01} + X_i\beta_{13} + Z_{i1}\gamma)\sqrt{1.6} + \varepsilon_{i1}\sqrt{1.6} ;$$

$$\tilde{U}_{i2} = (\beta^*_{02} + X_i\beta_{23} + Z_{i2}\gamma)\sqrt{1.6} + \varepsilon_{i2}\sqrt{1.6}$$

$$\tilde{U}_{i3} = Z_{i3}\gamma\sqrt{1.6} + \varepsilon_{i3}\sqrt{1.6}$$

Data dibangkitkan pada nilai parameter β_{01} =2 , β_{02} =, β_{03} =0.2, β_1=-3, β_2=-2, β_3 =-1 dan γ=0.8. Jadi β^*_{01} = 1.8, β^*_{02} = 0.8, β_{13} = -2, β_{23} = -1 dan γ=0.8. Dengan adannya faktor pengali $\sqrt{1.6}$ maka estimator targetnya (yang diharapkan) adalah B_{01}= 2.27684, B_{02} = 1.011929, B1=-2.529822 , B2= -1.264911 dan C=1.011929.

Diambil 3 struktur kovariansi ε_i , Cov(ε) =Σ yaitu

$$\Sigma_A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \Sigma_B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0.9 \\ 0 & 0.9 & 1 \end{pmatrix} \text{ dan } \Sigma_C = \begin{pmatrix} 1 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 1 & 0.7 \\ 0.7 & 0.7 & 1 \end{pmatrix}$$

$X_i \sim NID(0,1)$, $Z_{ij} \sim NID(0,1)$ dan $\varepsilon_i \sim N(\mathbf{0,\Sigma})$

Model 1 dengan matrik kovariansi Σ_A sebagai model independen. Model 2 dengan matrik Σ_B sebagai model *nested.* Model 3 dengan matrik kovariansi Σ_C dengan matrik kovariansi Σ_D sebagai model *overlapping nest.*

Agar parameter dalam model terestimasi, dengan model tersebut di atas dibutuhkan sampel minimal n=500 (Nugraha, 2007). Replikasi pada masing-masing kovariansi dilakukan sebanyak 30 kali.

Misal untuk j=1,2,3 yang terbagi ke dalam 2 nest. Alternatif j=2,3 masuk dalam satu nest. Distribusi kumulatif untuk GEV pada model nest logit adalah

$$F(\varepsilon_i) = \exp\left(-[\exp(-\frac{\varepsilon_{i1}}{\lambda 1})]^{\lambda 1} - \left(\exp(-\frac{\varepsilon_{i2}}{\lambda_2}) + \exp(-\frac{\varepsilon_{i3}}{\lambda_2}) \right)^{\lambda_2} \right) \qquad (13)$$

dan probabilitas masing-masing alternatinya adalah

$$P_{i1} = \frac{\left(\exp(\frac{V_{i1}}{\lambda_1})\right)^{\lambda_1}}{\left(\exp(\frac{V_{i1}}{\lambda_1})\right)^{\lambda_1} + \left(\exp(\frac{V_{i2}}{\lambda_2}) + \exp(\frac{V_{i3}}{\lambda_2})\right)^{\lambda_2}};$$

$$P_{i2} = \frac{\exp(\frac{V_{i2}}{\lambda_2})\left(\exp(\frac{V_{i2}}{\lambda_2}) + \exp(\frac{V_{i3}}{\lambda_2})\right)^{\lambda_2 - 1}}{\left(\exp(\frac{V_{i1}}{\lambda_1})\right)^{\lambda_1} + \left(\exp(\frac{V_{i2}}{\lambda_2}) + \exp(\frac{V_{i3}}{\lambda_2})\right)^{\lambda_2}}$$

$$P_{i3} = \frac{\exp(\frac{V_{i3}}{\lambda_2})\left(\exp(\frac{V_{i2}}{\lambda_2}) + \exp(\frac{V_{i3}}{\lambda_2})\right)^{\lambda_2 - 1}}{\left(\exp(\frac{V_{i1}}{\lambda_1})\right)^{\lambda_1} + \left(\exp(\frac{V_{i2}}{\lambda_2}) + \exp(\frac{V_{i3}}{\lambda_2})\right)^{\lambda_2}}$$

dengan

$V_{i1} = (\beta^*_{01} + X_i\beta_{13} + Z_{i1}\gamma)\sqrt{1.6}$;$V_{i2} = (\beta^*_{02} + X_i\beta_{23} + Z_{i2}\gamma)\sqrt{1.6}$;$V_{i3} = Z_{i3}\gamma\sqrt{1.6}$

Nilai probalitas dalam model PCL dapat dinyatakan sebagai

$$P_{i1} = \frac{\exp(V_{i1}/\lambda_{12})[\exp(V_{i1}/\lambda_{12}) + \exp(V_{i2}/\lambda_{12})]^{\lambda_{12}-1} + \exp(V_{i1}/\lambda_{13})[\exp(V_{i1}/\lambda_{13}) + \exp(V_{i3}/\lambda_{13})]^{\lambda_{13}-1}}{[\exp(V_{i1}/\lambda_{12}) + \exp(V_{i2}/\lambda_{12})]^{\lambda_{12}} + [\exp(V_{i1}/\lambda_{13}) + \exp(V_{i3}/\lambda_{13})]^{\lambda_{13}} + [\exp(V_{i2}/\lambda_{23}) + \exp(V_{i3}/\lambda_{23})]^{\lambda_{23}}}$$

$$P_{i2} = \frac{\exp(V_{i2}/\lambda_{12})[\exp(V_{i1}/\lambda_{12}) + \exp(V_{i2}/\lambda_{12})]^{\lambda_{12}-1} + \exp(V_{i2}/\lambda_{23})[\exp(V_{i2}/\lambda_{23}) + \exp(V_{i3}/\lambda_{23})]^{\lambda_{23}-1}}{[\exp(V_{i1}/\lambda_{12}) + \exp(V_{i2}/\lambda_{12})]^{\lambda_{12}} + [\exp(V_{i1}/\lambda_{13}) + \exp(V_{i3}/\lambda_{13})]^{\lambda_{13}} + [\exp(V_{i2}/\lambda_{23}) + \exp(V_{i3}/\lambda_{23})]^{\lambda_{23}}}$$

$$P_{i3} = \frac{\exp(V_{i3}/\lambda_{13})[\exp(V_{i1}/\lambda_{13}) + \exp(V_{i3}/\lambda_{13})]^{\lambda_{13}-1} + \exp(V_{i3}/\lambda_{23})[\exp(V_{i2}/\lambda_{23}) + \exp(V_{i3}/\lambda_{23})]^{\lambda_{23}-1}}{[\exp(V_{i1}/\lambda_{12}) + \exp(V_{i2}/\lambda_{12})]^{\lambda_{12}} + [\exp(V_{i1}/\lambda_{13}) + \exp(V_{i3}/\lambda_{13})]^{\lambda_{13}} + [\exp(V_{i2}/\lambda_{23}) + \exp(V_{i3}/\lambda_{23})]^{\lambda_{23}}}$$

Program disusun dalam dua tahap, pertama adalah proses membangkitkan data dengan distribusi dan struktuk kovariansi tertentu. Kedua, adalah melakukan estimasi parameter untuk mendapatkan model GEV.

5. Hasil dan Pembahasan

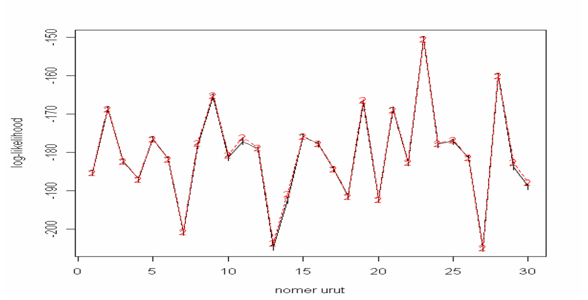
Dalam bab ini dibahas hasil estimasi parameter menggunakan tiga model yaitu MNL, GEV Nested dan GEV PCL. Model MNL menghasilkan 5 parameter, model GEV menghasilkan 6 parameter. Uji statistika untuk masing-

masing parameter tidak ditampilkan disini karena semua estimator yang dihasilkan adalah signifikan. Untuk menguji kecocokan model digunakan nilai Log likelihood.

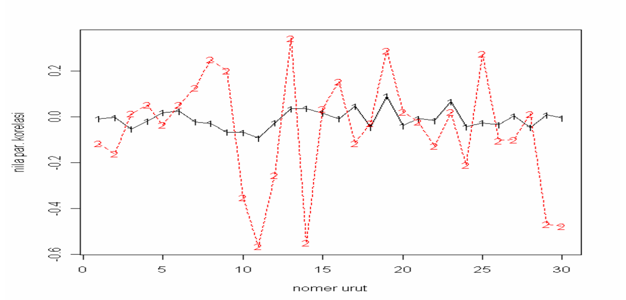
5.1. Model MNL dan model nest logit

Probabilitas pilihan (P_{ij}) pada Model MNL dan Model nested berbentuk persamaan tertutup. Fungsi likelihood kedua model merupakan fungsi yang mempunyai titik maksimum tunggal, sehingga dengan MLE untuk masing-masing parameter juga tunggal. Waktu yang diperlukan untuk mendapatkan penaksir juga relatif cepat. Program R untuk membangkitkan data dan mengestimasi parameter dapat dilihat di lampiran.

Pada data dengan tingkat korelsi nol, nilai like-lihood pada model MNL adalah relatif sama dengan nilai like-lihood pada model Nested Logit (gambar 1.). Demikian juga estimasi dari kelima parameter, hasilnya juga relatif sama (gambar 8, lampiran II). Pada model Nested Logit, kita juga mendapatkan estimator untuk parameter korelasi antar alternatifnya (gambar .2).



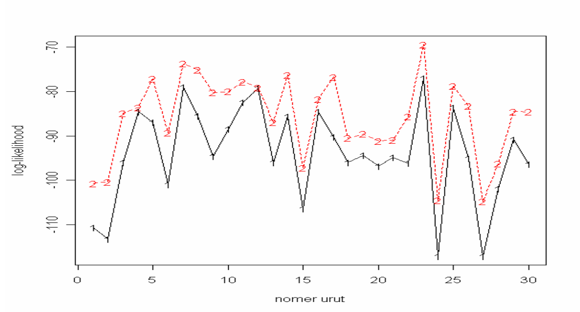
Gambar 1. Grafik log-likehood model 1.



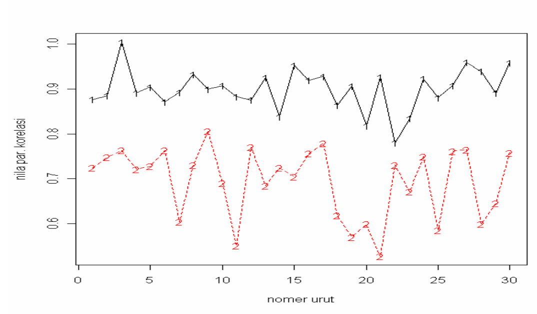
Gambar 2. grafik korelasi pada model 1.

Pada Gambar (2) merupakan grafik korelasi renpon dua dan respon tiga (r_{23}) pada korelasi aktual dan korelasi prediksi. Perbedaan kedua nilai tidak signifikan, dari pengujian diperoleh nilai p-value 0.2511. Dapat disimpulkan bahwa model Nested dapat memprediksi dengan baik parameter korelasi.

Pada data dengan tingkat korelasi antara alternatif 2 dan alternatif 3 sama dengan 0.9, nilai log likelihood pada model MNL lebih kecil dibanding dengan model Nested (Gambar. 3). Dapat disimpulkan model Nested lebih tepat untuk memprediksi model yang memuat korelasi.



Gambar. 3. Nilai Log likelihod model 2.

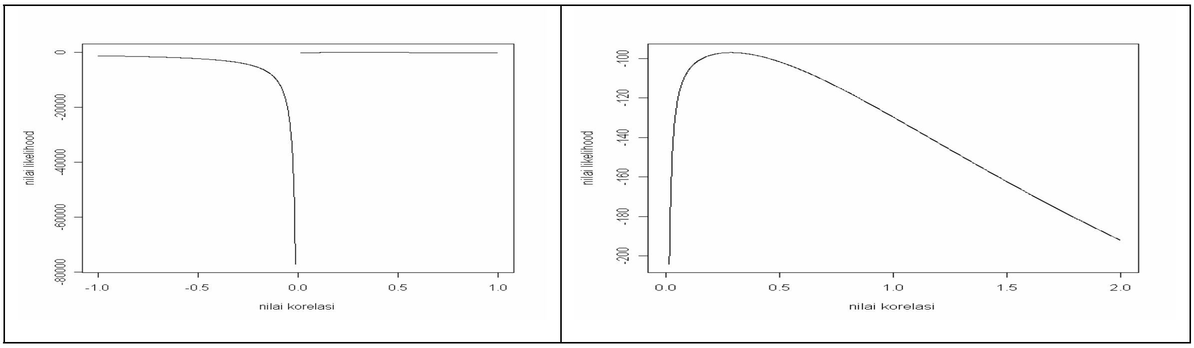


Gambar 4. Korelasi pada model 2

Dengan model Nested Logit, kita dapat memprediksi besarnya korelasi antar respon, walaupun nilai estimatornya masih bias. Gambar (4) menunjukkan selisih antara korelasi aktual dan korelasi prediksi pada tingkat korelasi alternatif 2 dan alternatif 3 sebesar 0,9. Estimasi parameter yang lain, menunjukan bahwa selisih estimator model MNL terhadap nilai parameter target adalah lebih besar dibandingkan dengan selisih estimasi parameter model nested logit terhadap nilai parameter targetnya. Atau dengan kata lain bias pada model nested logit lebih kecil dibanding bias pada model MNL (gambar 9., lampiran II).

5.2. Model overlapping Logit

Fungsi Log likelihood pada model overlapping merupakan fungsi yang tidak *global concave* (cekung bawah) sehingga sulit mencari titik global maksimum. Nilai awal yang beda menghasilkan nilai MLE yang berbeda. Dari gambar (5), jika $\lambda \to -\infty$ maka fungsi likelihoodnya $\to 0$, sehingga nilai MLE tidak diperoleh. Untuk mengatasi keadaan ini, perlu dilakukan pembatasan terhadap nilai λ, yaitu λ>0. Selanjutnya untuk mendapatkan estimator dalam model PCL, perlu memvariasi nilai awal dari λ dengan nilai antar 0 s/d 1.

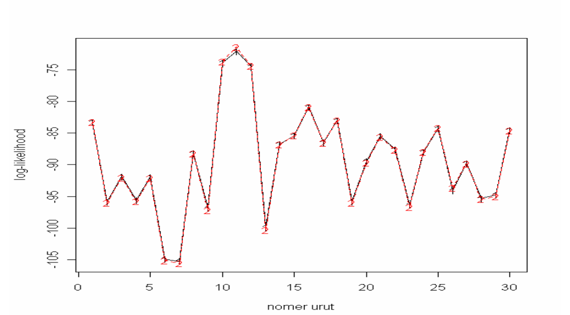


Gambar 5. Grafik fungsi likelihood dengan parameter λ.

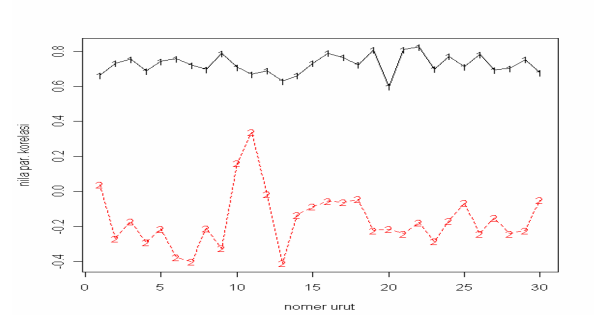
Cara ke dua untuk mengatasi keadaan tersebut diatas, agar MLE dapat diperoleh adalah dengan menggabungkan langkah-langkah estimasi dalam model MNL dan model overlapping logit. Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut :

1. Estimasi parameter menggunakan model MNL, hasilnya dinyatakan dengan $\hat{\beta}_1$
2. Estimasi parameter korelasi λ dimana β= $\hat{\beta}_1$ dengan menggunakan model overlaping logit, hasil dinyatakan dengan $\hat{\lambda}$
3. Estimasi parameter korelasi β dimana λ= $\hat{\lambda}$ dengan menggunakan model overlaping logit, hasil dinyatakan dengan $\hat{\beta}_2$. Sehingga estimator parameternya adalah $\hat{\theta} = (\hat{\beta}_2, \hat{\lambda})$

Selanjutnya gambar (6) nilai log likelihood pada model 3 menunjukkan bahwa model MNL dan model overlaping logit tidak jauh berbeda.



Gambar 6. Grafik log likelihood model 3



Gambar 7. Grafik nilai korelasi pada model 3

Estimasi parameter korelasi pada model 3 menggunakan model overlapping memberikan hasil yang tidak cukup baik. Demikian juga estimasi parameter yang lain, model overlapping tidak lebih baik dibanding dengan model MNL (gambar 10., lampiran II).

6. Kesimpulan

Dalam model DCM, jika antar respon memiliki struktur korelasi nested maka model Nested logit lebih sesuai dibanding dengan model MNL. Model Nested logit dapat mengurangi bias dan dapat mengestimasi korelasi pada masing-masing nest.

Jika respon memiliki struktur overlapping, estimator pada model PCL tidak tunggal. Pengambilan penduga awal yang berbeda akan menghasilkan estimator yang berbeda. Untuk mengatasi hal ini dapat dilakukan dengan cara mencoba beberapa penduga awal untuk parameter λ dengan nilai antar 0.5 s/d 1.5 dan memilih salah satu hasil estimasi ini. Cara kedua adalah menggabungkan model MNL dan model PCL. Dengan cara kedua ini model PCL tidak lebih baik dibanding model MNL.

Daftar Pustaka

Ben-Akiva,M. and M. Bierlaire (1999), ‘Discrete choice methods and their applications in short term travel decisions’, in R. Hall, ed., *The Handbook of Transportation Science*, Kluwer, Dordrecht, The Netherlands, pp. 5–33.

Bierlaire, M. (1998), Discrete choice models, in M. Labbe, G. Laporte, K. Tanczos, and P. Toint, eds., *Operations Research and Decision Aid Methodologies in Traffic and Transportation Management*, Springer-Verlag, Heidelberg, Germany, pp. 203–227.

Chu, C. (1989), 'A paired combinational logit model for travel demand analysis', *Proceedings of Fifth World Conference on Transportation Research* **4**, 295–309.

Forinash, C. and F. Koppelman (1993), 'Application and interpretation of nested logit models of intercity mode choice', *Transportation Research Record* **1413**, 98–106.

Henningsen, Arne, (2007), The micEcon Package, http://www.r-project.org/.

Karlstrom, A. (2001), 'Developing generalized extreme value models using the Piekands representation theorem', Working Paper, Infrastructure and Planning, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden.

Koppelman, F. and C. Wen (2000), 'The paired combination logit model: Properties, estimation and application', *Transportation Research B* **34**, 75–89.

Nugraha J., Haryatmi S., Guritno S.(2007), Bias Maximum Likelihood Estimator (MLE) dalam Model Multinomial Logit pada Respons Saling Berkorelasi, Proseding Seminar Nasional MIPA, UNY

Lee, B. (1999), 'Calling patterns and usage of residential toll service under self-selecting tariffs', *Journal of Regulatory Economics* **16**, 45–82.

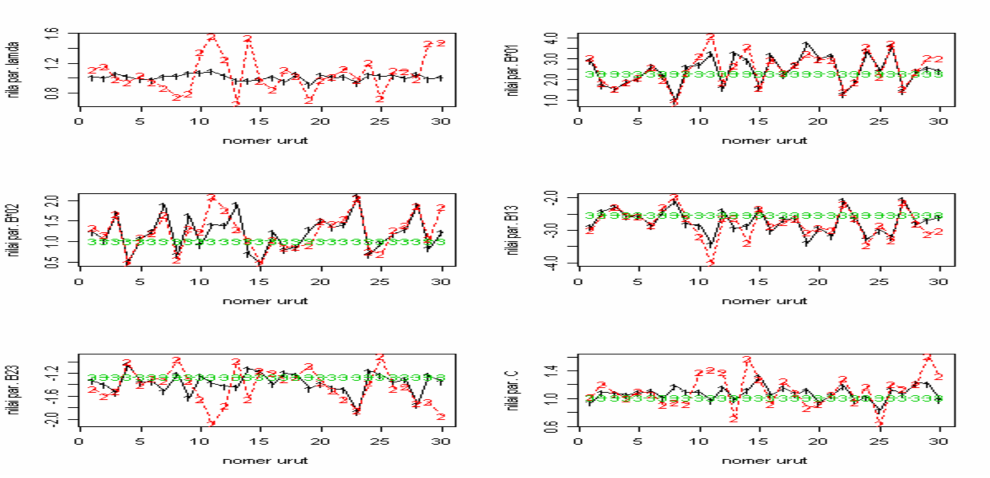
Train, K. (1986), *Qualitative Choice Analysis*, MIT Press, Cambridge, MA.

Train, Kenneth (2003), *Discrete Choice Methods with Simulation*, UK Press, Cambridge

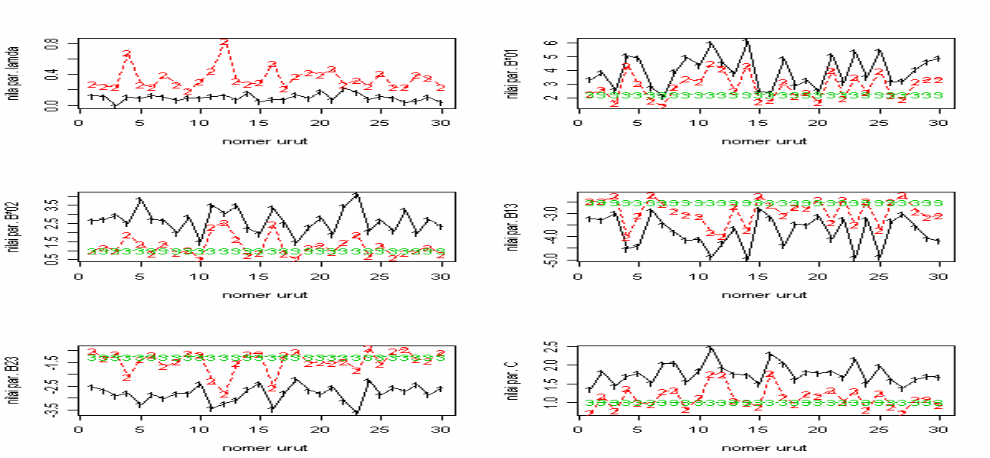
Vovsha, P. (1997), 'The cross-nested logit model: Application to mode choice in the Tel Aviv metropolitan area', Conference Presentation, 76th Transportation Research Board Meetings, Washington,

Wen, C.-H. and F.Koppelman (2001), 'The generalized nested logit model', *Transportation Research B* **35**, 627–641.

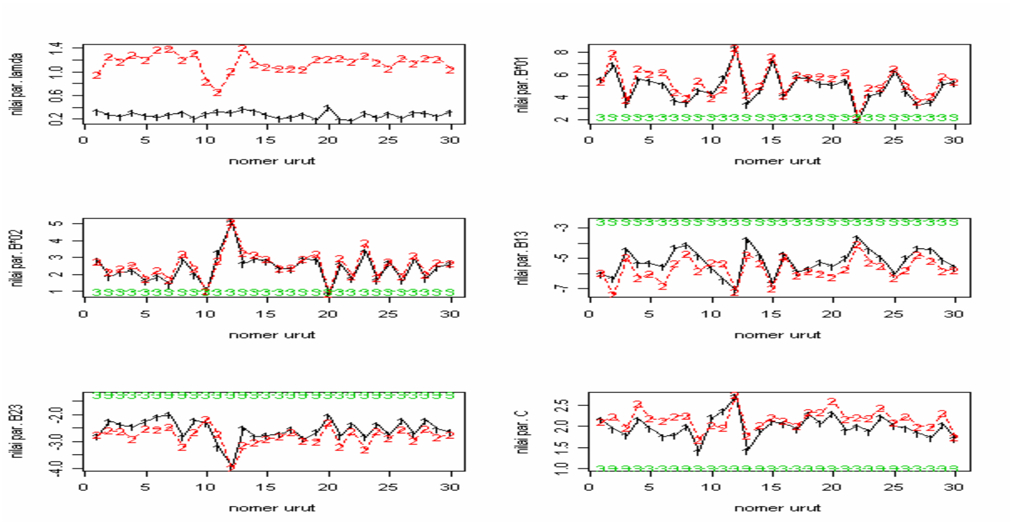
Lampiran I



Gambar 8. Estimator parameter pada model 1



Gambar 9. Estimator parameter pada Model 2



Gambar 10. Estimator parameter pada Model 3

Identifikasi Parameter dalam Model Multinomial Probit

oleh :
Jaka Nugraha
Jurusan Statistika UII
email: jnugraha@fmipa.uii.ac.id

Abstrak

Beberapa model yang dapat digunakan dalam pemodelan pilihan diskrit (Discrete Choice Models) antara lain Model multinomial logistik (MNL), Model Multinomial Probit (MNP) dan Model Generalized Extreme Value (GEV). Model MNL mengasumsikan bahwa komponen errornya berdistribusi extreme value tipe I dan saling independen. Model MNP mengasumsikan bahwa komponen errornya berdistribusi multivariate normal.

Dalam makalah ini akan dibahas penyusunan model MNP termasuk asumsi-asumsi yang diperlukan sedemikian hingga parameter-parameter dalam model dapat diestimasi.

Kata Kunci : *Discrete Choice Models, Simulated maximum likelihood*

1. Pendahuluan

Model pemilihan diskrit menggambarkan pembuat keputusan memilih diantara alternatif yang tersedia. Pembuat keputusan dapat berupa orang, rumah tangga, perusahaan atau unit pembuat keputusan yang lain. Himpunan semua pilihan/alternatif disebut *Choice set*. Model pemilihan diskrit digunakan untuk menguji pilihan "yang mana", sedangkan model regresi dipakai untuk menguji "berapa banyak". Walaupun demikian seringkali model pemilihan diskrit juga dapat dipakai untuk menguji "berapa banyak". Model pemilihan diskrit diturunkan dibawah asumsi manfaat maksimum oleh pembuat keputusan. *Choice set* memenuhi tiga sifat. Pertama, semua alternatif harus *mutually exclusive.* Setiap pembuat keputusan hanya memilih tepat satu alternatif. Kedua, exhaustive, yaitu semua alternative tersedia untuk dipilih. Ketiga, jumlah alternative adalah *finite*.

Seorang pembuat keputusan dinotasikan dengan i, yang berhadapan dengan pilihan sebanyak J anternatif. Pembuat keputusan mempunyai tingkat utiliti (keuntungan) untuk setiap alternatif. Misalkan U_{ij} untuk j=1,…,J adalah

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

utiliti pembuat keputusan i jika memilih alternatif j. Nilai U_{ij} yang sesungguhya tidak diketahui oleh pengamat (peneliti). Tentunya pembuat keputusan memilih alternatif yang mempunyai utiliti terbesar, sehingga memilih alternatif k jika dan hanya jika $U_{ik} > U_{ij}$ $\forall j \neq k$.

Peneliti tidak mengetahui nilai utiliti untuk pembuat keputusan pada masing-masing alternatif. Peneliti hanya mengamati atribut yang ada untuk masing-masing alternatifnya, dan atribut pembuat keputusan yang dinotasikan dengan x_{ij}. Secara fungsi dapat dinotasikan sebagai $V_{ij}= V(x_{ij})$, $\forall j$ yang biasa dinamakan *representative utility*. Karena nilai utiliti yang sesungguhnya tidak diketahui peneliti maka

$$V_{ij} \neq U_{ij} \text{ dan } U_{ij} = V_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

$\varepsilon_i = (\varepsilon_{i1}, \ldots, \varepsilon_{iJ})'$ adalah variabel random yang mempunyai densitas $f(\varepsilon_i)$. V_{ij} merupakan faktor terobservasi dan ε_{ij} merupakan faktor tidak terobservasi dalam utiliti.

Beberapa sifat dari variable random U_{ij} adalah

1. kontinu
2. *completeness*, yaitu untuk sebarang U_{ij} dan U_{ik} $j \neq k$ dapat diranking.
3. *transitivity*, disebut juga *"rationality"*. Jika $U_{is} < U_{ij}$ dan $U_{ij} < U_{ik}$ maka $U_{is} < U_{ik}$. (Train, 2003)

Beberapa sifat utiliti yang berkaitan dengan spesifikasi dan estimasi parameter dalam DCM adalah sifat *"Only differences in utility matter"*. Penambahan dengan konstanta tertentu terhadap semua U_{ij}, tidak akan merubah utiliti tertingginya (peringkat utiliti).

$$p_{ij} = P(U_{ik} > U_{ij}) = P(U_{ik} - U_{ij} > 0) \quad \forall k \neq j, \tag{1}$$

hanya tergantung pada selisih dalam utility. Sifat yang lain adalah *"The scale of utility is arbitrary"*. Dengan mengalikan setiap U_{ij} dengan bilangan positif λ tidak akan merubah peringkat utilitinya.

Secara umum, permasalahan dalam menghitung probabilitas pilihan menyangkut distribusi ε_{ij}. Densites $f(\varepsilon_{ij})$ merupakan distribusi dari faktor tidak terobservasi dalam utiliti. Probabilitas pembuat keputusan i memilih alternatif k dapat dinyatakan sebagai

$$p_{ik} = P(U_{ik} > U_{ij}) \quad \forall j \neq k \qquad (1)$$

$$= P(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ik} < V_{ik} - V_{ij}) \quad \forall j \neq k$$

$$= \int_{\varepsilon} I(\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ik} < V_{ik} - V_{ij}) f(\varepsilon_i) d\varepsilon_i \quad \forall j \neq k \qquad (2)$$

I(.) adalah fungsi indikator, yang bernilai 1 jika pernyataan dalam kurung benar dan bernilai 0 jika pernyataan salah. Selanjutnya dapat dipilih atau ditentukan densitas f(.) yang sesuai/tepat.

Beberapa model yang dapat digunakan untuk memprediksi p_{ik} antara lain model MNL, Model GEV dan Model MNP. Model MNL dan Model GEV mempunyai persamaan probabilitas dalam bentuk persamaan tertutup, tetapi mempunyai keterbatasan dalam mengakomudasi adanya variasi individu (Train , 2003). Model Probit secara analitik sangat menarik, tetapi sangat sulit melakukan estimasi parameternya (Davidson and Russel, 1999). Kesulitan estimasi parameter karena memerlukan integral rangkap. Perhitungan integral dapat didekati dengan menggunakan simulasi. (Hajivassiliou dan Ruud, 1994)

Pada makalah ini membahas asumsi dan langkah-langkah yang diperlukan dalam menyusun model MNP agar dapat dilakukan spesifikasi model dan estimasi parameter. Spesifikasi model menyangkut interpretasi parameter.

2. Model Multinomial Probit (MNP)

Pada model MNP, diasumsikan bahwa vektor $\varepsilon_i^t = (\varepsilon_{i1},\ldots, \varepsilon_{iJ})$ berdistribusi multivariat normal dengan mean nol dan matrik kovariansi Σ. Densitas untuk ε_i adalah

$$\phi(\varepsilon_i) = \frac{1}{(2\pi)^{J/2} \,|\, \Sigma \,|^{1/2}} \exp[-\frac{1}{2}\varepsilon_i^t \Sigma^{-1} \varepsilon_i\ ] \tag{3}$$

Probabilitas pembuat keputusan i memilih alternatif k adalah

$$p_{ik} = P(V_{ik} + \varepsilon_{ik} > V_{ij} + \varepsilon_{ij}) \qquad \forall j \neq k$$

$$= \int I(V_{ik} + \varepsilon_{ik} > V_{ij} + \varepsilon_{ij})\phi(\varepsilon_i)d\varepsilon_i \quad \forall j \neq k \tag{4}$$

dengan I(.) merupakan fungsi indikator dan integral terhadap semua nilai ε_i.

Probabilitas pilihan dapat dinyatakan sebagai :

$$p_{ik} = \int_{\varepsilon_i \in B_{ik}} \phi(\varepsilon_i) d\varepsilon_i \tag{5}$$

dengan B_{ik} adalah himpunan error ε_i yang dihasilkan oleh pembuat keputusan karena memilih alternatif i.

$$B_{ik} = \{\varepsilon_k \mid V_{ik} + \varepsilon_{ik} > V_{ij} + \varepsilon_{ij}\ \} \ \forall j \neq k$$

Penyajian probabilitas pada persamaan (11) merupakan integral berdimensi J atas error ε_{ij}, j =1,2,...J. Karena hanya berbeda dalam bentuk utiliti, maka probabilitas pilihan dapat dinyatakan sebagai integral berdimensi J-1 atas selisih diantara errornya. Misal diambil selisih terhadap alternatif k, maka dapat didefinisikan $\tilde{U}_{ijk} = U_{ij} - U_{ik}, \tilde{V}_{ijk} = V_{ij} - V_{ik}$ dan $\tilde{\varepsilon}_{ijk} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ik}$.

$$p_{ik} = p(\tilde{U}_{ijk} < 0) \quad \forall j \neq k \tag{6}$$

Didefinisikan vektor $\tilde{\varepsilon}_{ik} = (\tilde{\varepsilon}_{i1k}, \ldots.., \tilde{\varepsilon}_{iJk})$ dimana "...." adalah notasi untuk semua alternatif kecuali k, sehingga $\tilde{\varepsilon}_{ik}$ berdimensi J-1. Karena selisih dua distribusi normal adalah normal, maka densitas selisih error tersebut adalah

$$\phi(\tilde{\varepsilon}_{ik}) = \frac{1}{(2\pi)^{(J-1)/2} \,|\, \tilde{\Sigma}_k \,|^{1/2}} \exp[-\frac{1}{2}\tilde{\varepsilon}_{ik}^t \tilde{\Sigma}_k^{-1} \tilde{\varepsilon}_{ik}] \tag{7}$$

Dimana $\tilde{\Sigma}_k$ adalah covarians dari $\tilde{\varepsilon}_{ik}$, yang diturunkan dari Σ. Selanjutnya, probabilitas pilihan dapat disajikan dalam selisih utiliti,

$$p_{ik} = \int I(\tilde{V}_{ijk} + \tilde{\varepsilon}_{ijk} < 0)\phi(\tilde{\varepsilon}_{ik}) d\tilde{\varepsilon}_{ik} \quad \forall j \neq k \tag{8}$$

yang merupakan integral berdimensi (J-1) atas semua nilai yang mungkin dari selisih error. Penyajian tersebut equivalen dengan

$$p_{ik} = \int_{\tilde{\varepsilon}_{ik} \in \tilde{B}_{ik}} \phi(\tilde{\varepsilon}_{ik}) d\tilde{\varepsilon}_{ik} \tag{15}$$

dengan $\tilde{B}_{ik} = \{\tilde{\varepsilon}_{ik} \mid \tilde{V}_{ijk} + \tilde{\varepsilon}_{ijk} < 0 \quad \forall j \neq k\}$ yang merupakan integral berdimensi (J-1) atas nilai selisih dalam $\tilde{B}_{ik}$.

Untuk menghitung p_{ik}, memerlukan matrik kovarians $\tilde{\Sigma}_k$ dari selisih error. Matrik $\tilde{\Sigma}_k$ dapat diturunkan secara langsung dari Σ. Misal M_k adalah matrik identitas berdimensi (J-1) dan menambahkan kolom ke-i yang bernilai "-1", sehingga M_i berdimensi (J-1)xJ. Misal J= 4 alternatif dan k=3.

$$M_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Matrik ini dapat digunakan untuk mentranformasi Σ ke dalam $\tilde{\Sigma}_k$, yaitu $\tilde{\Sigma}_k$ = $M_k \Sigma M_k^t$. Matrik $\tilde{\Sigma}_k$ berdimensi (J-1)x(J-1), sementara Σ berdimensi JxJ.

Misal terdapat tiga alternatif dengan error (ε_{i1}, ε_{i2}, ε_{i3}) dengan covarians

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{pmatrix}$$

Andaikan diambil selisih terhadap alternatif 2. Nilai selisih error adalah $(\tilde{\varepsilon}_{n12}, \tilde{\varepsilon}_{n32})$ yang mempunyai covarians

$$\tilde{\Sigma}_2 = Cov\begin{pmatrix} \varepsilon_{i1} - \varepsilon_{i2} \\ \varepsilon_{i3} - \varepsilon_{i2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} + \sigma_{22} - 2\sigma_{12} & \sigma_{13} + \sigma_{22} - \sigma_{12} - \sigma_{23} \\ \sigma_{13} + \sigma_{22} - \sigma_{12} - \sigma_{23} & \sigma_{33} + \sigma_{22} - 2\sigma_{23} \end{pmatrix}$$

Matrik kovarians ini dapat juga diturunkan dengan transformasi $\tilde{\Sigma}_2 = M_2 \Sigma M_2^t$,

$$\tilde{\Sigma}_2 = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \sigma_{11} - \sigma_{12} & \sigma_{12} - \sigma_{22} & \sigma_{13} - \sigma_{23} \\ \sigma_{12} - \sigma_{13} & \sigma_{22} - \sigma_{23} & \sigma_{23} - \sigma_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} \sigma_{11}+\sigma_{22}-2\sigma_{12} & \sigma_{13}+\sigma_{22}-\sigma_{12}-\sigma_{23} \\ \sigma_{13}+\sigma_{22}-\sigma_{12}-\sigma_{23} & \sigma_{33}+\sigma_{22}-2\sigma_{23} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \theta_1 & \theta_2 \\ \theta_2 & \theta_3 \end{pmatrix}$$

Sebagaimana yang kita lihat, transformasi dengan M_i akan dipakai dalam mensimulasi probabilitas probit.

3. Identifikasi Paramater

Sebuah konstanta yang ditambahkan kedalam utiliti untuk semua alternatif tidak merubah peringkat utiliti dari semua alternatif. Demikian juga mengalikan dengan bilangan positif terhadap utiliti pada semua alternatif tidak merubah peringkat utilitinya. Oleh karena itu dalam model probit normalisasi scala dan level perlu dilakukan.

Normalisasi model berhubungan dengan identifikasi parameter. Sebuah parameter teridentifkasi (*identified)* jika dapat diestimasi dan tidak teridentifikasi (*unidentified)* jika tidak terestimasi. Sebagai contoh parameter *unidentified* adalah k dalam utiliti

$$U_{nj} = V_{nj} + k + \varepsilon_{nj} .$$

Karena k merupakan ukuran keseluruhan level utiliti (*overall level of utility*) sehingga peneliti tidak dapat melakukan inferensi k. Parameter yang tidak mempengaruhi probabilitas pilihan (perilaku keputusan) tidak dapat diestimasi. Dalan model yang tidak dinormalisasi, parameter-parameter yang nampak tidak dapat diidentifikasi, parameter tersebut berhubungan dengan scala dan level utiliti yang tidak berefek pada perilaku keputusan. Sedangkan pada model yang dinormalisasi, parameter tersebut tidak nampak. Kesulitan muncul karena tidak selalu jelas berhubungan dengan skala dan level. Dalam contoh di awal, bahwa parameter k adalah berhubungan dengan level. Bunch and Kitamura (1989) telah menunjukkan aplikasi model probit dalam beberapa artikel yang dipublikasikan tidak dinormalisasi dan memuat parameter unidentified. Berikut ini akan dibahas sebuah prosedur yang dapat selalu digunakan untuk menormalisasi model probit dan menjamin semua parameternya teridentifikasi. Akan dijelaskan prosedur dalam contoh model empat alternatif dan dapat digeneralisasi dengan mudah.

Seperti biasa, utiliti disajikan sebagai

$U_{ij} = V_{ij} + \varepsilon_{ij}$, $j = 1, \ldots, 4$.

Vektor errors nya adalah $\varepsilon_i = (\varepsilon_{i1}, \ldots, \varepsilon_{i4})$ yang berdistribusi normal dengan mean nol dan matrik covariansi

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \sigma_{14} \\ . & \sigma_{22} & \sigma_{23} & \sigma_{24} \\ . & . & \sigma_{33} & \sigma_{34} \\ . & . & . & \sigma_{44} \end{pmatrix}$$

Model untuk empat alternatif akan terdapat 10 nilai varians-covarians. Secara umum model dengan J alternatif akan mempunyai $J(J + 1)/2$ nilai varian-covarians yang berbeda dalam matrik covariannya. Dalam prosedur ini selalu mengambil nilai selisihnya terhadap alternatif pertama, karena akan lebih menyederhanakan analisis. Didefinisikan selisih error sebagai

$\tilde{\varepsilon}_{ijk} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_{i1}$ untuk $j = 2, 3, 4$,

dan didefinisikan vektor selisih error sebagai $\tilde{\varepsilon}_{i1} = (\tilde{\varepsilon}_{i21}, \tilde{\varepsilon}_{i31}, \tilde{\varepsilon}_{i41})$. Indeks 1 dalam $\tilde{\varepsilon}_{i1}$ berarti selisih error terhadap alternatif pertama, bukan error untuk alternatif pertama.

Matrik covarian untuk vektor selisih error adalah

$$\tilde{\Sigma}_1 = \begin{pmatrix} \theta_{22} & \theta_{23} & \theta_{24} \\ . & \theta_{33} & \theta_{34} \\ . & . & \theta_{44} \end{pmatrix}$$

Dimana θ berhubungan dengan σ yaitu:

$\theta_{22} = \sigma_{22} + \sigma_{11} - 2\sigma_{12}$, $\theta_{23} = \sigma_{23} + \sigma_{11} - \sigma_{12} - \sigma_{13}$

$\theta_{33} = \sigma_{33} + \sigma_{11} - 2\sigma_{13}$, $\theta_{24} = \sigma_{24} + \sigma_{11} - \sigma_{12} - \sigma_{14}$

$\theta_{44} = \sigma_{44} + \sigma_{11} - 2\sigma_{14}$, $\theta_{34} = \sigma_{34} + \sigma_{11} - \sigma_{13} - \sigma_{14}$

Dengan komputasi, matrik ini dapat diperoleh menggunakan tranformasi M_i yang didefinisikan diatas yaitu $\tilde{\Sigma}_1 = M_1 \Sigma M_1^t$. Selanjutnya normalisasi dengan skala utility, yaitu Variansi dari selisih error $\hat{\varepsilon}_{i21}$ ditranformasi menjadi satu, sehingga matrik kovariannya menjadi

$$\tilde{\Sigma}_1^* = \begin{pmatrix} 1 & \theta_{23}^* & \theta_{24}^* \\ . & \theta_{33}^* & \theta_{34}^* \\ . & . & \theta_{44}^* \end{pmatrix}$$

Dimana :

$$\theta_{33}^* = \frac{\sigma_{33} + \sigma_{11} - 2\sigma_{13}}{\sigma_{22} + \sigma_{11} - 2\sigma_{12}},\ \theta_{44}^* = \frac{\sigma_{44} + \sigma_{11} - 2\sigma_{14}}{\sigma_{22} + \sigma_{11} - 2\sigma_{12}},\ \theta_{23}^* = \frac{\sigma_{23} + \sigma_{11} - \sigma_{12} - \sigma_{13}}{\sigma_{22} + \sigma_{11} - 2\sigma_{12}},$$

$$\theta_{24}^* = \frac{\sigma_{24} + \sigma_{11} - \sigma_{12} - \sigma_{14}}{\sigma_{22} + \sigma_{11} - 2\sigma_{12}}\ \theta_{34}^* = \frac{\sigma_{34} + \sigma_{11} - \sigma_{13} - \sigma_{14}}{\sigma_{22} + \sigma_{11} - 2\sigma_{12}}$$

Kelima parameter dalam matrik kovarians ini adalah parameter teridentifikasi. Jumlah ini jauh lebih kecil dibanding 10 elemen dalam matrik covarians sebelumnya. Karena hanya 5 parameter θ^* dan 10 parameter σ, maka tidak mungkin mendapatkan seluruh nilai σ dari nilai estimasi θ^*. Secara umum, sebuah model dengan J alternatif dan dalam matrik covarians terdapat $J(J+1)/2$ parameters. Setelah dinormalisasi, parameter dalam matrik kovariansi sebayak $[(J-1)J/2]-1$. Sehingga hanya terdapat $[(J-1)J/2]-1$ parameters yang teridentifikasi.

Andaikan peneliti menetapkan struktur matrik covarian. Sehingga matrik full covarian untuk error mempunyai bentuk khusus (nilai elemennya tertentu), atau hubungan diatara elemen dalam matrik kovarian. Peneliti dapat membatasi bentuk matrik kovarian. Struktur tersebut dapat berbentuk bermacam macam, tergantung pada aplikasinya.Yai dkk. (1997) mengestimasi model probit dari rute pilihan dimana covariansi antara dua rute hanya tergantung pada jarak nya, struktur ini mereduksi jumlah parameter covarian menjadi satu, yaitu covariansi jarak. Bolduc dkk. (1996) mengestimasi model pilihan fisik dari lokasi dimana covariansi antar lokasi adalah sebuah fungsi kedekatanya dengan yang lain. Bolduc (1992) memberi nama struktur "*generalized autoregressive*". Haaijer dkk. (1998) memilih struktur *factor-analytic* yang muncul dari koefisien random variabel penjelas. Seringkali struktur yang ditetapkan akan cukup untuk menormalisasi model. Sebagai contoh, Bunch and Kitamura (1989) memberikan kasus dimana peneliti menetapkan struktur covarian yang nampak telah dinormalisasi tetapi sesungguhnya belum dinormalisasi.

Prosedur yang telah disampaikan di awal akan digunakan pada pembatasan matrik kovarian yang cukup untuk menormalisasi model. Peneliti menetapkan Σ dengan elemen-elemen yang terbatas. Kemudian menggunakan prosedur untuk mendapatkan $\tilde{\Sigma}_1^*$ yang dinormalisasi untuk skala dan level. Kita tahu bahwa masing-masing elemen $\tilde{\Sigma}_1^*$ adalah teridentifikasi. Jika pembatasan elemen pada Σ dapat dihitung dari elemen elemen pada $\tilde{\Sigma}_1^*$ maka pembatasan tersebut cukup untuk menormalisasi. Dalam kasus ini, setiap parameter dalam Σ yang terbatas adalah teridentifikasi. Dengan lain kata jika elemen Σ tidak dapat dihitung dari elemen $\tilde{\Sigma}_1^*$ maka pembatasan tersebut tidak cukup untuk menormalisasi model dan parameter dalam Σ adalah tidak teridentifikasi. Sebagai gambaran, misal peneliti mengestimasi model empat alternatif dan diasumsikan bahwa matrik kovariansi error mempunyai bentuk :

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 1+\rho & \rho & 0 & 0 \\ . & 1+\rho & 0 & 0 \\ . & . & 1+\rho & \rho \\ . & . & . & 1+\rho \end{pmatrix}$$

Matrik kovariansi ini mempunyai struktur bahwa terdapat korelasi antara error pertama dan ke dua, ke tiga dan ke empat. Pasangan korelasinya adalah $\rho/(1 + \rho)$. Catatan bahwa elemen diagonalnya $(1+ \rho)$, peneliti menjamin bahwa korelasinya bernilai antara -1 dan 1 untuk suatu nilai ρ. Bagaimana menormalisasi terhadap skala dan level? Kita akan gunakan prosedur dimuka. Pertama, diambil selisih terhadap alternatif pertama. Matrik Kovarians dari selisih error tersebut adalah

$$\tilde{\Sigma}_1 = \begin{pmatrix} \theta_{22} & \theta_{23} & \theta_{24} \\ & \theta_{33} & \theta_{34} \\ & & \theta_{44} \end{pmatrix}$$

dengan

$\theta_{22} = 2$, $\theta_{33} = 2+2\rho$, $\theta_{44} = 2+2\rho$, $\theta_{34} = 12+2\rho$, $\theta_{23} = 1$, $\theta_{24} = 1$

Selanjutnya menormalisasi untuk skala dengan mentransformasi elemen (1,1) menjadi 1, diperoleh matrik covarians ternormalisasi

$$\tilde{\Sigma}_1^* = \begin{pmatrix} 1 & \theta_{23}^* & \theta_{24}^* \\ . & \theta_{33}^* & \theta_{34}^* \\ . & . & \theta_{44}^* \end{pmatrix}$$

Dengan, $\theta^*_{33} = 1+\rho$, $\theta^*_{44} = 1+\rho$, $\theta^*_{23} = 1/2$, $\theta^*_{24} = 1/2$, $\theta^*_{34} = ½ +\rho$

Sehingga $\theta*33 = \theta*44 = \theta*34 + ½$ dan parameter $\theta*$ yang lain adalah nilai fixed. Terdapat satu para meter dalam $\tilde{\Sigma}_1^*$ sebagaimana dalam Σ. Didefinisikan $\theta = 1 + \rho$. Maka

$$\tilde{\Sigma}_1^* = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ . & \theta & \theta - \frac{1}{2} \\ . & . & \theta \end{pmatrix}$$

Parameter ρ dapat dihitung secara langsung dari θ. Parameter dalam Σ dapat dihitung dari parameter dalam $\tilde{\Sigma}_1^*$ berarti bahwa model asli (original) ternormalisasi untuk scala dan level.

Kadang pembatasan dalam matrik kovarians asli nampak seperti cukup untuk menormalisasi model akan tetapi sebenarnya tidak. Selanjutnya prosedur normalisasi akan dilakukan pada kasus ini. Seperti dalam contoh sebelumnya, tetapi sekarang peneliti memberikan korelasi yang berbeda pada error pertama dengan error kedua dan korelasi error ke tiga dengan ke empat. Matrik kovariannya adalah

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 1+\rho_1 & \rho_1 & 0 & 0 \\ . & 1+\rho_1 & 0 & 0 \\ . & . & 1+\rho_2 & \rho \\ . & . & . & 1+\rho_2 \end{pmatrix}$$

Korelasi antara error pertama dan ke dua adalah $\rho 1/(1 + \rho 1)$, dan korelasi antara error ke tiga dan ke-empat adalah $\rho 2/(1 + \rho 2)$. Selanjutnya dengan tranformasi skala diperoleh matrik kovariansi

$$\tilde{\Sigma}_1^* = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ . & \theta & \theta - \frac{1}{2} \\ . & . & \theta \end{pmatrix}$$

Dengan $\theta = 1 + (\rho 1 + \rho 2)/2$. Nilai $\rho 1$ dan $\rho 2$ tidak dapat dihitung dari sebuah nilai θ. Model original tidak ternormalisasi untuk skala dan level, dan parameter $\rho 1$ dan $\rho 2$ menjadi tidak teridentifikasi.

Dalam model ternormalisasi, yang nampak adalah rata-rata ρ yaitu ($\rho 1 + \rho 2)/2$. Sehingga memungkinkan menghitung rata-rata ρ dari θ. Hal ini berarti bahwa rata-rata ρ adalah teridentifikasi, tetapi bukan nilai individualnya. Ketika $\rho 1 = \rho 2$, sebagaimana dalam contoh diawal, model adalah ternormalisasi karena masing-masing ρ adalah sama dengan rata-rata ρ. Asumsi $\rho 1 = \rho 2$ adalah tidak berbeda dengan asumsi bahwa $\rho 1 = 3\rho 2$, atau hubungan yang lain. Dengan demikian kita tahu bagaimana menjamin model probit ternormaisasi untuk skala dan level. Selanjutnya akan dilihat model probit dalam dalam mengakomudasi adanya variasi individu (*taste variation)*

4. Variasi individu

Model Probit cukup baik untuk menyusun model dengan koefisien random, yaitu koefisien adalah berdistribusi normal. Haaijer *et al.* (1998) juga telah mengaplikasikan model ini. Asumsi bahwa penyajian utiliti adalah linear dalam parameter dan koefisien bervariasi secara random atas pembuat keputusan. (sejauh ini diasumsikan fixed). Utilitinya adalah $U_{ij} = \beta^t_i\, x_{ij} + \varepsilon_{ij}$, dengan β_i adalah vektor koefisien untuk pembuat keputusan i yang merepresentasikan variasi individu. Andaikan β_i adalah berdistribusi normal dalam populasi dengan mean b dan kovariansi W: $\beta_i \sim N(b,W)$. Permasalahannya adalah bagaimana mengestimasi parameter b dan W.

Utiliti dapat dituliskan dengan βi yang diuraikan ke dalam mean dan deviasi :

$$Uij = b^t x_{ij} + \tilde{\beta}_i x_{ij} + \varepsilon_{nj}\text{ , dimana } \tilde{\beta}_i = b - \beta_i.$$

Dua suku terakhir tersebut dalam utiliti adalah random, yang dapat dinyatakan dalam η_{ij} sehingga

$$U_{ij} = b^t\, x_{ij} + \eta_{ij}\ .$$

Kovariansi η_{ij} tergantung pada W dan x_{ij} , sehingga kovariansi berbeda diantara pembuat keputusan (individu). Kovariansi η_{ij} dapat dijelaskan dengan mudah untuk model dua alternatif dengan satu variabel independen. Dalam kasus ini, utilitinya adalah

$$U_{i1} = \beta_i x_{i1} + \varepsilon_{i1},$$

$$U_{i2} = \beta_i x_{i2} + \varepsilon_{i2}.$$

Asumsi bahwa β_i adalah berdistribusi normal dengan mean b adan variansi σ_β. Asumsi bahwa ε_{i1} dan ε_{i2} adalah berdistribusi normal identik dengan variansi σ_ε. Dalam contoh ini diasumsikan idependen dan secara umum utiliti dapat ditulis sebagai

$$U_{i1} = bx_{i1} + \eta_{i1},$$

$$U_{i2} = bx_{i2} + \eta_{i2},$$

Dimana η_{i1} dan η_{i2} distribusi normal. Masing-masing mempunyai mean nul :

$$E(\eta_{ij}) = E(\tilde{\beta}_i x_{ij} + \varepsilon_{ij}) = 0.$$

Kovariansiya dihitung sebagai berikut. Variansi masing-masing adalah

$$V(\eta_{ij}) = V(\tilde{\beta}_i x_{ij} + \varepsilon_{ij}) = x2_{ij}\sigma_\beta + \sigma_\varepsilon.$$

Kovariansinya adalah

$$\mathrm{Cov}(\eta_{i1}, \eta_{i2}) = E[(\tilde{\beta}_i x_{i1} + \varepsilon_{i1})(\tilde{\beta}_i x_{i2} + \varepsilon_{i2})]$$

$$= E[\tilde{\beta}_i^2 x_{i1}x_{i2} + \varepsilon_{i1}\varepsilon_{i2} + \varepsilon_{i1}\tilde{\beta}_i x_{i2} + \varepsilon_{i2}\tilde{\beta}_i x_{i1}] = x_{i1}x_{i2}\sigma_\beta.$$

Matrik kovariansinya adalah

$$\Sigma = \begin{pmatrix} x_{i1}^2\sigma_\beta + \sigma_\varepsilon & x_{i1}x_{i2}\sigma_\beta \\ x_{i1}x_{i2}\sigma_\beta & x_{i2}^2\sigma_\beta + \sigma_\varepsilon \end{pmatrix}$$

$$= \sigma_\beta \begin{pmatrix} x_{i1}^2 & x_{i1}x_{i2} \\ x_{i1}x_{i2} & x_{i2}^2 \end{pmatrix} + \sigma_\varepsilon \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Selanjutnya dengan normalisasi skala utiliti, yaitu yang memenuhi $\sigma_\varepsilon = 1$. Diperoleh

$$\Sigma = \sigma_\beta \begin{pmatrix} x_{i1}^2 & x_{i1}x_{i2} \\ x_{i1}x_{i2} & x_{i2}^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Nilai x_{n1} dan x_{n2} diobservasi oleh peneliti dan parameter b dan σ_β diestimasi. Generalisasi untuk lebih dari satu variabel independen dan lebih dari dua alternatif dapat dilakukan.

5. Kesimpulan

Jika terdapat J alternatif (pilihan) maka untuk menghitung probabilitas masing-masing pilihan memerlukan itegral rangkap J-1. Komponen matrik kovarian yang teidentifikasi maksimum sebanyak $[(J-1)J/2] - 1$ parameters.

Model Probit juga dapat mengakomudasi variasi individu yaitu parameter koefisien dinyatakan sebagai variabel random yang berdistribusi nomal.

Daftar Pustaka

Bolduc, D. (1992), 'Generalized autoregressive errors: The multinomial probit model', *Transportation Research B* **26**, 155–170

Bolduc, D., B. Fortin, and M. Fournier (1996), 'The impact of incentive policies on the practice location of doctors: A multinomial probit analysis', *Journal of Labor Economics* **14**, 703–732.

Bunch, D. and R. Kitamura (1989), 'Multinomial probit estimation revisited: Testing new algorithms and evaluation of alternative model specification of household car ownership', Transportation Research Group Report UCD-TRG-RR-4, University of California, Davis.

Davidson and Russel, 1999., Econometric Theory and Method.

Haaijer, M., M. Wedel, M. Vriens, and T. Wansbeek (1998), 'Utility covariances and context effects in conjoint MNP models', *Marketing Science* **17**, 236–252.

Hajivassiliou, V. A., and P. A. Ruud (1994). "Classical estimation methods for LDV models using simulation," Ch. 40 in *Handbook of Econometrics*, Vol. 4, ed. R. F. Engle and D. L. McFadden, Amsterdam, Elsevier, 2383–441.

Train, Kenneth (2003), *Discrete Choice Methods with Simulation*, UK Press, Cambridge

Yai, T., S. Iwakura, and S. Morichi (1997), 'Multinomial probit with structured covariance for route choice behavior', *Transporation Research B* **31**, 195–207.

Pendugaan Resiko Relatif Pada Pendugaan Area Kecil

Oleh :
Kismiantini
Jurusan Pendidikan Matematika
FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta

Abstrak

Penduga resiko relatif merupakan statistik yang digunakan untuk mengetahui sebaran suatu penyakit. Penduga resiko relatif sederhana yaitu *standardized mortality ratio* (*SMR*) didasarkan asumsi bahwa banyaknya pengamatan suatu kasus menyebar Poisson. Penduga *SMR* ini tidak lagi dapat diandalkan apabila ukuran contohnya kecil karena akan menghasilkan galat baku yang besar. Metode alternatif untuk menangani masalah tersebut adalah *empirical Bayes* dengan model Poisson-Gamma. Model ini selain menangani kecilnya ukuran contoh juga mampu menangani overdispersi pada model Poisson.

Kata-kata kunci : resiko relatif, penduga *empirical Bayes*

PENDAHULUAN

Penduga resiko relatif merupakan statistik pada pemetaan penyakit yang digunakan untuk mengetahui sebaran penyakit (Clayton & Kaldor 1987). Penduga resiko relatif sederhana adalah *standardized mortality ratio* (*SMR*), yang diperoleh dari asumsi bahwa banyaknya pengamatan suatu kasus menyebar Poisson. Hal tersebut dikarenakan data penyakit berupa data cacahan. Pada pemetaan penyakit, kecilnya ukuran contoh (jumlah kasus berpenyakit) menjadi suatu masalah yang sering dihadapi akibat areanya yang sangat kecil, penyakit jarang terjadi atau keduanya (Law & Haining 2004). Sehingga pendugaan langsung yaitu *standardized mortality ratio* (*SMR*) menjadi tidak dapat diandalkan. Pendugaan area kecil (*small area estimation*) adalah suatu teknik statistika yang mampu menangani permasalahan tersebut, teknik ini berguna untuk menduga parameter subpopulasi (area) yang berukuran contoh kecil (Rao 2003). Salah satu metode alternatifnya adalah metode *empirical Bayes* (*EB*), dengan model yang sering digunakan adalah model Poisson-Gamma (Butar 1991). Selain menangani permasalahan kecilnya ukuran contoh, model ini juga mampu menangani masalah overdispersi pada model Poisson

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

(Gcschlößl & Czado 2006). Pemasukkan peubah penyerta pada model Poisson-Gamma dapat memperbaiki hasil dugaan resiko relatif (Rao 2003). Pada makalah ini akan dibahas dua penduga resiko relatif pada pendugaan area kecil menggunakan metode *empirical Bayes* berdasarkan model Poisson-Gamma.

STANDARDIZED MORTALITY RATIO

Standardized mortality ratio (*SMR*) merupakan penduga sederhana resiko relatif pada pemetaan penyakit (Wakefield & Elliott 1999), yang selanjutnya disebut sebagai penduga langsung dalam pendugaan area kecil. *SMR* berguna dalam mengetahui sebaran geografis suatu penyakit. *SMR* ini diperoleh dari asumsi umum pemetaan penyakit bahwa banyaknya pengamatan suatu kasus yaitu $Y_i \overset{ind}{\sim} Poisson(e_i\theta_i)$, dengan e_i menyatakan nilai harapan banyaknya suatu kasus area ke-*i* dan θ_i adalah resiko relatif area ke-*i* yang tidak diketahui. Selanjutnya dengan memaksimumkan fungsi peluangnya diperoleh $\hat{\theta}_i = y_i / e_i$, yang merupakan penduga kemungkinan maksimum yang bersifat tak bias.

PENDUGA *EMPIRICAL BAYES* 1

Pendugaan resiko relatif dengan metode *empirical Bayes* pada model poisson-gamma dengan peubah penyerta dikemukakan oleh Wakefield (2006). Pada tahap pertama, diasumsikan bahwa $Y_i \overset{ind}{\sim} Poisson(e_i\mu_i\theta_i)$ dengan $\mu_i = \mu(\underline{x}_i, \underline{\beta})$ menyatakan model regresi sehingga $\underline{x}_i = (x_{1i}, \cdots, x_{pi})^T$ merupakan vektor peubah penyerta tetap, $\underline{\beta} = (\beta_1, \ldots, \beta_p)^T$ merupakan vektor koefisien regresi dan $\theta_i = SMR_i$ adalah penduga langsung *standardized mortality ratio*. Tahap kedua diasumsikan bahwa $\theta_i | \alpha \overset{iid}{\sim} gamma(\alpha, \alpha)$ yang selanjutnya sebagai prior dengan rata-rata 1 dan ragam $1/\alpha$. Fungsi peluang dari $Y_i \overset{ind}{\sim} Poisson(e_i \mu_i \theta_i)$ adalah

$$f(y_i|\theta_i) = \frac{e^{-e_i\mu_i\theta_i}(e_i\mu_i\theta_i)^{y_i}}{y_i!}, \quad y_i = 0,1,\ldots \tag{1}$$

Fungsi kepadatan peluang dari $\theta_i|\alpha \overset{iid}{\sim} gamma(\alpha,\alpha)$ adalah

$$\pi(\theta_i) = \frac{\alpha^\alpha}{\Gamma(\alpha)} e^{-\alpha\theta_i}\theta_i^{\alpha-1}, \quad \theta_i > 0 \tag{2}$$

Sehingga fungsi bersamanya diperoleh

$$f(y_i,\theta_i) = \frac{e^{-e_i\mu_i\theta_i}(e_i\mu_i\theta_i)^{y_i}}{y_i!}\frac{\alpha^\alpha}{\Gamma(\alpha)} e^{-\alpha\theta_i}\theta_i^{\alpha-1}, \quad y_i = 0,1,\ldots;\theta_i > 0 \tag{3}$$

Selanjutnya fungsi marjinalnya adalah

$$\begin{aligned} m(y_i) &= \frac{\alpha^\alpha (e_i\mu_i)^{y_i}}{\Gamma(\alpha) y_i! (e_i\mu_i + \alpha)^{y_i+\alpha}} \Gamma(y_i + \alpha) \\ &= \binom{y_i + \alpha - 1}{\alpha - 1}\left(\frac{\alpha}{e_i\mu_i + \alpha}\right)^{\alpha}\left(1 - \frac{\alpha}{e_i\mu_i + \alpha}\right)^{y_i} \end{aligned} \tag{4}$$

Fungsi marjinal diatas merupakan fungsi sebaran binomial negatif dengan rata-rata dan ragam berikut :

$$E\left[Y_i|\underline{\beta},\alpha\right] = e_i\mu_i \tag{5}$$

dan $$Var\left(Y_i|\underline{\beta},\alpha\right) = e_i\mu_i(1 + e_i\mu_i/\alpha) \tag{6}$$

Sehingga ragam meningkat sebagai fungsi kuadratik dari rata-rata, dan parameter skala α dapat mengakomodasi overdispersi. Dugaan parameter prior, yaitu $\hat{\underline{\beta}}$ dan $\hat{\alpha}$, dapat diperoleh dari sebaran marjinal $Y_i|\underline{\beta},\alpha \overset{iid}{\sim} \text{binomial negatif}$ menggunakan pendugaan kemungkinan maksimum, yang merupakan penyelesaian dari teknik regresi binomial negatif.

Selanjutnya berdasarkan teorema Bayes maka diperoleh fungsi posterior sebagai berikut :

$$\pi(\theta_i|y_i,\beta,\alpha)=\frac{f(y_i,\theta_i)}{m(y_i)}=\frac{\dfrac{e^{-e_i\mu_i\theta_i}(e_i\mu_i\theta_i)^{y_i}}{y_i!}\dfrac{\alpha^\alpha}{\Gamma(\alpha)}e^{-\alpha\theta_i}\theta_i^{\alpha-1}}{\dfrac{\alpha^\alpha(e_i\mu_i)^{y_i}}{\Gamma(\alpha)y_i!(e_i\mu_i+\alpha)^{y_i+\alpha}}\Gamma(y_i+\alpha)} \tag{7}$$

$$=\frac{(e_i\mu_i+\alpha)^{y_i+\alpha}}{\Gamma(y_i+\alpha)}e^{-(e_i\mu_i+\alpha)\theta_i}\theta_i^{y_i+\alpha-1},\ \theta_i>0$$

Sehingga $\theta_i|y_i,\underline{\beta},\alpha \sim gamma(y_i+\alpha,e_i\mu_i+\alpha)$. Dari fungsi posterior tersebut diperoleh penduga Bayes bagi θ_i dan ragam posterior bagi θ_i adalah

$$\hat{\theta}_i^B(\underline{\beta},\alpha)=E(\theta_i|y_i,\underline{\beta},\alpha)=(y_i+\alpha)/(e_i\mu_i+\alpha) \tag{8}$$

dan $$V(\theta_i|y_i,\underline{\beta},\alpha)=g_{1i}(\underline{\beta},\alpha,y_i)=(y_i+\alpha)/(e_i\mu_i+\alpha)^2 \tag{9}$$

Penduga *empirical Bayes* bagi θ_i menurut Wakefield (2006) diuraikan menjadi berikut :

$$\hat{\theta}_i^{EB}=\hat{\theta}_i^B(\hat{\underline{\beta}},\hat{\alpha})=\hat{\mu}_i\times(1-w_i)+SMR_i\times w_i \tag{10}$$

dengan $\hat{w}_i=e_i\hat{\mu}_i/(\hat{\alpha}+e_i\hat{\mu}_i)$, $\hat{\mu}_i=\exp(\underline{x}_i^T\,\underline{\hat{\beta}})$, $\hat{\mu}_i$ adalah nilai harapan resiko relatif ke-*i* yang merupakan penduga tak langsung, $SMR_i=\hat{\theta}_i=y_i/e_i$ adalah penduga langsung (*standardized mortality ratio*) dari θ_i, y_i dan e_i masing-masing menyatakan banyaknya pengamatan dan nilai harapan banyaknya suatu kasus.

PENDUGA *EMPIRICAL BAYES* 2

Wakefield (2006) memberikan alternatif penduga *empirical Bayes* bagi resiko relatif θ_i pada persamaan (10). Langkah pertama dengan mengasumsikan bahwa $Y_i|\theta_i \overset{ind}{\sim} Poisson(e_i\theta_i)$ dan kedua adalah $\theta_i \overset{ind}{\sim} Gamma(\alpha\mu_i,\alpha)$ dengan rata-rata $E(\theta_i)=\mu_i$ dan ragam $V(\theta_i)=\mu_i/\alpha$. Dari model dua tahap ini selanjutnya dapat diperoleh sebaran marjinalnya adalah sebaran binomial negatif dengan rata-rata $E\left(Y_i \middle| \underline{\beta}, \alpha\right) = e_i \mu_i$ dan ragam $V\left(Y_i \middle| \underline{\beta}, \alpha\right) = e_i \mu_i (1 + e_i / \alpha)$, rata-rata tersebut sama dengan persamaan (5) tetapi ragamnya berbeda. Sehingga untuk menduga $\underline{\beta}$ dan α dapat dilakukan dengan teknik regresi binomial negatif. Berdasarkan teorema Bayes diperoleh fungsi posterior berikut :

$$\pi\left(\theta_i \middle| y_i, \beta, \alpha\right) = \frac{f(y_i, \theta_i)}{m(y_i)} = \frac{\dfrac{e^{-e_i\theta_i}(e_i\theta_i)^{y_i}}{y_i!} \dfrac{\alpha^{\alpha\mu_i}}{\Gamma(\alpha\mu_i)} e^{-\alpha\theta_i} \theta_i^{\alpha\mu_i - 1}}{\dfrac{\alpha^{\alpha\mu_i} e_i^{y_i}}{\Gamma(\alpha\mu_i) y_i! (e_i + \alpha)^{y_i + \alpha\mu_i}} \Gamma(y_i + \alpha\mu_i)} \tag{11}$$

$$= \frac{(e_i + \alpha)^{y_i + \alpha\mu_i}}{\Gamma(y_i + \alpha\mu_i)} e^{-(e_i + \alpha)\theta_i} \theta_i^{y_i + \alpha\mu_i - 1}, \ \theta_i > 0$$

Maka $\theta_i \middle| y_i, \underline{\beta}, \alpha \sim gamma(y_i + \alpha\mu_i, e_i + \alpha)$. Dari fungsi posterior tersebut diperoleh penduga Bayes bagi θ_i dan ragam posterior bagi θ_i adalah

$$\hat{\theta}_i^B(\underline{\beta}, \alpha) = E\left(\theta_i \middle| y_i, \underline{\beta}, \alpha\right) = (y_i + \alpha\mu_i)/(e_i + \alpha)$$

dan $$V\left(\theta_i \middle| y_i, \underline{\beta}, \alpha\right) = g_{1i}\left(\underline{\beta}, \alpha, y_i\right) = (y_i + \alpha\mu_i)/(e_i + \alpha)^2 \tag{12}$$

Penduga *empirical Bayes* bagi θ_i menurut Wakefield (2006) diberikan sebagai berikut :

$$\hat{\theta}_i^{EB} = \hat{\theta}_i^B\left(\hat{\underline{\beta}}, \hat{\alpha}\right) = \hat{\mu}_i \times (1 - w_i) + SMR_i \times w_i \tag{13}$$

dengan $SMR_i = \dfrac{y_i}{e_i}$, $w_i = e_i / (\hat{\alpha} + e_i)$, dan $\hat{\mu}_i = \exp\left(\underline{x}^T \underline{\beta}\right)$, $\hat{\mu}_i$ adalah nilai harapan resiko relatif ke-*i* yang merupakan penduga tak langsung, $SMR_i = \hat{\theta}_i = y_i / e_i$ adalah penduga langsung (*standardized mortality ratio*) dari θ_i, y_i dan e_i masing-masing menyatakan banyaknya pengamatan dan nilai harapan banyaknya suatu kasus.

PENERAPAN PADA DATA DINAS KESEHATAN DAN PODES 2005

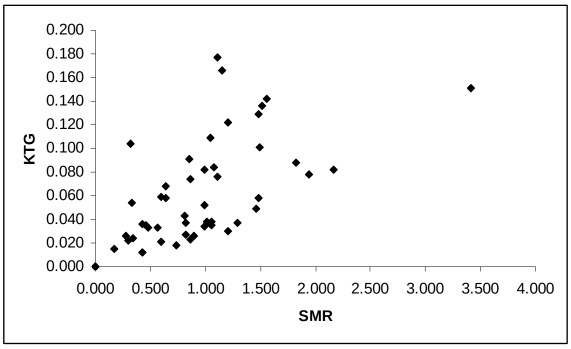
Peubah yang diamati dan menjadi perhatian dalam ilustrasi ini adalah resiko relatif suatu wilayah terjangkit penyakit demam berdarah dengue. Data yang digunakan mengenai data demam berdarah dengue pada 52 kelurahan (area kecil) di kota Bekasi. Data ini berupa banyaknya penderita demam berdarah dengue pada kelurahan ke-*i* (dari data Dinas Kesehatan kota Bekasi tahun 2005), banyaknya penduduk pada kelurahan ke-*i* dan jumlah sekolah pada kelurahan ke-*i* (dari data PODES 2005). Peubah penyerta yang diasumsikan mempengaruhi peubah perhatian adalah jumlah sekolah (SD, SLTP, SMU, SMK negeri dan swasta).

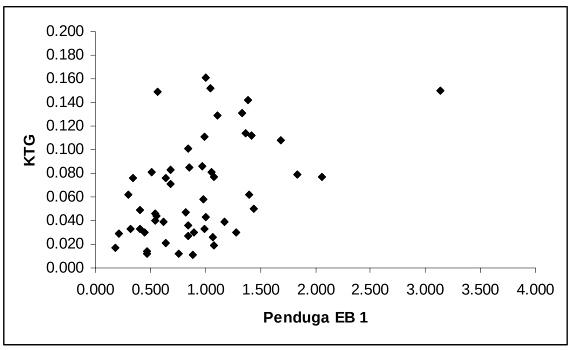
Analisis data menggunakan SAS 9.1 meliputi: PROC GENMOD untuk mendapatkan penduga $\underline{\beta}$ dan α, dan PROC IML untuk mendapatkan penduga *SMR*, *EB* 1 dan *EB* 2 beserta KTG untuk masing-masing penduga. Berikut statistik dari data tersebut :

Tabel 1. Pendugaan resiko relatif

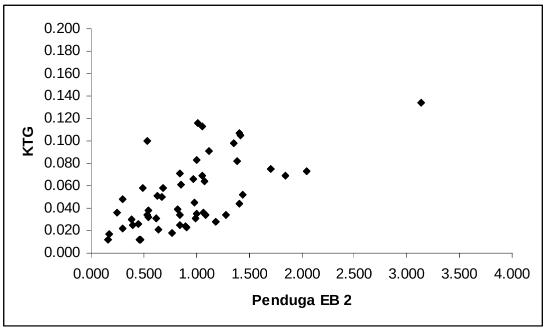
Statistik	*SMR*		Penduga *EB* 1		Penduga *EB* 2	
	RR	KTG	RR	KTG	RR	KTG
Rata-rata	0.909	0.059	0.926	0.066	0.924	0.052
Simpangan baku	0.621	0.045	0.519	0.042	0.528	0.031

Keterangan : RR : Resiko Relatif; KTG: Kuadrat Tengah





Gambar 1 Plot *SMR* dengan KTG Gambar 2 Plot Penduga *EB* 1 dengan KTG



Gambar 3 Plot Penduga *EB* 2 dengan KTG

Berdasarkan Tabel 1 dan Gambar 3 dapat diperoleh informasi bahwa penduga resiko relatif dengan metode *EB* 2 memberikan perbaikan pendugaan terhadap hasil penduga *EB* 1 yang ditunjukkan dengan semakin kecilnya nilai kuadrat tengah galat. Penduga *EB* 2 juga menghasilkan ketelitian yang paling baik di antara ketiga penduga, yang diperlihatkan dengan rata-rata nilai kuadrat tengah yang paling kecil. Secara umum dari Gambar 1, 2 dan 3 dapat dilihat bahwa semakin besar nilai penduga resiko relatif maka semakin besar pula nilai kuadrat tengah galatnya.

SIMPULAN

Penduga resiko relatif dengan metode *empirical Bayes* 2 berdasarkan model Poisson-Gamma memberikan ketelitian yang meningkat dibanding penduga dengan metode *empirical Bayes* 1 dan *standardized mortality ratio*.

DAFTAR PUSTAKA

Butar FB. 1991. Empirical Bayes estimation of cancer mortality. Texas: Sam Houston State University.

Clayton D, Kaldor J. 1987. Empirical Bayes estimates of age-standardized relative risks for use in disease mapping. *Biometrics* 43:671-681.

Gschlößl S, Czado C. 2006. Modelling count data with overdispersion and spatial effects. [terhubung berkala]. http://epub.ub.uni-muenchen.de/ [6 Nopember 2007].

Law J, Haining R. 2004. Spatial modeling with discrete response data. University of Cambridge

Marshall RJ. 1991. Mapping disease and mortality rates using empirical Bayes estimators. *Applied Statistics* 40:283-294.

Rao JNK. 2003. *Small Area Estimation.* New York: John Wiley and Sons.

Wakefield J, Elliott P. 1999. Issues in the statistical analysis of small area health data. *Statistics in Medicine* 18:2377-2399.

Wakefield J. 2006. Disease mapping and spatial regression with count data. [terhubung berkala]. http://www.bepress.com/uwbiostat/paper286.pdf [17 Juni 2006].

Mengembangkan Digital Library Skripsi Guna Mengoptimalkan Sumber Daya Skripsi Digital Sebagai Sistem Pendukung Riset Dan Proses Pembelajaran

Oleh:
Maman Fathurrohman, Novaliyosi, Nurul Anriani
Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Sultan Ageng Tirtayasa

ABSTRAK

Program Studi Pendidikan Matematika, seperti halnya program studi lainnya, setiap tahunnya menghasilkan banyak Sarjana yang masing-masingnya pasti menghasilkan karya tulis ilmiah berupa Skripsi sebagai salah satu syarat kelulusannya. Pada hakikatnya, kualitas Skripsi tersebut bisa dikatakan tergolong baik, bahkan beberapa diantaranya bisa menjadi bahan rujukan atau contoh-contoh penelitian dalam bidang pendidikan matematika. Pada sisi lain, karya-karya tersebut juga merupakan publikasi hasil penelitian yang didasarkan pada metode ilmiah serta sebagai bukti produktivitas penelitian di Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UNTIRTA. Permasalahan yang ditemukan di lapangan terkait dengan fenomena di atas adalah: 1).Kurang terorganisir dan terdatanya informasi mengenai berbagai karya tulis ilmiah tersebut, baik untuk referensi bagi mahasiswa lain yang akan menyusun Skripsi maupun untuk Dosen. 2).Kurang dioptimalkannya keberadaan karya-karya tersebut sebagai bahan referensi kajian studi pustaka penelitian-penelitian yang relevan lainnya. 3).Timbulnya kesulitan pengelolaan data skripsi yang setiap tahunnya terus bertambah. Permasalahan ini mendorong ide penerapan *Information and Communication Technology (ICT)* untuk memecahkan permasalahan di atas.

Metode yang digunakan dalam riset ini adalah Metode Pengembangan sederhana yang dilengkapi survey kebutuhan dan kesiapan menerapkan Digital Library Skripsi. Sistem yang dikembangkan adalah Digital Library Skripsi Untirta yang diharapkan dapat mengelola data dan informasi Skripsi Digital yang kelak dapat sebagai pendukung riset dan proses pembelajaran matematika.

Hasil penelitian adalah produk yang dinamakan Sistem Digital Library Skripsi Untirta yang terdiri dari tiga komponen utama yaitu: 1).Digital Skripsi, 2).CD Koleksi Digital Skripsi, dan 3). Digital Library Skripsi yang diharapkan dapat mengelola data dan informasi Skripsi Digital yang kelak dapat berfungsi sebagai pendukung riset dan proses pembelajaran matematika. Diharapkan kelak Digital Library Skripsi Untirta ini dapat dimanfaatkan dan diterapkan di berbagai Jurusan, Fakultas, dan Lembaga lainnya.

Kata Kunci: Digital Library Skripsi, Skripsi Digital, ICT, Pengembangan

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Permasalahan.

Program Studi Pendidikan Matematika, seperti halnya program studi lainnya, setiap tahunnya menghasilkan banyak Sarjana yang masing-masingnya pasti menghasilkan karya tulis ilmiah berupa Skripsi sebagai salah

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

satu syarat kelulusannya. Pada hakikatnya, kualitas Skripsi tersebut bisa dikatakan tergolong baik, bahkan beberapa diantaranya bisa menjadi bahan rujukan atau contoh-contoh penelitian dalam bidang pendidikan matematika. Pada sisi lain, karya-karya tersebut juga merupakan publikasi hasil penelitian yang didasarkan pada metode ilmiah serta sebagai bukti produktivitas penelitian di Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UNTIRTA.

Berdasarkan hasil pengamatan dilapangan, ada beberapa permasalahan yang terkait dengan terkumpulnya puluhan bahkan ratusan karya tulis ilmiah berupa Skripsi yang dihasilkan oleh para alumni Program Studi Pendidikan Matematika, beberapa diantara permasalahan tersebut adalah:

1. Kurang terorganisir dan terdatanya informasi mengenai berbagai karya tulis ilmiah tersebut, baik untuk referensi bagi mahasiswa lain yang akan menyusun Skripsi maupun untuk Dosen
2. Kurang dioptimalkannya keberadaan karya-karya tersebut sebagai bahan referensi kajian studi pustaka penelitian-penelitian yang relevan lainnya.
3. Timbulnya kesulitan pengelolaan data skripsi yang setiap tahunnya terus bertambah.

Permasalahan ini mendorong ide implementasi *Information and Communication Technology (ICT)* untuk memecahkan beberapa permasalahan di atas. Termasuk di dalamnya pengembangan Digital Library untuk mengelola Skripsi Digital Mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika.

Oleh karena itu, perlu suatu upaya mengembangkan *Digital Library* untuk mengelola Skripsi Digital Mahasiswa di Program Studi Pendidikan Matematika. Sebagai salah satu usaha untuk memecahkan permasalahan terkait kurang optimalnya pengelolaan dan pemanfaatan keberadaan Skripsi di Program Studi Pendidikan Matematika. Diharapkan hasil penelitian pengembangan ini juga akan menghasilkan Prototype *Digital Library* untuk pengelolaan Skripsi Digital Mahasiswa yang kelak bisa dimanfaatkan di berbagai jurusan atau fakultas lainnya.

B. Identifikasi Permasalahan

Berdasarkan uraian di atas, diidentifikasikan permasalahan yang ada sebagai berikut :

1. Belum adanya sistem perpustakaan digital di Program Studi Pendidikan Matematika
2. Kurang tersedianya tempat yang layak bagi berbagai karya tulis ilmiah tersebut.
3. Kurang terorganisir dan terdatanya informasi mengenai berbagai karya tulis ilmiah tersebut, baik untuk referensi bagi mahasiswa lain yang akan menyusun Skripsi maupun untuk Dosen untuk melakukan penelitian.
4. Kurang dioptimalkannya keberadaan karya-karya tersebut sebagai bahan referensi kajian studi pustaka penelitian-penelitian yang relevan lainnya

C. Perumusan Masalah

Rumusan masalah yang diajukan dalam penelitian ini adalah :

Seperti apa sistem Digital Library Skripsi *yang tepat guna mengelola Skripsi Digital mahasiswa di Program Studi Pendidikan Matematika, FKIP, UNTIRTA?*

D. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah:

- Untuk menghasilkan suatu produk berupa sistem perpustakaan digital pengelola Skripsi yang dapat digunakan untuk mengelola skripsi mahasiswa program studi pendidikan matematika FKIP UNTIRTA .
- Untuk mempercepat dan mempermudah mahasiswa dan dosen dalam memperoleh informasi dan pengetahuan sebagai acuan referensi yang berasal dari system perpustakaan digital ini.

E. Manfaat Penelitian

Sedangkan Manfaatnya adalah:

- Bagi Peneliti
    - Sebagai sumbangsih ilmu dan pemikiran bagi perkembangan jurusan
    - Sebagai upaya melaksanakan Tridharma perguruan tinggi terutama Penelitian dan Pengabdian Pada Masyarakat
- Bagi Mahasiswa dan Dosen
    - Sebagai salah satu media sumber referensi baru dalam proses pendidikan dan penelitian
    - Sebagai upaya meningkatkan peran serta Dosen dan Mahasiswa dalam Pendidikan.
- Bagi Jurusan, Fakultas, Perpustakaan dan Lembaga Lain khususnya di Untirta
    - Memberikan alternatif pengelolaan Skripsi Digital/ Karya Ilmiah lain memanfaatkan teknologi informasi
    - Sebagai dukungan untuk menerapkan ICT (Information and Communication Technology) dalam Pendidikan

F. Definisi operasional

- Digital Library Skripsi adalah sistem perpustakaan digital yang sengaja dirancang untuk mengelola Skripsi Digital mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika
- Skripsi Digital adalah Skripsi yang berbentuk digital dan dalam kegiatan ini berformat e-book pdf berstruktur.
- Visual Basic adalah salah satu bahasa pemrograman yang dikembangkan oleh Microsoft dengan software developernya adalah Microsoft Visual Basic.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

A. Perpustakaan

Perpustakaan menurut kamus besar bahasa indonesia adalah 1. Tempat, gedung, ruang yang disediakan untuk pemeliharaan dan penggunaan koleksi buku dan sebagainya; 2. Koleksi buku, majalah, dan bahan kepustakaan lainnya yang disimpan untuk dibaca, dipelajari, dibicarakan. (Tim Redaksi Kamus Besar Bahasa Indonesia, 2001: 912). Berbagai fungsi dari suatu perpustakaan antara lain:

1. Fungsi Edukatif

   Adanya perpustakaan membiasakan masyarakat belajar mandiri tampa bimbingan guru, baik secara individual maupun secara berkelompok

2. Fungsi Informatif

   Perpustakaan yang sudah maju tidak hanya menyediakan bahan-bahan pustaka yang berupa buku-buku, tetapi juga menyediakan bahan-bahan pamflet, guntingan artikel, peta, bahkan dilengkapi dengan alat multi media seperti over head projektor, slide projektor, film strip projektor, televisi, video tape rekorder dan sebahagainya.Semua ini akan memberikan informasi dan keterangan yang diperlukan eleh penggunanya. Oleh sebab itu perpustakaan memiliki fungsi informatif.

3. Fungsi Tanggung Jawab Administrasi

   Fungsi ini tampak pada kegiatan sehari-hari diperpustakaan dimana setiap ada peminjaman dan pengembaliaan selalu dicatatoleh pustakawan. Setiap orang yang masuk ke perpustakaan harus menunjukan kartu anggota, tidak boleh membawa tas, dan tidak boleh mengganggu anggota lain yang sedang berkunjung. Apabila ada anggota yang terlambat menggembalikan harus dikenakan denda dan bila menghilangkan buku pinjamannya maka harus menggantinya. Semua ini akan membantu mendidik anggota perpustakaan ke arah tanggung jawab dan membiasakan sikap dan tindakan yang administratif.

4. Fungsi Riset

   Sebagaimana telah dijelaskan terdahulu bahwa didalam perpustakaan tersedia banyak bahan pustaka yang dapat digunakan untuk melakukan riset, yaitu mengumpulkan data atau keterangan-keterangan yang diperlukan.

5. Fungsi Rekreatif

   Adanya perpustakaan dapat berfungsi rekreatif ini dapat berarti mengunjungi tempat-tempat tertentu, tetapi secara fisikologisnya. Misalnya dengan dikemukannya hal –hal mengenai tempat-tempat tertentu beserta gambar-gambarnya sehingga secdara fisikologis orng yang membacanya telah berrekreasi ke tempat tersebut. Selain itu fungsi rekreatif berarti bahwa fungsi ppperpustakaan dapat dijadikan sebagai tempat mengisi waktu luang, seperti pada waktu instirahat dengan membaca buku-buku cerita, novel, roman, majalah, surat khabar dan sebagainya. (Bafadal:1992)

B. Visual Basic

Visual Basic adalah salah satu bahasa pemrograman komputer. Bahasa pemrograman adalah perintah-perintah yang dimengerti oleh komputer untuk melakukan tugas-tugas tertentu. Bahasa pemrograman Visual Basic, yang dikembangkan oleh Microsoft sejak tahun 1991, merupakan pengembangan dari pendahulunya yaitu bahasa pemrograman BASIC (*Beginner's All-purpose Symbolic Instruction Code*) yang dikembangkan pada era 1950-an. Visual Basic merupakan salah satu Development Tool yaitu alat bantu untuk membuat berbagai macam program komputer, khususnya yang menggunakan sistem operasi Windows. Visual Basic merupakan salah satu bahasa pemrograman komputer yang mendukung object (*Object Oriented Programming = OOP*).

Dalam visual basic terdapat beberapa window (jendel) utama dalam perancangan sebuah program, diantaranya jendela utama, jendela *toolbox*, jendela *project* dan jendela *properties.*

1. Window Utama

   Pada bagian judul ini tertulis project 1-*microsof visual basic (design).* Dari window ini semua kegiatan pembuatan program dilakukan. Menu terdapat *ToolBar* dan yang digunakan sebagai pemercepat (*Shortcut*) dalam pengaksesan beberapa menu yang sering digunakan.

2. Window Properti

   Window inidigunakan untuk mengatur sifat (*Properti*) dari *Form* atau kontrol-kontrol. Isi dari *window properti* ini dapat berubah-ubah sesaui dengan *form* atau kontrol yang dipilih.

3. Window Tool Box

   Window ini digunakan untuk pemilihan *kontrol-kontrol* yang akan digunakan oleh program yang akan dirancang. Berikut ini keterangan dari beberapa kontrol-kontrol:

   Label : Digunakan untuk menampilkan tulisan pada form.

   Tex Box: Digunakan sebagai tepat penampilan teks.

   List Box : Menampilkan beberapa item.

   Combox : Merupakan kombinasi antara *texbox* dan *listbox*.

   Com.Button : Mulai tindakan jika pemakai telah melakukan pilihan.

   Frame : Mengelompokan kontrol-kontrol secara Visual dan fungsional.

   Opt.Button : Kontrol ini hanya dapat mengaktifkan satu pilihan.

   Ficture Box : Digunakan untuk menampilkan gambar

C. Digital library

Digital Library merupakan perpustakaan maya yang berupa program aplikasi, layaknya perpustakaan konvensional, perpustakaan ini memiliki banyak koleksi pustaka. Digital Library Skripsi artinya perpustakaan digital pengelola Skripsi yang dapat digunakan untuk mengelola skripsi sehingga dapat mengefektifkan dan mempermudah para dosen dan mahasiswa dalam mencari referensi.

BAB III
METODE PENELITIAN

A. Jenis Penelitian

Penelitian ini merupakan Penelitian Pengembangan, penelitian pengembangan umumnya diarahkan untuk menghasilkan suatu produk melalui proses *Research and Development.* Dalam penelitian ini produk yang hendak dikembangkan adalah *Digital Library Skripsi*

B. Spesifikasi produk

Secara umum produk didesain sebagai sebuah sistem perpustakaan digital pengelola Skripsi Digital Mahasiswa. Berikut ini spesifikasi produknya:

Software digital library skripsi:

1. Nama : **DIGITAL LIBRARY SKRIPSI**
   (Software Digital Library Skripsi)
2. Bentuk Fisik : 1). Ukuran Total File Software sekitar 12,8 MB
   2). Format file adalah application (*.exe):
   3). Media Fisik : CD
3. Sistem Komputer : 1). Komputer : Lengkap
   Minimal : Monitor, Keyboard, Mouse, dan CDROM
   2). Processor : 500 Mhz (Pentium II)

3). Sistem operasi : Windows 98, 2000, ME, XP

4). RAM : 64 Mb RAM

4. Manfaat : Mahasiswa dan dosen lebih mudah mencari bahan literature sebagai acuan dan referensi
5. Isi File : Program berupa sistem digital library pengelola skripsi

CD koleksi skripsi digital:

1. Nama : **MEDIA KOLEKSI SKRIPSI DIGITAL (CD Auto-run Skripsi Digital)**
2. Bentuk Fisik : 1). Ukuran Total File bervariasi
   2). Format File pdf
   3). Media Fisik : CD Mini
3. Sistem Komputer : 1). Komputer : Lengkap Minimal : Monitor, Keyboard, Mouse, dan CDROM
   2). Processor : 500 Mhz (Pentium II)
   3). Sistem operasi : Windows 98, 2000, ME, XP
   4). RAM : 64 Mb RAM
4. Fitur : Auto-Run dan Link Koneksi
5. Manfaat : Media Koleksi Skripsi Digital
6. Isi CD : Skripsi Digital

Panduan penggunaan

1. Nama Alat : **Panduan Penggunaan *Digital Library* Skripsi**
2. Bentuk Fisik : 1). Ukuran A4 (21 cm x 29,7 cm)
   2). Ketebalan : xxii & ± 10 halaman (Bolak-Balik),

3). Font Teks Materi : Book Antiqua, 12 Pt

3. Manfaat : Mahasiswa dan dosen lebih mudah dalam menggunakan Digital Library Skripsi

Isi Modul : Panduan penggunaan *digital library* skripsi

C. Proses pengembangan

Perancangan program dilakukan dengan mencoba mewujudkan ide yang timbul dalam bentuk sketsa. Kemudian disempurnakan dan disesuaikan dengan kemampuan kerja aplikasi yang mungkin diwujudkan dengan visual basic.

1. Pembuatan Program Aplikasi

   Proses pembuatan dilakukan memanfaatkan pengetahuan yang dimiliki termasuk pengetahuan yang diperoleh melalui internet dan komunitas *programmer* yang diikuti oleh peneliti

2. Survey Kondisi dan Konsultasi

   Survey ini dilakukan dalam upaya mengetahui kebutuhan dan kesiapan untuk menerapkan Digital Library, termasuk dalam survey adalah upaya konsultasi.

3. Penyimpanan Dalam Bentuk CD Program

   Penyimpanan dalam CD program dilakukan setelah program aplikasi dianggap sudah cukup bisa digunakan oleh pihak lain, yaitu dengan menginstalnya ke komputer mereka.

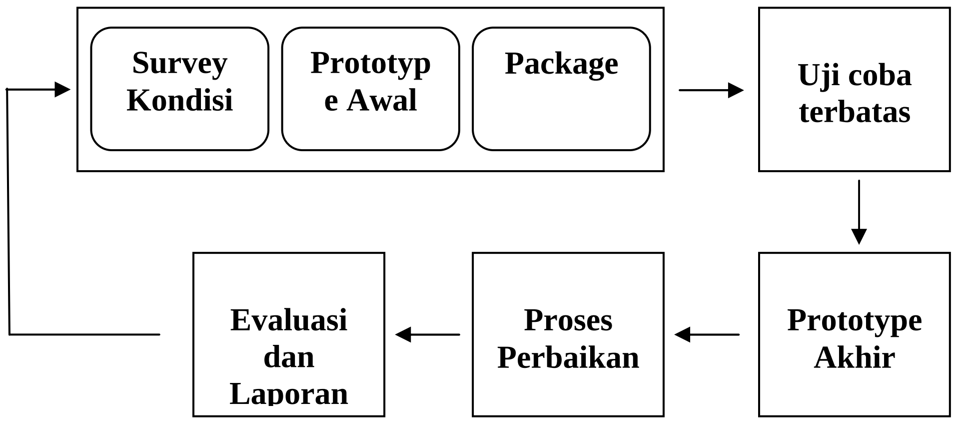
D. Indikator Keberhasilan

Indikator keberhasilan penelitian ini adalah:

Berhasil diwujudkannya Sistem Digital Library Skripsi yang dapat mengorganisir data dan informasi Skripsi Digital serta mengoptimalkan dan memudahkan pengelolaannya sebagai referensi

E. Diagram Alur

Untuk memperjelas proses dalam metode pengembangan untuk mewujudkan indikator keberhasilan, maka disusun diagram alur sebagai berikut:



BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Deskripsi Hasil

1. Hasil Survey Kebutuhan Akan Digital Library Skripsi

   Dalam survey ini peneliti menekankan pada empat hal utama terkait kebutuhan akan Digital Library Skripsi. Berikut ini hasilnya:

   a. Kondisi Skripsi Mahasiswa

   Berikut ini hasil survey terkait kondisi Skripsi mahasiswa:

Kualitas Skripsi Mahasiswa

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Sangat kurang	1	11.1	11.1	11.1
	Kurang	2	22.2	22.2	33.3
	Cukup	3	33.3	33.3	66.7
	Baik	3	33.3	33.3	100.0
	Total	9	100.0	100.0	

Pertambahan Jumlah Skripsi per Semester

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Sangat kurang	1	11.1	11.1	11.1
	Kurang	1	11.1	11.1	22.2
	Cukup	6	66.7	66.7	88.9
	Banyak	1	11.1	11.1	100.0
	Total	9	100.0	100.0	

Berdasarkan hasil di atas jelas bahwa hasil survey menunjukkan bahwasanya menurut responden kualitas skripsi mahasiswa cenderung baik dan secara umum pertambahannya dianggap cukup. Hal ini menunjukkan bahwa Skripsi-Skripsi tersebut dapat dipandang berkualitas untuk dikelola dengan baik, selain itu jumlah pertambahannya yang tergolong cukup banyak cepat atau lambat pasti memerlukan proses dan metode pengelolaan yang tepat karena cepat atau lambat.

b. Digital Skripsi

Berikut ini hasil survey terkait Digital Skripsi

Kemampuan Mahasiswa Membuat Skripsi Digital

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Kurang	6	66.7	66.7	66.7
	Cukup	1	11.1	11.1	77.8
	Sanggup	2	22.2	22.2	100.0
	Total	9	100.0	100.0	

Kemampuan Dosen Membuat Skripsi Digital

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Kurang	4	44.4	44.4	44.4
	Cukup	4	44.4	44.4	88.9
	Sanggup	1	11.1	11.1	100.0
	Total	9	100.0	100.0	

Kemungkinan Dosen dan Mahasiswa Mengumpulkan Skripsi Digital

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Sangat kurang	1	11.1	11.1	11.1
	Kurang	3	33.3	33.3	44.4
	Cukup	2	22.2	22.2	66.7
	Baik	3	33.3	33.3	100.0
	Total	9	100.0	100.0	

Berdasarkan hasil di atas jelas bahwa hasil survey menunjukkan bahwasanya menurut responden Mahasiswa dan Dosen cenderung dianggap belum sanggup membuat Skripsi Digital sendiri, sementara itu kemungkinan Dosen dan Mahasiswa mau mengumpulkan Skripsi dalam bentuk digital juga masih dianggap kurang. Hal ini menunjukkan bahwa perlu semacam workshop atau pelatihan terkait dengan pembuatan Skripsi dalam bentuk digital. Adapun mengenai kemungkinan mengumpulkan, Jurusan atau Fakultas dapat memfasilitasi sehingga setiap mahasiswa akan lulus harus mengumpulkan Skripsi dalam bentuk digital.

c. Digital Library Skripsi

Berikut ini hasil survey terkait dengan Digital Library Skripsi

Jurusan Membutuhkan Digital Library

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Tidak	1	11.1	12.5	12.5
	Ya	7	77.8	87.5	100.0
	Total	8	88.9	100.0	
Missing	System	1	11.1		
Total		9	100.0		

Potensi Menerapkan Digital Library

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Tidak	3	33.3	37.5	37.5
	Ya	5	55.6	62.5	100.0
	Total	8	88.9	100.0	
Missing	System	1	11.1		
Total		9	100.0		

Berdasarkan hasil di atas jelas bahwa hasil survey menunjukkan bahwasanya menurut responden Jurusan membutuhkan Digital Library Skripsi dan berpotensi untuk menerapkannya

d. Kemungkinan Dukungan Pihak Lain

Berikut ini hasil survey terkait dukungan pihak lain:

Kemungkinan Dukungan Pihak Lain Dalam Menerapkan Digital Skripsi

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Tidak	3	33.3	37.5	37.5
	Ya	5	55.6	62.5	100.0
	Total	8	88.9	100.0	
Missing	System	1	11.1		
Total		9	100.0		

Hasil di atas menunjukkan bahwa dimungkinkan dukungan dari pihak lain bagi Jurusan dalam menerapkan Digital Library Skripsi. Adapun pihak-pihak tersebut menurut responden hasilnya adalah sebagai berikut:

Kemungkinan dukungan Program Studi

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Sangat kurang	2	22.2	22.2	22.2
	Cukup	2	22.2	22.2	44.4
	Baik	4	44.4	44.4	88.9
	Sangat baik	1	11.1	11.1	100.0
	Total	9	100.0	100.0	

Kemungkinan dukungan Perpustakaan Fakultas

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Cukup	2	22.2	22.2	22.2
	Baik	7	77.8	77.8	100.0
	Total	9	100.0	100.0	

Kemungkinan dukungan Fakultas

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Cukup	2	22.2	22.2	22.2
	Baik	7	77.8	77.8	100.0
	Total	9	100.0	100.0	

Kemungkinan dukungan Perpustakaan Universitas

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Cukup	2	22.2	22.2	22.2
	Baik	7	77.8	77.8	100.0
	Total	9	100.0	100.0	

Kemungkinan dukungan Universitas

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Cukup	2	22.2	22.2	22.2
	Baik	7	77.8	77.8	100.0
	Total	9	100.0	100.0	

Kemungkinan dukungan Pihak Lain

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Cukup	2	22.2	28.6	28.6
	Baik	5	55.6	71.4	100.0
	Total	7	77.8	100.0	
Missing	System	2	22.2		
Total		9	100.0		

Tampak bahwa 77,8 % responden menyatakan Program Studi, Perpustakaan Fakultas, Fakultas, Perpustakaan Universitas, dan Universitas dianggap sangat mungkin mendukung penerapan Digital Library Skripsi di Jurusan.

2. Hasil Survey Kesiapan Menerapkan Digital Library Skripsi

Dalam survey ini peneliti menekankan pada lima hal utama terkait kesiapan menerapkan Digital Library Skripsi. Berikut ini hasilnya:

a. Kesiapan Sumber Daya Manusia

Berikut ini hasil survey terkait kesiapan Sumber Daya Manusia dalam menerapkan Digital Library Skripsi.

Kesiapan Staff Pengelola

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Sangat kurang	2	22.2	22.2	22.2
	Kurang	4	44.4	44.4	66.7
	Cukup	1	11.1	11.1	77.8
	Baik	2	22.2	22.2	100.0
	Total	9	100.0	100.0	

Kesiapan untuk perbaikan dan kelanjutan Digital Library Skripsi

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Sangat kurang	1	11.1	11.1	11.1
	Kurang	1	11.1	11.1	22.2
	Cukup	4	44.4	44.4	66.7
	Banyak	3	33.3	33.3	100.0
	Total	9	100.0	100.0	

Kesiapan Dosen/ Mahasiswa Menyiapkan Digital Skripsi

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Kurang	1	11.1	11.1	11.1
	Cukup	1	11.1	11.1	22.2
	Sanggup	3	33.3	33.3	55.6
	4	4	44.4	44.4	100.0
	Total	9	100.0	100.0	

Berdasarkan hasil di atas jelas bahwa hasil survey menunjukkan bahwasanya menurut responden staf pengelola cenderung kurang siap menerapkan Digital Library Skripsi, meskipun demikian dosen dan mahasiswa dianggap sanggup untuk menyiapkan Digital Skripsi dan dimungkinkan perbaikan dan kelanjutan Digital Library Skripsi cenderung cukup. Oleh karena itu perlu semacam pelatihan bagi staf yang akan dipersiapkan mengelola Digital Library Skripsi.

b. Kesiapan Peralatan dan Perlengkapan

Kesiapan Peralatan dan Perlengkapan

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Sangat kurang	1	11.1	11.1	11.1
	Kurang	3	33.3	33.3	44.4
	Cukup	4	44.4	44.4	88.9
	Baik	1	11.1	11.1	100.0
	Total	9	100.0	100.0	

Kesiapan Tempat

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Kurang	5	55.6	55.6	55.6
	Cukup	3	33.3	33.3	88.9
	Baik	1	11.1	11.1	100.0
	Total	9	100.0	100.0	

Kesiapan resources CD dan alat

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Sangat kurang	2	22.2	22.2	22.2
	Kurang	3	33.3	33.3	55.6
	Cukup	3	33.3	33.3	88.9
	Baik	1	11.1	11.1	100.0
	Total	9	100.0	100.0	

Kesiapan Dana Lain-lain

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Sangat kurang	4	44.4	44.4	44.4
	Kurang	3	33.3	33.3	77.8
	Baik	2	22.2	22.2	100.0
	Total	9	100.0	100.0	

Berdasarkan hasil di atas jelas bahwa hasil survey menunjukkan bahwasanya menurut responden yang dianggap cukup mendukung adalah peralatan dan perlengkapan serta resources CD dan peralatannya. Sementara itu yang dianggap kurang adalah ketersediaan tempat dan dana pendukungnya.

c. Kesiapan Dana

Kesiapan Dana resources CD

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Sangat kurang	3	33.3	33.3	33.3
	Kurang	3	33.3	33.3	66.7
	Cukup	1	11.1	11.1	77.8
	Baik	2	22.2	22.2	100.0
	Total	9	100.0	100.0	

Kesiapan Dana Lain-lain

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Sangat kurang	4	44.4	44.4	44.4
	Kurang	3	33.3	33.3	77.8
	Baik	2	22.2	22.2	100.0
	Total	9	100.0	100.0	

Berdasarkan hasil di atas jelas bahwa hasil survey menunjukkan bahwasanya menurut responden Dana untuk resources CD dinilai kurang. Sementara itu untuk penggunaan dalam penerapan Digital Library Skripsi dinilai sangat kurang.

d. Kesiapan Dukungan Pihak Lain

Kesiapan Program Studi

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Cukup	1	11.1	11.1	11.1
	Baik	7	77.8	77.8	88.9
	Sangat baik	1	11.1	11.1	100.0
	Total	9	100.0	100.0	

Kesiapan Perpustakaan Fakultas

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Kurang	1	11.1	11.1	11.1
	Cukup	1	11.1	11.1	22.2
	Baik	7	77.8	77.8	100.0
	Total	9	100.0	100.0	

Kesiapan Fakultas

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Cukup	2	22.2	22.2	22.2
	Baik	7	77.8	77.8	100.0
	Total	9	100.0	100.0	

Kesiapan Perpustakaan Universitas

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Kurang	1	11.1	11.1	11.1
	Cukup	3	33.3	33.3	44.4
	Baik	5	55.6	55.6	100.0
	Total	9	100.0	100.0	

Kesiapan Universitas

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Kurang	1	11.1	11.1	11.1
	Baik	8	88.9	88.9	100.0
	Total	9	100.0	100.0	

Kesiapan Pihak Lain

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Sangat kurang	1	11.1	16.7	16.7
	Kurang	1	11.1	16.7	33.3
	Cukup	1	11.1	16.7	50.0
	Baik	3	33.3	50.0	100.0
	Total	6	66.7	100.0	
Missing	System	3	33.3		
Total		9	100.0		

Berdasarkan hasil di atas jelas bahwa hasil survey menunjukkan bahwasanya menurut responden Responden menyatakan bahwa pihak lain cukup siap dalam mendukung penerapan Digital Library Skripsi. Pihak-pihak yang dimaksud adalah: 1). Perpustakaan Fakultas, 2). Pimpinan Fakultas, 3). Perpustakaan Universitas, dan 4). Pimpinan Universitas

e. Kesiapan Partisipasi Dosen dan Mahasiswa

Kesiapan Partisipasi Dosen dan Mahasiswa

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Kurang	5	55.6	55.6	55.6
	Cukup	1	11.1	11.1	66.7
	Baik	3	33.3	33.3	100.0
	Total	9	100.0	100.0	

Kemungkinan Dosen dan Mahasiswa Menggunakan

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	Kurang	4	44.4	44.4	44.4
	Cukup	2	22.2	22.2	66.7
	Baik	3	33.3	33.3	100.0
	Total	9	100.0	100.0	

Responden menyatakan kemungkinan partisipasi Mahasiswa dan Dosen adalah kurang

3. Produk Digital Library Skripsi:

Digital Library Skripsi dirancang sebagai sebuah sistem yang diharapkan dapat mengelola data dan informasi Skripsi Digital yang kelak dapat digunakan untuk mengorganisir data dan informasi Skripsi, membantu mengoptimalkan Skripsi sebagai bahan referensi, dan memudahkan pengelolaan Skripsi yang berbentuk Skripsi Digital.

Ide dan Inovasi dari sistem yang diajukan adalah berikut:

No	Komponen	Fungsi	Keterangan
1	**Digital Skripsi**	Sebagai file digital yang dikelola	Disarankan berformat PDF berstruktur
2	**CD Koleksi Digital Skripsi**	Sebagai tempat menyimpan Digital Skripsi dalam suatu kurun waktu tertentu (misal per bulan, per semester, atau per tahun)	Bersifat auto-run dan memiliki fasilitas *links*
3	**Digital Library Skripsi Untirta**	Sebagai sistem utama yang dapat mengelola data dan informasi Skripsi Digital yang kelak dapat digunakan untuk mengorganisir	Software Instalasi. Memilki karakteristik: 1. Menggunakan icon logo Untirta

		data dan informasi Skripsi, membantu mengoptimalkan Skripsi sebagai bahan referensi, dan memudahkan pengelolaan Skripsi yang berbentuk Skripsi Digital	berwarna 2. Instalasi dalam Bahasa Indonesia atau Bahasa Inggris 3. Dilengkapi form register, form koleksi, dan form pencarian
	Form Register	Melakukan registrasi/ pendataan Digital Skripsi dalam Sistem	Terintegrasi dalam Digital Library Skripsi Untirta
	Form Koleksi	Sebagai database koleksi Skripsi Digital	Terintegrasi dalam Digital Library Skripsi Untirta
	Form Pencarian	Sebagai alat untuk melakukan proses pencarian jika diperlukan	Terintegrasi dalam Digital Library Skripsi Untirta

B. Pembahasan

1. Pembahasan Hasil Survey

Berikut ini ringkasan dan pembahasan hasil survey kebutuhan menerapkan digital Library Skripsi:

No	Perihal	Hasil	Arti penting
1	Skripsi Mahasiswa	Kualitas Skripsi mahasiswa umumnya baik dan pertambahannya cukup cepat	Memberi dasar bahwa Skripsi Mahasiswa perlu dikelola dan menjadi dasar penelitian lain
2	Skripsi Digital	Mahasiswa dan Dosen cenderung dianggap belum sanggup membuat Skripsi Digital sendiri	Menjadi dasar perlunya Workshop membuat Skripsi/ Karya Tulis Digital terstruktur
3	Digital Library Skripsi	Jurusan memerlukan Digital Library Skripsi dan berpotensi menerapkannya	Memberi dasar penerapan Digital Library Skripsi di Jurusan
4	Dukungan Pihak Lain	Dimungkinkan adanya dukungan pihak lain dalam menerapkan Digital	Responden memberi pendapat yang sama (77,8%) pada: 1). Perpustakaan

		Library Skripsi	Fakultas 2). Pimpinan Fakultas 3). Perpustakaan Universitas 4). Pimpinan Universitas

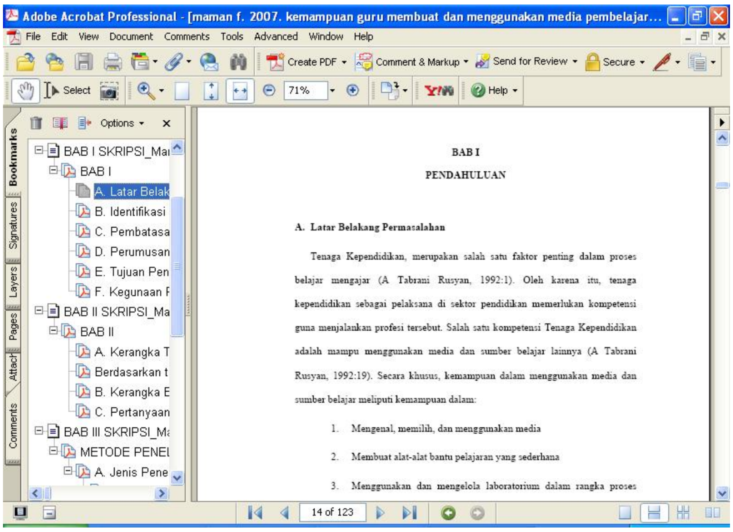
Berikut ini ringkasan hasil survey terkait kesiapan menerapkan Digital Library Skripsi:

No	Perihal	Hasil	Keterangan
1	Kesiapan Sumber Daya Manusia	Dosen/ Staf pengelola dianggap kurang sanggup mengelola Digital Library Skripsi. Meskipun demikian mereka percaya bahwa keberlanjutan digital Library Skripsi cukup baik	Menjadi dasar perlunya pelatihan kepada Dosen/ staf yang akan mengelola Digital Library Skripsi.
2	Kesiapan Peralatan dan Perlengkapan	Peralatan dan Perlengkapan juga resources CD dinilai cukup. Tetapi tempat dan penyimpanan koleksi Skripsi Digital dinilai kurang	Menjadi dasar bahwa sebenarnya peralatan, perlengkapan, dan resources CD untuk menerapkan Digital Library Skripsi sudah memadai. Tetapi masalah tempat dan penyimpanan koleksi masih menjadi masalah
3	Kesiapan Dana	Dana untuk resources CD dinilai kurang. Sementara itu untuk penggunaan dalam penerapan Digital Library Skripsi dinilai sangat kurang.	Perlu suatu kebijakan untuk mengalokasikan dana, walaupun hanya sedikit, untuk penerapan Digital Library Skripsi. Alokasi ini dianggap

			sebagai investasi untuk mendapatkan sumber informasi yang memadai
4	Kesiapan Dukungan Pihak Lain	Responden menyatakan bahwa pihak lain cukup siap dalam mendukung penerapan Digital Library Skripsi.	Pihak-pihak yang dimaksud adalah: 1). Perpustakaan Fakultas 2). Pimpinan Fakultas 3). Perpustakaan Universitas 4). Pimpinan Universitas
5	Kesiapan Partisipasi Dosen dan Mahasiswa	Responde menyatakan kemungkinan partisipasi Mahasiswa dan Dosen adalah kurang	Ini berarti perlu suatu penjelasan lebih lanjut dan mendalam tentang manfaat Digital Library Skripsi bagi mereka. Selain itu juga perlu upaya memotivasi mahasiswa dan dosen untuk memanfaatkan Digital Library Skripsi dalam kegiatan akademis mereka

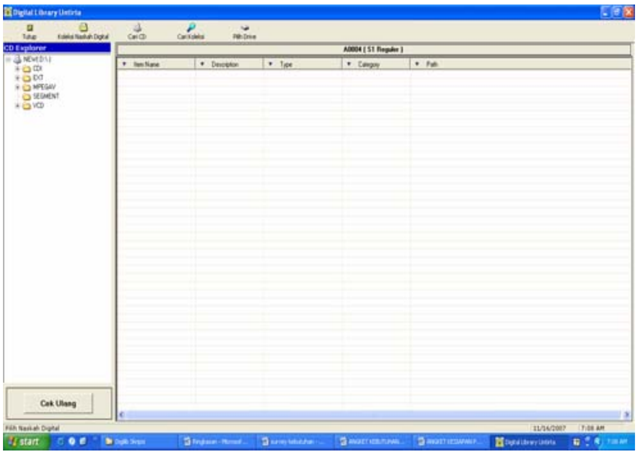
2. Hubungan antara Digital Skripsi dan Digital Library Skripsi

   Digital Skripsi merupakan koleksi yang dikelola oleh Digital Library Skripsi. Digital Skripsi diletakkan dalam CD Koleksi Digital Skripsi untuk kemudian di register dalam sistem Digital Library Skripsi untirta. Beirkut ini contoh tampilan Digital Skripsi



Skripsi digital dalam suatu kurun waktu tertentu (misalkan bulan) akan dikelola dalam satu CD Koleksi Digital Skripsi yang berfitur *autorun* dan menggunakan tombol *link*. Berikut ini contoh tampilan CD Koleksi Digital Skripsi.

Skripsi Digital dalam CD Koleksi akan diregister dalam Digital Library Skripsi. Berikut ini contoh tampilan utama Digital Library Skripsi.

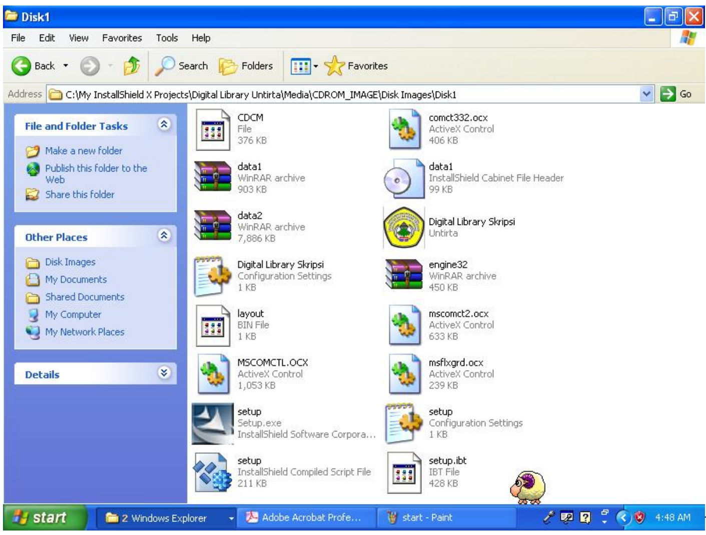


3. Cara menggunakan digital Library Skripsi

   Agar Digital Library Skripsi dapat digunakan, maka hal yang pertama yang dilakukan oleh user adalah menginstall software Digital Library Skripsi.

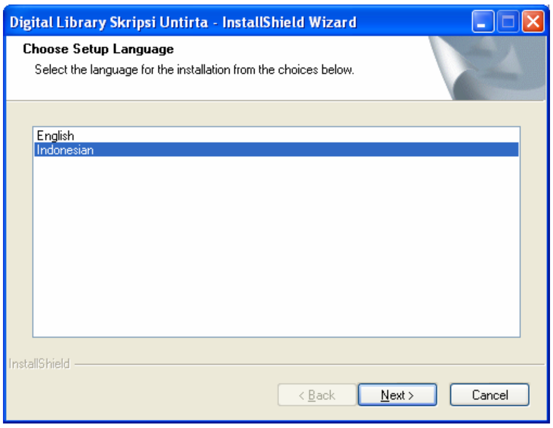
   Berikut adalah langkah-langkah untuk menginstall Digital Library Skripsi :

- Masukkan CD Installer Digital Library Skripsi, maka pada Explorer akan tampak tampilan sebgai berikut

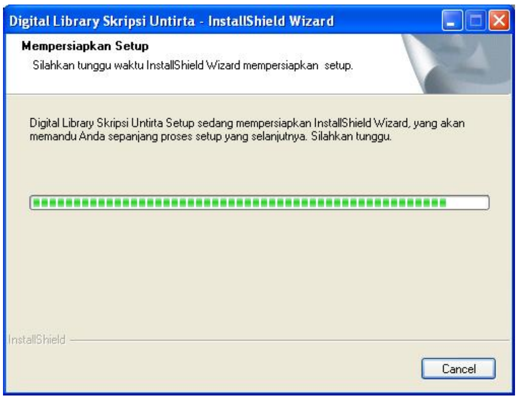


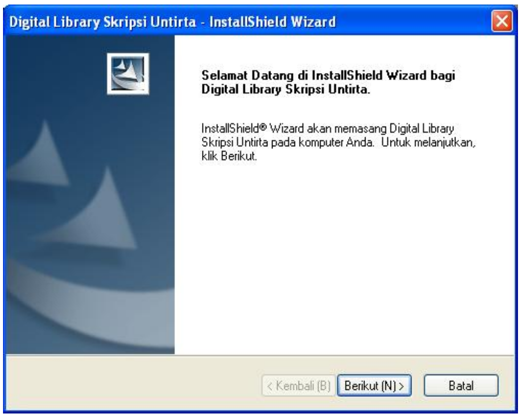
ut :

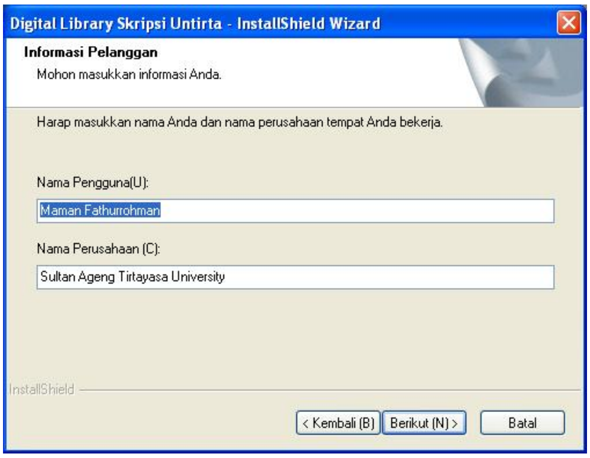
- Klik Setup. Exe untuk memulai penginstalan.



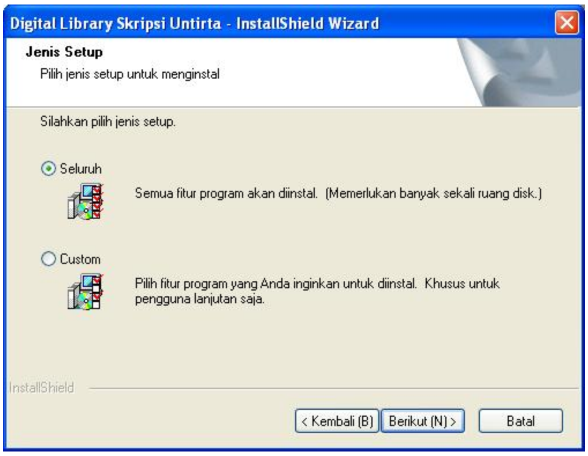
- Merupakan tampilan atau output petama kali setelah setup di klik, Tentukan bahasa yang akan digunakan yaitu Bahasa Inggris atau Indonesia dalam melakukan penginstalan Digital Library Skripsi. Kemudian akan tampil :



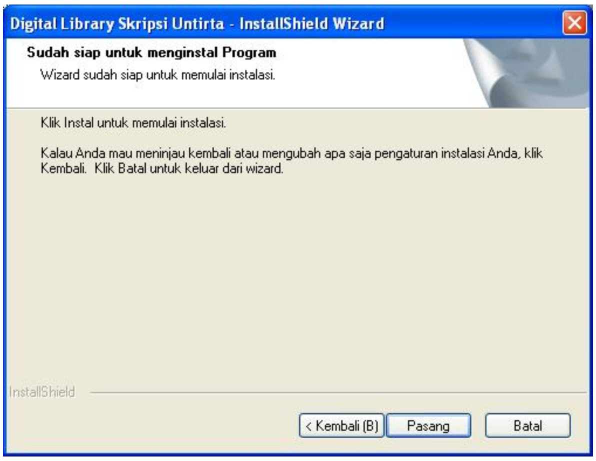


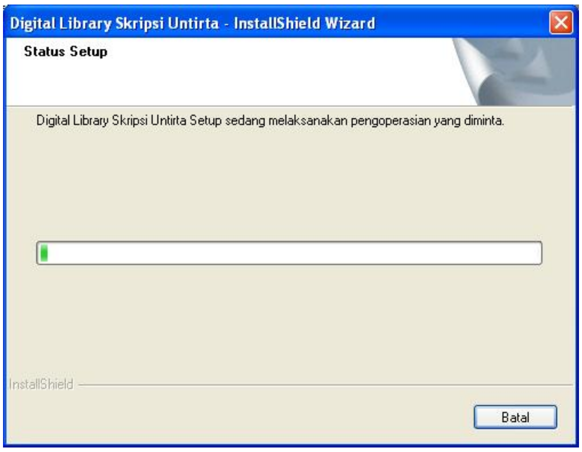


- Isikan Nama pengguna Digital Library Skripsi dan Nama Perusahaan pengguna Digital Library Skripsi, kemudian klik Berikut (N) > :

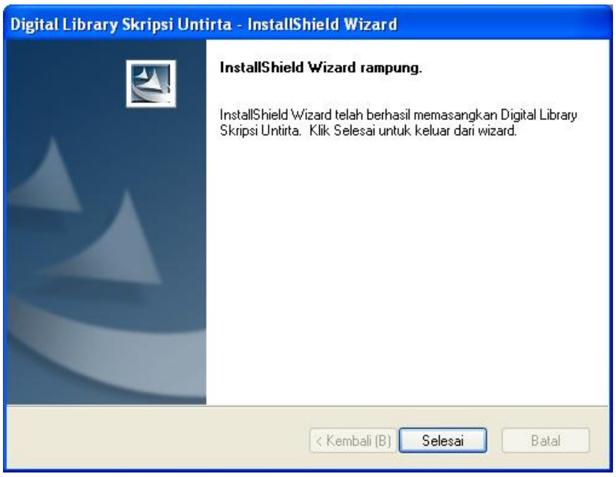


- Pilih jenis penginstalan yang diinginkan, pilih seluruh untuk menginstal keseluruhan program atau custom untuk memilih program yang diinginlan. Klik tombol Berikut (N) >, selanjutnya klik tombol pasang untuk melanjutkan instalasi.



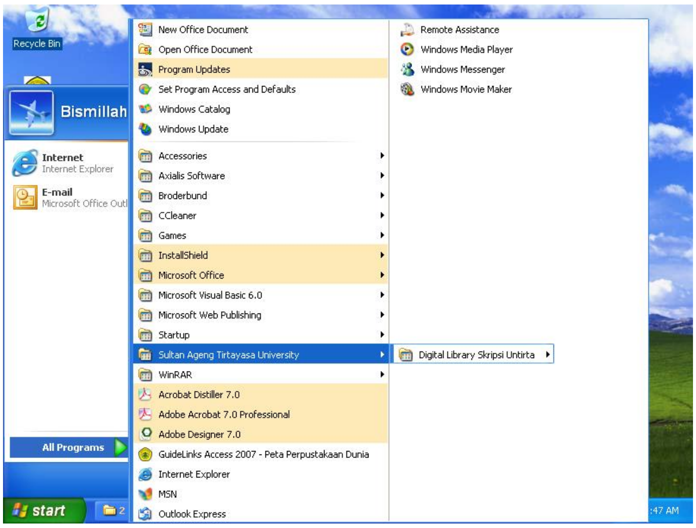


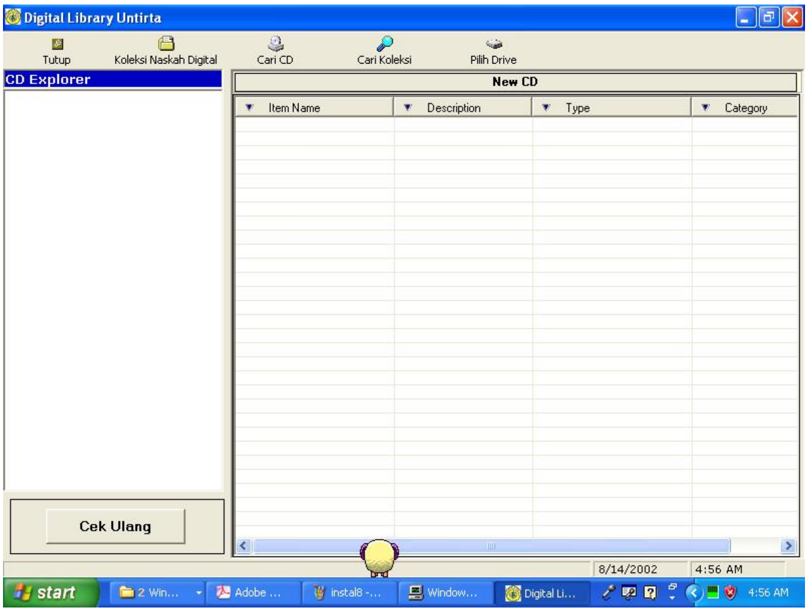
- Maka Digital Library akan segera terisntal pada komputer pengguna, dan setelah penginstalan selesai akan tampil informasi seperti di bawah ini yang menyatakan bahwa Digital Library Skripsi telah selesai terinstal.



Untuk membuka/ menjalankan program Skripsi Digital Library, yaitu :

- Pilih di start menu – program – Sultan Ageng Tirtayasa – Digital Skripsi Library





Tampilan di atas merupakan tampilan awal Digital Library Skripsi ketika pertama kali dibuka, dimana dibagian atas terdapat pilihan :

- 

 untuk keluar dari program Digital Library Skripsi.
- 

 untuk membuka koleksi Naskah Skripsi.

- 

untuk mencari data atau informasi skripsi pada CD
- 

untuk mencari koleksi Skripsi pada database.
- 

untuk memilih drive yang akan digunakan ketika memeasukkan CD.

4. Pengaruh Digital Library terhadap Kebijakan Jurusan

Digital Library Skripsi sebagai produk yang dapat mengorganisir data dan informasi Skripsi, membantu mengoptimalkan Skripsi sebagai bahan referensi, dan memudahkan pengelolaan Skripsi yang berbentuk Digital tentunya memerlukan peran serta Jurusan. Salah satu peran serta jurusan adalah membuat kebijakan agar setiap mahasiswa yang lulus harus mengumpulkan Skripsi dalam bentuk digital sebagai salah satu syarat kelulusannya. Kelak Skripsi Digital-Skripsi Digital ini akan menjadi salah satu koleksi dalam CD Koleksi Digital Library yang akan diregister dalam Sistem Digital Library Skripsi.

5. Masa Depan Digital Library Skripsi

Produk di atas secara umum diberi nama Digital Library Skripsi Untirta. Produk tersebut diharapkan dapat mengorganisir data dan informasi Skripsi Digital serta mengoptimalkan dan memudahkan pengelolaannya sebagai referensi.

Diharapkan kelak Digital Library Skripsi Untirta ini juga dapat dimanfaatkan dan diterapkan di berbagai Jurusan lainnya guna mengorganisir data dan informasi Skripsi Digital di berbagai Jurusan tersebut.

Dalam pengembangannya produk ini juga diharapkan dapat dioptimalkan oleh Perpustakaan Fakultas, Perpustakaan Universitas, Fakultas, Universitas, Lembaga Penelitian (LPPM) dan lembaga lainnya guna mengorganisir data dan informasi Skripsi Digital, Hasil Karya Penelitian, Makalah dan Paper Digital serta berbagai Naskah Digital lainnya.

BAB V

SIMPULAN DAN SARAN

A. Simpulan

Berdasarkan hasil pembahasan di atas disimpulkan bahwa produk yang diharapkan tepat dalam memecahkan permasalahan terkait pengelolaan skripsi di Program Studi Pendidikan Matematika adalah sistem yang dinamakan Digital Library Skripsi Untirta. Sistem ini dikembangkan guna mengorganisir data dan informasi Skripsi Digital serta mengoptimalkan dan memudahkan pengelolaannya sebagai referensi.

B. Saran

Dengan ini disarankan kepada:

- Berbagai Jurusan lain khususnya di lingkungan Universitas Sultan Ageng Tirtayasa guna mengorganisir data dan informasi Skripsi Digital di berbagai Jurusan tersebut dalam bentuk Digital Library Skripsi. Dan diharapkan produk yang dikembangkan ini dapat membantu upaya tersebut

- Perpustakaan Fakultas, Perpustakaan Universitas, Fakultas, Universitas, Lembaga Penelitian (LPPM) dan lembaga lainnya guna mengorganisir data dan informasi Skripsi Digital, Hasil Karya Penelitian, Makalah dan Paper Digital serta berbagai Naskah Digital lainnya dalam bentuk Digital Library Skripsi. Dan diharapkan produk yang dikembangkan ini dapat membantu upaya tersebut

DAFTAR PUSTAKA

Adi Kurniadi. 2002. Pemprograman Microsoft Visual Basic. Jakarta: Elex Media Komputindo

Best, John W dan James V Kahn. 1986. *Research in Education.* London: Prentice Hall

Microsoft ® Encarta ® Dictionary 2005

Microsoft ® Encarta ® Reference Library 2005

Neotek Vol I – No. 9, Juni 2001

Sleeman, Philip dan Ted C Cobun dan D.M Rockwell.1979. *Instructional Media and Technology.*New York: Longman Inc

Sugiyono. (2003). *Statistika untuk Penelitian.* Alfabeta : Bandung

Soenarto. (2005). *Metodologi Penelitian Pengembangan untuk Meningkatkan Peningkatan Kualitas Pembelajaran (Research Methodology to The*

Improvement of Instruction). Jakarta: Dit PPTK dan KPT, DIKTI, Depdiknas.

Tim PKBBI.1989. *Kamus Besar Bahasa Indonesia.* Jakarta: Balai Pustaka

Woro Titi Haryanti. 2001. "Perpustakaan". Yogyakarta: Surat Kabar Harian Kedaulatan Rakyat. 26 Juli 2002

Analisis Survival Dan *Mean Residual Life* Penduduk

Oleh:
Novaliyosi, Nurul Anriani
Program Studi Pendidikan Matematika
FKIP Universitas Sultan Ageng Tirtayasa

ABSTRAK

Pada kenyataannya umur seseorang hanya Allahlah yang tahu, tidak ada seorang pun yang tahu kapan kematian itu akan datang dan sampai berapa lama suatu individu dapat bertahan hidup hingga mencapai umur *t*. Dalam pembahasan penelitian tentang peluang mati dan survival serta taksiran harapan hidup (*life expectancy*) seorang penduduk ini digunakan teori peluang dan model survival.

Hasil dari analisis ini memberikan nilai taksiran harapan hidup (*life expectancy*) seseorang penduduk adalah $E(Y) = \mu_y$ = 55,097 tahun. Variansi $Var(Y) = \sigma_y{}^2$ = 20,979 atau simpangan baku sebesar σ_y = 4,58028.

Peluang kematian dan laju kematian, didapat bahwa semakin tua umur seseorang maka peluang kematian dan laju kematiannya semakin besar. Sedangkan peluang tetap hidup (*survive*) adalah kebalikannya. Selain itu pula hasil dari analisis ini didapatkan taksiran *mean residual life* yaitu harapan hidup yang tersisa pada umur tertentu seorang penduduk dan taksiran median *life* kematian penduduk didapat $T_{0,5}$ = 51,491 tahun

Kata kunci: *survive, life expectancy, mean residual life,* median *life*

1. PENDAHULUAN

Pertumbuhan penduduk di suatu daerah atau kota dari tahun ke tahun akan mengalami perkembangan. Perkembangan jumlah penduduk ini secara terus menerus akan dipengaruhi oleh berbagai faktor, diantaranya faktor kelahiran, kematian dan perpindahan penduduk yaitu *imigran* (pendatang) akan menambah dan *emigran* akan mengurangi jumlah penduduk di suatu daerah atau kota.

kematian sebagai salah satu penyebab perubahan penduduk menjadi dasar bagi penulis untuk melakukan penelitian dalam menentukan peluang harapan hidup penduduk di suatu daerah atau kota. Keadaan ekonomi dan lingkungan di suatu daerah atau kota dapat mempengaruhi tingkat kematian penduduk dan tingkat harapan hidup seseorang karena menurut teori *demografi* semakin tinggi atau besarnya angka harapan hidup (*life expectancy)* penduduk

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

maka semakin baik, hal ini menjadi sebuah indikator semakin meningkatnya kesejahteraan penduduk di suatu kota atau daerah.

Pada kenyataannya umur seseorang hanya Allahlah yang tahu, tidak ada seorang pun yang tahu kapan kematian itu akan datang dan sampai berapa lama seseorang dapat bertahan hidup hingga mencapai umur t, maka dalam penelitian ini digunakan teori peluang dan model survival.

2. METODE PENELITIAN

2.1 *Plotting* Data Sampel

Dalam hal ini *plotting* data sampel dilakukan dengan cara membuat grafik histogram dari data umur kematian.

2.2 Penentuan Hipotesis

Kemungkinan distribusi umur kematian penduduk suatu kota mengikuti bentuk distribusi lognormal atau Weibull.

A. Hipotesis Berdistribusi Lognormal

Penentuan H_o dan H_1 :

- H_o : Data umur kematian penduduk berdistribusi lognormal
- H_1 : Data umur kematian penduduk tidak berdistribusi lognormal

B. Hipotesis Berdistribusi Weibull

Penentuan H_o dan H_1 :

- H_o : Data umur kematian penduduk berdistribusi Weibull
- H_1 : Data umur kematian penduduk tidak berdistribusi Weibull

Kriteria pengujian adalah :

- Tolak H_o, jika AD yang dihitung lebih besar dari nilai $CV(AD > CV)$
- Terima H_o, jika AD yang dihitung lebih kecil dari nilai $CV(AD < CV)$

2.3 Penaksiran Parameter

Penelitian ini dilakukan penaksiran parameter dari distribusi kematian penduduk. Penaksiran parameter ini menggunakan penaksiran kemungkinan maksimum (*maksimum likelihood estimator*).

A. Penaksiran Parameter Distribusi Lognormal

Seandainya distribusi kematian adalah berdistribusi lognormal dengan $Y_1, Y_2, Y_3, ..., Y_n$ merupakan peubah acak hasil transformasi umur seorang penduduk yang mati dan berdistribusi lognormal di mana :

$$n\left(\ln(y); \mu_y, \sigma_y\right) = \frac{1}{y\sigma_y\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(y)-\mu_y}{\sigma_y}\right)^2}, y > 0 \qquad (2.1)$$

B. Penaksiran Parameter Distribusi Weibull

Jika $Y_1, Y_2, Y_3, ..., Y_n$ merupakan peubah acak hasil transformasi umur seorang penduduk yang mati dan berdistribusi Weibull dengan dua parameter α_y dan β_y, maka fungsi *likelihood*nya adalah :

$$L(\alpha_y, \beta_y) = \prod_{y=1}^{n}\left(\frac{\beta_y}{\alpha_y}\right)\left(\frac{y_i}{\alpha_y}\right)^{\beta-1} e^{(y_i/\alpha_y)^{\beta_y}} \qquad (2.2)$$

2.4 Uji Anderson-Darling

Untuk mencari kecocokan (*goodness-of-fit*) terhadap data umur kematian penduduk maka digunakan uji kecocokan Anderson-Darling di mana dapat digunakan pada setiap distribusi (Annis, 2004).

Untuk distribusi lognormal pengujian statistik *AD* didapat dari :

$$AD = \sum_{i=1}^{n} \frac{1-2i}{n}\left\{\ln[F(z_i)] + \ln[1-F(z_{n+1-i})]\right\} - n \qquad (2.3)$$

Sedangkan untuk distribusi Weibull, pengujian statistik *AD* didapat dari :

$$AD = \sum_{i=1}^{n} \frac{1-2i}{n}\left\{\ln[F(z_i)] + \ln[1-F(z_{n+1-i})]\right\} - n \qquad (2.4)$$

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Data penduduk yang digunakan dalam penelitian ini adalah populasi kematian penduduk di kota Bandung pada tahun 2001-2003 yang diperoleh dari Sub Dinas Pemakaman Kota Bandung. Di mana sampel data umur kematian diambil dari Tempat Pemakaman Umum (TPU) Sinaraga dan Pandu Kota Bandung.

3.1 Sampling Proporsi

Banyaknya data yang ada yaitu $N = 4520$, maka agar lebih mudah meramalkan bentuk distribusi dilakukan teknik sampling proporsi, dengan $p = 5\% = 0{,}05$.

3.2 Taksiran Distribusi Kematian

Tujuan dari taksiran distribusi kematian ini adalah menggambarkan bentuk fungsi distribusi kematian dari data umur penduduk kota Bandung yang mati.

3.2.1 *Plotting* Data Sampel

Plotting data sampel dilakukan dengan cara pembuatan histogram dari data umur penduduk yang mati dengan banyaknya data $n = 367$, di mana umur penduduk yang mati tertua (*maksimum*) = 115 dan termuda (*minimum*) = 0.

Jika dilihat dari bentuk histogramnya maka bentuk histogram sebaran sampel data umur kematian miring kekanan, hal ini disebabkan karena banyak penduduk yang mati pada usia tua. Sehingga dengan melihat histogramnya maka agar lebih memudahkan dalam menentuan bentuk distribusi dilakukan transformasi data.

3.2.2 Transformasi Data

Transformasi data umur kematian didapat :

$Y_i = 115 - T_i$

Kemudian setelah didapat umur kematian penduduk yang telah ditransformasikan, selanjutnya umur Y_i kembali dilakukan *plotting* data sampel hasil transformasi.

3.2.3 Penaksiran Parameter

Penaksiran parameter dari data sampling yaitu $n = 367$, dengan tujuan untuk mendapatkan besarnya nilai parameter tergantung dari jenis distribusinya.

A. Penaksiran Paremeter Distribusi Lognormal

Karena diduga distribusinya adalah distribusi lognormal, didapat parameter μ_y = 3,94141 dan σ_y = 0,36794.

Maka fungsi padat peluang distribusi lognormal, menjadi :

$$f(y) = \frac{1}{0{,}36794 y\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln(y)-3{,}94141)^2}{2*0{,}36794^2}}$$

B. Penaksiran Paremeter Distribusi Weibull

Sedangkan untuk asumsi yang kedua diduga distribusinya adalah distribusi Weibull, didapat α_y = 61,861 dan β_y = 2,8222.

Maka fungsi padat peluang distribusi Weibull, menjadi :

$$f(y) = \frac{2{,}8222}{61{,}861}\left(\frac{y}{61{,}861}\right)^{2{,}8222-1} e^{-(y/61{,}861)^{2{,}8222}}$$

3.2.4 Uji Anderson Darling

Untuk menguji kecocokan distribusi yang diduga yaitu berdistribusi lognormal atau berdistribusi Weibull, maka pengujian dilakukan dengan menggunakan uji Anderson Darling.

A. Uji Anderson Darling Distribusi Lognormal

Nilai $AD = 0{,}3676$, *critical value* atau $CV =$ 0,752, karena $AD < CV$ maka berdasarkan penentuan hipotesis H_o diterima, artinya umur kematian berdistribusi lognormal.

B. Uji Anderson Darling Distribusi Weibull

Nilai $AD = 4{,}8705$, *critical value* atau $CV =$ 0,757, karena $AD > CV$ maka hipotesis H_o ditolak dan H_1 diterima, artinya umur kematian tidak berdistribusi Weibull.

Setelah dilakukan pengujian hipotesis dengan uji kecocokan Anderson Darling ternyata hipotesis yang diterima adalah umur kematian mengikuti distribusi lognormal, sedangkan asumsi berdistribusi Weibull ditolak. Oleh karena itu untuk pembahasan pada penelitiaan ini hanya menggunakan fungsi padat peluang distribusi lognormal.

3.3 Taksiran Peluang Kematian

Peluang kematian pada umur 5 tahun adalah 0,0000000001. Artinya peluang kematian seorang penduduk pada saat 5 tahun sangatlah kecil sedangkan peluang kematian umur 115 tahun adalah 0,9855130003. Artinya peluang kematian seorang penduduk pada saat umur 115 tahun adalah 98,55 %. Semakin besar umur atau semakin tua umur seseorang maka peluang kematiannya semakin besar.

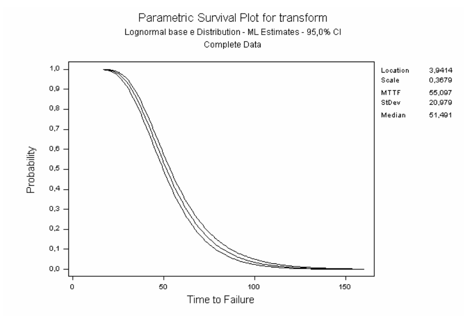
3.4 Taksiran Peluang Tetap Hidup (*Survive*)

Peluang tetap hidup (*survive*) seseorang pada umur 5 tahun adalah 0,9999999999. Artinya peluang tetap hidup seorang penduduk pada saat umur 5 tahun adalah 99,99 %, sedangkan peluang tetap hidup seseorang pada umur 115 tahun adalah 0,0144869997. Artinya peluang tetap hidup seorang penduduk pada saat umur 115 tahun adalah 1,487 %. Semakin besar umur atau semakin tua umur seseorang maka peluang tetap hidup (*survive*) semakin kecil.

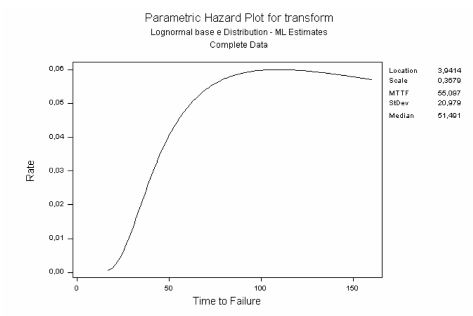
3.5 Taksiran Laju Kematian (Percepatan Mortalitas)

Percepatan mortalita penduduk pada umur 5 tahun adalah 0, sedangkan percepatan mortalita penduduk pada umur 115 tahun adalah 0,059958. Semakin tua umur seseorang maka percepatan mortalitanya cenderung akan semakin besar.

Jika digambarkan dalam bentuk grafik fungsi *hazard* akan terlihat seperti pada Gambar 2, di mana sifat fungsi *hazard* untuk distribusi lognormal akan terus naik hingga mencapai maksimum kemudian akan menurun hingga 0 pada $t = \infty$. Percepatan mortalita kumulatif penduduk pada umur 5 tahun adalah 0,00 sedangkan percepatan mortalita kumulatif penduduk pada umur 115 tahun adalah 4,234504. Semakin tua umur seseorang maka percepatan mortalita kumulatif cenderung akan semakin besar.



Gambar 1. Grafik Fungsi Survival



Gambar 2. Grafik Fungsi *Hazard* (Percepatan Mortalita)

3.6 Taksiran Harapan Hidup dan Variansi

harapan hidup (*life expectancy*) seseorang penduduk hasil transformasi dengan distribusi lognormal adalah $E(Y) = \mu_y$ = 55,097. Artinya diharapkan seseorang yang lahir dapat tetap hidup rata-rata hingga mencapai umur 55,097 tahun. Sedangkan Variansi $Var(Y) = \sigma_y{}^2$ = 20,979 atau simpangan baku sebesar σ_y = 4,58028.

3.7 Taksiran *Mean Residual Life*

Harapan hidup yang tersisa seseorang penduduk pada umur y. Dengan dengan batas atas $\omega = 115$. Didapat pada saat umur 1 tahun *mean residul life* adalah 53,85 Artinya rata-rata umur sisa hidup seseorang pada umur 1 tahun adalah 53,85 tahun. Sedangkan untuk umur 115 tahun hasil *mean residual life* adalah 0,00. Artinya rata-rata jarang (tidak ada) seseorang untuk dapat hidup mencapai umur 115 tahun.

3.8 Taksiran Median *Life*

Taksiran median *life* adalah nilai tengah umur penduduk yang mengalami kematian. Maka didapat dari data umur kematian penduduk dengan berdistribusi lognormal, bahwa median *life* adalah persentil ke-50 dari data umur kematian akan didapat $T_{0,5}$ = 51,491 tahun. Maka didapat pada saat umur $Y_{0,5}$ nilai $S(y) = 0{,}50013$ Artinya $S(y_{0,5}) \geq 0{,}5$ hal ini berarti bahwa sebagian besar penduduk banyak mengalami kematian pada umur di atas median *life*, yaitu lebih banyak penduduk yang mengalami kematian di atas umur 51,491 tahun.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan dari hasil penelitian ini maka kesimpulan yang dapat diambil adalah sebagai berikut :

1. Data umur kematian penduduk kota Bandung mengikuti distribusi lognormal kesimpulan ini didapat dengan cara melakukan teknik sampling random proporsi dan teknik transformasi data.
2. Peluang kematian pada seseorang pada umur 5 tahun adalah 0,0000000001. Artinya peluang kematian sangatlah kecil sedangkan peluang kematian seseorang penduduk pada umur 115 tahun adalah 0,9855130003 atau 98,551%. Bahwa semakin besar umur atau semakin tua umur seseorang maka peluang kematiannya semakin besar.
3. Peluang tetap hidup (*survive*) seseorang pada umur 5 tahun adalah 0,9999999999 atau 99,99%, sedangkan peluang tetap hidup seseorang pada umur 115 tahun adalah 0,0144869997 atau 1,4487%. Bahwa semakin besar umur atau semakin tua umur seseorang maka peluang tetap hidup (*survive*) semakin kecil.
4. Percepatan mortalita penduduk pada umur 5 tahun adalah 0 sedangkan percepatan mortalita penduduk pada umur 115 tahun adalah 0,059958. Bahwa semakin tua umur seseorang maka percepatan mortalitanya cenderung akan semakin besar.
5. Pada umur 1 tahun *mean residual life* atau rata-rata sisa umur hidup seseorang adalah 53,85 tahun. Sedangkan umur 115 tahun hasil *mean residual life* adalah 0 tahun.
6. Harapan hidup (*life expectancy*) seorang penduduk kota Bandung $E(Y) = \mu_y$ = 55,097 tahun. Sedangkan Variansi $Var(Y) = \sigma_y{}^2$ = 20,979 atau simpangan baku sebesar σ_y = 4,58028.
7. Median *life* kematian penduduk adalah $T_{0,5}$ = 51,491 tahun. Sebagian besar penduduk banyak mengalami kematian di atas umur 51,491 tahun

DAFTAR PUSTAKA

Ali, dkk. (1995). *Kamus Besar Bahasa Indonesia edisi kedua*. Jakarta : Balai Pustaka. http://www.statisticalengineering.com/goodness.htm. Annis, C. (2004). *Goodness-of-Fit Tests for Statistical Distributions.*

D'Agostino dan Stephens. (1986). *Goodness-of-Fit Techniques*. New York : Marcel-Dekker.

Freud, J E dan Walpole, R E. (1987). *Mathematical Statistic, Fourth Edition*. Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice Hall, Inc.

Hogg, R V dan Craig, A T. (1978). *Introduction to Mathematical Statistic, Fifth Edition*. Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice Hall, Inc.

Klein, J P dan Moeschberger, M L. (1997). *Survival Analysis. Techniques for Censored and Truncated Data*. New York : Springer-Verlag, Inc.

Lucas, D. (1990). *Pengantar Kependudukan : Pengertian-pengertian Dasar Demografi*. Yogyakarta : Gadjah Mada University Press.

Mathews, J H. (1992). *Numerical Methods for Mathematics Science and Engineering 2nd edition*. New Jersey : Prentice Hall, Inc.

Sevilla, dkk. (1993). *Pengantar Metode Penelitian "An Introduction to Research Methods"*. Terj. Alimuddin Tuwu. Jakarta : Universitas Indonesia, Press.

Sudjana. (1992). *Metoda Statistika edisi ke-5*. Bandung : Penerbit Tarsito.

Sukono. (2000). Diktat mata kuliah *Survival Model*. Bandung : Jurusan Matematika FMIPA Universitas Padjadjaran.

Utomo, B. (1981). *Dasar-dasar Demografi : Mortalitas*. Jakarta : Lembaga Demografi Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia.

Walpole, R E. dan Myers, R H. (1995). *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan edisi ke-4*. Bandung : Penerbit ITB.

Simulasi Monte Carlo Dengan Menggunakan Splus Untuk Membangun Interval Konfidensi Mean Distribusi Log Normal

Oleh:
Andi Permana Putera[1], Rohmatul Fajriyah[2], Epha Diana Supandi[3]
[1,2,3] Jurusan Statistika FMIPA UII, Jogjakarta
Korespondensi: rfajriyah@fmipa.uii.ac.id/rfajriyah@yahoo.com

Abstrak

Interval kepercayaan adalah suatu metode untuk menduga nilai parameter. Terdapat beberapa metode untuk mencari interval kepercayaan mean pada distribusi log normal, diantaranya metode Naive, metode Cox, metode Cox modifikasi, metode berdasarkan sampel besar, dan metode interval kepercayaan tergeneralisasi. Berdasarkan data sampel tentang X berdistribusi log normal dimana $Y = log(X)$ adalah berdistribusi normal, melalui simulasi disimpulkan bahwa metode Cox modifikasi dan metode interval kepercayaan tergeneralisasi, dapat dikatakan lebih baik dibandingkan yang lainnya. Hal ini terlihat dari coveringnya yang selalu lebih besar prosentasenya, dibanding metode lainnya.

Kata Kunci : Distribusi Log – Normal, Metode Naive, Metode Cox, Metode Cox modifikasi, Metode berdasarkan sampel besar, Metode interval kepercayaan tergeneralisasi.

1. Pendahuluan

Statistika sebagai salah satu ilmu yang digunakan dalam mengumpulkan dan menginterpretasikan data sangat sering digunakan dalam kegiatan sehari – hari baik untuk sekedar mengetahui informasi dari suatu data maupun digunakan sebagai sarana untuk mengambil suatu keputusan. Asumsi data berdistribusi normal sering kali digunakan dalam bidang statistika, dimana data dapat dikatakan baik adalah jika data berdistribusi normal.

Data yang diperoleh pada kenyataan tidak seluruhnya dapat memenuhi asumsi berdistribusi normal, misal jika data yang dimiliki adalah mempunyai kemencengan positif ke kanan sehingga data adalah, diantaranya, berdistribusi Log Normal. Dalam kasus tersebut perlu dilakukan suatu transformasi untuk memenuhi asumsi bahwa data berdistribusi normal. Salah satu cara transformasi data yaitu transformasi log variabel X yang asli dan mendasarkan kesimpulan pada variabel $Y = log(X)$ yang ditransformasi.

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **“Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global”** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

Estimasi merupakan pendugaan parameter yang tidak diketahui dari suatu populasi, salah satu parameter yang diduga adalah *mean*. Estimasi terdiri dari estimasi titik dan estimasi interval, dimana estimasi interval memiliki kelebihan yaitu nilai interval yang dihasilkan lebih mewakili parameter yang diduga. Pendugaan *mean* lebih sering dilakukan sebab *mean* merupakan harga tengah paling baik selain nilai harga tengah lainnya seperti median, modus, kuartil.

Dalam laporan tugas akhir ini akan dilakukan estimasi interval dari nilai *mean* X pada distribusi log normal dengan menggunakan beberapa metode yaitu metode Naive, metode Cox, metode Cox modifikasi, metode berdasarkan sampel besar, dan metode interval kepercayaan tergeneralisasi.

2. RUMUSAN MASALAH

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, disusun rumusan masalahnya adalah Metode manakah yang memberikan hasil lebih baik dalam studi simulasi ini. Metode dianggap lebih baik jika simulasi yang dihasilkan dapat mencakup nilai parameter sesungguhnya untuk semua ukuran sampel.

3. Kajian Teori

3.1.Distribusi Log Normal

Dalam probabilitas dan statistik, distribusi Log Normal merupakan distribusi probabilitas dari suatu variabel random dimana logaritmanya berdistribusi normal. Jika X adalah variabel random berdistribusi log normal, maka *log(X)* adalah variabel random berdistribusi normal. Demikian juga, jika Y berdistribusi normal, maka *exp*(Y) berdistribusi log normal.

Distribusi log-normal memiliki fungsi kepadatan peluang (pdf) :

$$f\left(X = x; \mu, \sigma\right) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(\log x - \mu)^2 / 2\sigma^2} \qquad (1)$$

untuk $x > 0$, dimana μ dan σ merupakan *mean* dan standar deviasi dari logaritma variabelnya. (www.answers.com, 2007)

Harga harapannya adalah

$$E(X) = e^{\mu+(\sigma^2/2)} \qquad (2)$$

dan variansinya adalah

$$Var(X) = e^{2(\mu+\sigma^2)} - e^{2\mu+\sigma^2} \qquad (3)$$

3.2. Interval Kepercayaan untuk $E(X) = \theta$

Estimasi/taksiran merupakan nilai angka suatu penaksir (estimator) yang dihitung dari data sampel. (Montgomery, 1990). Terdapat dua jenis estimasi, yaitu estimasi titik dan estimasi interval(www.wikipedia.org, 2006).

Misalkan $X_1, X_2, ..., X_n$ adalah sampel acak dari suatu populasi, dimana θ adalah suatu parameter populasi yang tidak diketahui harganya. Interval $\hat{\theta}_1 < \theta < \hat{\theta}_2$, yang dihitung berdasarkan sampel acak disebut **interval kepercayaan ($1 - \alpha$)100%** untuk θ. (Soejoeti, 1986)

Makin lebar interval kepercayaan, makin yakin pula kita bahwa interval tersebut mengandung parameter yang tidak diketahui. Idealnya, yang lebih disenangi adalah interval yang pendek dengan taraf kepercayaan yang tinggi. (Walpole dan Myers, 1995). Dalam menentukan interval kepercayaan untuk *mean* dari distribusi log-normal, dapat dilakukan dengan beberapa metode sebagai berikut (Olsson, 2005):

3.2.1. Metode Naive

Pendekatan menggunakan metode Naive untuk menghitung interval kepercayaan untuk θ merupakan metode yang paling sederhana. Interval kepercayaan untuk μ dihitung menggunakan metode standar, yaitu $\bar{Y} \pm t\sqrt{\frac{S^2}{n}}$.

Limit interval kepercayaan ditransformasi ulang untuk memberikan interval kepercayaan untuk θ, yaitu

$$\left[\exp\left(\bar{Y}-t\sqrt{\frac{S^2}{n}}\right),\exp\left(\bar{Y}+t\sqrt{\frac{S^2}{n}}\right)\right] \tag{3}$$

3.2.2. Metode Cox

Cox menyarankan bahwa interval kepercayaan untuk $E(X)=\theta$ dapat dihitung dengan cara sebagai berikut :

Perhitungan interval kepercayaan untuk log(θ) yaitu

$$\bar{Y}+\frac{S^2}{2}\pm z\sqrt{\frac{S^2}{n}+\frac{S^4}{2(n-1)}} \tag{4}$$

Dimana z adalah titik persentase distribusi normal standar. Limit interval kepercayaan ditransformasi ulang untuk memberikan interval kepercayaan untuk θ, yaitu

$$\left[\exp\left(\bar{Y}+\frac{S^2}{2}-z\sqrt{\frac{S^2}{n}+\frac{S^4}{2(n-1)}}\right),\exp\left(\bar{Y}+\frac{S^2}{2}+z\sqrt{\frac{S^2}{n}+\frac{S^4}{2(n-1)}}\right)\right] \tag{5}$$

3.2.3. Metode Cox Modifikasi

Metode Cox modifikasi merupakan metode perubahan dari metode Cox standar. Perubahan yang dilakukan yaitu menggunakan *t* dimana *t* adalah nilai distribusi *t* sebagai peng-kali. Penggunaan *t* memiliki alasan yaitu interval kepercayaan untuk μ akan berdasar interval pada *t.* Alasan yang kedua adalah dengan menggunakan *t,* maka interval kepercayaan yang diperoleh akan mendekati daripada nilai nominalnya.

3.2.4. Metode Berdasarkan Teori Sampel Besar

Metode ini tidak mendasarkan perhitungan dari transformasi, interval kepercayaan dihitung dari *mean* sampel dan variansi sampel *X* secara langsung, tanpa menggunakan transformasi. Menurut teori limit pusat, distribusi *mean* sampel $\overline{X}$ dapat diestimasi dengan distribusi normal jika n adalah besar untuk kelompok distribusi besar.

Interval kepercayaan dapat dihitung sebagai berikut :

$$\left[\overline{X} - z\sqrt{\frac{S_x^2}{n}}, \overline{X} + z\sqrt{\frac{S_x^2}{n}}\right] \tag{6}$$

3.2.5. Metode Interval Kepercayaan Tergeneralisasi

Interval kepercayaan tergeneralisasi dapat digunakan untuk kesimpulan mengenai parameter – parameter dimana distribusi samplingnya adalah rumit. Nilai batas atas dari metode interval kepercayaan tergeneralisasi adalah 97,5% dari data tersimulasi dan nilai batas bawah adalah 2,5% dari data tersimulasi dengan tingkat kepercayaan 95%.

Perhitungan interval kepercayaan adalah sebagai berikut ;

$$T_{2i} = \bar{y} - \frac{Z}{U/\sqrt{(n-1)}}\frac{s}{\sqrt{n}} + \frac{1}{2}\frac{s^2}{U^2/(n-1)} \tag{7}$$

Limit interval kepercayaan ditransformasi ulang untuk memberikan interval kepercayaan untuk θ, yaitu

$$\left[\exp\left(T_{2;0,025}\right), \exp\left(T_{2;0,975}\right)\right] \tag{8}$$

3.3. Langkah-langkah Simulasi

Langkah-langkah yang dilakukan dalam studi simulasi ini adalah

1. Menghasilkan/membangkitkan sampel random berdistribusi log normal berukuran n = 5, 10, 20, 30, 50, 100, 200, 500 dan 1000 dengan μ = 5 dan σ = 1.
2. Menghitung interval kepercayaan untuk *mean* dengan metode Naïve, Cox, Cox modifikasi, berdasarkan Sampel Besar, dan Interval Kepercayaan tergeneralisasi

3. Langkah 1 dan 2 diulangi sebanyak 1000 kali.
4. Ulangi langkah 1, 2, dan 3 untuk semua metode.
5. Menghitung jumlah interval kepercayaan yang meliputi nilai parameter θ.

4. Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data yang diperoleh dengan cara membangkitkan nilai X berukuran n = 5, 10, 20, 30, 50, 100, 200, 500 dan 1000 berdistribusi log normal dengan μ = 5 dan σ = 1. Simulasi yang dilakukan menggunakan *software* S – Plus 2000. Berdasarkan data tersebut kemudian dilakukan perhitungan nilai *mean* dan variansinya. Perulangan dilakukan sebanyak 1000 kali.

Simulasi yang dilakukan adalah untuk menentukan persentase dari interval kepercayaan yang meliputi dari parameter θ. *Covering* berarti jika interval kepercayaan yang dihasilkan dari simulasi dapat mencakup daripada parameter θ. *Above* memiliki pengertian bahwa interval kepercayaan yang dihasilkan dari simulasi, berada diatas parameter θ. Sedangkan *below* adalah jika interval kepercayaan yang dihasilkan dari simulasi berada dibawah parameter θ.

Nilai z yang digunakan merupakan nilai z tabel dari distribusi normal, kemudian nilai t merupakan nilai t tabel, sedangkan U^2 yang digunakan merupakan nilai *chi – square* $\chi^2{}_{(n-1)}$. Tingkat kesalahan α yang digunakan dalam menentukan interval kepercayaan adalah 5% atau 0,05.

5. Hasil dan Pembahasan

Berikut disajikan hasil-hasil simulasi interval konfidensi untuk metode-metode yang terpilih

Tabel 1. Persentase seluruh interval yang meliputi nilai parameter θ menggunakan metode Naive dan metode Cox.

n	Naive			Cox		
	Below	***Covering***	***Above***	***Below***	***Covering***	***Above***
5	13.50	86.40	0.10	8.80	90.30	0.90
10	27.80	72.10	0.10	8.20	91.00	0.80
20	55.20	44.80	0.00	6.10	93.20	0.70
30	74.10	25.90	0.00	7.20	92.20	0.60
50	89.30	10.70	0.00	5.10	94.50	0.40
100	100.00	0.00	0.00	2.60	96.30	1.10
200	100.00	0.00	0.00	2.30	95.50	2.20
500	100.00	0.00	0.00	3.00	96.20	0.80
1000	100.00	0.00	0.00	3.10	95.20	1.70

Tabel 2. Persentase seluruh interval yang meliputi nilai parameter θ menggunakan metode berdasarkan sampel besar dan metode Cox modifikasi.

n	Cox Modifikasi			Teori Sampel Besar		
	Below	***Covering***	***Above***	***Below***	***Covering***	***Above***
5	5.30	94.60	0.10	22.50	76.90	0.60
10	5.60	94.10	0.30	18.80	81.00	0.20
20	2.30	95.50	0.20	11.20	88.00	0.80
30	5.20	94.30	0.50	15.10	84.30	0.60
50	6.00	93.60	0.40	8.10	91.20	0.70
100	2.20	95.50	2.30	4.30	95.40	0.30
200	1.30	96.40	2.30	3.40	95.10	1.50
500	4.00	95.10	0.90	6.00	93.90	0.10
1000	2.10	93.70	4.20	3.20	95.50	1.30

Tabel 3. Persentase seluruh interval yang meliputi nilai parameter θ menggunakan metode interval tergeneralisasi.

n	CI Tergeneralisasi		
	Below	*Covering*	*Above*
5	1.90	95.80	2.30
10	2.40	93.60	4.00
20	3.80	94.10	2.10
30	2.30	94.20	3.50
50	1.30	96.10	2.60
100	3.10	95.40	1.50
200	2.40	93.20	4.40
500	2.50	95.20	2.30
1000	1.50	97.20	1.30

Berdasarkan 3 tabel diatas, dapat kita lihat bahwa metode Naive tidak dapat memberikan *covering* interval kepercayaan sesuai yang diinginkan, baik untuk ukuran sampel kecil maupun sampel besar. Untuk metode Cox dapat menghasilkan *covering* interval kepercayaan untuk *mean* yang baik, namun untuk sampel kecil (<50) belum dapat mendekati nilai nominalnya. Metode Cox modifikasi memberikan interval kepercayaan yang mendekati nilai nominalnya baik untuk ukuran sampel kecil maupun besar.

Metode berdasarkan teori sampel besar memberikan *covering* interval kepercayaan yang baik, mendekati nilai nominalnya, dengan ukuran sampel yang besar khususnya untuk sampel $n \geq 100$, hal ini beralasan sebab metode ini berdasarkan teori limit pusat (*central limit theorem*), dimana n berukuran besar. Sedangkan untuk metode interval kepercayaan tergeneralisasi memberikan *covering* interval kepercayaan untuk *mean* yang baik, mendekati nilai nominalnya, untuk ukuran sampel kecil maupun besar dengan *covering* rata-rata diatas 95%.

6. Kesimpulan

Berdasarkan perhitungan melalui simulasi dan pembahasan hasil mengenai metode–metode yang digunakan yaitu metode Naive, metode Cox, metode Cox modifikasi, metode berdasarkan teori sampel besar, dan metode interval kepercayaan tergeneralisasi, disimpulkan bahwa metode yang dapat digunakan dengan baik dalam menentukan interval kepercayaan untuk *mean* pada distribusi log – normal adalah metode Cox modifikasi dan metode interval kepercayaan tergeneralisasi.

Kedua metode tersebut dapat menghasilkan interval kepercayaan untuk *mean* yang baik untuk semua ukuran sampel dengan $\mu = 5$ dan $\sigma = 1$, namun untuk metode Cox modifikasi memiliki kelebihan yaitu perhitungan dapat dilakukan secara manual. Sedangkan untuk metode interval kepercayaan tergeneralisasi sangat sulit untuk perhitungan dan memerlukan komputer untuk melakukan simulasi distribusi sampling.

7. Daftar Pustaka

Information from answers.com. 2007. Log-normal Distribution. 6hlm. http://www.answers.com/topic/lognormaldistribution.html. 21 Januari 2007. 14.35.

Montgomery, D.C. 1990. ***Pengantar Pengendalian Kualitas Statistik***. Jogjakarta : Gadjah Mada University Press.

Olsson, U. 2005. Confidence Intervals for The Mean of a Log-Normal Distribution. ***Journal of Statistics Education***, Sweden : Uppsala, **13(1)**

Putra,A., P., 2007, *Interval Kepercayaan untuk mean distribusi log normal,* Skripsi di Jurusan Statistika FMIPA UII, Jogjakarta

Soejoeti, Z.1986. ***Metode Statistika I***. Jakarta : Karunika.

Walpole, R.E dan Myers, R.H. 1995. ***Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan***. Edisi ke-4. Bandung : ITB Bandung.

Wikipedia The Free Encyclopedia. 2006. Interval Estimation. 1hlm. http://www.wikipedia.org/search/lognormal.html. 20 September 2006. 21.57.

Wikipedia The Free Encyclopedia. 2006. Point Estimation. 1hlm. http://www.wikipedia.org/search/lognormal.html. 20 September 2006. 21.35.

Lattice Ideal Dan Annihilator Aljabar BCI

Yeni Susanti
Jurusan Matematika FMIPA UGM
inielsusan@yahoo.com

Abstrak:
Annihilator sebarang subset aljabar BCI merupakan ideal tertutup di dalam aljabar BCI. Himpunan semua ideal tertutup bersama-sama dengan annihilatornya membentuk struktur lattice yang *pseudo-complemented*.
Kata kunci : ideal tertutup, annihilator

Definisi 1

Suatu aljabar $(X,*,0)$ *tipe* $(2, 0)$ *disebut aljabar BCI jika memenuhi aksioma-aksioma :*

1. $((x * y) * (x * z)) * (z * y) = 0$
2. $(x * (x * y)) * y = 0$
3. $x * x = 0$
4. $(x * y = 0 \ \& \ y * x = 0) \Rightarrow x = y$

untuk setiap $x, y, z \in X$.

Aljabar BCI X disebut aljabar BCK jika untuk setiap $x \in X$ *berlaku* $0 * x = 0$.

Contoh 2

Struktur aljabar yang merupakan aljabar BCI (BCK) di antaranya adalah [2] :

1. Himpunan bilangan bulat Z dilengkapi dengan operasi minus ”-”
2. Himpunan $X = \{0, a, b\}$ dengan operasi biner “$*$” seperti pada tabel berikut merupakan aljabar BCK:

$*$	0	a	b
0	0	0	0
a	a	0	b
b	b	b	0

3. Himpunan $2^S = \{A \mid A \subseteq S\}$ dengan elemen nol $\varnothing$ dan operasi “$/$” yang didefinisikan sebagai berikut

$$(\forall A, B \in 2^S)\ (A / B \equiv A \cap B^C)$$

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **“Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global”** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

untuk sebarang himpunan S merupakan aljabar BCK.

4. Sebarang grup abelian $(G,+)$ merupakan aljabar BCI dengan operasi $*$ didefinisikan sebagai :

   $$x * y = x + (-y)$$

   untuk setiap x dan y di dalam G.

5. Interval $[0, a]$ dengan operasi

   $$x * y = \text{maks}\ \{ 0, x - y \}$$

   untuk setiap $x, y \in [0, a]$ dengan a sebarang bilangan real positif merupakan aljabar BCK.

Definisi 3

Diberikan aljabar BCI X. Himpunan tak kosong $I \subseteq X$ disebut ideal di dalam X jika

1. $0 \in I$
2. $(\forall\ x, y \in X)\ ((\ x * y \in I \ \ \&\ \ y \in I\ ) \ \Rightarrow\ \ x \in I\ ).$

Ideal I di dalam aljabar BCI X dikatakan tertutup jika untuk setiap x di dalam I berlaku $0 * x$ berada di dalam I .

Dari definisi ideal tertutup di atas terlihat bahwa setiap ideal di dalam aljabar BCK merupakan ideal tertutup

Definisi 4 [1]

Untuk sebarang aljabar BCI X dan $A \subseteq X$, annihilator dari A yang dinotasikan dengan A^*, didefinisikan sebagai

$$A^* = \{x \in X \mid \forall a \in A\ (a * (a * x)) = 0\}.$$

Dengan definisi tersebut selanjutnya akan dikaji sifat-sifat annihilator sebarang subset, struktur annihilator dan sifat-sifat terkait dengan struktur lain dalam hal ini lattice.

Ternyata, annihilator sebarang himpunan dari suatu aljabar BCI membentuk struktur ideal. Hal ini dijelaskan lebih lanjut pada proposisi berikut ini.

Lemma 5

Annihilator sebarang himpunan bagian di dalam aljabar BCI X merupakan ideal tertutup.

Bukti:

Ambil sebarang himpunan $A \subseteq X$ dan bentuk A^*. Selanjutnya ambil sebarang $y * x \in A^*$ dengan $x \in A^*$. Akan dibuktikan $y \in A^*$.

Untuk sebarang $a \in A$ berlaku

$$a * (a * 0) = a * a = 0$$

sehingga diperoleh $0 \in A^*$. Lebih lanjut, dari $x * y \in A^*$ dengan $x \in A^*$ diperoleh : untuk sebarang $a \in A$ berlaku :

$$a * (a * x) = 0 \qquad 1)$$

dan

$$a * [(a * (y * x)] = 0. \qquad 2)$$

Dari 1) dan aksioma 2 diperoleh:

$$0 * x = [a * (a * x)] * x = 0$$

sehingga

$$0 = 0 * x = (a * a) * x = (a * x) * a. \qquad 3)$$

Dari 1 dan 3 dan aksioma 4 diperoleh

$$a * x = a. \qquad 4)$$

Dengan cara yang sama diperoleh

$$a * (y * x) = a. \qquad 5)$$

Dari 4, 5 dan aksioma 1 diperoleh

$$a * (a * y) = [a * (y * x)] * (a * y) = [(a * x) * (y * x)] * (a * y) = 0.$$

Jadi, $y \in A^*$ sehingga terbukti bahwa A^* merupakan ideal.

Tinggal menunjukkan bahwa A^* (ideal) tertutup. Ambil sebarang $x \in A^*$. Akan dibuktikan $0 * x \in A^*$. Karena $x \in A^*$ maka

$$a * (a * x) = 0,$$

sehingga

$$0 * x = [\, a * (a * x)\,] * x = (a * x) * (a * x) = 0 \in A^* .$$

Dengan demikian terbukti bahwa A^* merupakan ideal tertutup ■

Berikut ini akan diberikan beberapa hasil tentang annihilator terkait dengan aljabar BCK.

Lemma 6

Jika A dan B merupakan ideal tertutup di dalam aljabar BCK X maka

$$A \cap B = \{0\} \Leftrightarrow A \subseteq B^*$$

Bukti :

$\Rightarrow$

Ambil sebarang $a \in A$. Akan dibuktikan $a \in B^*$. Ambil sebarang $b \in B$. Akan dibuktikan

$$b * (b * a) = 0$$

Karena

$$[b * (b * a)] * a = 0 \in A$$

dengan $a \in A$ dan A ideal maka diperoleh

$$b * (b * a) \in A.$$

Di samping itu, karena X merupakan aljabar BCK maka

$$\begin{aligned}[b * (b * a)] * b &= (b * b) * (b * a) \\ &= 0 * (b * a) = 0 \in B.\end{aligned}$$

Karena $b \in B$ dan B ideal maka diperoleh

$$b * (b * a) \in B.$$

Jadi,

$$b * (b * a) \in A \cap B = \{0\}$$

atau dengan kata lain

$$b * (b * a) = 0.$$

Dengan demikian terbukti $a \in B^*$.

$\Leftarrow$

Diketahui $A \subseteq B^*$. Akan dibuktikan $A \cap B = \{0\}$. Ambil sebarang $x \in A \cap B$, akan ditunjukkan $x = 0$.

Untuk sebarang $x \in A \cap B$ diperoleh $x \in A \subseteq B^*$ dan sekaligus $x \in B$ sehingga

$$0 = x * (x * x) = x * 0 = x.$$

Jadi, $A \cap B = \{0\}$. ■

Lebih lanjut jika $CI(X)$ menyatakan himpunan semua ideal (tertutup) di dalam aljabar BCI X maka pada $CI(X)$ dapat didefinisikan operasi meet "$\wedge$" dan join "$\vee$" sebagai berikut ini :

$$A \wedge B := A \cap B$$

dan

$$A \vee B := \{ x \in X \mid \exists a \in A, \exists b \in B, (x * a) * b = 0 \}.$$

Akan ditunjukkan bahwa operasi tersebut merupakan operasi biner.

Jelas dari sifat ideal bahwa irisan dua ideal tertutup merupakan ideal tertutup.

Selanjutnya, untuk sebarang ideal tertutup A dan B di dalam X , $A \vee B$ juga merupakan ideal. Hal ini dapat dilihat pada referensi [3].

Dengan demikian tinggal menunjukkan bahwa $A \vee B$ tertutup yaitu untuk sebarang $x \in A \vee B$ akan ditunjukkan $0 * x \in A \vee B$. Karena $x \in A \vee B$ maka ada $a \in A$ dan $b \in B$ sehingga

$$(x * a) * b = 0$$

sehingga

$$0 * [(x * a) * b] = [(0 * x) * (0 * a)] * (0 * b) = 0.$$

Karena A dan B ideal tertutup maka $0{*}a$ dan $0{*}b$ berturut-turut merupakan elemen di dalam A dan B. Dengan demikian ada elemen $a' = 0{*}a \in A$ dan $b' = 0 * b \in B$ sehingga

$$[(0{*}\,x) * a'] * b' = 0.$$

Jadi $0 * x \in A \vee B$.

Proposisi 7

Untuk sebarang ideal tertutup A dan B berlaku

$$A \subseteq A \vee B.$$

Bukti :

Untuk sebarang $x \in A$ selalu ada $a = x \in A$ dan $b = 0 \in B$ sehingga

$$(x * a) * b = 0.$$

Dengan kata lain x $\in A \vee B$. ■

Akibat 8

Untuk sebarang ideal tertutup A dan B dengan B $\subseteq$ *A berlaku*

$$A \vee B = A$$

Bukti :

Menurut proposisi 7 berlaku $A \subseteq A \vee B$. Untuk sebarang $x \in A \vee B$ dengan $B \subseteq A$, ada $a \in A$ dan $a' \in B \subseteq A$ sehingga

$$(x * a) * a' = 0.$$

Karena A ideal maka $x * a \in A$ sehingga diperoleh $x \in A$. Jadi $A \vee B \subseteq A$. Dengan demikian terbukti $A = A \vee B$. ■

Akibat 9

Untuk sebarang ideal tertutup A berlaku

$$A \vee A = A.$$

Bukti :

Cukup jelas berdasarkan akibat 8. ■

Proposisi 10

Jika untuk setiap ideal tertutup A,B, C dan D dengan $A \subseteq B$ dan $C \subseteq D$ berlaku

$$A \vee C \subseteq B \vee D$$

Bukti :

Dari definisi operasi join :

$$A \vee C := \{ x \in X \mid \exists\, a \in A, \exists\, c \in C, (x * a) * c = 0 \}.$$

diperoleh untuk sebarang $x \in A \vee C$, dapat ditemukan $a \in A \subseteq B$ dan $c \in C \subseteq D$ sehingga

$$(x * a) * c = 0.$$

Jadi, $x \in B \vee D$. Jadi, $A \vee C \subseteq B \vee D$. ■

Lebih lanjut, ternyata, terhadap dua operasi biner $\vee$ dan $\wedge$, $CI(X)$ membentuk lattice dengan elemen maksimalnya adalah X dan elemen minimalnya adalah singleton $\{0\}$. Keterangan lengkapnya diberikan pada teorema berikut ini.

Teorema 11

Jika X aljabar BCI maka $(CI(X), \wedge, \vee, X, \{0\})$ *merupakan lattice distributif. lebih lanjut, jika X merupakan aljabar BCK maka* $(CI(X), \wedge, \vee, *, X, \{0\})$ *merupakan lattice distributif yang pseudo-complemented.*

Bukti:

Akan dibuktikan sifat-sifat berikut berlaku :

1. idempoten

   Trivial untuk relasi meet " $\wedge$ ".

   Menurut akibat 9, idempotensi juga berlaku untuk operasi join "$\vee$"

2. komutatif

   Trivial untuk relasi meet " $\wedge$ ".

   Untuk relasi join "$\vee$", karena di dalam aljabar BCI berlaku sifat

   $$(x * y) * z = (x * z) * y$$

   maka berarti

   $$\begin{aligned} A \vee B &:= \{\, x \in X \mid \exists\, a \in A, \exists\, b \in B, (x * a) * b = 0 \,\} \\ &= \{\, x \in X \mid \exists\, b \in B, \exists\, a \in A, (x * b) * a = 0 \,\} \\ &:= B \vee A. \end{aligned}$$

3. asosiatif

   Trivial untuk relasi meet " $\wedge$ ".

   Bukti keasosiatifan relasi join" $\vee$ "dapat dilihat pada referensi [3].

4. absorbsi

   Untuk sebarang ideal tertutup A dan B berlaku $A \subseteq A$ dan $A \subseteq A \vee B$ (menurut proposisi 7). Akibatnya, diperoleh

   $$A \subseteq A \cap (A \vee B) = A \wedge (A \vee B).$$

   Di sisi lain, untuk A dan B tersebut selalu berlaku

   $$A \cap (A \vee B) \subseteq A.$$

   Dengan kata lain diperoleh

   $$A \wedge (A \vee B) \subseteq A$$

   sehingga

   $$A \wedge (A \vee B) = A.$$

   Selanjutnya, karena

   $$A \wedge B = A \cap B \subseteq A,$$

   maka menurut akibat 8 diperoleh

   $$A \vee (A \wedge B) = A.$$

5. distributif

   Untuk sebarang ideal tertutup A, B dan C selalu berlaku

$$\begin{aligned} A\vee(B\wedge C) &:= \{\, x \in X \mid \exists\, a \in A, \exists\, b \in B\wedge C, (x * a) * b = 0 \,\} \\ &= \{\, x \in X \mid \exists\, a \in A, \exists\, b \in B\cap C, (x * a) * b = 0 \,\} \\ &= \{\, x \in X \mid \exists\, a \in A, \exists\, b \in B, (x * a) * b = 0 \text{ dan } \\ &\qquad \exists\, a \in A, \exists\, b \in C, (x * a) * b = 0 \,\} \\ &\subseteq (A\vee B)\wedge(A\vee C) \end{aligned}$$

Perhatikan bahwa untuk sebarang ideal tertutup A, B dan C berlaku

$$A\wedge B \subseteq A,\ \ A\wedge B \subseteq B,\ \ A\wedge C \subseteq A,\ A\wedge C \subseteq C.$$

Akibatnya, menurut proposisi 10 diperoleh

$$(A\wedge B) \vee (A\wedge C) \subseteq A \vee A = A$$

dan

$$(A\wedge B) \vee (A\wedge C) \subseteq B \vee C$$

sehingga

$$(A\wedge B) \vee (A\wedge C) \subseteq A \cap (B \vee C) = A \wedge (B \vee C).$$

Selebihnya, untuk bukti

$$(A\vee B)\wedge(A\vee C) \subseteq A\vee(B\wedge C)$$

dan

$$A \wedge (B \vee C) \subseteq (A\wedge B) \vee (A\wedge C)$$

dapat dilihat pada referensi [3].

Dengan demikian, terbukti $(CI(X), \wedge, \vee, X, \{0\})$ merupakan lattice distributif. Lebih lanjut, jika X aljabar BCK maka dari lemma 6 terbukti bahwa A^* merupakan *pseudo-complement* dari A. Dengan demikian terbukti teorema 12. ■

REFERENSI

[1] Kondo, M., 1998, Annihilators in BCK-Algebras II, *Mathematical Science*, Vol. 31, hal. 21-25

[2] Susanti, Y., 2004, *Ideal dan Subaljabar di dalam Aljabar BCI*, Tesis, FMIPA UGM

[3] Wei, S. M., Jun, Y. B., Ideal Lattices of BCI-Algebras, *Math. Japonica*, Vol. 44,No. 6, hal. 303-305

Estimasi Model Regresi Lognormal Pada Sampel Tersensor Tipe I Dengan Menggunakan Metode Maximum Likelihood

Arie Ayu Prasasti, Toha Saifudin, Suliyanto
Jurusan Matematika
FMIPA Universitas Airlangga

ABSTRAK

Secara umum jika *t* adalah waktu tahan hidup, bentuk model regresi dari waktu tahan hidup yang berdistribusi Lognormal adalah $y = \boldsymbol{X\beta} + \sigma z$ dengan $y = Log\ t$. Tujuan penulisan ini adalah untuk mengestimasi parameter model diatas. Estimator parameter regresi Lognormal pada data tersensor tipe I dengan MLE dapat diperoleh dengan menyelesaikan sistem persamaan

$$\frac{\partial LogL(\boldsymbol{\beta},\sigma)}{\partial \beta_l} = \frac{1}{\sigma}\sum_{i=1}^{n}\delta_i x_{il} z_i + \sum_{i=1}^{n}(1-\delta_i)V(z_i)\cdot\frac{x_{il}}{\sigma} = 0$$

dan

$$\frac{\partial LogL(\boldsymbol{\beta},\sigma)}{\partial \sigma} = -\frac{1}{\sigma}\sum_{i=1}^{n}\delta_i + \frac{1}{\sigma}\sum_{i=1}^{n}\delta_i (z_i)^2 + \frac{1}{\sigma}\sum_{i=1}^{n}(1-\delta_i)\{V(z)\cdot z_i\} = 0$$

. Metode yang digunakan untuk menyelesaikan system persamaan tersebut dalam tulisan ini adalah dengan metode Newton – Raphson melalui *Software S-Plus*. Setelah menyelesaikan system persamaan diatas maka akan diperoleh estimator $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ dan $\hat{\sigma}$ pada regresi data tahan hidup pasien *Myeloma*.

Kata Kunci : *Model Regresi Linier, Data Tersensor Tipe I, Distribusi Normal, Distribusi Lognormal, Maksimum Likelihood Estimator (MLE).*

1. Pendahuluan

Analisis data uji hidup merupakan salah satu dari analisis statistik yang menyelidiki tentang waktu tahan hidup suatu individu atau benda pada keadaan operasional tertentu. Menurut **Lawless (1982)**, data waktu tahan hidup yang diperoleh dari percobaan uji hidup dapat berbentuk sampel lengkap atau sampel tersensor (umumnya tersensor tipe I atau tipe II). Data uji hidup berbentuk sampel lengkap, jika semua individu atau benda diuji sampai terjadi kematian atau kegagalan, sehingga dapat dihasilkan observasi terurut dari semua komponen yang teruji. Dalam sampel tersensor tipe I, percobaan uji hidup dihentikan jika telah dicapai waktu tertentu (waktu penyensoran) yang telah ditentukan sebelumnya. Sedangkan sampel tersensor tipe II, jika

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

percobaan dihentikan setelah r dari n ($r \le n$) individu atau benda yang diuji mengalami kegagalan atau kematian. Waktu tahan hidup individu atau benda yang mati atau gagal diamati dan digunakan untuk estimasi, misalnya waktu tahan hidup rata-rata penderita penyakit tertentu atau waktu tahan hidup rata-rata keandalan produk hasil industri. Berdasarkan data waktu hidup tersebut dipilih distribusi waktu tahan hidup yang sesuai.

Salah satu bahasan dalam analisis data uji hidup adalah regresi data uji hidup. Untuk mengetahui keterkaitan variabel regresor dengan waktu tahan hidup digunakan model regresi, dimana waktu tahan hidupnya mempunyai distribusi yang bergantung pada variabel regresor. Salah satu diantaranya adalah regresi lognormal pada data uji hidup tersensor tipe I. Jika T adalah waktu tahan hidup yang bergantung pada variabel regresor $\boldsymbol{x}$, mempunyai distribusi lognormal maka Y = Log T berdistribusi normal dengan mean $\mu(\boldsymbol{x})$ dan varian σ^2. Adapun bentuk *Probability Density Function* (PDF) dari Y = Log T jika diberikan $\boldsymbol{x}$ adalah

$$f(y \mid \boldsymbol{x}) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-(y-\mu(\boldsymbol{x}))^2}{2\sigma^2}\right), \quad -\infty < y < \infty$$

dimana $\boldsymbol{x}$ vektor variabel bebas atau variabel regresor. Bentuk yang paling sering digunakan untuk $\mu(\boldsymbol{x})$ adalah $\mu(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x\beta}$ dimana $\boldsymbol{x} = (x_1, \ldots, x_p)$ dan $\beta = (\beta_1, \ldots, \beta_p)$. Model (1) diatas dengan $\mu(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x\beta}$ dapat ditulis dalam bentuk regresi sebagai berikut

$$y = \boldsymbol{x\beta} + \sigma z$$

Estimasi parameter populasi merupakan salah satu hal yang penting didalam inferensi statistik. Untuk menentukan estimator parameter model regresi lognormal pada data uji hidup tersensor tipe I dapat menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimator* (MLE). MLE didasarkan sepenuhnya pada informasi yang diperoleh melalui sampel acak.

Untuk menyelesaikan permasalahan *estimasi model regresi lognormal pada sampel tersensor tipe I dengan metode MLE,* dilakukan dengan bantuan komputasi melalui iterasi Newton Raphson.

2. PDF dan Fungsi Survival dari $\log \mathrm{T}$

Jika T adalah waktu tahan hidup yang bergantung pada vektor variabel regresor ***x***, diasumsikan berdistribusi Lognormal dengan parameter lokasi $\mu(\boldsymbol{x})$ dan parameter skala σ maka Y = Log T berdistribusi normal dengan mean $\mu(\boldsymbol{x})$ dan varian σ^2. Adapun bentuk PDF dari y jika diberikan ***x*** adalah

$$f(y \mid \boldsymbol{x}) = \frac{1}{\sigma}\phi\left(\frac{y-\mu(\boldsymbol{x})}{\sigma}\right), \qquad -\infty < \mu(\boldsymbol{x}) < \infty, \sigma > 0 \qquad (2.1)$$

Dan fungsi Survival dari y jika diberikan ***x*** adalah :

$$S(y \mid \boldsymbol{x}) = Q\left(\frac{y-\mu(\boldsymbol{x})}{\sigma}\right) \qquad (2.2)$$

dengan $z = \dfrac{y-\mu(\boldsymbol{x})}{\sigma}$.

3. Penentuan Model Regresi Linier Lognormal

Model Regresi linier dari $\mathrm{Y} = \mathrm{Log}\,\mathrm{T}$ dengan $T \sim LN\left(\mu(\boldsymbol{x}), \sigma^2\right)$dan Y~N($\mu(\boldsymbol{x}), \sigma^2$) dapat diperoleh dengan mengasumsikan $\mu(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x\beta}$. Model regresi linier dapat ditentukan dengan menggunakan ekspektasi bersyarat dari y oleh $\boldsymbol{x}$ yang didasarkan pada PDF.

4. Estimasi Parameter Regresi Lognormal pada Sampel Tersensor Tipe I

Estimator regresi lognormal pada sampel tersensor tipe I dengan metode MLE dapat diperoleh dengan menentukan fungsi likelihood, me-Log-kan fungsi *likelihood*, dan Mencari turunan fungsi log *likelihood* terhadap masing-masing

parameternya.

a. Menentukan fungsi likelihood dengan mensubsitusi pdf dan fungsi survival dari y_i dari persamaan (2.1) dan (2.2) kedalam persamaan (4.1)

$$L(\beta,\sigma)=\prod_{i=1}^{n} f(y_i \mid \boldsymbol{x_i})^{\delta_i} S(y_i \mid \boldsymbol{x_i})^{1-\delta_i} \tag{4.1}$$

$$L(\boldsymbol{\beta},\sigma)=\prod_{i=1}^{n}\left\{\frac{1}{\sigma}\phi\left(\frac{y_i-\boldsymbol{x_i\beta}}{\sigma}\right)\right\}^{\delta_i}\left\{Q\left(\frac{y_i-\boldsymbol{x_i\beta}}{\sigma}\right)\right\}^{1-\delta_i} \tag{4.2}$$

b. Me-Log-kan fungsi *likelihood* pada persamaan (4.2)

$$\begin{aligned}
LogL(\boldsymbol{\beta},\sigma)&=\sum_{i=1}^{n}\log\left[\frac{1}{\sigma^{\delta_i}}\cdot\phi\left(\frac{y_i-\boldsymbol{x_i\beta}}{\sigma}\right)^{\delta_i}\cdot Q\left(\frac{y_i-\boldsymbol{x_i\beta}}{\sigma}\right)^{1-\delta_i}\right]\\
&=\sum_{i=1}^{n}\left\{-\delta_i\cdot\log\sigma+\delta_i\log\phi\left(\frac{y_i-\boldsymbol{x_i\beta}}{\sigma}\right)+(1-\delta_i)\log Q\left(\frac{y_i-\boldsymbol{x_i\beta}}{\sigma}\right)\right\}\\
&=-\log\sigma\sum_{i=1}^{n}\delta_i+\sum_{i=1}^{n}\delta_i\cdot\log\phi\left(\frac{y_i-\boldsymbol{x_i\beta}}{\sigma}\right)+\sum_{i=1}^{n}(1-\delta_i)\log Q\left(\frac{y_i-\boldsymbol{x_i\beta}}{\sigma}\right)\\
&=-\log\sigma\sum_{i=1}^{n}\delta_i+\sum_{i=1}^{n}\delta_i\cdot\log\left\{\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y_i-\boldsymbol{x_i\beta}}{\sigma}\right)^2}\right\}+\sum_{i=1}^{n}(1-\delta_i)\log Q\left(\frac{y_i-\boldsymbol{x_i\beta}}{\sigma}\right)\\
&=-\log\sigma\sum_{i=1}^{n}\delta_i+\sum_{i=1}^{n}\delta_i\cdot\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{y_i-\boldsymbol{x_i\beta}}{\sigma}\right)^2+\log\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right\}+\sum_{i=1}^{n}(1-\delta_i)\log Q\left(\frac{y_i-\boldsymbol{x_i\beta}}{\sigma}\right)
\end{aligned}$$

c. Mencari turunan fungsi log *likelihood* terhadap masing-masing parameternya

turunan pertama fungsi log likelihood

$$\frac{\partial LogL(\boldsymbol{\beta},\sigma)}{\partial\beta_l}=\frac{1}{\sigma}\sum_{i=1}^{n}\delta_i x_{il}z_i+\sum_{i=1}^{n}(1-\delta_i)V(z_i)\cdot\frac{x_{il}}{\sigma} \tag{4.3}$$

$$\frac{\partial LogL(\boldsymbol{\beta},\sigma)}{\partial\sigma}=-\frac{1}{\sigma}\sum_{i=1}^{n}\delta_i+\frac{1}{\sigma}\sum_{i=1}^{n}\delta_i(z_i)^2+\frac{1}{\sigma}\sum_{i=1}^{n}(1-\delta_i)\{V(z_i)\cdot z_i\} \tag{4.4}$$

Turunan kedua fungsi log likelihood

$$\frac{\partial^2 LogL(\boldsymbol{\beta},\sigma)}{\partial\beta_l\partial\beta_S} = -\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}\delta_i x_{il}x_{is} + \frac{1}{\sigma}\sum_{i=1}^{n}(1-\delta_i)x_{il}\left\{V(z_i)[V(z_i)-z_i]\cdot\left(-\frac{x_{is}}{\sigma}\right)\right\}$$

$$= -\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}\delta_i x_{il}x_{is} - \frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(1-\delta_i)x_{il}x_{is}\{V(z_i)[V(z_i)-z_i]\}$$

(4.5)

$$\frac{\partial LogL(\boldsymbol{\beta},\sigma)}{\partial\beta_l\partial\sigma} = -2(\sigma)^{-3}\sum_{i=1}^{n}\delta_i x_{il}(y_i - \boldsymbol{x_i\beta}) - (\sigma)^{-2}\sum_{i=1}^{n}(1-\delta_i)x_{il}V(z_i) -$$

$$\frac{1}{\sigma}\sum_{i=1}^{n}(1-\delta_i)x_{il}(V(z_i)[V(z_i)-z_i])(y_i - \boldsymbol{x_i\beta})\sigma^{-2}$$

(4.6)

$$\frac{\partial^2 LogL(\boldsymbol{\beta},\sigma)}{\partial\sigma^2} = \sigma^{-2}\sum_{i=1}^{n}\delta_i + \sum_{i=1}^{n}\delta_i\cdot -3(y_i - \boldsymbol{x_i\beta})^2\sigma^{-4} - \frac{2}{\sigma^3}\sum_{i=1}^{n}(1-\delta_i)(y_i - \boldsymbol{x_i\beta})V(z_i)$$

$$-\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(1-\delta_i)\left(\frac{y_i - \boldsymbol{x_i\beta}}{\sigma}\right)^2 V(z_i)[V(z_i)-z_i]$$

(4.7)

5. Algoritma untuk menentukan nilai awal $\boldsymbol{\theta}^{\,0}$ dan ***nilai estimator*** $\hat{\boldsymbol{\theta}}$

Terdapat beberapa langkah yang digunakan untuk mendapatkan nilai awal dan nilai estimator dari model regresi Lognormal, yaitu

Langkah 1. Algoritma untuk menentukan nilai awal $\boldsymbol{\theta}^{\,0}$ dengan menggunakan Metode Kuadrat Terkecil

1. Masukkan data sekunder.
2. Tentukan nilai dari peubah tak bebas (Y).
3. Buat matrik dari peubah bebas $\boldsymbol{X}$.
4. Buat transpose dari matrik peubah bebasnya ($\boldsymbol{X}'$).
5. Hitung nilai awal $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{\boldsymbol{0}} = \left(\hat{\boldsymbol{\beta}}^{\boldsymbol{0}},\sigma^0\right)$dengan rumus :

(i) $\hat{\boldsymbol{\beta}}^{\boldsymbol{0}} = \left(\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X}^{-1}\right)\boldsymbol{X}'.Y$

(ii) $\hat{\sigma}^0 = \sqrt{Var(y)}$

Keterangan :

$\boldsymbol{X}$ = Matrik berukuran $r\times p$ dari peubah bebas.

$\boldsymbol{X}'$ = Transpose dari $\boldsymbol{X}$.

$\boldsymbol{Y}$ = Matrik berukuran $r\times 1$ dari data $y_i = \log t_i$.

$$r \quad = \sum_{i=1}^{n} \delta_i$$

Langkah 2. Algoritma untuk menentukan nilai estimator $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ dengan metode Newton - Raphson.

1. Masukkan data sekunder (data tahan hidup)
2. Masukkan nilai estimator awal $\boldsymbol{\theta}^h$ dengan mengambil $h = 0$ yang diperoleh melalui Metode Kuadrat Terkecil, dalam bentuk persamaan sebagai berikut :

$$\boldsymbol{\theta}^0 = \begin{pmatrix} \beta_0^0 \\ \beta_1^0 \\ \beta_2^0 \\ \beta_3^0 \\ \vdots \\ \beta_p^0 \\ \sigma^0 \end{pmatrix}$$

3. Menghitung fungsi pada persamaan (4.3) dan (4.4) :

$$\frac{\partial LogL(\boldsymbol{\beta}, \sigma)}{\partial \beta_l} = \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^{n} \delta_i x_{il} z_i + \sum_{i=1}^{n} (1 - \delta_i) V(z_i) \cdot \frac{x_{il}}{\sigma}$$

$$\frac{\partial LogL(\boldsymbol{\beta}, \sigma)}{\partial \sigma} = -\frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^{n} \delta_i + \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^{n} \delta_i (z_i)^2 + \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^{n} (1 - \delta_i) \{V(z_i) \cdot z_i\}$$

dengan $l = 0,1,2,\ldots, p$

Sehingga akan diperoleh bentuk vektor dari $\underset{\sim}{F} = (\hat{\boldsymbol{\theta}}^h)$ sebagai berikut :

$$\underset{\sim}{F}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^h) = \begin{pmatrix} F_0(\hat{\boldsymbol{\theta}}^h) \\ F_1(\hat{\boldsymbol{\theta}}^h) \\ F_2(\hat{\boldsymbol{\theta}}^h) \\ \vdots \\ F_p(\hat{\boldsymbol{\theta}}^h) \\ F_{p+1}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^h) \end{pmatrix}$$

4. Menentukan matrik Jacobian untuk h iterasi dengan persamaan (4.5), (4.6), dan (4.7) :

$$J\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}^h, \hat{\sigma}^h\right) = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_0\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}^h\right)}{\partial \beta_0} & \frac{\partial F_0\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}^h\right)}{\partial \beta_1} & \cdots & \frac{\partial F_0\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}^h\right)}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial F_1\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}^h\right)}{\partial \beta_0} & \frac{\partial F_1\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}^h\right)}{\partial \beta_1} & \cdots & \frac{\partial F_1\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}^h\right)}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial F_p\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}^h\right)}{\partial \beta_0} & \frac{\partial F_p\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}^h\right)}{\partial \beta_1} & \vdots & \frac{\partial F_p\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}^h\right)}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial F_{p+1}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}^h\right)}{\partial \beta_0} & \frac{\partial F_{p+1}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}^h\right)}{\partial \beta_1} & \cdots & \frac{\partial F_{p+1}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}^h\right)}{\partial \sigma} \end{bmatrix}$$

5. Hitung nilai $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{h+1}$ dengan rumus :

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}^{h+1} = \hat{\boldsymbol{\theta}}^h - J\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}^h\right)^{-1} . \underset{\sim}{F}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}^h\right)$$

6. Jika diperoleh nilai max $\left|\hat{\boldsymbol{\theta}}^{h+1} - \hat{\boldsymbol{\theta}}^h\right| < \varepsilon$ (dengan ε yang ditentukan), maka dilanjutkan ke langkah (7), tapi jika tidak maka proses diulang ke langkah (3) dengan mengambil $h = h + 1$.
7. Dapatkan nilai estimator $\hat{\boldsymbol{\theta}}^h = \hat{\boldsymbol{\theta}}^{h+1}$.

6. Aplikasi Data Riil

Contoh kasus untuk waktu tahan hidup, misalnya pada kasus waktu tahan hidup pasien *Myeloma* (kanker tulang). Kasus ini merupakan suatu kasus yang menarik didalam penelitian data uji hidup. Kanker jenis *Myeloma* merupakan penyakit ganas yang berupa tumpukan atau timbunan sel darah putih yang abnormal didalam sumsum tulang. Timbunan sel darah putih yang abnormal didalam tulang ini menyebabkan rasa sakit dan juga pengrusakan atau pengeroposan tulang. Pasien *Myeloma* biasanya juga mengalami *anemia*, *haemorrhages* (pendarahan), infeksi berulang, dan sering lelah. Dari kasus ini, penyusun tertarik untuk membuat model regresi linier dari data tahan hidup pasien *Myeloma* yang mempunyai distribusi Lognormal.

Data waktu tahan hidup pasien *Myeloma* ini diperoleh dari **D. Collet (1994)**. Secara medis penyakit *Myeloma* pada umumnya dipengaruhi oleh usia pasien (*Age*), kadar nitrogen tulang (*BUN*), jumlah serum kalsium (*CA*), kadar hemoglobin (*HB*), persentase sel darah putih dalam tulang (*PC*), dan juga ada tidaknya protein Bence-Jones dalam urine (*BJ*). Pasien umumnya berada pada kondisi awal di stadium lanjut (stadium 3-4). Permasalahan yang akan diselesaikan adalah membuat suatu model regresi dari data pasien *Myeloma*.

Adapun peubah tak bebas dari data 48 pasien *Myeloma* (kanker tulang) peubah y dengan y adalah log dari waktu tahan hidup pasien *Myeloma*, sedangkan peubah bebasnya adalah usia pasien dalam tahun (x_1) antara 50 sampai 80 tahun, jenis kelamin pasien x_2 (0= pria, 1= wanita), kandungan nitrogen dalam tulang pasien (x_3), jumlah serum kalsium pasien (x_4), kadar hemoglobin pasien (x_5), persentase sel darah putih dalam tulang (x_6), ada tidaknya protein Bence – Jones dalam urine x_7 (0=tidak ada, 1=ada), perkalian dari variabel dummy x_2 dengan x_1(x_8), perkalian dari variabel dummy x_2 dengan x_3(x_9), perkalian dari variabel dummy x_2 dengan x_4 (x_{10}), perkalian dari variabel dummy x_2 dengan x_5(x_{11}), dan perkalian dari variabel dummy x_2 dengan x_6 (x_{12}).

Berdasarkan tabel data pasien *Myeloma*, maka dapat dibuat bentuk model regresi dugaan secara umum untuk waktu tahan hidup pasien *Myelom* dapat dituliskan dalam bentuk sebagai berikut :

$$\hat{y}_j = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \boldsymbol{x}_{j1} + \hat{\beta}_2 \boldsymbol{x}_{j2} + \hat{\beta}_3 \boldsymbol{x}_{j3} + \hat{\beta}_4 \boldsymbol{x}_{j4} + \hat{\beta}_5 \boldsymbol{x}_{j5} + \hat{\beta}_6 \boldsymbol{x}_{j6} + \hat{\beta}_7 \boldsymbol{x}_{j7}$$
$$+ \hat{\beta}_8 \boldsymbol{x}_{j8} + \hat{\beta}_9 \boldsymbol{x}_{j9} + \hat{\beta}_{10} \boldsymbol{x}_{j10} + \hat{\beta}_{11} \boldsymbol{x}_{j11} + \hat{\beta}_{12} \boldsymbol{x}_{j12}$$

Dengan menggunakan metode Newton - Rhapson melalui *software S-Plus* diperoleh nilai estimatornya seperti tabel berikut :

Tabel Nilai Estimator Parameter $\hat{\theta}_l$ dari Data Tahan Hidup Pasien *Myeloma*

$\hat{\theta}_l$	**Nilai Estimator**
$\hat{\beta}_0$	1.325967530
$\hat{\beta}_1$	-0.006084949
$\hat{\beta}_2$	-0.069027361
$\hat{\beta}_3$	-0.016140675

$\hat{\beta}_4$	0.033412352
$\hat{\beta}_5$	0.177248556
$\hat{\beta}_6$	-0.001001073
$\hat{\beta}_7$	0.669006456
β_8^0	0.043605759
β_9^0	0.002398180
β_{10}^0	-0.110921346
β_{11}^0	-0.113874327
β_{12}^0	-0.005318513
$\hat{\sigma}$	0.988675319

7. Kesimpulan

Estimator parameter regresi Lognormal pada sampel tersensor tipe I dengan MLE dapat diperoleh dengan menggunakan system persamaan

a. $$\frac{\partial LogL(\boldsymbol{\beta},\sigma)}{\partial \beta_l} = \frac{1}{\sigma}\sum_{i=1}^{n}\delta_i x_{il} z_i + \sum_{i=1}^{n}(1-\delta_i)V(z_i)\cdot\frac{x_{il}}{\sigma} = 0$$

b. $$\frac{\partial LogL(\boldsymbol{\beta},\sigma)}{\partial \sigma} = -\frac{1}{\sigma}\sum_{i=1}^{n}\delta_i + \frac{1}{\sigma}\sum_{i=1}^{n}\delta_i (z_i)^2 + \frac{1}{\sigma}\sum_{i=1}^{n}(1-\delta_i)\{V(z)\cdot z_i\} = 0$$

Dari penerapan program pada data kasus pasien *myeloma* diperoleh persamaan regresi sebagai berikut :

$$\hat{y}_j = 1.325967530 - 0.006084949x_{j1} - 0.069027361x_{j2} - 0.016140675x_{j3} + 0.033412352x_{j4} + 0.177248556x_{j5} - 0.001001073x_{j6} + 0.669006456x_{j7} + 0.043605759x_{j8} + 0.002398180x_{j9} - 0.110921346x_{j10} - 0.113874327x_{j11} - 0.005318513x_{j12}$$

Dari persamaan regresi diperoleh bahwa:

- Adanya protein Bence-Jones sangat mempengaruhi peningkatan waktu tahan hidup pasien *Myeloma*, dan
- Waktu tahan hidup pasien wanita ternyata lebih lama dari pada waktu tahan hidup pasien laki-laki untuk jenis penyakit *Myeloma*.

DAFTAR PUSTAKA

Bain, L. J dan Engelhardt, M., 1992, **Introdustion to Probability and Mathematical Statistic**, Second Edition, Duxbury Press, A Division of Wadwosh, Inc., California.

Collet, D., 1994, **Modelling Survival Data in Medical Research**, First Edition, Chapmann dan Hall, University of Reading, UK.

Draper, N.R dan Smith, H., 1992, **Analisis Regresi Terapan**, Edisi kedua, PT Gramedia, Jakarta.

Everitt, S. B., 1994. **A Handbook of Statistical Analyses Using S-Plus**, Chapman & Hall, London.

Graybill, f. A., Mood, A. M. and Boes, D. C., 1963, **Introduction To The Theory of Statistics**, Third Edition, MC. Graw-Hill, Inc-Tokyo-Japan.

Greene, W. H., 2000, **Econometric Analysis**, Fourth Edition, New York University, United States of America.

Hogg, R.V dan Craig, A.T,1995, **Introduction to Mathematical Statistics**, Fifth Edition, Prentice-Hall, Inc, New Jersey.

Lawless, J. F, 1982, **Statistical Models and Methods for Lifetime Data**, University of Waterloo, New York.

Sembiring, R. K., 2003, **Analisis Regresi**, Edisi kedua, ITB, Bandung

Wolstenholme, L., 1999, **Reliability Modelling**, Senior Lecturer City University, London.

Peranan Analisis Correspondence Untuk Struktur Ekonomi Di Jawa Timur

Oleh
Asma Johan, Hery Tri Sutanto
Jur. Matematika FMIPA UNESA

ABSTRAK

Jawa Timur merupakan propinsi yang besar penduduknya dan jumlah kabupatennya..Dalam usaha mengembangkan kegiatan ekonomi Jawa Timur diwakili PDRB masing –masing Kabupaten yang berada di Jawa Timur..Informasi mengenai hubungan karasteristik dari Kabupaten–kabupaten Jawa Timur dengan PDRB masing-masing Kabupaten... Oleh karena itu dalam hal ini perlu dilakukan suatu analisis statistik khususnya analisis coresspondence. Dari hasil analisis diperoleh informasi Kotamadya Malang, Probolinggo, Pasuruan, Mojokerto Surabaya, Kabupaten Mojokerto dan Tuban mempunyai sebaran profil yang sama dengan struktur perokonomian pada sektor PDRB perdagangan, pekerja perdagangan dan pekerja industri. Kabupaten Pacitan, Probolinggo, Bojonegoro dan Sampang mempunyai sebaran profil yang sama dengan struktur perokonomian pada sektor PDRB pertanian dan pekerja pertanian, sedangkan Kabupaten Pasuruan, Lamongan, Gresik dan Kediri mempunyai sebaran profil yang sama dengan struktur perokonomian pada sektor PDRB industri.

Kata Kunci : analisis correspondence.

I Pendahuluan

1. Latar Belakang Masalah

Apabila terdapat obyek penelitian yang mempunyai banyak karakteristik, yang berarti mempunyai banyak variabel, maka analisis terhadap obyek penelitian ini tidak dapat dilakukan secara terpisah. Hal ini disebabkan oleh keadaan dimana semua variabel tersebut menjelaskan masalah secara terpadu(bersama-sama). Sehingga masalah yang timbul tudak hanya menyangkut hubungan antar obyek penelitian tetapi juga hubungan antar variabel-variabelnya.

Kasus yang mempunyai banyak variabel ini akan menjadi lebih rumit dan kompleks bila mempunyai dimensi yang lebih besar. Untuk mempermudah dalam menginterprestasi tanpa kehilangan banyak informasi , maka perlu dilakukan penyederhanaan baik struktur maupun dimensinya.,. Salah satu alat yang dapat digunakan untuk untuk menganalisis permasalahan tersebut adalah metode statistika multivariate.

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **“Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global”** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

Ketika menggunakan biplot, jenis variabel yang dilibatkan adalah variabel-variabel numerik , sehingga dapat disusun suatu table ringkasannya. Tidak jarang, kita berhadapan dengan data yang mempunyai variabel yang bertipe kategorik, seperti pekerjaan, jenis kelamin, kelompok umur, partai politik yang dipilih, warna kesukaan dan lain sebagainya.

Beberapa alat yang biasa digunakan untuk menyajikan data adalah: table frekwensi, table kontingensi, diagaram lingkaran dan diagram batang. Pengguanaan alat-alat tersebut tidak begitu efektif dan tidak mungkin bila kita berhadapan dengan banyak variabel kategorik , apalagi dengan kategori yang cukup banyak disetiap variabelnya. Analisis korespondensi membantu kita memperkecil masalah yang kita hadapi dengan menghasilkan sebuah plot koresondensi yang mirip dengan plot hasil analisois biplot.

2. Rumusan Masalah

Dengan berdasarkan latar belakang masalah diatas metode analisis apa yang cocok untuk mereduksi dimensi variabel dan menggambarkan profil vektor baris dan vektor kolom suatu matriks data dari tabel kontingensi,

3. Tujuan penelitian

Untuk mereduksi dimensi variabel dan melihat hubungan antara dua variabel atau lebih dari tabel kontingensi

4. Manfaat penelitian

Sebagai masukan bagi pemerintah daerah propinsi Jawa Timur dalam rangka meningkatkan PDRB Jawa Timur.

II. Tinjauan Pustaka

Analisis korespondensi adalah tehnik untuk menyajikan baris dan kolom dari suatu matriks data yang merupakan table kontingensi dua arah dan sebagai titik dalam ruang vektor berdimensi ganda(Greenacre, 1984). Analisis korespondensi mempunyai kesamaan konsep dengan analisis komponen utama dan biplot, yaitu dapat mereduksi data kedalam ruang berdimensi yang lebih rendah berdasarkan akar karakteristik terbesar untuk mempertahankan informasi optimum. Analisis korespondensi adalah tehnik interdepedensi yang lebih popular untuk mereduksi dimensi dan perceptual maping (Hair dkk,1998).

Analisis korespondensi menggambarkan kedekatan profil antar kontingen pada tiap gugus data dalam bentuk grafik atas dasar posisi relatif yang menunjukkan jarak antar kategori. Perhitungan jarak dengan menggunakan jarak chi-kuadrat dirumuskan sebgai berikut:

Jarak baris ke I dan ke I' adalah :

$d^2\,(i,I') = \sum\ 1/f.j\ \ (fij/fi.\ - fi'j/fi'.)^2$

Jarak kolom ke j dengan ke j' adalah

$d^2\,(j.j') = \sum\ 1/fi.\ \ (fij/f.j.\ - fi'j/f.j'.)^2$

dimana i=1,2,…n dan j=1,2,…p

fij = frekuensi relatif sel baris ke i kolom ke j

fi. = total frekuensi relatif baris ke i.

f.j = total frekunsi relatif kolom ke j.

Konsep jarak chi-kuadrat adalah jika dua barais yang identik (penyebaran frekuensi relatif masing-masing kategori pada kolom bernilia sama) digabung maka jarak antar kolom tidak berubah, dan jika dua kolom yang identik digabungkan maka jarak antar baris tidak berubah.

Misalkan N adalah matriks data berukuran (IXJ) yang dinotasikan $N_{IXJ} =(n_{ij})$, $n_{ij} \geq 0$. Dengan P merupakan matriks korespondensi yang diperoleh dengan membagi setiap unsur matriks N dengan total semua matriks N, yaitu:

P =(1/n..) N,

Dimana n.. = 1'N1

Misalkan Dr adalah matriks diagonal dari r yang berukuran (IXJ) yang dinotasikan D_r (IXJ) =diag(I) dan Dc adalah matriks diagonal dari c yang berukuran (IXJ) yang dinotasikan Dc(IXJ) = diag (c) dengan r = p 1 dan

c= p′ 1

Maka matriks profil baris dan matriks kolom adalah:

R = Dr^{-1} P dan

C = Dc^{-1} P′

Kontribusi Mutlak

Kontribusi mutlak adalah proporsi keragaman yang diterangkan oleh masing-masing titik terhadap sumbu utamanya. Nilai kontribusi mutlak ini digunakan untuk menentukan suatu titik yang masuk pada suatu faktor (dimensi) dengan kriteria bahwa titik yang masuk ke dalam suatu faktor adalah yang mempunyai nilai atau proporsi yang terbesar. Perhitungannya adalah sebagai berikut:

$$\mathbf{ca(i) = f_{i.}\psi^2_{\alpha i}}\,.$$

Dengan

$$\sum_{\mathbf{i=1}}^{\mathbf{n}} \mathbf{ca(i) = 1}\,.$$

Keterangan:

ψ_α adalah factor yang bersesuaian dengan vector eigen α. Nilai dari ψ_α dapat dicari dengan $\psi_\alpha = \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\lambda}}\mathbf{D_n}^{-\mathbf{1}}\mathbf{F}\varphi = \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\lambda}}\hat{\psi}$.

Korelasi Kuadrat

Korelasi kuadrat adalah bagian ragam dari suatu titik yang dapat dijelaskan oleh sumbu utamanya. Semakin tinggi nilai korelasi kuadrat menunjukkan bahwa sumbu utama mampu menerangkan nilai inertia dengan baik sekali, dan sebaliknya semakin kecil nilai koelasi kuadrat maka semakin sedikit nilai inertia yang dapat diterangkan oleh sumbu utama.

Dalam ruang dimensi n, korelasi kuadrat dapat dituliskan sebagai

$$\mathbf{Cr}_{\alpha}(\mathbf{i}) = \frac{\left(\sqrt{\lambda}_{\alpha}\varphi\alpha\right)^2}{\sum_{\alpha}\left(\sqrt{\lambda}_{\alpha}\varphi\alpha\right)^2}.$$

III. Metode Penelitian

Data diambil dari tugas akhir mahasiwa Statistika ITS Surabaya. Variabel dalam data tersebut adalah variabel kabupaten-kabupaten yang ada di Jawa Timur dan variabel Struktur perekonomian Jawa Timur.

Langkah-langkah dalam analisa korespondensi adalah:

- Menentukan matrik X, F, Dp,dan Dn.
- Tentukan nilai eigen λ dan vektor eigen dari S yaitu u.
- Menentukan operator proyeksi φ, ψ.
- Selanjutnya menentukan koordinat, kontribusi mutlak, korelasi kuadrat, masing masing variabel
- Analisa pertabel masing-masing titik masuk faktor mana.
- Setelah itu plot antara baris dan kolom yaitu antara kabupaten dan struktur perokonomiannya di Jawa Timur.
- Selanjutnya dapat dilakukan analisa serentak sehingga dapat dilihat kecenderungan antar kedua variabel.

IV. ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Tabulasi silang antara Kabupaten/kotamadya dan struktur ekonomi Jawa Timur dapat dilihat sebagai berikut:

Contingency Table

	PDRB Ind	PDRB Per	PDRB Per	Pek Ind	Pek Pert	Pek Perd
Pac	70	5263	1198	179	7902	703

Pon	127	4996	1628	480	6243	1575
Tren	70	4245	1673	1856	5194	1295
Tulug	2349	2191	2802	1928	4054	1638
Blit1	90	5408	1432	691	5672	1675
Ked1	1070	4202	2372	1224	4671	1990
Mal1	812	3402	2019	926	4785	1593
Lum	637	4654	2119	694	5284	1758
Jem	533	4048	2193	1017	4707	2021
Bany	876	3782	1945	1080	5399	1578
Bond	285	5089	1796	741	5862	1618
Situb	609	4464	2206	658	5988	1406
Prob1	1103	4936	1723	578	6225	1702
Pas1	3566	2332	2161	1812	4366	1684
Sid	4335	612	2561	3536	955	1966
Moj1	1564	2472	2622	2323	3225	1854
Jom	707	3990	2044	1121	3339	2530
Ngan	393	3979	2420	623	5737	1623
Mad1	217	4872	1797	780	5807	1679
Mag	254	4770	1890	1012	5953	1341
Ngawi	218	5041	1758	461	6277	1472
Boj	256	5632	1446	571	6864	1269
Tub	1813	2705	2723	507	6013	1637
Lam	5400	5732	1796	424	6998	1310
Grs	4136	1375	2247	2998	2959	1856
Bangkl	52	4930	2434	561	6610	1319
Sam	61	5792	2366	385	7788	663
Pam	38	4071	2708	497	7273	951
Sum	503	3933	1555	693	6423	1393

Ked2	8087	3	1091	2424	656	2751
Blit2	689	563	3621	1109	712	3400
Mal2	3314	99	2858	1907	207	2928
Prob2	2280	459	2828	1251	1193	3115
Pas2	1141	624	3889	3148	1074	2661
Moj2	688	250	2914	2339	294	3274
Mad2	1781	215	3575	768	402	3419
Surabaya	3432	33	1437	2088	126	3411
Total	53556	121164	81847	45390	163237	70058

	Total
Pac	15315
Pon	15049
Tren	14333
Tulug	14962
Blit1	14968
Ked1	15529
Mal1	13537
Lum	15146
Jem	14519
Bany	14660
Bond	15391
Situb	15331

Total

15315

15049

14333

14962

14968

15529

13537

15146

14519

14660

15391

15331

16267

15921

13965

14060

13731

14775

15152

15220

15227

16038

15398

21660

15571

15906

17055

15538

14500

15012

10094

11313

11126

12537

9759

10160

10527

535252

Analysis of Contingency Table

Axis	Inertia	Proportion	Cumulative	Histogram
1	0.2907	0.7426	0.7426	*****************************
2	0.0709	0.1811	0.9237	*******
3	0.0188	0.0481	0.9717	*
4	0.0086	0.0220	0.9937	
5	0.0024	0.0063	1.0000	
Total	0.3914			

Dengan melihat hasil output di atas didapatkan interpretasi analisis data yaitu dengan cukup diperhatikan pada dua dimensi saja. Artinya dengan menggunakan dua dimensi atau mengelompokkan ke dalam dua faktor maka sudah dapat menjelaskan variabilitas data yang ada yaitu sebesar 92,37%, sedangkan jika diambil tiga dimensi maka variabilitas yang dapat dijelaskan sebesar 97,17%. Artinya faktor ketiga hanya dapat menjelaskan variabilitas data yang cukup kecil, yaitu sebesar 4,81%, sehingga cukup diambil dua dimensi saja.

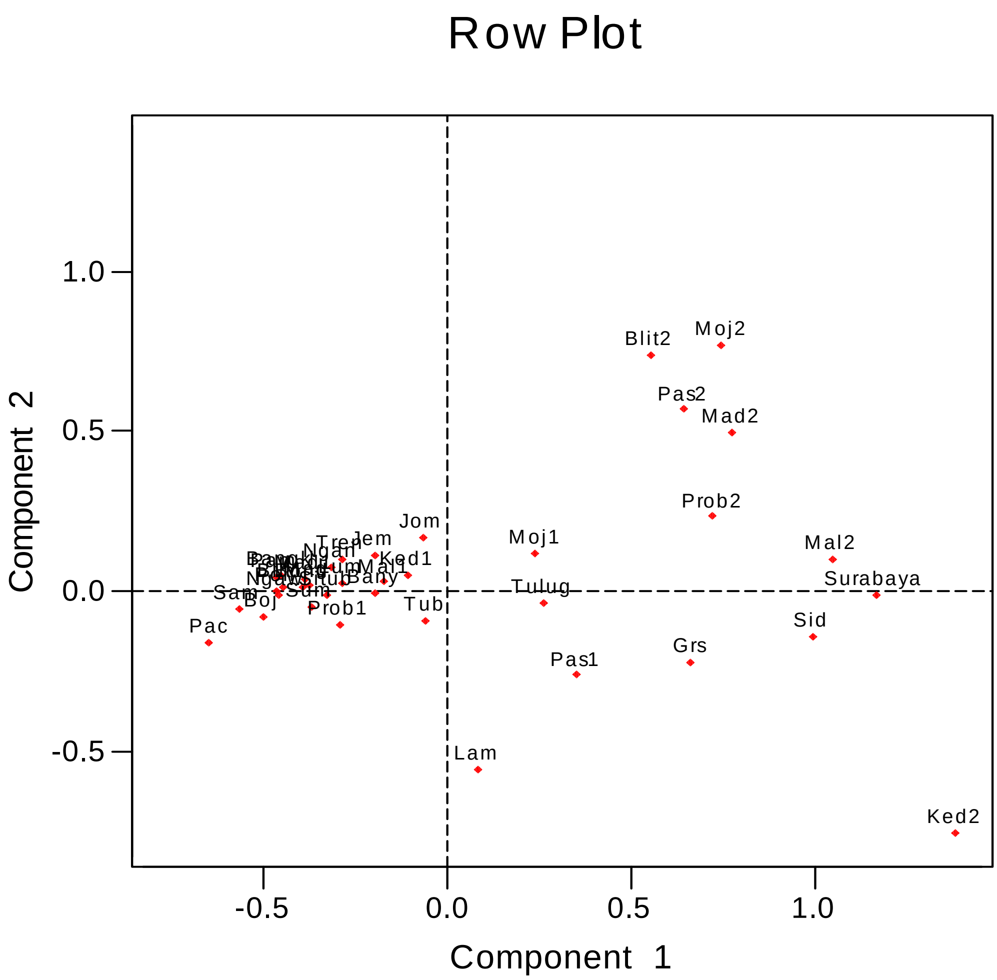
Dari dua faktor yang diambil, kemudian dari faktor tersebut dapat diterangkan proporsinya sebagai berikut:

1. Faktor 1 menerangkan variabilitas data sebesar 74,26% dengan nilai inersia sebesar 0,2907
2. Faktor 2 menerangkan variabilitas data sebesar 18,11% dengan nilai inersia sebesar 0,0709.

Row Contributions

				----Component 1----			----Component 2----		
ID Name	Qual	Mass	Inert	Coord	Corr	Contr	Coord	Corr	Contr
1 Pac	0.985	0.029	0.033	-0.649	0.930	0.041	-0.159	0.056	0.010
2 Pon	0.972	0.028	0.016	-0.467	0.972	0.021	-0.001	0.000	0.000
3 Tren	0.559	0.027	0.011	-0.290	0.501	0.008	0.098	0.057	0.004
4 Tulug	0.710	0.028	0.007	0.262	0.695	0.007	-0.039	0.015	0.001
5 Blit1	0.891	0.028	0.016	-0.451	0.890	0.020	0.013	0.001	0.000
6 Ked1	0.736	0.029	0.001	-0.107	0.612	0.001	0.048	0.124	0.001
7 Mal1	0.980	0.025	0.002	-0.172	0.955	0.003	0.028	0.025	0.000
8 Lum	0.923	0.028	0.006	-0.287	0.917	0.008	0.023	0.006	0.000
9 Jem	0.925	0.027	0.004	-0.200	0.707	0.004	0.111	0.218	0.005
10 Bany	0.942	0.027	0.003	-0.199	0.940	0.004	-0.009	0.002	0.000
11 Bond	0.959	0.029	0.012	-0.395	0.957	0.015	0.014	0.001	0.000
12 Situb	0.982	0.029	0.008	-0.331	0.981	0.011	-0.010	0.001	0.000
13 Prob1	0.937	0.030	0.008	-0.294	0.826	0.009	-0.108	0.111	0.005
14 Pas1	0.953	0.030	0.015	0.350	0.609	0.013	-0.263	0.344	0.029
15 Sid	0.903	0.026	0.074	0.993	0.886	0.089	-0.140	0.018	0.007
16 Moj1	0.621	0.026	0.008	0.239	0.498	0.005	0.119	0.123	0.005
17 Jom	0.429	0.026	0.005	-0.067	0.060	0.000	0.168	0.369	0.010
18 Ngan	0.943	0.028	0.008	-0.315	0.897	0.009	0.071	0.046	0.002

19 Mad1	0.963	0.028	0.011	-0.388	0.955	0.015	0.036	0.008	0.001
20 Mag	0.960	0.028	0.011	-0.380	0.957	0.014	0.020	0.003	0.000
21 Ngawi	0.984	0.028	0.015	-0.457	0.983	0.020	-0.014	0.001	0.000
22 Boj	0.980	0.030	0.020	-0.502	0.956	0.026	-0.079	0.023	0.003
23 Tub	0.157	0.029	0.006	-0.061	0.047	0.000	-0.093	0.110	0.003
24 Lam	0.905	0.040	0.036	0.085	0.021	0.001	-0.557	0.884	0.177
25 Grs	0.901	0.029	0.040	0.661	0.810	0.044	-0.222	0.091	0.020
26 Bangkl	0.983	0.030	0.016	-0.453	0.972	0.021	0.048	0.011	0.001
27 Sam	0.967	0.032	0.027	-0.568	0.957	0.035	-0.057	0.010	0.001
28 Pam	0.840	0.029	0.019	-0.467	0.834	0.022	0.041	0.006	0.001
29 Sum	0.916	0.027	0.011	-0.371	0.898	0.013	-0.052	0.018	0.001
30 Ked2	0.994	0.028	0.179	1.384	0.764	0.185	-0.759	0.230	0.228
31 Blit2	0.911	0.019	0.045	0.553	0.329	0.020	0.734	0.581	0.143
32 Mal2	0.988	0.021	0.061	1.049	0.980	0.080	0.099	0.009	0.003
33 Prob2	0.909	0.021	0.034	0.724	0.824	0.037	0.232	0.085	0.016
34 Pas2	0.880	0.023	0.050	0.643	0.496	0.033	0.567	0.384	0.106
35 Moj2	0.975	0.018	0.055	0.748	0.476	0.035	0.766	0.499	0.151
36 Mad2	0.801	0.019	0.051	0.776	0.570	0.039	0.494	0.231	0.065
37 Surabaya	0.937	0.020	0.073	1.166	0.937	0.092	-0.014	0.000	0.000



Dari Tabel Row Contributions terlihat bahwa ada dua titik profil yang mempunyai nilai quality kurang dari 50% yaitu : Jombang (Jom) dan Tuban (Tub). Hal ini berarti variabilitas data kedua kabupaten tersebut belum mampu dijelaskan dengan baik oleh kedua faktor yang terpilih. Sedangkan untuk ke-35 titik profil lainnya dapat dijelaskan dengan baik oleh kedua faktor terpilih dengan total proporsi sebesar 92,37%.

Pengelompokan kategori kabupaten dalam faktor 1 dan 2 dapat dijelaskan yaitu:

- Faktor 1 terdiri dari 32 level kabupaten yaitu: Pacitan, Ponorogo, ……, Surabaya

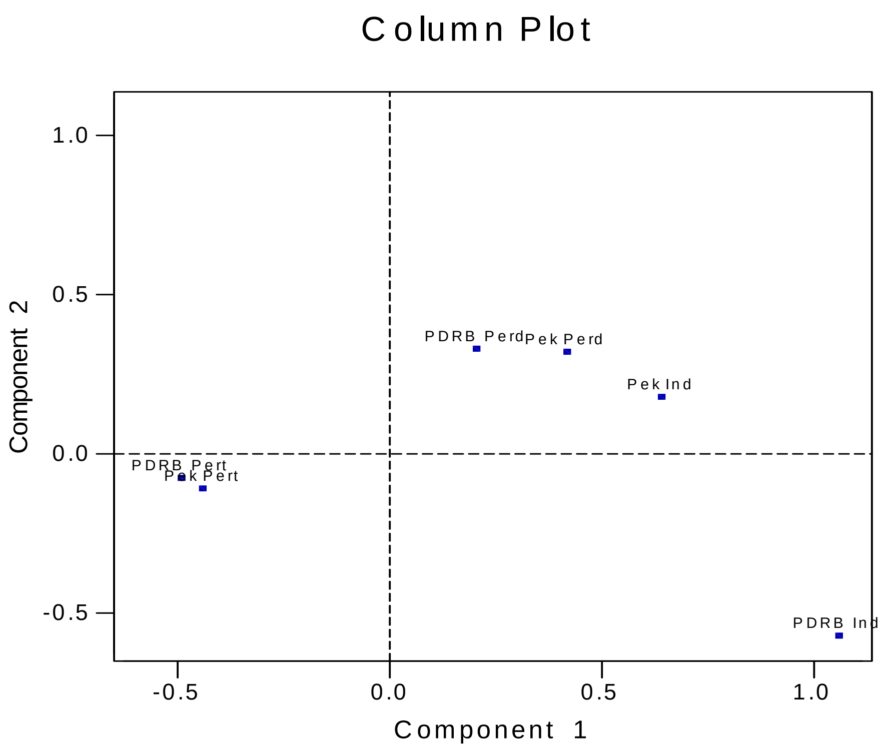
Kabupaten Ngawi mempunyai kontribusi relatif terbesar yaitu 98,3% dan Kotamadaya Kediri (Ked2) mempunyai kontribusi mutlak terbesar yaitu 18,5%.

- Faktor 2 terdiri dari 5 level Kabupaten yaitu Jombang, Tuban, Lamongan, kotamadya Blitar dan kotamadya Mojokerto..

  Lamongan mempunyai kontribusi relatif terbesar yaitu 88,4% dan Lamongan mempunyai kontribusi mutlak terbesar yaitu 17,7%.

Column Contributions

					----Component 1----			----Component 2----		
ID	Name	Qual	Mass	Inert	Coord	Corr	Contr	Coord	Corr	Contr
1	PDRB Ind	0.995	0.100	0.373	1.060	0.769	0.386	-0.574	0.226	0.465
2	PDRB Per	0.952	0.226	0.151	-0.492	0.929	0.189	-0.078	0.023	0.019
3	PDRB Perd	0.845	0.153	0.070	0.205	0.234	0.022	0.331	0.611	0.237
4	Pek Ind	0.729	0.085	0.132	0.641	0.675	0.120	0.181	0.054	0.039
5	Pek Pert	0.972	0.305	0.166	-0.442	0.917	0.205	-0.108	0.054	0.050
6	Pek Perd	0.851	0.131	0.109	0.417	0.535	0.078	0.320	0.316	0.189



Dari Tabel Column Contributions terlihat bahwa tidak ada titik profil yang mempunyai nilai quality kurang dari 50%. Hal ini berarti variabilitas data tersebut mampu dijelaskan dengan baik oleh kedua faktor yang terpilih.

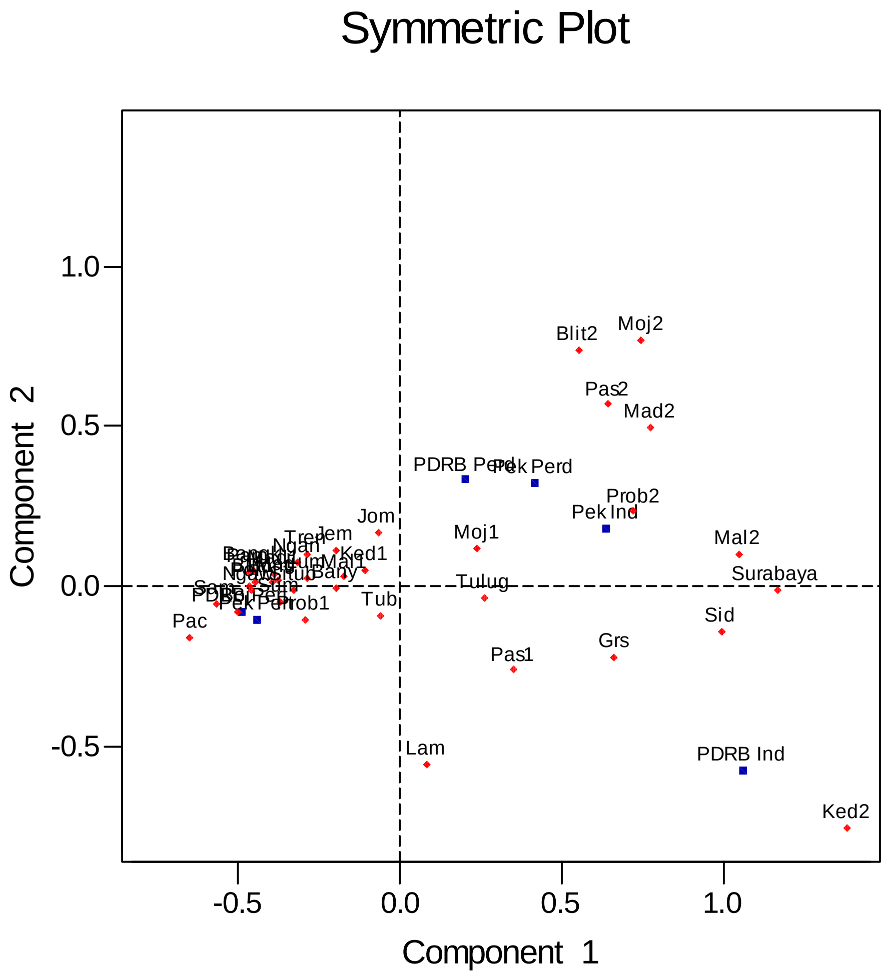
Pengelompokan kategori PDRB terdiri dari faktor 1 dan 2 dapat dijelaskan Yaitu:

- Faktor 1 terdiri dari 5 level yaitu: PDRB industri, PDRB pertanian, pekerja industri, pekerja pertanian dan pekerja perdagangan

  PDRB dari sektor pertanian mempunyai kontribusi relatif sebesar 92,9% dan PDRB dari sektor industri mempunyai kontribusi mutlak sebesar 38,6%.

- Faktor 2 juga terdiri dari 1 level yaitu:

  PDRB dari sektor perdagangan mempunyai kontribusi relatif sebesar 61,1% dan kontribusi mutlak sebesar 23,7%.



Analisis serentak antara kabupaten dan struktur ekonomi di Jawa Timur dapat menjelaskan pola kecenderungan dalam variabel baris dan kolom. Dari analisis ini dapat dikatakan bahwa :

Faktor 1 dicirikan oleh :

- 32 level kabupaten dari variabel kabupaten yaitu: Pacitan, Ponorogo, …, Surabaya.
- 5 level struktur perekonomian di Jawa Timur yaitu: PDRB industri, PDRB pertanian, pekerja industri, pekerja pertanian dan pekerja perdagangan. PDRB pertanian dan pekerja pertanian mempunyai profil sebaran yang bertentangan dengan pekerja industri dan pekerja perdagangan jika dipandang dari dimensi 2.

Faktor 2 dicirikan oleh :

- 5 level dari variabel kabupaten yaitu Jombang, Tuban, Lamongan, kotamadya Blitar dan kotamadya Mojokerto. Kabupaten Tuban dan Lamongan mempunyai profil sebaran yang bertentangan dengan kabupaten Jombang, Kotamadya Blitar dan Mojokerto jika dipandang dari dimensi 2.
- 1 level dari variabel struktur perekonomian di Jawa Timur yaitu PDRB dari sektor perdagangan

Dari analisis seretak ini juga diperoleh simetri plot, seperti yang terlihat di atas. Dari plot tersebut dapat dikatakan bahwa :

- Kotamadya Malang, Probolinggo, Pasuruan, Mojokerto Surabaya, Kabupaten Mojokerto dan Tuban mempunyai sebaran profil yang sama dengan struktur perokonomian pada sektor PDRB perdagangan, pekerja perdagangan dan pekerja industri.
- Kabupaten Pacitan, Probolinggo, Bojonegoro dan Sampang mempunyai sebaran profil yang sama dengan struktur perokonomian pada sektor PDRB pertanian dan pekerja pertanian.
- Kabupaten Pasuruan, Lamongan, Gresik dan Kediri mempunyai sebaran profil yang sama dengan struktur perokonomian pada sektor PDRB industri.

V. Kesimpulan dan Saran

Kesimpulan

Kotamadya Malang, Probolinggo, Pasuruan, Mojokerto Surabaya, Kabupaten Mojokerto dan Tuban mempunyai sebaran profil yang sama dengan struktur perokonomian pada sektor PDRB perdagangan, pekerja perdagangan dan pekerja industri, Kabupaten Pacitan, Probolinggo, Bojonegoro dan Sampang mempunyai sebaran profil yang sama dengan struktur perokonomian pada sektor PDRB pertanian dan pekerja pertanian, sedangkan Kabupaten Pasuruan, Lamongan, Gresik dan Kediri mempunyai sebaran profil yang sama dengan struktur perokonomian pada sektor PDRB industri.

Saran

Dalam rangka meningkatkan PRDB Propinsi Jawa Timur perlu diprioritaskan keunggulan sektor-sektor ekonomi pada kabupaten atau kotamadya tertentu.

VI. DAFTAR PUSTAKA

Bendexin, M.(1996). *A Practical Guide to Use of Correspondence Analysis in Marketting Reseacrh*. Univercity of the Witwatersrand, South Afrika.

Johnson, R. A., Wichern, D.W. (2002) *Applied Multivariat Statistical Analysis.* Prenteice Hall, New Jersey.

Lebart, L., Morineau, A., Warwicck, K.M. (1984). *Multivariate Deskriptive Statistically Analysis*. Ohn Wiley & Sons, New York.

Dipo (1999). Hubungan Struktur Ekonomi dan Kesejahteraan Rakyat Di Jawa Timur *Indonesia.* Tugas Akhir, D3 Statistika ITS, Surabaya.

TIM Pelatihan. (2004). *Modul Pelatihan Analisi Mutivariat*. Jurusan Statistika IPB, Bogor.

Perbandingan Model Neural Network dan Regresi Logistik pada Kasus Masa Studi Mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

Oleh:
Dhoriva Urwatul Wutsqa[1] dan Sri Rezeki[2]
Universitas Negeri Yogyakarta[1]
Universitas Islam Riau[2]

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk membandingkan model *Neural Network* (NN) dengan regresi logistik dalam memodelkan masalah klasifikasi pada kasus masa studi mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY, dan mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi masa studi mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY. Subyek penelitian ini adalah mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika yang lulus sejak Agustus 2001 hingga November 2005. Jumlah responden dalam penelitian ini sebanyak 319 orang. Variabel respon dalam penelitian ini adalah ketepatan masa studi. Variabel penjelasnya yaitu jenis kelamin, IPK tahun pertama dan program studi. Variabel penjelas dipilih berdasarkan ketersediaan data. Untuk membandingkan kedua model digunakan kriteria ketepatan klasifikasi, yaitu rasio antara banyaknya data yang terprediksi secara tepat, dengan keseluruhan data. Faktor-faktor yang mempengaruhi masa studi mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY ditentukan berdasarkan uji signifikansi terhadap parameter pada model logistik. Hasil perbandingan kedua model tersebut untuk kasus masa studi mahasiswa di UNY menunjukkan bahwa model regresi logistik lebih baik digunakan karena mampu memberikan tingkat ketepatan klasifikasi yang lebih tinggi dibandingkan NN. Diantara faktor-faktor jenis kelamin, IPK pada tahun pertama, dan program studi, IPK pada tahun pertama merupakan faktor yang secara signifikan mempengaruhi masa studi mahasiswa.

Kata Kunci: Model NN, model regresi logistik, ketepatan klasifikasi, masa studi.

1. Pendahuluan

Kinerja suatu perguruan tinggi diukur dari beberapa aspek antara lain rata-rata IPK mahasiswa, masa studi, dan masa tunggu alumni untuk mendapatkan pekerjaan. Masa studi mahasiswa pada jenjang strata-1 (S1) di Jurusan Pendidikan Matematika adalah delapan semester. Mahasiswa dapat memperpanjang masa studi maksimal 14 semester. Kenyataannya sangat jarang mahasiswa yang dapat menyelesaikan studinya tepat delapan semester. Sebagaimana hasil selama setahun terakhir (2003-2004), rata-rata masa studi mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika adalah 5,17 tahun. Mengingat masa studi merupakan salah satu ukuran kinerja jurusan atau program studi di suatu perguruan tinggi, maka klasifikasi ketepatan masa studi berdasarkan variabel-variabel lain yang relevan menjadi hal yang penting.

Ada beberapa faktor yang mempengaruhi lamanya waktu yang dibutuhkan oleh mahasiswa dalam menyelesaikan studi, diantaranya kemampuan awal, minat, motivasi, gaya belajar, jenis kelamin dan program studi yang dipilih. Sebagaimana diungkapkan oleh Munthe dalam Adam (1996) bahwa jenis kelamin merupakan salah satu faktor nonintelektual yang mempengaruhi keberhasilan mahasiswa dalam proses pendidikan. Hasil penelitian di IPB oleh Setyowati(1998) menunjukkan bahwa jenis kelamin mempengaruhi keberhasilan mahasiswa, dengan ditemukannya adanya kecenderungan mahasiswa perempuan tidak berhasil dalam studinya. Di samping itu, hasil penelitian nya juga mengungkapkan bahwa NEM atau nilai UAN dan program studi yang dipilih mempengaruhi keberhasilan mahasiswa dalam studinya.

Dari basis data mahasiswa di UNY dapat dilihat data masa studi mahasiswa dan juga data-data lain seperti program studi, jenis kelamin, nilai IPK per semester, tingkat sosial ekonomi, dan lain-lain. Mengacu pada hasil-hasil penelitian di atas, maka variabel yang relevan terhadap masa studi mahasiswa dari faktor non kognitif antara lain jenis kelamin dan program studi. Dari faktor kognitif, IPK pada tahun pertama dapat digunakan sebagai ganti nilai UAN, mengingat keduanya dapat dipandang sebagai kemampuan kognitif awal mahasiswa. Oleh karena itu nilai IPK tahun pertama jenis kelamin, dan program studi dapat dipilih sebagai variabel yang relevan untuk klasifikasi masa studi mahasiswa. Dari hasil pemodelan akan dapat diprediksi ketepatan masa studi seorang mahasiswa, berdasarkan IPK tahun pertama, jenis kelamin, dan program studi.

Sesuai dengan kurikulum 2002 mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY dikatakan lulus tepat waktu jika masa studinya 8 semester. Tetapi target tersebut masih jauh dari harapan, karena rata-rata masa studi yang dicapai selama lima tahun terakhir masih di atas 5 tahun, sehingga target diturunkan menjadi 5 tahun. Apabila masa studi tersebut dikategorikan menjadi dua kemungkinan yaitu lulus tepat waktu dengan masa studi kurang dari atau sama dengan 10 semester, dan lulus tidak tepat waktu dengan masa studi lebih dari 10 semester, maka akan diperoleh data biner. Model yang biasa digunakan untuk menganalisis data respon biner adalah model regresi logistik. Model ini dapat menjelaskan hubungan antara variabel respon yang bersifat kategorik, dengan satu atau lebih variabel prediktor yang bersifat kontinu atau kategorik (Agresti, 1990). Selain itu, model regresi logistik dapat diterapkan untuk menyelesaikan masalah klasifikasi atau pemisahan objek. Dalam kasus ini, untuk mengelompokkan mahasiswa berdasarkan ketepatan masa studi dengan karakteristik tertentu.

Suatu pendekatan yang lebih fleksibel yaitu model neural network (NN) dapat digunakan untuk menyelesaikan berbagai masalah terapan, seperti *pattern recognition*, klasifikasi dan optimisasi (Stern, 1996). Menurut West dkk. (1997) NN mampu memberikan akurasi prediksi yang lebih baik dibandingkan regresi logistik. Sebagai model nonparametrik, NN tidak membutuhkan asumsi tentang bentuk hubungan fungsional antar variabel, sehingga tidak mengalami bias spesifikasi model. Beberapa penelitian yang menunjukkan bahwa model NN lebih unggul dibandingkan dengan model regresi logistik dapat dilihat pada Schumacher dkk. (1996), Zhou (1997), West (2000), McMillen (2000), dan Chiang dkk. (2004).

Berdasarkan uraian di atas, tulisan ini bertujuan untuk mengkaji hasil penerapan metode yang relatif baru, yaitu model NN, pada kasus masa studi mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY, kemudian membandingkan hasilnya dengan model regresi logistik sebagai model standar. Selain itu akan dikaji faktor-faktor yang secara signifikan mempengaruhi masa studi mahasiswa.

2. Model Regresi Logistik

Model regresi logistik digunakan untuk mencari hubungan antara variabel respon yang bersifat kategorik dengan variabel prediktor yang bersifat kontinu atau kategorik. Nilai dari variabel respon Y yang bersifat biner atau dikotomus dibedakan atas dua kategori, misalnya $Y = 0$ dan $Y = 1$. Misalkan terdapat p variabel $X' = (X_1, X_2, \ldots, X_P)$ yang berpasangan dengan variabel respon Y. Peluang $Y = 1$ dinotasikan dengan $\pi(x)$. Fungsi regresi logistik $\pi(x)$ adalah:

$$\pi(x) = \frac{\exp[g(x)]}{1 + \exp[g(x)]}, \tag{1}$$

dengan $g(x) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \ldots + \beta_p x_p$ (Hosmer dan Lemeshow, 1989).

Fungsi regresi di atas berbentuk *curvilinear* sehingga untuk membuatnya menjadi fungsi linear dilakukan transformasi logit sebagai berikut (Agresti, 1990):

$$Logit[\pi(x)] = \log\left[\frac{\pi(x)}{1 - \pi(x)}\right] = g(x) \tag{2}$$

Pada model regresi linear diasumsikan bahwa suatu amatan dari variabel respon dinyatakan sebagai $y = E(Y \mid x) + \varepsilon$, dengan

$E(Y \mid x) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \ldots + \beta_p x_p$

merupakan mean populasi dan ε adalah *error* yang merupakan komponen acak yang menunjukkan penyimpangan amatan dari rataannya. *Error* ε diasumsikan mengikuti distribusi normal dengan mean sama dengan nol dan variansi konstan. Pada model regresi logistik variabel respon dinyatakan sebagai $y = \pi(x) + \varepsilon$. Nilai ε mempunyai salah satu dari dua kemungkinan yaitu:

$$\varepsilon = \begin{cases} 1 - \pi(x) & \text{jika } y = 1 \\ -\pi(x) & \text{jika } y = 0 \end{cases}, \tag{3}$$

sehingga distribusi *error* model regresi logistik akan mempunyai rataan sama dengan nol dan variansi $\{\pi(x).(1 - \pi(x))\}$ (Hosmer dan Lemeshow, 1989).

Prosedur penaksiran parameter dilakukan dengan metode *maximum likelihood*, yang secara lengkap dapat dilihat pada Hosmer dan Lemeshow (1989) dan Agresti (1990). Uji signifikansi parameter dilakukan dua tahap, yaitu uji serentak dilanjutkan dengan uji parsial. Uji serentak digunakan untuk mengetahui peran seluruh variabel prediktor dalam model secara serentak, dengan hipotesis:

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = ... = \beta_p = 0$

H_1 : minimal ada satu β_j yang tidak sama dengan nol, $j = 1, 2, ..., p$

Statistik uji yang digunakan adalah uji G (L*ikelihood Ratio Test*):

$$G = 2\left\{\sum\left[y_i \ln(\hat{\pi}_i) + (1 - y_i)\ln(1 - \hat{\pi}_i)\right] - \left[n_1 \ln(n_1) + n_0 \ln(n_0) - n\ln(n)\right]\right\}, \tag{4}$$

dengan:

n_0 = banyak observasi yang bernilai $Y = 1$

n_1 = *banyak observasi yang bernilai* Y = 0

$n = n_0 + n_1$

Hipotesis H_0 ditolak jika P(G > $\chi^2_{\alpha,\upsilon}$) atau p-value < α. Statistik uji G mengikuti distribusi *chi-square* dengan derajat bebas ν (banyaknya parameter dalam model).

Jika uji serentak menunjukkan adanya parameter yang signifikan maka dilanjutkan dengan uji parsial, yang merupakan pengujian β_i secara individual. Hasil pengujian akan menunjukkan apakah suatu variabel prediktor layak untuk masuk dalam model atau tidak. Hipotesis yang digunakan:

$H_0 : \beta_j = 0$

$H_1 : \beta_j \neq 0, \quad j = 1, 2, ..., p.$

Statistik uji yang digunakan adalah uji Wald:

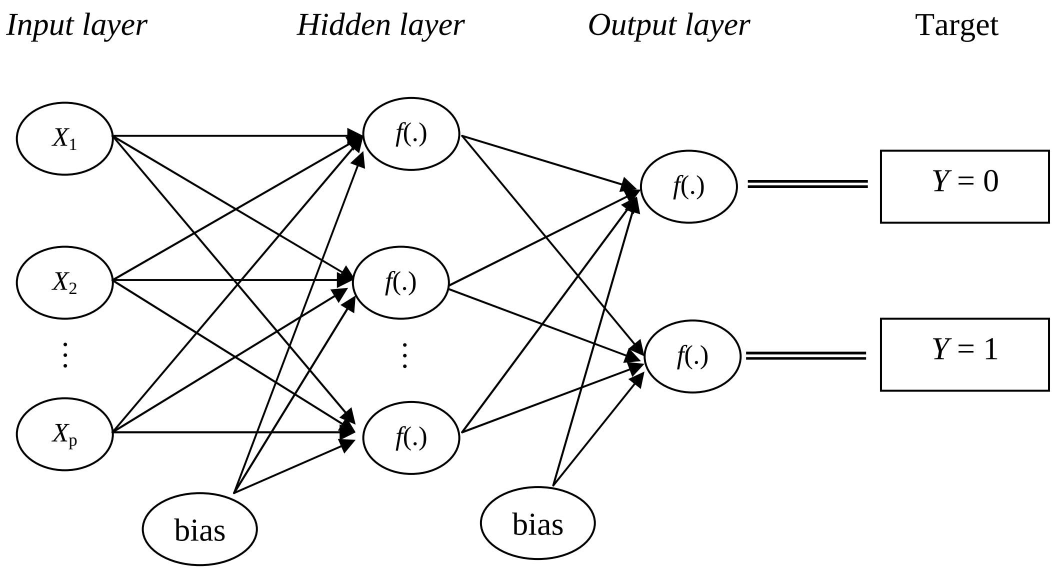
$$W = \frac{\hat{\beta}_j}{SE(\hat{\beta}_j)} \tag{5}$$

dengan $\hat{\beta}_j$ adalah penduga *maximum likelihood* dan SE($\hat{\beta}_j$) adalah *standard error* untuk $\hat{\beta}_j$. Hipotesis H_0 ditolak jika P($|W| > Z$) atau p-value < α (nilai yang ditetapkan peneliti). Statistik uji W merupakan variabel random yang mengikuti distribusi normal standar.

3. Model *Neural Networks* (NN) untuk Klasifikasi Data

Neural Networks dapat dipandang sebagai model regresi nonlinear dimana kompleksitas modelnya dapat diubah-ubah. Pada level kompleksitas yang paling rendah, NN hanya terdiri dari satu lapisan *input* dan satu lapisan *output*. NN memungkinkan untuk mengubah kompleksitas jaringan sehingga dapat mengakomodasi efek nonlinear, khususnya efek interaksi diantara variabel independen. Hornik dkk. (1987) telah menunjukkan bahwa NN dengan satu *hidden layer* mampu menghampiri sembarang fungsi pada himpunan kompak tanpa asumsi awal tentang fungsi yang dimodelkan.

Tipe NN yang digunakan dalam tulisan ini adalah *Feed Forward Neural Networks* (FFNN). Arsitektur FFNN untuk masalah klasifikasi dengan satu *hidden layer* disajikan dalam Gambar 1.



Gambar 1. FFNN dengan Satu *Hidden Layer* dan *Output* Sigmoid

Hidden layer dalam model berfungsi untuk mengakomodasi efek nonlinear, yang dinyatakan dalam fungsi aktivasi. Fungsi aktivasi pada *hidden layer* dan *output layer* yang digunakan dalam makalah ini adalah *Logistic sigmoid* (Logsig). Bentuk fungsi logsig untuk *hidden neuron* pada neuron ke *i* adalah:

$$f_i(.) = \frac{1}{1 + \exp - \left(bias + \sum_{j=1}^{p} w_{ij} x_j \right)} \quad , \; i = 1, \ldots, h,$$

dengan *h* adalah jumlah *hidden neuron,* w_{ij} adalah *weight* dari variabel ke *j* menuju *hidden neuron* ke *i,* $f_i(.)$ adalah fungsi aktivasi pada *hidden neuron* ke *i.* Fungsi logsig menghasilkan nilai *output* terletak antara 0 dan 1. Arsitektur jaringan sebagaimana diberikan pada Gambar 1. dengan fungsi aktivasi logsig akan membentuk jaringan output sigmoid yang dapat dipandang sebagai generalisasi model logit binomial.

Parameter (*weight*) FFNN diestimasi dengan meminimalkan *mean square error (MSE)* yang dihasilkan oleh model. Metode yang paling umum digunakan untuk proses estimasi parameter atau proses training ini adalah *Back Propagation* (BP). Dalam metode ini, *weight* dan bias diatur untuk meminimalisasi nilai kuadrat beda antara *output* model dan *output* taksiran yang disebut sebagai SSE (*Sum of Square Error*). Proses pengaturan biasanya berdasarkan pada algoritma sederhana *steepest descent* yang didasarkan pada turunan pertama fungsi *cost*

$$E = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{Q} \left[\underline{t}_k - \underline{a}_k^{\wedge} \right]^T \left[\underline{t}_k - \underline{a}_k^{\wedge} \right], \tag{6}$$

dengan *Q* banyak pasangan input ($\underline{p}_k$) output ($\underline{t}_k$), dengan pasangan ke *k* dinotasikan sebagai $(\underline{p}_k, \underline{t}_k)$, $k = 1, \ldots, Q$, $\underline{a}^{\wedge}$ adalah nilai *output* dari NN pada *layer* akhir. Penjelasan secara rinci tentang algoritma BP dapat dilihat pada Rumelhart dkk. (1986).

4. Metode Penelitian

Penelitian ini dilakukan terhadap mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY yang lulus sejak Agustus 2001 hingga November 2005. Variabel respon dalam penelitian ini adalah masa studi mahasiswa (Y=1 jika masa studi $\leq$ 10 semester, Y=0 jika masa studi > 10 semester). Sedangkan variabel prediktor adalah jenis kelamin (X_1=1 jika laki-laki, X_1=2 jika perempuan), IPK tahun pertama (X_2), program studi (X_3=1 jika program studi Pendidikan Matematika, X_3=2 jika program studi Matematika). Untuk analisis deskriptif, data IPK dikategorikan menjadi IPK rendah (IPK < 2,50), IPK sedang (2,5 $\leq$ IPK $\leq$ 2,99) dan IPK tinggi (IPK $\geq$ 3,00). Variabel penjelas dipilih berdasarkan ketersediaan data.

Untuk membandingkan model NN dengan regresi logistik dilakukan resampling sebanyak 50 kali. Sampling dilakukan secara acak dengan mengambil 50% dari keseluruhan data sebagai data training dan sisanya sebagai data testing. Data training digunakan untuk pembentukan model sedangkan data testing digunakan untuk validasi model. Proses analisis data dilakukan dengan software S-Plus 2000 untuk membandingkan kinerja model NN dan regresi logistik, dan software MINITAB versi 13 untuk estimasi serta interpretasi model regresi logistik.

Perbandingan model NN dan regresi logistik dilakukan dengan menggunakan kriteria ketepatan klasifikasi yang disebut dengan persentase *correct* , yaitu rasio antara banyaknya data yang terprediksi secara tepat, dengan keseluruhan data. Model terbaik adalah model yang memiliki rata-rata ketepatan klasifikasi tertinggi pada data testing. Faktor-faktor yang mempengaruhi masa studi mahasiswa ditentukan dari model logistik.

5. Hasil dan Pembahasan

5.1. Deskripsi Responden

Responden dalam penelitian ini berjumlah 319 orang. Dari jumlah tersebut ada 186 (58,31%) mahasiswa yang mampu menyelesaikan studinya tepat waktu, sedangkan sisanya ada 133 (41,69%) yang dinyatakan tidak tepat waktu. Deskripsi responden berdasarkan variabel-variabel yang diteliti disajikan dalam Tabel 1. berikut.

Tabel 1. Persentase Ketepatan Masa Studi Mahasiswa

Variabel		**Ketepatan Masa Studi**		**Jumlah**
		Tepat	**Tidak**	
Jenis Kelamin	**Laki-laki**	51 (57,30%)	38 (42,70%)	89
	Perempuan	135 (58,70%)	95 (41,30%)	230
			Total	319
IPK	**Rendah**	2 (22,22%)	7 (77,78%)	9
	Sedang	38 (35,85%)	68 (64,15%)	106
	Tinggi	146 (71,57%)	58 (28,43%)	204
			Total	319
Program Studi	**Pendidikan Matematika**	98 (54,14%)	83 (45,86%)	181
	Matematika	88 (63,78%)	50 (36,23%)	138
			Total	319

Berdasarkan Tabel 1., jika ditinjau dari jenis kelamin, maka persentase mahasiswa perempuan yang mampu menyelesaikan studi tepat waktu lebih tinggi dibandingkan dengan laki-laki. Namun perbedaan tersebut tidak terlalu besar. Perbedaan persentase yang cukup mencolok terjadi diantara mahasiswa yang memiliki IPK rendah, sedang dan tinggi. Dengan meningkatnya IPK, terlihat kecenderungan persentase yang lulus tepat waktu juga meningkat. Berdasarkan program studi yang diambil, mahasiswa program studi Matematika lebih banyak yang mampu menyelesaikan studi tepat waktu dibandingkan dengan mahasiswa program studi Pendidikan Matematika. Untuk mengetahui variabel mana yang berbeda secara signifikansi dapat dilihat pada hasil inferensi dengan menggunakan uji Wald (5) yang akan diberikan pada pembahasan berikut.

5. 2. Perbandingan Model NN dan Model Regresi Logistik

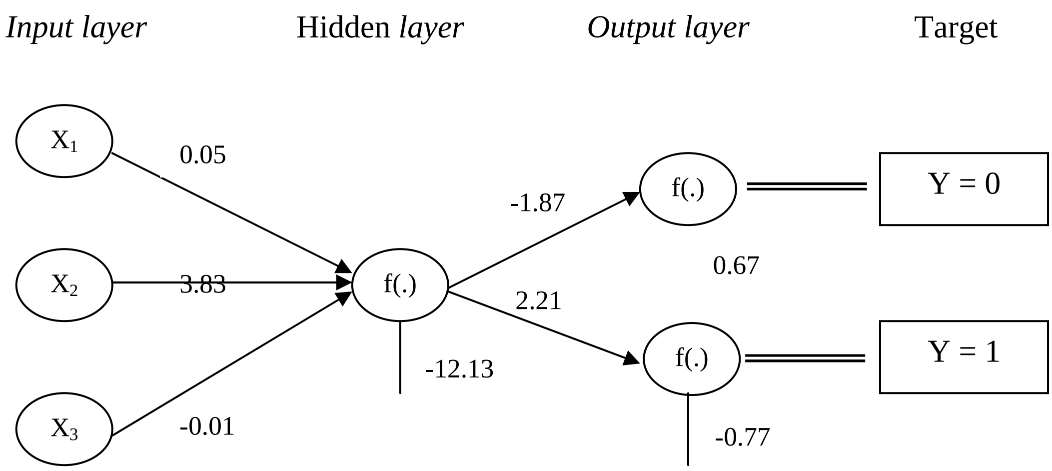
Untuk mendapatkan model NN, dalam penelitian ini digunakan arsitektur NN yang terdiri atas *input layer*, satu *hidden layer*, dan *output layer* sebagaimana diilustrasikan dalam Gambar 1. Jumlah neuron dalam *input layer* sama dengan jumlah variabel prediktor (tiga), sedangkan jumlah neuron pada output *layer* adalah dua, sesuai dengan banyak kategori pada variabel respon. Jumlah neuron pada *hidden* unit terletak pada rentang 1 sampai 5. NN (3-1-2) berarti model NN dengan 3 *input*, 1 neuron pada *hidden* unit dan 2 *output*. Hasil analisa data yang merupakan rata-rata ketepatan klasifikasi untuk semua model NN dan untuk model regresi logistik dirangkum dalam Tabel 2.

Tabel 2. Rata-rata ketepatan klasifikasi model NN dan regresi logistik

Model	Ketepatan klasifikasi	
	Training	Testing
Regresi Logistik	0,6947	0,6925
NN (3-1-2)	0,7010	0,6854
NN (3-2-2)	0,7077	0,6667
NN (3-3-2)	0,7175	0,6670
NN (3-4-2)	0,7312	0,6570
NN (3-5-2)	0,7400	0,6468

Berdasarkan hasil pada Tabel 2. pada data testing model NN memperlihatkan kecenderungan makin banyak jumlah neuronnya, makin tinggi tingkat ketepatan klasifikasinya. Hal yang sebaliknya terjadi pada data testing, makin banyak jumlah neuron, makin rendah tingkat ketepatan klasifikasinya. Kejadian seperti ini sering disebut dengan *overfitting*. Model NN terbaik biasanya ditentukan berdasarkan pada prinsip *parsimony* dan hasil terbaik pada data testing

Diantara 10 model NN yang digunakan dalam penelitian ini, NN dengan jumlah neuron terkecil memiliki tingkat ketepatan klasifikasi yang tertinggi pada data testing. Oleh karena itu model NN dengan satu neuron (NN (3-1-2)) direkomendasikan sebagai model NN terbaik. Arsitektur NN (3-1-2) dan taksiran bobot-bobotnya (*weight*/parameter) dapat dilihat pada Gambar 5.



Gambar 5. Arsitektur NN (3-1-2)

Model matematis dari arsitektur tersebut adalah:

$$Y_{(0)} = \frac{1}{1 + \exp(-(0.67 - 1.87 h_1))}$$

atau

$$Y_{(1)} = \frac{1}{1 + \exp(-(-0.77 + 2.217 h_1))}$$

dengan

$$h_1 = \frac{1}{1 + \exp(-(-12.13 + 0.05 X_1 + 3.83 X_2 - 0.01 X_3)}$$

Bobot-bobot pada model NN tidak dapat diinterpretasi dan diuji signifikansinya. Jadi model tersebut hanya dapat digunakan untuk keperluan prediksi. Contohnya: jika ada seorang mahasiswa perempuan, IPK tahun pertamanya adalah 3, dan memilih program studi Pendidikan Matematika, maka diperoleh nilai h_1 = 0,34 ,$Y_{(0)}$ = 0,49 dan $Y_{(1)}$ = 0,51. Karena nilai probabilitas $Y_{(1)}$ lebih dari 0,5 maka mahasiswa tersebut diklasifikasikan kedalam kelompok mahasiswa yang akan lulus tepat waktu.

Hasil perbandingan model NN dan regresi logistik dapat dilihat pada rata-rata ketepatan klasifikasi antara model NN terbaik, yaitu NN (3-1-2) dengan regresi logistik. Tabel 2. menunjukkan bahwa model NN lebih unggul dibandingkan dengan model regresi logistik pada data training. Hasil ini sesuai dengan teori tentang NN yang dikemukakan oleh Hornik dkk. (1987) bahwa NN dengan satu *hidden layer* mampu menghampiri sembarang fungsi pada himpunan kompak tanpa asumsi awal tentang fungsi yang dimodelkan. Dari sini dapat disimpulkan bahwa pada proses estimasi, NN mampu memberikan hasil yang akurat.

Pada data testing, model regresi logistik lebih unggul dibandingkan dengan NN. Hasil ini tidak sejalan dengan beberapa hasil penelitian yang telah disebutkan dalam bab sebelumnya. Hal yang mungkin menjadi penyebabnya adalah kompleksitas data atau pola hubungan data. Untuk data-data yang tidak begitu kompleks ataupun data yang mempunyai pola hubungan linear, model parametrik seperti model logistik merupakan model yang lebih tepat. Model NN biasanya menjadi pilihan ketika data yang dihadapi mempunyai pola hubungan nonlinear atau data dengan bentuk hubungan yang kompleks.

Jadi, dalam kasus masa studi mahasiswa Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY, analisis data menggunakan model regresi logistik lebih sesuai dibandingkan dengan model NN. Hasil temuan dalam penelitian ini dapat memberikan gambaran perlunya kehati-hatian dalam pemilihan model. Hal ini mengingat semakin berkembangnya model-model yang tersedia untuk memecahkan permasalahan-permasalahan yang ada, sehingga perlu dipelajari terlebih dahulu kecocokan suatu model dengan data yang tersedia.

5.3. Faktor-faktor yang mempengaruhi masa studi

Analisis data menggunakan regresi logistik, menghasilkan nilai-nilai parameter model sebagai berikut:

Tabel 3. Pendugaan Parameter

Variabel	$\hat{\beta}$	S.E	z	Sigifikansi	Exp($\hat{\beta}$)
Jenis Kelamin	0,039	0,42	0,09	0,926	1,040
IPK	3,388	0,722	4,69	0,000	29,618
Jurusan	0,617	0,388	1,59	0,112	1,853
Konstanta	-10,27	2,194	-4,68	0,000	0

Uji serentak (4) menghasilkan nilai G = 34,354, dan P-Value = 0,000. Hal ini berarti minimal ada satu koefisien regresi yang tidak sama dengan nol. Nilai-nilai untuk uji parsial dapat dilihat pada Tabel 3 kolom z. Berdasarkan tabel tersebut, variabel yang secara signifikan berpengaruh terhadap ketepatan masa studi mahasiswa adalah variabel IPK. Pada variabel jenis kelamin, nilai eksponen ($\hat{\beta}$) = 1,040 berarti kesempatan mahasiswa perempuan tamat tepat waktu adalah 1,040 kali kesempatan yang laki-laki. Untuk variabel IPK, nilai eksponen ($\hat{\beta}$) = 29,618 berarti bahwa jika IPK meningkat 1 satuan maka kesempatan tamat tepat waktu meningkat sebesar 21,026 kali kesempatan untuk IPK sebelumnya. Interpretasi untuk variabel program studi yaitu mahasiswa program studi Matematika memiliki kesempatan tamat tepat waktu 1,853 kali kesempatan yang dimiliki oleh mahasiswa program studi Pendidikan Matematika. Model regresi logistik yang diperoleh adalah:

$$\text{Logit}\,[\pi(\text{x})] = \log\left(\frac{\pi(x)}{1-\pi(x)}\right) = -10.27 + 0.039X_1 + 3.388X_2 + 0.617X_3$$

Sebagai ilustrasi penggunaan model tersebut untuk prediksi, misalkan ada seorang mahasiswa perempuan, IPK tahun pertamanya adalah 3, dan memilih program studi Pendidikan Matematika, maka probabilitas mahasiswa tersebut lulus tepat waktu yaitu P(Y=1) = π(x) = 0,64. Nilai probabilitas ini lebih besar dari nilai yang dihasilkan pada model NN (3-1-2), namun dalam hal ini hasil klasifikasi kedua model tersebut adalah sama, yaitu mahasiswa tersebut diklasifikasikan kedalam kelompok mahasiswa yang akan lulus tepat waktu.

6. Penutup

Berdasarkan hasil penelitian ini, dapat disimpulkan bahwa perbandingan kedua model tersebut untuk kasus masa studi mahasiswa di UNY menunjukkan bahwa model regresi logistik lebih baik digunakan karena mampu memberikan tingkat ketepatan klasifikasi yang lebih tinggi dibandingkan NN. Hasil ini tidak sesuai dengan beberapa hasil penelitian sebelumnya. Oleh karena itu, disarankan untuk penelitian lebih lanjut mengkaji pola data yang sesuai dengan model NN, sehingga dapat menjadi pedoman bagi para peminat NN untuk dapat menerapkan model NN secara tepat.

Berdasarkan hasil pada model regresi logistik ditunjukkan bahwa diantara ketiga faktor, IPK pada tahun pertama merupakan faktor yang secara signifikan mempengaruhi masa studi mahasiswa.

7. Daftar Pustaka

Adam, B.M. 1996. *Penerapan Analisis Diskriminan Non parametric untuk Menduga Keberhasilan Mahasiswa TPB IPB*. Skripsi. Jurusan Statistika FMIPA IPB, Bogor.

Agresti, A. (1990). Categorical Data Analysis. John Wiley and Sons, Inc,: New York

Chiang, W.K., Zhang, D., and Zhou, L. (2004). Predicting and Explaining Patronage Behavior toward Web and Traditional Stores Using Neural Networks: a Comparative Analysis with Logistic Regression, Decision Support System, xx.

Fausett, L. (1994). Fundamental of Neural Network: Architecture, Algorithms and Applications, Prentice Halls International, Inc.: New Jersey.

Handayani, D. 1996. *Profil Mahasiswa TPB 1995/1996 yang Kurang Berhasil di IPB*. Skripsi. Jurusan Statistika FMIPA IPB, Bogor.

Hornik, K., Stinchcombe, M. and White, H. (1989). Multilayer feedforward networks are universal approximators. Neural Networks, 2, 359-66.

Hosmer, D.W., and Lemeshow, S. (1989). Applied Logistic Regression, John Wiley & Sons Ltd., New York.

Lolombulan, J.H. 1990. *NEM SMA Sebagai Indikator Keberhasilan Belajar di Perguruan Tinggi*. Disertasi. Program Pascasarjana IPB, Bogor.

McMillen, R. (2000). Neural Networks as a Methodological Toolls. draft do no cite: Mississippi State University: Tracy Henly.

Rumelhart, D. and McClelland, J. (1986). Parallel Distributed Processing: Explorations in the Microstructures of Coginition.Vol. 1, Cambridge: MIT Press.

Schumacher, M., Roβner, R., and Vach, W. (1996). Neural Network and Logistic Regression: Part I. Computational Statistic & Data Analysis, 21: 661-682.

Setyowati, R. 1998. *Deskripsi Faktor Penyebab Kegagalan Mahasiswa Wanita TPB IPB 1996/1997*. Skripsi. Jurusan Statistika FMIPA IPB, Bogor.

Stern, H.S. (1996). Neural Networks in Applied Statistics, Technometrics, Vol. 38, No. 3, 205-214.

West, D. (2000). Neural Network Credit Scoring Model", Computer & Operations Research, 27:131 – 1152.

West, P.M., Brockett, P.L., and Golden, L.L. (1997). A comparative analysis of neural networks and statistical methods for predicting consumer choice. Marketing Science, 16, 370–391.

Zhou, L., Ersheng, G., and Pihua, J. (1997). Comparison between the Logistic regression and Back Propagation Neural Network, Department of Health Statistic, Shanghai Medical University, Shanghai Cina.

Grup Topologis

Diah Junia Eksi Palupi
Jurusan Matematika FMIPA-UGM
e-mail:diahju55@yahoo.com

ABSTRAK

Salah satu struktur aljabar yang harus dikuasai oleh seorang matematikawan adalah grup yaitu suatu himpunan tak kosong G yang dilengkapi dengan operasi biner * yang memenuhi beberapa aksioma. Selain daripada itu, konsep lain yang melibatkan himpunan dan fungsi kontinu adalah topologi. Tulisan ini akan mengkaitkan konsep grup dan topologi sehingga terkonstruksi grup topologis yaitu pergandaan langsung ruang topologis dilengkapi fungsi kontinu dan beberapa sifatnya. Dalam hal ini operasi biner pada grup dinamakan operasi perkalian.

Katakunci:*Grup, Topologi;fungsi kontinu*

PENDAHULUAN

Aplikasi Grup pada disipilin ilmu yang lain telah banyak ditulis. Representasi Grup banyak dimanfaatkan oleh golongan fisikawan. Oleh karena adanya konsep topologi yang sangat luas kegunaannya maka penulis mengkaji kaitan konsep Grup dan Topologi menjadi Grup Topologikal Selanjutnya dapat diteliti bagaimana representasinya.

1. GRUP TOPOLOGIS

Pada pembahasan grup topologis ini diharapkan sudah mengenal konsep grup, konsep topologi beserta sifat-sifatnya. Beberapa pengertian yang diperlukan akan diulang secara sepintas.

Definisi 1.1 Diberikan grup G beserta topologi τ pada G. Ruang topologi (G, τ) disebut *Grup Topologis* jika ketentuan berikut dipenuhi.

GT1. Pemetaan $g_1 : G \times G \rightarrow G$ yang didefinisikan sebagai

$(x,y) \rightarrow xy$ dan

GT2. pemetaan $g_2 : G \rightarrow G$ yang didefinisikan

$x \to x^{-1}$ berturut-turut kontinu pada setiap titik $(x,y) \in G$ $x G$ dan $x \in G$

Contoh

Grup G sebarang dilengkapi dengan topologi diskrit merupakan grup topologis. Misalkan himpunan bilangan real **R,** himpunan bilangan rasional **Q**

Definisi 1.2 Diberikan grup G beserta topologi τ pada G. Ruang topologi (G, τ) disebut *Grup Topologis* jika dipenuhi

GT′ Pemetaan $g' : G \times G \to G$ yang didefinisikan sebagai

$(x,y) \to xy^{-1}$ kontinu untuk setiap $(x,y) \in G \times G$

Lemma 1.3 Definisi 1 ekuivalen Definisi 2

Suatu fungsi f dari ruang topologis E ke ruang topologis lain F dikatakan *Fungsi Terbuka* jika untuk setiap himpunan terbuka U dari E maka f(U) juga terbuka. Selanjutnya f disebut *Homeomorfisma* jika f terbuka dan injektif.

Definisi 1.4 Diberikan grup topologis (G, τ) dan $a \in G$. Pemetaan $t_{ki} : G \to G$ yang didefinisikan sebagai $x \to ax$ untuk setiap $x \in G$ merupakan pemetaan kontinu yang disebut *Pemetaan Translasi Kiri.*

Secara sama dapat didefinisikan *Pemetaan Tranlasi Kanan* t_{ka}

Teorema 1.5 Diberikan grup topologis (G, τ) maka berlakulah pernyataan berikut

(i) Pemataan Translasi merupakan pemetaan kontinu;

(ii) Pemataan Translasi adalah homeomorfisma dari G ke dirinya sendiri.

(iii) Pemetaan $t_1 : G \to G$ yang didefinisikan sebagai

$x \to axb$ dengan $a,b \in G$ untuk setiap $x \in G$ merupakan homeomorfisma dari G ke dirinya sendiri.

Himpunan T = $\{t_1 \mid t_1 : G \to G$ dengan $t_1(x) = axb,\ a,b \in G,\ x \in G\}$ merupakan grup yang disebut *Grup Homeomorfisma dari G.*

(iv) Himpunan S = $\{ s : G \to G \mid s(x) = axa^{-1},\ a \in G,\ x \in G \}$ adalah subgrup T

(v) Pemetaan g_2 dari G ke G pada definisi1 adalah homeomorfisma.

Himpunan A merupakan himpunan bagian grup topologis G dan $x \in G$ maka himpunan $xA = \{xa \mid a \in A\}$ dan secara sama

$Ax = \{ ax \mid a \in A\}$, $A^{-1} = \{x^{-1} \mid x \in A\}$.

Memanfaatkan teorema5 di atas diperoleh lemma berikut.

Lemma 1.6 Diberikan grup topologis G dan A himpunan bagian yang terbuka maka xA, Ax dan A^{-1} merupakan himpunan terbuka.

2. SUBGRUP TOPOLOGIS

Membahas subgrup dari grup topologis, perlu mengingat kembali beberapa konsep antara lain subtopologis A dari ruang topologis X yang dibangkitkan dari topologi τ pada X tersebut sehingga diperoleh τ_A. Selain closure dari suatu himpunan, tertutup secara lokal juga perlu diingat konsep dari subgrup normal. Selanjutnya dihasilkan beberapa definisi dan teorema atau lemma berikut.

Definisi 2.1 Diberikan grup topologis (G,τ) dan H subgrup G. Jika pada H dapat dibangkitkan topologi τ_H dari topologi τ pada G, maka H disebut *Subgrup Topologis dari G* dengan $\tau_H = \{ H \cap U \mid U \in \tau \}$.

Contoh.

1). Sebarang himpunan X = {a, b, c, d, e} dan τ = {X, Ø, {a}, {c, d}, {a, c, d}, {b, c, d, e}}. Jika A adalah {a, d, e}

maka τ_A = {A, Ø, {a}, {d}, {a, d}, {d, e}}

2). Grup R yaitu himpunan bilangan real dengan topologi usual τ. Jika Z himpunan bilangan bulat maka untuk setiap $z_1 \in Z$ selang $(z_1 - \frac{1}{2}, z_1 + \frac{1}{2})$ adalah himpunan terbuka dalam R.

Himpunan $(z_1 - \frac{1}{2}, z_1 + \frac{1}{2}) \cap Z = \{z_1\}$ terbuka relatif terhadap Z.

Jadi untuk setiap $z_1 \in Z$, $\{z_1\} \in \tau_Z$.

Pembahasan berikutnya berkait dengan pemahaman closure suatu himpunan A dalam ruang topologis X yaitu himpunan $\bar{A}$ yang merupakan himpunan semua $x \in X$ dengan sifat irisan persekitaran N_x dan A tak kosong. Closure A dapat ditulis cl A. Suatu himpunan A tertutup jika hanya jika A berimpit dengan closure $\bar{A}$. Disamping konsep tertutup dalam ruang topologis, perlu mengingat kembali konsep subgrup normal.

Teorema 2.2 Diberikan grup topologis G dan E subgrup G maka berlaku pernyataan berikut (i) closure $\bar{E}$ dari E adalah subgrup G

(ii) jika E normal dalam G maka $\bar{E}$ normal dalam G

Sebelum pembahasan teorema berikut, diberikan definisi suatu himpunan tertutup lokal sebagai berikut.

Definisi 2.3 Diberikan himpunan bagian L dari ruang topologis X. Himpunan L dikatakan *Tertutup Lokal pada suatu titik* $x \in L$ jika terdapat persekitaran N_x dari x dalam X sedemikian sehingga $N_x \cap L$ merupakan himpunan bagian N_x yang tertutup. Jika L tertutup lokal untuk setiap $x \in L$ maka L disebut *Tertutup Lokal Dalam X.*

Suatu sifat terkait dengan tertutup lokal adalah L tertutup lokal dalam X jika hanya jika L terbuka dalam cl L di dalam X. Sebelum teorema, mengingat kembali pemahaman titik interior dan sifat bahwa suatu himpunan bagian A dari ruang topologis X, akan terbuka jika hanya jika A berimpit dengan himpunan titik interior Å.

Teorema 2.4 Diberikan grup topologis G dan H adalah subgrup yang tertutup pada suatu titik $x \in H$ maka H tertutup dalam G

Lemma 2.5 Diberikan grup topologis G dan H subgrup G. Subgrup H terbuka jika hanya jika H mempunyai sebuah titik interior

Akibat : Setiap subgrup terbuka H dalam G adalah tertutup.

Selanjutnya akan dibahas kaitan antara subgrup dan keterhubungan. Ruang topologis X dikatakan terhubung jika X bukan gabungan dua himpunan terbuka tak kosong yang saling asing. Contoh himpunan bilangan R adalah terhubung karena R merupakan gabungan selang, sedangkan selang adalah terhubung. Himpunan bilangan rasional Q tidak terhubung karena memuat himpunan bagian yang bukan selang. Selain keterhubungan, diingat kembali konsep pembangun dalam grup

Lemma 2.6. Grup topologis G terhubung jika G dibangun oleh setiap persekitaran elemen identitas e.

3, GRUP TOPOLOGIS KUOSEN

Jika N subgrup Normal dalam grup G maka selalu dapat dikonstruksi Grup Kuosen G/N. Setiap pemetaan kanonik dari G ke G/N adalah kontinu. Jika G grup topologis dan N subgrup topologis normal maka terkonstruksi juga grup topologis G/N

Lemma 3.1 Diberikan grup G dan N subgrup Normal G maka pemetaan kanonik σ dari G ke G/N adalah surjektif dan kontinue

Berdasar lemma 3.1 maka tersaji teorema berikut.

Teorema 3.2 Diberikan grup topologis G dan subgrup topologis N maka G/N grup topologis

DAFTAR PUSTAKA

Bourbaki Nicolas, 1966, *Elements of Mathematyics: General Topology,* Addison Wesley Publishing Company

Fraleigh B John, 2000, *A First Course in Abstract Algebra,* Adddison Wesley Longman

Lipschuts Seymor, 1981, *General Topologi,* McGraw Hill International Book Company, Singapore

Munkreas R James, 1978, *Topology: A First Course,* Practice Hall of India Privited Limited, New Delhi

Program Nonlinear Fuzzy Probabilistik Interaktif untuk Model Inventory

Oleh :
Dwi Ertiningsih
Jurusan Matematika FMIPA UGM
Sekip Utara Yogyakarta 55281

Abstrak

Model inventory diformulasikan dalam program nonlinear fuzzy probabilistik dengan asumsi harga barang p_i sebagai variabel keputusan probabilistik, biaya *set-up* S_i, total biaya investasi *B*, dan biaya inventory H_i masing-masing sebagai parameter random, sedangkan total biaya rata-rata per-tahun $TC(p,Q)$ dan kendala tempat yang tersedia untuk penyimpanan W sebagai parameter fuzzy yang dinyatakan dengan fungsi keanggotaan linear/nonlinear. Selanjutnya fungsi tujuan dari masalah inventory dalam program nonlinear fuzzy probabilistik direduksi dalam E-Model, V-Model, atau E-V-Model, sedangkan fungsi kendalanya digunakan metode CCP (*chance constrained programming*) sehingga bisa diselesaikan menggunakan pemrograman fuzzy untuk menemukan solusi komprominya. Diasumsikan variabel random di atas berdistribusi normal dan independen.

Dalam penelitian ini dikembangkan metode interaktif (*interactive method*) untuk menyelesaikan masalah program nonlinear fuzzy probabilistik dengan menentukan titik referensi (*reference point*) untuk setiap fungsi objektif dan fungsi kendala fuzzy sehingga diperoleh penyelesaian optimal Pareto yang memuaskan pengambil keputusan (*decision maker*).

Kata kunci : *Program nonlinear fuzzy probabilistik, fungsi keanggotaan linear atau nonlinear, pemrograman chance constrained, pemrograman fuzzy, metode interaktif.*

1. Pendahuluan

Masalah inventory merupakan suatu masalah persediaan barang yang jumlahnya akan mempengaruhi harga pokok penjualan. Hal ini bisa dikarenakan adanya biaya pemeliharaan barang selama di gudang. Kebanyakan masalah inventory yang ada diasumsikan bahwa parameter biaya inventory, goal dari fungsi objektif dan goal dari fungsi kendala adalah deterministik dan *fixed*, padahal kenyataannya satu atau lebih dari hal-hal tersebut adalah random. Dalam perkembangannya, program probabilistik telah diterapkan untuk masalah multiobjektif yang saling konflik dan tidak dapat diukur dalam satuan yang sama dimana secara umum tidak terdapat solusi tunggal yang mengoptimalkan semua fungsi tujuan sehingga dikenalkan konsep solusi optimal Pareto. Pendekatan

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

yang digunakan untuk kendala probabilistik adalah program *chance-constrained* (metode CCP) dimana suatu kendala harus memenuhi nilai probabilitas yang ditentukan. Sedangkan untuk fungsi tujuan probabilistik digunakan beberapa pendekatan, seperti E-Model, V-Model atau E-V-Model.

Model inventory diformulasikan dalam program nonlinear fuzzy probabilistik dengan asumsi harga barang p_i sebagai variabel keputusan probabilistik, biaya *set-up* S_i, total biaya investasi *B*, dan biaya inventory H_i masing-masing sebagai parameter random, sedangkan total biaya rata-rata per-tahun $TC(p,Q)$ dan kendala tempat yang tersedia untuk penyimpanan W sebagai parameter fuzzy. Parameter fuzzy dinyatakan dengan fungsi keanggotaan, dengan asumsi variabel random independen dan berdistribusi normal. Fungsi tujuan dari masalah inventory dalam program nonlinear fuzzy probabilistik direduksi dalam E-Model, V-Model, atau E-V-Model, sedangkan fungsi kendala probabilitasnya menggunakan metode CCP (*chance-constrained programming*) dimana suatu kendala harus memenuhi nilai probabilitas yang ditentukan. Selanjutnya diterapkan pemrograman fuzzy untuk memperoleh solusi kompromi.

Tujuan penelitian ini secara rinci dapat dinyatakan sebagai berikut :

1. membangun model inventory dalam fuzzy probabilistik interaktif untuk meminimumkan total biaya rata-rata pertahun dengan kendala batas investasi dan tempat penyimpanan.
2. dibuat algoritma interaktif untuk menyelesaikan model di atas untuk memperoleh solusi kompromi karena manager dapat mengubah-

ubah titik referensi untuk memperoleh solusi optimal yang diinginkan.

3. Penyelesaian optimal pareto dari masalah tersebut diharapkan memberikan solusi kompromi yang diinginkan manager dalam mengambil keputusan karena titik referensi ditentukan oleh manager berdasar pengalamannya.

Dengan adanya penelitian ini diharapkan memberikan sumbangan dalam teori Optimisasi, terutama dalam optimasi program nonlinear fuzzy probabilistik. Dari segi teori himpunan fuzzy, penelitian ini menarik untuk dilakukan karena dikaitkan dengan teori probabilistik dan diharapkan memberikan wawasan baru untuk memperoleh penyelesaian kompromi secara interaktif yang lebih memuaskan pengambil keputusan daripada penyelesaian dengan pendekatan fuzzy biasa. Dari pemodelan inventory menggunakan program nonlinear fuzzy probabilistik interaktif diharapkan memberikan sumbangan kepada perkembangan dunia industri.

2. Metode Penelitian

Penelitian ini dilakukan dengan tahapan-tahapan sebagai berikut :

1. Mempelajari program nonlinear fuzzy probabilistik secara umum
2. Mempelajari hasil-hasil yang sudah ada dalam teori optimasi fuzzy sebagai tolak ukur kerangka penelitian tentang penyelesaian program nonlinear fuzzy probabilistik dengan metode interaktif
3. Mempelajari model inventory dalam program nonlinear fuzzy probabilistik

4. Membangun model inventory dalam program nonlinear fuzzy probabilistik interaktif.
5. Mempelajari teknik penyelesaian model inventory dalam program nonlinear fuzzy probabilistik interaktif dengan metode titik referensi.
6. Membuat algoritma interaktif untuk menyelesaikan model inventory dalam fuzzy probabilistik interaktif.

Penelitian difokuskan pada metode interaktif, khususnya dengan metode titik referensi untuk menyelesaikan masalah inventory yang bertujuan meminimumkan total biaya rata-rata pertahun.

3. Hasil Peneltian dan Pembahasan

3.1. Asumsi dan Model Inventory Multi-Item

Asumsi pokok yang digunakan pada model yang diinginkan adalah :

i. Pengisian barang (*replenishment*) setiap saat (*instantaneous*)
ii. Tidak ada *lead time*
iii. Tidak diperbolehkan adanya *back-order*
iv. Hubungan antara permintaan $D_i(p_i)$ dengan harga barang p_i diberikan

sebagai : $D_i = A_i p_i^{-\beta_i}$, dengan A_i ($A_i > 0$) dan β_i ($0 < \beta_i < 1$) yang masing-masing menyatakan konstanta real.

Permasalahan dalam model inventory adalah untuk meminimalkan total biaya rata-rata per-tahun dengan kendala modal untuk investasi dan luas tempat yang tersedia untuk penyimpanan, yang dapat diformulasikan sebagai berikut :

Meminimalkan : $TC(p,Q) = \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{A_i}{p_i^{\beta_i}}\left(p_i + \frac{S_i}{Q_i}\right) + \frac{H_i Q_i}{2}\right]$

(3.1.1)

dengan kendala :

$$\sum_{i=1}^{n} w_i Q_i \le W$$

$$\sum_{i=1}^{n} p_i Q_i \le B$$

$$p_i \;, Q_i \; > 0 \;, \qquad (i = 1,2,........,n).$$

Notasi yang digunakan untuk model di atas adalah :

n = Banyaknya jenis barang

W = Luas keseluruhan tempat yang tersedia untuk penyimpanan

B = Total biaya investasi untuk pengisian barang kembali (*replenishment*).

Untuk barang ke-*i* $(i = 1,2,......,n)$,

D_i = Rata-rata permintaan barang, $D_i(p_i)$ (sebagai fungsi biaya)

Q_i = Luas tempat penyimpanan (sebagai variabel keputusan)

S_i = Biaya perlakuan barang (*Set up*) per-*cycle*

H_i = Biaya inventory per-unit barang

p_i = Harga per-unit barang (sebagai variabel keputusan)

$TC(p,Q)$ = Total biaya rata-rata per-tahun,

dengan *p* dan *Q* masing-masing adalah vector dari *n* variabel keputusan yaitu $p = (p_1, p_2,......., p_n)$ dan $Q = (Q_1, Q_2,......., Q_n)$

Model Fuzzy Probabilistik

Jika harga barang p_i sebagai variabel keputusan probabilistik, biaya *set-up* S_i, total biaya investasi *B*, dan biaya inventory H_i masing-masing sebagai parameter random, sedangkan total biaya rata-rata per-tahun $TC(p,Q)$ dan kendala tempat yang tersedia untuk penyimpanan W sebagai parameter fuzzy, maka model (3.1.1) dapat ditransformasikan ke model fuzzy probabilistik berikut :

Meminimalkan: $\widetilde{TC}(\hat{p},Q) = \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{A_i}{\hat{p}_i^{\beta_i}}\left(\hat{p}_i + \frac{\hat{S}_i}{Q_i}\right) + \frac{\hat{H}_i Q_i}{2}\right]$

(3.1.2)

dengan kendala :

$$\sum_{i=1}^{n} w_i Q_i \le \widetilde{W}$$
$$\sum_{i=1}^{n} \hat{p}_i Q_i \le \hat{B}$$
$$\hat{p}_i\ , Q_i\ > 0\ , \qquad (i = 1,2,........,n).$$

Tanda " ~ " menyatakan parameter fuzzy.

3.2. Program Nonlinear Probabilistik

(*Probabilistic Non-Linear Programming, PNLP*)

Diberikan masalah program nonlinear probabilistik sebagai berikut :

Meminimalkan: $g_0(X)$

dengan kendala :

$$g'_j(X) \le b_j\ , \qquad j = 1,2,\cdots,m$$
$$X \ge 0$$

atau ekuivalen dengan

Meminimalkan: $g_0(X)$

(3.2.1)

dengan kendala :

$$g_j(X) \le 0, \qquad j = 1,2,\cdots,m$$
$$X \ge 0$$

dengan $g_j(X) = g'_j(X) - b_j\ , \quad X \ge 0$, dan X adalah vektor dari N variabel random $y_1, y_2, \cdots, y_N$ yang masing-masing memuat variabel keputusan $x_1, x_2, \cdots, x_n$.

Masalah dalam persamaan (3.2.1) dapat dikonversi dalam masalah program nonlinear deterministik dengan menerapkan metode pemrograman *Chance Constrained* sebagai berikut :

3.2.1. Fungsi Tujuan

Fungsi tujuan $g_0(X)$ dapat diperluas terhadap $\bar{y}_i$, mean dari variabel random y_i, dapat dinyatakan sebagai :

$$g_0(X) = g_0(\bar{X}) + \sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\partial g_0}{\partial y_i}|_{\bar{X}}\right)(y_i - \bar{y}_i) + \text{bentuk derivatif order lebih tinggi}$$

(3.2.2)

Diasumsikan standar deviasi dari y_i kecil $(\sigma_{y_i}$ kecil$)$, sehingga $g_0(X)$ dapat didekati

dengan dua bentuk jumlahan pertama persamaan (3.2.2) yaitu :

$$g_0(X) = g_0(\bar{X}) - \sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\partial g_0}{\partial y_i}|_{\bar{X}}\right)\bar{y}_i + \sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\partial g_0}{\partial y_i}|_{\bar{X}}\right)y_i$$

(3.2.3)

dinotasikan $g_0(X) = \psi(X)$.

Misalkan y_i berdistribusi normal, $i = 1,2,\cdots,N$, maka $\psi(X)$ yang merupakan fungsi linear dari X juga berdistribusi normal. Mean dan variansi dari $\psi(X)$ diberikan sebagai :

$$\bar{\psi} = \psi(\bar{X}) = g_0(\bar{X}) \qquad (3.2.4)$$

$$\sigma_\psi^2 = \mathrm{var}(\psi) = \sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\partial g_0}{\partial y_i}|_{\bar{X}}\right)^2 \sigma_{y_i}^2 \qquad (3.2.5)$$

untuk setiap y_i independen, $i = 1,2,\cdots,N$.

Jadi, fungsi tujuan dari masalah program nonlinear probabilistik (3.2.1) ekuivalen dengan tujuan deterministik berikut :

$$\text{Meminimalkan} : \begin{cases} \overline{\psi} \\ \sigma_{\psi} \end{cases} \quad \text{(E-V-model)}$$

(3.2.6)

3.2.2. Fungsi Kendala

Diasumsikan bahwa beberapa kendala pada persamaan (3.2.1) adalah parameter random probabilistik dengan probabilitas dari $g_j \leq 0$ adalah lebih besar atau sama dengan suatu nilai probabilitas yang ditentukan, katakan r_j $j = 1,2,\cdots,m$. Jadi kendala (3.2.1) dapat dinyatakan sebagai :

$$\int_{-\infty}^{0} f_{g_j}\left(g_j\right) dg_j \geq r_j \,, \qquad j = 1,2,\cdots,m \qquad (3.2.7)$$

dengan $f_{g_j}\left(g_j\right)$ adalah fungsi densitas probabilitas dari variabel random. Fungsi kendala $g_j(X)$ dapat diperluas di sekitar vektor mean $\overline{X}$ dari variabel random y_i, yang dapat dinyatakan sebagai :

$$g_j(X) = g_j(\overline{X}) - \sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\partial g_j}{\partial y_i}\Big|_{\overline{X}}\right)\overline{y}_i + \sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\partial g_j}{\partial y_i}\Big|_{\overline{X}}\right) y_i \qquad (3.2.8)$$

Misalkan y_i berdistribusi normal, $i = 1,2,\cdots,N$, maka $g_j(X)$ yang merupakan fungsi linear dari X juga berdistribusi normal. Mean dan variansi dari $g_j(X)$ diberikan sebagai :

$$\overline{g}_j = g_j(\overline{X}) \qquad (3.2.9)$$

$$\sigma_{g_j} = \left(\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\partial g_j}{\partial y_i}\Big|_{\overline{X}}\right)^2 \sigma_{y_i}^2\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (3.2.10)$$

Selanjutnya dengan mengenalkan variabel bantu θ_j, yaitu :

$$\theta_j = \frac{g_j - \overline{g}_j}{\sigma_{g_j}}, \quad j = 1,2,\cdots,m \qquad (3.2.11)$$

dan dengan teorema Limit Pusat didapat : $\theta_j \approx N(0,1)$

Sehingga persamaan (3.2.7) dapat dinyatakan sebagai :

$$\int_{\frac{\bar{g}_j}{\sigma_{g_j}}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\theta_j^2}{2}} d\theta_j \geq \int_{\phi_j(r_j)}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

dengan $\phi_j(r_j)$ adalah nilai variabel normal standar dari probabilitas r_j sedemikian

hingga : $\bar{g}_j - \sigma_{g_j}\phi_j(r_j) \leq 0$

(3.2.12)

Dari persamaan (3.2.10) dan persamaan (3.2.12) didapat :

$$\bar{g}_j - \left(\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial g_j}{\partial y_i}\Big|_{\bar{X}} \right)^2 \sigma_{y_i}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \phi_j(r_j) \leq 0 \ , \quad j = 1,2,\cdots,m \qquad (3.2.13)$$

Jadi, masalah program nonlinear probabilistik (3.2.1) dapat direduksi ke dalam masalah program nonlinear deterministik multiobjektif sebagai berikut:

$$\text{Meminimalkan} : \begin{cases} \bar{\psi} \\ \sigma_{\psi} \end{cases} \qquad \text{(E-V- Model)} \qquad (3.2.14)$$

dengan kendala :

$$\bar{g}_j - \left(\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial g_j}{\partial y_i}\Big|_{\bar{X}} \right)^2 \sigma_{y_i}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \phi_j(r_j) \leq 0 \ , \quad j = 1,2,\cdots,m$$

$$X \geq 0 .$$

3.3. Metode Pemrograman Fuzzy untuk menyelesaikan model PNLP

Untuk menyelesaikan masalah (3.2.14), langkah pertama adalah menentukan nilai U_k dan L_k yang masing-masing merupakan nilai batas atas dan batas bawah untuk setiap fungsi objektif, dengan U_k adalah level/nilai penerimaan tertinggi dari hasil yang dicapai untuk objektif ke-*k*, L_k adalah level/nilai penerimaan terendah dari hasil yang dicapai untuk objektif ke-*k* dan $d_k = U_k - L_k$ adalah penurunan (*degradation*) yang diperbolehkan untuk *k* objektif. Langkah-langkah metode pemrograman fuzzy diberikan sebagai berikut :

Langkah 1 : Selesaikan program multiobjektif sebagai masalah single-objektif, yaitu dengan menyelesaikan satu fungsi objektif pada satu waktu dan mengabaikan fungsi objektif yang lain.

Langkah 2 : Dari hasil langkah 1, tentukan korespondensi nilai untuk setiap fungsi objektif dari masing-masing penyelesaian yang diperoleh.

Langkah 3 : Dari hasil langkah 2, tentukan nilai U_k dan L_k untuk setiap fungsi objektif.

Untuk masalah (3.2.14), fungsi keanggotaan $\mu_k(\overline{X})$ dapat berupa linear atau nonlinear. Untuk penyederhanaan, digunakan fungsi keanggotaan linear untuk setiap *k* fungsi objektif yang didefinisikan sebagai berikut :

Definisi 3.3.1. (*Fungsi Keanggotaan Linear*)

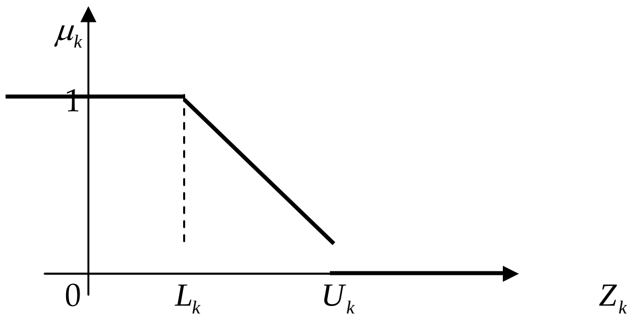
Fungsi keanggotaan linear untuk masalah vector-minimum didefinisikan sebagai

$$\mu_k(\overline{X}) = \begin{cases} 0 & Z_k > U_k, \\ 1 - \dfrac{Z_k - L_k}{U_k - L_k} & L_k < Z_k < U_k, \\ 1 & Z_k < L_k, \end{cases}$$

(3.3.1)

dengan $Z_k = \begin{cases} \overline{\psi}(X) & k = 1 \\ \sigma_\psi(X) & k = 2 \end{cases}$

$\mu_k(\overline{X})$ *adalah fungsi keanggotaan dari k fungsi objektif ,* U_k *dan* L_k *masing-masing menyatakan batas atas dan batas bawah dari fungsi objektif* Z_k *sedemikian hingga derajat dari fungsi keanggotaannya nol atau satu.*



Gambar 3.3.1. Fungsi keanggotaan linear untuk *vector-minimum*.

Dengan menggunakan fungsi keanggotaan linear $\mu_k(\overline{X})$, keputusan fuzzy (lihat [1]) dan metode pemrograman nonlinear fuzzy (lihat [8]) maka masalah program nonlinear multiobjektif (3.2.14) dapat diformulasikan sebagai :

Maksimumkan : α

(3.3.2)

dengan kendala : $\alpha \leq \dfrac{U_k - Z_k}{U_k - L_k}$, $\quad k = 1,2$

$$\overline{g}_j - \phi_j(r_j)\left(\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\partial g_j}{\partial y_i}\Big|_{\overline{X}}\right)^2 \sigma_{y_i}^2\right)^{\frac{1}{2}} \leq 0 \quad , \; j = 1,2,\cdots,m$$

$$X \geq 0, \quad \alpha \in [0,1].$$

3.4. Penyelesaian Program Nonlinear Fuzzy Probabilistik untuk Model Inventory

Dalam teori himpunan fuzzy, fungsi objektif fuzzy dan kendala fuzzy didefinisikan dengan fungsi keanggotaan (linear atau nonlinear). Diasumsikan bahwa $\mu_{ETC}(p,Q)$, $\mu_{VTC}(p,Q)$, dan $\mu_W(p,Q)$ masing-masing sebagai fungsi keanggotaan linear yang dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\mu_{ETC}(\overline{p},Q) = \begin{cases} 0\,, & ETC(\overline{p},Q) > C_0 + P_{ETC} \\ 1 - \dfrac{ETC(\overline{p},Q) - C_0}{P_{ETC}}\,, & C_0 \leq ETC(\overline{p},Q) \leq C_0 + P_{ETC} \\ 1\,, & ETC(\overline{p},Q) < C_0 \end{cases}$$

(3.4.1)

$$\mu_{VTC}(\overline{p},Q)=\begin{cases} 0\ , & VTC(\overline{p},Q)>D_0+P_{VTC} \\ 1-\dfrac{VTC(\overline{p},Q)-D_0}{P_{VTC}}\ , & D_0\le VTC(\overline{p},Q)\le D_0+P_{VTC} \\ 1\ , & VTC(\overline{p},Q)<D_0 \end{cases}$$

(3.4.2)

$$\mu_W(Q)=\begin{cases} 0\ , & \sum_{i=1}^{n} w_iQ_i>W+P_W \\ 1-\dfrac{\sum_{i=1}^{n} w_iQ_i-W}{P_W}\ , & W\le\sum_{i=1}^{n} w_iQ_i\le W+P_W \\ 1\ , & \sum_{i=1}^{n} w_iQ_i<W \end{cases}$$

(3.4.3)

dimana ekspektasi dari total biaya rata-rata per-tahun adalah C_0 dengan toleransi P_{ETC}, standar deviasi dari total biaya rata-rata per-tahun adalah D_0 dengan toleransi P_{VTC}, dan luas tempat yang tersedia untuk penyimpanan adalah W dengan toleransi P_W.

Menggunakan metode pemrograman nonlinear fuzzy (lihat [8]), penyelesaian dari model inventory fuzzy probabilistik (3.1.12) dapat ditransformasikan sebagai berikut :

Memaksimalkan : α

(3.4.4)

dengan kendala : $\alpha\le 1-\dfrac{\sum_{i=1}^{n} w_iQ_i-W}{P_W}$

$$\alpha\le 1-\frac{ETC(\overline{p},Q)-C_0}{P_{ETC}}$$

$$\alpha\le 1-\frac{VTC(\overline{p},Q)-D_0}{P_{VTC}}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\overline{p}_iQ_i-\overline{B}-\phi_1(r_1)\left(\sum_{i=1}^{n}Q_i^2\sigma_{p_i}^2+\sigma_B^2\right)^{\frac{1}{2}}\le 0$$

$$\overline{p}_i, Q_i > 0\ , \qquad i = 1,2,\cdots,n\ ,\ \ \alpha \in [0,1].$$

dengan

$$ETC(\overline{p}, Q) = \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{A_i}{\overline{p}_i^{\ \beta_i}}\left(\overline{p}_i + \frac{\overline{S}_i}{Q_i}\right) + \frac{\overline{H}_i Q_i}{2}\right]$$

$$VTC(\overline{p}, Q) = \left\{\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{A_i^2}{Q_i^2 \overline{p}_i^{2\beta_i}}\sigma_{S_i}^2 + \frac{Q_i^2}{4}\sigma_{H_i}^2 + \left\{\frac{A_i(1-\beta_i)}{\overline{p}_i^{\beta_i}} - \frac{\beta_i A_i \overline{S}_i}{Q_i \overline{p}_i^{\beta_i+1}}\right\}^2 \sigma_{p_i}^2\right]\right\}^{\frac{1}{2}}$$

3.5. Program Nonlinear Multiobjektif dengan Fungsi Objektif Fuzzy Interaktif

Untuk menentukan solusi kompromi dapat dilakukan dengan pendekatan *interactive programming* yang merupakan suatu cara menentukan solusi kompromi dengan asumsi pengambil keputusan dapat menentukan titik referensi (*reference point*) untuk fungsi-fungsi tujuan dan fungsi kendala yang dapat mengubah titik referensi secara interaktif untuk memperbaiki solusi.

Masalah program nonlinear multiobjektif adalah mencari vektor keputusan $x = (x_1, x_2, ..., x_n)^T$ yang mengoptimalkan fungsi-fungsi sasaran $f(x) = (f(x_1), ..., f(x_k))^T$

dan memenuhi fungsi-fungsi kendala $g_j(x)$, $j = 1,2,...,m,$ yang diberikan dengan $x_1, x_2, ...$ dan x_n merupakan variabel-variabel keputusan. Masalah program nonlinear multiobjektif dapat diformulasikan sebagai berikut :

Meminimalkan : $\quad f(x) = (f(x_1), f(x_2), ..., f(x_k))^T$

(3.5.1)

Dengan kendala : $\quad x \in X = \{x \in \Re^n \mid g_j(x) \le 0\ ,\ j = 1,2,...,m\}$

$x \ge 0$

Dalam penyelesaian masalah program nonlinear multiobjektif (2.5.1), didefinisikan solusi optimal lengkap dan solusi optimal Pareto sebagai berikut :

Definisi 3.5.1 (solusi optimal lengkap)

Masalah program nonlinear multiobjektif (2.5.1) dikatakan mempunyai solusi optimal lengkap jika terdapat $x^* \in X$ *sehingga* $f_i(x^*) \le f_i(x)$, $i = 1,2,\ldots,k$ *untuk setiap* $x \in X$.

Di sini x^* *disebut solusi optimal lengkap.*

Definisi 3.5.2 (solusi optimal Pareto)

x^* *dikatakan solusi optimal Pareto program nonlinear multiobjektif jika tidak ada* $x \in X$ *yang lain sedemikian sehingga :*

$f_i(x) \le f_i(x^*)$, $i = 1,2,\ldots,k$ *untuk setiap i dan* $f_j(x) \ne f_j(x^*)$ *untuk paling sedikit satu j.*

Metode interaktif untuk menyelesaikan masalah program nonlinear multiobjektif (3.5.1) yang akan digunakan adalah metode titik referensi (*reference point method*). Ide dasar dari metode titik referensi adalah pengambil keputusan dapat menentukan nilai referensi untuk fungsi tujuan dan fungsi kendala serta dapat mengubah tingkat referensi secara interaktif untuk mempelajari atau memperbaiki pengertian selama proses solusi. Untuk setiap fungsi tujuan yang konflik, diasumsikan pengambil keputusan dapat mengganti titik referensi secara interaktif untuk memperbaiki penyelesaian selama proses solusi.

Dengan masalah minimax diselesaikan masalah berikut :

$$\left.\begin{array}{l} \text{Meminimalkan max } \left\{ f_i(x) - \bar{f}_i \right\},\ i = 1,2,\ldots,k \\ \text{dengan kendala : } x \in X \end{array}\right\} \quad (3.5.2)$$

atau ekuivalen dengan

Meminimalkan v

dengan kendala :

(3.5.3)

$f_i(x) - \bar{f}_i \le v$, $i = 1,2,\ldots,k$, $x \in X$

Teorema 3.5.3

Jika x^* solusi optimal tunggal dari masalah minimax (3.5.3) untuk suatu titik referensi $\bar{f}_i$, maka x^* adalah solusi optimal Pareto dari program nonlinear multiobjektif (3.5.1)

Bukti

Diketahui x^* solusi optimal tunggal dari masalah minimax, yaitu : x^* satu-satunya anggota X yang memenuhi $x^* = \min_{y \in X} \max_{i=1,\ldots,k} \{f_i(y) - \bar{f}_i\}$.

Andaikan x^* bukan solusi optimal Pareto dari masalah program nonlinear multiobjektif (3.5.1), maka terdapat $x_0 \in X$ sehingga $f_i(x_0) \le f_i(x^*)$, $i = 1,2,\ldots,k$ dan $f_j(x_0) < f_j(x^*)$ untuk suatu j. Jadi $f_i(x_0) - \bar{f}_i < f_i(x^*) - \bar{f}_i$ untuk suatu j .

Jika diambil nilai maksimumnya untuk $i = 1,2,\ldots,k$ diperoleh :

$$\max_{i=1,2,\ldots,k} \{f_i(x_0) - \bar{f}_i\} < \max_{i=1,2,\ldots,k} \{f_i(x^*) - \bar{f}_i\},\ i = 1,2,\ldots,k$$

Selanjutnya jika diambil nilai minimumnya diperoleh :

$$x^{**} = \min_{t \in X} \max_{i=1,2,\ldots,k} \{f_i(t) - \bar{f}_i\} < \max_{i=1,2,\ldots,k} \{f_i(x_0) - \bar{f}_i\} < \min_{y \in X} \max_{i=1,2,\ldots,k} \{f_i(x^*) - \bar{f}_i\} = x^*$$

Hal ini kontradiksi dengan pengandaian bahwa x^* adalah solusi optimal tunggal dari masalah minimax. Jadi terbukti bahwa x^* adalah solusi optimal Pareto dari program nonlinear multiobjektif □

Teorema 3.5.4

Jika x^* solusi optimal Pareto dari program nonlinear multiobjektif (3.5.1), maka x^* adalah solusi optimal dari masalah minimax (3.5.3) untuk suatu titik referensi $\bar{f}_i$.

Bukti

Diketahui $x^* \in X$ solusi optimal Pareto dari program nonlinear multiobjektif (3.5.1), maka dapat dipilih titik referensi $\bar{f}_i = (f_1, f_2, ..., f_k)^T$ sehingga $f_i(x^*) - \bar{f}_i - v$, $i = 1,2,...,k$. Untuk titik referensi tersebut, jika x^* bukan solusi optimal dari masalah minimax (3.5.3), maka terdapat $x \in X$ sehingga :

$$f_i(x) - \bar{f}_i < f_i(x^*) - \bar{f}_i = v^* \text{ , } i = 1,2,...,k \text{ .}$$

Akibatnya, terdapat $x \in X$ sehingga $f_i(x) < f_i(x^*)$, $i = 1,2,...,k$.

Hal ini kontradiksi dengan pengandaian bahwa x^* adalah solusi optimal Pareto dari program nonlinear multiobjektif (3.5.1). Jadi terbukti bahwa x^* adalah solusi optimal dari masalah minimax (3.5.3) untuk suatu titik referensi $\bar{f}_i$ □

3.6. Penyelesaian Program Nonlinear Multiobjektif Fuzzy Probabiblistik dengan

Metode Interaktif untuk Model Inventory

Penyelesaian masalah program nonlinear multiobjektif fuzzy probabilistik (3.2.14) untuk model inventory dapat diselesaikan dengan metode interaktif. Dalam metode interaktif diasumsikan bahwa pengambil keputusan dapat menentukan tingkat keanggotaan referensi yaitu : $\bar{\mu}_{ETC}$, $\bar{\mu}_{VTC}$, dan $\bar{\mu}_W$. Selain itu diasumsikan bahwa fungsi-fungsi keanggotaan untuk fungsi tujuan dan fungsi kendala fuzzy adalah linear. Penyelesaian masalah program nonlinear multiobjektif fuzzy probabilistik (2.2.20) untuk model inventory dengan tingkat keanggotaan referensi $\bar{\mu}_{ETC}$, $\bar{\mu}_{VTC}$, dan $\bar{\mu}_W$ yang sudah ditentukan, dapat diselesaikan dengan cara meminimalkan jarak antara $\mu_{ETC}(p,Q)$, $\mu_{VTC}(p,Q)$, dan $\mu_W(p,Q)$ dengan $\bar{\mu}_{ETC}$, $\bar{\mu}_{VTC}$, dan $\bar{\mu}_W$ sebagai berikut :

$$\left.\begin{array}{l}\text{Meminimalkan : } d\left(\mu_{ETC}(p,Q)-\overline{\mu}_{ETC},\mu_{VTC}(p,Q)-\overline{\mu}_{VTC},\mu_{W}(p,Q)-\overline{\mu}_{W}\right) \\ \text{dengan kendala : } \overline{g}_j-\left(\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\partial g_j}{\partial y_i}\Big|_{\overline{X}}\right)^2\sigma_{y_i}^2\right)^{\frac{1}{2}}\phi_j(r_j)\le 0 \quad , \quad j=1,2,\cdots,m,\end{array}\right\} X\ge 0$$

(3.6.1)

dengan $d\left(\mu_{ETC}(p,Q)-\overline{\mu}_{ETC},\mu_{VTC}(p,Q)-\overline{\mu}_{VTC},\mu_{W}(p,Q)-\overline{\mu}_{W}\right)$ adalah jarak antara

$\mu_{ETC}(p,Q)$, $\mu_{VTC}(p,Q)$, dan $\mu_{W}(p,Q)$ dengan $\overline{\mu}_{ETC}$, $\overline{\mu}_{VTC}$, dan $\overline{\mu}_{W}$.

Jika dipilih : $d\left(\mu_{ETC}(p,Q)-\overline{\mu}_{ETC},\mu_{VTC}(p,Q)-\overline{\mu}_{VTC},\mu_{W}(p,Q)-\overline{\mu}_{W}\right)=$

$$\max\left\{\left|\mu_{ETC}(p,Q)-\overline{\mu}_{ETC}\right|,\left|\mu_{VTC}(p,Q)-\overline{\mu}_{VTC}\right|,\left|\mu_{W}(p,Q)-\overline{\mu}_{W}\right|\right\}$$

maka masalah (3.6.1) menjadi :

$$\left.\begin{array}{l}\text{Meminimalkan } \max\left\{\left|\mu_{ETC}(p,Q)-\overline{\mu}_{ETC}\right|,\left|\mu_{VTC}(p,Q)-\overline{\mu}_{VTC}\right|,\left|\mu_{W}(p,Q)-\overline{\mu}_{W}\right|\right\} \\ \text{dengan kendala : } \overline{g}_j-\left(\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\partial g_j}{\partial y_i}\Big|_{\overline{X}}\right)^2\sigma_{y_i}^2\right)^{\frac{1}{2}}\phi_j(r_j)\le 0,\ j=1,2,\cdots,m, \qquad X\ge 0\end{array}\right\}$$

(3.6.2)

$$\text{Jika diambil :}\begin{cases}\overline{\mu}_{ETC}\ge\mu_{ETC}(p,Q), \\ \overline{\mu}_{VTC}\ge\mu_{VTC}(p,Q), \\ \overline{\mu}_{W}\ge\mu_{W}(p,Q),\end{cases}$$

maka masalah (3.6.2) menjadi :

$$\left.\begin{array}{l}\text{Meminimalkan } \max\left\{\left|\overline{\mu}_{ETC}-\mu_{ETC}(p,Q)\right|,\left|\overline{\mu}_{VTC}-\mu_{VTC}(p,Q)\right|,\left|\overline{\mu}_{W}-\mu_{W}(p,Q)\right|\right\} \\ \text{Dengan kendala : } \overline{g}_j-\left(\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\partial g_j}{\partial y_i}\Big|_{\overline{X}}\right)^2\sigma_{y_i}^2\right)^{\frac{1}{2}}\phi_j(r_j)\le 0 \quad ,\ j=1,2,\cdots,m \quad ,\end{array}\right\} X\ge 0.$$

(3.6.3)

Selanjutnya masalah (3.6.3) disebut masalah minimax dan dapat ditulis dalam bentuk :

$$\left.\begin{array}{l}\text{Meminimalkan } \max\{\bar{\mu}_{ETC} - \mu_{ETC}(p,Q), \bar{\mu}_{VTC} - \mu_{VTC}(p,Q), \bar{\mu}_{W} - \mu_{W}(p,Q)\} \\ \text{dengan kendala : } \bar{g}_j - \left(\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\partial g_j}{\partial y_i}\Big|_{\bar{X}}\right)^2 \sigma_{y_i}^2\right)^{\frac{1}{2}} \phi_j(r_j) \le 0,\ j = 1,2,\cdots,m, \end{array}\right\} X \ge 0. \tag{3.6.4}$$

Solusi optimal Pareto diperoleh dengan menyelesaikan masalah (3.6.4).

Dengan mengenalkan variabel bantu *v*, masalah (3.6.4) dapat direduksi menjadi program nonlinear berikut :

$$\left.\begin{array}{l}\text{meminimalkan } v \\ \text{dengan kendala : } \begin{array}{l}\bar{\mu}_{ETC} - \mu_{ETC}(p,Q) \le v \\ \bar{\mu}_{VTC} - \mu_{VTC}(p,Q) \le v \\ \bar{\mu}_{W} - \mu_{W}(p,Q) \le v\end{array} \\ \bar{g}_j - \left(\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\partial g_j}{\partial y_i}\Big|_{\bar{X}}\right)^2 \sigma_{y_i}^2\right)^{\frac{1}{2}} \phi_j(r_j) \le 0,\quad j = 1,2,\cdots,m,\quad X \ge 0.\end{array}\right\} \tag{3.6.5}$$

Selanjutnya disusun algoritma penyelesaian program nonlinear multiobjektif fuzzy probabilistik dengan metode interaktif, untuk mendapatkan solusi yang memuaskan (*the satisficing solution*) pengambil keputusan yang diperoleh dari himpunan solusi optimal Pareto. Langkah-langkah pada algoritma yang diberi tanda * menyatakan bahwa dalam langkah tersebut diperlukan interaksi dengan pengambil keputusan.

Algoritma penyelesaian program nonlinear multiobjektif fuzzy probabilistik dengan metode interaktif

Langkah 1* : Tentukan ekspektasi dari total biaya rata-rata per-tahun adalah C_0

dengan toleransi P_{ETC}, standar deviasi dari total biaya rata-rata per-tahun

adalah D_0 dengan toleransi P_{VTC}, dan luas tempat yang tersedia untuk

penyimpanan adalah W dengan toleransi P_W.

Langkah 2* : Tentukan fungsi keanggotaan untuk setiap fungsi objektif dan kendala

fuzzy, $\mu_{ETC}(p,Q)$, $\mu_{VTC}(p,Q)$, dan $\mu_W(p,Q)$. Diasumsikan bahwa

fungsi keanggotaannya linear seperti yang telah diberikan pada

persamaan (2.4.1)- (2.4.3).

Langkah 3* : Tentukan tingkat keanggotaan referensi awal sama dengan 1.

Langkah 4 : Untuk tingkat keanggotaan referensi yang sudah ditentukan, diselesaikan

masalah minimax untuk mendapatkan solusi optimal Pareto dan nilai

fungsi keanggotaan.

Langkah 5* : Jika pengambil keputusan merasa puas dengan solusi optimal Pareto,

proses berhenti.Jika tidak, tanyakan kepada pengambil keputusan untuk

memperbaiki nilai referensi dan kembali kelangkah 4.

4. DAFTAR PUSTAKA

[1] Bellman, R.E. and Zadeh, L.A., 1970, Decision-making in a fuzzy environment, *Management Science*, 17, B141-B164.

[2] Edward J. Dudewicz and Satya N. Mishra, 1988, *Modern Mathematical Statistics*, John Wiley.

[3] Kar, Samarjit and Debdulal Panda, 2005, Multi-item stochastic and fuzzy-stochastics inventory models under imprecise goal and chance constraints, *AMO-Advanced Modelling and Optimization*, 7, 1, 155-167.

[4] K.V. Mital, 1976, *Optimization Methods in operation research and systems analysis*, Wiley Eastern Limited, India, 196-205.

[5] Sakawa, Masatoshi, 1993, *Fuzzy sets and interaktif multi-objective optimization*, Plenum Press, New York.

[6] Shoichiro Nakamura, 1991, *Applied Numerical Methods with Software*, Prentice-Hall, 1-4.

[7] Suwarna Hulsurkar, M.P. Biswal and S.B. Sinha, 1997, Fuzzy Programming approach to multi-objective stochastic linear programming problems, *Fuzzy Sets and Systems*, 88, 173-181.

[8] Zimmermann, H.J., 1976, Description and optimization of fuzzy system, *International Journal of General Systems*, 2, 209-215.

Estimasi Parameter Model Regresi Log Gamma Pada Sampel Lengkap Dengan Metode Maksimum Likelihood

Erna Purwatiningsih, Toha Saifudin, Suliyanto
Jurusan Matematika
FMIPA Universitas Airlangga

ABSTRAK

Analisis Data Uji Hidup adalah analisis statistik yang membahas tentang daya tahan hidup suatu benda atau individu dalam keadaan operasional tertentu. Model regresi dan analisisnya juga dapat diterapkan pada data tahan hidup suatu objek tertentu. Pada data tahan hidup, model regresi digunakan untuk menguji keterkaitan dari peubah bebas dengan waktu tahan hidupnya, dimana waktu tahan hidupnya mempunyai distribusi yang bergantung pada peubah bebas. Salah satu diantaranya adalah model regresi log gamma pada sampel lengkap .

Penulisan ini bertujuan untuk memperoleh estimator parameter model regresi Log gamma pada sampel lengkap dengan metode *Maksimum Likelihood Estimator* (MLE). Tujuan dari MLE adalah untuk mencari nilai estimator yang dapat memaksimumkan fungsi Likelihood.

Secara umum bentuk model regresi dari data yang berdistribusi Log gamma adalah . Untuk mengestimasi parameter regresi log gamma pada sampel lengkap dengan MLE dapat diperoleh dengan menyelesaikan sistem persamaan =0, dan = 0.

Metode yang digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan tersebut adalah dengan metode Newton â€“ Raphson melalui *Software* S-Plus.

Kata Kunci : Model Regresi Linier, Sampel Lengkap, Distribusi Log Gamma, *Maksimum Likelihood Estimator* (MLE)

1. Pendahuluan

Analisis Data Uji Hidup adalah analisis statistik yang membahas tentang daya tahan hidup suatu benda atau individu dalam keadaan operasional tertentu. Daya tahan hidup yang diperoleh dari observasi dapat berbentuk data lengkap (complete data) atau data tersensor (censored data) yang umumnya tersensor tipe I atau tersensor tipe II. Data uji hidup berbentuk lengkap jika semua benda atau individu diuji sampai terjadi kematian atau kegagalan. Keuntungan dari cara ini yaitu dapat menghasilkan observasi terurut dari semua komponen yang diuji. Data dikatakan tersensor tipe I jika percobaan dihentikan sampai interval waktu yang telah ditentukan , sedangkan data dikatakan tersensor tipe II jika percobaan dihentikan setelah dari benda atau individu telah mati **(Lawless, 1982)**

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

Model regresi dan analisisnya juga dapat diterapkan pada data tahan hidup suatu objek tertentu. Pada data tahan hidup, model regresi digunakan untuk menguji keterkaitan dari peubah bebas dengan waktu tahan hidupnya, dimana waktu tahan hidupnya mempunyai distribusi yang bergantung pada peubah bebas. Salah satu diantaranya adalah model regresi log gamma pada sampel lengkap .

Model regresi log gamma dapat dituliskan dalam bentuk :

z

dengan , adalah parameter skala, dan z berdistribusi log-gamma dengan Probability Density Function (PDF) :

f(z ; k) = , .

dengan z = .

Pada model regresi log gamma terdapat dua parameter yang akan diestimasi yaitu parameter dan parameter . **(Lawless, 1982)**

2. **Pembahasan**

2.1 Model regresi linier log gamma

Pada data tahan hidup, model regresi digunakan untuk menguji keterkaitan dari peubah bebas dengan waktu tahan hidupnya, dimana waktu tahan hidupnya mempunyai distribusi yang bergantung pada peubah bebas. Salah satu diantaranya adalah model regresi log-gamma pada data uji hidup dengan sampel lengkap.

Untuk menentukan model regresi dari Y = log T langkah pertama adalah menentukan pdf dari . Misalkan T adalah waktu tahan hidup yang bergantung pada variabel regresor x dan diasumsikan mempunyai distribusi gamma dengan parameter skala , parameter bentuk dan derajat bebas dengan pdf

, . (1)

maka Y = log T berdistribusi log gamma dengan parameter lokasi , parameter skala dan derajat bebas . Adapun bentuk pdf dari Y = log T jika diberikan x adalah

, . (2)

Bentuk yang paling sering digunakan untuk adalah = , dimana x = dan =[1]. Sehingga bentuk PDF dari Y = log T jika diberikan dapat ditulis dalam bentuk :

, . (3)

Model Regresi linier log gamma dapat ditentukan dengan menggunakan ekspektasi bersyarat dari oleh dengan berdasarkan pada pdf (3). Ekspektasi bersyarat dari oleh adalah

(4)

dimana merupakan pdf dari distribusi Log Gamma standart maka . Persamaan (4) dapat disederhanakan menjadi :

(5)

dengan adalah vektor berukuran dari peubah tak bebas, adalah matriks berukuran dari peubah bebas, adalah vektor berukuran dari variabel regressor, dan adalah vektor galat. Dengan mengestimasi parameter dan , maka diperoleh persamaan regresi Log Gammanya adalah : .

2.2 Estimasi parameter regresi log gamma dengan metode MLE

Jika berdistribusi identik dan independent dengan pdf (3), maka fungsi *likelihood* untuk sampel tersebut adalah

(6)

Dari persamaan Likelihood (6) maka persamaan log Likelihoodnya adalah sebagai berikut :

(7)

Dalam MLE, setelah diperoleh persamaan log Likelihood, langkah berikutnya adalah perlu menurunkan persamaan (7) terhadap parameternya kemudian menyamadengankan nol sebagai syarat perlu untuk memaksimumkan fungsi log Likelihoodnya.

- ***Turunan Fungsi Log Likelihood terhadap Parameter***

Misalkan merupakan parameter yang berupa vektor berukuran , maka fungsi log Likelihoodnya harus diturunkan terhadap semua elemen vektor parameter . Turunan terhadap dan disamadengankan nol adalah:

= 0, (8)

- ***Turunan Fungsi Log Likelihood terhadap Parameter***

Turunan terhadap dan disamadengankan nol adalah:

= 0 (9)

Berdasarkan hasil penurunan fungsi log *likelihood* terhadap masingâ€“masing parameter dandengan , seperti pada persamaan 8 dan 9 terlihat bahwa persamaannya masih berupa bentuk implisit sehingga untuk mendapatkan nilai estimator parameternya diperlukan pendekatan numerik secara iteratif dengan menggunakan metode Newton â€“ Raphson.

Berdasarkan metode Newton â€“ Raphson, maka hal yang perlu dilakukan adalah mendapatkan turunan kedua dari fungsi log *likelihood* yaitu , dan dengan . Turunan kedua tersebut adalah :

=

= (10)

= (11)

= (12)

Telah diketahui bahwa , maka (10), (11) dan (12) dapat dituliskan sebagai berikut :

= (13)

= (14)

= (15)

2.3 Penerapan program pada kasus data tahan hidup

Contoh kasus untuk waktu tahan hidup, misalnya pada kasus waktu tahan hidup pasien *Myeloma* (kanker tulang). Kasus ini merupakan suatu kasus yang menarik didalam penelitian data uji hidup. Kanker jenis *Myeloma* merupakan penyakit ganas yang berupa tumpukan atau timbunan sel darah putih yang abnormal didalam sumsum tulang. Timbunan sel darah putih yang abnormal didalam tulang ini menyebabkan rasa sakit dan juga pengrusakan atau pengeroposan tulang. Pasien *Myeloma* biasanya juga mengalami *anemia*, *haemorrhages* (pendarahan), infeksi berulang, dan sering lelah. Dari kasus ini, penyusun tertarik untuk membuat model regresi linier dari data tahan hidup pasien *Myeloma* yang mempunyai distribusi Log gamma.

Data waktu tahan hidup pasien *Myeloma* ini diperoleh dari **D. Collet (1994)**. Secara medis penyakit *Myeloma* pada umumnya dipengaruhi oleh usia pasien (*Age*), kadar nitrogen tulang (*BUN*), jumlah serum kalsium (*CA*), kadar hemoglobin (*HB*), persentase sel darah putih dalam tulang (*PC*), dan juga ada tidaknya protein Bence-Jones dalam urine (*BJ*). Sampel terdiri dari 30 pasien *Myeloma*, pasien umumnya berada pada kondisi awal di stadium lanjut (stadium 3-4). Permasalahan yang akan diselesaikan adalah membuat suatu model regresi dari data pasien *Myeloma* dengan tujuan untuk dapat mengetahui seberapa besar pengaruh dari faktor-faktor usia, kadar nitrogen, jumlah kalsium, hemoglobin, sel darah putih, dan ada tidaknya protein Bence-Jones yang terkandung dalam urine terhadap waktu tahan hidup pasien *Myeloma*.

Adapun peubah tak bebas dalam pemodelan regresi ini adalah peubah dengan adalah log dari waktu tahan hidup pasien *Myeloma*, sedangkan peubah bebasnya adalah usia pasien dalam tahun () antara 50 sampai 80 tahun, jenis kelamin pasien dengan 0 = pria, 1 = wanita (), kandungan nitrogen dalam tulang pasien (), jumlah serum kalsium pasien (), kadar hemoglobin pasien (), persentase sel darah putih dalam tulang (), dan ada tidaknya protein Bence â€“ Jones dalam urine dengan 0 = tidak ada, 1 = ada ().

Tabel 1 : Data waktu tahan hidup pasien *Myeloma*

No Pasien	T	Y = Log T	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
1	1	0	1	67	0	165	10	9,4	90	0
2	1	0	1	57	0	20	9	5,1	100	1
3	4	1,38629	1	50	1	172	9	10,1	46	1
4	4	1,38629	1	74	0	48	9	6,5	54	0
5	5	1,60944	1	60	0	13	10	9,7	25	0
6	5	1,60944	1	67	1	26	8	10,4	49	0
7	5	1,60944	1	70	1	130	8	10,2	23	0
8	6	1,79176	1	53	1	15	13	11,4	33	1
9	6	1,79176	1	61	1	11	10	5,1	100	0
10	8	2,07944	1	55	0	53	12	8,2	55	0
11	10	2,30259	1	51	1	12	9	9,6	80	0
12	10	2,30259	1	65	0	20	10	13,2	66	0
13	10	2,30259	1	70	0	37	12	7,5	47	0
14	12	2,48491	1	60	1	6	10	5,5	25	0
15	13	2,56495	1	66	0	25	10	14,6	18	1
16	14	2,63906	1	70	0	40	11	10,6	27	0
17	15	2,70805	1	62	1	21	10	8,8	5	0
18	16	2,77259	1	53	0	17	9	10,0	28	0

19	16	2,77259	1	68	0	39	10	11,2	41	0
20	17	2,83321	1	65	1	28	8	7,5	8	0
21	18	2,89037	1	51	0	12	15	14,4	100	0
22	18	2,89037	1	60	1	18	9	7,5	85	1
23	23	3,13549	1	56	1	20	9	14,6	3	0
24	24	3,17805	1	67	0	10	10	12,4	44	0
25	36	3,58352	1	63	0	40	9	11,0	16	1
26	40	3,68888	1	69	0	10	10	10,2	30	1
27	40	3,68888	1	70	1	14	9	5,0	22	0
28	50	391202	1	74	0	37	13	7,7	11	1
29	51	3,93183	1	60	1	10	10	10,1	45	1
30	65	4,17439	1	59	0	28	9	6,6	66	0
31	66	4,18965	1	52	0	21	10	12,8	11	1
32	88	4,47734	1	63	0	21	9	14,0	42	1
33	91	4,51086	1	58	1	27	11	11,0	26	1

Keterangan :

: Waktu tahan hidup pasien kanker tulang (bulan).

: Log dari waktu tahan hidup pasien kanker tulang.

: 1

: Usia pasien (tahun).

: Jenis kelamin pasien (0=laki-laki, 1=wanita), sebagai variabel dummy (=) .

: Kadar nitrogen dalam tulang (mg).

: Jumlah serum kalsium pasien (mg).

: Kadar hemoglobin pasien (mm/Hg).

: Persentase sel darah putih dalam tulang pasien (%).

: Ada tidaknya protein Bence-Jones dalam urine.

Untuk mengetahui apakah distribusi dari waktu tahan hidup pasien myeloma berdistribusi Gamma dapat diambil hipotesis sebagai berikut :

: Waktu tahan hidup pasien *Myeloma* berdistribusi Gamma.

: Waktu tahan hidup pasien *Myeloma* tidak berdistribusi Gamma.

Untuk menguji hipotesis tersebut digunakan program Statgraph dalam analisanya. Melalui program Statgraph, dengan menggunakan uji Goodness of Fit, maka nilai P-value dari waktu tahan hidup pasien *Myeloma* yang diperoleh adalah 0,536444 > 0.10. Dari tersebut, dapat disimpulkan bahwa waktu tahan hidup pasien *Myeloma* berdistribusi Gamma. nilai P-value

Berdasarkan data yang dapat dilihat pada tabel 1, maka dapat dibuat bentuk model regresi dugaan secara umum untuk waktu tahan hidup pasien *myeloma* yang dapat dituliskan dalam bentuk sebagai berikut :

,

dengan . (16)

Dimana adalah log dari waktu tahan hidup pasien *myeloma* sebagai peubah tak bebas sedangkan peubah bebasnya adalah.

Proses analisa data waktu tahan hidup pasien *Myeloma* dilakukan dengan menggunakan *software* S- Plus. Berdasarkan hasil penerapan program pada data didapatkan nilai awal estimator dengan , sedangkan nilai awal diperoleh dengan cara sebagai berikut :

Diketahui bahwa dengan . Dari uji distribusi gamma dengan menggunakan program Statgraph diperoleh bahwa nilai =0.989381 sehingga dengan mengambil nilai k = 1 untuk mendapatkan nilai awal diperoleh = =1.01073297.

Nilai estimator parameter yang telah diperoleh kemudian dimasukkan kedalam persamaan , hal ini ditujukan untuk mendapatkan nilai galat dari model regresinya. Hipotesis yang digunakan untuk menguji distribusi dari galat adalah :

: Galatnya (z) berdistribusi Log gamma.

: Galatnya (z) tidak berdistribusi Log gamma.

Dari hasil uji galat dengan menggunakan uji satu contoh Kolmogorov Smirnov maka nilai P-value yang diperoleh adalah 0.21932 dengan ,sehingga dapat disimpulkan bahwa galat (z) data tahan hidup pasien *myeloma* berdistribusi Log gamma. Berdasarkan hasil analisis dari contoh kasus data tahan hidup pasien *Myeloma* diatas maka bentuk model regresi dari sampel lengkap pasien *Myeloma* yang berdistribusi Log gamma adalah sebagai berikut :

(17)

Sehingga prediksi waktu tahan hidup pasien *Myeloma* adalah :

(18)

dengan pada persamaan (16).

Melalui *software* S-Plus, diperoleh nilai koefisien determinasi dari persamaan regresi data tahan hidup pasien *Myeloma* adalah 0.47002 atau 47 % dengan MSE sebesar 0.04756.

Berdasarkan persamaan 16 di atas dan dengan menganggap variabel yang lain konstan dapat disimpulkan bahwa setiap penambahan 1 mg serum kalsium dalam tubuh pasien maka tahan hidup pasien dapat meningkat. Setiap peningkatan 1 mm/Hg kadar hemoglobin pasien menyebabkan log waktu tahan hidup pasien juga meningkat dan adanya protein Bence-Jones ternyata juga sangat mempengaruhi peningkatan log waktu tahan hidup pasien *Myeloma*.

3. Kesimpulan

1. Estimator parameter regresi Log gamma pada sampel lengkap dengan MLE dapat diperoleh dengan menggunakan sistem persamaan berikut :

   = 0,

   = 0

2. Bentuk persamaan regresi linier yang didapatkan dari data tahan hidup pasien *Myeloma* adalah :

Daftar Pustaka

Bain, L. J dan Engelhardt, M., 1992, **Introduction to Probability and Mathematical Statistic**, Second Edition, Duxbury Press, A Division of Wadwosh, Inc., California.

Collet, D., 1994, **Modelling Survival Data in Medical Research**, Chapman & Hall, London.

Draper, N.R dan Smith, H., 1992, **Analisis Regresi Terapan**, Edisi kedua, PT Gramedia, Jakarta.

Everitt, S. B., 1994. **A Handbook of Statistical Analysis Using S-Plus**, Chapman & Hall, London.

Greene, W. H., 2000, **Econometric Analysis**, Fourth Edition, New York University, United States of America.

Hogg, R.V dan Craig, A.T,1995, **Introduction to Mathematical Statistics**, Fifth Edition, Prentice-Hall, Inc, New Jersey.

Lawless, J. F, 1982, **Statistical Models and Methods for Lifetime Data**, University of Waterloo, New York.

Sembiring, R. K., 2003, **Analisis Regresi**, Edisi kedua, ITB, Bandung

Aplikasi Estimator *Cubic* Spline dalam Regresi Nonparametrik Multiprediktor dengan Error Lognormal pada Data Pasien *Myeloma* (Kanker Tulang)

Oleh :
Fajar Aulia Rakhman [1], Nur Chamidah [2], Toha Saifudin [2]
[1)] Mahasiswa S1, Jurusan Matematika, FMIPA UNAIR Surabaya
[2)] Staf pengajar, Jurusan Matematika, FMIPA UNAIR Surabaya

ABSTRAK

Diberikan n data pengamatan $\{y_i^*, x_{1i}, ..., x_{di}\}_{i=1}^n$ mengikuti model regresi multiplikatif sebagai berikut :

$$y_i^* = g^*(x_{1i},...,x_{di})\varepsilon_i^*, \qquad ,i = 1,2,...,n \qquad \varepsilon_i^* \sim LN(0,\sigma^2)$$

Model tersebut ditransformasi dengan melogaritmakan basis e sehingga diperoleh model:

$$y_i = g(x_{1i},...,x_{di}) + \varepsilon_i \qquad ,i = 1,2,...,n \qquad \varepsilon_i \sim N(0,\sigma^2)$$

Fungsi g diasumsikan sebagai fungsi aditif sehingga diperoleh model :

$$y_i = \sum_{j=1}^{d} g_j(x_{ji}) + \varepsilon_i \qquad , i = 1,2,...,n$$

Berdasarkan model di atas, fungsi g_j akan diestimasi dengan pendekatan regresi nonparametrik menggunakan Estimator *Cubic* Spline, sehingga didapatkan bentuk estimator fungsi regresi adalah $\hat{g}(x_{1i},...,x_{di}) = \exp(\hat{g}(x_{1i},...,x_{di})) = \exp(\sum_{j=1}^{d} \hat{g}_j(x_{ji}))$

dengan $\hat{g}_k = S_k(y - \sum_{j\neq k} \hat{g}_j)$, $S_k = (I + \alpha_k K_k)^{-1}$, $k = 1,2,...,d$

Kemudian model tersebut akan diaplikasikan pada data pasien Myeloma (kanker jantung)

Kata kunci : Regresi Nonparametrik, Estimator *Cubic* Spline, Distribusi Lognormal.

1. PENDAHULUAN

Distribusi lognormal merupakan distribusi probabilitas dari setiap variabel *random* bilamana log dari variabel *random*nya berdistribusi normal. Fenomena kelognormalan banyak ditemukan di berbagai bidang keilmuan, antara lain data ekologi seperti konsentrasi gizi dan kepadatan penduduk banyak yang berdistribusi lognormal **(Anonim 1, 2006). Ronitua (2002)** menunjukkan bahwa volume waduk Kaskade Citarum yang dipengaruhi curah hujan yang bersifat acak, berdistribusi lognormal. Namun, banyak sekali fenomena kelognormalan dari variabel respon tidak hanya dipengaruhi oleh

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

satu prediktor tetapi lebih dari satu prediktor, antara lain **Kurniawan (1995)** menggunakan rumus redaman ruang bebas sebagai dasar penentuan redaman total, diperoleh bahwa redaman tambahan (redaman ekses) akibat pantulan, difraksi, dan sebagainya menunjukkan bentuk distribusi lognormal. Distribusi lognormal digunakan juga untuk menganalisis keandalan umum dan analisis kekuatan material yang dipengaruhi oleh banyak faktor **(Anonim 2, 2006)**.

Analisis regresi merupakan suatu metode statistika yang digunakan untuk menjelaskan hubungan antara variabel respon dengan variabel prediktornya. Model regresi nonparametrik yang digunakan untuk menghubungkan variabel respon dan d variabel prediktor untuk n pengamatan berbentuk :

$$y_i^* = g^*(x_{1i},...,x_{di}).\varepsilon_i^*, \qquad i = 1,2,...,n \tag{1.1}$$

dengan $\varepsilon_i^* \sim LN(0,\sigma^2)$. Asumsi ε_i^* yang berdistribusi lognormal mengakibatkan nilai $\ln \varepsilon_i^*$ berdistribusi normal, sehingga diperoleh model

$$y_i = g(x_{1i},...,x_{di}) + \varepsilon_i \tag{1.2}$$

dengan

$$y_i = \ln y_i^* \;\;,\quad g(x_{1i},...,x_{di}) = \ln g^*(x_{1i},...,x_{di}) \;\;,\quad \varepsilon_i = \ln \varepsilon_i^* \;;\; \varepsilon_i \sim N(0,\sigma^2)$$

Oleh karena fungsi g diasumsikan sebagai fungsi aditif, maka model (1.3) menjadi

$$y_i = \sum_{j=1}^{d} g_j(x_{ji}) + \varepsilon_i \tag{1.3}$$

Masing-masing fungsi g_j akan diestimasi dengan menggunakan pendekatan estimator *Cubic* Spline. Pada makalah ini, masing-masing fungsi g_j pada model (1.3) akan diestimasi menggunakan estimator *Cubic* Spline dengan parameter penghalus α_j. Model (1.3) akan diaplikasikan pada data pasien *Myeloma* (kanker tulang).

2. Estimator *Cubic* Spline Multiprediktor

Diberikan n data pengamatan $\{\boldsymbol{y}_i^*, \boldsymbol{x}_{1i},..., \boldsymbol{x}_{di}\}_{i=1}^{n}$ mengikuti model regresi multiplikatif sebagai berikut :

$$y_i^* = g^*(x_{1i},...,x_{di})\varepsilon_i^*, \qquad i = 1,2,...,n \tag{2.1}$$

dengan $\varepsilon_i^* \sim LN(0,\sigma^2)$. Karena x_1, x_2, ...,x_d saling bebas maka persamaan (2.1) dapat dituliskan

$$y_i^* = g_1^*(x_{1i}) \cdot g_2^*(x_{2i}) \cdot .... \cdot g_d^*(x_{di})\varepsilon_i^*$$

Asumsi ε_i^* yang berdistribusi lognormal mengakibatkan nilai ln ε_i^* berdistribusi normal, sehingga

$$y_i = g_1(x_{1i}) + g_2(x_{2i}) + ... + g_d(x_{di}) + \varepsilon_i \tag{2.2}$$

dengan

$$y_i = \ln y_i^* \;,\; g_1(x_{1i}) = \ln g_1^*(x_{1i}) \;,\; g_2(x_{2i}) = \ln g_2^*(x_{2i}),$$
$$g_d(x_{di}) = \ln g_d^*(x_{di}) \;,\; \varepsilon_i = \ln \varepsilon_i^* \;;\; \varepsilon_i \sim N\left(0,\sigma^2\right)$$

Oleh karena fungsi g diasumsikan sebagai fungsi aditif, maka model (2.2) menjadi

$$y_i = \sum_{j=1}^{d} g_j\left(x_{ji}\right) + \varepsilon_i \tag{2.3}$$

Fungsi g_j pada persamaan (2.3) yang tidak diketahui bentuknya akan diestimasi dengan menggunakan pendekatan estimator *Cubic* Spline. Fungsi *Cubic* spline untuk *d* prediktor dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$S(g_j) = \sum_{i=1}^{n}(Y_i - \sum_{j=1}^{d} g_j(x_{ji}))^2 + \sum_{j=1}^{d}\alpha_j \int_a^b (g''(x_{ji}))^2\,dx \tag{2.4}$$

Bentuk lain dari persamaan (2.4) adalah :

$$S(\hat{g}_j) = (y - \sum_{j=1}^{d} g_j)^T (y - \sum_{j=1}^{d} g_j) + \sum_{j=1}^{d} \alpha_j g_j^T K_j g_j \tag{2.5}$$

dengan $K = QR^{-1}Q^T$

$$Q_{n\times(n-2)} = \begin{bmatrix} q_{12} & q_{13} & . & . & . & q_{1(n-1)} \\ q_{22} & q_{23} & . & . & . & q_{2(n-1)} \\ . & . & & & & . \\ . & . & & & & . \\ . & . & & & & . \\ q_{n2} & q_{n3} & . & . & . & q_{n(n-1)} \end{bmatrix}$$

keterangan : $h_i = x_{i+1} - x_i$

$q_{j-1,j} = h_{j-1}^{-1}$ $\quad q_{jj} = -h_{j-1}^{-1} - h_j^{-1}$

$q_{j+1,j} = h_j^{-1}$ $\quad q_{ij} = 0$ untuk $|i-j| \geq 2$

$$R_{(n-2)\times(n-2)} = \begin{bmatrix} r_{22} & r_{23} & . & . & . & r_{2(n-1)} \\ r_{32} & r_{33} & . & . & . & r_{3(n-1)} \\ . & . & & & & . \\ . & . & & & & . \\ . & . & & & & . \\ r_{(n-1)2} & r_{(n-1)3} & . & . & . & r_{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix}$$

keterangan : $h_i = x_{i+1} - x_i$

$r_{ii} = \frac{1}{3}(h_{i-1} + h_i)$ untuk i = 2,….,n-1

$r_{i,i+1} = r_{i+1,i} = \frac{1}{6} h_i$ untuk i = 2,….,n-1

$r_{ij} = 0$ untuk $|i-j| \geq 2$

K_j adalah matrik penalti untuk masing-masing prediktor . Turunan pertama persamaan (2.5) terhadap g_j adalah :

$$\hat{g}_k = S_k (y - \sum_{j \neq k} \hat{g}_j) \tag{2.6}$$

dengan S_k adalah matrik penghalus

$$S_k = (I + \alpha_k K_k)^{-1} \tag{2.7}$$

Persamaan (2.6) dengan $k = 1,2,...,d$ dapat dinyatakan dengan sistem persamaan normal $(nd) \times (nd)$ sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} I & S_1 & . & . & . & S_1 \\ S_2 & I & . & . & . & S_2 \\ . & . & & & & . \\ . & . & & & & . \\ . & . & & & & . \\ S_d & S_d & . & . & . & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_{1i} \\ g_{2i} \\ . \\ . \\ . \\ g_{di} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 y \\ S_2 y \\ . \\ . \\ . \\ S_d y \end{bmatrix} \tag{2.8}$$

Misalkan $A = \begin{bmatrix} I & S_1 & . & . & . & S_1 \\ S_2 & I & . & . & . & S_2 \\ . & . & & & & . \\ . & . & & & & . \\ . & . & & & & . \\ S_d & S_d & . & . & . & I \end{bmatrix}$, $g_k = \begin{bmatrix} g_{1i} \\ g_{2i} \\ . \\ . \\ . \\ g_{di} \end{bmatrix}$, $Y = \begin{bmatrix} S_1 y \\ S_2 y \\ . \\ . \\ . \\ S_d y \end{bmatrix}$

Persamaan (2.8) dapat dinyatakan dengan

$$Ag_k = Y \tag{2.9}$$

Dengan demikian $\hat{g}_k$ dapat ditemukan dengan

$$\hat{g}_k = A^{-1}Y \tag{2.10}$$

3. Aplikasi pada Data Pasien *Myeloma* (Kanker Tulang)

Estimator *Cubic* Spline pada regresi nonparametrik multiprediktor dengan error lognormal akan diaplikasikan pada data data pasien *Myeloma* yang diperoleh dari D. Collet (1994) sebanyak 48 pengamatan waktu tahan hidup pasien, usia pasien dalam tahun, kandungan nitrogen dalam tulang pasien, dan jumlah serum kalsium pasien. Untuk mendapatkan estimator model regresi nonparametrik multiprediktor yang menunjukkan seberapa besar pengaruh faktor usia dalam tahun, kandungan nitrogen dalam tulang, dan jumlah serum kalsium terhadap waktu tahan hidup pasien *Myeloma*, maka dibuat program pada *software* S-Plus 2000. Langkah awal yang dilakukan adalah menentukan parameter penghalus (α) masing-masing variabel prediktor dengan kriteria GCV. Setelah mendapatkan nilai parameter penghalus (α_j) optimal, selanjutnya nilai (α_j) akan digunakan untuk menghitung $\hat{g}$. Berdasarkan hasil running program diperoleh nilai R^2 = 0.9453976 dan MSE = 0.06524955. Untuk pasien berusia 60 – 66 tahun, dengan kadar nitrogen dalam tulang 10 – 15 mg dan jumlah serum kalsium yang diberikan sebesar 11.7 – 15 mg, dapat diperoleh model estimasi :

$$\hat{Y} = -7.46x_1^{\ 3} + 6.99x_1^{\ 2} + 11.21x_2^{\ 3} + 1.23x_2^{\ 2} - 1.60x_3^{\ 3} + 0.91x_3^{\ 2} - 0.53x_3 - 3,933$$

Berdasarkan model diatas, dapat disimpulkan bahwa semakin bertambahnya umur dan jumlah serum kalsium yang diberikan akan menurunkan waktu tahan hidup pasien. Sedangkan semakin bertambahnya kadar Nitrogen dalam tulang akan meningkatkan waktu tahan hidup pasien.

DAFTAR PUSTAKA

Anonim1, 2006, *The Lognormal Distribution*, http://limnology.wisc.edu/ (Akses : 2007, Maret)

Anonim2, 2006, *Lognormal Distributions*, http://www.chinarel.com/ (Akses : 2007, Maret)

Collet, D., 1994, *Modelling Survival Data in Medical Research*, First Edition, Chapmann dan Hall, University of Reading, UK.

Green, P.J and Silverman, B. W, 1994, *Nonparametric Regression And Generalized Linear Models*, Chapman & Hall, London

Hall, P. and Opsomer, J.D., 2005, *Theory for Penalized Spline Regression*, Biometrika, 92,1, pp. 105-118.

Kurniawan, A, 1995, *Penentuan Kebutuhan Daya Pancar pada Sistem Telepon Radio Diam dengan Pengukuran Sampel*, Majalah Ilmiah Teknik Elektro ITB, Vol 1, No 2, pp. 20-29, ltrgm.ee.itb.ac.id./~adit/admin/modules/addjurnal/bahan/6.pdf (Akses : 2005, Agustus).

Puji, A.W. and Puspa, P., 2006, *Analisis Pola Hubungan Antara Umur dengan Berat Badan, Tinggi Badan, Lingkar Kepala serta Lengan Balita (Studi Kasus di RSU Haji Surabaya Tahun 2006)*, Jurusan Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, ITS.

Ronitua, M., 2002, *Kajian Fenomena Hurst dan Uji Statistik Debit Input Waduk Kaskade Citarum*, http://digilib.ampl.or,id/ (Akses: 2007, Maret).

Hasil Kali Tensor pada N-grup dan Near-ring

Oleh :
Indah Emilia Wijayanti
Jurusan Matematika FMIPA UGM
Sekip Utara Yogyakarta 55281

Abstrak

Near-ring merupakan struktur yang hampir menyerupai ring, tetapi dengan menghilangkan beberapa aksioma dalam ring, yaitu sebagai grup tidak harus komutatif dan cukup memenuhi distribusi satu sisi saja. Beberapa sifat ring yang berkaitan dengan pembentukan modul dapat diadopsi oleh sebarang near-ring N dengan dibentuknya struktur yang dinamakan N-grup. Beberapa aksioma modul tidak selalu dimiliki oleh N-grup sehingga bersifat lebih umum.

Tulisan ini membahas tentang pembentukan hasil kali tensor dari dua buah N-grup dengan memenuhi syarat tertentu, yaitu N merupakan near-ring distributif, yang idenya berasal dari bahasan hasil kali tensor pada modul. Selain bukti eksistensinya juga akan disajikan beberapa sifat terkait dengan N-homomorfisma pada hasil kali tensor N-grup.

Akhirnya dapat disimpulkan bahwa pembentukan hasil kali tensor dapat dilakukan untuk setiap N-grup-N-grup yang memenuhi sifat tertentu.

Kata-kata kunci : near-ring, N-grup, N-homomorfisma, hasil kali tensor.

I. Pendahuluan

Near-ring merupakan struktur yang hampir menyerupai ring, tetapi dengan menghilangkan beberapa aksioma dalam ring, yaitu sebagai grup aditif tidak harus komutatif dan sifat distributif cukup dipenuhi satu sisi saja.

Untuk sebarang ring dapat didefinisikan sebuah "action" pada suatu grup komutatif yang kemudian membentuk struktur modul atas ring tersebut. Action ini lebih dikenal sebagai pergandaan skalar. Proses ini dapat diadopsi oleh sebarang near-ring N dengan mendefinisikan sebuah "action" pada suatu grup Γ yang tidak harus komutatif. dan membentuk struktur yang dinamakan N-grup. Dalam hal ini beberapa aksioma modul tidak selalu dimiliki oleh N-grup, sehingga N-grup bersifat lebih umum daripada sebuah modul.

Dalam teori modul, salah satu struktur yang banyak dipakai adalah hasil kali tensor dari dua buah modul, antara lain untuk mengkonstruksi aljabar

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

maupun koaljabar dan komodul. Hasil kali tensor juga merupakan salah satu fungtor yang cukup sering dipakai dalam pembahasan bidang aljabar yang menggunakan bahasa kategori.

Pilz (1983), yang merupakan referensi utama tentang near-ring, belum membahas masalah hasil kali tensor pada N-grup dan near-ring. Pada pencarian di berbagai literatur, sejauh yang penulis ketahui, topik ini juga belum dikemukakan oleh para penulis terdahulu.

Berdasarkan kebutuhan akan penggunaan hasil kali tensor pada penelitian-penelitian mendatang, maka tulisan ini membahas tentang pembentukan hasil kali tensor dari dua buah N-grup. Secara garis besar, tujuan pada tulisan ini adalah :

1. mendefinisikan dan membuktikan keberadaan hasil kali tensor dari dua buah N-grup Γ dan Λ;
2. menunjukkan syarat-syarat yang harus dipenuhi baik oleh near-ring N maupun N-grup - N-grup Γ dan Λ agar bisa dilakukan hasil kali tensor antara keduanya;
3. menunjukkan sifat-sifat hasil kali tensor dari dua buah N-grup lebih lanjut, terutama terkait dengan N-homomorfisma, struktur hasil kali tensor itu sendiri dan beberapa kejadian khusus.

Pembahasan hasil kali tensor dalam tulisan ini merupakan batu loncatan untuk penelitian lebih lanjut tentang kategori near-ring serta koaljabar dan komodul atas near-ring.

II. Metode Penelitian

Merunut definisi hasil kali tensor dari dua buah modul di buku Wisbauer (1988), beberapa sifat N-grup maupun near-ring N perlu diperhatikan terlebih dahulu sebelum mendefinisikan hasil kali tensor N-grup.

Oleh karena itu penelitian ini dilakukan dengan tahapan-tahapan sebagai berikut :

1. Mendefinisikan N-homomorfisma linear kiri yang *balanced*, N-grup kiri, N-grup kanan, (N,M)-bigrup , dengan N dan M masing-masing adalah near-ring.
2. Mendefinisikan hasil kali tensor dari N-grup kanan Γ_N dan N-grup kiri ${}_N\Lambda$ serta menunjukkan eksistensinya.
3. Menyelidiki sifat-sifat lanjutan hasil kali tensor yang terkait dengan morfisma.

Hasil penelitian ini adalah sekumpulan pernyataan yang sudah terbukti kebenarannya secara matematis, yang tertuang dalam lemma, proposisi atau teorema.

III. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Sebagai pendukung dasar teori modul, dipergunakan buku karangan Wisbauer (1988) dan (1996).

III.1 Near-ring , *N*-grup dan (*M*,*N*)-bigrup

Dalam bab ini akan dibahas pengertian umum near-ring dan N-grup dengan mengacu pada buku Pilz (1983).

Definisi III.1.1. *Near-ring* N adalah himpunan dengan dua operasi biner + dan • sehingga memenuhi aksioma-aksioma berikut :

a) (*N*, +) adalah grup (tidak harus komutatif),
b) (*N*, •) adalah semigrup, dan
c) untuk setiap $n_1, n_2, n_3 \in N$ berlaku $(n_1 + n_2) \cdot n_3 = n_1 \cdot n_3 + n_2 \cdot n_3$ (hukum distributif kanan) atau $n_1 \cdot (n_2 + n_3) = n_1 \cdot n_2 + n_1 \cdot n_3$ (hukum distributif kiri).

Untuk selanjutnya, near-ring yang hanya memenuhi hukum distributif kanan (kiri) disebut dengan *near-ring kanan (kiri).* Sedangkan near-ring kiri yang sekaligus near-ring kanan biasanya sering disebut sebagai *near-ring* saja.

Tentu saja sebuah ring selalu merupakan near-ring. Adapun contoh near-ring yang bukan ring adalah himpunan semua fungsi dari grup G ke dirinya sendiri terhadap operasi aditif biasa dan komposisi fungsi.

Beberapa terminologi dalam ring, seperti identitas kiri (kanan), elemen yang mempunyai invers kiri (kanan), elemen yang dapat dilakukan kanselasi kiri (kanan), pembagi nol kiri (kanan), idempoten dan nilpoten, dalam near-ring mempunyai definisi yang sama. Walaupun secara umum dalam near-ring berlaku $0n = 0$ dan $(-n)n' = -nn'$ untuk sebarang n dan n' dalam N, tetapi tidak selalu berlaku sebaliknya, yaitu $n0 = 0$ dan $n(-n') = -nn'$. Sebagai contoh, untuk suatu grup Γ yang tidak harus abelian, $M(\Gamma) = \{f : \Gamma \to \Gamma \mid \text{f fungsi}\}$ terhadap operasi aditif biasa dan komposisi fungsi merupakan near-ring. Pada $M(\Gamma)$ ini, tidak berlaku $f \circ 0 = 0$ dan $f \circ (-f') = -f \circ f'$.

Definisi III.1.2 Diberikan grup $(\Gamma,+)$ dengan elemen satuan 0 dan pengaitan $\mu : N \times \Gamma \to \Gamma, \mu(n,\gamma) = n\gamma$. Selanjutnya (Γ,μ) disebut N*-grup kiri* atau *near-modul kiri atas* N jika untuk setiap $\gamma \in \Gamma$ dan untuk setiap $n,n' \in N$ berlaku :

$$(n+n')\gamma = n\gamma + n'\gamma \text{ dan } (nn')\gamma = n(n'\gamma)$$

Secara sama dapat didefinisikan N*-grup kanan* dengan mendefinisikan pergandaan skalar dengan sebuah near-ring kiri dengan konsekuensi sifat distributifnya adalah distributif kiri.

Dari sebuah near-ring N secara natural dapat dibentuk sebuah N-grup terhadap operasi aditif. Sebuah modul kiri M atas ring R juga merupakan R-

grup. Jika Γ suatu grup, maka Γ merupakan $M(\Gamma)$-grup dengan pergandaan skalar $\mu : M(\Gamma)\times\Gamma \to \Gamma$, yaitu $(f,\gamma) = f(\gamma)$.

Definisi III.1.3 Diketahui suatu near-ring N dan N-grup Γ.

1. Subhimpunan $N' \subseteq N$ disebut subnear-ring jika $N'N' \subseteq N$.
2. Subhimpunan $\Gamma' \subseteq \Gamma$ disebut N-subgrup jika $N\Gamma' \subseteq \Gamma'$.

Definisi berikut tentang morfisma antara dua near-ring maupun dua N-grup.

Definisi III.1.4 Jika N dan N' adalah dua near-ring, ${}_N\Gamma$ dan ${}_N\Gamma'$ masing-masing adalah N-grup, maka :

1.fungsi $h : N \to N'$ disebut *homomorfisma near-ring* jika untuk setiap $m,n \in N$ berlaku $h(m+n) = h(m)+h(n)$ dan $h(mn) = h(m)h(n)$.

2. fungsi $h : {}_N\Gamma \to {}_N\Gamma'$ disebut *N-homomorfisma* jika untuk setiap $\gamma,\delta \in {}_N\Gamma$ dan untuk

setiap $n \in N$ berlaku $h(\gamma+\delta) = h(\gamma)+h(\delta)$ dan $h(n\gamma) = nh(\gamma)$.

Beberapa istilah yang sudah dikenal sebelumnya, misanya $Ker\, h$, $Im\, h$, epimor-fisma dan monomorfisma sejalan dengan pengertian pada teori modul.

Proposisi III.1.5 (Teorema Utama Homomorfisma *N*-grup) Jika Γ dan Λ adalah N-grup dengan N adalah near-ring, $f : \Gamma \to \Lambda$ adalah *N*-homomorfisma, Γ' adalah N-subgrup yang termuat dalam $Ker\, f$, maka terdapat dengan tunggal *N*-homomorfisma $\tilde{f} : \Gamma/\Gamma' \to \Lambda$ sehingga $f = \tilde{f} \circ p$, dengan $p : \Gamma \to \Gamma/\Gamma'$ adalah proyeksi kanonik.

Bukti : Dengan mudah dapat dibuktikan bahwa Γ/Γ' adalah N-grup (yang kemudian dikenal sebagai N-grup faktor) dan $p:\Gamma \to \Gamma/\Gamma'$ adalah N-homomorfisma. Kemudian didefinisikan N-homomorfisma $\tilde{f}:\Gamma/\Gamma' \to \Lambda$, dengan $\tilde{f}(\gamma+\Gamma') := f(\gamma)$. Untuk sebarang $\gamma \in \Gamma$ berlaku $(\tilde{f} \circ p)\gamma = \tilde{f}(p(\gamma)) = \tilde{f}(\gamma+\Gamma') = f(\gamma)$. Jika ada N-homomorfisma $\tilde{f}_1:\Gamma/\Gamma' \to \Lambda$ yang lain, dengan definisi $\tilde{f}_1(\gamma+\Gamma') := f(\gamma)$, maka untuk setiap $\gamma+\Gamma' \in \Gamma/\Gamma'$ berlaku

$\tilde{f}_1(\gamma+\Gamma') = f(\gamma) = \tilde{f}(\gamma+\Gamma')$. Jadi ketunggalannya terbukti. □

Selanjutnya dengan mengikuti fenomena pada teori modul, yaitu terbentuknya struktur bimodul, maka pada N-grup juga bisa didefinisikan hal serupa.

Definisi III.1.4 Diberikan near-ring kanan N dan near-ring kiri M serta grup $(\Gamma,+)$ dengan elemen satuan 0. Kemudian didefinisikan pengaitan

$$\mu_1 : N \times \Gamma \to \Gamma, \mu_1(n,\gamma) = n\gamma \text{ dan } \mu_2 : \Gamma \times M \to \Gamma, \mu_2(\gamma,m) = \gamma m .$$

Selanjutnya Γ disebut (N,M)-*bigrup* jika Γ merupakan N-grup kiri dan sekaligus M-grup kanan, dan untuk setiap $\gamma \in \Gamma$, $n \in N$ dan $m \in M$ berlaku $n(\gamma m) = (n\gamma)m$.

Untuk suatu N-grup kiri Γ dapat dibentuk near-ring kiri berikut :

$$H(\Gamma) = \{ f : \Gamma \to \Gamma \mid f \text{ adalah } N-\text{homomorfisma} \}$$

yang berakibat Γ dapat dipandang sebagai $H(\Gamma)$-grup kanan. Adapun pergandaan skalarnya adalah : $\Gamma \times H(\Gamma) \to \Gamma, (\gamma, f) = (\gamma)f$ yang dapat dibuktikan memenuhi aksioma yang harus dipenuhi sebuah $H(\Gamma)$-grup kanan. Untuk setiap $\gamma \in \Gamma$, $n \in N$ dan $f \in H(\Gamma)$ berlaku $n(\gamma f) = (n\gamma)f$. Jadi Γ merupakan $(N,H(\Gamma))$-bigrup.

III.2 Hasil Kali Tensor *N*-Grup

Pada bagian ini akan dibahas definisi dan eksistensi hasil kali tensor dua buah N-grup. Sebagai pendahuluannya akan diberikan definisi pemetaan linear kiri yang *balanced*. Diketahui M adalah near-ring kanan, K adalah near-ring kiri dan N adalah near-ring kiri dan kanan, ${}_M\Gamma_N$ adalah (M,N)-bigrup dan ${}_N\Lambda_K$ adalah (N,K)-bigrup. Pemetaan linear kiri $f:\Gamma\times\Lambda\to G$, dengan G suatu grup, disebut *balanced* (seimbang) jika $f(\gamma n,\lambda)=f(\gamma,n\lambda)$ untuk setiap $\gamma\in\Gamma$, $\lambda\in\Lambda$ dan $n\in N$.

Dengan masih menggunakan ketentuan-ketentuan tersebut, hasil kali tensor dua buah N-grup didefinisikan sebagai berikut.

Definisi III.2.1 Diketahui suatu grup T dan pemetaan linear kiri yang seimbang $\tau:\Gamma\times\Lambda\to T$. Pasangan (T,τ) disebut *hasil kali tensor kiri* Γ dan Λ jika untuk setiap pemetaan linear kiri seimbang $f:\Gamma\times\Lambda\to G$, dengan G suatu grup, dapat difaktorkan dengan tunggal oleh τ.

Selanjutnya dibuktikan eksistensi hasil kali tensor dua buah N-grup. Terhadap Γ dan Λ dibentuk hasil tambah langsung keluarga □-grup $\left\{□_{(\gamma,\lambda)}\right\}_{\Gamma\times\Lambda}$ dengan $□_{(\gamma,\lambda)}\cong □$ yang dinyatakan sebagai $F=\oplus_{\Gamma\times\Lambda}□_{(\gamma,\lambda)}\cong □^{(\Gamma\times\Lambda)}$. Dari pembentukan □-grup tersebut terdapat basis kanonik $\left\{f_{(\gamma,\lambda)}\right\}_{(\Gamma\times\Lambda)}$. Untuk kemudahan penulisan, selanjutnya dinotasikan $f_{(\gamma,\lambda)}:=[\gamma,\lambda]$. Misalkan L adalah □-grup F yang dibangun oleh himpunan

$$\{\,[\gamma_1+\gamma_2,\lambda]\text{-}[\gamma_1,\lambda]\text{-}[\gamma_2,\lambda],\ [\gamma n,\lambda]-[\gamma,n\lambda]\,\},$$

dengan $\gamma_1,\gamma_2,\gamma,\ \in\Gamma,\ \lambda\in\Lambda, n\in N$. Kemudian □-grup faktor F/L dinyatakan sebagai $\Gamma\otimes_N\Lambda$ dan didefinisikan pemetaan $\tau:\Gamma\times\Lambda\to\Gamma\otimes_N\Lambda$, dengan definisi

$$\tau(\gamma,\lambda)=\gamma\otimes\lambda:=[\gamma,\lambda]+L\ .$$

Sesuai dengan definisi L, maka dapat ditunjukkan bahwa τ merupakan pemetaan linear kiri yang seimbang. Jika $\beta : \Gamma \times \Lambda \to G$ suatu pemetaan linear kiri yang seimbang, maka dibentuk □ -homomorfisma $\tilde{\beta} : F \to G$ dengan bentuk pengaitan $\tilde{\beta}[\gamma,\lambda] := \beta(\gamma,\lambda)$, sehingga berlaku $L \subseteq Ker\, \tilde{\beta}$. Kemudian $\tilde{\beta}$ dapat difaktorkan oleh τ dan diperoleh diagram komutatif :

$$\begin{tikzcd} & \Gamma \times \Lambda \arrow[dl, "\tau"'] \arrow[dr, "\beta"] & \\ \Gamma \otimes_N \Lambda \arrow[rr, "\tilde{\beta}"'] & & G \end{tikzcd}$$

Jika M adalah near-ring kanan, K adalah near-ring kiri, N adalah near-ring kiri dan kanan, ${}_M\Gamma_N$ adalah (M,N)-bigrup dan ${}_N\Lambda_K$ adalah (N,K)-bigrup, maka dapat dibuktikan bahwa $\Gamma \otimes_N \Lambda$ merupakan M-grup kiri dan sekaligus K-grup kanan. Lebih lanjut, $\Gamma \otimes_N \Lambda$ merupakan (M,K)-bigrup karena untuk setiap $\gamma \in \Gamma$, $\lambda \in \Lambda$, $m \in M$ dan $k \in K$ dipenuhi $m(\gamma \otimes \lambda k) = (m\gamma \otimes \lambda)k$.

Proposisi III.2.2 Jika $f : \Gamma_1 \to \Gamma_2$, $g : \Lambda_1 \to \Lambda_2$ masing-masing N-homomorfisma, maka terdapat pemetaan linear : $f \otimes g : \Gamma_1 \otimes \Lambda_1 \to \Gamma_2 \otimes \Lambda_2$ dengan definisi :

$$(f \otimes g)(\gamma \otimes \lambda) := f(\gamma) \otimes g(\lambda), \text{ untuk } \gamma \in \Gamma_1, \lambda \in \Lambda_1.$$

Bukti : Untuk membuktikan pernyataan berikut, didefinisikan pemetaan :

$$f \times g : \Gamma_1 \times \Lambda_1 \to \Gamma_2 \otimes \Lambda_2,\ (f \times g)(\gamma \times \lambda) = f(\gamma) \otimes g(\lambda) \text{ untuk } \gamma \in \Gamma_1, \lambda \in \Lambda_1.$$

Pemetaan ini □ -linear kiri dan juga seimbang karena

$$f(\gamma n) \otimes g(\lambda) = f(\gamma) \otimes g(n\lambda)$$

untuk sebarang $n \in N$. Akibatnya $f \times g$ difaktorkan oleh τ, sehingga pernyataan terbukti. ☐

Lemma III.2.3 Diketahui suatu near-ring N.

1. Jika Γ adalah N-grup kiri, maka untuk setiap $\gamma \in \Gamma$ berlaku $0_N.\gamma = 0_\Gamma$.
2. Jika Γ adalah N-grup kanan, maka untuk setiap $\gamma \in \Gamma$ berlaku $\gamma.0_N = 0_\Gamma$.
3. Untuk setiap $\lambda \in \Lambda$ berlaku $0_N \otimes \lambda = 0$.

Bukti : Akan dibuktikan pernyataan pertama saja, untuk pernyataan kedua pembuktian sejalan. Ambil $\gamma \in \Gamma$ dan $n \in N$, kemudian $0_N.\gamma = (n-n)\gamma = (n\gamma - n\gamma) = 0_\Gamma$.

Untuk pernyataan ketiga dibuktikan sebagai berikut. Ambil $\lambda \in \Lambda$ dan $n \in N$, kemudian diperoleh $0_N \otimes \lambda = (n-n) \otimes \lambda = n \otimes \lambda - n \otimes \lambda = 0$. ☐

Sifat-sifat yang terkait dengan hasil kali tensor N-homomorfisma antara lain :

Proposisi III.2.4 Diketahui N adalah near-ring kanan, Γ adalah N-grup kanan, Λ adalah N-grup kiri, $f : \Gamma \to \Gamma, g : \Lambda \to \Lambda$ masing-masing adalah N-homomorfisma, maka :

1. $id_\Gamma \otimes id_\Lambda = id_{\Gamma \otimes \Lambda}$
2. $f \otimes 0 = 0 \otimes g = 0$
3. jika $f' : \Gamma_1 \to \Gamma_2$ dan $g' : \Lambda_1 \to \Lambda_2$ adalah N-homomorfisma-N-homomorfisma,

   maka komposisi $(f' \otimes g')(f \otimes g) = f'f \otimes g'g$.

Bukti : Dapat dibuktikan secara trivial. ☐

Proposisi III.2.5 Jika N adalah near-ring kanan (kiri) yang mempunyai elemen satuan kiri 1_N dan Γ adalah N-grup kiri (kanan), maka $N \otimes_N \Gamma \cong \Gamma$ ($\Gamma \otimes_N N \cong \Gamma$).

Bukti : Cukup dibuktikan satu keadaan saja. Perhatikan pemetaan surjektif berikut $\mu : N \otimes_N \Gamma \to N\Gamma, \mu(\sum n_i \otimes \gamma_i) := \sum n_i \gamma_i$ untuk setiap $n_i \in N, \gamma_i \in \Gamma$. Pemetaan tersebut ada karena pemetaan seimbang kiri berikut terdefinisi $N \times \Gamma \to N\Gamma, (n,\gamma) := n\gamma$, untuk setiap $n \in N, \gamma \in \Gamma$. Karena N adalah near-ring kanan yang mempunyai elemen satuan kiri 1_N maka $N\Gamma = \Gamma$. Selanjutnya, akan ditunjukkan bahwa μ adalah injektif. Perhatikan bahwa $0 = \sum n_i \gamma_i$ berakibat

$$\sum (n_i \otimes \gamma_i) = \sum 1_N \otimes n_i \gamma_i = 1_N \otimes \sum n_i \gamma_i = 0.$$

Jadi terbukti $N \otimes \Gamma \cong \Gamma$. □

C. Simpulan

1. Dapat dikonstruksi hasil kali tensor pada dua N-grup, dengan beberapa persyaratan.
2. Beberapa sifat yang dijumpai dalam teori modul bisa ditransfer di sini, misalnya struktur hasil kali tensor, sifat-sifat hasil kali tensor N-homomorfisma, hasil kali tensor N-grup dengan near-ringnya.

D. Daftar Pustaka

1. Pilz,G., Near-rings the Theory and its Applications, North-Holland Published Co., Amsterdam.

2. Wisbauer, R., 1988, *Grundlagen der Modul- und Ringtheorie*, Verlag Reinhard Fischer, Muenchen.

3. Wisbauer, R., 1996, *Modules and Algebras : bimodule structure and group actions on algebras,* Addison Wesley Longman Ltd., Essex.

Metode Bayesian Information Criterion Untuk Model Regresi Polinomial

Oleh
Hery Tri Sutanto
Jurusan Matemátika
FMIPA UNESA Surabaya

ABSTRAK

Jika Y variabel respon dan x variabel bebas maka model regresi polinomial order j (M_j) adalah: $Y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + ... + \beta_j x^j + \varepsilon, \quad 0 < j \le d$
Dalam pemilihan model polinomial terbaik dari data machina setting yang digunakan dengan banyaknya consumption energy yang dihabiskan, dengan menggunakan metode *Bayesian Information Criterion* (BIC) untuk menentukan loglikelihood dan banyaknya parameter untuk setiap model polinomial sehingga nilai *Bayes Factor* ditentukan. .

Untuk metode Bayesoian Information Criterion terlihat bahwa model polinomial orderr 4 paling mewakili data dibandingkan model polinomial order 0,1,2, 3 atau 5.
Kata kunci: Model polinomial, *Bayes Facto,, Bayesian. Information Criterion*

1. Pendahuluan

Analisa regresi merupakan metode statistik yang digunakan untuk analisis data. Analisis regresi adalah suatu metodologi untuk mengetahui pengaruh antara informasi yang diberikan (variabel bebas) dengan variabel yang diperhatikan (dependent/respon*).* Dalam penelitian ini variabel respon merupakan fungsi polinomial dari variabel bebas. Sedangkan permasalahan utamanya, adalah untuk menentukan order yang optimal dari polinomial tersebut.

Jika Y merupakan variabel respon dan x variabel bebas maka model regresi polinomial berorder j (M_j) adalah

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \beta_3 x^3 + ... + \beta_j x^j + \varepsilon, \quad 0 < j \le d \tag{1}$$

Jika diambil sampel sebanyak *n,* maka model untuk setiap observasi adalah

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2 + \beta_3 x_i^3 + ... + \beta_j x_i^j + \varepsilon_i, \qquad i = 1,2,...,n \tag{2}$$

dengan asumsi $\varepsilon_i \sim$ IID N$(0, \sigma^2)$, maka model pada (1.2) dapat dituliskan menjadi

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

$$\tilde{Y} = X_j \tilde{\beta}_j + \tilde{\varepsilon} \tag{3}$$

dengan $\tilde{Y} = [Y_1\ Y_2 \ldots Y_n]^T$, $\tilde{\beta}_j = \left[\beta_0\ \beta_1\ \beta_2 \ldots \beta_j\right]^T$, $X_j = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^j \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \cdots & x_2^j \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \cdots & x_n^j \end{bmatrix}$

$\tilde{\varepsilon} = \left[\varepsilon_1\ \varepsilon_2 \ldots \varepsilon_n\right]^T$

Untuk mencari model terbaik dapat digunakan seleksi *forward* atau seleksi *backward* yang melibatkan statistik uji t untuk menguji koefisien dari polinomial berorder tinggi. Sedangkan untuk seleksi model dengan kriteria order yang ditentukan telah dikemukakan oleh Akaike (1973). Jika seleksi Model dilakukan dengan pendekatan Bayesian ada dua pilihan, yang pertama menentukan order polinomial yang merupakan *Bayes factor* dan kedua dengan pendekatan asimtotik pada model probabilitas posterior seperti kriteria Schwarz (1978), dan Guttman (1998).

Untuk membandingkan model regresi polinomial order ke j dengan model regresi polinomial order ke $j+1$ dapat menggunakan statistik uji F.

Jika $P(M_j)$ merupakan probabilitas prior dan $P\left(M_j \mid Y\right)$ merupakan probabilitas posterior untuk model M_j maka

$$P(M_j \mid Y) = \frac{P(Y \mid M_j)P(M_j)}{\sum_{j=1}^{d} P(Y \mid M_j)P(M_j)} \tag{.4}$$

dengan $P\left(Y \mid M_j\right)$ merupakan fungsi likelihood dari data sampel.

Pengembangan *Bayes factor* akhirnya mengarah pada penemuan Metode Bayesian Information *Criterion* (*BIC).* Schwarz (1978) menemukan *Bayesian Information Criterion* (*BIC)* pada perhitungan nilai *Bayes Factor* dengan cara menghitung fungsi likelihood dan dimensi (banyaknya parameter) dari kedua model terlebih dahulu. Ketiga metode *Bayes Factor* diatas digunakan oleh Guttman,

.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, maka permasalahan yang akan diajukan dalam penelitian ini adalah:

Bagaimana penentuan *Bayes Factor* dari model dengan Metode *Bayesian Information Criterion* dapat memfasilitasi dalam pemilihan model terbaik dari permasalahan hubungan *machine setting* digunakan dengan banyaknya *energy consumption* yang dihabiskan ?

3.Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang dipaparkan diatas, maka tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah:

Mengkaji penentuan *Bayes Factor* dari model dengan Metode Bayesian *Information Criterion* dapat memfasilitasi dalam pemilihan model terbaik dari permasalahan hubungan *machine setting* yang digunakan dengan banyaknya e*nergy consumption* yang dihabiskan .

4.Manfaat Penelitian

Manfaat yang ingin dicapai dari hasil penelitian ini adalah meningkatkan wawasan keilmuwan, khususnya yang berkaitan dengan *Bayesian*,

5. Metode Bayesian Information Criterion

Bukti kinerja Bayesian untuk menguji hipotesis menggunakan *Bayes factor* untuk menghitung *evidence* model hipotesis terhadap alternatifnya telah ditunjukkan oleh Kass dan Raftery (1995). Sedangkan Schwarz (1978) menurunkan BIC (*Bayesian Information Criterion*) yang merupakan pendekatan suatu sampel besar dengan jumlah dua kali logaritma *Bayes factor* Untuk suatu model M_j dengan parameter yang berdimensi m_j dan vektor θ_i, maka BIC dapat dituliskan sebagai berikut:

$$BIC = -2\left\{\ell_j\left(\theta_j\right) - \ell_0\left(\theta_0\right)\right\} + \left(m_j - m_0\right)\log(n), \qquad (5)$$

dengan:

$\ell_j\left(\theta_j\right)=$ Maximum likelihood di bawah model M_j yang parameternya berdimesi m_j

$\ell_0\left(\theta_0\right)=$ Maximum likelihood di bawah model pembanding M_0 yang parameternya mempunyai dimensi m_0 dan ukuran sampel n.

Bila model M_0 *nested* dengan model M_j, maka: $2\left\{\ell_j\left(\theta_j\right)-\ell_0\left(\theta_0\right)\right\}$ merupakan statistik LRT (*Likelihood Ratio Test*) baku untuk menguji M_0 terhadap alternatifnya M_j, dan $\left(m_j-m_0\right)$ merupakan besarnya derajat bebas.

Suatu pendekatan alternatif untuk menghitung probabilitas posterior $p\left(M_j|D\right)$ dapat dilakukan dengan menggunakan pendekatan *BIC*. Kriteria Schwarz untuk model M_i didefinisikan sebagai berikut:

$$S\left(M_i\right)=\ln p_i\left(y\middle|\hat{\theta}_i\right)-\frac{1}{2}d_i\ln n \tag{6}$$

dimana $\hat{\theta}_i$ merupakan estimator maximum likelihood untuk parameter θ_i pada model M_i, dan d_i merupakan dimensi dari parameter θ_i.

BIC dari model M_i adalah $BIC\left(M_i\right)=-2S\left(M_i\right)$

Kass dan Raftery (1995) menghasilkan pendekatan *Bayes factor*, sebagai berikut:

$$B_{ij}^{BIC}=\exp\left(S\left(M_i\right)-S\left(M_j\right)\right) \tag{7}$$

$$=\frac{\exp\left(\ln p_i\left(y\middle|\hat{\theta}_i\right)-\frac{1}{2}d_i\ln n\right)}{\exp\left(\ln p_j\left(y\middle|\hat{\theta}_j\right)-\frac{1}{2}d_j\ln n\right)}$$

$$=\frac{p_i\left(y\mid\hat{\theta}_i\right)\ n^{-\frac{d_i}{2}}}{p_j\left(y\mid\hat{\theta}_j\right)\ n^{-\frac{d_j}{2}}} \tag{8}$$

Karena $\hat{\theta}_j$ merupakan estimator MLE dari parameter $\left(\beta_j,\sigma\right)$ maka

$$p_j\left(y\middle|\hat{\theta}_j\right)=\left(2\pi\right)^{-n/2}\left(\frac{R_j}{n}\right)^{-n/2}e^{-n/2} \tag{9}$$

Sehingga persamaan (2.20) menjadi

$$B_{ij}^{BIC} = \left(\frac{R_i}{R_j}\right)^{-n/2} (n)^{-\left(\frac{d_i - d_j}{2}\right)} \quad (10)$$

dengan d_i = banyaknya parameter pada model M_i

d_j = banyaknya parameter pada model M_j

Karena $d_i = i+1$ dan $d_j = j+1$ maka persamaan (10) menjadi

$$B_{ij}^{BIC} = \left(\frac{R_i}{R_j}\right)^{-n/2} (n)^{-\left(\frac{i-j}{2}\right)} \quad (11)$$

Secara ringkas Metode *Bayesian Information Criterion* dapat dituliskan sebagai tahapan proses seperti pada Algoritma 1 dibawah ini.

Algoritma 1: Menentukan *Bayes Factor* dengan metode *Bayesian Information Criterion*

Tahap 1 : Hitung $S(M_i)$

Tahap 2. Hitung BIC

Tahap 3. Hitung *Bayes Factor*

6. Pemilihan Model Bayesian

Andaikan terdapat *k* model $M_1, M_2, \ldots, M_k$ yang diperhatikan. Setiap model terdiri dari suatu kumpulan densitas probabilitas suatu variabel random *Y*

$$M_j = \left\{ p_{\theta_j}(y); \theta_j \in \Omega_j \right\} \quad (12)$$

dengan parameter θ_j tidak diketahui dalam model ke-*j* dalam ruang parameter Ω_j, $p_{\theta_j}(y)$ merupakan fungsi densitas probabilitas untuk *y* yang tergantung pada parameter θ_j

Fungsi Likelihood untuk model M_j adalah:

$$L_j(\theta_j) = \prod_{i=1}^{n} p_{\theta_j}(Y_j) \quad (13)$$

dengan menggunakan metode maksimum likelihood untuk memperoleh estimator $\hat{\theta}_j$ dari θ_j. Dalam penelitian ini diasumsikan $P(M_j) = \frac{1}{k}$ untuk $j = 1, 2, \ldots, k$ Untuk setiap model digunakan prior khusus $p_j(\theta_j)$ untuk parameter θ_j. Posterior untuk M_j mudah dihitung dari Teorema Bayes sebagai berikut:

$$P(M_j \mid Y^n = y^n) = \frac{P(y^n \mid M_j)P(M_j)}{\sum_{j=1}^{d} P(y^n \mid M_j)P(M_j)} \qquad (14)$$

Kita tentukan $P(y^n \mid M_j) = \int P_{\Theta j}(y^n) P_j(\Theta_j)\, d\Theta_j$ dan $P(M_j) = \frac{1}{k}$ untuk setiap model dan $p_{\theta j}\left(y^n\right) = L_j\left(\theta_j\right)$.

$$P(M_j \mid Y^n = y^n) = \frac{m_j}{\sum_{j=1}^{d} m_j} \text{dimana } m_i = \int L_j(\theta_j)\, p_j\left(\theta_j\right) d\theta_j \qquad (15)$$

Bayes Factor untuk M_i versus M_j didefinisikan:

$$B_{ij} = \frac{P(M_i \mid Y^n = y^n)}{P(M_j \mid Y^n = y^n)} = \frac{m_i}{m_j} \qquad (16)$$

Untuk interpretasi *Bayes factor* diberikan skala Jeffreys dalam Tabel 1.

Tabel 1. *Jeffreys Scale of Evidence for Bayes Factors*

Bayes Faktor	Interpretasi
$B_{ij} < 1/10$	*Strong evidence untuk* M_j
$1/10 < B_{ij} < 1/3$	*Moderate evidence untuk* M_j
$1/3 < B_{ij} < 1$	*Weak evidence untuk* M_j
$1 < B_{ij} < 3$	*Weak evidence untuk* M_i
$3 < B_{ij} < 10$	*Moderate evidence untuk* M_i
$B_{ij} > 10$	*Strong evidence untuk* M_i

Sumber: Larry Waserman, 2000. Bayesian Model Selection and Model Averaging Carnegie Mellon University

7. Pembahasan

Pada penelitian ini data yang digunakan adalah *machine setting* yang digunakan dengan banyaknya *energy consumption* yang dihabiskan yang terdapat dalam file data Exh-regr.MTW yang tersedia pada program minitab yang terlihat pada Tabel 2

Tabel 2 Data *machine setting* yang digunakan dan banyaknya *energy consumption* yang dihabiskan

Obs	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Mes	**11,15**	**15,7**	**18,9**	**19,4**	**21,4**	**21,7**	**25,3**	**26,4**	**26,7**	**29,1**
kons	**21,6**	**4**	**1,8**	**1**	**1**	**0,8**	**3,8**	**7,8**	**4,3**	**36,2**

Keterangan:

mes = *machine setting* yang digunakan

kons = banyaknya *energy consumption* yang dihabiskan

Jika diambil sampel sebanyak n, maka model untuk setiap observasi adalah $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2 + \beta_3 x_i^3 + ... + \beta_j x_i^j + \varepsilon_i, \quad i = 1,2,...,n$

dengan asumsi $\varepsilon_i \sim$ IID N$(0, \sigma^2)$, maka dapat diuraikan:

$$Y_1 = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_1^2 + ... + \beta_j x_1^j + \varepsilon_1$$

$$Y_2 = \beta_0 + \beta_1 x_2 + \beta_2 x_2^2 + ... + \beta_j x_2^j + \varepsilon_2$$

$$Y_3 = \beta_0 + \beta_1 x_3 + \beta_2 x_3^2 + ... + \beta_j x_3^j + \varepsilon_3$$

....

$$Y_n = \beta_0 + \beta_1 x_n + \beta_2 x_n^2 + ... + \beta_j x_n^j + \varepsilon_n$$

$\varepsilon_i \sim$ IID N$(0, \sigma^2)$ yang mempunyai arti bahwa ε_i dengan fungsi densitas

$$f(\varepsilon_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\ \frac{\varepsilon_i^2}{\sigma^2}\right]$$

dengan $\mathrm{var}(\varepsilon_i)$ = σ², cov (εi,εi*) = 0 , i ≠ i* , i=1,2,...,n

Karena $\varepsilon_i = Y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2 + \beta_3 x_i^3 + ... + \beta_j x_i^j)$ *untuk* $i = 1,2,...,n$

maka y_i *berdistribusi* $N(\beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2 + ... + \beta_j x_i^j, \sigma^2)$ sehingga:

$$f(y_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i - \beta_2 x_i^2 - ... - \beta_j x_i^j}{\sigma}\right)^2\right], \text{ i=1,2,...,n}$$

Jika $\tilde{Y} = (y_1 \ \ y_2 ... y_n)^T$ maka

$$f(\tilde{Y}) = \frac{1}{\left(\sqrt{2\pi}\right)^n \ \sqrt{|\sigma^2 I_n|}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\tilde{Y} - X_j \tilde{\beta}_j\right)^T \left(\sigma^2 I_n\right)^{-1} \left(\tilde{Y} - X_j \tilde{\beta}_j\right)\right]$$

$$Var(\tilde{Y}) = \sigma^2 I_n$$

Kemudian mencari fungsi likelihod

$$L\left(\theta_j \mid \tilde{Y}\right) = L\left((\hat{\beta}_j, \sigma^2) \mid \tilde{Y}\right) = f(y_1)\ \ f(y_2) \ldots f(y_n)$$

$$= \prod_{i=1}^{n} f(y_i)$$

$$= \left(2\pi\sigma^2\right)^{-\frac{n}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\tilde{Y} - \hat{\tilde{Y}} + \hat{\tilde{Y}} - X_j\tilde{\beta}_j\right)^T (\sigma^2 I)^{-1} \left(\tilde{Y} - \hat{\tilde{Y}} + \hat{\tilde{Y}} + X_j\tilde{\beta}_j\right)\right]$$

$$= \left(2\pi\sigma^2\right)^{-\frac{n}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}\left(\tilde{Y} - \hat{\tilde{Y}} + X_j\hat{\tilde{\beta}}_j - X_j\tilde{\beta}_j\right)^T \left(\tilde{Y} - \hat{\tilde{Y}} + X_j\hat{\tilde{\beta}}_j - X_j\tilde{\beta}_j\right)\right]$$

$$= \left(2\pi\right)^{-\frac{n}{2}} \sigma^{-n} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}\left((\tilde{Y} - \hat{\tilde{Y}}) + X_j(\hat{\tilde{\beta}}_j - \tilde{\beta}_j)\right)^T \left((\tilde{Y} - \hat{\tilde{Y}}) + X_j(\hat{\tilde{\beta}}_j - \tilde{\beta}_j)\right)\right]$$

$$= \left(2\pi\right)^{-\frac{n}{2}} \sigma^{-n} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}\left((\tilde{Y} - \hat{\tilde{Y}})^T + (X_j(\hat{\tilde{\beta}}_j - \tilde{\beta}_j))^T\right)\left((\tilde{Y} - \hat{\tilde{Y}}) + X_j(\hat{\tilde{\beta}}_j - \tilde{\beta}_j)\right)\right]$$

$$= \left(2\pi\right)^{-\frac{n}{2}} \sigma^{-n} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}\left((\tilde{Y} - \hat{\tilde{Y}})^T + ((\hat{\tilde{\beta}}_j - \tilde{\beta}_j)^T\ X_j^T)\right)\left((\tilde{Y} - \hat{\tilde{Y}}) + X_j(\hat{\tilde{\beta}}_j - \tilde{\beta}_j)\right)\right]$$

$$= \left(2\pi\right)^{-\frac{n}{2}} \sigma^{-n} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}\left((\tilde{Y} - \hat{\tilde{Y}})^T(\tilde{Y} - \hat{\tilde{Y}}) + (\hat{\tilde{\beta}}_j - \tilde{\beta}_j)^T X_j^T X_j(\hat{\tilde{\beta}}_j - \tilde{\beta}_j)\right)\right]$$

$$= \left(2\pi\right)^{-\frac{n}{2}} \sigma^{-n} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}\left((\tilde{Y} - \hat{\tilde{Y}})^T(\tilde{Y} - \hat{\tilde{Y}}) + (\tilde{\beta}_j - \hat{\tilde{\beta}}_j)^T X_j^T X_j(\tilde{\beta}_j - \hat{\tilde{\beta}}_j)\right)\right]$$

$$= \left(2\pi\right)^{-\frac{n}{2}} \sigma^{-n} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}\left(Vs^2 + \left(\tilde{\beta}_j - \hat{\tilde{\beta}}\right)^T X_j^T X_j \left(\tilde{\beta}_j - \hat{\tilde{\beta}}_j\right)\right)\right]$$

dengan $\theta_j = \left(\beta_j, \sigma^2\right)$ $\hat{\tilde{\beta}}_j = \left(X_j^T X_j\right)^{-1} X_j^T \tilde{Y},\ V = n - j - 1$

$$s^2 = \frac{\left(\tilde{Y} - \hat{\tilde{Y}}\right)^T \left(\tilde{Y} - \hat{\tilde{Y}}\right)}{V} \quad dan\ \ \hat{\tilde{Y}} = X_j\ \hat{\tilde{\beta}}_j$$

Sehingga untuk model polinomial

$$S(M_i) = \ln L(\theta_i \mid \tilde{Y}) - \frac{1}{2} d_i \ln n$$

$$S(M_i) = -\frac{n}{2}\ln 2\pi - n\ln\sigma^2 - \frac{1}{2}\left[\left(\tilde{Y} - X_i\tilde{\beta}_i\right)^T \left|\sigma^{-2} I_n\right|\left(\tilde{Y} - X_i\tilde{\beta}_i\right)\right] - \frac{1}{2} d_i \ln n$$

$$S(M_j) = -\frac{n}{2}\ln 2\pi - n\ln\sigma^2 - \frac{1}{2}\left[\left(\tilde{Y} - X_j\tilde{\beta}_j\right)^T \left|\sigma^{-2} I_n\right|\left(\tilde{Y} - X_j\tilde{\beta}_j\right)\right] - \frac{1}{2} d_j \ln n$$

dengan $\hat{\theta}_j$ merupakan *Maximum Likelihood Estimator* (MLE) dari parameter $\left(\beta_j, \sigma\right)$ dibawah model M_j dan d_j merupakan dimensi dari vector β_j, sehingga untuk mempermudah $p_j\left(\tilde{Y} \mid \hat{\theta}_j\right) = (2\pi)^{-n/2}\left(\frac{R_j}{n}\right)^{-n/2} e^{-n/2}$. Kemudian *Bayesian Information Criterion* (BIC) dari suatu model M_i adalah

BIC (Mi)= - 2 S(Mi)

$$BIC\,(M_i) = n\ln 2\pi + 2n\ln\sigma^2 + \left[\left(\tilde{Y} - X_i\tilde{\beta}_i\right)^T \left|\sigma^{-2}I_n\right|\left(\tilde{Y} - X_i\tilde{\beta}_i\right)\right] + d_i \ln n$$

$$BIC(M_j) = n\ln 2\pi + 2n\ln\sigma^2 + \left[\left(\tilde{Y} - X_j\tilde{\beta}_j\right)^T \left|\sigma^{-2}I_n\right|\left(\tilde{Y} - X_j\tilde{\beta}_j\right)\right] + d_j \ln n$$

Sehingga diperoleh *Bayes faktor*

$$B_{ij}^{BIC} = \exp(S(M_i) - S(M_j)) = \frac{\exp(-0{,}5BIC(M_i))}{\exp(-0{,}5BIC(M_j))}$$

$$= \frac{(2\pi)^{-\frac{n}{2}}\left(\sigma^2\right)^{-n}(n)^{-\frac{d_i}{2}}\exp\left[-0.5\left(\left(\tilde{Y} - X_i\tilde{\beta}_i\right)^T\left|\sigma^{-2}I_n\right|\left(\tilde{Y} - X_i\tilde{\beta}_i\right)\right)\right]}{(2\pi)^{-\frac{n}{2}}(\sigma)^{-2n}(n)^{-\frac{d_j}{2}}\exp\left[-0.5\left(\left(\tilde{Y} - X_j\tilde{\beta}_j\right)^T\left|\sigma^{-2}I_n\right|\left(\tilde{Y} - X_j\tilde{\beta}_j\right)\right)\right]}$$

$$= \frac{(n)^{-\frac{d_i}{2}}\exp\left[-0.5\left(\left(\tilde{Y} - X_i\tilde{\beta}_i\right)^T\left|\sigma^{-2}I_n\right|\left(\tilde{Y} - X_i\tilde{\beta}_i\right)\right)\right]}{(n)^{-\frac{d_j}{2}}\exp\left[-0.5\left(\left(\tilde{Y} - X_j\tilde{\beta}_j\right)^T\left|\sigma^{-2}I_n\right|\left(\tilde{Y} - X_j\tilde{\beta}_j\right)\right)\right]}$$

$$= (n)^{-\frac{(d_i - d_j)}{2}}\exp\left[-0.5\left(\left(\tilde{Y} - X_i\tilde{\beta}_i\right)^T\left|\sigma^{-2}I_n\right|\left(\tilde{Y} - X_i\tilde{\beta}_i\right) - \left(\tilde{Y} - X_j\tilde{\beta}_j\right)^T\left|\sigma^{-2}I_n\right|\left(\tilde{Y} - X_j\tilde{\beta}_j\right)\right)\right]$$

$$= (n)^{-\frac{(d_i - d_j)}{2}}\exp\left[\left(-\frac{n}{2}\ln 2\pi - \frac{n}{2}\ln\left(\frac{R_i}{n}\right) - \frac{n}{2}\right) - \left(\frac{n}{2}\ln 2\pi - \frac{n}{2}\ln\left(\frac{R_j}{n}\right) - \frac{n}{2}\right)\right]$$

$$= (n)^{-\frac{(d_i - d_j)}{2}}\exp\left[\left(-\frac{n}{2}\ln\left(\frac{R_i}{n}\right)\right) - \left(-\frac{n}{2}\ln\left(\frac{R_j}{n}\right)\right)\right]$$

$$= (n)^{-\frac{(d_i - d_j)}{2}}\exp\left[\left(-\frac{n}{2}\left(\ln(R_i) + \ln n\right)\right) - \left(-\frac{n}{2}\left(\ln(R_j) + \ln n\right)\right)\right]$$

$$= (n)^{-\frac{(d_i - d_j)}{2}}\exp\left[-\frac{n}{2}\ln\left(\frac{R_i}{R_j}\right)\right]$$

$$= (n)^{-\frac{(d_i - d_j)}{2}}\exp\left[\ln\left(\frac{R_i}{R_j}\right)^{-\frac{n}{2}}\right]$$

$$B_{ij}^{BIC} = \left(\frac{R_i}{R_j}\right)^{-n/2}(n)^{-\left(\frac{d_i - d_j}{2}\right)} \qquad (17)$$

Karena $d_i = i+1$ dan $d_j = j+1$ maka persamaan (17) menjadi

$$B_{ij}^{BIC} = \left(\frac{R_i}{R_j}\right)^{-n/2} (n)^{-\left(\frac{i-j}{2}\right)} \qquad (18)$$

Data yang digunakan tabel 2 dengan rumus (18) maka diperoleh nilai Bayes Factor $B_{01}^{BIC} = 2,8086$, $B_{02}^{BIC} = 0,0038$, $B_{03}^{BIC} = 4,3297x10^{-4}$, $B_{04}^{BIC} = 1,9185x10^{-7}$, $B_{05}^{BIC} = 5,8500x10^{-7}$, $B_{12}^{BIC} = 0,0014$, $B_{13}^{BIC} = 1,5416x10^{-4}$, $B_{14}^{BIC} = 6,8308x10^{-8}$, $B_{15}^{BIC} = 2,0829x10^{-7}$, $B_{23}^{BIC} = 0,1132$, $B_{24}^{BIC} = 5,0150x10^{-5}$, $B_{25}^{BIC} = 1,5292x10^{-4}$, $B_{34}^{BIC} = 4,4311x10^{-4}$, $B_{35}^{BIC} = 0,0014$ dan $B_{45}^{BIC} = 3,0492$. Sedangkan nilai Bayes Factor $B_{ji}^{BIC} = \frac{1}{B_{ij}^{BIC}}$, i=0,1,2,3,4,5. Sehingga nilai *Bayes Factor* secara lengkap dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3 *Bayes Factor* Untuk *Metode Bayesian Information Criterion (BIC)*

Refrence / Order	0	1	2	3	4	5
0	1	$2,8086$	$0,0038$	$4,3297x10^{-4}$	$1,9185x10^{-7}$	$5,8500x10^{-7}$
1	0,3560	1	$0,0014$	$1,5416x10^{-4}$	$6,8308x10^{-8}$	$2,0829x10^{-7}$
2	261,3989	734,1697	1	0,1132	$5,0150x10^{-5}$	$1,5292x10^{-4}$
3	2309,6	6486,9	8,8356	1	$4,4311x10^{-4}$	$0,0014$
4	5212400	14640000	19940	2256,8	1	$3,0492$
5	1709400	4801100	6539,4	740,1207	0,3280	1

Dengan menggunakan kriteria *Bayes Faktor* pada Tabel 1 maka nilai *Bayes Factor* pada Tabel 3 dapat diinterprestasi berikut ini:
Untuk model polinomial order 0 terlihat *weak* (lemah*) evidence* dibandingkan model polinomial berorder 1, tetapi model model polinomial order 2,3,4, dan 5 strong evidence (nilai *Bayes Facto*rnya kurang dari 1/10) dibandingkan model polinomial order 0; *strong* (kuat) *evidence* untuk model polinomial order 2,3,4 dan 5 dibandingkan model polinomial oder satu; model polinomial order 3 *moderat evidence* (nilai *Bayes Facto*rnya terletak antara nilai 1/10 dan 1/3) dibandingkan model polinomial order 2 tetapi model polinomial order 4 dan 5 *strong evidence* dibandingkan model polinomial order 2; model polinomial order 4 dan 5 *strong evidence* dibandingkan model polinomial order 3, model polinomial order 4 *moderat evidence* dibandingkan model polinomial order 5. Jadi model polinomial order 4 yang paling baik mewakili data (karena nilai *bayes factornya* paling besar) pada Tabel 3.

8. **Kesimpulan**

Berdasarkan uraian analisis data dan pembahasan dapat disimpulkan sebagai berikut.

a). Dengan menggunakan metode *Bayesian Information Criterion* diperoleh *Bayes Factor* dibawah ini

$$B_{ij}^{BIC} = \left(\frac{R_i}{R_j}\right)^{-n/2} (n)^{-\left(\frac{i-j}{2}\right)}$$

b). Dengan metode *Bayesian Information Criterion* data lebih sesuai menggunakan model polinomial order 4 dibandingkan polinomial order lainnya.

DAFTAR **PUSTAKA**

Bernardo dan Smith, (1994).,"Bayesian Theory ", John Wiley * Sons, New York

Box GEP dan Tiao, (1973), "Bayesian Inference In Statistical Analysis",Departement of Statistics, University of Wisconsin,Addison Wesley .

Gutman, I., Pena, D., dan Redondas, D., (2005), "*A Bayesian Approach for Predicting With Polinomial Regression of Unknwon Degree*", *Technometrics,* **47,** 23-33.

.Kass, R., dan Raftery, A, (1995),"*Bayes Factor*", *Journal of the American Statistical Association.* 90, 773-795.

Philips, R., dan Guttman, I,. (1998), "*A New Criterion for Variable Selection*", *Statistics and Probability Letters,* 38, 11-19.

Schwarz, G., (1978), "*Estimating the Dimension of a Model*", *The Annals of Statistics*, 6, 461-464.

Sujit K.Suhu, (1997), "*Bayesian Data Analysis*", School of Mathematics, University of Wales,Cardiff,UK, June 26,1991 page 29.

Wasserman, L, (2000), "*Bayesian Model Selection and model Averaging*", Carnegie Mellon University, Journal of Mathematical Psychology 44, 92-107.

Penyelesaian Masalah Nilai Eigen Matriks Nonsimetris Dengan Metode *Supertriangularization* Dilanjutkan Dengan Metode Qr Menggunakan Matlab

Oleh :
Maharani
Fakultas Sains dan Teknik Unsoed

Abstrak

Masalah nilai eigen merupakan suatu masalah untuk mencari nilai eigen dari suatu matriks bujur sangkar. Penelitian ini membahas metode *Supertriangularization* dan metode QR dalam mencari nilai eigen matriks riil nonsimetris. Metode *Supertriangularization* mengubah matriks riil nonsimetris berukuran $n \times n$ menjadi matriks *Hessenberg,* selanjutnya matriks *Hessenberg* diubah menjadi matriks segitiga dengan menggunakan metode QR yang melibatkan faktorisasi QR, unsur diagonal utama dari matriks segitiga tersebut merupakan nilai eigen dari matriks awal. Pembuatan program dilakukan dengan menggunakan bahasa MATLAB untuk lebih memudahkan dan mempercepat dalam perhitungan mencari nilai eigen.

Metode *Supertriangularization* mengubah matriks riil nonsimetris *A* berukuran $n \times n$ menjadi matriks *Hessenberg* atas *B* dengan menggunakan operasi baris demi baris dan kolom demi kolom, dengan tujuan membuat nol unsur-unsur di bawah unsur subdiagonal. Selanjutnya matriks *Hessenberg* atas *B* diubah menjadi matriks segitiga atas *S* dengan menggunakan metode QR yang melibatkan faktorisasi QR. Dengan menggunakan faktorisasi QR, matriks *B* diubah menjadi matriks orthogonal *Q* dan matriks segitiga atas *R*, kemudian matriks *R* dikalikan dengan matriks *Q* sehingga diperoleh matriks yang similar dengan matriks *B.* Proses faktorisasi diulang hingga diperoleh matriks segitiga atas *S* yang similar dengan matriks *B*. Nilai eigen dari matriks *A* adalah unsur-unsur dalam diagonal utama matriks *S*.

Kata kunci : Nilai eigen, Matriks *Hessenberg*, Metode *Supertriangularization*, Metode QR, Faktorisasi QR, MATLAB.

1. PENDAHULUAN

Latar Belakang Masalah

Misalkan matriks *A* adalah matriks bujur sangkar berukuran $n \times n$ atas bilangan riil. Bilangan riil λ disebut nilai eigen (*eigenvalue*) dari matriks *A* jika terdapat vektor tidak nol $\mathbf{x} \in R^n$ sedemikian hingga $A\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$. Setiap vektor tidak nol $\mathbf{x}$ yang memenuhi persamaan $A\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$ disebut vektor eigen (*eigenvector*) yang bersesuaian dengan nilai λ. Masalah nilai eigen adalah mencari nilai eigen dari suatu matriks berukuran $n \times n$.

Terdapat beberapa metode numerik yang dapat digunakan untuk menyelesaikan nilai eigen pada matriks simetris dan nonsimetris. Metode

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

numerik yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah nilai eigen pada matriks simetris antara lain metode Jacobi, metode Householder's, dan metode Kuasa. Metode-metode tersebut mempunyai kesamaan yaitu membentuk matriks riil simetris ke bentuk matriks diagonal, dengan diagonal utamanya adalah nilai eigen dari matriks tersebut. Salah satu metode numerik yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah nilai eigen pada matriks nonsimetris adalah metode *Supertriangularization*.

Metode *Supertriangularization* adalah metode pencarian nilai eigen untuk matriks riil nonsimetris dengan terlebih dahulu mereduksi matriks tersebut ke bentuk matrikss *Hessenberg*. Kemudian dari bentuk matriks *Hessenberg* akan dicari nilai eigen dengan menggunakan metode QR, yang mengubah matriks *Hessenberg* menjadi matriks segitiga yang nilai eigennya adalah nilai eigen dari matriks A.

Penggunaan program sangat diperlukan untuk membantu perhitungan menyelesaikan masalah nilai eigen dengan menggunakan metode *Supertriangularization* yang dilanjutkan dengan metode QR. Proses reduksi matriks ke bentuk matrikss *Hessenberg* yang kemudian dilanjutkan dengan penggunaan metode QR melibatkan perhitungan dan iterasi. Semakin besar ukuran matriks yang akan dicari nilai eigennya, maka akan semakin rumit perhitungannya. Oleh karena itu diperlukan program komputer untuk mempermudah dan mempercepat pencarian nilai eigen dari matriks tersebut. Salah satu perangkat lunak yang dapat digunakan untuk membuat program tersebut adalah MATLAB (*Matrix Laboratory*).

Perumusan masalah

Berdasarkan uraian di atas maka muncul permasalahan, yaitu bagaimana menyelesaikan masalah nilai eigen untuk matriks riil nonsimetris dengan menggunakan metode *Supertriangularization* yang dilanjutkan dengan metode QR dan bagaimana menuliskannya dalam program.

Tujuan

Tujuan yang ingin dicapai dari penulisan skripsi ini adalah mengkaji metode *Supertriangularization* dan metode QR dan membuat programnya dalam MATLAB untuk menyelesaikan masalah nilai eigen matriks riil nonsimetris.

Manfaat

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat bagi peneliti dan pengajar matematika yaitu dapat digunakan sebagai salah satu kajian ilmiah Aljabar Numerik khususnya mengenai penyelesaian masalah nilai eigen matriks riil nonsimetris, dan sebagai pertimbangan dalam materi kuliah pada kurikulum yang akan datang.

2. METODOLOGI PENELITIAN DAN ANALISIS

Metodologi Penelitian

Metodologi yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi pustaka. Materi-materi yang diperoleh penulis sebagian besar dari jurnal internet dan lainnya dari buku-buku literatur. Materi yang telah diperoleh tersebut digunakan dalam pembahasan permasalahan.

Analisis

Langkah-langkah menyelesaikan masalah nilai eigen matriks riil nonsimetris dengan menggunakan metode *Supertriangularization* dilanjutkan dengan menggunakan metode QR adalah sebagai berikut :

1. Metode *Supertriangularization*

Matriks A berukuran $n \times n$ direduksi menjadi matriks Hessenberg atas berukuran $n \times n$ dengan menggunakan iterasi-iterasi sebagai berikut :

a) Iterasi 1: unsur-unsur di bawah elemen subdiagonal pada kolom 1 dinolkan, dengan operasi baris dan kolom yang melibatkan pivot unsur subdiagonal yang terdapat pada kolom 1.
b) Iterasi 2 : unsur-unsur di bawah elemen subdiagonal pada kolom 2 dinolkan, dengan operasi baris dan kolom yang melibatkan pivot unsur subdiagonal yang terdapat pada kolom 2.
c) Iterasi 3 : unsur-unsur di bawah elemen subdiagonal pada kolom 3 dinolkan, dengan operasi baris dan kolom yang melibatkan pivot unsur subdiagonal yang terdapat pada kolom 3.
   dan seterusnya hingga,
d) Iterasi (n-2) : unsur-unsur di bawah elemen subdiagonal pada kolom (n-2) dinolkan, dengan operasi baris dan kolom yang melibatkan pivot unsur subdiagonal yang terdapat pada kolom (n-2). Pada iterasi ini diperoleh matriks *Hessenberg* atas berukuran $n \times n$.

2. Metode QR

Matriks *Hessenberg* atas berukuran $n \times n$ diubah menjadi matriks segitiga atas berukuran $n \times n$ dengan menggunakan itersasi-iterasi sebagai berikut :

Iterasi 1 .

a) Matriks B_0 diubah menjadi matriks orthogonal Q_0 dan matriks segitiga atas R_0 menggunakan faktorisasi QR .
b) Menentukan matriks $B_1 = R_0 .Q_0$

Iterasi 2 .

a) Matriks B_1 diubah menjadi matriks orthogonal Q_1 dan matriks segitiga atas R_1 menggunakan faktorisasi QR .
b) Menentukan matriks $B_2 = R_1.Q_1$.

Iterasi 3 .

a) Matriks B_2 diubah menjadi matriks orthogonal Q_2 dan matriks segitiga atas R_2 menggunakan faktorisasi QR .

b) Menentukan matriks $B_3 = R_2.Q_2$.

Iterasi terus dilanjutkan sampai itersai *s* sehingga diperoleh matriks segitiga, dengan unsur di bawah diagonal utama konvergen ke nilai nol.

3. Unsur diagonal utama yang dihasilkan pada iterasi ke-*s* merupakan nilai eigen dari matriks *A*.
4. Membuat program metode *Supertriangularization* dan program metode QR. Metode *Supertriangularization* dan metode QR dibuat programnya di dalam MATLAB dalam bentuk M-*File*. Program tersebut tidak dimasukkan dalam *command* window, melainkan diletakkan pada suatu file tersendiri yang dibuat dalam editor teks (MATLAB *editor/debugger*).

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Bab ini membahas penggunaan metode *Supertriangularization* dan metode QR untuk mencari nilai eigen pada suatu matriks nonsimetris.

Metode Supertriangularization

Transformasi matriks riil nonsimetris ke dalam bentuk *Hessenberg* atas dilakukan dengan menggunakan metode *Supertriangularization*, yaitu dengan mereduksikan suatu matriks riil nonsimetris untuk membentuk matriks *Hessenberg* atas. Berbeda dengan eliminasi Gauss, metode *Supertriangularization* tidak hanya mereduksi suatu matriks dengan operasi baris tetapi juga dengan operasi kolom.

Teorema 1

Jika terdapat suatu matriks B berukuran $n \times n$ *yang diperoleh dengan*

1. *Menukar baris c dengan baris d yang dilanjutkan dengan menukar kolom c dan kolom d pada suatu matriks riil nonsimetris A berukuran* $n \times n$.

2. *Mengalikan konstanta k dengan baris c lalu dijumlahkan ke baris d dilanjutkan dengan mengalikan negatif konstanta k dengan kolom d lalu dijumlahkan ke kolom c pada matriks riil nonsimetris A berukuran* $n \times n$.

maka nilai eigen pada matriks A adalah sama dengan matriks B.

Bukti :

Diketahui matriks riil nonsimetris A dan B berukuran $n \times n$, maka terdapat matriks riil nonsimetris C berukuran $n \times n$ dan konstanta $k \in R$ sedemikian hingga :

1. Jika baris c pada matriks A ditukar dengan baris d pada matriks A dengan $c, d = 1, 2, ...n$ hingga diperoleh matriks C, maka

$$\det C = -\det A \qquad \textbf{(1)}$$

Selanjutnya, jika kolom c pada matriks C ditukar dengan kolom d pada matriks C dengan $c, d = 1, 2, ...n$, sehingga diperoleh matriks B, maka

$$\det B = -\det C \qquad \textbf{(2)}$$

Dari persamaan (1) dan (2), diperoleh

$$\det B = \det A \qquad \textbf{(3)}$$

2. Jika konstanta k dikalikan dengan baris c pada matriks A kemudian dijumlahkan ke baris d pada matriks A dengan $c, d = 1, 2, ...n$ hingga diperoleh matriks C $n \times n$, maka

$$\det C = \det A \qquad \textbf{(4)}$$

kemudian -k dikalikan dengan kolom d pada matriks C kemudian dijumlahkan ke kolom c pada matriks C dengan $c, d = 1, 2, ...n$ hingga diperoleh matriks B, maka

$$\det B = \det C \qquad \textbf{(5)}$$

Dari persamaan (4) dan (5), diperoleh

$$\det B = \det A \qquad \textbf{(6)}$$

Dari dua operasi diatas diperoleh $\det B = \det A$, karena pada masing-masing operasi baris dilanjutkan dengan operasi kolom maka nilai eigen matriks A sama dengan nilai eigen matriks B. ◎

Berikut ini adalah langkah-langkah dalam membentuk matriks *Hessenberg* atas dari sembarang matriks riil nonsimetris dalam bentuk iterasi :

Misalkan A adalah matriks riil nonsimetris berukuran $n \times n$,

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Iterasi 1 :

1. Pilih unsur terbesar a_{i1} pada kolom 1 untuk i = 2, 3, ..., n.
2. Baris ke-i ditukar dengan baris ke-2, kemudian kolom ke-i juga ditukar dengan kolom ke-2.
3. Didefinisikan :
   - Pengali baris : $row_i = -\dfrac{a_{i1}}{a_{21}}$, untuk $i = 3, 4, \ldots, n$.
   - Pengali kolom : $col_i = \dfrac{a_{i1}}{a_{21}}$, untuk $i = 3, 4, \ldots, n$.
4. Unsur a_{i1}, dengan $i = 3, 4, \ldots, n$ akan dinolkan dengan cara mengalikan row_1 dengan baris ke-2 lalu dijumlahkan ke baris ke-i, kemudian mengalikan col_1 dengan kolom ke- i lalu dijumlahkan ke kolom ke- 2.

Iterasi 1 menghasilkan matriks :

$$\begin{bmatrix} * & * & \cdots & \cdots & * & * & * \\ * & * & \cdots & \cdots & * & * & * \\ 0 & * & \cdots & \cdots & * & * & * \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & * & \cdots & \cdots & * & * & * \\ 0 & * & \cdots & \cdots & * & * & * \end{bmatrix}$$

Iterasi 2 :

1. Pilih unsur terbesar a_{i2} pada kolom 2 untuk i = 3, 4, ..., n.
2. Baris ke-i ditukar dengan baris ke-3, kemudian kolom ke-i juga ditukar dengan kolom ke-3.
3. Didefinisikan :
   - Pengali baris : $row_i = -\dfrac{a_{i2}}{a_{32}}$, untuk $i = 4,5,...,n$.
   - Pengali kolom : $col_i = \dfrac{a_{i2}}{a_{32}}$, untuk $i = 4,5,...,n$.
4. Unsur a_{i2}, dengan $i = 4,5,...,n$ akan dinolkan dengan cara mengalikan row_i dengan baris ke-3 lalu dijumlahkan ke baris ke-i, kemudian mengalikan col_i dengan kolom ke- i lalu dijumlahkan ke kolom ke- 3.

Iterasi 2 menghasilkan matriks :

$$\begin{bmatrix} * & * & * & \cdots & * & * & * \\ * & * & * & \cdots & * & * & * \\ 0 & * & * & \cdots & * & * & * \\ 0 & 0 & * & \cdots & * & * & * \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & * & \cdots & * & * & * \\ 0 & 0 & * & \cdots & * & * & * \end{bmatrix}$$

dan seterusnya hingga,

Iterasi (n-2) :

1. Pilih unsur terbesar $a_{i,(n-2)}$ pada kolom (*n*-2) untuk *i* = *n-1, n*.
2. Baris ke-*i* ditukar dengan baris ke-(*n*-1), kemudian kolom ke-*i* juga ditukar dengan kolom ke-(*n*-1).
3. Didefinisikan :
   - Pengali baris : $row_n = -\dfrac{a_{n,(n-2)}}{a_{(n-1),(n-2)}}$.
   - Pengali kolom : $col_n = \dfrac{a_{n,(n-2)}}{a_{(n-1),(n-2)}}$.
4. Unsur $a_{n,(n-2)}$ akan dinolkan dengan cara mengalikan row_n dengan baris ke-(*n*-1) lalu dijumlahkan ke baris ke-*n*, kemudian mengalikan col_n dengan kolom ke- n lalu dijumlahkan ke kolom ke-*n-1*.

   Diperoleh matriks *Hessenberg* atas :

$$B = \begin{bmatrix} * & * & * & \cdots & * & * & * \\ * & * & * & \cdots & * & * & * \\ 0 & * & * & \cdots & * & * & * \\ 0 & 0 & * & \cdots & * & * & * \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & * & * & * \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & * & * \end{bmatrix}$$

Berdasarkan teorema 1, langkah-langkah iterasi pada metode S*upertriangularization* menjamin bahwa nilai eigen matriks riil nonsimetris *A* adalah sama dengan nilai eigen matriks *Hessenberg* atas *B* berukuran $n \times n$ pada hasil iterasi ke-(*n-2*).

Transformasi Matriks *Hessenberg* ke Bentuk Matriks Segitiga dengan Menggunakan Metode QR

Matriks *Hessenberg* atas diubah menjadi matriks segitiga atas *R* dan matriks orthogonal *Q* menggunakan faktorisasi QR dengan melibatkan matriks rotasi bidang C_j kemudian dibentuk suatu matriks dengan mengalikan *R* dan *Q*, matriks ini difaktorisasi lagi dengan cara yang sama hingga terbentuk matriks segitiga atas. Matriks segitiga yang diperoleh similar dan mempunyai nilai eigen yang sama dengan matriks *Hesenberg* atas yang telah ditentukan. Nilai eigen dari matriks segitiga adalah unsur diagonal utamanya, sehingga nilai eigen dari matriks *Hessenberg* atas adalah unsur diagonal utama matriks segitiga yang diperoleh dengan menggunakan metode QR.

Teorema 2

Faktorisasi QR dari suatu matriks Hessenberg atas B_0 berukuran $n \times n$ adalah sebagai berikut :

$$B_0 = Q_0 R_0 \tag{7}$$

dengan matriks orthogonal Q_0 dan matriks segitiga atas R_0.

Jika

$$B_1 = R_0 Q_0 \tag{8}$$

maka B_1 similar dengan B_0, dengan $Q_0 R_0 \neq R_0 Q_0$.

Bukti

Dari persamaan (4.7) diperoleh

$$R_0 = Q_0^{-1} B_0 \tag{9}$$

sehingga, B_1 dapat ditentukan dengan

$$B_1 = Q_0^{-1} B_0 Q_0 \tag{10}$$

karena Q_0 orthogonal, maka terbukti bahwa B_1 similar dengan B_0 .

Teorema 3

Jika terdapat matriks Hessenberg atas B_0 yang similar dengan suatu matriks B_1 yang diperoleh dengan metode QR atau bisa ditulis

$$B_1 = Q_0^{-1} B_0 Q_0 \tag{11}$$

dengan Q_0 adalah matriks orthogonal, maka dengan menggunakan metode QR pada iterasi s diperoleh matriks B_s yang similar dengan matriks Hessenberg B_0.

Bukti :

Dengan metode QR diperoleh :

Iterasi 1 :

Dari teorema 2, faktorisasi QR dari matriks B_0 adalah

$$B_0 = Q_0 R_0$$

kemudian diperoleh $B_1 = R_0 Q_0$ sehingga diperoleh persamaan (11)

$$B_1 = Q_0^{-1} B_0 Q_0$$

Iterasi 2 :

Faktorisasi QR dari matriks B_1 adalah

$$B_1 = Q_1 R_1 \quad \textbf{(12)}$$

kemudian diperoleh $B_2 = R_1 Q_1$ sehingga

$$B_2 = Q_1^{-1} Q_0^{-1} B_0 Q_0 Q_1 \quad \textbf{(1}$$

dan seterusnya hingga,

Iterasi s :

Faktorisasi QR dari matriks B_{s-1} adalah

$$B_{s-1} = Q_{s-1} R_{s-1} \quad \textbf{(14)}$$

kemudian diperoleh $B_s = R_{s-1} R_{s-1}$ sehingga

$$B_s = Q_{s-1}^{-1} \dots Q_1^{-1} Q_0^{-1} B_0 Q_0 Q_1 \dots Q_{s-1} \quad \textbf{(15)}$$

selanjutnya, dapat ditulis

$$B_s = (Q_0 Q_1 \dots Q_{s-1})^{-1} B_0 Q_0 Q_1 \dots Q_{s-1} \quad \textbf{(16)}$$

Jika terdapat P matriks nonsingular dengan $P = (Q_0 Q_1 \dots Q_{s-1})$ maka persamaan (16) berdasarkan sifat invers dapat dituliskan

$$B_s = P^{-1} B_0 P \quad \textbf{(17)}$$

Terbukti bahwa matriks B_s berukuran $n \times n$ similar dengan matriks *Hessenberg* atas B_0. ◎

Teorema 4

Diberikan matriks riil nonsimetris A, dengan menggunakan faktorisasi QR, diperoleh matriks orthogonal Q dan matriks segitiga atas R. Jika $E_k=Q_1.Q_2...Q_k$ konvergen ke matriks nonsingular E_∞ untuk $k \to \infty$, dengan Q_k adalah matriks orthogonal dan setiap R_k adalah matriks segitiga atas, maka $\lim_{k\to\infty} A_k$ ada dan merupakan matriks segitiga atas.

Bukti :

Jika E_k konvergen, maka

$$\lim_{k\to\infty} Q_k = \lim_{k\to\infty} E_{k-1}^{-1}.E_k = \lim_{k\to\infty}(Q_{k-1}^{-1}\ldots Q_2^{-1}.Q_1^{-1}).(Q_1.Q_2\ldots Q_{k-1}.Q_k) = I \quad \textbf{(18)}$$

$$\lim_{k\to\infty} R_k = R_\infty . \quad \textbf{(19)}$$

dengan R_∞ adalah matriks segitiga atas dan berdasarkan persamaan (18) dan (19), maka

$$A_\infty = \lim_{k\to\infty} A_k = \lim_{k\to\infty} Q_k.R_k = \lim_{k\to\infty} Q_k . \lim_{k\to\infty} R_k = I.R_\infty = R_\infty \quad \textbf{(20)}$$

Terbukti bahwa $\lim_{k\to\infty} A_k$ ada dan merupakan matriks segitiga atas. ◎

Misalkan matriks B adalah matriks *Hessenberg* atas berukuran $n \times n$ yang berbentuk.

$$B = \begin{bmatrix} * & * & * & \cdots & * & * & * \\ * & * & * & \cdots & * & * & * \\ 0 & * & * & \cdots & * & * & * \\ 0 & 0 & * & \cdots & * & * & * \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & * & * & * \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & * & * \end{bmatrix}$$

Langkah – langkah ini dituangkan dalam bentuk iterasi.

Iterasi pertama .

1. Ambil $A_{n-2} = B_0$, dengan A_{n-2} adalah matriks *Hessenberg* atas.
2. Menentukan nilai $\sin\theta_1$ dan $\cos\theta_1$ dari matriks B_0 .
3. Membentuk matriks C_1 .
4. Menentukan matriks R_0 dengan rumus :

$$R_0 = C_1 B_0 .$$

5. Menentukan nilai $\sin\theta_2$ dan $\cos\theta_2$ dari matriks R_0 .
6. Membentuk matriks C_2 .
7. Menentukan matriks R_1 dengan rumus :

$$R_1 = C_2 C_1 B_0 = C_2 R_0 .$$

Jika matriks yang akan difaktorisasi berukuran 3×3 maka iterasi 1 dihentikan, kemudian dihitung nilai Q_1 .

$$Q_1 = C_1^T \; C_2^T .$$

Jika matriks yang difaktorisasi berukuran lebih dari 3×3, maka dilanjutkan ke terasi 2 .

<u>Iterasi kedua .</u>

1. Menentukan nilai $\sin\theta_3$ dan $\cos\theta_3$ dari matriks $R_1 = C_2 . C_1 . B_0$.
2. Membentuk matriks C_3 .
3. Menentukan matriks R_1 yaitu :

$$R_1 = C_3 \, C_2 \, C_1 \, B_0 .$$

Jika matriks yang akan difaktorisasi berukuran 4×4 maka iterasi 2 dihentikan, kemudian hitung nilai Q_1.

$$Q_1 = C_1^T . C_2^T . C_3^T$$

Jika matriks yang difaktorisasi berukuran lebih dari 4×4, dilanjutkan ke iterasi 3. Demikian seterusnya, langkah faktorisasi dilakukan dari iterasi 1 sampai dengan iterasi ke-(n - 1) untuk matriks berukuran $n \times n$.

Selanjutnya, langkah-langkah untuk mengubah matriks *Hessenberg* kebentuk matriks segitiga secara iterasi adalah sebagai berikut :

Iterasi 1 .

c) Matriks B_0 diubah menjadi matriks orthogonal Q_0 dan matriks segitiga atas R_0 menggunakan faktorisasi QR .

d) Menentukan matriks $B_1 = R_0 .Q_0$

Iterasi 2 .

c) Matriks B_1 diubah menjadi matriks orthogonal Q_1 dan matriks segitiga atas R_1 menggunakan faktorisasi QR .

d) Menentukan matriks $B_2 = R_1.Q_1$.

Iterasi 3 .

c) Matriks B_2 diubah menjadi matriks orthogonal Q_2 dan matriks segitiga atas R_2 menggunakan faktorisasi QR .

d) Menentukan matriks $B_3 = R_2.Q_2$.

Iterasi terus dilanjutkan sampai diperoleh matriks segitiga *S*, dengan unsur a_{ij} untuk $i \neq j$ konvergen ke nilai nol. Unsur diagonal utama yang dihasilkan pada iterasi ke-*s* merupakan nilai eigen dari matriks *A* .

Langkah-langkah umum mencari nilai eigen

Langkah-langkah menyelesaikan masalah nilai eigen matriks riil nonsimetris *A* dengan menggunakan metode *Supertriangularization* dilanjutkan dengan menggunakan metode QR adalah sebagai berikut :

1. Metode *Supertriangularization*

   Matriks *A* berukuran $n \times n$ direduksi menjadi matriks *Hessenberg* atas berukuran $n \times n$ dengan menggunakan iterasi-iterasi sebagai berikut :

   a) Iterasi 1:

- Menukar baris i yang memuat unsur terbesar a_{i1} dengan i = 2, 3, ..., n dengan kolom 2 dilanjutkan dengan menukar kolom i dengan kolom 2.
- Menentukan pengali baris (row_i) dan pengali kolom (col_i) untuk i = 3,..., n.
- Mengalikan row_i dengan baris 2 kemudian dijumlahkan ke baris i dilanjutkan dengan mengalikan col_i dengan kolom i kemudian dijumlahkan ke kolom 2 untuk i = 3, ..., n.

b) Iterasi 2 :

- Menukar baris i yang memuat unsur terbesar a_{i2} dengan i = 3, 4, ..., n dengan kolom 3 dilanjutkan dengan menukar kolom i dengan kolom 3.
- Menentukan pengali baris (row_i) dan pengali kolom (col_i) untuk i = 4,..., n.
- Mengalikan row_i dengan baris 3 kemudian dijumlahkan ke baris i dilanjutkan dengan mengalikan col_i dengan kolom i kemudian dijumlahkan ke kolom 3 untuk i = 4, ..., n.

dan seterusnya, hingga

c) Iterasi (n-2) :

- Menukar baris i yang memuat unsur terbesar $a_{i(n-2)}$ dengan i = (n-1), n dengan kolom (n-1) dilanjutkan dengan menukar kolom i dengan kolom (n-1).
- Menentukan pengali baris (row_n) dan pengali kolom (col_n).

- Mengalikan row_n dengan baris (n-1) kemudian dijumlahkan ke baris n dilanjutkan dengan mengalikan col_n dengan kolom n kemudian dijumlahkan ke kolom (n-1).

Iterasi berakhir pada iterasi ke-(n-2) dan diperoleh matriks *Hessenberg* atas berukuran $n \times n$.

2. Metode QR

Matriks *Hessenberg* B_0 atas berukuran $n \times n$ diubah menjadi matriks segitiga atas S berukuran $n \times n$ dengan menggunakan iterasi-iterasi sebagai berikut :

a) Iterasi 1 .
   - Matriks B_0 diubah menjadi matriks orthogonal Q_0 dan matriks segitiga atas R_0 menggunakan faktorisasi QR .
   - Menentukan matriks $B_1 = R_0 .Q_0$

b) Iterasi 2 .
   - Matriks B_1 diubah menjadi matriks orthogonal Q_1 dan matriks segitiga atas R_1 menggunakan faktorisasi QR .
   - Menentukan matriks $B_2 = R_1.Q_1$.

dan seterusnya, hingga

c) Iterasi s .
   - Matriks $B_{(s-1)}$ diubah menjadi matriks orthogonal $Q_{(s-1)}$ dan matriks segitiga atas $R_{(s-1)}$ menggunakan faktorisasi QR .
   - Menentukan matriks $Bs = R_{(s-1)}.Q_{(s-1)}$.

Iterasi berakhir pada itersai ke-s dan diperoleh matriks segitiga atas, dengan unsur di bawah diagonal utama konvergen ke nilai nol.

Unsur diagonal utama yang dihasilkan pada iterasi ke-s merupakan nilai eigen dari matriks A.

Program

Metode *Supertriangularization* dan metode QR dibuat programnya di dalam MATLAB versi 6.1 dalam bentuk M-*File*.

4. KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Metode yang digunakan dalam menyelesaikan masalah nilai eigen dalam skripsi ini adalah metode *Supertriangularization* yang dilanjutkan dengan metode QR. Metode *Supertriangularization* digunakan untuk mereduksi suatu matriks riil nonsimetris A berukuran $n \times n$ menjadi matriks *Hessenberg* atas B berukuran $n \times n$. Selanjutnya, dengan menggunakan metode QR, matriks *Hessenberg* atas B ditransformasi menjadi matriks segitiga atas S. Unsur diagonal utama dari matriks S adalah nilai eigen dari matriks A.

Metode *Supertriangularization* adalah metode untuk mereduksi suatu matriks dengan menggunakan operasi baris dan operasi kolom untuk membuat nol unsur-unsur di bawah subdiagonal dalam matriks A. Operasi baris dan operasi kolom dalam metode ini mencakup pertukaran baris dengan baris lain, pertukaran kolom dengan kolom lain dalam matriks A, mengalikan suatu konstanta dengan suatu baris kemudian menjumlahkannya dengan baris lain, dan mengalikan suatu konstanta dengan suatu kolom kemudian menjumlahkannya dengan kolom lain dalam matriks A sehingga diperoleh matriks dengan unsur-unsur di bawah subdiagonal bernilai nol yang kemudian disebut matriks *Hessenberg* atas B.

Metode QR adalah metode untuk mentransformasi suatu matriks *Hessenberg* atas *B* menjadi matriks segitiga atas S dengan menggunakan langkah-langkah yang melibatkan faktorisasi QR. Dengan menggunakan faktorisasi QR, matriks *B* diubah menjadi matriks orthogonal *Q* dan matriks segitiga atas *R*, kemudian matriks *R* dikalikan dengan matriks *Q* sehingga diperoleh matriks yang similar dengan matriks *B*. Proses faktorisasi diulang hingga diperoleh matriks segitiga atas *S* yang similar dengan matriks *B*. Nilai eigen dari matriks *A* adalah unsur-unsur dalam diagonal utama matriks *S*.

Penggunaan program sangat diperlukan untuk membantu perhitungan menyelesaikan masalah nilai eigen dengan menggunakan metode *Supertriangularization* yang dilanjutkan dengan metode QR. Proses reduksi matriks ke bentuk matriks *Hessenberg* yang kemudian dilanjutkan dengan penggunaan metode QR melibatkan perhitungan dan iterasi. Penulis memilih bahasa MATLAB untuk menuangkan langkah-langkah pada metode *Supertriangularization* dan metode QR. Program yang telah dibuat oleh penulis disimpan dalam file yang diberi nama supertriangularization.m untuk metode *Supertriangularization* dan metodeqr.m untuk metode QR. Dari penggunaan program pada beberapa contoh matriks, diperoleh kesimpulan bahwa program yang telah dibuat adalah valid dan akurat tetapi metode QR adalah metode yang langkah-langkahnya tidak mungkin menghasilkan nilai eigen bernilai kompleks, sehingga berpengaruh pada matriks *S* yang diperoleh. Setelah pengamatan beberapa iterasi tertentu pada beberapa matriks, dapat diambil kesimpulan bahwa matriks *S* yang diperoleh bisa tidak segitiga. Jika matriks *S* yang dihasilkan oleh penggunaan metode QR adalah matriks tidak segitiga, maka nilai eigen dari matriks *A* adalah unsur-unsur dalam diagonal utama matriks *S* yang tidak sebaris dan juga tidak sekolom dengan unsur yang membuat matriks *S* tidak segitiga. Secara umum dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah nilai eigen matriks riil nonsimetris yang hanya bernilai riil.

Saran

Berdasarkan pembahasan pada bab sebelumnya, penulis memberikan saran-saran sebagai berikut:

1. Perlu dilakukan penelitian lebih lanjut untuk pembuatan program yang lebih memperhatikan kompleksitas waktu, mengingat program metode QR yang dibuat penulis masih membutuhkan *input* jumlah iterasi yang ditentukan oleh pengguna program.
2. Perlu dilakukan penelitian lebih lanjut untuk metode alternatif selain metode QR, yang lebih fleksibel agar dapat menghasilkan nilai eigen kompleks. Metode yang dianjurkan penulis adalah metode *Muller*, metode *Laguerre*.

DAFTAR PUSTAKA

Supriyatno, Achmad Boing. 2007. Skripsi : *Menyelesaikan Masalah Nilai Eigen dengan Menggunakan Metode Householder's dan Metode QR*. Purwokerto : Jurusan Matematika Program Sarjana MIPA UNSOED.

Bock, Rudolf K.1998. *Eigenvalue Problems.* http://rkb.home.cern.ch/rkb/AN16pp/node69.html diakses 30 Juni 2007.

Kolman, Bernard. 1997.*Introductory Linear Algebra with applications*, 6th edition. New Jersey: Prentice Hall.

Kolman, Bernard. 2004. *Introductory Linear Algebra with applications*, 8t edition. New Jersey: Prentice Hall.

Kreyzig, Erwin. 2006. *Advanced Engineering mathematics*, 9th edition . New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.

Masruroh.2007.Skripsi:*Penyelesaian Masalah Nilai eigen dengan Metode Jacobi*. Purwokerto: Jurusan Matematika Program Sarjana MIPA UNSOED.

Mathew, John H.2003.*Module for Hessenberg Matrix and Factorization*. http://math.fullerton.edu/mathews/n2003/hessenberg/HessenbergMod.html. diakses 28 Maret 2007.

Nicholson, W. Keith. 2002. *Linear Algebra with Application*. 4th edition. Singapore: McGraw – Hill International Book Company .

Ralston, Anthony dan Philip Rabinowitz. 1983. *A First Course in Numerical Analysis*, 2nd edition. Tokyo: McGraw – Hill International Book Company.

Wikipedia, the free encyclopedia.2007.*Hessenberg matrix*. http://mathworld.wolfram.com/HessenbergMatrix.html diakses 28 Maret 2007.

Kompresi Citra Berwarna Dengan Menggunakan Jaringan Syaraf Tiruan Self Organizing MAP Kohonan

Marji
Program Studi Ilmu Komputer, Jurusan Matematika FMIPA
Universitas Brawijaya Malang

ABSTRAK

Citra (Image) dua dimensi tersusun dari sejumlah elemen gambar (piksel) sebanyak baris x kolom. Intensitas setiap piksel dari image format bitmap (bmp) tersusun dari tiga elemen yaitu merah(R), hijau(G) dan biru(B). Perbandingan tertentu ketiga elemen tersebut membentuk sebuah intensitas cahaya tampak tertentu pula. Penyimpanan gambar format bitmap pada umumnya memerlukan storage yang besar. Untuk memperkecil ukuran file telah dikembangkan banyak motode kompresi antara lain RLE, DCT, Huffmann dan lain-lain. Berdasarkan makalah yang ditulis oleh Anthony H. Dekker, bahwa Jaringan syaraf tiruan Self-Organizing Map Kohonen juga dapat digunakan untuk masalah ini.

Jaringan syaraf tiruan Self-Organizing Map Kohonen merupakan jaringan yang dapat digunakan untuk mengelompokkan m vektor input menjadi n kelompok (cluster) dengan m ≤ n. Metode pembelajaran yang digunakan adalah (Ri,Gi,Bi)=(1-α)(Ri,Gi,Bi)+ α(R,G,B), dimana (Ri,Gi,Bi) adalah warna cluster ke-i dan (R,G,B) adalah warna yang sedang diakuisisi, dengan syarat (Ri,Gi,Bi) merupakan cluster terdekat tehadap (R,G,B)

Pada makalah ini yang digunakan sebagai input adalah image dua dimensi berwarna. Sebuah piksel dijadikan satu vektor input v = (R,G,B), sehingga banyaknya vektor input sebanyak perkalian ukuran baris dan ukuran kolom dari image yang sedang diaktifkan. Banyaknya vektor cluster yang digunakan sebanyak 256 dengan inisialisasi Ri=Gi=Bi=i, i=0,1,2,…,255.

Berdasarkan hasil yang diperoleh dapat diketahui bahwa file image hasil kompresi memiliki volume sekitar sepertiga dari file image asal. Salah satu alasan yang jelas kenapa hal ini terjadi adalah sebuah piksel yang semula terdiri dari tiga elemen R,G dan B yang bertipe byte diubah menjadi sebuah elemen yang juga memiliki tipe byte.

Data hasil pengkoden terdiri dari header dan data disimpan dalam sebuah file. Hal ini digunakan untuk menunjukkan volume data hasil kompresi. Pada contoh, file bitmap asal yang berukuran 237 KB dikompres menjadi 80 KB, file bitmap 255 KB dikompress menjadi 86 KB dan file 264 KB menjadi 89KB. Kompresi yang dihasilkan tidak tepat sepertiga dari file asal karena pada file hasil kompresi harus menyertakan header yang besarnya minimal 256*3 (=768) karakter yang merupakan warna cluster yang digunakan.

Studi Pustaka

Jaringan saraf tiruan (JST)

JST (Bahasa Inggris: *artificial neural network (ANN)*, atau juga disebut *simulated neural network (SNN)*, atau umumnya hanya disebut *neural network (NN)*), adalah jaringan dari sekelompok unit pemroses kecil yang dimodelkan berdasarkan jaringan saraf manusia. JST merupakan sistem adaptif yang dapat merubah strukturnya untuk memecahkan masalah berdasarkan informasi

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

eksternal maupun internal yang mengalir melalui jaringan tersebut. Secara sederhana, JST adalah sebuah alat pemodelan data statistik non-linier. JST dapat digunakan untuk memodelkan hubungan yang kompleks antara input dan output untuk menemukan pola-pola pada data. Beberapa definisi tentang jaringan saraf tiruan adalah sebagai berikut di bawah ini.

Hecht-Nielsend (1988) mendefinisikan sistem saraf buatan sebagai berikut:

"Suatu neural network (NN), adalah suatu struktur pemroses informasi yang terdistribusi dan bekerja secara paralel, yang terdiri atas elemen pemroses (yang memiliki memori lokal dan beroperasi dengan informasi lokal) yang diinterkoneksi bersama dengan alur sinyal searah yang disebut koneksi. Setiap elemen pemroses memiliki koneksi keluaran tunggal yang bercabang (fan out) ke sejumlah koneksi kolateral yang diinginkan (setiap koneksi membawa sinyal yang sama dari keluaran elemen pemroses tersebut). Keluaran dari elemen pemroses tersebut dapat merupakan sebarang jenis persamaan matematis yang diinginkan. Seluruh proses yang berlangsung pada setiap elemen pemroses harus benar-benar dilakukan secara lokal, yaitu keluaran hanya bergantung pada nilai masukan pada saat itu yang diperoleh melalui koneksi dan nilai yang tersimpan dalam memori lokal".

Menurut Haykin, S. (1994), Neural Networks: A Comprehensive Foundation, NY, Macmillan, mendefinisikan jaringan saraf sebagai berikut:

"Sebuah jaringan saraf adalah sebuah prosesor yang terdistribusi paralel dan mempuyai kecenderungan untuk menyimpan pengetahuan yang didapatkannya dari pengalaman dan membuatnya tetap tersedia untuk digunakan. Hal ini menyerupai kerja otak dalam dua hal yaitu: 1. Pengetahuan diperoleh oleh jaringan melalui suatu proses belajar. 2. Kekuatan hubungan antar sel saraf yang dikenal dengan bobot sinapsis digunakan untuk menyimpan pengetahuan.

Dan menurut Zurada, J.M. (1992), Introduction To Artificial Neural Systems, Boston: PWS Publishing Company, mendefinisikan sebagai berikut:

"Sistem saraf tiruan atau jaringan saraf tiruan adalah sistem selular fisik yang dapat memperoleh, menyimpan dan menggunakan pengetahuan yang didapatkan dari pengalaman".

Unsupervised Learning

Unsupervised learning adalah suatu metode pembelajaran mesin dimana sebuah model disesuaikan dengan observasi, dan tidak terdapat output apriori. Metode ini dapat digunakan untuk pengelompokan(clustering) dan bermanfaat untuk kompresi data. Metode ini bertujuan untuk menemukan struktur alami yang terdapat pada data input.

Jaringan Syaraf Kohonen

Jaringan syaraf kohonen merupakan adalah bentuk jaringan syaraf yang self-organizing yang mendefinisikan pemetaan dari suatu subset dari Rn ke Rm dimana m ≤n. Pemetaan diamati untuk mendapatkan tiga sifat penting yaitu 1) kekontinuan di semua tempat pada domain, 2) kekontinuan pada pemetaan balik dan 3) output dari pemetaan menyediakan informasi yang paling mungkin tentang input. Tujuan dari jaringan Kohonen adalah untuk memetakkan vektor input (pola) dari sembarang dimensi N pada suatu pemetaan diskrit dengan dimensi yang lebih kecil. Pola yang berdekatan pada ruang input seharusnya berdekatan pula pada pada pemetaan. Jaringan Kohonen memiliki arsitektur sebagai berikut :

Pembelajaran jaringan Kohonen

Proses pembelajaran memiliki langkah-langkah sebagai berikut :

Langkah 0. Inisialisasi bobot w_{ij}
Set parameter topologi ketetanggaan
Set parameter laju pembelajaran

Langkah 1. **WHILE** kondisi berhenti bernilai **FALSE** , **DO** Langkah 2-8
Langkah 2. Untuk setiap vektor input x, DO Langkah 3-5
Langkah 3. Untuk setiap j, Hitung
$$D(j)=\sum_i (w_{ij} - x_i)^2$$
Langkah 4. Dapatkan indek J sedemikian hingga D(J) bernilai minimum.
Langkah 5. Untuk semua unit j yang berada didalam ketetanggaan J yang dispesifikasikan, dan untuk semua i :
$w_{ij}(baru)=w_{ij}(lama)+\alpha[xi-w_{ij}(lama)]$
Langkah 6. Perbaiki laju pembelajaran
Langkah 7. Kurangi radius topologi ketetanggaan pada waktu tertentu
Langkah 8. Tes kondisi berhenti

Unit output pemenang adalah unit dengan vektor bobot yang memiliki jarak Euclidean terkecil terhadap pola input. Tetangga dari suatu unit didefinisikan sebagai semua unit didalam beberapa jarak dari unit tersebut dalam pemetaan (bukan dalam ruang bobot). Ketetanggaan dapat berupa segiempat, hexagonal, lingkaran dan sebagainya. Bobot akan mengerakkan setiap unit didalam ketetanggaan mendekati pola input. Seiring perkembangan waktu, nilai dari laju pembelajaran dan ukuran ketetanggaan dikurangi. Jika parameter yang dipilih bagus, jaringan akhir seharusnya menggambarkan pengelompokan yang alami terhadap input data.

Metodologi

Pada makalah ini digunakan jaringan syaraf Kohonen yang terdiri dari array satu dimensi 256 neuron, yang masing-masing berisi sebuah vektor bobot (Ri;Gi;Bi). Jaringan mendefinisikan suatu pemetaan dari sebuah triple (R;G;B) ke indek i dari vektor bobot terdekat. Karena ukuran R,G dan B masing-masing 8 bit sedangkan indek memiliki selang nilai [0;255] atau 8 bit, maka pemetaan ini dapat dikatakan mentransformasikan setiap piksel yang terdiri dari 24 bit data kedalam 8 bit data. Dengan demikian akan diperoleh ukuran data sepertiga dari data semula.

Pada saat pembelajaran, vektor bobot awal diset sama dengan Ri = Gi = Bi = i, i=0..255. Proses selanjutnya mengamati piksel input (R;G;B) dan mencari vektor bobot terbaik (Ri;Gi;Bi) yang sesuai dengan input. Vektor tersebut kemudian dirubah dengan menggerakkan mendekati vektor input dengan rumusan :

$$(Ri;Gi;Bi) = (1-\alpha)(Ri;Gi;Bi) + \alpha(R,G,B)$$

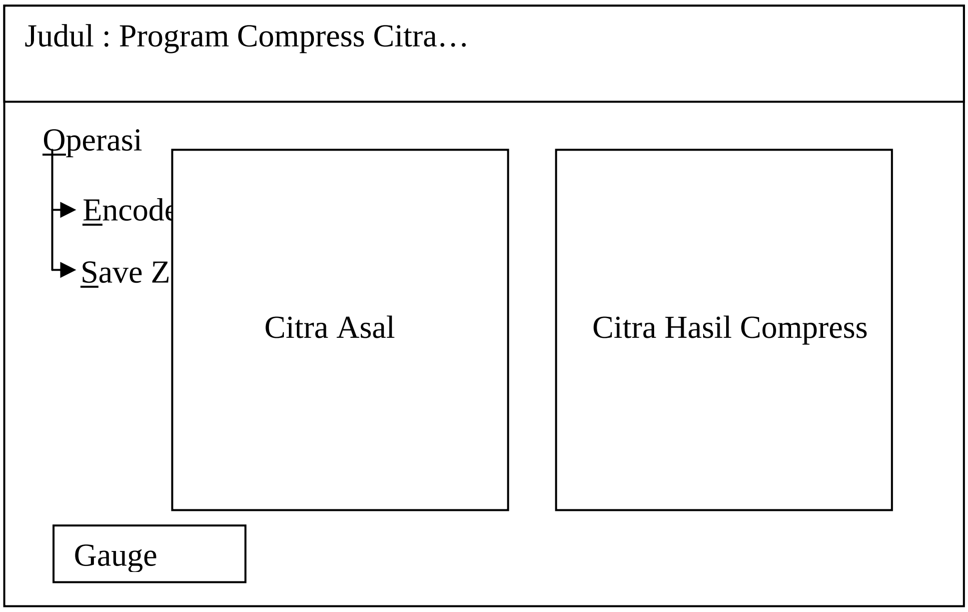
Parameter α pada saat inisialisasi bernilai 1, dan menurun pada iterasi selanjutnya. Penurunan nilai α dapat linier atau yang lain misal eksponensial misal $\alpha = e^{-0.03k}$ dimana k adalah banyaknya iterasi (epoch). Sebagaimana biasanya, jaringan agak elastik dalam

arti pada saat sebuah vektor bobot diubah nilainya, maka vektor tetangga dengan radius r juga diubah. Untuk mentukan bahwa vektor bobot $(Ri;Gi;Bi)$ adalah vektor yang terdekat dengan vektor input $(R;G;B)$ dapat digunakan jarak Euclidean $\sqrt{(Ri-R)^2+(Gi-G)^2+(Bi-B)^2}$

atau jarak Manhattan $|Ri-R|+|Gi-G|+|Bi-B|$.

Sebuah file gambar dengan gambar yang lain akan memiliki cluster warna yang berbeda. Oleh karena itu dapat dikatakan bahwa dengan indek cluster yang sama bisa jadi memiliki nilai (R;G;B) yang berbeda. Agar dimengerti oleh sistem, maka informasi cluster harus disimpan sebagai header file.

Rancangan Antar-Muka



Implementasi Algoritma

Pendefinisian variabel global

```
Var
  Form1: TForm1;
  Row1,Row2       : pRGBTripleArray;
  BitMap1,BitMap2 : TBitMap;
  R,G,B           : byte;
  Cluster         : array[0..255] of TColor;
```

Prosedur InitCluster berikut ini berguna untuk menginisialisasi bobot cluster. (Ri=Gi=Bi=i, i=0..255)

```
procedure InitCluster;
var i : integer;
begin
  for i:=0 to 255 do
  Begin
    Cluster[i].R:=i;
    Cluster[i].G:=i;
    Cluster[i].B:=i;
  end;
end;
```

Prosedur MoveNearestCluster(R,G,B:byte) berikut ini berguna untuk menggerakkan cluster terdekat ke arah vektor input (R;G;B).

```
procedure MoveNearestCluster(R,G,B:byte);
var iMin,dMin,dcurr : integer;
  i           : byte;
  alpha         : real;
Begin
 iMin:=0;
 dMin:=abs(R-Cluster[0].R)+abs(G-Cluster[0].G)+abs(B-Cluster[0].B);
 for i:=1 to 255 do
 Begin
  dcurr:= abs(R-Cluster[i].R)+abs(G-Cluster[i].G)+abs(B-Cluster[i].B);
  if (dMin > dcurr) then
  Begin
   iMin := i;
   dMin := dcurr;
  end;
 end;
 alpha:=0.3;
 Cluster[iMin].R := round((1-alpha)*Cluster[iMin].R + alpha*R);
 Cluster[iMin].G := round((1-alpha)*Cluster[iMin].G + alpha*G);
 Cluster[iMin].B := round((1-alpha)*Cluster[iMin].B + alpha*B);
end;
```

Fungsi FindNearestClusterIndex(R,G,B:byte):byte berguna untuk memperoleh indek dari cluster terdekat dari nilai (R;G;B) tertentu.

```
function FindNearestClusterIndex(R,G,B:byte):byte;
var iMin,dMin,dcurr : integer;
  i           : byte;
begin
 iMin:=0;
 dMin:=abs(R-Cluster[0].R)+abs(G-Cluster[0].G)+abs(B-Cluster[0].B);
 for i:=1 to 255 do
 begin
  dcurr:= abs(R-Cluster[i].R)+abs(G-Cluster[i].G)+abs(B-Cluster[i].B);
  if (dMin > dcurr) then
  begin
   iMin := i;
```

```
      dMin := dcurr;
    end;
  end;
  FindNearestClusterIndex:=iMin;
end;
```

Prosedur berikut ini digunakan untuk membaca file hasil kompresi.

```
procedure TForm1.Image2Click(Sender: TObject);
var f           : file of byte;
    Signature    : string;
    v,R,G,B      : byte;
    i,j          : integer;
    Tinggi,Lebar : integer;
    HiTinggi,LoTinggi,HiLebar,LoLebar : byte;
Begin
 if OpenDialog1.Execute then
 Begin
   AssignFile(f,OpenDialog1.FileName);
   Reset(f);
   Read(f,v);Signature:=Char(v);
   Read(f,v);Signature:=Signature+Char(v);
   if (Signature<>'NN') then
       Application.MessageBox('Bukan File Neural Network','Terjadi kesalahan', 0)

   else begin
   Read(f,HiTinggi); Read(f,LoTinggi); Read(f,HiLebar);Read(f,LoLebar);
   Tinggi := (HiTinggi SHL 8) or LoTinggi;
   Lebar  := (HiLebar SHL 8) or LoLebar;
   Image2.Height:=Tinggi;
   Image2.Width:=Lebar;
   BitMap2.Height:=Image2.Height;
   BitMap2.Width:=Image2.Width;
   for i:=0 to 255 do
   Begin
     Read(f,R); Read(f,G); Read(f,B);
     Cluster[i].R:=R;Cluster[i].G:=G;Cluster[i].B:=B;
   end;
   for i:=0 to Tinggi-1 do
   begin
     Row2:=BitMap2.ScanLine[i];
```

```
      for j:=0 to Lebar-1 do
      begin
        Read(f,v);
        Row2[j].rgbtRed:=Cluster[v].R;
        Row2[j].rgbtGreen:=Cluster[v].G;
        Row2[j].rgbtBlue:=Cluster[v].B;
      end;
    end;
    CloseFile(f);
    Image2.Picture.Bitmap:=BitMap2;
   end;
  end;
end;
```

Prosedur berikut ini digunakan untuk menyimpan data yang sudah dipadatkan .

```
procedure TForm1.Save2Click(Sender: TObject);
var f          : File of Byte;
    i,j        : integer;
    v,iNearest   : byte;
    Tinggi,Lebar : integer;
    HiTinggi,LoTinggi,HiLebar,LoLebar : byte;
Begin
  If SaveDialog1.Execute then
  Begin
  AssignFile(f,SaveDialog1.FileName);
  Rewrite(f);
  V:=ord('N');
  write(f,v);
  write(f,v);
  Tinggi := BitMap2.Height;
  HiTinggi := Hi(Tinggi);
  LoTinggi := Lo(Tinggi);
  Lebar := BitMap2.Width;
  HiLebar := Hi(Lebar);
  LoLebar := Lo(Lebar);
  write(f,HiTinggi);
  write(f,LoTinggi);
  write(f,HiLebar);
  write(f,LoLebar);
```

```
  for i:=0 to 255 do
  Begin
    Write(f,Cluster[i].R);
    Write(f,Cluster[i].G);
    Write(f,Cluster[i].B);
  end;
  for i:=0 to BitMap1.Height-1 do
  Begin
    Row1:=BitMap1.ScanLine[i];
    Gauge1.Progress:=i;
    for j:=0 to BitMap1.Width-1 do
    Begin
      R := Row1[j].rgbtRed;
      G := Row1[j].rgbtGreen;
      B := Row1[j].rgbtBlue;
      iNearest :=FindNearestClusterIndex(R,G,B);
      write(f,iNearest);
    end;
   end;
   CloseFile(f);
 end;
end;
end;
```

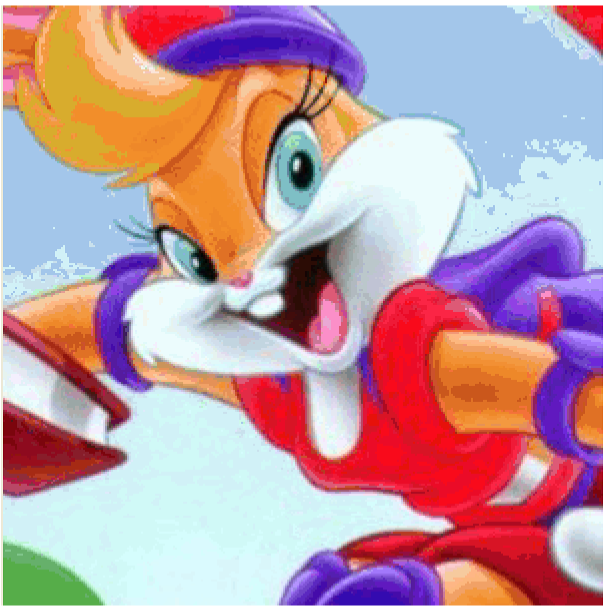
Hasil dan Pembahasan

Program diatas diimplementasikan terhadap tiga buah file bitmap dengan ukuran berbeda. Dari gambar dibawah ini tampak bahwa ukuran file hasil kompresi sekitar sepertiga dari file bitmap asal. (237 menjadi 80, 255 menjadi 86 dan 264 menjadi 89) seperti tampak pada gambar berikut ini :

hasil1	80 KB	File	9/11/2006 12:42 PM
hasil2	86 KB	File	11/15/2007 8:56 PM
hasil3	89 KB	File	11/15/2007 8:56 PM
image1	237 KB	Bitmap Image	9/11/2006 12:35 PM
image2	255 KB	Bitmap Image	9/11/2006 12:37 PM
image3	264 KB	Bitmap Image	6/27/2007 10:48 AM

Volume citra output tidak tepat sepertiga dari volume citra asal karena pada bagian header dari struktur file untuk menyimpan citra output terdapat informasi warna yang digunakan untuk setiap indek 0..255. Beberapa contoh citra asal dan citra hasil tampak pada gambar berikut ini :

.



Citra Asal **Citra Output**

Berdasarkan hasil citra output diatas, maka citra output masih jelas dapat dikenali tetapi tampak lebih kasar.

Daftar Pustaka

Tanggal akses 9 November 2007

http://id.wikipedia.org/wiki/Jaringan_saraf_tiruan

http://www.cs.bham.ac.uk/~jlw/sem2a2/Web/Kohonen.htm

http://en.wikipedia.org/wiki/Unsupervised_learning

http://en.wikipedia.org/wiki/Neural_networks

Deret Ellips Dan Lintas Elektron

Midjan
Prodi Pend Matematik FKIP UMG Gresik
Jl Sumatera 101 Randuagung Gresik

Lintasan electron dalam kulit unsure suatu atom diindikasikan mengikuti bentuk Ellips yang tersusun atas beberapa lintasan, dengan setiap electron berada dalam lintasan tertentu yang disebut kulit atom atau subkulit. Sedang keberadaan elektrone pada subkulit tertentu sesuai dengan batasan kemampuan energi dan gaya antar electron dengan elektrone atau proton dengan elektrone yang dimiliki masing masing unsure.

Jika lintasan electron adalah ellips lalu mengapa jarak antara keberadaan sebuah electron pada lintasan terluar terhadap pusat inti atom disebut jari-jari atom , dan bagaimana keberadaan focus titik api, garis direktris jika lintasan electron berbentuk ellips?

Sedangkan ELLIPS dapat didefinisikan dengan batasan:

a. adalah tempat kedudukan titik-titik yang jumlah jaraknya terhadap kedua titik tertentu tetap sebesar 2a, dengan kedua titik tertentu dimakasud adalah F_1, F_2 adalah sebagai kedua titik api Fokus Ellips.

b. adalah TK titik –titik yang jaraknya terhadap garis tertentu dibanding jaraknya terhadap titik tertentu berbanding sebagai bilangan tetap sebesar a : c, dengan nilai 2a adalah panjang sumbu panjang ellip merupakan jarak terpanjang lintasan dan 2c adalah jarak antar kedua titik apinya.

Untuk unsure hidrogen dapat dipastikan elekronnya berbentuk bola, satu-satunya unsure yang bentuk lintasannya dapat diprediksi karena hanya memiliki satu electron dengan satu proton dengan demikian kedudukan elektonnya hanya dipengaruhi oleh proton pada inti atomnya, maka ada satu gaya Coulum antar protone dan electron dengan perbandingan yang tetap dan dapat memenuhi batasan suatu bola.Unsure berikutnya adalah Helium yang lintasan awan elektronnya berbentuk ellip, dengan dua electron mengelilinginya, dengan demikian terdapat gaya Coulum antar electron, dan elektrone dengan protone, namun bagaimana kedua elektrone mengelilingi inti atom berda dalam lintasan berbentuk ellip masih belum jelas

Kata Kunci: Ellips, lintasan Elektron

A. PENDAHULUAN

Ellips dengan persamaan $bx^2 + ay^2 = a^2b^2$, dengan a >b, berarti sumbu panjang berimpit dengan sumbu x , (c, 0) dan (- c, 0) sebagai koordinat focus, (a, 0) dan (-a,0) adalah koordinat titik potong sumbu panjang, serta (0, b) dan (0, -b) sebagai koordinat sumbu pendek Ellips, pusat Ellips di (0,0).

Jika Ellips tersebut diatas untuk selanjutnya kita sebut E_0 , dapat disebutkan bahwa unsure ellips meliputi panjang sumbu panjang = 2a, panjang sumbu pendek = 2b, panjang antar dua focus = 2c, serta kita dapatkan persamaan garis direktrisnya adalah $x = a^2/c$, dan $x = - a^2/c$, maka dapat dinotasikan bahwa Ellips E_0 dapat sebagai $E_0 = \{2a, 2b, 2c, (x,y), bx^2 + ay^2 = a^2b^2$ },

Selanjutnya ELLIPS dapat didefinisikan:

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **“Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global”** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

a. adalah TK titik-titik yang jumlah jaraknya terhadap kedua titik tertentu tetap sebesar 2a sedang kedua titik tertentu dimakasud adalah F_1 (-c,0) dan F_2 (c,0) sebagai kedua titik Fokus Ellips.

b. adalah TK titik –titik yang jaraknya terhadap garis tertentu dibanding jaraknya terhadap titik tertentu berbanding sebagai bilangan tetap sebesar a : c.

Persamaan $bx^2 + ay^2 = a^2b^2$, pada Ellips E_0 karena memenuhi definisi (a), dengan kedua koordinat titik fokus F_1 (-c,0) dan F_2 (c,0), dengan titik O (0,0) sebagai pusat ellip, 2b panjang antar kedua sumbu pendeknyayang memenuhi batasan $c^2 + b^2 = a^2$

Sedangkan jika menetapkan Ellips dengan definisi (b), dengan fokus F_1 (-c,0) dan garis direktris $x = a^2/c$, masing – masing adalah salah satu fokus dan direktris Ellips E_0 maka akan terjadi Ellips

dengan persamaan $\dfrac{\left(x - \dfrac{2a^2c}{b^2}\right)}{\dfrac{a^2\left(a^2+b^2\right)}{b^4}} + \dfrac{y^2}{\dfrac{b^2\left(a^2+b^2\right)}{b^4}} = 1$, untuk selanjutnya

Ellips ini kita sebut Ellips E_1 kanan , berikutnya dengan definisi yang sama , tetapi dengn menetapkan fokus adalah

F_2 (c,0) dan garis direktris $x = -a^2/c$, masing-masing adalah salah satu titik fokus dan garis direktris Ellips E_0 maka akan didapat Ellips dengan persamaan:

$\dfrac{\left(x + \dfrac{2a^2c}{b^2}\right)}{\dfrac{a^2\left(a^2+b^2\right)}{b^4}} + \dfrac{y^2}{\dfrac{b^2\left(a^2+b^2\right)}{b^4}} = 1$, dan selanjutnya Ellips ini kita sebut Ellips

E_1 kiri.

Ellips E_1 kiri dan Ellips E_1 kanan masing-masing memiliki koordinat pusat, panjang sumbu panjang dan panjang sumbu pendek, serta panjang antar kedua titik api adalah:

$$E_1 kiri : \left[\left(0, \frac{-2a^2c}{b^2} \right); 2a\left(\frac{a^2+c^2}{b^2} \right); 2b\left(\frac{a^2+c^2}{b^2} \right); 2c\left(\frac{a^2+c^2}{b^2} \right) \right]$$

$$E_1 kanan : \left[\left(0, \frac{2a^2c}{b^2} \right); 2a\left(\frac{a^2+c^2}{b^2} \right); 2b\left(\frac{a^2+c^2}{b^2} \right); 2c\left(\frac{a^2+c^2}{b^2} \right) \right],$$

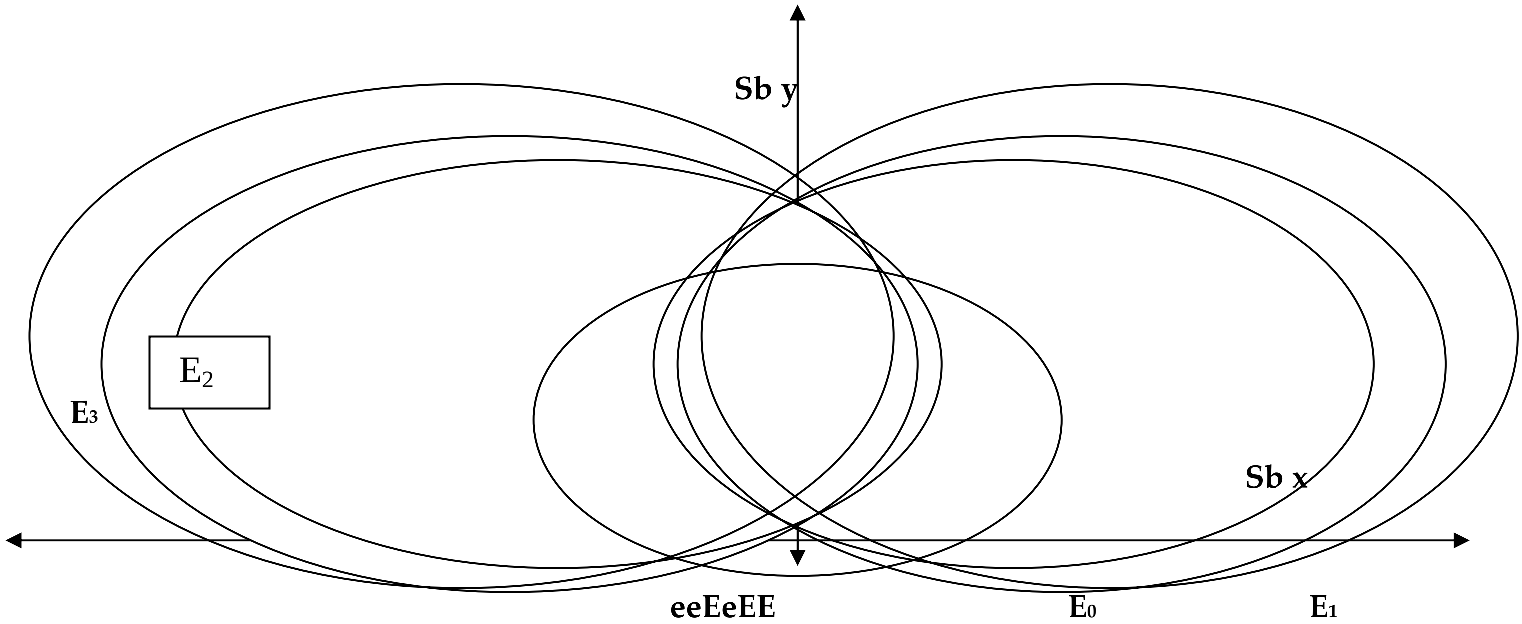
B. DERET ELLIP .

Selanjutnya dengan definisi (b) dan diberlakukan terhadap salah satu fokus dan garis direktris Ellips E_1 kiri atau E_1 kanan akan didapat Ellips E_2 kiri dan Ellips E_2 kanan masing-masing memiliki koordinat pusat, panjang sumbu panjang dan panjang sumbu pendek, serta panjang antar kedua titik apai adalah berikut:

$$E_2 kiri : \left[\left(0, \frac{-4a^4c}{b^4} \right); 2a\left(\frac{a^2+c^2}{b^2} \right)^2; 2b\left(\frac{a^2+c^2}{b^2} \right)^2; 2c\left(\frac{a^2+c^2}{b^2} \right)^2 \right]$$

$$E_2 kanan : \left[\left(0, \frac{4a^4c}{b^4} \right); 2a\left(\frac{a^2+c^2}{b^2} \right)^2; 2b\left(\frac{a^2+c^2}{b^2} \right)^2; 2c\left(\frac{a^2+c^2}{b^2} \right)^2 \right]$$

Begitu seterusnya kita buat Ellips –Ellips dengan definisi (b) dan memberlakukan salah satu fokus dan garis direktris dari Ellips sebelumnya dengan cara yang analog maka akan kita dapatkan Ellips E_3, E_4 , E_5 , ……E_n baik kiri maupun kanan.



ssSSb x

Ellips – Ellips tersebut memiliki koordinat titik pusat , panjang sumbu panjang, panjang sumbu pendek dan jarak antar kedua fokus sebagai berikut :

$$E_3 kiri : \left[\left(0, \frac{-2a^2c - c\left(a^2+c^2\right)^2 - a^2c\left(b^2\right)^2}{\left(b^2\right)^3}\right); 2a\left(\frac{a^2+c^2}{b^2}\right)^3; 2b\left(\frac{a^2+c^2}{b^2}\right)^3; 2c\left(\frac{a^2+c^2}{b^2}\right)^3\right]$$

$$E_3 kanan : \left[\left(0, \frac{2a^2c + c\left(a^2+c^2\right)^2 + a^2c\left(b^2\right)^2}{\left(b^2\right)^3}\right); 2a\left(\frac{a^2+c^2}{b^2}\right)^3; 2b\left(\frac{a^2+c^2}{b^2}\right)^3; 2c\left(\frac{a^2+c^2}{b^2}\right)^3\right]$$

$$E_4 kiri : \left[\left(0, \frac{-2a^2c - c\left(a^2+c^2\right)^3 - a^2c\left(b^2\right)^3}{\left(b^2\right)^4}\right); 2a\left(\frac{a^2+c^2}{b^2}\right)^4; 2b\left(\frac{a^2+c^2}{b^2}\right)^4; 2c\left(\frac{a^2+c^2}{b^2}\right)^4\right]$$

$$E_4 kanan : \left[\left(0, \frac{2a^2c + c(a^2+c)^3 + a^2c(b^2)^3}{(b^2)^4} \right) ; 2a\left(\frac{a^2+c^2}{b^2} \right)^4 ; 2b\left(\frac{a^2+c^2}{b^2} \right)^4 ; 2c\left(\frac{a^2+c^2}{b^2} \right)^4 \right]$$

$$E_5 kiri : \left[\left(0, \frac{-2a^2c - c(a^2+c^2)^4 - a^2c(b^2)^4}{(b^2)^5} \right) ; 2a\left(\frac{a^2+c^2}{b^2} \right)^5 ; 2b\left(\frac{a^2+c^2}{b^2} \right)^5 ; 2c\left(\frac{a^2+c^2}{b^2} \right)^5 \right]$$

$$E_5 kanan : \left[\left(0, \frac{2a^2c + c(a^2+c)^4 + a^2c(b^2)^4}{(b^2)^5} \right) ; 2a\left(\frac{a^2+c^2}{b^2} \right)^5 ; 2b\left(\frac{a^2+c^2}{b^2} \right)^5 ; 2c\left(\frac{a^2+c^2}{b^2} \right)^5 \right]$$

Demikian seterusnya dapat dibuat Ellips kiri maupun kanan sampai Ellpis ke n dengan memiliki koordinat titik pusat , panjang sumbu panjang, panjang sumbu pendek dan jarak antar kedua titik fokusnya sebagai berikut :

$$E_n kiri : \left[\left(0, \frac{-2a^2c - c(a^2+c^2)^{n-1} - a^2c(b^2)^{n-1}}{(b^2)^n} \right) ; 2a\left(\frac{a^2+c^2}{b^2} \right)^n ; 2b\left(\frac{a^2+c^2}{b^2} \right)^n ; 2c\left(\frac{a^2+c^2}{b^2} \right)^n \right]$$

$$E_n kanan : \left[\left(0, \frac{2a^2c + c(a^2+c)^{n-1} + a^2c(b^2)^{n-1}}{(b^2)^n} \right) ; 2a\left(\frac{a^2+c^2}{b^2} \right)^n ; 2b\left(\frac{a^2+c^2}{b^2} \right)^n ; 2c\left(\frac{a^2+c^2}{b^2} \right)^n \right]$$

Selanjutnya berdasar uraian diatas bahwa jika Ellips merupakan lintasan elektorn, maka kita perhatikan hal-hal berikut:

a. dua definisi yang menjadi definisi Ellip,
b. bahwa lintasan Elektron pada kulit atomnya adalah Ellip
c. maka timbul pertanyaan berikut:
    a. bahwa dalam inti atom akan menjadi kedudukan titik focus Ellips , serta dimana keberadaan titik api dimaksud ?
    b. ellips juga memiliki garis direktris, dengan mengingat salah satu definisinya bawa ellips adalah suatu kurva yang menjadi tempat kedudukan titik-titik yang jaraknya terhadap garis tertentu

dibanding jaraknya terhadap titik tertentu sebagai bilangan tetap sebagai a : c.

Merupakan teka-teki bersama untuk menyatakan bahwa lintasan electron pada kulit atom adalah Ellips, dengan belum kita ketahuinya keberadaan unsur ellips dalam struktur atom, beserta penjelasannya. Keberadaan garis direktis, titik api, dan angka perbandingan jarak terhadap keduanya sebagaimana disebutkan dalam batasan dan definisi Ellip masih merupakan mistri.

Dugaan lain tentang lintasan elektrone adalah berbentuk bola, bola didefiniskan:

a. bola adalah tempat kedudukan titik-titik yang jaraknya terhadap titik tertentu tetap, dengan menetapkan bahwa titik tertentu adalah pusat bola, dan jarak tertentu adalah jejari bola.
b. Bola adalah tempat kedudukan titik-titik yang jaraknya terhadap kedua titik tertentu berbanding dengan bilangan yang tetap, kedudukan kedua titik tertentu suatu saat berada segaris dengan titik pusat inti sedemikian hingga elektrone berada diantara salah satu titik dengan pusat inti atom.
c. Dengan menganggap pusat bola adalah pusat inti atom, titik kedua adalah sebarang titik maka kemungkinan ini kiranya berlaku untuk sebuah electron mengelilingi inti atom dalam lintasan berbentuk bola, sedang gerak elektro karena adanya gaya lain antar electron sendiri, dan gaya antar electron dengan protone, sehingga terdapat dua vector gaya yang bekerja pada sebuah electron.
d. Dengan demikian lintasan electron berbentuk bola kemungkinan terjadi pada atom hydrogen, yang memang hanya memiliki sebuah electron pada kulit atomnya.
e. Kemungkinan lain electron melintasi kulit atom secara berpilin ?

KEPUSTAKAAN

1. Rawuh. . Geometri Analit Datar . Penerbit Tranito Bandung . 1982.
2. Marten Kanginan, Fisika Dasar, Erlangga Jakarta 2003.
3. Samuel Wibisono, Fisika Dasar, Graha Ilmu, Jakarta, 2004.

Prinsip Inklusi Eksklusi Lanjut

Midjan
PRODI P. MATEMATIKA FKIP UMG GRESIK
Jl Sumatera 101 Randuagung Gresik

Abstraksi

Perumusan prinsip InklusiEksklusi adalah perumusan yang dikembangkan berdasar konsep teori himpunan yang dinyatakan dalam bentuk khusus:

$N(a_1'a_2'a_3') = N(S) - N(a_1) - N(a_2) - N(a_3) + N(a_1 a_2) + N(a_1 a_3) + N(a_2 a_3) - N(a_1 a_2 a_3)$ dan

$N(a_1'a_2'a_3'a_4') = N(S) - N(a_1) - \ldots - N(a_4) + N(a_1 a_2) + \ldots + N(a_3 a_4) - N(a_1 a_2 a_3) - N(a_1 a_2 a_4) - N(a_1 a_3 a_4) - N(a_2 a_3 a_4) + N(a_1 a_2 a_3 a_4)$

dan bentuk umum:

$N(a_1' a_2' a_3' \ldots a_r') = N(S) - \sum N(a_1) + \sum N(a_1 a_j) - \sum N(a_1 a_j a_k) \pm ..(-1)^r N(a_1 a_2 \ldots a_r)$

Kedua perumusan tersebut tidak menjamin memberi solusi untuk dapat menyelesaikan problem beberapa obyek memiliki kesamaan sifat yang saling overlapping satu sama lain, berada dalam lingkup suatu himpunan tertentu. Pada pembahasan 3 obyek A, B, dan C dalam dalam S himpunan beberapa perumusan belum menjadi bahasan konsep Inklusi-Eksklusi, karena perumusan yang ada , hanya berdasar pada subset-subset himpunan yang saling berpotongan antar ketiga himpunan A, B, dan C dalam S himpunan sebagaimana diagram VENNnya.

Beberapa contoh adalah subset himpunan yang berada dalam himpunan A diantaranya:

1. N(A – B) = N(A) – N(A∩B) , dan N(A) – N(B) ≠ N(A) – N(A∩B)
2. N(A – C) = N(A) – N(A∩C) , dan N(A) – N(C) ≠ N(A) – N(A∩C)
3. N{A – (BÚC)} = N(A) - N(A∩B) – N(A∩C) + N(A∩B∩C), dan
   N(A) – N(BÚC) ≠ N(A) - N(A∩B) – N(A∩C) + N(A∩B∩C), dst'

Perumusan Inklusi eksklusi.lanjut untuk 4 obyek dapat diberikan contoh-contoh berikut:

1. N{(A∩B) – (C∩D)} = N(A∩B) – N(A∩B∩C∩D),
2. N{(A∩B) – (CỤD)} = N(A∩B) – N(A∩B∩C) – N(A∩B∩D) + N(A∩B∩C∩D)
3. N{(AỤB) – (CỤD)} = N(AỤB) – N(A∩C) – N(A∩D) - N(B∩C), – N(B∩D) + N(A∩C∩D) + N(B∩C∩D) + + N(A∩B∩C) + N(A∩B∩D) - N(A∩B∩C∩D).
4. N{(AỤB) – (C∩D)} = N(AỤB) – N(C∩D) + N(A∩C∩D) + N(∩B∩C∩D) - N(A∩B∩C∩D) . dst

Perumusan Inklusi eksklusi.lanjut untuk n obyek dapat diberikan berikut:

5. N{(AỤB) – (CỤD∩E…)} = N(AỤB) – N(A∩C) – N(A∩D) - N(B∩C), – N(B∩D) + N(A∩C∩D) + N(B∩C∩D) + N(A∩B∩C) + N(A∩B∩D) …… ± N(A∩B∩C∩D∩E……….).
6. N{(AỤB) – (CỤD∩E…)} = N(AỤB) – N(C∩D) + N(A∩C∩D) + N(∩B∩C∩D) … ± N(A∩B∩C∩D∩E….).

Tampaknya perlu ada pembahasan lanjut, untuk dapat mengembangkan perumusan yang ada, perumusan terakhir diharapkan dapat menjadi dasar pengembangan konsep inklusi-eksklusi lanjut bahkan untuk n obyek yang berbeda sifat terkait pada overlapping antar obyek karena kesamaan sifat dalam suatu himpunan tertentu, tanpa menampilkan diagram VENNnya.

Kata Kunci: konsep inklusi-eksklusi lanjut, teori himpunan dan diagram VENN.

A. Pendahuluan.

Pembahasan permasalahan obyek yang memiliki beberapa kesamaan sifat dalam suatu himpunan, dibahas dalam problem prinsip Inklusi

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

Eksklusi untuk memberikan solusi permasalahan beberapa obyek yang saling over laping satu sama lain dalam suatu himpunan obyek tertentu. Sementara ini pembahasan masih sebatas membahas dua, tiga , bahkan sampai empat obyek permasalahan yang saling over laping, namun belum menyentuh obyek yang overlapping antar obyek yang lebih detail, walupun konsistensi dan keberdaannya ada baik untuk tiga, bahkan empat obyek dalam suatu himpunan obyek tertentu, pembahasan hanya menberikan solusi permasalahan dengan konsep inklusi-eksklusi obyek-obyek dengan overlaping terbatas.

Sebagai misal adalah seuah perusahaan dibidang transportasi yang menjalin kerjasama dengan tiga perusahaan A, B, dan C, yang memerlukan angkutan untuk mengirim produksi pabriknya masing-masing dalam setiap 3 hari untuk pabrik A, setiap 4 hari untuk pabrik B, dan 5 lima hari untuk pabrik C, keperluan alat transportasi untuk pbrik A 15 truk, pabrik B 20 truk, dan pabrik C 12 truk, maka problema yang akan muncul misalnya, pada hari keberapa truk yang digunakan sedang dipakai oleh perusahaan B tetapi tidak dipakai oleh perusahaan A atau B ?.

Solusi untuk menjawab pertanyaan tersebut tidak akan dapat diselesaikan, karena tidak adanya perumusan prinsip inklusi-eksklusi yang sesuai dengan problema dimaksud

Perusahaam transportasi dengan armada yang terbatas memerlukan solusi penyelesaian dengan konsep prinsip inklusi-eksklusi dalam mengatur jadwal armada transportasinya, jika kemudian permintaan konsumen pada persoalan diatas meningkat untuk dapatnya melayani lebih dari 4, 5 pabrik maka membutuhkan solusi penyelesain dengan konsep prinsip inklusi-eksklusi lanjut yang sesuai.

B. Prinsip Inklusi Eksklusi

Misalkan S adalah suatu himpunan dari N obyek, dan $a_1, a_2, ..a_n$ adalah sifat yang mungkin dimiliki obyek yang ada di S, dengan $N(a_1)$ menyatakan banyaknya obyek di S dengan sifat a_1,

$N(a_1')$ menyatakan banyakanya obyek di S yang tidak memiliki sifat a_1 sedangkan banyaknya obyek S dapat dinyatakan sebagai $N(S) = N(a_1) + N(a_1')$.

Selanjutnya $N(a_1 a_2)$ menyatakan banyaknya obyek S yang memilki sifat a_1, dan a_2 , sedang $N(a_1' a_2')$ menyatakan banyaknya obyek di S yang tidak memiliki sifat a_1 , atau a_2 , dan banyaknya $N(a_1' a_2')$ dapat dinyatakan sebagai $N(a_1' a_2') = N(S) – N(a_1) – N(a_2) – N(a_1 a_2)$.

Dapat ditunjukan banyaknya obyek di S yang tidak memiliki sifat a_1, a_2, a_3 , adalah

$N(a_1'a_2'a_3') = N(S) – N(a_1) – N(a_2) – N(a_3) + N(a_1 a_2) + N(a_1 a_3) + N(a_2 a_3) - N(a_1 a_2 a_3)$

Seterusnya untuk .

$$N(a_1'a_2'a_3'a_4') = N(S) – N(a_1) – \ldots – N(a_4) + N(a_1 a_2) + \ldots + N(a_3 a_4) - N(a_1 a_2 a_3) - \ldots - N(a_2 a_3 a_4) + N(a_1 a_2 a_3 a_4) .$$

Perumusan diatas adalah perumusan khusus dari suatu prinsip yang disebut prinsip Inklusi – Eksklusi, sedang dalam bentuk Umum adalah:

$$N(a_1' a_2' a_3' \ldots a_r') = N(S) – \sum N(a_1) + \sum N(a_1 a_j) - \sum N(a_1 a_j a_k) \pm ..(-1)^r N(a_1 a_2 \ldots a_r) .$$

Ketut Budayasa . 1997, hal 60 - 62.

Dengan bentuk khusus prinsip Eksklusi – Inklusi kita dapat menyelesaiakan problema :

Ada berapa bilangan bulat dari 1 s/d 1000 yang:

a. tidak habis diagi 3 atau 5 dan

b. tidak habis dibagi 3, 5, atau 7, masing-masing dengan jawaban a = 533, dan b = 457

Tetapi bagaimana menyelesaikannya jika mempertanyakan hal – hal berikut ?

Ada berapa bilangan bulat antara 1 s/d 1000 yang

c. habis dibagi 3 dan 5 tetapi tidak habis dibagi 7

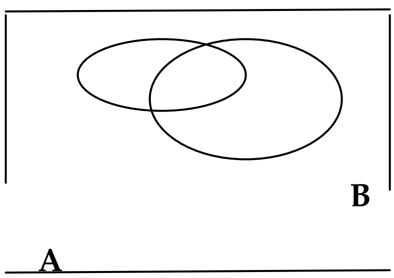
d. habis dibagi 3 dan 7 tetapi tidak habis dibagi 5

e. habis dibagi 3 tetapi tidak habis dibagi 5 atau 7

C. Pembahasan Prinsip Inklusi Eksklusi Lanjut.

Untuk menjawab pertanyaan tersbut diatas, sementara mari kita perhatikan irisan dua himpunan A∩B, masing – masing untuk subset himpunan dari

a. dua himpunan induk,



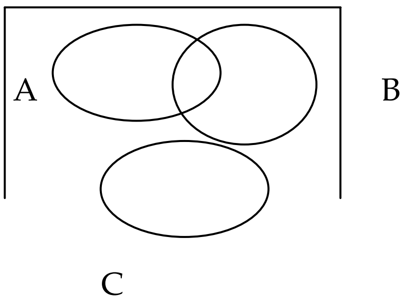
Dari gambar tampak hanya ada satu subset himpunan A∩B, yang saling overlapping antara himpunan A dan himpunan B sendiri, sedangkan pada himpunan A termuat subset himpunan A – B, dan A∩ B, dengan N(A – B) = N(A) - N (A∩B), demikian pula untuk himpunan B termuat subset himpunan B – A dan A∩B, sedangkan N(B – A) = N(B) – N(A∩B).

Perlu diingat bahwa:

N(A) – N(B) ≠ N(A) - N(A∩B), dan

N(B) – N(A) ≠ N(B) – N(A∩B).

b. untuk tiga himpunan induk



Pada subset dengan tiga himpunan induk A, B dan C maka untuk himpunan A termuat subset himpunan A– (BỤC) , A∩B – C, A∩C – B dan A∩B∩C, dengan:

a. N{A – (BỤC)} = N(A) – N(A∩B) –N(A∩C) + N(A∩B∩C),

b. N{(A∩B) – C} = N(A∩B) – N(A∩B∩C),

c. N{(A∩C) – B} = N(A∩C) – N(A∩B∩C), dan

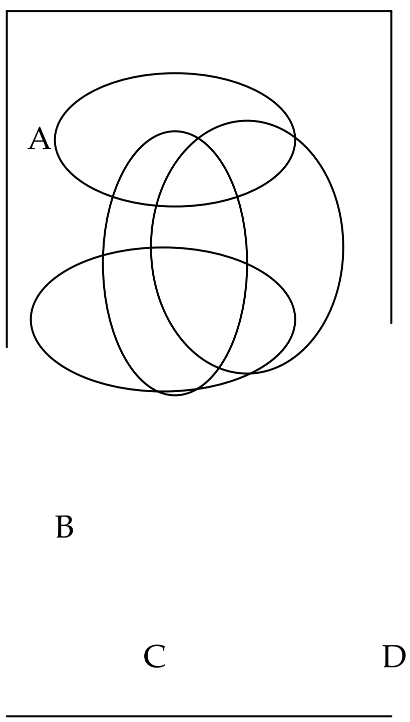
sedang untuk subset himpunan A∩B akan terdapat subset himpunan A∩B – C, dan A∩B∩C, dengan N{(A∩B) – C} = N(A∩B) – N(A∩B∩C), demikian juga untuk A∩C akan terdapat subset himpunan A∩C – B, dan A∩B∩C dengan N{(A∩C) – B} = N(A∩C) – N(B).

Subset-subset himpunan diatas belum mencukupi untuk pembahasan inklusi-eksklusi lanjut, perlu dikembangkan lagi beberapa subset himpunan yang kesemuanya berada dalam subset himpunan A, antara lain: A – B dan A – C, dengan:

a. N(A – B) = N(A) – N(A∩B), dan
b. N(A – C) = N(A) – N(A∩C).

Hal ini berlaku juga untuk subset himpunan dalam himpunan B dan C, dan dengan demikian pembahasan dapat dikembangkan jika 3 obyek yang berlainan sifat, atau overlaping dengan kesaman sifat antar ke tiga obyek berada dalam suatu himpunan tertentu.

c. Untuk empat Himpunan Induk



Untuk empat himpunan induk, pada himpunan A terdapat 8 subset himpunan:

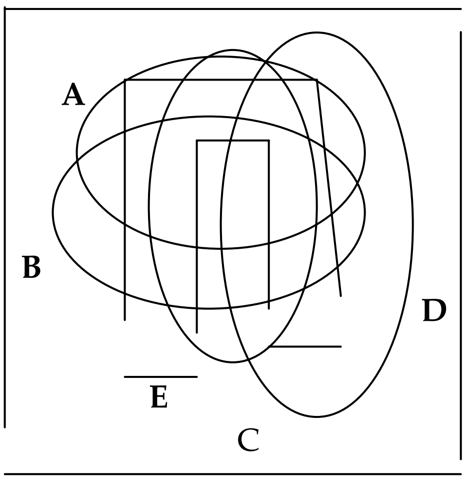
$A-(B\cup C\cup D)$, $\{(A\cap B)-(C\cup D)\}$, $\{(A\cap C)-(B\cup D)\}$, $\{(A\cap D)-(B\cup C)\}$, $(A\cap B\cap C-D)$ $(A\cap B\cap D-C)$, $(A\cap C\cap D-B)$ dan $A\cap B\cap C\cap D$, dan kita peroleh:

1. $N\{A-(B\cup C\cup D)\} = N(A)-N(A\cap B)-N(A\cap C)-N(A\cap D)+N(A\cap B\cap C)+$
   $+N(A\cap B\cap D)+N(A\cap C\cap D)-N(A\cap B\cap C\cap D)$.
2. $N\{(A\cap B)-(C\cup D)\} = N(A)-N(A\cap B\cap C)-N(A\cap B\cap D)+N(A\cap B\cap C\cap D)$,
3. $N\{(A\cap C)-(B\cup D)\} = N(A)-N(A\cap B\cap C)-N(A\cap C\cap D)+N(A\cap B\cap C\cap D)$.
4. $N\{(A\cap D)-(B\cup C)\} = N(A)-N(A\cap C\cap D)-N(A\cap B\cap D)+N(A\cap B\cap C\cap D)$.
5. $N\{(A\cap C\cap D-B)\} = N(A\cap C\cap D)-N(A\cap B\cap C\cap D)$.
6. $N\{(A\cap B\cap C-D)\} = N(A\cap B\cap C)-N(A\cap B\cap C\cap D)$.
7. $N\{(A\cap B\cap D-C)\} = N(A\cap B\cap D)-N(A\cap B\cap C\cap D)$, dan
8. $A\cap B\cap C\cap D$ sendiri.

Sedang pada subset himpunan $A\cap B$, ada empat subset himpunan, yakni: $(A\cap B\cap C-D)$, $(A\cap B\cap D-C)$, $A\cap B\cap C\cap D$ dan $\{A\cap B-(C\cup D)\}$, dengan

1. $N\{(A\cap B\cap C)-D\} = N(A\cap B\cap C)-N(A\cap B\cap C\cap D)$
2. $N\{(A\cap B\cap D)-C\} = N(A\cap B\cap D)-N(A\cap B\cap C\cap D)$
3. $A\cap B\cap C\cap D$ sendiri
4. $N\{(A\cap B)-(C\cup D)\} = N(A\cap B)-N(A\cap B\cap C)-N(A\cap B\cap D)+N(A\cap B\cap C\cap D)$.

d. Untuk lima himpunan induk



Analog, ada delapan subset himpunan untuk A∩B dengan lima himpunan induk

dan selanjutnya dapat memperluas perumusan berikut:

$N(a_1^1 a_2^1 a_3^1) = N(S) - N(a_1) - N(a_2) - N(a_3) + N(a_1 a_2) + N(a_1 a_3) + N(a_2 a_3) - N(a_1 a_2 a_3)$ …*)

$N(a_1^1 a_2^1 a_3^1 a_4^1) = N(S) - N(a_1) - N(a_2) - N(a_3) - N(a_4) + N(a_1 a_2) + N(a_1 a_3) + N(a_1 a_4) + N(a_2 a_3) + N(a_2 a_4) + N(a_3 a_4) - N(a_1 a_2 a_3) - N(a_1 a_2 a_4) - N(a_1 a_3 a_4) - N(a_2 a_3 a_4) + N(a_1 a_2 a_3 a_4)$………..**)

$N(a_1^1 a_2^1 a_3^1 \ldots a_r^1) = N(S) - \sum N(a_1) + \sum N(a_1 a_j) - \sum N(a_1 a_j a_k) \pm \ldots (-1)^r N(a_1 a_2 \ldots a_r)$…***).

Maka persamaan dapat diperluas menjadi:

a. $N(a_1 a_2 - a_3) = N(a_1 a_2) - N(a_1 a_2 a_3)$ pada ……..*)
b. $N(a_1 a_2) - N(a_3 \cup a_4) = N(a_1 a_2) - N(a_1 a_2 a_3) - N(a_1 a_2 a_4) - + N(a_1 a_2 a_3 a_4)$ pada ....**)
c. $N(a_1) - N(a_2 \cup a_3 \cup a_4) = N(a_1) - N(a_1 a_2) - N(a_1 a_3) - N(a_1 a_4) + N(a_1 a_2 a_3) + N(a_1 a_2 a_4) + + N(a_1 a_3 a_4) - N(a_1 a_2 a_3 a_4)$ pada ………..**) ; dst.

D. PEMBAHASAN dan PENYELESAIAN SOAL

Perluasan perumusan prisip Inklusi – Esklusi akan dapat dipakai menyelesaikan problema tersbut diata dengan terlebih dahulu diuraikan rincian berikut:

Mis S = (1, 2, 3,…1000) , a_1 = sifat habis dibagi 3; a_2 = sifat habis dibagi 5; a_3 = sifat habis dibagi 7 maka

1.$N(a_1)$: banyaknya anggota S yang habis dibagi 3 = (1000 : 3) = 333 .

2.N(a_2): banyaknya anggota S yang habis dibagi 5 = (1000 : 5) = 200 .

3.N(a_3): banyaknya anggota S yang habis dibagi 7 = (1000 : 7) = 142 .

4.N(a_1 a_2): banyaknya anggota S yang habis dibagi 3 dan 5 = (1000 : 15) = 66.

5.N (a_1 a_3): banyaknya anggota S yang habis dibagi 3 dan 7 = (1000 : 21) = 47 .

6 N (a_2 a_3): banyaknya anggota S yang habis dibagi 5 dan 7 = (1000 : 35) = 28 .

7. N (a_1 a_2 a_3): banyaknya anggota S yang habis dibagi 3, 5 dan 7.= (1000 : 105) = 9

8. N (a_1^1 a_2^1): banyaknya anggota S yg tidak habis dibagi 3 atau 5

= N(S) - N(a_1) -N(a_2) + N(a_1 a_2) = 1000 – 333 – 200 + 66 = 533.

9. N(a_1^1 a_3^1): banyaknya anggota S yg tidak habis dibagi 3 atau 7

= N(S) - N(a_1) - N(a_3)+ N (a_1 a_3) = 1000 – 333 – 142 + 47 = 533.

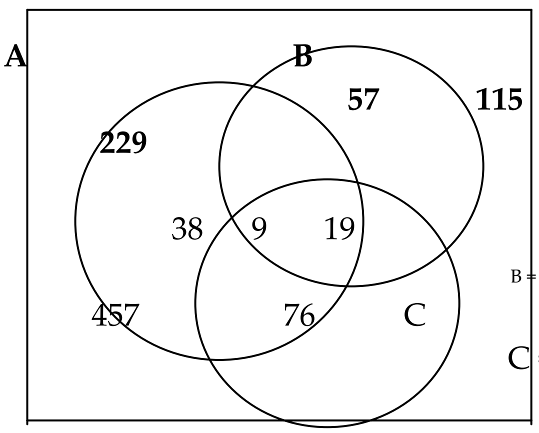
10. N(a_2^1 a_3^1): banyaknya anggota S yg tidak habis dibagi 5 atau 7

= N(S) - N(a_2) - N(a_3)+N (a_2 a_3) = 1000 – 200 – 142 + 28 = 533.

11. N (a_1^1 a_2^1 a_3^1) : banyaknya anggota S yang tidak habis dibagi 3 atau 5 atau 7.

= 1000 – 333 – 200 – 142 + 66 + 47 + 28 – 9 = 457.

Sedangkan untuk menjawab pertanyaan c, d, dan e sementara dengan bantuan diagram VENN akan dapat diselesaikan dengan gambaran berikut:



A = N (a_1)

B = N (a_2)

C = N (a_3)

Maka kita dapatkan

N(x,y - z): banyaknya anggota S yg habis dibagi 3 dan 5 tetapi tidak habis dibagi 7 = 57 .

N(x,z - y): banyaknya anggota S yg habis dibagi 3 dan 7 tetapi tidak habis dibagi 5 = 38

N(y,z - x): banyaknya anggota S yg habis dibagi 5 dan 7 tetapi tidak habis dibagi 3 = 19

N(x - y,z): banyaknya anggota S yg habis dibagi 3 tetapi tidak habis dibagi 5 atau 7 = 229

N(y – x,z): banyaknya anggota S yg habis dibagi 5 tetapi tidak habis dibagi 3 atau 7 = 115

Dengan prinsip Inklusi – eksklusi lanjut kita dapatkan

N(x,y - z) ; banyaknya anggota S yang habis dibagi 3 dan 5 tetapi tidak habis dibagi 7

$N(a_1 \cap x_2 - x_3) = N(a_1 \cap x_2) - N(a_1 \cap x_2 \cap x_3) = 66 - 9 = 57$.

N(x,z - y) : banyaknya anggota S yang habis dibagi 3 dan 7 tetapi tidak habis dibagi 5

$N(a_1 \cap x_3 - x_2) = N(a_1 \cap x_3) - N(a_1 \cap x_2 \cap x_3) = 47 - 9 = 38$

N(y,z - x) : banyaknya anggota S yang habis dibagi 5 dan 7 tetapi tidak habis dibagi 3

$N(a_2 \cap x_3 - x_1) = N(\cap x_2 \cap x_3) - N(a_1 \cap x_2 \cap x_3) = 28 - 9 = 19$

N(x - y,z) : banyaknya anggota S yang habis dibagi 3 tetapi tidak habis dibagi 5 atau 7

$N(a_1 - x_2 \cap x_3) = N(a_1) - N(a_1 \cap x_2) - N(a_1 \cap x_3 + N(a_1 \cap x_2 \cap x_3) = 333 - 66 - 47 + 9 = 229$

N(y – x,z) : banyaknya anggota S yang habis dibagi 5 tetapi tidak habis dibagi 3 atau 7

$N(x_2) – a_2 \cap x_3) = N(x_2) - N(a_1 \cap x_2) – N(a_2 \cap x_3) + N(a_1 \cap x_2 \cap x_3) = 142 – 66 -28 + 9 = 115$

Permasalahan berikutnya adalah: Ada berapa bilangan bulat dari 1 s/d 10000 yang

a. tidak habis dibagi 4 atau 6.

b. tidak habis dibagi 4, 6, 7, atau 10.

c. habis dibagi 4 dan 6, tetapi tidak habis dibagi 7 atau 10

Jawab Misalkan: S = (1, 2, 3, ……..10000) , a_1 = sifat habis dibagi 4;

a_2 = sifat habis dibagi 6; a_3 = sifat habis dibagi 7 , a_4 = sifat habis dibagi 10 .

N (a_1): banyaknya anggota S yang habis dibagi 4 = (10000:4) = 2500.

N (a_2): banyaknya anggota S yang habis dibagi 6 = (10000:6) = 1666.

N (a_3): banyaknya anggota S yang habis dibagi 7 = (10000:7) = 1428.

N (a_4): banyaknya anggota S yang habis dibagi 10 = (10000:10) = 10000.

N(a_1 a_2) : banyaknya anggota S yang habis dibagi 4 dan 6 = (10000:12) = 833 .

N (a_1 a_3): banyaknya anggota S yang habis dibagi 4 dan 7 = (10000:28) = 357 .

N(a_1 a_4) : banyaknya anggota S yang habis dibagi 4 dan 10 = (10000:20) = 500 .

N (a_2 a_3): banyaknya anggota S yang habis dibagi 6 dan 7 = (10000:42) = 238 .

N (a_2 a_4): banyaknya anggota S yang habis dibagi 6 dan 10 = (10000:30) = 333

$N(a_3 a_4)$: banyaknya anggota S yang habis dibagi 7, dan 10 = (10000:70) = 142 .

$N(a_1 a_2 a_3)$: banyaknya anggota S yang habis dibagi 4, 6 dan 7 = (10000:84) = 119 .

$N(a_1 a_2 a_4)$: banyaknya anggota S yang habis dibagi 4, 6 dan 10 = (10000:60) = 166 .

$N(a_1 a_3 a_4)$: banyaknya anggota S yang habis dibagi 4, 7 dan 10 = (10000:140) = 71 .

$N(a_2 a_3 a_4)$: banyaknya anggota S yang habis dibagi 6, 7 dn 10 = (10000:210) = 47 .

$N(a_1 a_2 a_3 a_4)$: banyaknya anggota S yang habis dibagi 4, 6, 7 dan 10 = (10000:420) = 23 .

Dengan prinsip Inklusi Eksklusi pertanyaan tersebut diatas dapat diselesaikan:

a. $N(a_1 a_4)^1$: banyaknya anngota S yang tidak habis dibagi 4 atau 6 .

$= N(S) - \{ N(a_1) + N(a_4) - N(a_1 a_4) = 10000 - (2500 + 1000 - 500) = 7000.$

b. $N(a_1^1 a_2^1 a_3^1 a_4^1)$: banyaknya anggota S yg tidak habis dibagi 4 atau 6 atau 7 atau 10

$= N(S) - N(a_1) - N(a_2) - N(a_3) - N(a_4) + N(a_1 a_2) + N(a_1 a_3) + N(a_1 a_4) + N(a_2 a_3) + N(a_2 a_4) + N(a_3 a_4) - N(a_1 a_2 a_3) - N(a_1 a_2 a_4) - N(a_1 a_3 a_4) - N(a_2 a_3 a_4) + N(a_1 a_2 a_3 a_4)$.

= 10000–2500–1666–1428–10000+833+357+500+238+333+142–119–166-71-47+23

= 5429

Dengan menggunakan prinsip Inklusi –Eksklusi lanjut

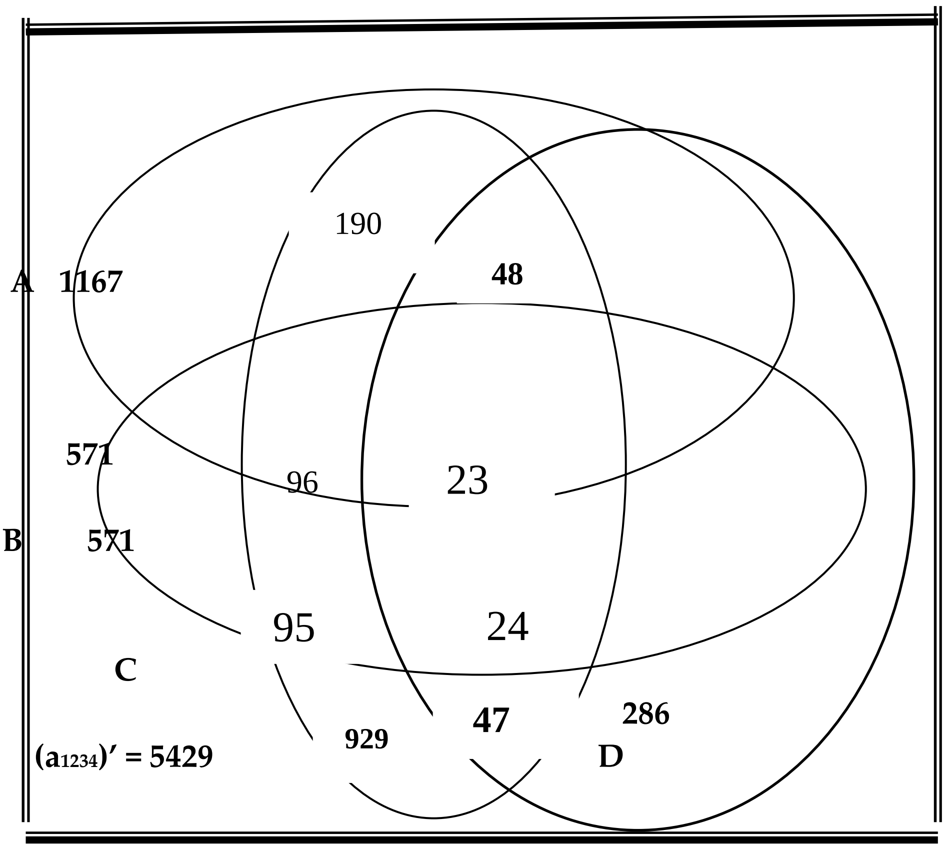
c. $N(a_1 \cap a_2) – N(a_3 \cup a_4)$: banyaknya anggota S yang habis dibagi 4 dan 6, tetapi tidak

habis dibagi 7 atau 10

$N(a_1 \cap a_2) – N(a_3 \cup a_4) = N(a_1\ a_2) - N(a_1\ a_2\ a_3) - N(a_1\ a_2\ a_4) + N(a_1\ a_2\ a_3\ a_4)$.

= 833 – 119 – 166 + 23 = 571

atau dapat dinyatakan dengan diagram berikut :



Ket gbr : $A = N(a_1)$; $B = N(a_2)$; $C = N(a_3)$; $D = N(a_4)$

E. Kesimpulan

Dengan demikian dapat dikatakan bahwa konsep prinsip Inklusi – Eksklusi lanjut tidak terbatas pada 4 empat sifat dari himpunan S dengan N sifat, akan tetapi dapat berlanjut sampai dengan N sifat dan masing-masing masih dapat dianalisa atas operasi untuk masing- masing subset himpunannya. Dengan diagram Venn orientasi pada masing-masing subset himpunan tampaknya sebatas sampai dengan lima sifat himpunan, yang dapat dengan sederhana kita lakukan, lebih dari lima sifat himpunan akan lebih kompleks dan rumuit jika dianalisa berdasar diagram VENNnya, karenanya disarankan untuk pembahasan prinsip inklusi – eksklusi lanjut untuk n himpunan, cukup dengan mengembangkan perumusan persamaan berikut

Untuk n himpunan induk secara umum dapat dinyatakan sbb:

1. $N\{A - (B \cup C \cup \ldots)\} = N(A) - N(A \cap B) - N(A \cap C) - \ldots N(A \cap Z) + N(A \cap B \cap C) +$

$N(A \cap B \cap D) + \ldots + N(A \cap B \cap Z) - N(A \cap B \cap C \cap D) - N(A \cap B \cap C \cap E) - \ldots -$

$N(A \cap B \cap C \cap Z) - N(A \cap B \cap D \cap E) - \ldots - N(A \cap B \cap D \cap Z) + N(A \cap B \cap C \cap D \cap E) +$

$N(A \cap B \cap C \cap D \cap F) + \ldots \pm N(A \cap B \cap C \cap D \cap \ldots \cap Z)$

2. $N\{(A\cap B) - (B\cup C\cup\ldots\cup Z)\} = N(A\cap B) - N(A\cap B\cap C) - N(A\cap B\cap D) - \ldots - N(A\cap B\cap Z) -$
$N(A\cap B\cap C\cap D) -$
$- N(A\cap B\cap C\cap E) - \ldots - N(A\cap B\cap C\cap Z) - N(A\cap B\cap D\cap E) - \ldots - N(A\cap B\cap D\cap Z)$
$+ N(A\cap B\cap C\cap D\cap E) + N(A\cap B\cap C\cap D\cap F) + \ldots \pm N(A\cap B\cap C\cap D\cap \ldots \cap Z)$

3. $N\{(A\cap B\cap C) - (B\cup C\cup\ldots\cup Z)\} = A\cap B\cap C - A\cap B\cap C\cap D - A\cap B\cap C\cap E - \ldots -$
$A\cap B\cap C\cap Z + \; + A\cap B\cap D\cap E + \ldots A\cap B\cap D\cap Z - A\cap B\cap C\cap D\cap E - A\cap B\cap C\cap D\cap F$
$\ldots \pm A\cap B\cap C\cap D\cap \ldots \cap Z$.

Perumusan prinsip Inklusi eksklusi lanjut adalah:

1. $N\{(A\cap B) - (C\cap D)\} = N(A\cap B) - N(A\cap B\cap C\cap D)$,
2. $N\{(A\cap B) - (C\cup D)\} = N(A\cap B) - N(A\cap B\cap C) - N(A\cap B\cap D) + N(A\cap B\cap C\cap D)$
3. $N\{(A\cup B) - (C\cup D)\} = N(A\cup B) - N(A\cap C) - N(A\cap D) - N(B\cap C), - N(B\cap D) +$
$N(A\cap C\cap D) + N(B\cap C\cap D) + \quad N(A\cap B\cap C) + N(A\cap B\cap D) -$
$N(A\cap B\cap C\cap D)$.
4. $\{(A\cup B) - (C\cap D)\} = N(A\cup B) - N(C\cap D) + N(A\cap C\cap D) + N(\cap B\cap C\cap D) -$
$N(A\cap B\cap C\cap D)$, seterusnya .

5. $\{(A\cup B) - (C\cup D\cap E\ldots)\} = N(A\cup B) - N(A\cap C) - N(A\cap D) - N(B\cap C), - N(B\cap D) +$
$N(A\cap C\cap D) + N(B\cap C\cap D) + N(A\cap B\cap C) + N(A\cap B\cap D) \ldots \pm$
$N(A\cap B\cap C\cap D\cap E\ldots)$.
6. $\{(A\cup B) - (C\cup D\cap E\ldots)\} = N(A\cup B) - N(C\cap D) + N(A\cap C\cap D) + N(\cap B\cap C\cap D) \ldots \pm$
$N(A\cap B\cap C\cap D\cap E\ldots)$.

Kepustakaan :

1. Andi Hakim Nasution, Landasan Matematika, Penerbit Bharata Jakarta 1983.

2. Ketut Budayasa, Matematika Diskrit I, University Press IKIP Surabaya, 1997.

3. Jong Jek Siong, Matematika Diskrit I, Andi Ofset , Jogjakarta, 2002.

4. Seymour, L Marc, L Lipson, Matematika Diskrit, Salemba Teknik, Jakarta, 2001.

Penyelesaian Alternatif Persamaan Diffrential Eksak

Midjan
PRODI P. MATEMATIKA FKIP UMG GRESIK
Jl Sumatera 101 Randuagung Gresik

Abstraksi

Persamaan Diffrential Eksak merupakan salah satu jenis Persamaan Diffrential biasa orde pertama derajat pertama yang memilik bentuk umum: M(x,y) dx + N(x,y)dy,

dengan ciri dan syarat : $\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial y}$, dengan penyelesaian sebagai berikut :

A.a. PUPD Eksak: f(x,y)= $\int_x M(x,y)dx + \int_y \left\{ N(x,y)dy - \frac{\partial}{\partial y}\left[\int_x M(x,ydx \right]\right\} dy$

b. PUPD Eksak: f(x,y)=. $\int_y N(x,y)dy + \int_x \left\{ M(x,y)dx - \frac{\partial}{\partial x}\left[\int_y N(x,ydy \right]\right\} dx$

Merupakan penyelesaian persamaan diffrential Eksak.yang biasa dipergunakan para mahasiswa, atau ditulis diberbagai refrens, literature, dan perkuliahan.
Metode lain yang lebih sederhana dapat dipergunakan dengan menggabung hasil integrasi:

$\int_x M(x,y)dx$ dengan $\int_y N(x,y)dy$ yang kita namakan:

Penyelesaian Alternatif Persamaan Diffrential Eksak.dan dinyatakan sebagai:

B. PUPD Eksak: f(x,y)= $\int_x M(x,y)dx \bigcup \int_y N(x,y)dy$.

Penggabungan dalam solusi dimaksudkan bahwa suku hasil integrasi merupakan elemen atau anggota suatu himpunan, $\int_x M(x,y)dx$ adalah himpunan pertama, sedang $\int_y N(x,y)dy$ adalah himpunan kedua, dengan mengikuti aturan operasi penggabungan dalam teori himpunan solusi persamaan differential Eksaksecara sederhana dapat diselesaikan.

Kata Kunci: PD Eksak, penyelesaian Alternatif PD Eksak.

A. PENDAHULUAN.

Sebenarnya gagasan untuk mendapatkan rumusan alternative penyelesaian persamaan differential Eksak ini berawal dengan memperhatikan rumusan dan metode yang sudah baku sebagaimana dinyatakan pada kedua penyelesaian berikut:

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

1. *PUPD Eksak: f(x,y)=* $\int_x M(x,y)dx + \int_y \left\{ N(x,y)dy - \frac{\partial}{\partial y}\left[\int_x M(x,ydx \right] \right\} dy$

atau

2. *PUPD Eksak: f(x,y)=.* $\int_y N(x,y)dy + \int_x \left\{ M(x,y)dx - \frac{\partial}{\partial x}\left[\int_y N(x,ydy \right] \right\} dx$

Memperhatikan kedua rumusan keduanya dapat diubah sbb:

Persamaan 1: $\int_x M(x,y)dx + \int_y \left\{ N(x,y)dy - \frac{\partial}{\partial y}\left[\int_x M(x,ydx \right] \right\} dy$ *diubah menjadi:*

$$1.a \int_x M(x,y)dx + \int_y N(x,y)dy - \int_y \frac{\partial}{\partial y}\left[\int_x M(x,y)dx \right] dy, \ dan$$

Persamaan 2: $\int_y N(x,y)dy + \int_x \left\{ M(x,y)dx - \frac{\partial}{\partial x}\left[\int_y N(x,ydy \right] \right\} dx$ *diubah menjadi:*

$$2.a \int_y N(x,y)dy + \int_x M(x,y)dx - \int_x \frac{\partial}{\partial x}\left[\int_y N(x,y)dy \right] dx$$

Setelah persamaan diubah sebagaimana persaman 1a.dan 2.a karena suku pertama dan kedua sama, maka suku yang ketiga perlu kita analisa lebih lanjut .

B. PENELUSURAN PERUMUSAN SOLUSI UMUM PD EKSAK.

Persamaan Diffrential Eksak merupakan PD biasa orde pertama derajat pertama yang memilik bentuk umum: M(x,y) dx + N(x,y) dy, dengan ciri dan syarat $:\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial y}$, dengan penyelesaian sebagai berikut :

1. PUPD Eksak: f(x,y)= $\int_x M(x,y)dx + \int_y N(x,y)dy - \int_y \frac{\partial}{\partial y}\left[\int_x M(x,y)dx \right] dy$ atau

2. PUPD Eksak: f(x,y)= $\int_y N(x,y)dy + \int_x M(x,y)dx - \int_x \frac{\partial}{\partial x}\left[\int_y N(x,y)dy \right] dx$.

Berdasarkan penurunan perumusan:

1. jika f(x,y) adalah solusi umum PD Eksak, maka
2. Mengingat bahwa : $\frac{\partial f}{\partial x} = M(x,y)$dx dan $\frac{\partial f}{\partial y} = N(x,y)$dy.

   Berarti f(x,y) = $\int_x M(x,y)dx + \Phi(y)$ atau f(x,y) = $\int_y N(x,y)dy + \Phi(x)$
3. Integrasiakan M(x,y)dx ke x dan dengan y tetap.

   $\frac{\partial f}{\partial x}dx = M(x,y)dx$, maka f(x,y) = $\int_x M(x,y)dx + \Phi(y)$, $\phi(y)$ adalah fs y.
4. N(x,y) = $\frac{\partial f}{dy}$ = $\frac{\partial}{\partial y}\left[\int_x M(x,y)dx\right] + \frac{d\phi(y)}{dy}$

   $\frac{d\phi(y)}{dy}$ = N(x,y) - $\frac{\partial}{dy}\left[\int_x M(x,y)dx\right]$ atau

   $$d\Phi(y) = \left\{N(x,y)dy - \frac{\partial}{\partial y}\left[\int_x M(x,y)dx\right]\right\}dy$$
5. $\phi(y) = \int_y d\Phi(y) = \int_y \left\{N(x,y)dy - \frac{\partial}{\partial y}\left[\int_x M(x,y)dx\right]\right\}dy$.
6. f(x,y) = $\int_x M(x,y)dx + \Phi(y)$

   $$= \int_x M(x,y)dx + \int_y \left\{N(x,y)dy - \frac{\partial}{\partial y}\left[\int_x M(x,ydx\right]\right\}dy \quad .$$
7. f(x,y) = $\int_x M(x,y)dx + \int_y N(x,y)dy - \int_y \frac{\partial}{\partial y}\left[\int_x M(x,y)dx\right]dy$
8. PUPD Eksak: f(x,y)= $\int_x M(x,y)dx + \int_y N(x,y)dy - \int_y \frac{\partial}{\partial y}\left[\int_x M(x,y)dx\right]dy$
9. Jika langkah penyelesaian diatas dimulai dari langkah ad 2 dibalik

sbb:

$\frac{\partial f}{\partial y} = N(x,y)dy$, diambil f(x,y) = $\int_y N(x,y)dy + \Phi(x)$, $\phi(x)$ fs x ,

maka didapat f(x,y) = $\int_y N(x,y)dy + \int_x \left\{M(x,y)dx - \frac{\partial}{\partial x}\left[\int_y N(x,ydy\right]\right\}dx$

10. PUPD Eksak: f(x,y)= $\int\limits_y N(x,y)dy + \int\limits_x M(x,y)dx - \int\limits_x \frac{\partial}{\partial x}\left[\int\limits_y N(x,y)dy\right]dx$.

C. PENELUSURAN LANJUT PERUMUSAN SOLUSI UMUM PD EKSAK.

Berdasarkan penurunan perumusan solusi umum PD Eksak terdapat dua cara penyelesaian: f(x,y)=

$\int\limits_x M(x,y)dx + \int\limits_y N(x,y)dy - \int\limits_y \frac{\partial}{\partial y}\left[\int\limits_x M(x,y)dx\right]dy$, dan

f(x,y)= $\int\limits_y N(x,y)dy + \int\limits_x M(x,y)dx - \int\limits_x \frac{\partial}{\partial x}\left[\int\limits_y N(x,y)dy\right]dx$.

Berarti: $\int\limits_y \frac{\partial}{\partial y}\left[\int\limits_x M(x,y)dx\right]dy = \int\limits_x \frac{\partial}{\partial x}\left[\int\limits_y N(x,y)dy\right]dx$, berarti pula integrasi langsung $\int\limits_x M(x,y)dx$ ke x dan $\int\limits_y N(x,y)dy$ ke y untuk mendapatkan f(x,y) harus dieliminer oleh $\int\limits_y \frac{\partial}{\partial y}\left[\int\limits_x M(x,y)dx\right]dy$ atau $\int\limits_x \frac{\partial}{\partial x}\left[\int\limits_y N(x,y)dy\right]dx$, karena terdapat suku suku hasil integrasi $\int\limits_x M(x,y)dx$ ke x jika dijumlahkan dengan $\int\limits_y N(x,y)dy$ saling overlaping karena berasal dari fungsi primitive f(x,y) yang sama.

Jika suku-suku hasil integrasi: $\int\limits_x M(x,y)dx$ boleh dianggap sebagai elemen anggota suatu himpunan A, dan ditulis A: $\int\limits_x M(x,y)dx$, demikian juga untuk suku-suku hasil integrasi $\int\limits_y N(x,y)dy$ adalah elemen keanggotaan himpunan B dan dinyatakan sebagai

B: $\int_y N(x,y)dy$, maka penyelesaian PD Eksak:

$$f(x,y) = \int_x M(x,y)dx + \int_y N(x,y)dy - \int_y \frac{\partial}{\partial y}\left[\int_x M(x,y)dx\right]dy\ .$$

$$= \int_y N(x,y)dy + \int_x M(x,y)dx - \int_x \frac{\partial}{\partial x}\left[\int_y N(x,y)dy\right]dx$$

Berarti: $\int_y \frac{\partial}{\partial y}\left[\int_x M(x,y)dx\right]dy = \int_x \frac{\partial}{\partial x}\left[\int_y N(x,y)dy\right]dx$, dan

$$\int_y \frac{\partial}{\partial y}\left[\int_x M(x,y)dx\right]dy = \int_x M(x,y)dx \ \bigcap\ \int_y N(x,y)dy$$

$\int_x \frac{\partial}{\partial x}\left[\int_y N(x,y)dy\right]dx = \int_x M(x,y)dx \ \bigcap\ \int_y N(x,y)dy$, diperoleh:

$$f(x,y) = \int_x M(x,y)dx + \int_y N(x,y)dy - \int_y \frac{\partial}{\partial y}\left[\int_x M(x,y)dx\right]dy$$

$$f(x,y) = A + B - A \bigcap B,\ atau\ A \bigcup B = A + B - A \bigcap B$$

$$f(x,y) = \int_x M(x,y)dx + \int_y N(x,y)dy - \int_x M(x,y)dx \bigcap \int_y N(x,y)dy,$$

diperoleh: $f(x,y) = \int_x M(x,y)dx \bigcup \int_y N(x,y)dy$

Dengan demikian didapat penyelesaian lain PD Eksak dengan cara mengintegralkan langsung pada M(x,y)dx ke x, dan N(x,y)dy ke y, dan hasil keduanya dilakukan operasi gabungan (union) sebagaimana operasi pada himpunan, dengan menganggap setiap suku hasil intgrasi pada M(x,y) dx ke x, dan N(x,y) dy ke y sebagai element suatu himpunan A dan himpunan B.

D. PENGGUNAAN PERUMUSAN.

Selanjutnya beberapa soal Persamaan Diffrential Eksak dapat diselesaiakan dengan cara yang sudah kita kenal dengan membandingkan dengan penyelesaian alternative untuk beberapa soal berikut:

1. $(x^2 - y)\, dx - x\, dy = 0.$
2. $(x^2 + y)dx + 2xydy = 0$.
3. $(2x + e^y)dx + xe^y\, dy = 0$.
4. $(x + y \cos x)\, dx + \sin x\, dy = 0.$
5. $(x + y + 1)\, dx - (y - x + 3)\, dy = 0.$
6. $(2x + 3y + 4)\, dx + (3x + 4y + 5)\, dy = 0.$
7. $(2xy - x^4)\, dx + x^2\, dy = 0$.
8. $3x^2y^4\, dx + (4x^3y^3 - 12y^2)\, dy = 0.$
9. $(\frac{1}{y} + \frac{1}{x})dx - \frac{x}{y^2}dy = 0.$
10. $(\frac{1}{3x} + \frac{2}{3x^3y^3})dx + (\frac{2}{3x^2y^3} - \frac{2}{3y})dy = 0.$
11. $(8xy^2 + 4x^3y^5)dx + (8x^2y + 5x^4y^4)dy = 0.$
12. $(4x^3 + \frac{1}{x})dx + (3x^4y^2 - \frac{1}{y})dy = 0.$

PEMBAHASAN:

Penyelesaian soal nomor 1: $(x^2 - y)\, dx - x\, dy = 0$,

a. PUPD :

$$\oint M(x,y)dx \cup \int N(x,y)dy = \oint (x^2 - y)dx \cup \oint (-x)dy = \frac{1}{x^3} - xy \cup -xy + c$$

$$\text{PUPD : } \oint (x^2 - y)dx \cup \oint (-x)dy = \frac{1}{x^3} - xy + c$$

b. Penyelesaian biasa: $(x^2 – y)\,dx – x\,dy = 0$,

M(x,y) = $(x^2 – y)\,dx$, dan N(x,y) = - xdy = 0.

Karena f(x,y) = c, dan $\frac{\partial f}{\partial x} = M(x,y)$, $\frac{\partial f}{\partial y} = N(x,y)$, maka kita dapatkan

f(x,y) = $\oint (x^2 - y)dx = \frac{1}{3}x^3 - xy + \phi(y), \phi(y),\ fs.sembarang.dari.y.$

$\frac{\partial f}{\partial y} = N(x,y)\ \frac{\partial f}{\partial y} = -x + \frac{\partial \phi}{\partial y} = N(x,y)\,,\ \frac{\partial \phi}{\partial y} = N(x,y) - (-x) = -x - (-x) = 0\,.$

$\phi(y) = \oint \frac{\partial \phi}{\partial y} = c$, PUPD = f(x,y) = $\frac{1}{3}x^3 - xy + .c.$

Penyelesaian soal nomer 2 : $(x^2 + y^2)dx + 2xydy = 0$.

a. PUPD :

$$\oint M(x,y)dx \bigcup \int N(x,y)dy = \oint (x^2 + y^2)dx \bigcup \oint (+2xy)dy = \frac{1}{3}x^3 + xy^2 \bigcup + xy^2 + c$$

PUPD : $\oint (x^2 + y)dx \bigcup \oint (+2xy)dy = \frac{1}{3}x^3 + xy^2 + c$

b. Penyelesaian biasa soal: $(x^2 + y^2)dx + 2xydy = 0$.

M(x,y) = $(x^2 + y)\,dx$, dan N(x,y) = 2xy dy .

Karena f(x,y) = c, dan $\frac{\partial f}{\partial x} = M(x,y)$, $\frac{\partial f}{\partial y} = N(x,y)$, maka kita dapatkan

f(x,y) = $\oint (x^2 + y)dx = \frac{1}{3}x^3 + xy^2 + \phi(y), \phi(y),\ fs.sembarang.dari.y.$

$\frac{\partial f}{\partial y} = N(x,y)\,, \frac{\partial f}{\partial y} = 2xy + \frac{\partial \phi}{\partial y} = N(x,y)\,,\ \frac{\partial \phi}{\partial y} = N(x,y) - (2xy) = 2xy - (2xy) = 0\,.$

$\phi(y) = \oint \frac{\partial \phi}{\partial y} = c$, PUPD = f(x,y) = $\frac{1}{3}x^3 + xy^2 + .c.$

3. Penyelesaian soal nomer 3 : (2x + e^y)dx + xe^y dy = 0 .

a. PUPD : $\oint M(x,y)dx \cup \int N(x,y)dy = \oint (2x+e^y)dx \cup \oint (xe^y)dy = x^2 + xe^y \cup + xe^y + c$

$$\text{PUPD : } \oint (2x+e^y)dx \cup \oint (xe^y)dy = x^2 + xe^y + c$$

b.Penyelesaian cara biasa soal : (2x + e^y)dx + xe^y dy = 0 .

M(x,y) = (2x + e^y) dx , dan N(x,y) = xe^y dy = 0.

Karena f(x,y) = c, dan $\frac{\partial f}{\partial x} = M(x,y)$, $\frac{\partial f}{\partial y} = N(x,y)$, maka kita dapatkan

f(x,y) $= \oint M(x,y)dx = \oint (2x + e^y)dx = x^2 + xe^y + \phi(y), \phi(y)$

$\frac{\partial f}{\partial y} = N(x,y)$ $\frac{\partial f}{\partial y} = xe^y + \frac{\partial \phi}{\partial y} = N(x,y)$,

$\frac{\partial \phi}{\partial y} = N(x,y) - (xe^y) = xe^y - (xe^y) = 0$.

$\phi(y) = \oint \frac{\partial \phi}{\partial y} = c$, PUPD = f(x,y) = $x^2 + xe^y + .c.$

Soal nomer 4 dengan Pers Diff: (x + y cosx) dx + sinx dy = 0.

a. PUPD : $\oint M(x,y)dx \cup \int N(x,y)dy = \oint (x + yCosx)dx \cup \oint (Sinx)dy = x^2 + ySinx \cup ySinx + c$

$$\text{PUPD : } \oint (x + yCosx)dx \cup \oint (Sinx)dy = x^2 + ySinx + c$$

b. Penyelesaian biasa Soal nomer 4 dengan Pers Diff: (x + y cosx) dx + sinx dy = 0.

M(x,y) = (x + y cosx) dx , dan N(x,y) = sin xdy .

Karena f(x,y) = c, dan $\frac{\partial f}{\partial x} = M(x,y)$, $\frac{\partial f}{\partial y} = N(x,y)$, maka kita dapatkan

f(x,y) = $\oint (x + y\cos x)dx = \frac{1}{2}x^2 + y\sin x + \phi(y), \phi(y),\ fs.sembarang.dari.y.$

$\frac{\partial f}{\partial y} = N(x,y)$ $\frac{\partial f}{\partial y} = \sin x + \frac{\partial \phi}{\partial y} = N(x,y)$, $\frac{\partial \phi}{\partial y} = N(x,y) - (\sin x) = \sin x - (\sin x) = 0.$

$\phi(y) = \oint \frac{\partial \phi}{\partial y} = c$, PUPD = f(x,y) = $\frac{1}{2}x^2 + \sin x + .c.$

Soal nomer 5 dengan Pers Diff: (x + y + 1) dx – (y – x + 3) dy = 0.

a. $PUPD = \oint (x + y + 1)dx \cup \oint (-y + x + 5)dy = \frac{1}{2}x^2 + xy + x \cup -\frac{1}{2}y^2 + xy + 5y$.

PUPD = $\frac{1}{2}x^2 + xy + x - \frac{1}{2}y^2 + xy + 5y + c$

b. Soal nomer dengan Pers Diff: (x + y + 1) dx – (y – x + 3) dy = 0.

M(x,y) = (x + y + 1) dx , dan N(x,y) =(x-y +3)dy .

Karena f(x,y) = c, dan $\frac{\partial f}{\partial x} = M(x, y)$, $\frac{\partial f}{\partial y} = N(x, y)$, maka kita dapatkan

f(x,y) = $\oint (x + y + 1)dx = \frac{1}{2}x^2 + xy + x + \phi(y), \phi(y),\ fs.sembarang.dari.y.$

$\frac{\partial f}{\partial y} = N(x, y)\ \frac{\partial f}{\partial y} = x + \frac{\partial \phi}{\partial y} = N(x, y)$,

$\frac{\partial \phi}{\partial y} = N(x, y) - (x) = -y + 3$.

$\phi(y) = \oint \frac{\partial \phi}{\partial y} dy = -\frac{1}{2}y^2 + 3y$,

PUPD = f(x,y) = $\frac{1}{2}x^2 + xy + x - \frac{1}{2}y^2 + 3y + c$

Soal nomer 6 dengan Pers Diff: (2x + 3y + 4) dx + (3x +4y +5) dy = 0 ,

a. PUPD: $\oint (2x + 3y + 4)dx \cup \oint (3x + 4y + 5)dy = x^2 + 3xy + 4x \cup 3xy + 2y^2 + 5y + c$

PUPD = $x^2 + 3xy + 4x + 2y^2 + 5y + c$

b. penyelesaian biasa PD: (2x + 3y + 4) dx + (3x +4y +5) dy = 0 ,

M(x,y) = (2x + 3y + 4) dx , dan N(x,y) = (3x +4y +5) dy .

Karena f(x,y) = c, dan $\frac{\partial f}{\partial x} = M(x, y)$, $\frac{\partial f}{\partial y} = N(x, y)$, maka kita dapatkan

f(x,y) = $\oint (2x + 3y + 4)dx = x^2 + 3xy + 4x + \phi(y), \phi(y),\ fs.sebarang.dari.y.$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = N(x,y)\ \frac{\partial f}{\partial y} = 3x + \frac{\partial \phi}{\partial y} = N(x,y)\,,$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = N(x,y) - (3x) = 3x + 4y + 5 - (3x) = 4y + 5.$$

$$\phi(y) = \oint \frac{\partial \phi}{\partial y} = 2y^2 + 5y\,,$$

PUPD = f(x,y) = $x^2 + 3xy + 4x + 2y^2 + 5 + .c.$

E. KESIMPULAN

1. Terbukti bahwa PD Eksak dapat diselesaikan dengan menggabungkan suku-suku persamaan hasil integrasi langsung M(x,y) dx ke x dengan suku-suku persamaan hasil integrasi N (x,y) dy ke y.

2. Dari pers: $\int_y \frac{\partial}{\partial y}\left[\int_x M(x,y)dx\right]dy = \int_x M(x,y)dx \ \bigcap\ \int_y N(x,y)dy$

$$\int_x \frac{\partial}{\partial x}\left[\int_y N(x,y)dy\right]dx = \int_x M(x,y)dx \ \bigcap\ \int_y N(x,y)dy$$, dapat

dibuktikan bahwa: $\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial y} = jika$

$\int_x M(x,y)dx \bigcap \int_y N(x,y)dy$ didiffrentialakan ke x dan kemudian ke y.

Kepustakaan :

1. Frank Ayers,YR,. JC AULT. Lily Ratna, Persamaan Diffrential, Erangga Jakarta 1995.

2. Kartono, Persamaan Diffrential, Andi Ofset , Jogjakarta., 1997.

2. Sueb Sudaryat, Persamaan Diffrential, Universitas Terbuka, Jakarta, 2000.

Estimasi Model Regresi Cox Dengan Hazard Dasar Nonparametrik Pada Data Tersensor Tipe I

Novita Anadia, Toha Saifudin, Suliyanto
Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Airlangga

Abstrak

Model regresi Cox merupakan model regresi survival, dimana responnya merupakan data waktu survival dikombinasikan dengan data biner yang merupakan variabel sensor. Metode *Maximum Likelihood Estimator* (MLE) tidak dapat digunakan secara langsung karena adanya sensoring dan model regresi Cox merupakan model semiparametrik, dimana hazard dasarnya merupakan fungsi nonparametrik. Penulisan ini bertujuan untuk memperoleh estimator parameter model regresi Cox dengan hazard dasar nonparametrik pada data tersensor tipe I berdasarkan *Maximum Partial Likelihood Estimator* (MPLE).

Secara umum bentuk model regresi Cox dengan hazard dasar nonparametrik adalah $h_i(t) = h_0(t)\exp(\quad '\mathbf{x}_i)$. Untuk mengestimasi parameter dengan MPLE dapat diperoleh dengan menyelesaikan sistem persamaan $\frac{\partial \log \ PL\ (\quad)}{\partial \beta_k} = \sum_{i=1}^{n} \delta_i \left\{ x_{1i} - \frac{\sum_{l \in R(t_i)} x_{kl} \exp(\quad 'x_l)}{\sum_{l \in R(t_i)} \exp(\quad 'x_l)} \right\} = 0$. Metode yang digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan tersebut dalam penulisan ini adalah dengan metode Newton – Raphson melalui *Software* S-Plus.

Persamaan model regresi Cox yang didapat dari data tahan hidup pasien penyakit jantung koroner adalah : $\hat{h}_i(t) = \hat{h}_0(t)\exp(-0{,}042098472 \quad x_{1i} - 0{,}004621532 \quad x_{2i} - 0{,}007059578 \quad x_{3i})$. Nilai residual Cox-snell dari model tersebut tidak berdistribusi eksponensial dengan rata-rata satu, sehingga dapat dikatakan model yang didapat tidak sesuai atau kurang tepat.

Persamaan model regresi Cox yang didapat dari data tahan hidup pasien penyakit ginjal adalah $\hat{h}_i(t) = \hat{h}_0(t)\exp(\ 0{,}03037104 \quad x_{1i} - 2{,}71076231 \quad x_{2i})$. Nilai residual Cox-snell dari model tersebut berdistribusi eksponensial dengan rata-rata satu, sehingga dapat dikatakan model yang didapat sesuai atau tepat.

Kata Kunci : Model Regresi Cox, Data Tersensor Tipe I, *Maximum Partial Likelihood Estimator* (MPLE)

I. PENDAHULUAN

Analisis data uji hidup (*survival analysis*) adalah suatu metode untuk menganalisis data yang berhubungan dengan waktu, mulai dari *time origin* atau *start-point* sampai dengan terjadinya suatu kejadian khusus atau *end-point*. Didalam riset medis, *time origin* sering diartikan sebagai awal perekrutan suatu individu dalam suatu studi yang bersifat percobaan sedangkan *end-point* merupakan kematian suatu individu atau pasien, sehingga data yang

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

dihasilkan secara harfiah dinamakan waktu survival **(Collet,1994)**. Penerapan dari analisis ini biasanya banyak dilakukan dibidang kedokteran yaitu berkaitan dengan pemodelan ketahanan hidup penderita penyakit tertentu **(Lee,1992)**, dan dibidang produksi berkaitan dengan pemodelan tentang ketahanan hidup benda-benda produksi **(Barlow dan Proschan,1996)**. Dalam analisis survival terdapat dua fungsi yang menjadi pusat perhatian yaitu fungsi survival dan fungsi hazard **(Collet,1994)**.

Karakteristik analisis survival yang mengakomodasikan adanya sensoring membuat estimasi parameter pemodelan data survival dengan fungsi likelihood semakin komplek **(Fox,2002)**. Metode *Maximum Likelihood Estimator* (MLE) tidak dapat digunakan secara langsung karena adanya sensoring **(Collet,1994)** dan model regresi Cox merupakan model semiparametrik, dimana hazard dasarnya merupakan fungsi nonparametrik tanpa spesifikasi distribusi tertentu **(Zhong, 2000**). Metode *Partial Likelihood* merupakan metode MLE konditional yang mengakomodasi adanya sensoring **(Collet,1994)** dan akan mengeliminasi fungsi nonparametrik hazard dasar serta mengkonversi masalah semiparametrik menjadi masalah parametrik **(Zhong,2000)**.

II. METODE STATISTIKA

2.1. Model Regresi Cox

Model regresi Cox merupakan model hazard proporsional dasar yaitu rasio hazardnya sama sepanjang waktu atau rasio hazardnya independen dengan waktu. Model ini dikemukan oleh D.R Cox (1972) sebagai berikut, untuk pengamatan ke-i dari n individu :

$$h_i(t) = h_0(t)\exp(\beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \ldots + \beta_p x_{pi})$$

$$h_i(t) = h_0(t)\exp(\ '\mathbf{x}_i)$$

(1)

dengan $\mathbf{x}$ merupakan vektor $px1$ dari variabel bebas, $\mathbf{x} = (x_1, x_2, ..., x_p)'$ dan merupakan vektor $px1$ dari koefisien regresi sedangkan $h_0(t)$ merupakan fungsi hazard untuk individu yang mana semua nilai variabel bebasnya membuat vektor $\mathbf{x}$ sama dengan nol,dinamakan hazard dasar *(baseline hazard)* .

2.2. Estimasi Parameter Dalam Model Regresi Cox

Karakteristik analisis survival yang mengakomodasikan adanya sensoring membuat estimasi parameter pemodelan data survival dengan fungsi likelihood semakin komplek. Metode *Maximum Likelihood Estimator* (MLE) tidak dapat digunakan secara langsung karena adanya sensoring dan model regresi Cox merupakan model semiparametrik, dimana hazard dasarnya merupakan fungsi nonparametrik tanpa spesifikasi distribusi tertentu, maka digunakan Metode *Maximum Partial Likelihood Estimator* (MPLE) dengan langkah-langkah sebagai berikut:

i. Menentukan fungsi *Partial Likelihood*

Menurut definisi fungsi *Partial Likelihood* dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\frac{h_i(t_{(j)})}{\sum_{l \in R(t_{(j)})} h_l(t_{(j)})} \qquad (2)$$

dan jika kita menggunakan persamaan (1), fungsi hazard pada pembilang dan penyebut dapat diganti menjadi:

$$\frac{\exp(\ '\mathbf{x}_{(j)})}{\sum_{l \in R(t_{(j)})} \exp(\ '\mathbf{x}_l)}$$

(3)

kemudian dengan mengalikan persamaan tersebut sebanyak r waktu kematian dinamakan fungsi *Partial Likelihood* seperti pada persamaan berikut :

$$PL(\beta) = \prod_{j=1}^{r} \frac{\exp(\ '\mathbf{x}_{(j)})}{\sum_{l \in R(t_{(j)})} \exp(\ '\mathbf{x}_l)}$$

(4)

Misalkan terdapat data dengan n observasi waktu survival, dinotasikan oleh $t_1, t_2, .., t_n,$ dan δ_i merupakan indikasi sensoring yang mana bernilai nol jika waktu survival ke-i $t_i, i = 1,2,...,n$ merupakan tersensor tipe I, dan bernilai satu untuk lainnya. Fungsi *partial likelihood* pada persamaan (4) dapat ditulis sebagai berikut :

$$PL(\beta) = \prod_{i=1}^{n} \left[\frac{\exp(\ '\mathbf{x}_i)}{\sum_{l \in R(t_i)} \exp(\ '\mathbf{x}_l)} \right]^{\delta_i}$$

(5)

ii. Menentukan Fungsi Log-*Partial Likelihood*

Untuk memperoleh nilai estimator parameter   dengan MPLE terlebih dahulu harus menentukan persamaan log-*Partial Likelihood*nya, log PL. Dari persamaan *Partial Likelihood* (5) maka persamaan log-*Partial Likelihood*nya adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \log \mathrm{PL} &= \sum_{i=1}^{n} \delta_i \left\{ \ '\mathbf{x}_i - \log \sum_{l \in R(t_i)} \exp(\ '\mathbf{x}_l) \right\} \\ &= \sum_{i=1}^{n} \delta_i \left\{ \sum_{k=1}^{p} \beta_k x_{ki} - \log \sum_{l \in R(t_i)} \exp(\ '\mathbf{x}_l) \right\} \end{aligned}$$

(6)

iii. Menentukan Turunan Pertama Fungsi Log-*Partial Likelihood* Terhadap Parameter

Dalam MPLE, setelah diperoleh persamaan log-*Partial Likelihood*, langkah berikutnya adalah perlu menurunkan persamaan (6) terhadap parameternya kemudian menyamadengankan nol sebagai syarat perlu untuk memaksimumkan fungsi log-*Partial Likelihood*nya.

Misalkan merupakan parameter yang berupa matrik berukuran $p \times 1$, maka fungsi log-*Partial Likelihood*nya harus diturunkan terhadap semua elemen matrik parameter . Misalkan terdapat parameter β_k , $k = 1,2,\ldots,p$ maka turunan log PL terhadap β_k adalah:

$$\frac{\partial \log \mathrm{PL}(\;)}{\partial \beta_k} = \sum_{i=1}^{n} \delta_i \left\{ x_{ki} - \frac{\sum_{l \in R(t_i)} x_{kl} \exp(\;' x_l)}{\sum_{l \in R(t_i)} \exp(\;' x_l)} \right\}, \text{dengan k} = 1,2,\ldots,\text{p.} \tag{7}$$

iv. Mendapatkan Estimator Parameter

Estimator MPLE untuk parameter β_k , $k = 1,2,\ldots,p$ diperoleh dengan cara menyamadengankan nol pada persamaan (7), sebagai berikut :

$$\sum_{i=1}^{n} \delta_i \left\{ x_{ki} - \frac{\sum_{l \in R(t_i)} x_{kl} \exp(\;' x_l)}{\sum_{l \in R(t_i)} \exp(\;' x_l)} \right\} = 0, \text{dengan k} = 1,2,\ldots,\text{p}$$

(8)

Persamaan diatas tidak dapat diselesaikan secara analitis karena masih dalam bentuk fungsi implisit. Oleh karena itu diperlukan metode lain untuk menyelesaikannya, dalam penulisan ini akan digunakan metode Newton-Raphson untuk mendapatkan nilai estimasi parameter melalui Software S-Plus.

Berdasarkan metode Newton – Raphson, maka hal yang perlu dilakukan adalah mendapatkan turunan kedua dari fungsi log-*Partial likelihood* $\frac{\partial^2 \log \mathrm{PL}(\;)}{\partial \beta_k \partial \beta_u}$. Untuk $k = 1,2,\ldots,p$ dan $u = 1,2,\ldots,p$, maka :

$$\frac{\partial \log \text{PL}(\ )}{\partial\beta_k\,\partial\beta_u} = -\sum_{i=1}^{n}\delta_i\left\{\frac{\sum_{l\in R(t_i)} x_{kl}x_{ul}\exp(\ 'x_l)\sum_{l\in R(t_i)}\exp(\ 'x_l) - \sum_{l\in R(t_i)} x_{ul}\exp(\ 'x_l)\sum_{l\in R(t_i)} x_{kl}\exp(\ 'x_l)}{\left(\sum_{l\in R(t_i)}\exp(\ 'x_l)\right)^2}\right\} \qquad (9)$$

dengan $k = 1,2,...,p$ dan $u = 1,2,...,p$

2.3. Estimasi Fungsi Hazard Dasar $h_0(t)$

Estimasi fungsi hazard dasar dapat diperoleh dengan menggunakan pendekatan metode Maksimum Likelihood. Misalkan ada sejumlah r waktu kematian yang diurutkan kedalam $t_{(1)} < t_{(2)} < ... < t_{(r)}$, masing-masing terdapat sejumlah d_j kematian, dan n_j individu yang beresiko mati pada waktu $t_{(j)}$, untuk j=1, 2, ..., r. Maka estimasi fungsi hazard dasar pada waktu $t_{(j)}$ adalah

$$\hat{h}_0(t_{(j)}) = 1 - \hat{\xi}_j$$

(10)

dimana $\hat{\xi}_j$ merupakan penyelesain dari persamaan berikut:

$$\sum_{l\in D(t_{(j)})}\frac{\exp(\hat{\ }'\mathbf{x}_l)}{1-\hat{\xi}_j^{\exp(\hat{\ }'\mathbf{x}_l)}} = \sum_{l\in R(t_{(j)})}\exp(\hat{\ }'\mathbf{x}_l)$$

(11)

Dengan $D(t_{(j)})$ merupakan himpunan dari semua d_j individu yang mati pada waktu kematian ke-j, $t_{(j)}$, sedangkan $R(t_{(j)})$ merupakan himpunan dari semua n_j individu yang beresiko mati pada waktu ke- $t_{(j)}$.

Dalam penulisan ini pengamatan dilakukan tanpa adanya pengulangan *(ties)* waktu kematian, sehingga $d_j = 1$ untuk j=1, 2, …, r. Sehingga persamaan (11) dapat diselesaikan dengan persamaan:

$$\hat{\xi}_j = \left(1 - \frac{\exp(\hat{\ }'\mathbf{x}_{(j)})}{\sum_{l \in R(t_{(j)})} \exp(\hat{\ }'\mathbf{x}_l)}\right)^{\exp(-\hat{\ }'\mathbf{x}_{(j)})}$$

(12)

sedangkan untuk setiap pengamatan ke-i dari n individu adalah :

$$\hat{\xi}_i = \left[\left(1 - \frac{\exp(\hat{\ }'\mathbf{x}_i)}{\sum_{l \in R(t_i)} \exp(\hat{\ }'\mathbf{x}_l)}\right)^{\exp(-\hat{\ }'\mathbf{x}_i)}\right]^{\delta_i}$$

(13)

Dari persamaan diatas, estimator fungsi hazard dasar dapat dicari, sehingga untuk lebih lanjutnya akan didapatkan model regresi Cox.

Setelah model regresi Cox didapat, kelayakan dari model yang didapat perlu ditaksir dengan menggunakan residual Cox-Snell. Residual Cox-Snell untuk individu ke-i, dengan i=1, 2,..., n, diberikan sebagai berikut:

$$rc_i = \exp(\hat{\ }'\mathbf{x}_i)\hat{H}_0(t_i)$$

(14)

dimana $\hat{H}_0(t_i)$ merupakan estimasi fungsi hazard dasar kumulatif pada waktu t_i.

III. APLIKASI DATA REAL

3.1. Kasus Data Tahan Hidup Pasien Penderita Penyakit Jantung Koroner

Contoh kasus untuk waktu tahan hidup, misalnya pada kasus waktu tahan hidup pasien penyakit jantung koroner (*Infark Miokard*). Kasus ini merupakan suatu kasus yang menarik didalam penulisan data uji hidup. Penyakit jantung koroner (PJK) merupakan penyakit jantung yang disebabkan kelainan pada arteri koronaria (pembuluh darah koroner). Sebagian besar (kurang lebih 98%) disebabkan oleh karena proses aterosklerosis pada pembuluh darah koroner, sedangkan penyebab lainnya hanya sekitar 2% **(Adipranoto dan Suryawan,2003)**. Pada proses aterosklerosis ini, pembuluh darah koroner menyempit karena terjadi endapan-endapan lemak di dindingnya, sehingga aliran darah untuk kebutuhan otot jantung berkurang, yang berakibat pada terganggunya fungsi otot jantung**.**

Terdapat beberapa faktor resiko yang dapat meningkatkan resiko terhadap PJK, yaitu :

a. Faktor resiko yang dapat kendalikan : dislipidemia, hipertensi, diabetes mellitus, merokok, aktivitas fisik yang kurang, stress, kepribadian tipe A.
b. Faktor resiko yang tidak dapat dikendalikan : usia, jenis kelamin, genetik.

Semua faktor resiko diatas perlu mendapat perhatian sebagai salah satu tindakan preventif, utamanya faktor resiko yang dapat dikendalikan **(Lubis,1998)**. Dari kasus ini akan ditentukan model regresi Cox dari data tahan hidup pasien PJK. Data waktu tahan hidup pasien PJK ini diperoleh dari RSUD dr. Soetomo tahun 2002.

Sebelum menggunakan model hazard proporsional, asumsi yang harus diperhatikan adalah fungsi hazard untuk kategori yang berbeda pada variabel bebas harus proporsional pada setiap waktu. Pemeriksaan asumsi hazard proporsional untuk waktu tahan hidup pasien penderita PJK dapat ditunjukkan dengan plot log{-log $S_i(t)$} terhadap t. Model memenuhi asumsi hazard proporsional apabila plot tersebut menghasilkan garis paralel (sejajar kasar) untuk setiap kategori yang berbeda pada variabel bebas.

Berdasarkan plot log{-log $S_i(t)$} terhadap t untuk masing-masing variabel didapat tiga variabel yang memenuhi asumsi proporsional hazard, yaitu variabel tekanan darah diastolik, kadar kolesterol, dan kadar LDL. Sehingga untuk lebih lanjutnya dalam penulisan ini hanya ketiga variabel tersebut yang merupakan peubah bebas yang mempengaruhi model regresi Cox. Adapun model regresi Cox yang akan dibentuk adalah :

$$h_i(t) = h_0(t)\exp(\beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i})$$

dengan : $h_i(t)$ merupakan fungsi hazard untuk pengamatan ke-i, $h_0(t)$ merupakan fungsi hazard dasar dan x_{1i}, x_{2i}, x_{3i} masing- masing merupakan nilai dari variabel tekanan darah diastolik, kadar kolesterol, dan kadar LDL untuk setiap pengamatan ke-i.

Dari hasil iterasi dengan menggunakan Metode Newton - Rhapson melalui *software* S-Plus diperoleh nilai estimatornya sebagai berikut :

$$\hat{} = \begin{pmatrix} -0.042098472 \\ -0.004621532 \\ -0.007059578 \end{pmatrix}$$

Berdasarkan hasil analisis dari contoh kasus data tahan hidup pasien PJK dengan tipe penyensoran datanya adalah tersensor tipe I, dimana waktu tahan hidupnya tanpa ada pengulangan *(ties)*, maka bentuk model regresi Cox dari data tahan hidup pasien Penyakit Jantung Koroner adalah $\hat{h}_i(t) = \hat{h}_0(t)\exp(-0{,}042098472x_{1i} - 0{,}004621532x_{2i} - 0{,}007059578x_{3i})$.

Dengan menggunakan software S-Plus, didapatkan bahwa nilai residual Cox-snell tidak berdistribusi eksponensial dengan rata-rata satu, sehingga dapat dikatakan model yang didapat tidak sesuai atau kurang tepat.

3.2. Kasus Data Tahan Hidup Pasien Penderita Penyakit Ginjal

Dalam penulisan ini untuk data kedua digunakan kasus data tahan hidup pasien penderita penyakit ginjal **(D. Collet, 1994)**. Dalam pengamatan tentang penyakit ginjal, dialisis digunakan untuk memindahkan kotoran dari darah. Satu masalah yang dapat terjadi pada pasien dialisis adalah kejadian dari suatu infeksi pada tempat di mana pipa *catheter* dimasukkan kedalam tubuh. Bila infeksi tersebut terjadi, pipa *catheter* harus dipindahkan, dan infeksi dibersihkan. Didalam suatu studi untuk menyelidiki timbulnya infeksi, waktu mulai dimasukkannya pipa *catheter* ke dalam tubuh sampai infeksi dicatat untuk suatu kelompok pasien ginjal. Kadang-kadang, pipa *catheter* dipindahkan sebagai alasan selain dari infeksi, disebut sebagai pengamatan tersensor tipe I. Data yang digunakan menyatakan banyaknya hari mulai dari dimasukkannya pipa *catheter* sampai dipindahkannya karena adanya infeksi. Data yang dihimpun meliputi nilai-nilai suatu variabel yang menandai adanya status infeksi dari suatu individu, yang bernilai satu jika pipa *catheter* dipindahkan untuk karena adanya infeksi, dan nol untuk alasan lainnya. Variabel bebasnya ialah umur dari tiap pasien (tahun) dan suatu variabel yang menandakan jenis kelamin dari tiap pasien (0=laki-laki, 1=perempuan). Permasalahan yang akan diselesaikan adalah membuat suatu model regresi Cox dari data pasien penderita penyakit ginjal.

Berdasarkan plot log{-log $S_i(t)$} terhadap t untuk masing-masing variabel memenuhi asumsi proporsional hazard. Sehingga untuk lebih lanjutnya dalam penulisan ini variabel tersebut merupakan peubah bebas yang mempengaruhi model regresi Cox. Adapun model regresi Cox yang akan dibentuk adalah :

$$h_i(t) = h_0(t)\exp(\beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i})$$

dengan : $h_i(t)$ merupakan fungsi hazard untuk pengamatan ke-i, $h_0(t)$ merupakan fungsi hazard dasar dan x_{1i}, x_{2i} masing- masing merupakan nilai dari variabel umur dan jenis kelamin untuk setiap pengamatan ke-i.

Dari hasil iterasi dengan menggunakan Metode Newton - Rhapson melalui *software* S-Plus diperoleh nilai estimatornya sebagai berikut :

$$\hat{\ } = \begin{pmatrix} 0{,}03037104 \\ -2{,}71076231 \end{pmatrix}$$

Berdasarkan hasil analisis dari contoh kasus data tahan hidup pasien penyakit ginjal dengan tipe penyensoran datanya adalah tersensor tipe I, dimana waktu tahan hidupnya tanpa ada pengulangan *(ties)*, maka bentuk model regresi Cox dari data tahan hidup pasien penyakit ginjal adalah $\hat{h}_i(t) = \hat{h}_0(t)\exp(0{,}03037104 x_{1i} - 2{,}71076231 x_{2i})$.

Dengan menggunakan software S-Plus, didapatkan bahwa nilai residual Cox-snell berdistribusi eksponensial dengan rata-rata satu, sehingga dapat dikatakan model yang didapat sesuai atau tepat.

IV. KESIMPULAN

Estimasi parameter regresi Cox pada data tersensor tipe I tanpa adanya pengulangan (*ties*) terhadap parameter   dapat diperoleh dengan menyelesaikan persamaan :

$$\frac{\partial \log \mathrm{PL}(\quad)}{\partial \beta_k} = \sum_{i=1}^{n} \delta_i \left\{ x_{1i} - \frac{\sum_{l \in R(t_i)} x_{kl} \exp(\quad' x_l)}{\sum_{l \in R(t_i)} \exp(\quad' x_l)} \right\} = 0.$$

sedangkan terhadap fungsi hazard dasar, $h_0(t)$ dengan menyelesaikan persamaan :

$$\hat{h}_0(t_{(j)}) = 1 - \hat{\xi}_j$$

$$\hat{\xi}_j = \left(1 - \frac{\exp(\hat{\ }'\mathbf{x}_{(j)})}{\sum_{l \in R(t_{(j)})} \exp(\hat{\ }'\mathbf{x}_l)} \right)^{\exp(-\hat{\ }'\mathbf{x}_{(j)})}$$

Dari model yang didapat dengan menggunakan data real untuk lebih lanjutnya akan didapatkan nilai tingkat kematian pengamatan ke-i pada saat itu juga suatu individu masih bertahan pada waktu t untuk setiap nilai variabel bebasnya, $\hat{h}_i(t)$

V. DAFTAR PUSTAKA

Adipranoto, J. D. dan Suryawan, G. R., 2003, *Penyakit Jantung Koroner, Pedoman Diagnosis dan Terapi Ilmu Penyakit Jantung dan Pembuluh Darah*, Lab SMF Ilmu Penyakit Jantung dan Pembuluh Darah FK. Unair RSUD dr. Soetomo Surabaya

Anonim, http:// health2.bsd.uchicago.edu/rathouz/HS327/lect14.pdf, *The Proportional Hazard Model Partial Likelihood*, access 26 Maret 2007.

Barlow, R.E. and Proschan, F., 1996, *Mathematical Theory of Reliability*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia

Collet, D., 1994, *Modelling Survival Data in Medical Research*, Chapman & Hall, London.

Draper, N.R., Smith, H., 1992, *Analisis Regresi Terapan*, Edisi kedua, PT Gramedia, Jakarta.

Everitt, S. Brian, 1994. A *Handbook of Statistical Analyses Using S-Plus*, Chapman & Hall, London.

Fahrmer, Ludwig dan Tutz, 1994, *Multivariate Statistical Modelling Based on Generalized Linier Model,* Springer-Verlag, New York.

Fox, J., 2002, *Cox Proportional-Hazards Regression for Survival Data*, Appendix to An R and S-Plus Companion to Applied Regression.

Graybill, f. A., Mood, A. M. and Boes, D. C., 1963, *Introduction To The Theory of Statistics*, Third Edition, MC. Graw-Hill, Inc-Tokyo-Japan.

Hogg, R.V,Craig, A.T., 1978, *Introduction to Mathematical Statistics*, 4thed , MacMillan Publishing. Inc, New York.

Hosmer, D.W., Lemeshow, 1989, *Applied Logistic Regression*, John Wiley and Sons, Inc., New Jersey.

Kalbfleisch, J.D. and Prentice, R.L, 1973, *Marginal likelihoods based on Cox's regression and life model.* Biometrika, 60, 267-278.

Kleinbaun., 1994, *Survival Analysis : A self Learning test*, Springer-Verlag, New York.

Knuiman, M.W., Vu, H.T.V., dan Segal, M., 1997, *An Empirical Comparison of Multivariable Methods for Estimating Risk of Death from Coronary Heart Disease*, Journal of Cardiovascular Risk, 4, 56-83.

Lawless, J.F., 1982, *Statistical Models and Methods for Life Time Data*, John Wiley and Sons, Canada.

Le, C.T., 1997, *Applied survival Analysis*, John Wiley and Sons, Canada.

Lee, Elisa, T., 1992, *Statistical Models for Survival Data Analysis*, Second Edition, John Wiley & Sons, Inc.

Lubis, A., 1998, *Faktor-Faktor Resiko Penyakit Jantung Koroner,* Lab SMF Ilmu Penyakit Jantung dan Pembuluh Darah FK UNAIR / RSUD dr. Soetomo Surabaya

Montgomery, d.C., Peck, E.A., 1992, *Introduction to Linier Regression Analysis*, Second Edition, John Wiley and Sons,Inc., Canada.

Qin, I, Lawless, J.R., 1994, *Empirical Likelihood and General Estimating Equations*, the Annals of Statistics, Vol. 22, Hal 300-325.

Rahayu, S.P., 2003, *Regresi Survival Hazard Proporsional Cox sebagai Metode Alternatif bagi Regresi Logistik Bioner dalam Mengidentifikasi Faktor Resiko*, Tesis, Jurusan Statistik, Institut Teknologi Sepuluh November.

Zhong, M., 2000, *Measurement Error in Cox Regression*, Disertasi Jurusan Biostatistik, University of North Carolina.

Estimasi Model Regresi Nonparametrik Dengan Error Lognormal Berdasarkan Estimator Kernel Menggunakan OSS-R

Nur Chamidah[1], Toha Saifudin[1], I Made Tirta[2], Budi Lestari[2]
1). Staf Pengajar Jurusan Matematika FMIPA UNAIR Surabaya
2). Staf Pengajar Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember

ABSTRAK

Diberikan n data pengamatan $(x_1, y_1),(x_2, y_2),...,(x_n, y_n)$ mengikuti model regresi dengan error multiplikatif :

$$y_i = f\left(x_i\right)\ \varepsilon_i \quad ,i = 1,2,...,n$$

dengan $\varepsilon_i \sim LN(0,\sigma^2)$. Persamaan regresi pada model tersebut ditransformasi dengan mengambil nilai logaritma alam dari kedua ruas persamaan, sehingga diperoleh :

$$y_i{*} = f{*}\left(x_i\right) + \varepsilon_i^*$$

dengan $\varepsilon_i^* \sim N(0,\sigma^2)$ dan $y_i{*} \sim N\left(f{*}\left(x_i\right),\sigma^2\right)$.

Pada model ini, $f^*\left(x_i\right)$ diestimasi berdasarkan estimator Kernel. Selanjutnya, model yang didapatkan diimplementasikan pada *Software* Statistika R yang berbasis *open source software* (OSS). Sebagai ilustrasi, model diaplikasikan pada data pohon *Gmelina Arborea Robx* dengan volume pohon (m^3) sebagai respon, dan tinggi pohon (m) sebagai prediktor.

Kata kunci : *Regresi Nonparametrik, Lognormal, Estimator Kernel, OSS Statistika R.*

1. Pendahuluan.

Distribusi lognormal merupakan distribusi probabilitas dari setiap variabel random bilamana log dari variabel randomnya berdistribusi normal. Fenomena kelognormalan banyak ditemukan di berbagai bidang keilmuan, antara lain data ekologi seperti konsentrasi gizi, kepadatan penduduk dan biomassa banyak yang berdistribusi lognormal (Anonim, 2006). Limpert, *et al.*, (2001) menyatakan bahwa fenomena kelognormalan juga tampak pada bidang fisis genetika, periode laten dari infeksi penyakit, phytomedicine dan mikrobilogi yang meliputi macam spesies, tipe bakteri, populasi bakteri,di bidang psikologi tanaman meliputi permeabilitas dan pergerakan, hubungan antara pegaruh dosis racun dan patogen terhadap unsur kimiawinya (hormon dan mineral), dibidang teknologi makanan yaitu pemrosesan makanan dengan

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

proses dispersi dan filtering. Untuk menghubungkan variabel respon yang berdistribusi lognormal dengan satu variabel prediktor dapat digunakan analisis regresi. Model regresi yang sesuai yaitu model regresi multiplikatif yang berbentuk :

$$y_i = f(x_i)\varepsilon_i, \qquad i = 1,2,...,n \tag{1}$$

dengan $\varepsilon_i \sim LN(0,\sigma^2)$ dan $f(x_i)$ merupakan fungsi regresi. Asumsi ε_i yang berdistribusi lognormal mengakibatkan nilai $\ln\varepsilon_i$ berdistribusi normal, sehingga diperoleh model :

$$y_i^* = f^*(x_i) + \varepsilon_i^* \tag{2}$$

dengan $y_i^* = \ln y_i$, $f^*(x_i) = \ln f(x_i)$, $\varepsilon_i^* = \ln\varepsilon_i$; $\varepsilon_i^* \sim N(0,\sigma^2)$

Untuk mengestimasi fungsi regresi f dapat dilakukan dengan menggunakan pendekatan parametrik dan nonparametrik, mengestimasi fungsi regresi f ekuivalen dengan melakukan estimasi terhadap parameter-parameter dalam fungsi regresi f.

Pendekatan parametrik digunakan bila sudah ada asumsi terhadap bentuk fungsi regresi tertentu, berdasarkan teori atau pengalaman masa lalu. Sedangkan pendekatan nonparametrik tidak terikat oleh asumsi bentuk fungsi regresi tertentu, hanya diasumsikan mulus *(smooth)* dalam arti kontinyu dan dapat diturunkan sehingga lebih menjamin fleksibilitas dalam mengestimasi fungsi regresinya. Estimasi fungsi f dilakukan berdasarkan data pengamatan dengan teknik penghalus (*smoothing)* tertentu. Ada beberapa teknik *smoothing* dalam regresi nonparametrik, antara lain Histogram, Estimator Kernel, Estimator Deret Orthogonal, Estimator Spline, Estimator k-NN, Deret Fourier dan Wavelet (Eubank, 1988). Chamidah, *et. al.*(2007) mengestimasi model regresi nonparametrik dengan error lognormal berdasarkan estimator *Penalized-Spline* menggunakan OSS Statistika R yang diaplikasi pada data pohon *Gmelina*

Arborea Roxb dengan variabel respon volume pohon (m^3) dan variabel prediktor diameter pohon (cm).

Pada tulisan ini akan dibahas estimasi model regresi nonparametrik dengan error lognormal berdasarkan estimator Kernel, selanjutnya, model tersebut diimplementasikan pada OSS Statistika R. Sebagai ilustrasi, model diaplikasikan pada data pohon *Gmelina Arborea Robx* dengan variabel respon adalah volume pohon (m^3) dan variabel prediktor adalah tinggi pohon (m).

2. Estimator Kernel

Diberikan n data pengamatan berpasangan $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots, (x_n, y_n)$ mengikuti model regresi sebagai berikut:

$$y_i = f(x_i)\ \varepsilon_i \quad , i = 1, 2, \ldots, n \tag{3}$$

dengan $\varepsilon_i \sim LN(0, \sigma^2)$. Persamaan regresi pada model (3) ditransformasi dengan mengambil nilai logaritma alam (ln) dari kedua ruas persamaan, sehingga diperoleh

$$y_i{*} = f{*}(x_i) + \varepsilon_i^* \tag{4}$$

dengan $\varepsilon_i^* \sim N(0, \sigma^2)$, $y_i^* = ln\ y_i$, $f^*(x_i) = ln(f(x_i))$, $\varepsilon_i^* = ln\, \varepsilon_i$

Kurva regresi $f^*(x_i)$ tidak diketahui dan dapat diestimasi dengan pendekatan estimator Kernel. Dalam mengestimasi kurva regresi, $f^*(x_i)$, dengan pendekatan Kernel, digunakan fungsi bobot $w_{nr}(x)$, $r = 1,2,\ldots,n$.

Menurut teori, fungsi regresi didefinisikan sebagai berikut:

$$f^*(x) = E[Y^* / X = x] = \int_{-\infty}^{\infty} y^*\ f(y^* / x)\, dy = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{y^*\ f(x, y^*)}{f(x)}\, dy^* \tag{5}$$

Pada persamaan (5), $f(x, y)$, dapat diestimasi dengan perkalian *multiple Kernel* :

$$\hat{f}(x,y) = \frac{1}{nh_1h_2} \sum_{i=1}^{n} K\left(\frac{x - x_i}{h_1}\right) K\left(\frac{y - y_i}{h_2}\right) = \frac{1}{n} \sum_{i=i}^{n} K_{h_1}(x - x_i) K_{h_2}(y - y_i)$$

Pembilang pada persamaan (5) dapat dinyatakan sebagai :

$$\int y\,\hat{f}(x,y)dy = \int \frac{1}{n} y \sum_{i=1}^{n} K_{h_1}(x-x_i)K_{h_2}(y-y_i)\,dy$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} K_{h_1}(x-x_i)\int y\,K_{h_2}(y-y_i)\,dy$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} K_{h_1}(x-x_i)\int \frac{y}{h_2} K\left(\frac{y-y_i}{h_2}\right)dy$$

Selanjutnya, dimisalkan $y = y_i + sh_2 \rightarrow dy = h_2 ds$, sehingga diperoleh :

$$\int y\,\hat{f}(x,y) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} K_{h_1}(x-x_i)\int \frac{y_i + s\,h_2}{h_2} K\left(\frac{s\,h_2}{h_2}\right) h_2\,ds$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} K_{h_1}(x-x_i)\int (y_i + sh_2)\,K(s)\,ds$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} K_{h_1}(x-x_i)\left(y_i\int K(s)\,ds + h_2\int s\,K(s)\,ds\right),$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} K_{h_1}(x-x_i)\,y_i$$

Dari uraian di atas diperoleh estimator Kernel sebagai berikut :

$$\hat{f}_h^*(x) = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} K_h\,(x-x_i)\,y_i}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} K_h(x-x_i)} = \sum_{i=1}^{n} w_h(x) y_i \qquad (6)$$

dengan $w_h = \dfrac{K_h(x-x_i)}{\sum_{i=1}^{n} K_h(x-x_i)}$ (7)

Oleh karenanya, estimasi untuk kurva regresi pada model (1) adalah :

$$\hat{f}_h(x) = e^{\sum_{i=1}^{n} w_h(x) y_i} \qquad (8)$$

3. Algoritma dan Program R

a. Algoritma untuk menentukan nilai *bandwidth* (h) yang optimal dengan kriteria GCV.

1. Mendefinisikan vektor **Y** dan **X,** dimana X dan Y diurutkan dari yang terkecil berdasarkan nilai X.
2. Menentukan fungsi Kernel Gaussian $, K(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \frac{1}{2}\left(-x^2\right),\ -\infty < x < \infty$
3. Menghitung $\hat{f}_i^*(x)$ dari persamaan (6)
4. Menghitung $GCV(h) = \dfrac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(y_1 - f^*{}_h(x_i)\right)^2}{\left[n^{-1} tr(I - W(h))\right]^2}$ dengan mengiterasikan nilai *bandwidth* awal sampai diperoleh *GCV(h)* yang paling minimum. *Bandwidth* (*h*) optimal adalah nilai *h* yang bersesuaian dengan nilai GCV yang minimum.

b. Algoritma untuk menentukan nilai estimasi y_i adalah :

1. Menentukan Fungsi Kernel yang akan digunakan untuk menghitung bobot.
2. Memasukkan nilai *bandwidth* (h) yang optimal dengan kriteria GCV dari algoritma (3.a)
3. Hitung nilai $f_h^*(x) = \frac{1}{nh}\sum_{i=1}^{n} K\left(\frac{x - x_i}{h}\right) y_i$

   dengan *i =1,2…n, j =1,2…n* , *n* = banyaknya data pengamatan.
4. Diulang langkah ke 3 sampai seluruh nilai x_i

Berdasarkan algoritma (a), untuk memilih *bandwidth* optimal dengan kriteria GCV diimplementasikan program R sebagai berikut :

```
kernel<-function(u)
{
    (exp(-0.5*u^2))/sqrt(2*pi)
}
GCV<-function(respon,varbas,hlamda)
{
    yk<-respon
    tk<-varbas
    hl<-hlamda
```

```
n<-length(yk)
cat("===================")
cat("\n    lamda          GCV")
cat("\n===================")
while(hl < hlamda + 1.1)
{
    u<-matrix(0,ncol=n,nrow=n)
    for(i in 1:n)
    {
        for (j in 1:n)
        {
            u[j,i]<-(tk[j]-tk[i])/hl
        }
    }
    jumlah<-matrix(0,ncol=1,nrow=n)
    for (i in 1:n)
    {
        for(j in 1:n)
        {
        jumlah[i,1]<-jumlah[i,1]+kernel(u[i,j])
    }
}
    H<-matrix(0,ncol=n,nrow=n)
    for ( i in 1:n)
    {
        for (j in 1:n)
        {
            H[i,j]<-kernel(u[i,j])/jumlah[i,1]
        }
            }
            mhlamda<-H%*%yk
```

```
            atas<-t(yk-mhlamda)%*%(yk-mhlamda)/n
            bawah<-(1-(sum(diag(H)))/n)^2
            GCV<-atas/bawah
            cat("\n     ",format(hl))
            cat("          ",format(GCV))
            hl<-hl + 0.05
        }
    }
```

Sedangkan program R untuk menentukan nilai estimasi $f(x_i)$ berdasarkan algoritma (b). adalah sebagai berikut :

```
estimasikernel<-function(respon,varbas,hlamda)
{
    data<-cbind(respon,varbas)
    dataurut<-data[order(varbas),1:2]
    yk<-dataurut[,1]
    tk<-dataurut[,2]
    hl<-hlamda
    n<-length(yk)
    u<-matrix(0,ncol=n,nrow=n)
        for(i in 1:n)
        {
            for (j in 1:n)
            {
                u[i,j]<-(tk[i]-tk[j])/hl
            }
        }
        w<-matrix(0,ncol=n,nrow=n)
        for (i in 1:n)
        {
```

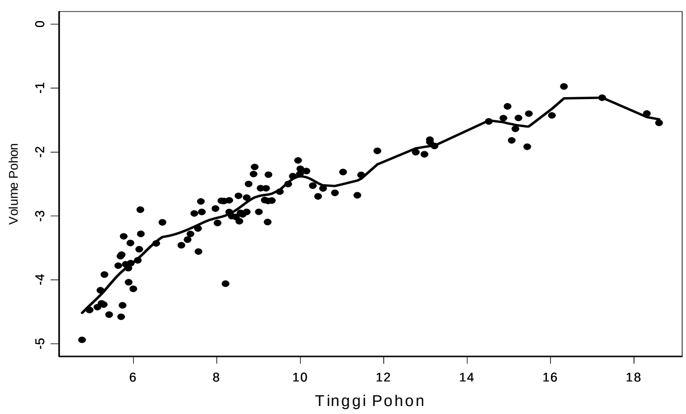
```
        for(j in 1:n)
        {
        w[i,j]<-kernel(u[i,j])
    }
}
    H<-matrix(0,ncol=n,nrow=n)
    for ( i in 1:n)
    {
        for (j in 1:n)
        {
            H[i,j]<-w[i,j]/sum(w[i,])
        }

    }
    mhlamda<-H%*%yk
    mse<-t(yk-mhlamda)%*%(yk-mhlamda)/n
    for ( i in 1:n)
    {
    cat("\n ", format(mhlamda[i]))
}
cat("\n Nilai MSE =",format(mse))
plot(tk,mhlamda,type="l",xlim=c(min(tk),max(tk)),ylab="Volume
Pohon",xlab="Tinggi Pohon",ylim=c(-5,0))
par(new=T)
plot(tk,yk,xlim=c(min(tk),max(tk)),ylab="Volume Pohon",xlab="Tinggi
Pohon",ylim=c(-5,0))
    }
```

4. Aplikasi pada data pohon *Gmelina Arborea Roxb*.

Salah satu hasil hutan yang ada di Indonesia adalah *Gmelina Arborea Roxb*, yang berasal dari famili *Verbenacea*, dengan nama lokal/daerah : Jati putih (Indonesia), gamari, gumadi (India), gamar (Bangladesh), dan yemane (Myanmar). Pohon *Gmelina Arborea Roxb*, tumbuh sangat cepat, tingginya bisa mencapai 40 meter. Batangnya kurus dan permukaannya halus, dan berwarna abu-abu gelap, yang semakin lama akan berwarna coklat. Daunnya berbentuk seperti hati dan bunganya berwarna oranye dan kuning, dan menghasilkan madu. Kayu dari pohon ini memiliki banyak kegunaan, di dunia industri kayu *Gmelina Arborea Roxb* digunakan untuk furniture, bahan untuk pulp pengepakan, chipboard, kano, alat musik dan lain-lain. Jika dibandingkan dengan jenis kayu yang lain *Gmelina Arborea Roxb* sangat baik untuk industri kertas. Para pemeluk agama hindu juga biasa menggunakan akar, kulit batang dan buahnya untuk obat-obatan. Sebagai ilustrasi, model diaplikasikan pada data pohon *Gmelina Arborea Robx* di areal HTI Wanakasita Jambi, dengan variabel respon adalah volume pohon (m^3) dan variabel prediktor adalah tinggi pohon (m). Berdasarkan hasil dari program R yang diimplementasikan pada data pohon tersebut, diperoleh nilai *bandwidth* optimal yaitu 0,3 dengan nilai MSE = 0,0675 dan R^2 = 0,99 dan estimasi modelnya adalah :

$$\hat{Y} = exp\left(\frac{\sum_{i=1}^{93}\left(\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right)exp - \frac{1}{2}\left(\frac{x - X_i}{0.3}\right)^2\right)Y_i}{\sum_{i=1}^{93}\left(\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right)exp - \frac{1}{2}\left(\frac{x - X_i}{0.3}\right)^2\right)}\right)$$

Plot antara observasi dan hasil estimasi model tampak pada Gambar 1 berikut ini :



Gambar 1. Plot Estimasi Model berdasarkan Estimator Kernel

Selanjutnya dilakukan pengujian asumsi error berdistribusi lognormal menggunakan uji Kolmogorov diperoleh nilai p-value adalah 0,56482, dengan α = 5 % diperoleh kesimpulan bahwa errornya berdistribusi lognormal.

Ucapan terima kasih
Penelitian ini merupakan bagian dari penelitian yang dibiayai DP2M Ditjen DIKTI melalui Program HIBAH PEKERTI Nomor Kontrak : 016/SP2H/PP/DP2M/III/2007, tertanggal 29 Maret 2007.

5. Daftar Pustaka

Anonim, 2006, *The Lognormal Distribution*, http://limnology.wisc.edu/ (Akses : Maret 2007)

Chamidah, N., Saifudin, T., Tirta, I.M., dan Lestari, B., 2007, *Implementasi OSS StatistikaR Pada Model Regresi Nonparametrik Dengan Error Lognormal Berdasarkan Estimator Penalized-Spline,* Makalah Seminar Nasional Statistika VIII, 3 Nopember 2007, ITS, Surabaya.

Eubank, R.M., 1988, *Spline Smoothing and Nonparametric Regression*, Marcel Dekker, New York.

Limpert, E, Werner A, Stahel, and Abbt, M., 2001. Log-normal Distribution Across the Sciences : Keys and Clues. *Bio Science*, **51**(5), 341-352.

Ronitua, M., 2002, *Kajian Fenomena Hurst dan Uji Statistik Debit Input Waduk Kaskade Citarum*, http://digilib.ampl.or,id/ (Akses: Maret 2007).

Keterkendalian Sistem Linear Atas Ring Komutatif Melalui Pendekatan Model Polinomial

Primastuti Indah Suryani
Sri Wahyuni

Jurusan Matematika FMIPA UGM
Sekip Utara Yogyakarta 55281

Abstrak

Dalam teori sistem abstrak atas ring komutatif *A*. Jika diberikan sistem linear quintuple $(X;F,G,H,J)$ di mana modul state *X* dipandang sebagai modul yang dibangun secara berhingga atas *A* dengan $F \in \mathrm{End}_A(X)$, *G* dan *H* merupakan *A*-homomorfisma modul, maka pemetaan inklusi $i: A \rightarrow A[s]$ beserta endomorfisma *F* membangkitkan struktur modul atas ring polinomial $A[s]$, sehingga diperoleh bahwa *A*-modul *X* membangkitkan $A[s]$-modul berhingga X_F. Selain itu, endomorfisma F juga membangkitkan $A[s]$-homomorfisma modul, G_F dan H_F, yang menentukan suatu sistem linear quadruple $(X_F;G_F,H_F,J)$ melalui ring polinomialnya. Selanjutnya karakterisasi keterkendalian sistem linear quintuple $(X;F,G,H,J)$ dan sistem linear quadruple $(X_F;G_F,H_F,J)$ dapat ditentukan dengan menyelidiki $A[s]$-homomorfisma modul dan sifat coprime-kirinya.

Kata-kata kunci : keterkendalian, coprime-kiri.

I. Pendahuluan

Selama ini telah dipelajari beberapa teori mengenai sistem linear dan keterkendaliannya, baik sistem linear atas lapangan maupun sistem linear atas ring komutatif. Perkembangan teori sistem dengan pendekatan model polinomial pada sistem linear atas lapangan telah dibahas [5] yang berhasil digeneralisasi oleh [4] pada sistem linear atas daerah ideal utama. Pada tahun 2000, Lomadze berhasil melakukan pendekatan model polinomial pada sistem linear atas ring komutatif. Hal inilah yang menjadi ketertarikan penulis untuk dapat mengikuti ide dalam [7] untuk menentukan karakterisasi keterkendalian pada sistem atas ring komutatif melalui pendekatan model polinomial. Beberapa paper pendukung menunjukkan peran aljabar yang banyak digunakan dalam teori sistem sehingga diperlukan dukungan teori aljabar, khususnya teori modul. Selanjutnya akan ditentukan bahwa keterkendalian

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

sistem linear atas ring komutatif menentukan keterkendalian sistem atas ring polinomialnya.

Berdasar latar belakang di atas, tujuan dari penelitian adalah sebagai berikut :

1. Memperoleh penyajian sistem linear atas ring polinomial yang bersesuaian dengan sistem linear atas ring komutatifnya.
2. Mengetahui hubungan pemetaan linear atas ring komutatif dengan pemetaan linear atas ring polinomialnya.
3. Menentukan karakterisasi keterkendalian sistem linear atas ring komutatif dan hubungannya dengan keterkendalian sistem linear atas ring polinomialnya.

II. Metode Penelitian

Uraian secara terpadu dan sistematis disampaikan dalam tahapan-tahapan sebagai berikut :

1. Menyajikan sistem linear atas ring polinomial yang bersesuaian dengan sistem linear atas ring komutatifnya.
2. Menentukan karakterisasi keterkendalian sistem linear atas ring komutatif dengan membentuk pemetaan linear atas ring komutatif.
3. Membentuk pemetaan linear atas ring polinomial yang bersesuaian dengan butir(2) dan menentukan karakterisasi keterkendaliannya.
4. Mendefinisikan sistem linear quintuple atas ring komutatif dan sistem linear quadruple atas ring polinomialnya.
5. Menunjukkan bahwa keterkendalian sistem linear quintuple atas ring komutatif menentukan keterkendalian sistem linear atas ring polinomialnya.

III. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Pada tahap awal penelitian dipelajari tentang keterkendalian sistem linear abstrak, baik sistem linear atas lapangan maupun sistem linear atas ring komutatif. Definisi keterkendalian sistem linear abstrak dapat dijumpai dalam [2], [3], dan [9].

III.1. Keterkendalian Sistem Linear Abstrak

Menurut Olsder, keterkendalian dapat ditentukan melalui matriks polinomial dalam hubungannya dengan sifat coprime-kiri, yang disajikan dalam definisi dan teorema lengkap dengan pembuktiannya dalam [9] sebagai berikut :

Definisi 3.1.1.

Diberikan sistem Σ : $P(s)\xi = Q(s)u$ dan $y = R(s)\xi$ dimana ξ adalah state parsial dan $P(s)$ nonsingular. Sistem Σ terkendali (controllable) jika matriks $P(s)$ dan $Q(s)$ coprime-kiri.

Mengingat sistem yang dipelajari dalam tulisan ini dinyatakan sebagai :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) &= Hx(t) + Ju(t) \end{aligned} \qquad (3.1)$$

dan menggunakan transformasi Laplace persamaan (3.1) dapat dinyatakan dalam bentuk :

$$\begin{aligned} (sI - F)\hat{x}(s) &= x_0 + G\hat{u}(s) \\ \hat{y}(s) &= H\hat{x}(s) + J\hat{u}(s) \end{aligned}$$

(3.2)

di mana *(sI – F), F, G, H,* dan *J* masing-masing adalah matriks polinomial.

Berikut ini disajikan teorema keterkendalian (*controllable*) disertai bukti lengkapnya dalam referensi [9] sebagai berikut :

Teorema 3.1.2.

Sistem (3.2) terkendali/controllable jika dan hanya jika $(sI - F)$ dan G coprime-kiri

Teorema di atas nantinya akan menjadi teorema acuan dalam menentukan keterkendalian sistem linear atas ring komutatif melalui pendekatan model polinomial. Tentu saja, dengan mendefinisikan $(sI - F)$, G, dan H yang sesuai untuk sistem linear atas ring komutatif.

Selain teorema di atas, penelitian yang dilakukan [5] juga menghasilkan lemma-lemma yang berkaitan dengan keterkendalian sistem linear atas lapangan K melalui pembentukan model polinomialnya, yaitu terbentuknya $K[z]$ dengan indeterminate z, dinyatakan sebagai berikut :

Diberikan sistem $\Sigma = (X;F,G,H)$ dimana X adalah ruang linear atas lapangan K. Jika $K[z]$ merupakan ring polinomial dalam indeterminate z dengan koefisien di K dan bilangan bulat positif m dan p sebagai banyak input dan banyak output, maka pemetaan keterkendalian

R : $K^m[z] \to X$ dari sistem Σ didefinisikan sebagai : $\mathrm{R}\left(\sum_{i=0}^{n} u_i z^i\right) = \sum_{i=0}^{n} F^i G u_i$

Pemetaan keterkendalian pada sistem linear atas lapangan melalui pendekatan model polinomial di atas akan digeneralisasi menjadi pemetaan keterkendalian pada sistem linear atas ring komutatif melalui pendekatan model polinomial.

Berikutnya diberikan lemma berkaitan dengan keterkendalian sistem linear atas lapangan melalui model polinomial yang melibatkan $K[z]$-homomorfisma modul sebagai berikut :

Lemma 3.1.3.

Sistem Σ terkendali (controllable) jika dan hanya jika pemetaan keterkendalian R dari sistem Σ yang dipandang sebagai $K[z]$-homomorfisma modul adalah surjektif.

Selain karakterisasi keterkendalian sistem linear atas lapangan yang disajikan di atas, hal tersebut dapat digeneralisasi pada sistem linear atas ring komutatif yang selanjutnya disebut juga sistem linear quintuple. Beberapa definisi dan karakterisasi keterkendalian sistem linear atas ring komutatif telah dibahas dalam [10] dan [2] yang disajikan sebagai berikut :

Definisi 3.1.4.

Diberikan ring komutatif A. Sistem dinamik linear (bebas) Σ berwaktu diskret dan konstan atas ring komutatif A dinyatakan sebagai triple (F,G,H) dimana $F \in A^{nxn}$, $G \in A^{nxm}$ *dan* $H \in A^{pxn}$ *untuk suatu bilangan bulat n,m,p dengan n adalah rank dari Σ, banyak input m dan banyak output p. Secara khusus jika m = p = 1, maka sistem Σ disebut sistem skalar.*

Jika *X, U,* dan *Y* masing-masing dinotasikan sebagai *A*-modul bebas A^n, A^m, dan A^p yang dibangun secara berhingga, maka $F : X \to X$, $G : U \to X$, $H : X \to Y$ adalah *A*-pemetaan modul dan definisi sistem di mana modul state, modul input dan modul outputnya diberikan oleh *X, U,* dan *Y* diberikan sebagai:

$$x(t+1) = Fx(t) + Gu(t)$$
$$y(t) = Hx(t)$$

(3.3)

dengan $t \in Z$, state $x(t) \in A^n$, input $u(t) \in A^m$, dan output $y(t) \in A^p$ untuk semua *t*.

Berikutnya jika diberikan ring komutatif *A* dan indeterminate *s* sehingga diperoleh ring polinomial $A[s]$. Konsep teori sistem linear abstrak dan teori modul memegang peranan penting dalam membangkitkan sistem linear baru atas ring polinomial $A[s]$ dari sistem linear atas ring komutatif *A*.

III.2. Pendekatan Model Polinomial Pada Sistem Linear Atas Ring Komutatif

Pada bagian ini akan dibahas mengenai peranan teori modul dalam melakukan pendekatan model polinomial pada sistem linear atas ring komutatif yang digeneralisasi dari pendekatan model polinomial pada sistem linear atas daerah ideal utama yang telah dibahas oleh [4]. Sebelumnya telah diperoleh bahwa ring *A* dan indeterminate s membentuk ring polinomial $A[s]$ dan melalui lokalisasi *T* pada $A[s]$ diperoleh ring fungsi rasional $A(s)$, di mana *T* adalah himpunan semua polinomial monik $A[s]$. Salah satu bagian penting yang mendasari pendekatan model polinomial adalah karakterisasi dari modul faktor yang diperoleh dari hubungan $A[s]$ dan $A(s)$ dalam membentuk struktur modul faktor sehingga diperoleh $A[s] / A(s)$-modul faktor $A[s]$ yang diasumsikan merupakan modul bebas yang dibangun secara berhingga atas A. Berikutnya akan ditunjukkan bahwa A-modul X bersama dengan operasi pergandaan skalar $A[s] \; x \; X \rightarrow X$ akan membentuk struktur $A[s]$-modul dalam lemma berikut :

Lemma 3.2.1.

Jika X adalah modul yang dibangun secara berhingga atas A, tuliskan himpunan $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ *membangun X dan F adalah A-endomorfisma dari X, maka A-modul X dapat dipandang sebagai* $A[s]$*-modul X dengan operasi pergandaan skalar yang didefinisikan sebagai :*

$$A[s] \, x \, X \rightarrow X \, , \, (a,x) \mapsto a(F)(x)$$

Selanjutnya dalam tulisan ini, A-modul X yang membangkitkan struktur $A[s]$-modul melalui suatu endomorfisma F , dinotasikan sebagai X_F. Dengan mengingat pengertian modul torsi dalam teori modul dan berdasarkan pendekatan aljabar pada teori sistem, modul state X_F yang merupakan modul atas ring polinomial harus merupakan modul berhingga, yaitu : modul torsi yang dibangun secara berhingga.

III.2.1. Modul Berhingga atas Ring Polinomial $A[s]$

Diketahui bahwa X adalah modul atas A yang dibangun secara berhingga dan X_F adalah modul atas $A[s]$ yang juga dibangun secara berhingga, lebih lanjut akan diselidiki bahwa X_F adalah modul berhingga. Berikut diberikan lemma yang menyatakan bahwa X_F adalah modul berhingga.

Lemma 3.2.2.

X_F adalah modul berhingga atas $A[s]$

Bukti :

Cukup dengan menunjukkan bahwa X_F adalah modul torsi atas $A[s]$. Dibentuk $M_T(X_F)$ adalah himpunan semua elemen torsi dari X_F dan diketahui $F \in End_A(X)$. Misalkan polinomial monik $p(s)=\det(sI-F)$ sehingga $M_T(X_F)=\{x \in X_F \mid (\exists p(s) \in A[s]-\{0\}) a.x=0\}$.

Jika T adalah himpunan semua polinomial monik, maka $A[s]-\{0\}= T$ dan diperoleh :

$$M_T(X_F) = \{x \in X_F \mid (\exists p(s) \in T)\, p(s).x = 0\} \overset{def}{=} \{x \in X_F \mid (\exists p(s) \in T)\, p(F)x = 0\}.$$

Telah diketahui bahwa polinomial monik $p(s)$ adalah polinomial karakteristik dari F, yaitu : $p(s) = \det(sI-F)$, maka menurut Teorema Cayley-Hamilton diperoleh $p(F) = 0$ dengan $F \in M_n(A)$, sehingga diperoleh $M_T(X_F) = X_F$. Terbukti X_F modul torsi atas $A[s]$.

Jadi, X_F modul berhingga atas $A[s]$. □

Selanjutnya dengan menerapkan pembentukan produk tensor dalam [11] diperoleh penyajian $A[s] \otimes_{A[s]} X$ dan mengingat bahwa $A[s]$ merupakan modul bebas atas $A[s]$ dengan basis $\{1, s, s^2, \ldots\}$, Rotman menyatakan bahwa $A[s] \otimes X_F \cong \coprod \left(As^i \otimes X_F\right)$ dengan $\coprod$ menyatakan jumlah langsung dari As^i dan X_F, sehingga untuk setiap $x \in A[s] \otimes X_F$ dapat dipandang sebagai vektor yang mempunyai penyajian tunggal berbentuk $x=\sum_{i=0}^{n} s^i \otimes x_i$ di mana $x_i \in X_F$. Dari penyataan di atas, karena $A[s]$ adalah ring polinomial yang komutatif, maka diperoleh $A[s] \otimes X_F \cong X_F \otimes A[s]$. Selanjutnya $X_F \otimes A[s]$ dinotasikan sebagai $X[s]$ dan untuk setiap $x \in X[s]$ dapat disajikan secara tunggal dalam bentuk $x = \sum_{i=0}^{n} x_i \otimes s^i$ di mana $x_i \in X_F$.

III.2.2. Penyajian Model Polinomial

Menurut Rotman (1979) dikatakan bahwa dapat dikonstruksikan sebuah $A[s]$-modul $X[s]$ dari suatu A-modul X. Berdasarkan konstruksi di atas, jika

$X[s] = X_F \otimes A[s]$ dipandang sebagai modul atas $A[s]$ dalam indeterminate s, maka pengaitan $sI - F : X[s] \to X[s]$ dapat didefinisikan sebagai : $\sum_{i=0}^{n} x_i \otimes s^i \mapsto$ $\sum_{i=0}^{n} x_i (1 \otimes s - s \otimes 1) s^i$. Selanjutnya akan diberikan suatu lemma yang menyatakan bahwa pengaitan $sI - F : X[s] \to X[s]$ merupakan $A[s]$-homomorfisma modul.

Lemma 3.2.3.

Diberikan A-modul X dan A[*s*]*-modul X*[*s*]*. Jika F ∈End(X) dan indeterminate s, maka pengaitan* $sI - F : X[s] \to X[s]$ *yang didefinisikan sebagai :*

$$(sI - F)\left(\sum_{i=0}^{n} x_i \otimes s^i\right) \overset{def}{=} -Fx_0 \otimes 1 + \sum_{i=1}^{n} (x_{i-1} - Fx_i) \otimes s^i + x_n \otimes s^{n+1}$$

merupakan $A[s]$*-homomorfisma modul.*

Bukti :

i. Akan ditunjukkan bahwa $sI - F$ adalah pemetaan,

dengan menggunakan sifat produk tensor diperoleh : $\sum_{i=0}^{n} x_i \otimes s^i = \sum_{i=0}^{n} y_i \otimes s^i \Leftrightarrow$ $\sum_{i=0}^{n} (x_i - y_i) \otimes s^i \Leftrightarrow x_i - y_i = 0, \forall i$, sehingga diperoleh $x_i = y_i, \forall i$ (3.4)

Akibatnya, $(sI-F)(x)=(sI-F)\left(\sum_{i=0}^{n} x_i \otimes s^i\right) \overset{def}{=} -Fx_0 \otimes 1 + \sum_{i=1}^{n} (x_{i-1} - Fx_i) \otimes s^i + x_n \otimes s^{n+1}$

Menurut persamaan (3.4) diperoleh : $-Fy_0 \otimes 1 + \sum_{i=1}^{n} (y_{i-1} - Fy_i) \otimes s^i + y_n \otimes s^{n+1}$

$\overset{def}{=} (sI - F)\left(\sum_{i=0}^{n} y_i \otimes s^i\right) = (sI - F)(y)$. Terbukti, $sI - F$ pemetaan.

ii. Akan ditunjukkan : $(\forall x,y \in X[s])(sI - F)(x + y) = (sI - F)(x) + (sI - F)(y)$

Ambil sebarang $x,y \in X[s]$ sehingga $(sI - F)(x + y) = (sI - F)\left(\sum_{i=0}^{n} (x_i + y_i) \otimes s^i\right)$

$$\overset{def}{=} -F(x_0 + y_0) \otimes 1 + \sum_{i=1}^{n} ((x_{i-1} + y_{i-1}) - F(x_i + y_i)) \otimes s^i + (x_n + y_n) \otimes s^{n+1} \quad (3.5)$$

Diketahui $F \in End(X)$, maka F dapat dipandang sebagai homomorfisma modul.

Akibatnya, dengan menggunakan sifat produk tensor, persamaan (3.5) menjadi

: $\left(-Fx_0 \otimes 1 + \sum_{i=1}^{n}(x_{i-1} - Fx_i) \otimes s^i + x_n \otimes s^{n+1}\right) + \left(-Fy_0 \otimes 1 \sum_{i=1}^{n}(y_{i-1} - Fy_i) \otimes s^i + y_n \otimes s^{n+1}\right)$

$$\overset{def}{=} (sI - F)\left(\sum_{i=0}^{n} x_i \otimes s^i\right) + (sI - F)\left(\sum_{i=0}^{n} y_i \otimes s^i\right) = (sI - F)(x) + (sI - F)(y)$$

Terbukti, $(sI - F)(x + y) = (sI - F)(x) + (sI - F)(y)$.

iii. Akan ditunjukkan : $(\forall x \in X[s])(\forall p \in A[s])\ (sI - F)(px) = p(sI - F)(x)$

Ambil sembarang $x \in X[s]$ dan $p \in A[s]$ dengan $p_i \in A$ sehingga diperoleh :

$$(sI - F)\left(\sum_{i=0}^{n} px_i \otimes s^i\right) \overset{def}{=} \left(-F(px_0) \otimes 1 + \sum_{i=1}^{n}(px_{i-1}) - F(px_i) \otimes s^i + (px_n) \otimes s^{n+1}\right)$$

dengan mengingat $F \in End(X)$ maka diperoleh :

$$p\left(-Fx_0 \otimes 1 + \sum_{i=1}^{n} x_{i-1} - Fx_i \otimes s^i + x_n \otimes s^{n+1}\right) \overset{def}{=} p(sI - F)\left(\sum_{i=0}^{n} x_i \otimes s^i\right) = p(sI - F)(x)$$

Terbukti $(sI - F)(px) = p(sI - F)(x)$

Dari (i), (ii) dan (iii) terbukti $(sI - F)$ merupakan homomorfisma atas $A[s]$. □

Selain lemma di atas, dapat dibentuk pula pengaitan dari $X[s]$ ke X_F yang ditunjukkan dalam lemma berikut :

Lemma 3.2.4.

Jika diberikan $\varphi : X[s] \rightarrow X_F$ *yang didefinisikan* $\varphi\left(\sum_{i=0}^{n} x_i \otimes s^i\right) = \sum_{i=0}^{n} F^i(x_i)$, *maka* φ *merupakan* $A[s]$*-homomorfisma modul*

Bukti :

Cukup dengan menunjukkan $\left(\forall \sum_{i=0}^{n} x_i \otimes s^i, \sum_{i=0}^{n} y_i \otimes s^i \in X[s]\right)(\forall p \in A[s])$, berlaku

:

1. $\varphi\left((\sum_{i=0}^{n} x_i \otimes s^i) + (\sum_{i=0}^{n} y_i \otimes s^i) \right) = \varphi\left(\sum_{i=0}^{n} x_i \otimes s^i \right) + \varphi\left(\sum_{i=0}^{n} y_i \otimes s^i \right)$

2. $\varphi\left(p.\sum_{i=0}^{n} x_i \otimes s^i \right) = p.\varphi\left(\sum_{i=0}^{n} x_i \otimes s^i \right)$

Dari (1) dan (2) terbukti bahwa φ adalah homomorfisma modul atas $A[s]$.□

Dari lemma-lemma di atas diperoleh bahwa $X[s]$ modul atas $A[s]$ dan X_F modul atas $A[s]$ dengan $sI - F$ dan φ masing-masing merupakan $A[s]$-homomorfisma modul. Lemma berikut menyajikan dimana barisan modul dan homomorfismanya membentuk suatu barisan eksak, yaitu:

Lemma 3.2.5.

Jika diberikan X_F adalah $A[s]$-modul, maka terdapat barisan

$$0 \longrightarrow X[s] \xrightarrow{sI-F} X[s] \xrightarrow{\varphi} X_F \longrightarrow 0 \qquad (3.6)$$

yang merupakan barisan eksak atas $A[s]$.

Bukti :

Didefinisikan $\varphi : X[s] \rightarrow X_F$ sebagai $\sum_{i=0}^{n} x_i \otimes s^i \mapsto \sum_{i=0}^{n} F^i(x_i)$. Menurut Rotman (1979), terdapat barisan eksak atas $A[s]$, yaitu : $0 \rightarrow K \rightarrow X[s] \xrightarrow{\varphi} X_F \rightarrow 0$ dengan $Ker(\varphi) = K \cong X[s]$ sebagai $A[s]$-modul. Pandang $\beta : X[s] \rightarrow K$ yang didefinisikan $\sum_{i=0}^{n} x_i \otimes s^i \mapsto \sum_{i=0}^{n} x_i (1 \otimes s - s \otimes 1) s^i$

1. Akan ditunjukkan bahwa β adalah pemetaan atas $A[s]$

Ambil sebarang $\sum_{i=0}^{n} x_i \otimes s^i$, $\sum_{i=0}^{n} y_i \otimes s^i \in X[s]$ dengan $\sum_{i=0}^{n} x_i \otimes s^i = \sum_{i=0}^{n} y_i \otimes s^i$ sehingga diperoleh: $x_0 \otimes 1 + x_1 \otimes s + ... + x_n \otimes s^n = y_0 \otimes 1 + y_1 \otimes s + ... + y_n \otimes s^n$. Dari sini diperoleh $x_i = y_i, \forall i$ sehingga

$\beta\left(\sum_{i=0}^{n} x_i \otimes s^i \right) \overset{def}{=} \sum_{i=0}^{n} x_i (1 \otimes s - s \otimes 1) s^i = (x_0 \otimes s - x_0 s \otimes 1) + ... + (x_n \otimes s^{n+1} - x_n s \otimes s^n)$.Mengingat

$x_i = y_i, \forall i$ maka diperoleh :

$(y_0 \otimes s - y_0 s \otimes 1) + ... + (y_{n-1} \otimes s^n - y_{n-1} s \otimes s^{n-1}) + (y_n \otimes s^{n+1} - y_n s \otimes s^n)$

$= \sum_{i=0}^{n} y_i(1 \otimes s - s \otimes 1)s^i \overset{def}{=} \beta\left(\sum_{i=0}^{n} y_i \otimes s^i\right)$. Terbukti, β merupakan pemetaan.

2. Akan ditunjukkan bahwa $Im(\beta) \subseteq K$. Ambil sebarang $y \in Im(\beta)$ maka $(\exists x \in X[s])\beta(x) = y$

Akan ditunjukkan $y \in K$. Dengan mengambil $x = x_0$ maka $x_0 = x_0 \otimes 1 \in X[s]$ maka diperoleh

$y = \beta(x) = \beta(x_0) = \beta(x_0 \otimes 1) \overset{def}{=} x_0 (1 \otimes s - s \otimes 1)1 = x_0 \otimes s - x_0 s \otimes 1 \Leftrightarrow y = x_0 \otimes s - x_0 s \otimes 1 \in K$. Terbukti $Im(\beta) \subseteq K$.

Dari (1) dan (2) bahwa β adalah pemetaan atas $A[s]$ dengan $Im(\beta) \subseteq K$.

3. Akan ditunjukkan β injektif. Pandang $\beta : \sum_{i=0}^{n} x_i \otimes s^i \mapsto \sum_{i=0}^{n} x_i(1 \otimes s - s \otimes 1)s^i$,

   dengan

$\sum_{i=0}^{n} x_i(1 \otimes s - s \otimes 1)s^i = Fx_0 \otimes 1 + \sum_{i=1}^{n}(Fx_i - x_{i-1}) \otimes s^i - x_n \otimes s^{n+1}$. Untuk menunjukkan β injektif cukup ditunjukkan bahwa $Ker(\beta) = \{0\}$. Mengingat $0 \in K$ artinya $0 = 0 \otimes s^i$, $\forall i$ sehingga $Ker(\beta) = \{x \in X[s] \mid \beta(x) = 0\} = \left\{\sum_{i=0}^{n} x_i \otimes s^i \mid \beta\left(\sum_{i=0}^{n} x_i \otimes s^i\right) = \sum_{i=0}^{n+1} 0 \otimes s^i\right\}$

$\overset{def}{=} \left\{\sum_{i=0}^{n} x_i \otimes s^i \mid \sum_{i=0}^{n} x_i(1 \otimes s - s \otimes 1)s^i = \sum_{i=0}^{n+1} 0 \otimes s^i\right\}$

$\overset{def}{=} \left\{\sum_{i=0}^{n} x_i \otimes s^i \mid Fx_0 \otimes 1 + \sum_{i=1}^{n}(Fx_i - x_{i-1}) \otimes s^i - x_n \otimes s^{n+1} = 0 \otimes 1 + 0 \otimes s + ... + 0 \otimes s^{n+1}\right\}$.

Secara rekursif dapat diperoleh : $x_0 = 0$; $x_1 = 0$; ... ; $x_{n-1} = 0$; $x_n = 0$.

Akibatnya diperoleh : $x_i = 0$, $\forall i$. Dari sini, $ker(\beta) = \left\{\sum_{i=0}^{n} x_i \otimes s^i \mid x_i = 0, \forall i\right\} = \{0\}$.

Terbukti, β injektif

4. Akan ditunjukkan β surjektif.

Karena $Ker(\varphi) = K$, maka untuk setiap $\sum_{i=0}^{n} y_i \otimes s^i \in K$ diperoleh : $\sum_{i=0}^{n} F^i y_i = 0 \in X_F$ sehingga persamaan $y_0 = Fx_0$, $y_1 = Fx_1 - x_0$, ... , $y_n = -x_{n-1}$ dapat diselesaikan secara rekursif sehingga terbukti β surjektif. Dari (3) dan (4) terbukti β isomorfisma. Mengingat pendefinisian dalam $\beta = sI - F$, maka terbukti bahwa barisan $0 \rightarrow X[s] \xrightarrow{sI-F} X[s] \xrightarrow{\varphi} X_F \rightarrow 0$ merupakan barisan eksak atas $A[s]$. □

Beberapa hal yang dapat diperoleh dalam hubungannya dengan Lemma 3.2.5. di atas, yaitu :

$$X[s] \big/ (sI - F)X[s] \cong X_F \qquad (3.7)$$

III.3. Hubungan *G* dan G_F

Pembentukan pemetaan yang menghubungkan ring komutatif A dengan ring polinomial $A[s]$ sebagai bagian dari sistem linear atas ring komutatif diasumsikan bahwa m adalah bilangan bulat positif tertentu yang menyatakan banyak input. Hubungan G dan G_F diberikan dalam diagram berikut :

$$\begin{tikzcd}
A[s]^m \arrow[rr] \arrow[dr, "G_F"] & & A(s)^p \big/ A[s]^p \arrow[d, "Res"] \\
A^m \arrow[u, "i"] \arrow[r, "G"'] & X_F \arrow[ur, "H_F"] \arrow[r, "H"'] & A^p
\end{tikzcd}$$

Berdasarkan diagram di atas, apabila diberikan X modul atas A yang dibangun secara berhingga dan $F : X \rightarrow X$ merupakan endomorfisma dari A-modul X, maka melalui inklusi $i : A^m \rightarrow A[s]^m$ diperoleh bahwa setiap pemetaan linear $G : A^m \rightarrow X$ menentukan pemetaan $G_F : A[s]^m \rightarrow X_F$ didefinisikan sebagai : $G_F\left(\sum_{i\geq 0} u_i s^i\right) = \sum_{i \geq 0} F^i G(u_i)$. Lebih lanjut, G_F merupakan homomorfisma modul atas $A[s]$ yang disajikan dalam lemma berikut :

Lemma 3.3.1.

Jika $G_F : A[s]^m \rightarrow X_F$ *yang didefinisikan sebagai :* $G_F\left(\sum_{i\geq 0} u_i s^i\right) = \sum_{i\geq 0} F^i G(u_i)$*, maka* G_F *merupakan* $A[s]$*-homorfisma.*

Bukti :

Mengingat diagram hubungan G, G_F dan i, maka G_F jelas merupakan pemetaan yang dijamin karena $G = G_F \circ i$.

Cukup ditunjukkan bahwa G_F merupakan $A[s]$-homomorfisma, yaitu : $\left(\forall \sum_{i\geq 0} u_i s^i, \sum_{i\geq 0} v_i s^i \in A[s]^m\right)$, $(\forall p(s) \in A[s])$ berlaku :

1. $G_F\left(\sum_{i\geq 0} u_i s^i + \sum_{i\geq 0} v_i s^i\right) = G_F\left(\sum_{i\geq 0} u_i s^i\right) + G_F\left(\sum_{i\geq 0} v_i s^i\right)$
2. $G_F\left(p(s).\sum_{i\geq 0} u_i s^i\right) = p(s).\,G_F\left(\sum_{i\geq 0} u_i s^i\right)$

Dari (1) dan (2) , terbukti G_F adalah $A[s]$-homomorfisma modul.□

Berikutnya disajikan lemma yang menyajikan hubungan korespondensi satu satu antara A-homomorfisma G dan $A[s]$-homomorfisma G_F.

Lemma 3.3.2.

Jika diberikan pemetaan $\theta : Hom_A(A^m, X) \rightarrow Hom_{A[s]}(A[s]^m, X_F)$ *yang didefinisikan sebagai* $\theta(G) = G_F$*, maka* θ *merupakan pemetaan bijektif.*

Bukti :

Didefinisikan $\theta : Hom_A(A^m,X) \rightarrow Hom_{A[s]}(A[s]^m,X_F)$ sebagai $\theta(G) = G_F$

Mengingat diagram hubungan G dan G_F dan Lemma 3.3.1. diperoleh bahwa G dan G_F masing-masing merupakan pemetaan linear dan G_F merupakan $A[s]$-homomorfisma modul, selanjutnya akan ditunjukkan bahwa θ bijektif

1. Akan ditunjukkan θ injektif

Ambil sebarang $G_1, G_2 \in \mathrm{Hom}_A(A^m,X)$. Akan ditunjukkan $\theta(G_1) = \theta(G_2) \Rightarrow G_1 = G_2$

Untuk setiap $u_i \in A^m$ dapat dibentuk $\sum_{i \geq 0} u_i s^i \in A[s]^m$. Diketahui $\theta(G_1) = \theta(G_2)$ dan menurut definisinya maka $G_{1F} = G_{2F}$ sehingga untuk setiap $\sum_{i \geq 0} u_i s^i \in A[s]^m$ dapat diperoleh :

$$G_{1_F}\left(\sum_{i \geq 0} u_i s^i\right) = G_{2_F}\left(\sum_{i \geq 0} u_i s^i\right) \Leftrightarrow \sum_{i \geq 0} F^i G_1(u_i) = \sum_{i \geq 0} F^i G_2(u_i)$$

Mengingat bahwa $F \in End(X)$ dan G adalah pemetaan linear maka diperoleh :

$$\sum_{i \geq 0} F^i (G_1 - G_2)(u_i) = 0 \overset{def}{\Leftrightarrow} (G_1 - G_2)_F(\sum_{i \geq 0} u_i s^i) = 0(\sum_{i \geq 0} u_i s^i) \Leftrightarrow (G_1 - G_2) = 0 \Rightarrow G_1 = G_2,$$

untuk $\sum_{i \geq 0} u_i s^i \in A[s]^m$. Terbukti bahwa θ injektif

2. Akan ditunjukkan θ surjektif

Dibentuk pemetaan $\theta : Hom_A(A^m, X) \to Hom_{A[s]}(A[s]^m, X_F)$ yang didefinisikan : $\theta(G(u_i)) = G_F(\sum_{i \geq 0} u_i s^i)$. Ambil sebarang $G_F \in Hom_A(A[s]^m, X_F)$, untuk setiap $\sum_{i \geq 0} u_i s^i \in A[s]^m$, maka $G_F(\sum_{i \geq 0} u_i s^i) \overset{def}{=} \sum_{i \geq 0} F^i G(u_i) \in X_F$. Mengingat $\sum_{i \geq 0} u_i s^i \in A[s]^m$ maka $u_i \in A^m$ dan dengan mengambil suatu $G \in Hom_A(A^m, X)$ diperoleh $G(u_i) \in X$ untuk setiap $u_i \in A^m$.

Mengingat $F : X \to X$, untuk $G(u_i) \in X$ dan $i \geq 0$ berlaku : $\sum_{i \geq 0} F^i G(u_i) \in X$.

Dari sini diperoleh $\theta(G(u_i)) = \sum_{i \geq 0} F^i G(u_i) \overset{def}{=} G_F(\sum_{i \geq 0} u_i s^i)$. Jadi terbukti θ surjektif.

Dari (1) dan (2) terbukti bahwa θ bijektif.□

III.4. Keterkendalian Sistem Linear Melalui Pendekatan Model Polinomial

Berdasarkan pembicaraan di atas terlihat bahwa sistem linear quintuple $(X; F, G, H, J)$ menentukan suatu pendekatan untuk sistem linear quadruple $(X_F; G_F, H_F, J)$ melalui pembentukan modul berhingga atas ring polinomial yang didefinisikan sebagai berikut :

Definisi 3.4.1.

Diberikan ring polinomial $A[s]$ dan m,p adalah bilangan bulat positif yang menyatakan banyaknya input dan output. Pendekatan model polinomial pada sistem linear atas ring komutatif yaitu dengan memandang modul statenya sebagai modul berhingga atas ring polinomial $A[s]$. Selanjutnya dinotasikan sebagai bentuk quadruple (Q,ϕ,ψ,J) di mana Q adalah modul berhingga atas $A[s]$, $\phi: A[s]^m \to Q$, dan $\psi : Q \to A(s)^p / A[s]^p$.

Dengan mengingat bahwa keterkendalian model polinomial pada sistem atas ring komutatif dapat ditentukan dari kesurjektifan pemetaan $G_F : A[s]^m \to X_F$ di mana X_F merupakan modul berhingga atas $A[s]$. Berikut ini diberikan definisi coprime-kiri menurut [7].

Misalkan X, X_1 dan X_2 masing-masing merupakan modul atas A yang dibangun secara berhingga. Tinjau $A[s]$-homomorfisma sebagai G_1, G_2, H_1 dan H_2 dengan $G_1 : X_1[s] \to X[s]$, $G_2 : X_2[s] \to X[s]$, $H_1 : X[s] \to X_1[s]$, dan $H_2 : X[s] \to X_2[s]$, maka berikut merupakan definisi coprime-kiri.

Definisi 3.4.2.

G_1 dan G_2 dikatakan coprime kiri jika $G_1X_1[s] + G_2X_2[s] = X[s]$

Teorema berikut menyatakan keterkendalian dari sistem linear quintuple $(X;F,G,H,J)$ yang bersesuaian dengan keterkendalian sistem linear quadruple $(X_F;G_F,H_F,J)$ dinyatakan dalam pernyataan yang saling ekuivalen sebagai berikut :

Teorema 3.4.3.

Pernyataan-pernyataan berikut saling ekuivalen :

a. $\mathrm{Im}(G) + \mathrm{Im}(FG) + \ldots + \mathrm{Im}(F^nG) = X$, $\forall n \geq 0$

b. $G_F : A[s]^m \to X_F$ *surjektif*

c. $G : A[s]^m \to X[s]$ *dan* $sI - F : X[s] \to X[s]$ *adalah coprime-kiri*

Bukti :

Untuk menunjukkan pernyataan-pernyataan yang saling ekuivalen di atas, dengan menunjukkan bahwa a⇔b dan b⇔c sebagai berikut :

1. Akan ditunjukkan a ⇔ b

$\Rightarrow$ Diketahui : $Im(G) + Im(FG) + ... + Im(F^nG) = X$, $\forall n \geq 0$

Akan ditunjukkan : $G_F : A[s]^m \rightarrow X_F$ surjektif. Mengingat pemetaan $G_F : A[s]^m \rightarrow X_F$ didefinisikan sebagai : $G_F\left(\sum_{i=0}^{n} u_i s^i\right) = \sum_{i=0}^{n} F^i G(u_i)$. Ambil sebarang $y \in X_F$ dan mengingat bahwa

y elemen di X_F, maka $y = \sum_{i \geq 0} F^i(x_i)$, untuk setiap $x_i \in X$. Menurut diketahui bahwa $Im(G) + Im(FG) + ... + Im(F^nG) = X$, maka untuk setiap $x_i \in X$ dapat dinyatakan sebagai : $x_i \in Im(G) + Im(FG) + ... + Im(F^nG)$. Akibatnya, untuk suatu x_i dapat dinyatakan sebagai $x_i = x_i + 0 + 0 + ... + 0$ sehingga $x_i \in Im(G)$. Mengingat pemetaan linear $G : A^m \rightarrow X$, maka untuk suatu $x_i \in Im(G)$, $\exists a_i \in A^m$ sedemikian sehingga $G(a_i) = x_i$. Mengingat $a_i \in A^m$ maka dapat dibentuk $a = \sum_{i=0}^{n} a_i s^i \in A[s]^m$ dan mengingat pemetaan G_F membawa dari $A[s]^m$ ke X_F diperoleh:

$G_F(a) = G_F\left(\sum_{i=0}^{n} a_i s^i\right) \overset{def}{=} \sum_{i=0}^{n} F^i G(a_i) = \sum_{i=0}^{n} F^i(x_i) = y$. Terbukti, G_F surjektif.

$\Leftarrow$ Diketahui : $G_F : A[s]^m \rightarrow X_F$ surjektif

Akan ditunjukkan : $Im(G) + Im(FG) + Im(F^2G) + ... + Im(F^nG) = X$. Mengingat X_F adalah himpunan X tetapi X dan X_F merupakan modul atas ring yang berbeda, yaitu : X modul atas A dan X_F modul atas $A[s]$. Mengingat pemetaan $G_F : A[s]^m \rightarrow X_F$ mendefinisikan $G_F\left(\sum_{i=0}^{n} u_i s^i\right) = \sum_{i=0}^{n} F^i G(u_i)$, untuk setiap $\sum_{i=0}^{n} u_i s^i \in A[s]^m$ dan diketahui bahwa G_F surjektif, maka untuk setiap $\sum_{i=0}^{n} u_i s^i \in A[s]^m$ diperoleh :

$Im(G_F) = X_F$. Di lain pihak untuk setiap $n \geq 0$, F^n selalu dapat dinyatakan sebagai kombinasi linear dari $I, F, ..., F^{n-1}$, yaitu : $F^n = a_0 I + a_1 F + ... + a_{n-1} F^{n-1}$. Karena

G_F surjektif, maka untuk setiap $\sum_{i=0}^{n} F^i G(u_i) \in X_F$ dan dengan mengingat pemetaan

$G : A^m \to X$ dimana $G(u_i) \in Im(G) \subseteq X$ dengan $u_i \in A^m$. Dari sini, maka untuk setiap $u_i \in A^m$ diperoleh : $Im(G_F) = \sum_{i=0}^{n} F^i G(u_i) = G(u_i) + FG(u_i) + F^2G(u_i) + \ldots + F^nG(u_i)$, dengan $G(u_i) \in Im(G) \subseteq X$ sehingga diperoleh : $Im(G_F) = Im(G) + Im(FG) + \ldots + Im(F^nG) = X$, untuk setiap $u_i \in A^m$. Terbukti, $Im(G) + Im(FG) + \ldots + Im(F^nG)$.

2. Akan ditunjukkan b $\Leftrightarrow$ c

$\Rightarrow$ Diketahui : $G_F : A[s]^m \to X_F$ surjektif

Akan ditunjukkan : $G : A[s]^m \to X[s]$ dan $sI - F : X[s] \to X[s]$ coprime-kiri

Menurut definisi coprime-kiri, untuk menunjukkan G dan $sI - F$ coprime-kiri dengan menunjukkan bahwa : $GA[s]^m + (sI - F)X[s] = X[s]$

Menurut persamaan (3.7) dan G_F surjektif, maka pemetaan $G : A[s] \to X[s]$ surjektif. Akibatnya, $Im(G) = X[s]$ dan $Im(sI - F) = X[s]$. Dari sini, terlihat bahwa $Im(G) + Im(sI - F) = X[s]$.

Dengan kata lain, $GA[s]^m + (sI - F)X[s] = X[s]$. Terbukti G dan $sI - F$ adalah coprime kiri

$\Leftarrow$ Diketahui : $G : A[s] \to X[s]$ dan $sI - F : X[s] \to X[s]$ coprime-kiri

Akan ditunjukkan bahwa $G_F : A[s]^m \to X_F$ surjektif. Mengingat diketahui G dan $sI - F$ adalah coprime kiri, artinya : $GA[s]^m + (sI - F)X[s] = X[s]$. Dibentuk pemetaan $\gamma : A[s]^m \to X_F$. Menurut persamaan (3.7) bahwa maka pemetaan γ dapat dipandang sebagai pemetaan dari

$A[s]^m \to X[s] / (sI - F)X[s]$. Menurut diketahui bahwa pemetaan $G : A[s] \to X[s]$ yang didefinisikan sebagai : $u \mapsto Gu$. Dengan memandang pemetaan $\gamma : A[s]^m \to X[s] / (sI - F)X[s]$ yang didefinisikan sebagai $u \mapsto Gu \bmod (sI - F)X[s]$.

Selanjutnya akan ditunjukkan bahwa γ surjektif.

Ambil sebarang $y \in X[s] / (sI - F)X[s]$, katakan $y = Gu \bmod (sI - F)X[s]$

Mengingat diketahui $G : A[s]^m \to X[s]$,maka untuk $u \in A[s]^m$ diperoleh : $Gu \in X[s]$

Mengingat suatu pemetaan $\gamma : X[s] \to X[s] / (sI - F)X[s]$ adalah pemetaan surjektif yang dijamin oleh barisan eksak, maka untuk $Gu \in X[s]$ diperoleh : $\gamma(Gu) = Gu \bmod (sI - F)X[s] = y$.

Terlihat γ surjektif dengan $\gamma : X[s] \to X[s] / (sI - F)X[s]$ dan diketahui $X[s] / (sI - F)X[s] \cong X_F$, maka diperoleh pemetaan $X[s]$ ke X_F juga surjektif.

Namakan G_F sebagai pemetaan dari $X[s]$ ke X_F. Terbukti, G_F surjektif.

Dari (1) dan (2) terbukti bahwa pernyataan-pernyataan dalam Teorema 3.4.3. saling ekuivalen.□

IV. Simpulan

Pembahasan yang telah disampaikan pada bagian-bagian sebelumnya memberi kesimpulan awal mengenai keterkendalian sistem linear atas ring komutatif melalui pendekatan polinomial sebagai berikut :

1. Sistem linear atas ring komutatif membangkitkan sistem linear atas ring polinomialnya.
2. Pemetaan linear atas ring komutatif yang menentukan karakterisasi keterkendalian pada sistem linear quintuple membangkitkan pemetaan linear atas ring polinomialnya.
3. Hubungan korespondensi 1-1 antara pemetaan linear atas ring komutatif dengan pemetaan linear atas ring polinomialnya menunjukkan bahwa

sistem linear atas ring komutatif bersesuaian dengan sistem linear atas ring polinomialnya.

4. Karakterisasi keterkendalian dari sistem linear atas ring komutatif dan sistem linear atas ring polinomialnya dapat disajikan sebagai pernyataan yang saling ekuivalen, artinya : keterkendalian sistem linear atas ring komutatif menentukan keterkendalian sistem linear atas ring polinomialnya.

V. Daftar Pustaka

[1] Adkins, A.W. and Weintraub, S.H., *Algebra: An Approach via Module Theory*, Springer-Verlag, Inc., New York, 1992.

[2] Brewer, J.W., Bunce, J.W., and Van Vleck, F.S., *Linear System Over Commutative Rings,* Marcel Dekker, Inc., New York, 1986.

[3] Chen, C.T., *Linear System Theory and Design*, CBS College Publishing, Japan, 1984.

[4] Conte, G., and Perdon, A.M., *Systems Over A Principal Ideal Domain. A Polynomial Model Approach,* SIAM J. Control and Optimization, 20 (1982), 112 – 124.

[5] Fuhrmann, P.A., *Algebraic Methods in System Theory - The Influence of R.E. Kalman*, A. C. Antoulas Ed., Springer-Verlag, Berlin, 1991, 233-265.

[6] Kalman, R.E., Falb, P.L. and Arbib, M.A., *Topics in Mathematical System Theory,* McGraw-Hill, 1969.

[7] Lomadze, V., *On Kalman Model Over A Commutative Ring,* Proceedings of MTNS Symposium (in Perpignan), 2000.

[8] Nielsen, H.A., *Elementary Commutative Algebra,* Lecture Notes, University of Aarhus, Spring, 2005.

[9] Olsder, G.J., *Mathematical Systems Theory,* Delftse Uitgevers Matschappij b.v., The Netherlands, 1994.

[10] Sontag, E.D., *Linear System Over Commutative Rings : A survey,* Ricerche di Automatica 7 (1976), 1 – 34.

[11] Rotman, J.J., *An Introduction To Homological Algebra*, Academic Press, New York, 1979.

Pengaruh Misspesifikasi Desain Survey Pada Pendugaan Area Kecil Dengan Pendekatan *Generalized Regression*

Anang Kurnia[1)], Bagus Sartono, dan Rahayu Wulandari

Departemen Statistika – Institut Pertanian Bogor
Jl. Meranti Wing 22 Level 4
Kampus IPB Darmaga, Bogor 16680

[1)] e-mail : anangk@ipb.ac.id

Abstrak

Pendugaan area kecil merupakan konsep terpenting dalam pendugaan parameter di suatu area yang relatif kecil dalam percontohan survei. Berbagai inisiasi dan permasalahan yang dihadapi dalam mengaplikasi konsep pendugaan area kecil pada data BPS di Indonesia, seperti yang disajikan dalam seri paper Kurnia dan Notodiputro (2005 – 2007) menunjukkan ada permasalahn serius khsususnya pada beberapa hal : besarnya rasio keragaman antar area kecil dibandingan dengan keragaman di dalam setiap area kecil, kemungkinan misspesifikasi model, serta pengaruh desain survey yang sering kali kurang mendapat perhatian. Dalam paper ini, penulis fokus pada pendekatan *generalized regression* (GREG) dan pengembangananya (*model based design estimator*, MBDE) sebagai upaya untuk mengeliminir pengaruh desain survey serta mendapatkan penduga yang robust. Di akhir paper disajikan aplikasi pada data ril Survey Sosial Ekonomi Nasional (SUSENAS) 2005 dengan peubah penyerta dari data Potensi Desa (PODES) 2005.

Kata kunci : *generalized regression, model based design estimator*

1. Pendahuluan

Fay dan Herriot (1979) merupakan peneliti pertama yang mengembangkan pendugaan area kecil (*small area estimation*, SAE) berbasis model. Model yang dikembangkannya kemudian menjadi rujukan dalam pengembangan penelitian pendugaan area kecil lebih lanjut sampai dengan saat ini. Perhatian besar pada SAE juga ditunjukkan dengan dikembangkannya berbagai kolaborasi penelitian seperti yang dilakukan di Amerika dan Canada, Eropa (2001 – 2004) melalui EURAREA Project, serta Australia dan Selandia Baru yang akan dimulai pada tahun 2008. Selain itu, pertemuan-pertemuan ilmiah yang membahas SAE secara khususpun telah banyak dilakukan seperti pada Joint Statistical Meeting yang diselenggarakan setiap tahun di USA, SAE2005

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

conference di Finlandia, *European Conference on Quality in Survey Statistics* tahun 2006.

Pendugaan area kecil merupakan konsep terpenting dalam pendugaan parameter di suatu area yang relatif kecil dalam percontohan survei (*survey sampling*). Metode pendugaan area kecil digunakan untuk menduga karakteristik dari sub-populasi (domain yang lebih kecil). Pendugaan langsung (*direct estimation*) pada sub-populasi tidak memiliki presisi yang memadai karena kecilnya jumlah contoh yang digunakan untuk memperoleh dugaan tersebut. Alternatif metode lain adalah dengan cara menghubungkan informasi pada area tersebut dengan area lain melalui model yang tepat. Dengan demikian dugaan tersebut merupakan dugaan tidak langsung (*indirect estimation*), dalam arti bahwa dugaan tersebut mencakup data dari domain yang lain. Chand dan Alexander (1995) menyebutkan bahwa prosedur pendugaan area kecil pada dasarnya memanfaatkan kekuatan area sekitarnya (*neighbouring areas*) dan sumber data diluar area yang statistiknya ingin diperoleh. Secara umum pendugaan area kecil dapat dikatakan sebagai suatu metode untuk menduga parameter pada suatu area yang relatif kecil dalam percontohan surveynya dengan memanfaatkan informasi di luar area, dari dalam area itu sendiri dan dari luar survey.

Inisiasi pengembangan pendugaan area kecil di Indonesia dimulai seperti yang dilakukan oleh *Smeru Research Institute* (2003) dalam membuat peta kemiskinan di Propinsi Kalimantan Timur, Jakarta dan Jawa Timur berdasarkan model konsumsi. Selanjutnya mereka juga melakukan perluasan wilayah untuk seluruh propinsi di Indonesia pada tahun 2005. Selain itu, pada diskusi Forum Masyarakat Statistik dan Badan Pusat Statistik (BPS) yang diselenggarakan di Solo tanggal 3 Desember 2004, dikemukakan gagasan mengenai pengembangan pendugaan area kecil di Indonesia (Notodiputro, 2004). Gagasan tersebut mendapat perhatian yang serius baik dari kalangan perguruan tinggi, BPS maupun lembaga riset swasta.

Ketersediaan model pendugaan parameter area kecil akan sangat membantu khususnya bagi BPS dalam menyediakan kebutuhan data dan informasi yang akurat untuk kebutuhan daerah seperti level kecamatan dan desa/kelurahan dengan memanfaatkan keakuratan data pada level kabupaten atau di atasnyal. Hal ini terkait dengan pergeseran peta politik nasional dari sentralisasi ke desentralisasi, dimana daerah memiliki wewenang yang lebih tinggi dalam menjalankan pembangunan di daerahnya masing-masing. Dengan demikian bagi pemerintah daerah, informasi yang dihasilkan dari pendugaan area kecil akan sangat bermanfaat dalam penyusunan sistem perencanaan, pemantauan dan penilaian pembangunan daerah atau kebijakan penting lainnya tanpa harus mengeluarkan biaya besar untuk mengumpulkan data sendiri, sehingga secara nasional akan cukup banyak biaya yang bisa dihemat dan dapat dialokasikan untuk pembiayaan pembangunan lainnya.

Berbagai inisiasi dan permasalahan yang dihadapi dalam mengaplikasi konsep pendugaan area kecil pada data BPS di Indonesia, seperti yang disajikan dalam seri paper Kurnia dan Notodiputro (2005 – 2007) menunjukkan ada permasalahn serius khsususnya dalam beberapa ha: besarnya rasio keragaman antar area kecil dibandingan dengan keragaman di dalam setiap area kecil, kemungkinan misspesifikasi model, serta pengaruh desain survey yang sering kali kurang mendapat perhatian. Oleh karena itu, penelitian-penelitian lebih lanjut diperlukan untuk penanganan masalah-masalah tersebut.

Dalam paper ini, penulis fokus pada pendekatan *generalized regression* (GREG) dan pengembangananannya sebagai upaya untuk mengeliminir pengaruh desain survey serta mendapatkan penduga yang robust. Di akhir paper disajikan aplikasi pada data ril Survey Sosial Ekonomi Nasional (SUSENAS) 2005 dengan peubah penyerta dari data Potensi Desa (PODES) 2005.

2. Perkembangan Pendugaan Area Kecil

Penduga parameter yang efisien untuk suatu area kecil merupakan tujuan penting dalam pendugaan area kecil. Pendekatan klasik untuk menduga parameter area kecil didasarkan pada model desain penarikan contoh (*design-based*). Adakalanya kita memiliki informasi tambahan yang dapat digunakan untuk pendugaan pada area kecil. Dalam beberapa kasus kita bisa memperoleh nilai parameter yang menjadi perhatian dari area kecil lain yang memiliki karakteristik serupa, atau nilai pada waktu yang lalu, atau nilai dari peubah yang memiliki hubungan dengan peubah yang sedang diamati. Metode dengan memanfaatkan informasi tambahan tersebut secara statistik memiliki sifat "meminjam kekuatan" (*borrowing strength*) dari hubungan antara nilai peubah respon dan informasi tambahan tersebut. Metode ini memiliki sejarah yang panjang tetapi baru mendapat perhatian dalam beberapa dekade terakhir untuk digunakan sebagai pendekatan pada pendugaan area kecil. Dalam hal ini, dua ide utama digunakan untuk mengembangkan model untuk pendugaan area kecil yaitu (1) asumsi bahwa keragaman didalam area kecil peubah respon dapat diterangkan seluruhnya oleh hubungan keragaman yang bersesuaian pada informasi tambahan, kemudian disebut model pengaruh tetap (*fixed effect models*), dan (2) asumsi keragaman specifik area kecil tidak dapat diterangkan oleh informasi tambahan dan merupakan pengaruh acak area kecil (*random effect*). Gabungan dari dua asumsi tersebut membentuk model pengaruh campuran (*mixed models*).

Model campuran memiliki aplikasi dengan cakupan luas. Salah satu sifat yang menarik adalah kemampuannya dalam menduga kombinasi linear dari pengaruh tetap dan pengaruh acak. Dewasa ini, beberapa pendekatan penting telah dikembangkan untuk menyelesaikan kombinasi linear pengaruh tetap dan pengaruh acak walau hampir semua pendekatan untuk pengaruh acak diasumsikan memiliki sebaran normal. Schall (1991), Breslow dan Clayton (1993), McGilchrist dan Aisbett (1991), McGilchrist (1994) mengembangkan EBLUP untuk model linear terampat (*generalized linear models*). Wolfinger (1993) dan Wolfinger dan O'Connell (1993) membangun algoritma perhitungan dengan pendekatan yang berbeda. Tiga pendekatan likelihood yang digunakan Solomon dan Cox (1992) dibandingkan oleh Breslow dan Lin (1995) dan Lin dan Breslow (1996). Zeger dan Karim (1991) memperkenalkan pendekatan Gibbs sampling untuk penyelesaian model campuran. Teknik komputasi Monte Carlo EM (MCEM) dan Monte Carlo Newton-Raphson (MCNR) masing-masing digunakan McCulloch (1994) dan McCulloch (1997).

Model campuran telah digunakan untuk meningkatkan akurasi pendugaan pada kasus area kecil berdasarkan data survey dan data sensus oleh Fay dan Herriot (1979), Ghosh dan dan Rao (1994), Rao (1999), Pfeffermann (1999), Kubokawa (2006) serta Jiang dan Lahiri (2006). Pada aplikasi ini, model campuran diturunkan dari konsep bahwa vektor nilai populasi terbatas yang merupakan realisasi dari superpopulasi. Dalam kasus ini, pendugaan rataan area kecil ekuivalen dengan pendugaan dari perwujudan pengaruh acak area yang tidak diobservasi dalam model campuran untuk sebaran superpopulasi yang dicari rataannya.

3. Generalized Regression

Generalized regression (GREG) merupakan suatu metode pendugaan parameter yang memungkinkan untuk menggunakan beberapa informasi tambahan dan dirancang untuk meningkatkan keakuratan dengan menggunakan informasi tambahan x_i yang berkorelasi dengan peubah yang menjadi perhatian, y_i. Metode ini dapat digunakan untuk menduga total populasi, nilai tengah populasi ataupun proporsi populasi. Metode GREG pada penelitian ini didasarkan atas model linear, yaitu :

$$y_i = x_i^T \beta + \varepsilon_i \text{, dengan } \varepsilon_i \sim N\left(0, \sigma_\varepsilon^2\right)$$

Penduga GREG dari model ini adalah :

$$\begin{aligned}\hat{\bar{Y}}_i^{GREG} &= \frac{1}{\hat{\mathrm{N}}_{ij}} \sum\nolimits_{j \in s_i} w_{ijk} y_{ijk} + \left(\bar{\mathrm{X}}_i - \frac{1}{\hat{\mathrm{N}}_{ij}} \sum\nolimits_{i \in s_i} w_{ijk} x_{ijk} \right)^T \hat{\beta} \\ &= \hat{\bar{Y}}_i^{DIRECT} + \left(\bar{\mathrm{X}}_i - \hat{\bar{\mathrm{X}}}_i \right)^T \hat{\beta} \qquad \ldots \quad (1)\end{aligned}$$

dengan :

- $\bar{\mathrm{X}}_i = \left(\bar{\mathrm{X}}_{i,1}, \ldots, \bar{\mathrm{X}}_{i,p}\right)^T$ adalah vektor dari nilai tengah p populasi
- $\hat{\mathrm{N}}_{ij} = \sum_{j,k \in s} w_{ijk}$
- $w_{ijk} = 1 \big/ \pi_{ijk}$, *dengan* $\pi_{ijk} = \sum_{\{j,k \in s\}} p(s)$
- $\hat{\bar{\mathrm{X}}}_i = \frac{1}{\hat{\mathrm{N}}_{ij}} \sum_{j \in s_i} w_{ijk} x_{ijk} = \hat{\bar{Y}}_i(x)$
- $\hat{\bar{Y}}_i^{DIRECT} = \frac{1}{\hat{\mathrm{N}}_{ij}} \sum_{j \in s_i} w_{ijk} y_{ijk} = \hat{\bar{Y}}_i(y) \quad \ldots \quad (2)$

Penduga langsung ($\hat{\bar{Y}}_i^{DIRECT}$) pada persamaan 1 dan besarnya pembobot (w_{ijk}) diperoleh berdasarkan teknik *sampling* yang digunakan dalam pelaksanaan survey. Penduga bagi koefisien regresi (β) dapat diperoleh dengan menggunakan beberapa metode seperti metode OLS dan secara umum bentuknya adalah sebagai berikut :

$$\hat{\beta} = \left(\sum_{j,k \in s} w_{ijk} x_{ijk} x_{ijk}^T \right)^{-1} \sum_{j,k \in s} w_{ijk} x_{ijk} y_{ijk} \quad \ldots \ (3)$$

Penduga GREG ini memiliki beberapa karakteristik, diantaranya :

1. Bagian penting dari penduga GREG yaitu total dari informasi pendukung (**X**), didefinisikan sebagai berikut :

$$\hat{Y}_{GREG}(x) = \sum_{j \in s_j} w_{ijk} x_{ijk} = X$$

   Berkaitan dengan bagian penting tersebut, penduga GREG disebut juga sebagai penduga kalibrasi (*calibration estimator*).

2. Pada kasus yang hanya terdapat satu peubah penyerta (*single auxiliary variable*) penduga GREG dapat dikatakan sebagai penduga rasio (*ratio estimator*), yaitu :

$$\hat{Y}_{RATIO} = \frac{\hat{Y}}{\hat{X}} X$$

   Hal tersebut terjadi jika $\beta = \frac{\bar{y}}{\bar{x}}$ sehingga $\bar{y}_{GREG} = \bar{y} + \frac{\bar{y}}{\bar{x}}(\bar{X} - \bar{x}) = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} \bar{X} = \hat{\bar{Y}}_{RATIO}$

3. Jika $x_j = (x_{1j}, \ldots, x_{Gj})^T$ dengan $x_{gj} = 1$, $x \in j$ sehingga $X = (N_1, \ldots, N_G)^T$, peubah GREG akan menjadi penduga *poststratified* (*poststratified estimator*), yaitu :

$$\hat{Y}_{PS} = \sum_{g} \frac{N_{.g}}{\hat{N}_{.g}} \hat{Y}_{.g}$$

Formulasi pendugaan langsung dan GREG yang diturunkan dari penarikan contoh acak sederhana (*simple random sampling*, SRS) dan penarikan contoh cluster dua tahap (*two stage cluster sampling*, TSCS) disajikan sebagai berikut :

	Penduga Langsung		Keterangan
	SRS	TSCS	
Bobot	$w_{ik} = \frac{1}{\pi_{ik}} = \frac{M_{i.}}{m_{i.}}$	$w_{ijk} = \frac{1}{\pi_{ijk}} = \frac{N_i}{n_i} \frac{M_{ij}}{m_{ij}}$	$s_i^2 = \sum_{k=1}^{m_{i.}} \frac{(y_{i.k} - \bar{y}_i)^2}{m_{i.} - 1}$
Penduga nilai tengah	$\hat{\bar{Y}}_i^{DIRECT} = \bar{y}_i = \frac{1}{\sum_{k=1}^{m_{i.}} w_{ik}} \sum_{k=1}^{m_{i.}} w_{ik} y_{i.k}$	$\hat{\bar{Y}}_i^{DIRECT} = \bar{\bar{y}}_i = \frac{1}{\sum_{j=1}^{n_i}\sum_{k=1}^{m_{ij}} w_{ijk}} \sum_{j=1}^{n_i}\sum_{k=1}^{m_{ij}} w_{ijk} y_{ijk}$	

Pendug a ragam	$V\left(\hat{\bar{\mathrm{Y}}}_i^{DIRECT}\right)=\frac{S_i^2}{m_{i.}}\left(1-\frac{m_{i.}}{\mathrm{M}_{i.}}\right)$	$V\left(\hat{\bar{\mathrm{Y}}}_i^{DIRECT}\right)=\left(1-\frac{n_i}{\mathrm{N}_i}\right)\frac{\mathrm{N}_i^2}{n_i\mathrm{M}_{i.}^2}S_c^2+\frac{\mathrm{N}_i}{n_i\mathrm{M}_{i.}^2}\sum_{j=1}^{m_{ij}}\mathrm{M}_{ij}^2\left(\frac{\mathrm{M}_{ij}-m_{ij}}{\mathrm{M}_{ij}}\right)\frac{s}{r}$	$s_c^2=\sum_{j=1}^{n_i}\frac{\left(\bar{y}_{ij}-\bar{\bar{y}}_i\right)^2}{n_i-1}$ $s_{ij}^2=\frac{\sum_{k=1}^{m_{ij}}\left(y_{ijk}-\bar{y}_{ij}\right)^2}{\left(m_{ij}-1\right)}$ $\hat{e}_{ijk}=y_{ijk}-\hat{\beta}x_{ijk}$

	Penduga GREG	
	SRS	TSCS
Bobot	$w_{ik}=\frac{1}{\pi_{ik}}=\frac{\mathrm{M}_{i.}}{m_{i.}}$	$w_{ijk}=\frac{1}{\pi_{ijk}}=\frac{\mathrm{N}_i}{n_i}\frac{\mathrm{M}_{ij}}{m_{ij}}$
Penduga nilai tengah	$\hat{\bar{\mathrm{Y}}}_i^{GREG}=\hat{\bar{\mathrm{Y}}}_i^{DIRECT}+\left(\bar{\mathrm{X}}_i-\hat{\bar{\mathrm{X}}}_i\right)^T\hat{\beta}$	$\hat{\bar{\mathrm{Y}}}_i^{GREG}=\hat{\bar{\mathrm{Y}}}_i^{DIRECT}+\left(\bar{\mathrm{X}}_i-\hat{\bar{\mathrm{X}}}_i\right)^T\hat{\beta}$
Penduga ragam	$V\left(\hat{\bar{\mathrm{Y}}}_i^{GREG}\right)=\frac{1}{m_{i.}}\left(1-\frac{m_{i.}}{\mathrm{M}_{i.}}\right)\sum_{k=1}^{m_{i.}}\frac{\left(\hat{e}_{i.k}-\bar{\hat{e}}_i\right)^2}{m_{i.}-1}$	$V\left(\hat{\bar{\mathrm{Y}}}_i^{GREG}\right)=\frac{\mathrm{N}_i^2}{n_i\mathrm{M}_{i.}^2}\left(1-\frac{n_i}{\mathrm{N}_i}\right)\sum_{j=1}^{n_i}\frac{\left(\bar{\hat{e}}_{ij}-\bar{\bar{\hat{e}}}_i\right)^2}{n_i-1}+\frac{\mathrm{N}_i}{n_i\mathrm{M}_{i.}^2}\sum_{j=1}^{n_i}\sum_{k=1}^{m_{ij}}\frac{\mathrm{M}_{ij}^2}{m_{ij}}\left(\frac{\mathrm{M}_{ij}-m_{ij}}{\mathrm{M}_{ij}}\right)\frac{\left(\hat{e}_{ijk}-\bar{\hat{e}}_{ij}\right)^2}{m_{ij}-1}$

4. Model Based Design Estimator

Pendekatan yang paling umum digunakan dalam pemodelan pendugaan area kecil berdasarkan pada model linear campuran atau dikenal dengan model Fay-Herriot. Model tersebut dapat dituliskan :

$$y_i = = x_i'\beta + \upsilon + e_i$$

dimana e_i dan υ_i saling bebas dengan $E(e_i) = E(\upsilon_i) = 0$ serta $Var(e_i) = D_i$ dan $Var(\upsilon_i) = A$ (i = 1, 2, 3, ..., k), k adalah banyak area kecil yang menjadi perhatian.

Pendugaan $\theta_i = x_i'\beta + \upsilon_i$ dapat menggunakan teknik empirical best linear unbiased estimator (EBLUP), emprical Bayes (EB) ataupun hierarchical Bayes (HB). Pembahasan lebih lanjut untuk teknik-teknik pendugaan tersebut bisa dilihat pada Rao (2003). Lebih lanjut Chandra, Salvati dan Chambers (2007) menunjukkan bahwa berdasarkan model linear campuran dapat diperoleh suatu pembobot EBLUP untuk total populasi (*Y*), yaitu :

$$w_{EBLUP} = \left(w_{j,EBLUP}\right) = 1_s + \hat{H}^t\left(X^t 1_N - X_s^t 1_s\right) + \left(I_s - \hat{H}^t X_s^t\right)\hat{V}_{ss}^{-1}\hat{V}_{ss}1_s \quad \ldots (4)$$

dengan $\hat{H} = \left(\sum_i X_{is}^t \hat{V}_{iss}^{-1} X_{is}\right)^{-1}\left(\sum_i X_{is}^t \hat{V}_{iss}^{-1}\right)$. Penduga MBDE (lihat Chambers dan Chandra, 2006) dari nilai tengah area kecil ke-i didefinisikan sebagai berikut

$$\hat{\bar{Y}}_{i,MBD} = \sum_{j\in s_i} w_{j,EBLUP}\, y_j \Big/ \sum_{j\in s_i} w_{j,EBLUP}$$

sedangkan kuadrat tengah galat (MSE) dari suatu penduga MBDE adalah

$$M\left(\hat{\bar{Y}}_{i,MBD}\right) = v\left(\hat{\bar{Y}}_{i,MBD}\right) + \left\{b\left(\hat{\bar{Y}}_{i,MBD}\right)\right\}^2$$

dengan $v\left(\hat{\bar{Y}}_{i,MBD}\right) = \sum_{s_i} \lambda_j \left(y_j - x_j^t \hat{\beta}\right)^2$, $\lambda_j = N_i^{-2}\left\{a_j^2 + \left(N_i - n_i\right)\left(n_i - 1\right)^{-1}\right\}$ dan $a_j = \left(\sum_{s_i} w_k\right)^{-1}\left(N_i w_j - \sum_{s_i} w_k\right)$ adalah dugaan ragam dari suatu penduga MBDE, dan

$b\left(\hat{\bar{Y}}_{i,MBD}\right) = \left(\hat{\bar{X}}_{i,MBD} - \hat{\bar{X}}_i\right)^t \hat{\beta}$ adalah dugaan biasnya. Ini menandakan $\hat{\bar{X}}_{i,MBD}$ sebagai rata-rata bobot dari nilai contoh dari peubah tambahan (*auxiliary variables*) pada area ke-i berdasarkan pembobot EPLUP pada persamaan 4.

5. Aplikasi pada Data BPS

Sumber data yang digunakan pada penelitian ini adalah SUSENAS 2005 dengan materi informasi berbasis rumah tangga, serta PODES 2005 sebagai sumber data populasi. Peubah yang diamati dan menjadi perhatian dalam penelitian ini adalah pengeluaran per kapita (y_i) pada beberapa kelurahan di Kota Bogor. Peubah pendukung yang digunakan adalah luas lantai (m^2). Sedangkan untuk data populasi, peubah yang digunakan adalah luas bangunan untuk pemukiman (m^2).

Kajian yang dilakukan didekati dengan dua cara yaitu SRS dan TSCS. Dua pendekatan ini digunakan karena dalam praktek banyak pengguna statistik yang sering kali mengabaikan teknik TSCS yang sebenarnya digunakan dalam survey, sehingga dianggap bahwa contoh diambil dengan SRS dari suatu area tertentu.

Evaluasi hasil kajian empirik ini menggunakan *Relative Root Mean Square Error* (RRMSE) yang diperoleh dengan perhitungan sebagai berikut :

$$\text{RRMSE}\ (\hat{\text{Y}}_i) = \frac{\sqrt{\text{MSE}\left(\hat{\text{Y}}_i\right)}}{\hat{\text{Y}}_i} \times 100\%$$

Peubah pendukung dipilih berdasarkan eksplorasi dan disesuaikan dengan ketersediaan data populasi pada data PODES 2005. Pada penelitian ini hanya digunakan satu peubah pendukung, yaitu x_1 (luas lantai). Hal ini dikarenakan tidak tersedianya data populasi yang sesuai untuk peubah-peubah lain yang sebelumnya dikaji dari data SUSENAS 2005.

Data populasi untuk peubah x_1 adalah luas bangunan untuk pemukiman (X) yang merupakan selisih dari lahan untuk non pertanian dengan koreksi dari beberapa data yang berkaitan dengan bangunan, kemudian dibagi dengan jumlah keluarga atau bisa ditulis sebagai berikut : $\text{X}_i = \frac{(a_i - b_i)}{c_i}$ dimana :

a_i = lahan untuk non pertanian pada desa ke-i

b_i = faktor koreksi yang terdiri dari bangunan untuk pendidikan, sarana kesehatan, tempat ibadah, bangunan untuk sarana angkutan, komunikasi dan informasi, bangunan untuk kepentingan ekonomi seperti perusahaan, restoran, hotel, bank, bengkel dan lain-lain.

c_i = jumlah keluarga pada desa ke-i

X_i = luas bangunan pada desa ke-i

Dengan demikian, peubah yang digunakan pada penelitian ini adalah pengeluaran per kapita (y_i), luas lantai (x_i) dan luas bangunan (X_i).

5.1. Pendugaan langsung

Pendugaan langsung rata-rata pengeluaran per kapita dilakukan dengan dasar dua teknik penarikan contoh SRS dan TSCS. Hasil yang diperoleh dari pendugaan langsung dengan kedua metode penarikan contoh dapat dilihat pada Tabel 1. Pada penelitian ini diamati 36 desa/kelurahan dengan banyaknya contoh yang diambil pada masing-masing kelurahan sebesar 16 rumah tangga, kecuali untuk kelurahan Kedung Halang (15 rumah tangga) dan kelurahan Kedung Badak (32 rumah tangga).

Hasil pada Tabel 1 menunjukkan bahwa pendugaan dengan menggunakan teknik SRS menghasilkan nilai pendugaan yang sama dengan pendugaan menggunakan teknik TSCS. Hal ini dikarenakan :

1. Untuk setiap desa banyaknya gerombol (blok sensus) yang diambil sebanyak satu gerombol saja, kecuali pada kelurahan Kedung Badak (2 gerombol).
2. Total rumah tangga dalam setiap blok sensus (M_{ij}) tidak diketahui pada setiap desa sehingga besarnya M_{ij} diduga dengan besaran yang merupakan rasio antara total rumah tangga dalam suatu desa ke-i dengan jumlah blok sensus dalam desa ke-i atau bisa ditulis dengan $\overline{\mathrm{M}} = \frac{\mathrm{M}_{i.}}{\mathrm{N}_i}$.

Dengan demikian, besarnya bobot (w) untuk teknik TSCS akan sama dengan bobot pada teknik SRS. Hal ini dapat dilihat pada pembuktian di bawah ini :

$w_{TSCS} = \frac{1}{\pi_{jk}} = \frac{\mathrm{N}_i}{n_i}\frac{\mathrm{M}_{ij}}{m_{ij}}$ karena M_{ij} tidak diketahui maka diduga dengan $\overline{\mathrm{M}}$ menjadi

$$w_{TSCS} = \frac{\mathrm{N}_i}{n_i}\frac{\overline{\mathrm{M}}}{m_{ij}}$$

$$w_{TSCS} = \frac{\mathrm{N}_i}{n_i}\frac{\mathrm{M}_{i.}}{m_{ij}\mathrm{N}_i}$$

$$w_{TSCS} = \frac{1}{n_i}\frac{\mathrm{M}_{i.}}{m_{ij}} \quad , \quad n_i = 1$$

$$w_{TSCS} = \frac{\mathrm{M}_{i.}}{m_{ij}}$$

$$w_{TSCS} = w_{SRS}$$

5.2. Pendugaan GREG

Koefisien regresi β yang digunakan dalam pendugaan GREG diperoleh dengan menggunakan metode OLS. Pendugaan β dengan teknik SRS, penggunaan bobot dapat diabaikan karena masing-masing individu dalam suatu desa memiliki bobot yang sama dan diperoleh berdasarkan model regresi sederhana tanpa intersep. Nilai dugaan β yang diperoleh dengan teknik SRS memiliki nilai yang sama dengan menggunakan teknik TSCS. Hal ini dikarenakan pada teknik TSCS bobot yang diberikan kepada setiap rumah tangga sama seperti yang telah disebutkan pada bagian sebelumnya. Berikut adalah pembuktian bahwa dugaan β pada teknik TSCS sama dengan dugaan β pada teknik SRS :

$$\hat{\beta}_{TSCS} = \left(\sum_{j,k \in s} w_{ijk} x_{ijk} x_{ijk}^T \right)^{-1} \sum_{j,k \in s} w_{ijk} x_{ijk} y_{ijk}$$

Karena bobot setiap rumah tangga sama maka $w_{ijk} = a$ (konstanta) sehingga

$$\hat{\beta}_{TSCS} = \left(\sum_{j,k \in s} a x_{ijk} x_{ijk}^T \right)^{-1} \sum_{j,k \in s} a x_{ijk} y_{ijk}$$

$$\hat{\beta}_{TSCS} = \frac{1}{\sum_{j,k \in s} a x_{ijk} x_{ijk}^T} \sum_{j,k \in s} a x_{ijk} y_{ijk}$$

$$\hat{\beta}_{TSCS} = \frac{\left(a x_{ij1} y_{ijk} + \ldots + a x_{ijk} y_{ijk} \right)}{\left(a x_{ij1} x_{ijk}^T + \ldots + a x_{ijk} x_{ijk}^T \right)}$$

$$\hat{\beta}_{TSCS} = \frac{a\left(x_{ij1} y_{ijk} + \ldots + x_{ijk} y_{ijk} \right)}{a\left(x_{ij1} x_{ijk}^T + \ldots + x_{ijk} x_{ijk}^T \right)}$$

$$\hat{\beta}_{TSCS} = \frac{\left(x_{ij1} y_{ij1} + \ldots + x_{ijk} y_{ijk} \right)}{\left(x_{ij1} x_{ij1}^T + \ldots + x_{ijk} x_{ijk}^T \right)}$$

$$\hat{\beta}_{TSCS} = \frac{\sum_{j,k \in s} x_{ijk} y_{ijk}}{\sum_{j,k \in s} x_{ijk} x_{ijk}^T}$$

$$\hat{\beta}_{TSCS} = \left(\sum_{j,k \in s} x_{ijk} x_{ijk}^T \right)^{-1} \sum_{j,k \in s} x_{ijk} y_{ijk}$$

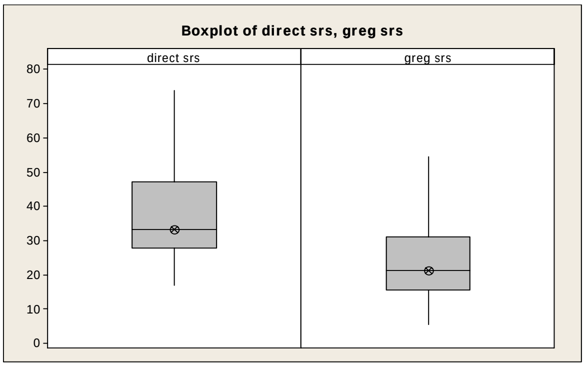
$$\hat{\beta}_{TSCS} = \hat{\beta}_{SRS}$$

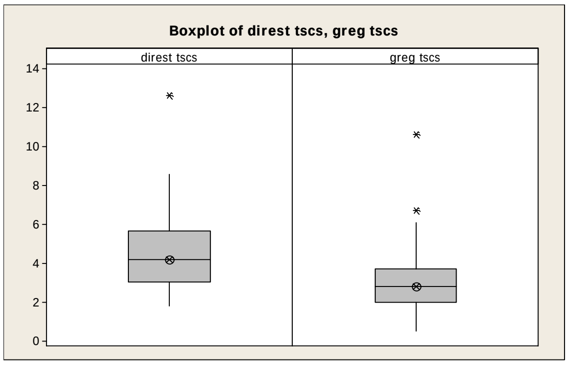
Kasus diatas berlaku juga jika diasumsikan bobot setiap rumah tangga pada setiap gerombol sama dan setiap gerombol memiliki ukuran yang sama. Pendugaan pengeluaran per kapita dengan menggunakan metode GREG untuk masing-masing metode penarikan contoh disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Hasil pendugaan penngeluaran per kapita dengan pendugaan langsung maupun GREG berdasarkan SRS dan TSCS

Nama Desa	RRMSE SRS		RRMSE TSCS	
	Direct	GREG	Direct	GREG
Pamoyanan	21.5574	8.0066	2.9874	1.1095
Genteng	27.5936	10.4679	5.0593	1.9193
Harjasari	18.1412	11.6805	2.6878	1.7306
Cipaku	36.7955	27.2583	4.4511	3.2974
Batutulis	59.6609	46.7982	8.5743	6.7257
Empang	39.4423	33.6350	2.7502	2.3453
Cikaret	32.4812	25.6825	3.7192	2.9407
Sindangrasa	17.0725	11.2922	1.9336	1.2789
Katulampa	23.7905	5.4860	2.2689	0.5232
Baranangsiang	48.3173	29.4597	4.8392	2.9505
Sukasari	24.1097	19.1093	3.4116	2.7040
Bantarjati	48.3053	31.5539	4.9695	3.2462
Tegalgundil	73.9721	50.7916	6.9470	4.7701
Tanahbaru	30.5676	18.3027	3.4144	2.0444
Cimahpar	35.3752	15.4625	4.5569	1.9918
Cibuluh	28.8154	21.1941	4.0118	2.9507
Kedunghalang	65.7174	54.4366	7.4156	6.0952
Ciparigi	53.3672	31.4717	6.1549	3.6297
Babakanpasar	28.3430	22.0152	4.0947	3.1805
Tegallega	47.6329	32.4829	5.9495	4.0572
Pabaton	64.4803	54.2820	12.6393	10.6402
Kebonkelapa	31.3071	29.1277	4.0220	3.7420
Pasirmulya	20.2177	11.5342	4.0258	2.2967
Pasirjaya	31.1810	12.4085	3.5797	1.4245
Gunungbatu	16.8672	12.7975	1.8086	1.3722
Menteng	30.1304	15.4458	2.8261	1.4488
Cilendek Barat	29.6103	24.1059	2.9435	2.3963

Nama Desa	RRMSE SRS		RRMSE TSCS	
	Direct	GREG	Direct	GREG
Sindangbarang	43.6845	18.3000	5.5024	2.3050
Situgede	34.9995	17.6370	5.1634	2.6019
Semplak	23.4630	20.6920	4.3153	3.8057
Kedungwaringin	46.3344	33.6821	5.3521	3.8906
Kedungjaya	40.4861	30.0680	6.2173	4.6174
Kebonpedes	29.7501	27.0217	3.0138	2.7374
Kedungbadak	34.3495	17.7109	3.1487	2.9412
Kayumanis	42.5307	21.5967	5.7196	2.9043
Kencana	48.6949	17.4046	7.1071	2.5402





Gambar 1. Boxplot Nilai RRMSE (SRS) Gambar 2. Boxplot Nilai RRMSE (TSCS)

Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa pendugaan dengan teknik SRS menghasilkan nilai pendugaan yang sama dengan teknik TSCS. Hal ini dikarenakan pengaruh dari bobot pada nilai dugaan β dapat dihilangkan seperti yang telah dijelaskan sebelumnya pada bagian pendugaan β. Dengan demikian, nilai dugaan β untuk teknik SRS dan TSCS adalah sama dan mengakibatkan hasil pendugaan rata-rata pengeluaran per kapita setiap teknik sampling juga menghasilkan nilai yang sama. Berdasarkan nilai RRMSE, pendugaan GREG dengan teknik TSCS menghasilkan dugaan yang memiliki presisi lebih baik dibandingkan pendugaan dengan teknik SRS.

6. Pembahasan Hasil Kajian

Kajian empirik yang dilakukan menunjukkan bahwa hasil pendugaan GREG memiliki nilai RRMSE yang lebih kecil dibandingkan dengan hasil yang diperoleh dari pendugaan langsung dengan teknik SRS. Hal ini berarti pendugaan GREG dengan teknik SRS cukup baik digunakan jika dibandingkan dengan pendugaan langsung dengan teknik SRS. Kajian juga menunjukkan bahwa hasil pendugaan GREG memiliki nilai RRMSE yang lebih kecil dibandingkan dengan hasil yang diperoleh dari pendugaan langsung dengan teknik TSCS. Hal ini berarti pendugaan GREG dengan teknik TSCS cukup baik digunakan jika dibandingkan dengan pendugaan langsung dengan teknik TSCS. Jika melihat nilai RRMSE pada pendugaan langsung, terdapat perubahan yang cukup nyata antara penggunaan dengan teknik SRS dengan teknik TSCS. Hal ini juga bisa dilihat dari boxplot yang yang menggambarkan perbedaan yang cukup nyata jika menggunakan teknik TSCS. Rata-rata nilai RRMSE yang dihasilkan pada teknik TSCS sebesar 36.92 sedangkan rata-rata nilai RRMSE yang dihasilkan pada teknik SRS sebesar 4.66. Dengan demikian, pelaksanaan survey dengan memperhitungkan metode penarikan contoh yang benar dilakukan di lapangan akan menghasilkan pendugaan dengan presisi yang lebih baik dibandingkan jika mengabaikannya tersebut dan menganggap metode penarikan contoh yang digunakan adalah SRS.

Desa/Kelurahan yang memiliki rata-rata pengeluaran per kapita yang tertinggi pada pendugaan langsung adalah desa Pabaton dan Kebon Kelapa. Desa-desa tersebut sumber penghasilan utama sebagian besar penduduknya adalah perdagangan besar/eceran, rumah makan dan akomodasi. Sedangkan Desa/Kelurahan yang memiliki rata-rata pengeluaran per kapita yang tertinggi pada pendugaan GREG adalah desa Pabaton dan Sindang Barang. Desa-desa tersebut sumber penghasilan utama sebagian besar penduduknya adalah jasa dan perdagangan besar/eceran, rumah makan dan akomodasi.

7. Kesimpulan

Pendugaan GREG dengan teknik TSCS cukup baik diterapkan pada kasus pendugaan pengeluaran per kapita rumah tangga pada beberapa desa/kelurahan di Kota Bogor. Pendugaan pengeluaran per kapita yang dihasilkan dengan teknik SRS adalah sama dengan hasil pendugaan dengan teknik TSCS karena banyaknya blok sensus yang diambil di setiap desa adalah satu dan total rumah tangga dalam setiap blok sensus (M_{ij}) yang diduga dengan rasio antara total rumah tangga dalam suatu desa dengan jumlah blok sensus dalam desa. Akan tetapi nilai RRMSE yang dihasilkan oleh pendugaan GREG lebih kecil dibandingkan dengan yang dihasilkan oleh pendugaan langsung. Dengan demikian, pendugaan dengan metode GREG tersebut mampu memperbaiki presisi pendugaan langsung.

Untuk metode penarikan contoh yang digunakan, pendugaan dengan teknik TSCS cukup baik dibandingkan dengan pendugaan menggunakan teknik SRS. Penggunaaan teknik TSCS selain menghasilkan pendugaan dengan presisi yang cukup baik, juga dapat mempemudah proses pelaksanaan survey di lapangan, karena setiap rumah tangga di suatu desa dikelompokkan kembali menjadi beberapa blok sensus.

DAFTAR PUSTAKA

Breslow, N.E. and Clayton, D.G. 1993. Approximation inference in generalized linear mixed models. Journal of the American Statistical Association 88, 9-25.

Breslow, N.E. and Lin, X. 1995. Bias correction in generalized linear mixed models with a single component of dispersion. Biometrika 82, 81-92.

Chandra, H., N. Salvati, and R. Chambers. 2007. Small Area Estimation for Spatially Correlated Populations – A Comparison of Direct and Indirect Model-Based Methods. S3RI Methodology Working Paper M07/09.

Chambers, R. and H. Chandra. 2006. Improved Direct Estimators for Small Areas. S3RI Methodology Working Paper M06/07.

Fay, R E. and Herriot, R.A. 1979. Estimates of income for small places1 an application of James-Stein procedures to census data. Journal of the American Statistical Association 74, 269- 277.

Ghosh, M. and Rao, J.N.K. 1994. "Small Area Estimation: An Appraisal". *Statistical Science*, 9, No.1 p:55-93.

Jiang, J dan P. Lahiri. 2006. Mixed Model Prediction and Small Area Estimation. Sociedad de Estad´ýstica e Investigaci´on Operativa. Test (2006) Vol. 15, No. 1, pp. 111–999

Kubokawa, T. 2006. Linear Mixed Models and Small Area Estimation. Japanese J. Appl. Statist. 35 (3) (2006), 139–161

Kurnia, A. dan K.A. Notodiputro. 2005a. Generalized Linear Mixed Model on Small Area Estimations. *Forum Statistika dan Komputasi ISSN 0853-8115 Vol.10 No.2, Oktober 2005*

Kurnia, A. dan K.A. Notodiputro. 2005b. Aplikasi Metode Bayes pada Small Area Estimation = *The Bayes Approximation in Small Area Estimations. Proceeding at The National Seminar on Statistics VII.* ITS Surabaya: November, 26 2005

Kurnia, A. dan K.A. Notodiputro. 2006a. Penerapan Metode Jackknife dalam Pendugaan Area Kecil = *The Jackknife Approach in Small Area Estimation. Forum Statistika dan Komputasi ISSN 0853-8115 Vol.11 No.1, April 2006*

Kurnia, A. dan K.A. Notodiputro. 2006b. EB-EBLUP MSE Estimator on Small Area Estimation with Application to BPS'Data. *Proceeding at The First International Conference on Mathematics and Statistics (*ICoMS-1*)*, Bandung, June 19-21, 2006

Kurnia, A. dan K.A. Notodiputro. 2007. Generalized Additive Mixed Models for Small Area Estimation. Proceeding at the 2nd International Conference on Mathematical Sciences 2007 (ICoMS-2007), 28 - 29 May 2007. Universiti Teknologi Malaysia

Lehtonen, R. 2006. The Role of Models in Model-Assisted and Model-Dependent Estimation for Domains and Small Areas. http://old.csb.gov.lv/workshop2006/papers/presentations/ W2006_presentation_04_lehtonen.pps. [18 Juni 2007]

Lin, X. and Breslow, N,E. 1996. Bias correction in generalized linear mixed models with multiple components of dispersion. Journal of the American Statistical Association 91, 1007-1016.

Longford, N. T. 2005. *Missing Data and Small Area Estimation : Modern Analytical Equipment for the Survey Statistician.* New York : Springer Science+Business Media, Inc.

McCulloch, C.E. 1994. Maximum likelihood variance components estimation for binary data. Journal of the American Statistical Association 89, 330-335.

McCulloch, C.E. 1997. Maximum likelihood algorithms for generalized linear mixed models. Journal of the American Statistical Association 92, 162-170.

McGilchrist, C.A. 1994. Estimation in generalized mixed models. Journal of the Royal Statistical Society B, 56, 61-69.

McGilchrist, C.A. and Aisbett, C.W. 1991. Restricted BLUP for mixed linear models. Biometrical Journal, 33, 131-141.

Notodiputro, K.A., 2004. Pendugaan Area Kecil (Small Area Estimation). Makalah disampaikan pada Diskusi Forum Masyarakat Statistik dan Badan Pusat Statistik. Solo, 3 Desember 2004.

Pfettermann, D. 1999. Small area estimation – big developments. Keynote Paper, Conference on Small Area Statistics, Riga, Latvia, August 1999.

Rao, J.N.K. 1999. Some recent advances in model-based small area estimation. Survey Methodology, 25 175-186.

Rao, J.N.K. 2003. *Small Area Estimation*. New York : John Wiley and Sons.

Rao, J. N. K. 2005. Inferential Issues in Small Area Estimation : Some New Developments. Statistical Transition, Desember 2005, Vol. 7, No. 3, p : 513-526.

Schall, R. 1991. Estimation in generalized linear models with random effects. Biometrika 78, 719-727.

Scheaffer, Richard L. *et.al.*1990. *Elementary Survey Sampling*. Boston : PWS-Kent Publishing Company.

SMERU. 2003. Developing a Poverty Map for Indonesia: An Initiatory Work in Three Provinces. The Smeru Research Institute, Jakarta.

Sostra, K. 2006. General Restriction Estimator in Small Area Estimation.

Solomon, P.J. dan Cox, D.R. 1992. Nonlinear components of variance models. Biometrika 79, 1-11.

Ugarte, M.D. and Militino A.F. 2007. Small Area Estimation in Economy, with Applications in Labour Force Surveys. http://www-gremaq.univ-tlse1.fr/seminaires/fernandez.pdf.

[18 Juni 2007]

Valliant, R. 2002. Variance Estimation for the General Regression Estimator. Survey Methodology, Juni 2002, Vol. 28, No. 1, p : 103-114.

Wolfinger, R. 1993. Laplace's approximation for nonlinear mixed models. Biometrika 80, 791-795.

Zeger, S.L. dan Karim, M.R. 1991. Generalized linear models with random effect; A Gibbs sampling approach. Journal of the American Statistical Association 86, 79-86.

Aplikasi Estimator *Penalized* Spline Dalam Regresi Nonparametrik Multiprediktor dengan Error Lognormal pada Data Balita di RSU Haji Surabaya

Shofiyatul Hidayah [1], Nur Chamidah [2], Toha Saifudin [2]
1). Mahasiswa S1, Jurusan Matematika FMIPA UNAIR, Surabaya
2). Staf Pengajar, Jurusan Matematika FMIPA UNAIR, Surabaya

ABSTRAK

Diberikan n data pengamatan $\left\{ \{x_{ji}\}_{j=1}^{d}, y_i \right\}_{i=1}^{n}$ mengikuti model regresi multiplikatif sebagai berikut :

$$y_i = f(x_{1i},...,x_{di})\varepsilon_i, \qquad ,i = 1,2,...,n \qquad \varepsilon_i \sim LN(0,\sigma^2)$$

Model tersebut ditransformasi dengan melogaritmakan basis e sehingga diperoleh model:

$$y_i^* = f^*(x_{1i},...,x_{di}) + \varepsilon_i^* \qquad ,i = 1,2,...,n \qquad \varepsilon_i^* \sim N(0,\sigma^2)$$

Fungsi f^* diasumsikan sebagai fungsi aditif sehingga diperoleh model :

$$y_i^* = \sum_{j=1}^{d} f_j^*(x_{ji}) + \varepsilon_i^* \qquad , i = 1,2,...,n$$

Berdasarkan model di atas, fungsi f_j^* akan diestimasi dengan menggunakan pendekatan regresi nonparametrik menggunakan Estimator *Penalized* Spline, sehingga didapatkan bentuk estimator fungsi regresi adalah $\hat{Y} = \exp(\sum_{j=1}^{d} \hat{f}_j^*(X_j)) = \exp(\sum_{i=1}^{d} X_j^* \hat{\beta}_j)$

dengan $\hat{\beta}_j = \left(X_j^{*T} X_j^* + n\lambda_j D_j \right)^{-1} X_j^{*T} \left(Y^* - \sum_{h \neq j} X_h^* \beta_h \right)$.

Kemudian model tersebut akan diaplikasikan pada data balita di RSU Haji Surabaya tahun 2006.

Kata kunci : Regresi Nonparametrik, Estimator *Penalized* Spline, Algoritma *Backfitting*, Distribusi Lognormal.

1. Pendahuluan

Distribusi lognormal merupakan distribusi probabilitas dari setiap variabel *random* bilamana log dari variabel *random*nya berdistribusi normal. Fenomena kelognormalan banyak ditemukan di berbagai bidang keilmuan, antara lain data ekologi seperti konsentrasi gizi dan kepadatan penduduk banyak yang berdistribusi lognormal **(Anonim 1, 2006). Ronitua (2002)** menunjukkan bahwa volume waduk Kaskade Citarum yang dipengaruhi curah hujan yang bersifat acak, berdistribusi lognormal. Namun, banyak sekali fenomena kelognormalan dari variabel respon tidak hanya dipengaruhi oleh

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

satu prediktor tetapi lebih dari satu prediktor, antara lain **Yong (2005)** menggunakan distribusi lognormal untuk mengaproksimasi harga *Asian option* yang tidak hanya bergantung pada harga asetnya saja tetapi juga oleh lintasan harga aset selama berlakunya *option* itu. Distribusi lognormal digunakan juga untuk menganalisis keandalan umum dan analisis kekuatan material yang dipengaruhi oleh banyak faktor **(Anonim 2, 2006)**.

Analisis regresi merupakan suatu metode statistika yang digunakan untuk menjelaskan hubungan antara variabel respon dengan variabel prediktornya. Model regresi nonparametrik yang digunakan untuk menghubungkan variabel respon dan d variabel prediktor untuk n pengamatan berbentuk :

$$y_i = f(x_{1i},\dots,x_{di})\varepsilon_i, \qquad i = 1,2,\dots,n$$

(1)

dengan $\varepsilon_i \sim LN(0,\sigma^2)$. Asumsi ε_i yang berdistribusi lognormal mengakibatkan nilai $\ln\varepsilon_i$ berdistribusi normal, sehingga diperoleh model

$$y_i^* = f^*(x_{1i},\dots,x_{di}) + \varepsilon_i^*$$

(2)

dengan $y_i^* = \ln y_i$, $f^*(x_{1i},\dots,x_{di}) = \ln f(x_{1i},\dots,x_{di})$, $\varepsilon_i^* = \ln\varepsilon_i$; $\varepsilon_i^* \sim N(0,\sigma^2)$

Oleh karena fungsi f^* diasumsikan sebagai fungsi aditif, maka model (2) menjadi

$$y_i^* = \sum_{j=1}^{d} f_j^*(x_{ji}) + \varepsilon_i^*$$

(3)

Estimator *Penalized* Spline merupakan suatu pendekatan baru yang populer untuk teknik *smoothing* dalam regresi nonparametrik **(Hall dan Opsomer, 2005)**. *Penalized* spline merupakan potongan-potongan polinomial yaitu polinomial yang memiliki sifat tersegmen yang kontinyu yang memberikan fleksibilitas yang lebih daripada polinomial biasa, sehingga memungkinkan untuk menyesuaikan diri secara efektif terhadap karakteristik lokal dari fungsi atau data. Pada makalah ini, masing-masing fungsi f_j^* pada model (3) akan diestimasi berdasarkan estimator *Penalized* Spline berderajat p_j dengan parameter penghalus λ_j. Model (3) akan diaplikasikan pada data balita di RSU Haji Surabaya tahun 2006.

2. Estimator *Penalized* Spline Multiprediktor

Diberikan n data pengamatan $\left\{\{x_{ji}\}_{j=1}^{d}, y_i\right\}_{i=1}^{n}$ mengikuti model regresi multiplikatif sebagai berikut :

$$y_i = f(x_{1i},...,x_{di})\varepsilon_i, \qquad i = 1,2,...,n \tag{4}$$

dengan $\varepsilon_i \sim LN(0,\sigma^2)$. Asumsi ε_i yang berdistribusi lognormal mengakibatkan nilai $\ln\varepsilon_i$ berdistribusi normal, sehingga diperoleh model

$$y_i^* = f^*(x_{1i},...,x_{di}) + \varepsilon_i^* \tag{5}$$

dengan $y_i^* = \ln y_i$, $f^*(x_{1i},...,x_{di}) = \ln f(x_{1i},...,x_{di})$, $\varepsilon_i^* = \ln\varepsilon_i$; $\varepsilon_i^* \sim N(0,\sigma^2)$.

Oleh karena fungsi f^* diasumsikan sebagai fungsi aditif, maka model (5) menjadi

$$y_i^* = \sum_{j=1}^{d} f_j^*(x_{ji}) + \varepsilon_i^* \tag{6}$$

Fungsi f_j^* pada persamaan (6) yang tidak diketahui bentuknya akan diestimasi dengan menggunakan pendekatan estimator *Penalized* Spline.

Fungsi *penalized* spline dengan orde p_j dan titik-titik knot $\xi_{j1},\xi_{j2},...,\xi_{jk}$ dapat dinyatakan sebagai :

$$f_j^*(x_{ji}) = \sum_{h=0}^{p_j+k_j} \beta_{jh}\phi_h(x_{ji})$$

(7)

dengan $\beta_j = (\beta_{j0}, \beta_{j1}, ..., \beta_{j(p_j+k_j)})^T$ menunjukkan koefisien vektor dan $\phi_h(x_{ji})$ didefinisikan sebagai berikut :

$$\phi_h(x_{ji}) = \begin{cases} x_{ji}^{\ h} & untuk \quad 0 \le h \le p_j \\ (x_{ji} - \xi_{j(h-p_j)})_+^{p_j} & untuk \quad p_j + 1 \le h \le p_j + k_j \end{cases}$$

(8)

dimana k_j adalah banyaknya knot prediktor ke-j dan

$$(x_{ji} - \xi_{j(h-p_j)})_+^{p_j} = \begin{cases} (x_{ji} - \xi_{j(h-p_j)})^{p_j} & , x \ge \xi_{j(h-p_j)} \\ 0 & , x < \xi_{j(h-p_j)} \end{cases}$$

Didefinisikan matriks X_j^* adalah

$$X_j^* = \begin{bmatrix} 1 & x_{j1} & x_{j1}^{\ 2} & \dots & x_{j1}^{\ p_j} & (x_{j1} - \xi_{j1})_+^{p_j} & \cdots & (x_{j1} - \xi_{jk_j})_+^{p_j} \\ 1 & x_{j2} & x_{j2}^{\ 2} & \dots & x_{j2}^{\ p_j} & (x_{j2} - \xi_{j1})_+^{p_j} & \cdots & (x_{j2} - \xi_{jk_j})_+^{p_j} \\ \vdots & & & & & & & \vdots \\ 1 & x_{jn} & x_{jn}^{\ 2} & \cdots & x_{jn}^{\ p_j} & (x_{jn} - \xi_{j1})_+^{p_j} & \cdots & (x_{jn} - \xi_{jk_j})_+^{p_j} \end{bmatrix}$$

(9)

Sehingga estimator *penalized* spline dari $f_j^*(X_j)$ dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\hat{f}_j^*(X_j) = X_j^* \hat{\beta}_j$$

(10)

Nilai $\hat{\beta}_j$ didapatkan dengan meminimumkan fungsi PLS *(Penalized Least Square)* :

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\{y_i^* - f_j^*(x_{ji})\}^2 + \lambda_j \sum_{h=1}^{k_j} \beta_{j(p_j+h)}^2$$

(11)

Sehingga diperoleh $\hat{\beta}_j = \left(X_j^{*T} X_j^* + n\lambda_j D_j\right)^{-1} X_j^{*T} Y^*$

Selanjutnya dalam regresi nonparametrik multiprediktor yang dilakukan adalah menentukan fungsi penghalus dari masing-masing prediktor dengan meminimumkan fungsi sebagai berikut :

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\{y_i^* - \sum_{j=1}^{d}\hat{f}_j^*(x_{ji})\}^2 + \sum_{j=1}^{d}\{\lambda_j \sum_{h=1}^{k_j}\beta_{j(p_j+h)}^2\}$$

(12)

sehingga bentuk estimasi dari $f_j^*(X_j)$ adalah $\hat{f}_j^*(X_j) = X_j^*\hat{\beta}_j$

dengan $\hat{\beta}_j = \left(X_j^{*T}X_j^* + n\lambda_j D_j\right)^{-1} X_j^{*T}\left(Y^* - \sum_{h\neq j} X_h^*\beta_h\right)$

(13)

Atau dapat dituliskan sebagai :

$$\hat{f}_j^*(X_j) = H(\lambda_j)\left(Y^* - \sum_{h\neq j} X_h^*\beta_h\right)$$

(14)

dengan $H(\lambda_j) = X_j^*\left(X_j^{*T}X_j^* + n\lambda_j D_j\right)^{-1} X_j^{*T}$

Fungsi $\hat{f}_j^*$ pada persamaan (14) kemudian digunakan untuk melakukan iterasi hingga didapatkan jumlah kuadrat residu yang konvergen.

Secara lengkap bentuk estimator fungsi regresi nonparametrik multiprediktor dengan error lognormal dengan pendekatan *penalized* spline adalah :

$$\hat{Y} = \exp(\sum_{j=1}^{d}\hat{f}_j^*(X_j)) = \exp(\sum_{j=1}^{d} X_j^*\hat{\beta}_j)$$

(15)

dengan $\hat{\beta}_j = \left(X_j^{*T}X_j^* + n\lambda_j D_j\right)^{-1} X_j^{*T}\left(Y^* - \sum_{h\neq j} X_h^*\beta_h\right)$.

3. **Aplikasi pada Data Balita di RSU Haji Surabaya**

Estimator *Penalized* Spline pada regresi nonparametrik multiprediktor dengan error lognormal akan diaplikasikan pada data balita di RSU Haji Surabaya pada tahun 2006 sebanyak 49 pengamatan, yang diambil dari **Puji dan Puspa (2006).** Data tersebut merupakan data tentang berat badan balita berdasarkan umur, tinggi badan, dan lingkar kepala. Untuk mendapatkan estimator model regresi nonparametrik multiprediktor yang menunjukkan seberapa besar pengaruh faktor umur, tinggi badan, dan lingkar kepala balita terhadap berat badan balita di RSU Haji Surabaya dibuat program pada *software* S-Plus 2000. Langkah awal yang dilakukan adalah menentukan β_j masing-masing variabel prediktor secara parsial sebagai nilai awal iterasi. Selanjutnya adalah melakukan iterasi dengan menggunakan algoritma *back-fitting* untuk mendapatkan koefisien regresi (β_j) yang menghasilkan jumlah kuadrat residu yang konvergen dengan menggunakan *software* S-Plus 2000. Berdasarkan hasil iterasi program diperoleh nilai MSE = 0.013493 dengan bentuk estimator *penalized* spline masing-masing $\hat{f}_j^*(X_j)$ adalah :

a. $\hat{f}_1^*(X_1) = -2.383138 + 0.012497X_1 - 0.015646(X_1 - 12)_+ + 0.012239(X_1 - 33)_+$

b. $\hat{f}_2^*(X_2) = 1.376476 + 1.103814X_2 + 0.001939(X_2 - 0.733)_+$

$+ 0.008206(X_2 - 0.88)_+$

c. $\hat{f}_3^*(X_3) = 0.543201 + 3.735620X_3 - 0.001314(X_3 - 0.46)_+$

Secara lengkap bentuk estimator fungsi regresi nonparametrik multiprediktor pada data balita di RSU Haji Surabaya tahun 2006 dapat dituliskan :

$$\hat{Y} = \exp\left(\sum_{j=1}^{3} \hat{f}_j^*(X_j)\right)$$

$$= \exp\Big(-2.383138 + 0.012497X_1 - 0.015646(X_1 - 12)_+ + 0.012239(X_1 - 33)_+$$
$$+1.376476 + 1.103814X_2$$
$$+ 0.001939(X_2 - 0.733)_+ + 0.008206(X_2 - 0.88)_+$$
$$+ 0.543201 + 3.735620X_3 - 0.001314(X_3 - 0.46)_+\Big)$$

Dari hasil pengujian asumsi error berdistribusi lognormal menggunakan *software* Statgraphics dengan uji Kolmogorov-Smirnov diperoleh p-value = 0.704681, dengan tingkat signifikansi α = 5 % dapat disimpulkan bahwa error berdistribusi lognormal.

Berdasarkan model di atas, dapat disimpulkan bahwa pertambahan umur balita akan menaikkan berat badan kecuali umur 12 bulan hingga 33 bulan sedangkan pertambahan tinggi badan dan lingkar kepala akan menaikkan berat badan. Oleh karena itu, balita berumur 12 bulan hingga 33 bulan harus diberi tambahan kalori agar berat badannya tidak turun karena aktivitas yang berlebih.

DAFTAR PUSTAKA

Anonim1, 2006, *The Lognormal Distribution*, http://limnology.wisc.edu/ (Akses : 2007, Maret)

Anonim2, 2006, *Lognormal Distributions*, http://www.chinarel.com/ (Akses : 2007, Maret)

Hall, P. and Opsomer, J.D., 2005, *Theory for Penalized Spline Regression*, Biometrika, 92,1, pp. 105-118.

Puji, A.W. and Puspa, P., 2006, *Analisis Pola Hubungan Antara Umur dengan Berat Badan, Tinggi Badan, Lingkar Kepala serta Lengan Balita (Studi Kasus di RSU Haji Surabaya Tahun 2006)*, Jurusan Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, ITS.

Ronitua, M., 2002, *Kajian Fenomena Hurst dan Uji Statistik Debit Input Waduk Kaskade Citarum*, http://digilib.ampl.or,id/ (Akses: 2007, Maret).

Yong, B, 2005, *Penggunaan Distribusi Lognormal dan Distribusi Gauss Invers untuk Mengaproksimasi Konstruksi Hedging Port Folio pada Asian Option*, http://digilib.itb.ac,id/ (Akses: 2007, Maret).

On The Mcshane Integral For Riesz-Spaces-Valued Functions Defined On Real Line

Yosephus D. Sumanto[1], Muslim ansori[2]
[1)]Mathematics Departement, Universitas Diponegoro
Jln.Prof.H. Soedarto,SH,Tembalang,Semarang. Email :sumanto_123@yahoo.com
[2)]Mathematics Departement, Universitas Lampung
Jln. Soemantri Brodjonegoro No. 1 Bandar Lampung. Email : ansomath@yahoo.com

Abstract
This paper is a partial result of our researchs in the main topic "On The McShane Integral for Riesz-Spaces-valued Functions Defined on the space R^n". We construct McShane integral for Riesz-spaces-valued functions defined on the space R by a technique involving double sequences and prove some basic properties among which the fact that our new integral is coincides with the McShane Integral for Banach-spaces valued functions defined on space R .

Keywords : Riesz Space, McShane Integral

1. Introduction

The recent results of Integral theory were the Henstock-Kurzweil integral for Riesz-space-valued functions defined on bounded subintervals of the real line and with respect to operator-valued measures was investigated by Riecan(1989,1992) and Riecan and Brabelova(1996), with respect to (D)-convergence (that is a kind of convergence in which the ε-technique is replaced by a technique involving double sequences , see Riecan and Neubrunn(1997)), with respect to the order convergence, see Boccuto(1998) and in Boccuto and Riecan(2004) with respect to the order convergence but the Henstock-Kurzweil integral for Riesz-space-valued functions was defined on unbounded subintervals of the real line.

The main goal of this paper is to generalize the above results by constructing *McShane* integral for Riesz-valued functions defined on Euclidean space R by a technique involving double sequences.

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

2. Preliminary

Let N be the set of all strictly positive integers, R the set of the real numbers, R^+ be the set of all strictly positive real numbers. Let $a < a_1 < b_1 < a_2 < b_2 < ... < b$. $[a,b]$ is called interval or cell. $[a_i,b_i], a_i, b_i \in R, a_i < b_i, i = 0,1,2,...,n$. A collection of intervals $[a_i,b_i]$ is called nonoverlapping if their interiors are dijoint. An additive function on a set $[a,b] \subset R$ is a function F defined on the family of all subintervals of $[a,b]$ such that

$$F(B \cup C) = F(B) + F(C)$$

for each pair of nonoverlapping intervals $B, C \subset [a,b]$. A nonnegative additive function ℓ on a set $[a,b]$ is called length on $[a,b]$, defined by $\ell[a,b] = b - a$. Let $P = \{(A_1,x_1),(A_2,x_2),...,(A_r,x_r)\}$ be a collection of pairs of (A_i,x_i), where $A_1, A_2, ..., A_r$ are nonoverlapping intervals, $\bigcup_{i=1}^{r} A_i = A$ and $A_i \subset O(x_i, \delta(x_i))$, where $O(x_i,\delta(x_i))$ is open ball with center x_i and radius $\delta(x_i)$, $i = 1,2,...,r$. We say that P is $\delta-$fine ***McShane Partition on*** A**.**

The real vector space L (with elements $E_1, E_2, ...$) is called an ordered vector space if L is partially ordered which satisfy : $E_1 \le E_2 \Rightarrow E_1 + h \le E_2 + h$ for every $h \in L$ and $E \ge 0 \Rightarrow kE \ge 0$ for every $k \ge 0$ in R. If, in addition, L is lattice with respect to the partial ordering, then L is called a *Riesz space*. For example, R^n with the familiar coordinate wise addition and scalar multiplication. and by coordinatewise ordering, i.e., for $\bar{x} = (x_1,...,x_n), \bar{y} = (y_1,...,y_n)$, we define, $\bar{x} \le \bar{y}$ whenever $x_k \le y_k, k = 1,...,n$, then R^n is a Riesz space.

Definition 2.1 (Zaanen,1996) **:** *A Riesz space L is said to be Dedekind complete if every nonempty subset of L, bounded from above, has supremum in L.*

Definition 2.2 (Riecan, 1998) **:** *A bounded double sequence* $(a_{i,j})_{i,j} \in L$ *is called regulator or* (D)*-sequence if, for each* $i \in N, a_{i,j} \downarrow 0$, *that is* $a_{i,j} \geq a_{i,j+1} \forall j \in N$ *and* $\underset{j \in \mathbb{N}}{\wedge} a_{i,j} = 0$.

Definition 2.3 (Boccuto and Riecan, 2004) **:** *Given a sequence* $(r_n)_n \in L$. *Sequence* $(r_n)_n$ *is said to be* (D)*-convergence to an element* $r \in L$ *if there exist a regulator* $(a_{i,j})_{i,j}$, *satisfying the following condition : for every mapping* $\rho : N \to N$, *denoted by* $\rho \in N^N$ *there exists an integer* n_0 *such that* $|r_n - r| \leq \overset{\infty}{\underset{i=1}{\vee}} a_{i,\rho(i)}$ *for all* $n \geq n_0$. *In this case, the notation is denoted by* $(D)\lim_n r_n = r$.

Definition 2.4 (Boccuto and Riecan, 2004) **:** *A Riesz Space* L *is said to be weakly* σ*–distributive if for every* (D)*- sequence* $(a_{i,j})$, *then*

$$\underset{\rho \in \mathbb{N}^{\mathbb{N}}}{\wedge} \left(\overset{\infty}{\underset{i=1}{\vee}} a_{i,\rho(i)} \right) = 0 .$$

Throughout the paper, we shall always assume that L is Dedekind complete weakly σ–distributive Riesz space.

Main Results

Definition 3.1 : *A function* $f : [a,b] \subset R \to L$ *is said to be McShane integrable denoted by* $f \in M([a,b], L, \ell)$, *if there exists an element* $E \in L$ *and* (D)*-sequence* $(a_{i,j})_{i,j} \in L$ *such that for every* $\rho \in N^N$ *we can find a function* $\delta : [a,b] \to R^+$ *such that*

$$\left|P\sum f(x)\ell(I)-E\right|=\left|\sum_{k=1}^{r}f(x_k)\ell(I_r)-E\right|\le\bigvee_{i=1}^{\infty}a_{i,\rho(i)}$$

for every δ*-fine M partition* $P=\{([a,b],x)\}=\{(I_1,x_1),(I_2,x_2),...,(I_r,x_r)\}$ *on* $[a,b]$.

We note that the McShane integral with respect to ℓ is well- defined, that is there exists at most one element E, satisfying Definition 3.1 and in this case we have $(M)\int\limits_{[a,b]}fdx=E$. The uniqueness is given in the following theorem.

Theorem 3.2 : *If a function* $f\in M([a,b],L,\alpha)$ *, then its integral is unique.*

Proof: Let $f\in M([a,b],L,\ell)$. If both E_1 and E_2 are McShane integral of function f , satisfying Definition 3.1, then there exists two (D)-sequence $(a_{i,j})_{i,j}$ and $(b_{i,j})_{i,j}$ in L such that for every $\rho\in N^N$, we can find two positive function δ_1 and δ_2 on $[a,b]$, respectively, and for every δ_1-fine M- partition $P_1=\{([a,b],x)\}$ and δ_2-fine M-partition $P_2=\{([a,b],x)\}$ on A , we have

$$\left|P_1\sum f(x)\ell(I)-E_1\right|\le\bigvee_{i=1}^{\infty}a_{i,\rho(i)}$$

and

$$\left|P_2\sum f(x)\ell(I)-E_2\right|\le\bigvee_{i=1}^{\infty}b_{i,\rho(i)}$$

respectively. Let now $\delta(\bar{x})=\min\{\delta_1(x),\delta_2(x)\}$, for every $x\in A$ and take any $\delta-$fine M- partition $P=\{([a,b],x)\}$ on A , then $P=\{([a,b],x)\}$ is both δ_1-fine M-partition and δ_2-fine Perron partition on $[a,b]$, and thus we have

$$\begin{aligned}0\le|E_1-E_2|\le+\left|P_1\sum f(x)\ell(I)-E_1\right|+\left|P_2\sum f(x)\ell(I)-E_2\right|&\le\bigvee_{i=1}^{\infty}a_{i,\rho(i)}+\bigvee_{i=1}^{\infty}b_{i,\rho(i)}\\&\le\bigvee_{i=1}^{\infty}\left(a_{i,\rho(i)}+b_{i,\rho(i)}\right)\\&\le\bigvee_{i=1}^{\infty}c_{i,\rho(i)}\end{aligned}$$

where $c_{i,j}=2(a_{i,j}+b_{i,j})\ \forall i,j\in N$. By arbitrariness of $\rho\in N^N$, we get

$$0 \le |E_1 - E_2| \le \bigwedge_{\rho \in \mathbb{N}^{\mathbb{N}}} \left(\bigvee_{i=1}^{\infty} c_{i,\rho(i)} \right) = 0$$

since $c_{i,j}$ is (D)-sequence and thanks to weak $\sigma-$distributivity of L. Thus $E_1 = E_2$, and so our M-integral is well-defined.□ `

Now, we give some fundamental properties of $M(A,L,\ell)$.

Theorem 3.3 : *If* $f_1, f_2 \in M(A,L,\ell)$ *and* $k_1, k_2 \in R$, *then* $k_1 f_1 + k_2 f_2 \in M(A,L,\ell)$ *and* $(M) \int_{[a,b]} (k_1 f_1 + k_2 f_2) dx = k_1 (M) \int_{[a,b]} f_1 dx + k_2 (M) \int_{[a,b]} f_2 dx$.

Proof : similar to that M-integral with values in real spaces.

Theorem 3.4 : *If* $f, g \in M([a,b],L,\ell)$ *and* $f(x) \le g(x)$ *for every* $x \in A$, *then*

$$(M) \int_{[a,b]} f dx \le (M) \int_{[a,b]} g dx .$$

Proof : By hypotesis, there exists two $(D)-$sequences, $(a_{i,j})_{i,j}$ and $(b_{i,j})_{i,j}$ such that, for every $\rho \in N^N$, we can find positive functions δ_1 dan δ_2, respectively on A, and whenever $P_1 = \{([a,b],\bar{x})\}$ is δ_1-fine M-partition and $P_2 = \{([a,b],\bar{x})\}$ is δ_2-fine M-partition on $[a,b]$, we have

$$\left| P_1 \sum f(x)\ell(I) - (M) \int_{[a,b]} f dx \right| \le \bigvee_{i=1}^{\infty} a_{i,\rho(i)} \Leftrightarrow$$

$$(M) \int_{[a,b]} f dx - \bigvee_{i=1}^{\infty} a_{i,\rho(i)} \le P_1 \sum f(x)\ell(I) \le (M) \int_{[a,b]} f dx + \bigvee_{i=1}^{\infty} a_{i,\rho(i)}$$

and

$$\left| P_2 \sum f(x)\ell(I) - (M) \int_{[a,b]} g d\alpha \right| \le \bigvee_{i=1}^{\infty} b_{i,\rho(i)} \Leftrightarrow$$

$$(M) \int_{[a,b]} g dx - \bigvee_{i=1}^{\infty} b_{i,\rho(i)} \le P_2 \sum g(x)\ell(I) \le (M) \int_{[a,b]} g d\alpha + \bigvee_{i=1}^{\infty} b_{i,\rho(i)}$$

respectively.

For every $x \in [a,b]$, let $\delta(x) = \min\{\delta_1(x), \delta_2(x)\}$, and take δ-fine M-partition $P = \{([a,b], x)\}$ on $[a,b]$, then $P = \{([a,b], x)\}$ is both δ_i-fine M-partition $(i = 1,2)$ on $[a,b]$. Thus we get

$$(M)\int_{[a,b]} fdx - \bigvee_{i=1}^{\infty} a_{i,\rho(i)} \le P\sum f(x)\ell(I) \le P\sum g(x)\ell(I) \le (M)\int_{[a,b]} gdx + \bigvee_{i=1}^{\infty} b_{i,\rho(i)}$$

and hence, for every $\rho \in N^N$,

$$(M)\int_{[a,b]} fdx - (M)\int_{[a,b]} gdx \le \bigvee_{i=1}^{\infty} a_{i,\rho(i)} + \bigvee_{i=1}^{\infty} b_{i,\rho(i)} \le \bigvee_{i=1}^{\infty} c_{i,\rho(i)}$$

where $c_{i,j} = 2(a_{i,j} + b_{i,j}) \forall i, j \in N$. By arbitrariness of $\rho \in N^N$, since $c_{i,j}$ is a (D) – sequence and taking into account of weak σ – distributivity of L, we get

$$(M)\int_{[a,b]} fdx - (M)\int_{[a,b]} gdx \le \bigwedge_{\rho\in \mathbb{N}^{\mathbb{N}}}\left(\bigvee_{i=1}^{\infty} c_{i,\rho(i)}\right) = 0$$

that is $(M)\int_{[a,b]} fdx \le (M)\int_{[a,b]} gdx$. This concludes the proof.□

Definition 3.5 (Elementary Set**):** *A set* $[a,b] \subset R$ *which is union of finite cells is called an elementary set.*

Every elementary set can be segmented into non-overlapping cells. If A_1 and A_2 are elementary sets then $A_1 \cup A_2$ and $\overline{A_1 \setminus A_2}$ are also elementary sets. Integration on elementary set can be constructed through the following theorem.

Teorema 3.6 : *Let* A_1 *and* A_2 *be non-overlapping intervals in* R *and* $A = A_1 \cup A_2$. *If* $f \in M(A_1, L, \ell)$ *and* $f \in M(A_2, L, \ell)$ *, then* $f \in M(A, L, \ell)$ *and*

$$(M)\int_{A=A_1\cup A_2} fdx = (M)\int_{A_1} fdx + (M)\int_{A_2} fdx$$

Proof : Let $f \in M(A_1, L, \ell)$ and $f \in M(A_2, L, \ell)$. There exists two $(D)-$sequence $(a_{i,j})_{i,j}$ and $(b_{i,j})_{i,j}$, such that for every $\rho \in N^N$, we can find positive functions δ_1 and δ_2 on A respectively. Whenever $P_1 = \{(A,x)\}$ is δ_1-fine M-partition on A_1 and $P_2 = \{(A,x)\}$ is δ_2-fine M-partition on A_2 , we have

$$\left| P_1 \sum f(x)\ell(I) - (M)\int_{A_1} fdx \right| \le \bigvee_{i=1}^{\infty} a_{i,\rho(i)}$$

and

$$\left| P_2 \sum f(x)\alpha(I) - (M)\int_{A_2} fdx \right| \le \bigvee_{i=1}^{\infty} b_{i,\rho(i)}$$

Let now $\delta : A \to R^+$ be such that,

$$\delta(x) = \begin{cases} \delta_1(x) & \text{if } x \in A_1 \text{ and } x \notin A_2 \\ \delta_2(x) & \text{if } x \in A_2 \text{ and } x \notin A_1 \\ \min\{\delta_1(x), \delta_2(x)\} & \text{if } x \in A_1 \cap A_2 \end{cases}$$

for every δ-fine M-partition $P = \{(A,x)\}$ on A where $P = P_1 \cup P_2$. Therefore, we get

$$\begin{aligned} &\left| P\sum f(x)\ell(I) - \left((M)\int_{A_1} fdx + (M)\int_{A_2} fdx \right) \right| \\ &\le \left| P_1 \sum f(x)\ell(I) - (M)\int_{A_1} fdx \right| + \left| P_2 \sum f(x)\ell(I) - (M)\int_{A_2} fdx \right| \\ &\le \bigvee_{i=1}^{\infty} a_{i,\rho(i)} + \bigvee_{i=1}^{\infty} b_{i,\rho(i)} \le \bigvee_{i=1}^{\infty} c_{i,\rho(i)} \end{aligned}$$

where $c_{i,j} = 2(a_{i,j} + b_{i,j}) \forall i, j \in N$ is a $(D)-$sequence.□

Using Theorem 3.6 and Definition 3.5 above, we can see immediately that the following holds.

Corrolary 3.7 : *Given an elementary set* $A \subset R$. *A function* $f : A \to L$ *is said to be McShane integrable on* A *, denoted by* $f \in M(A, L, \ell)$, *if* $f \in M(A_i, L, \ell)$ *for every i, where* $A = \bigcup_{i=1}^{p} A_i$ *and* $\{A_1, A_2, \ldots, A_r\}$ *is any nonoverlapping intervals of* A. *The McShane integral of function* f *on* A *is*

$$(M)\int_A f dx = \sum_{i=1}^{r} \left[(M)\int_{A_i} f dx \right].$$

We now state version of the Cauchy criterion, where the proof is similar to the one of Ansori (2007).

Theorem 3.8 : *A function* $f : [a, b] \to L$ *is McShane integrable if and only if there exists a* (D)*–sequence* $(a_{i,j})_{i,j}$ *in* L *such that, for every* $\rho \in N^N$ *we can find a function* $\delta : [a, b] \to R^+$ *and for every* δ*–fine M- partition* $P_1 = \{([a, b], x)\}$ *and* $P_2 = \{([a, b], x)\}$ *on* $[a, b]$, *we have*

$$\left| P_1 \sum f(x)\ell(I) - P_2 \sum f(x)\ell(I) \right| \leq \bigvee_{i=1}^{\infty} a_{i,\rho(i)}.$$

We now provide a result about Hentock-Kurzweil integrability on subcells.

Theorem 3.9 : *Let* $[a,b] \subset R$. *If* $f \in M(A,L,\ell)$, *then* $f \in M(B,L,\ell)$, *for every interval* $B \subset [a,b]$.

Proof : similar to that M-integral with values in real spaces.

By virtue of Theorem 3.9, we define primitif function of *McShane* integrable function f on a cell $[a,b] \subset R$ with respect to a volume α as follows.

Definition 3.10 : *If* $f \in M([a,b],L,\ell)$ *and* $I([a,b])$ *is a collection of all subcells in* $[a,b]$, *then a function* $F : I([a,b]) \to L$ *satisfying*

$$F(J) = (M)\int_J f dx \quad \text{and} \quad F(\phi) = 0$$

for every interval $J \in I(A)$ *is called Primitif of McShane integrable function* f *on* $I([a,b])$.

References

Ansori, M., 2007. *On The Henstock-Kurzweil Integral for Value in Riesz Spaces Defined on Euclidean Spaces*, Proceeding of National Seminar FMIPA, UNY, Yogyakarta.

Boccuto, A., 1998 , Differential and integral calculus in Riesz Spaces, Tatra Mountains Math. Publ.,14,133-323.

Boccuto, A and Riecan, B., 2004 , On The Henstock-Kurzweil Integral for Riesz-Space-Valued Functions Defined on Unbounded Intervals, Chech. Math. Journal, 54,3, 591-607.

Pfeffer, W.F., 1993 , *The Riemann Approach to Integration*, Cambridge University Press.

Riecan, B., 1989 , On the Kurzweil Integral for Functions with Values in Ordered Spaces I, Acta Math. Univ. Comenian. 56-57,75-83.

Riecan, B., 1992 , On Operator Valued Measures in Lattice ordered Groups, Atti. Sem. Mat. Fis. Univ. Modena, 40, 151-154.

Riecan, B and Neubrunn, T., 1997 , *Integral, Measure and Ordering*, Kluwer Academic Publishers, Bratislava.

Riecan, B and Vrabelova, M., 1996 , On The Kurzweil integral for Functions with Values in Ordered Spaces III, Tatra Mountains Math. Publ.,8, 93-100.

Zaanen, A.A., 1997 , *Introduction to Operator Theory in Riesz Spaces*, Springer Verlag.

Model Hazard Proporsional Semiparametrik dengan Hazard Dasar Parametrik

Toha Saifudin dan **Suliyanto**
Jurusan Matematika, FMIPA Universitas Airlangga
Kampus C Jl. Mulyorejo Surabaya 60115 , Telp. 031-5936501

Abstrak

Model hazard proporsional semiparametrik dalam penelitian ini diasumsikan mempunyai bentuk $h(t\,|\,\mathbf{X}) = h_0(t)\,\Psi(\mathbf{Z}, X)$ dengan $\Psi(\boldsymbol{Z}, X) = \exp\{\boldsymbol{Z}^T\boldsymbol{\beta} + \lambda(X)\}$, Z merupakan vektor $px1$ dari peubah bebas, X peubah bebas, merupakan vektor $px1$ dari koefisien regresi , $h_0(t)$ merupakan fungsi hazard dasar, dan $\lambda(X)$ adalah fungsi *smooth* yang tidak diketahui. Tujuan dari tulisan ini adalah membahas estimasi parameter model di atas jika digunakan hazard dasar parametrik dan diterapkan pada sampel tersensor tipe I dengan menggunakan metode *Generalized Profile Likelihood*.

Kata kunci : hazard semiparametrik, fungsi *smooth*, *Generalized Profile Likelihood*

1. Pndahuluan

Penerapan analisis data uji hidup biasanya banyak dilakukan di bidang kedokteran berkaitan dengan pemodelan ketahanan hidup penderita penyakit tertentu (Lee, 1992), dan di bidang produksi berkaitan dengan pemodelan tentang ketahanan hidup benda-benda produksi (Barlow dan Proschan, 1996). Dalam pengambilan sampel di lapangan seringkali menunjukkan tidak ada populasi yang homogen. Ketidakhomogenan tersebut dikarenakan tiap individu atau benda dalam populasi mempunyai atribut yang berbeda, juga adanya perbedaan perlakuan terhadap individu atau benda yang diuji. Berdasarkan hal itu, jelas di sini adanya keterkaitan antara atribut (karakteristik) dan faktor (perlakuan uji) terhadap lamanya tahan hidup individu atau benda yang diuji. Dalam analisis data uji hidup dan percobaan klinis, penting sekali untuk memperhatikan hubungan antara waktu tahan hidup (*lifetime*) dengan faktor-faktor yang mempengaruhinya. Salah satu cara

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

untuk menganalisis hubungan tersebut adalah dengan menggunakan model regresi data uji hidup (Lawless (1982), Krall dan Harley (1975)).

Model regresi dalam analisis data uji hidup melibatkan distribusi dari T diberikan **X**, dengan T menyatakan waktu tahan hidup dan **X** adalah vektor variabel kovariat (regresor) untuk suatu individu. Salah satu pemodelan regresi data uji hidup adalah dengan model hazard proporsional. Model hazard proporsional dapat ditulis dalam bentuk (Zhang, 2007) :

$$h(t \mid \boldsymbol{X}) = h_0(t)\ \Psi(\boldsymbol{X}), \tag{1}$$

dengan $h_0(t)$ adalah fungsi hazard dasar, dan $\Psi(\bullet)$ adalah fungsi resiko relatif.

Tipe model yang biasanya digunakan selama ini adalah dengan mengambil $\Psi(\boldsymbol{X}) = \exp(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{\beta})$ yang disebut tipe parametrik atau $\Psi(\boldsymbol{X}) = \exp\{\varphi(\boldsymbol{X})\}$ yang disebut tipe nonparametrik. Model hazard proporsional yang sering dibahas adalah model Cox yang mengambil fungsi resiko parametrik dengan fungsi hazard dasar nonparametrik (bebas distribusi), sehingga seringkali disebut model semiparametrik (Lawless, 1982).

Model regresi parametrik digunakan jika terdapat asumsi yang kuat mengenai bentuk hubungan fungsional antara variabel respon dengan sejumlah kovariat. Sedangkan model nonparametrik digunakan apabila tidak ada informasi yang kuat mengenai bentuk fungsional antar variabel respon dengan sejumlah kovariat. Akhir-akhir ini berkembang penelitian yang membahas analisis regresi nonparametrik. Hal tersebut disebabkan metode nonparametrik tidak membutuhkan asumsi mengenai bentuk dari fungsi regresi, dan memberikan keleluasaan pada data sampel untuk mencari bentuk fungsional yang dapat menggambarkan data dengan baik. Namun apabila hanya tersedia informasi parsial mengenai bentuk fungsional dari hubungan antara variabel respon dengan sejumlah kovariat, maka pemodelan regresi nonparametrik menjadi tidak efisien, sebaliknya pemodelan parametrik mungkin tidak benar. Dalam kasus demikian, diperlukan sebuah pemodelan yang menggabungkan komponen parametrik dengan nonparametrik, yaitu model regresi semiparametrik. Pemodelan ini mengambil fungsi resiko sebagai gabungan dari komponen parametrik dan nonparametrik (Kauermann, 2007). Model demikian disebut semiparametrik dalam sudut pandang bentuk hubungan fungsional. Namun sampai sejauh ini pembahasan model regresi semiparametrik pada data uji hidup (dalam sudut pandang bentuk hubungan fungsional) masih belum tersedia secara detail pada literatur-literatur statistika.

2. Model Hazard proporsional Semiparametrik

Model hazard proporsional secara umum dimodel kan dengan (1), dengan bentuk yang paling sering digunakan untuk $\Psi(\boldsymbol{X})$ adalah

$$\Psi(\boldsymbol{X}) = \exp(\boldsymbol{X}^T \boldsymbol{\beta}) \tag{2}$$

dengan $\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{\beta} = x_1\beta_1 + \cdots + x_p\beta_p$ dan β_i adalah koefisien regresi. Model tersebut dinamakan model regresi parametrik. Istilah "parametrik" disini menyatakan bahwa bentuk fungsional dari kurva regresi diasumsikan diketahui, bukan menyatakan distribusi khusus tertentu. Pembahasan secara lengkap tentang model regresi parametrik jenis ini dalam analisis data uji hidup dapat dipelajari dalam beberapa literatur, diantaranya : Lawless(1982), Kalbfleisch dan Prentice (1980), Collet (1994), Zhang (2007).

Apabila dalam model regresi parametrik, bentuk kovariat $\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{\beta}$ diganti dengan fungsi *smooth* $\varphi(\boldsymbol{X})$, yaitu : $\Psi(\boldsymbol{X}) = \exp\{\varphi(\boldsymbol{X})\}$, maka disebut model regresi nonparametrik. Pembahasan tentang pendugaan model nonparametrik ini dapat ditemukan dalam : Tibshirani dan Hasti (1987), Staniswalis (1989), Fan, Gijbels dan King (1997), Gentlemen dan Crowley (1991).

Model hazard proporsional semiparametrik dalam penelitian ini mengasumsikan $\Psi(\bullet)$ mempunyai bentuk :

$$\Psi(\boldsymbol{Z},\boldsymbol{X}) = \exp\{\boldsymbol{Z}^T\boldsymbol{\beta} + \lambda(X)\} \tag{3}$$

dengan β_i adalah koefisien regresi dan $\lambda(X)$ adalah fungsi *smooth* yang tidak diketahui.

3. Estimasi *Generalized Profile Likelihood* dalam Model-Model Semiparametrik

Model-model semiparametrik adalah model-model yang memuat komponen parametrik dan komponen nonparametrik. Dalam model regresi, misalkan Y dan (**Z**, X) masing-masing adalah peubah respon dan vektor peubah predictor, sedemikian hingga distribusi bersyarat Y diberikan (**Z**, X) = (**z**, x) bergantung pada parameter-parameter $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\beta}^T, \boldsymbol{\sigma}^T)^T$ dan η melalui $(\mathbf{z}^T\boldsymbol{\beta} + \eta, \boldsymbol{\sigma})$, dengan $\eta = \lambda(x)$ adalah fungsi *smooth* dari *x*, $\boldsymbol{\sigma}$ adalah vektor parameter berukuran *v* x 1, dan $\boldsymbol{\beta}$ adalah vektor parameter berukuran *p*x1. Lebih jelasnya dalam model regresi data uji hidup, X adalah peubah kontinu dengan nilai dalam $\Re$, dan Z adalah vektor peubah bernilai diskrit atau kontinu dalam $\Re^p$.

Teori estimasi untuk model regresi semiparametrik sebenarnya telah dikembangkan sejak lama, diperkenalkan oleh Severini dan Wong (1992). Berikut definisi mereka tentang *generalized profile likelihood*.

Definisi 1 :

Jika $\hat{\lambda}_\theta$ adalah penduga bagi λ_θ untuk suatu θ, maka $L_n(\theta, \hat{\lambda}_\theta)$ dinamakan *generalized profile likelihood* untuk θ.

Secara informal metode estimasi *generalized profile likelihood* dapat dijelaskan sebagai berikut : pertama, komponen parametrik dari model ditetapkan dengan suatu *fixed parameter* dan komponen nonparametric diperoleh dengan menggunakan *local likelihood*. Penduga tersebut masih bergantung pada komponen parametrik yang ditetapkan. Kemudian, penduga tersebut digunakan untuk mengkonstruksi *profile likelihood* untuk komponen parametrik dengan menggunakan fungsi likelihood. Kedua, dengan memaksimumkan fungsi *profile likelihood* ini dapat diperoleh penduga untuk komponen parametrik.

4. Estimasi parameter regresi hazard proporsional semiparametrik dengan hazard dasar parametrik

a. Fungsi hazard proporsional, survival dan fungsi kepadatan peluang (fkp)

Misalkan bahwa observasi data uji hidup dicatat sebagai pasangan pengamatan $((t_i, \delta_i), (\mathbf{Z}_i, X_i))$, dengan

$$t_i = \min(T_i, C_i), \qquad \delta_i = \begin{cases} 1, & \text{jika } T_i \le C_i \\ 0, & \text{jika } T_i > C_i \end{cases},$$

model hazard proporsional semiparametrik dituliskan sebagai berikut

$$\begin{aligned} h(t \mid \mathbf{z}, x) &= h_0(t)\ \Psi(\mathbf{z}, x; \boldsymbol{\beta}) \\ &= \Psi(\mathbf{z}, x; \boldsymbol{\beta})\ dH_0(t) \end{aligned} \tag{4}$$

dengan

$$\Psi(\mathbf{z}, x; \boldsymbol{\beta}) = \exp[\mathbf{z}^T \boldsymbol{\beta} + \lambda(x)],$$

$h_0(t)$ adalah fungsi hazard dasar dan $H_0(t)$ adalah fungsi hazard dasar kumulatif. Misalkan $S_0(t)$ adalah fungsi survivor yang berkaitan dngan $h_0(t)$. Misalkan pula $f(t|z, x)$ menyatakan fkp bersyarat dari T diberikan $(\mathbf{Z}, X)=(z, x)$, dan $S(t|z, x)$ adalah fungsi survivor bersyaratnya. Maka fkp bersyarat dari T adalah

$$f(t \mid \mathbf{z}, x) = h_0(t) \exp[\mathbf{z}^T \boldsymbol{\beta} + \lambda(x)][S_0(t)]^{\exp[\mathbf{z}^T \boldsymbol{\beta} + \lambda(x)]} \tag{5}$$

dan fungsi survivornya adalah

$$S(t \mid \mathbf{z}, x) = [S_0(t)]^{\exp[\mathbf{z}^T \boldsymbol{\beta} + \lambda(x)]}. \tag{6}$$

Dalam model hazard di atas, diasumsikan bahwa fungsi hazard dasar $h_0(t)$ diparameterisasi menjadi $h_0(t)=h_0(t,\boldsymbol{\sigma})$. Parameter model dapat dituliskan $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\beta}^T, \boldsymbol{\sigma}^T)^T$ dan λ , dengan λ adalah fungsi *smooth* yang tak diketahui dari $\Re$ ke $\Re$, $\boldsymbol{\sigma}$ adalah vektor parameter berukuran *v* x 1, dan $\boldsymbol{\beta}$ adalah vektor parameter berukuran *p* x 1.

b. Fungsi likelihood

Dengan mengasumsikan bahwa fungsi *smooth* $\lambda(x)$ diparameterisasi menjadi $\lambda(x) = \lambda(x\,;\gamma)$, fungsi likelihood diberikan oleh :

$$L(\boldsymbol{\theta}, \lambda) = \prod_{i=1}^{n} f(t_i \mid \mathbf{z}_i, x_i)^{\delta_i} S(t_i \mid \mathbf{z}_i, x_i)^{1-\delta_i} \tag{7}$$

Log-likelihood dapat ditulis

$$\begin{aligned} L_n(\boldsymbol{\theta}, \lambda) &= \sum_{i=1}^{n} \left[\delta_i \log f(t_i \mid \mathbf{z}_i, x_i) + (1-\delta_i) \log S(t_i \mid \mathbf{z}_i, x_i)\right] \\ &= \sum_{i=1}^{n} \left\{\delta_i \left[\log h_0(t_i;\boldsymbol{\sigma}) + [\mathbf{z}_i^T \boldsymbol{\beta} + \lambda(x_i;\gamma)]\right] + \exp[\mathbf{z}_i^T \boldsymbol{\beta} + \lambda(x_i;\gamma)] \log S_0(t_i;\boldsymbol{\sigma})\right\} \\ &= \sum_{i=1}^{n} \left\{\delta_i \left[\log h_0(t_i;\boldsymbol{\sigma}) + [\mathbf{z}_i^T \boldsymbol{\beta} + \lambda(x_i;\gamma)]\right] - \exp[\mathbf{z}_i^T \boldsymbol{\beta} + \lambda(x_i;\gamma)] H_0(t_i;\boldsymbol{\sigma})\right\} \quad (8) \end{aligned}$$

dengan mencatat bahwa $H_0(t;\boldsymbol{\sigma}) = -\log S_0(t;\boldsymbol{\sigma})$.

c. Lokal likelihood

Misalkan bahwa turunan orde ke-p dari $\lambda(x)$ ada dan mempunyai nilai pada titik *x*, maka dengan ekspansi Taylor, diperoleh

$$\lambda(X) \approx \lambda(x) + \lambda'(x)(X - x) + \cdots + \frac{\lambda^{(p)}(x)}{p!}(X - x)^p, \tag{9}$$

untuk *X* dalam persekitaran *x*. Misalkan b menyatakan parameter *bandwidth,* dan W adalah fungsi kernel. Ambil

$$\tilde{X} = \{1, X - x, \cdots, (X - x)^p\}^T \text{ dan } \tilde{X}_i = \{1, X_i - x, \cdots, (X_i - x)^p\}^T$$

maka $\lambda(x)$ dapat dimodelkan sebagai

$$\lambda(X) \approx \tilde{X}^T \gamma \tag{10}$$

dengan $\gamma = (\gamma_0, \gamma_1, \cdots, \gamma_p)^T = \{\lambda(x), \lambda'(x), \ldots, \lambda^{(p)}(x)/p!\}^T$.

Dengan menggunakan model lokal ini, dapat dicari penduga γ dan $\boldsymbol{\theta}$ yang memaksimumkan fungsi log likelihood lokal berikut

$$\ell_n(\gamma, \boldsymbol{\theta}) = \ell_n(\gamma, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\sigma}) = n^{-1} \sum_{i=1}^{n} \Big\{ \delta_i \, [\log h_0(t_i, \boldsymbol{\sigma}) + (\mathbf{z}_i^T \boldsymbol{\beta} + \tilde{X}_i^T \gamma)] - H_0(t_i; \boldsymbol{\sigma}) \exp[\mathbf{z}_i^T \boldsymbol{\beta} + \tilde{X}_i^T \gamma] \Big\} \; W_b(X_i - x) \tag{11}$$

dengan $W_b(u) = b^{-1} W(u/b)$ .Lokal likelihood seperti ini telah digunakan oleh Gentlemen dan Crowley (1991) untuk orde p = 1, dan diperluas untuk sembarang orde p oleh Fan, Gijbels dan King (1997) dalam kasus nonparametrik.

Misalkan $\hat{\gamma}$ dan $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ nilai yang memaksimumkan (8), penduga dari $\lambda^{(j)}(x)$ adalah

$$\hat{\lambda}_j(x) = j! \, \hat{\gamma}_j, \quad j = 0, 1, \ldots, p. \tag{12}$$

d. Estimasi Generalized Profile Likelihood

Misalkan $\hat{\gamma}_{\boldsymbol{\theta}}$ yang memaksimumkan (8) untuk fixed $\boldsymbol{\theta}$, penduga dari $\lambda^{(j)}(x)$ adalah $\hat{\lambda}_{j,\boldsymbol{\theta}}(x) = j! \, \hat{\gamma}_j$. Dalam model (4), jika diambil orde p = 0 maka lokal likelihood menjadi

$$\ell_n(\lambda, \boldsymbol{\theta}) = \ell_n(\lambda, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\sigma}) = n^{-1} \sum_{i=1}^{n} \Big\{ \delta_i \, [\log h_0(t_i, \boldsymbol{\sigma}) + (\mathbf{z}_i^T \boldsymbol{\beta} + \lambda(x))] - H_0(t_i; \boldsymbol{\sigma}) \exp[\mathbf{z}_i^T \boldsymbol{\beta} + \lambda(x)] \Big\} W_b(X_i - x). \tag{13}$$

Selanjutnya jika $\dfrac{\partial \ell_n(\lambda, \boldsymbol{\theta})}{\partial \lambda} = n^{-1} \sum_{i=1}^{n} W_b(X_i - x) \big\{ \delta_i - H_0(t_i; \boldsymbol{\sigma}) \exp[\mathbf{z}_i^T \boldsymbol{\beta} + \lambda(x)] \big\} = 0$ dan diselesaikan terhadap λ maka diperoleh penduga

$$\hat{\lambda}_{\boldsymbol{\theta}}(x) = -\log\left[\frac{\sum_{i=1}^{n} W_b(X_i - x)\exp(\mathbf{z}_i^{\ T}\boldsymbol{\beta})\ H_0(t_i;\boldsymbol{\sigma})}{\sum_{i=1}^{n} W_b(X_i - x)\ \delta_i}\right] \tag{14}$$

Dengan mensubstitusikan $\hat{\lambda}_{\boldsymbol{\theta}}$ ke dalam log-likeliood (8), diperoleh profile likelihood $L_n(\boldsymbol{\theta}, \hat{\lambda}_{\boldsymbol{\theta}})$ untuk diselesaikan ke $\boldsymbol{\theta}$. $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ yang memaksimumkan $L_n(\boldsymbol{\theta}, \hat{\lambda}_{\boldsymbol{\theta}})$ disebut penduga *generalized profile likelihood* untuk $\boldsymbol{\theta}$.

5. Kesimpulan

Estimasi parameter $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\beta}^T, \gamma)^T$ dan λ dalam hazard proporsional semiparametrik dengan hazard dasar parametrik dengan pendekatan polinomial orde 0 dapat diperoleh dengan metode *generalized profile likelihood* dengan langkah berikut :

i. menghitung $\hat{\lambda}_{\boldsymbol{\theta}}(x_i)$, $i = 1, 2, \ldots,$ n untuk $\boldsymbol{\theta}$ awal yang diberikan.

ii. mendapatkan $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ yang memaksimumkan $L_n(\boldsymbol{\theta}, \hat{\lambda}_{\boldsymbol{\theta}})$

iii. menduga $\lambda(x)$ dengan $\hat{\lambda}_{\hat{\boldsymbol{\theta}}}(x)$.

DAFTAR PUSTAKA

Anonim, 2007. *The basics of Survival Analysis*, http://www.stat.nus.edu.sg/~stachenz/ST3242Notes1.pdf (akses : 22-02-2007)

Barlow, R. E. dan Proschan, F., 1996. *Mathematical Theory of Reliability*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia.

Collet, D., 1994. *Modelling Survival Data in Medical Research*, Chapman & Hall, London.

Fan, J., Gijbels, I. dan King, M., 1997. Local Likelihood and Local Partial Likelihood in Hazard Regression, *Ann. Statist.* , **25**, 1661-1690.

Gentlemen, R. dan Crowley, J., 1991. Local Full LikelihoodEstimation for the Proportional Hazard Model, *Biometrics*, **47**, 1283-1296.

Hogg, R. V. dan Craig, A. T., 1978. *Introduction to Mathematical Statistics*, 4 th Edition, New York : Mc Millan.

Kalbfleisch, J. D. dan Prentice, R. L., 1980. *The Statistical Analysis of Failure Time Data*, John Wiley & Sons, New York.

Kauermann, G., 2007. *Non and Semiparametric Models and Their Estimation*, http://www.wiwi.uni-bielefeld.de/~kauermann/research/kauermann-semi.pdf (akses : 24-12-2006)

Krall, J. V. U., dan Harley, J., 1975. A Step-Up Procedure for Selecting Variables Associated With Survival, *Biometrics*, **31**, 49-57.

Lawless, J. F., 1982. *Statistical Models and Methods for Lifetime Data*, John Wiley & Sons, New York.

Lee, E. T., 1992. *Statistical Models for Survival data Analysis*, Second Edition, John Wiley & Sons, Inc.

Li, Q. dan Stengos, T., 1996. Semiparametric Estimation of Partially Linear Panel Data Models, *Journal of Econometrics*, **71**, 389-397.

Marron, J. S., 2007. Discussion of Nonparametric and semiparametric Regression, http://www3.stat.sinica.edu.tw/statistica/oldpdf/A14n3b.pdf (akses : 15-01-2007)

Severini, T. A. dan Staniswalis, J. G., 1994. Quasi-Likelihood estimation in semiparametric Models, *J. Amer. Statist. Assoc.*, **89**, 501-511.

Severini, T. A. dan Wong, W. H., 1992. Generalized Profiled Likelihood and Conditionally Parametric Models, *Ann. Statist.*, **20**, 1768-1802.

Staniswalis, J. G., 1989. The Kernel Estimate of a Regression Function in Likelihood based Models, *J. Amer. Statist. Assoc.*, **84**, 276-283.

Tibshirani, R. dan Hasti, T., 1987. Local Likelihood Estimation, *J. Amer. Statist. Assoc.* , **82**, 559-567.

Zhang, D., 2007. *Modelling Survival Data With Cox Regression*, http://www4.stat.ncsu.edu/~dzhang2/st745/chapt7.pdf (akses : 15-01-2007)

Penggunaan Kuosien Rayleigh Dalam Metode Pangkat
Guna Mempercepat Perhitungan Pagerank

Oleh:
M Zainal Arifin dan Daniel Oranova
Jurusan Tehnik Informatika
Institut Teknologi Sepuluh November (ITS) Surabaya
Kampus ITS Sukolilo Surabaya 60111
Email: arifin.mzainal@gmail.com; daniel@its-sby.edu

Abstrak

Search Engine Ranking saat ini menjadi titik fokus bagi mesin pencari guna menampilkan hasil pencarian yang penting. Sistem ranking diharapkan memberikan hasil yang signifikan. PageRank merupakan salah satu sistem ranking milik Google yang bekerja berdasarkan link analysis, perhitungan ranking dengan menggunakan algoritma PageRank saat ini menjadi banyak perbincangan para peneliti karena perhitungan tersebut menghabiskan waktu yang lama, dan berhari-hari sehingga jika ada halaman baru tiap detik, maka PageRank tidak secara langsung meng-update halaman tersebut tetapi menunggu waktu perhitungan PageRank selanjutnya yang akan dilakukan secara offline. Beberapa penelitian telah dilakukan untuk mempercepat perhitungan PageRank dengan jalan mempercepat konvergensi nilai eigen pada vektor eigen yang bersesuaian. Para peneliti sebelumnya telah menggunakan beberapa metode, seperti metode extrapolasi, sparse linear system, dan extrapolasi kuadratik. Pada penelitian ini akan digunakan kuosien rayleigh dalam metode pangkat guna mempercepat konvergensi yang lebih baik pada nilai eigen dominan. Dengan menggunakan n halaman web dengan n > 1,000,000 halaman, (diambil dari dataset stanford university), selanjutnya dilakukan perhitungan PageRank serta interpolasi yang berguna untuk mengetahui perilaku sistem.

Kata Kunci: *PageRank, Metode Pangkat, Ranking, Link Analysis*

1. Latar Belakang

Mesin pencari dewasa ini memegang peranan yang sangat penting dalam dunia internet, beberapa pemimpin mesin pencari saat ini adalah Google, Yahoo, dan Altavista [5], merupakan ujung tombak dalam dunia

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

pencarian, marketing dan publikasi. Bisa dibayangkan jika tidak ada mesin pencari di dunia ini, maka di ibaratkan seperti peluru tanpa kendali.

Mesin pencari akan memberikan hasil yang diharapkan tepat dengan *keyword* yang dimasukkan oleh pengguna, selain itu juga dibutuhkan hasil pencarian dengan ranking yang signifikan dan secara demokratis, sehingga hasil pencarian akan menjadi relevan dan penting [7].

Mesin pencari yang sangat populer adalah Google, hal ini disebabkan hasil pencarian google sangat relevan dan penting, google menyatakan bahwa saat ini telah meng-crawler 4,2 miliar halaman web, google menggunakan PageRank sebagai salah satu rankingnya [7].

Perhitungan PageRank saat ini dilakukan di laboratorium milik google secara offline selama 3 hari, dengan bertambahnya halaman web, maka semakin lama perhitungan ranking tersebut. Hasil crawler akan diubah kedalam matrik markov, sehingga matrik markov google dapat berukuran n x n, dengan n ± 4,2 miliar halaman web [7].

Dengan menggunakan metode pangkat untuk mencari nilai eigen dominan, diharapkan akan tercapai sebuah hasil ranking yang bagus. Beberapa peneliti telah mengkaji metode pangkat dengan mengkombinasikan beberapa model dalam rangka mendapatkan hasil yang lebih baik dan mempercepat perhitungan PageRank. Dalam penelitian ini akan digunakan kuosien rayleigh pada metode pangkat guna mempercepat perhitungan PageRank.

2. Tujuan dan Manfaat Penelitian

Tujuan dilakukan penelitian ini adalah untuk mempercepat perhitungan ranking yang menggunakan algoritma PageRank dengan metode pangkat yang secara khusus menggunakan kuosien *rayleigh.* Penelitian ini juga bertujuan mengimplementasikan konsep-konsep yang telah dibuat beberapa peneliti sebelumnya dan memberikan suatu kontribusi pada beberapa bagian khususnya dalam penggunaan kuosien *rayleigh* pada Metode Pangkat, sehingga penelitian ini nantinya dapat memberi manfaat untuk diaplikasikan pada beberapa Mesin Pencari yang melibatkan perhitungan ranking menggunakan algoritma PageRank.

3. Perhitungan Ranking

3.1 Algoritma PageRank

PageRank merupakan metode yang digunakan Google dalam mengukur "*importance*" dari sebuah halaman web. Ketika semua faktor pencarian seperti tag judul, dan *keyword* sudah digunakan, maka Google menggunakan PageRank untuk menunjukkan halaman penting yang akan ditampilkan sebagai halaman utama pada hasil pencarian. Mesin Pencari melakukan beberapa hal dalam membuat ranking halaman, yaitu [3] :

a. Menemukan halaman yang sesuai dengan *keyword* yang dimasukkan
b. Meranking dengan menggunakan faktor dari *keyword* tersebut
c. Menghitung jumlah hasil pencarian
d. Mengurutkan hasil sesuai dengan nilai *PageRank* yang telah dihitung sebelumnya.

$PR(A) = (1-d) + d\left(\frac{PR(T_1)}{C(T_1)} + \frac{PR(T_2)}{C(T_2)} + ... + \frac{PR(T_n)}{C(T_n)}\right)$ Dimana,

$PR(A)$	: *PageRank* halaman A.
d	: *Damping faktor* 0.85
$PR(T_1)$	: *PageRank* ke *page* A
$C(T_1)$	: Jumlah link pada halaman tersebut

$\dfrac{PR(T_n)}{C(T_n)}$: Rasio halaman yang merujuk A.

3.2 Matrik Markov

Sebuah rantai markov merupakan barisan variabel acak, X_1, X_2, X_3,.... Dengan properti markov, yaitu state yang terjadi saat ini, dengan state yang lampau dan selanjutnya, adalah independent dan tidak terikat.

$\Pr(X_{n+1} = x \mid X_{n,....,} X_1, X_0 = x_0) = \Pr(X_{n+1} = x \mid X_n = x_n)$,

Definisi : diberikan peluang terhadap state i ke state j dalam n kali langkah sebagai,

$p_{ij}^{(n)} = \Pr(X_n = j \mid X_0 = i)$,

sedangkan untuk transisi satu langkah didefinisikan sebagai :

$p_{ij} = \Pr(X_1 = j \mid X_0 = i)$,

Matrik *link graph* yang selanjutnya dinamakan matrik markov [2], akan dihitung konvergensinya untuk mendapatkan nilai eigen.

Sebuah rantai markov dikatakan *ergodic* jika ada sebarang jalur dari suatu state kepada state yang lainnya, atau dapat berada pada sebarang state pada setiap waktu dengan probabilitas yang tidak nol. Untuk sebarang rantai markov yang *ergodic*, maka ada rata-rata kunjungan yang unik untuk setiap state. Dalam arti, bahwa selama periode waktu yang lama, kunjungan setiap state adalah proporsional dan tidak peduli dimana dimulainya kunjungan pada state tersebut [1].

3.3 Vektor Eigen dan Nilai Eigen

Definisi : Jika A adalah matrik $n \times n$, maka vektor taknol x di dalam R^n dinamakan vektor eigen dari A jika Ax adalah kelipatan skalar dari x, yakni :

$$Ax = \lambda x, \qquad (3.1)$$

untuk suatu skalar λ, skalar λ dinamakan nilai eigen (*eigen value*) dari A dan x dikatakan vektor eigen yang bersesuaian dengan λ.

Untuk mencari nilai eigen matrik A yang berukuran $n \times n$ maka dituliskan kembali persamaan (3.1) sebagai :

$$Ax = \lambda Ix,$$

Atau secara ekivalen

$$(\lambda I - A)x = 0, \qquad (3.2)$$

Supaya λ menjadi nilai eigen, maka harus ada pemecahan taknol dari persamaan ini. Persamaan (3.2) akan mempunyai pemecahan taknol jika dan hanya jika,

$$\det(\lambda I - A) = 0,$$

Ini dinamakan persamaan karakteristik A. Skalar yang memenuhi persamaan ini adalah nilai eigen dari A. bila diperluas, maka $\det(\lambda I - A)$ adalah polinom λ yang dinamakan polinom karakteristik dari A. Hal ini dapat ditunjukkan bahwa jika A adalah matrik $n \times n$, maka polinom karakteristik A harus memenuhi n dan koefisien λ^n adalah 1. Jadi, polinom karakteristik matrik nxn mempunyai bentuk :

$$\det(\lambda I - A) = \lambda^n + c_1\lambda^{n-1} + ... + c_n \qquad [2]$$

3.4 Metode Pangkat

Dalam soal-soal praktis, pemecahan matrik-matrik besar untuk mencari nilai eigen mempunyai banyak perhitungan yang rumit, sehingga metode lain untuk mencari nilai eigen ini dapat digunakan. Pada bagian ini akan ditelaah algortima sederhana yang dinamakan metode pangkat, yang menghasilkan sebuah aproksimasi terhadap nilai eigen dengan nilai mutlak terbesar dari vektor eigen yang bersesuaian.

Definisi : Sebuah nilai eigen dari matrik A dinamakan nilai eigen dominan (*dominant eigenvalue*) A jika nilai mutlaknya lebih besar dari nilai-nilai mutlak dari nilai-nilai eigen yang selebihnya. Sedangkan vektor eigen yang bersesuaian dengan nilai eigen dominan dinamakan vektor eigen dominan (*dominant eigen vector*) A.

Misalkan A adalah matrik $n \times n$ yang dapat di diagonalisasi dengan nilai eigen dominan. Maka akan diperlihatkan jika x_0 adalah sebarang vektor taknol dalam R^n , maka vektor

$$A^p x_0, \qquad (3.3)$$

biasanya adalah aproksimasi yang baik terhadap vektor eigen dominan apabila exponent p tersebut besar [1,2,7]. Iterasi yang berulang dari persamaan (3.3) dinamakan dengan metode pangkat. Metode pangkat seringkali menghasilkan vektor yang mempunyai komponen-komponen besar, untuk mengatasi permasalahan ini maka vektor eigen aproksimasi tersebut diskalakan ke bawah pada masing-masing langkah sehingga komponennya terletak diantara +1 dan -1. Hal ini dapat dicapai dengan mengalikan vektor eigen aproksimasi dengan kebalikan komponen yang mempunyai nilai mutlak terbesar [2].

3.5 Kuosien Rayleigh

Misalkan Matrik A memiliki nilai eigen λ dan x adalah vektor eigen yang bersesuaian. Jika < , > menyatakan hasil kali dalam Euclids, maka :

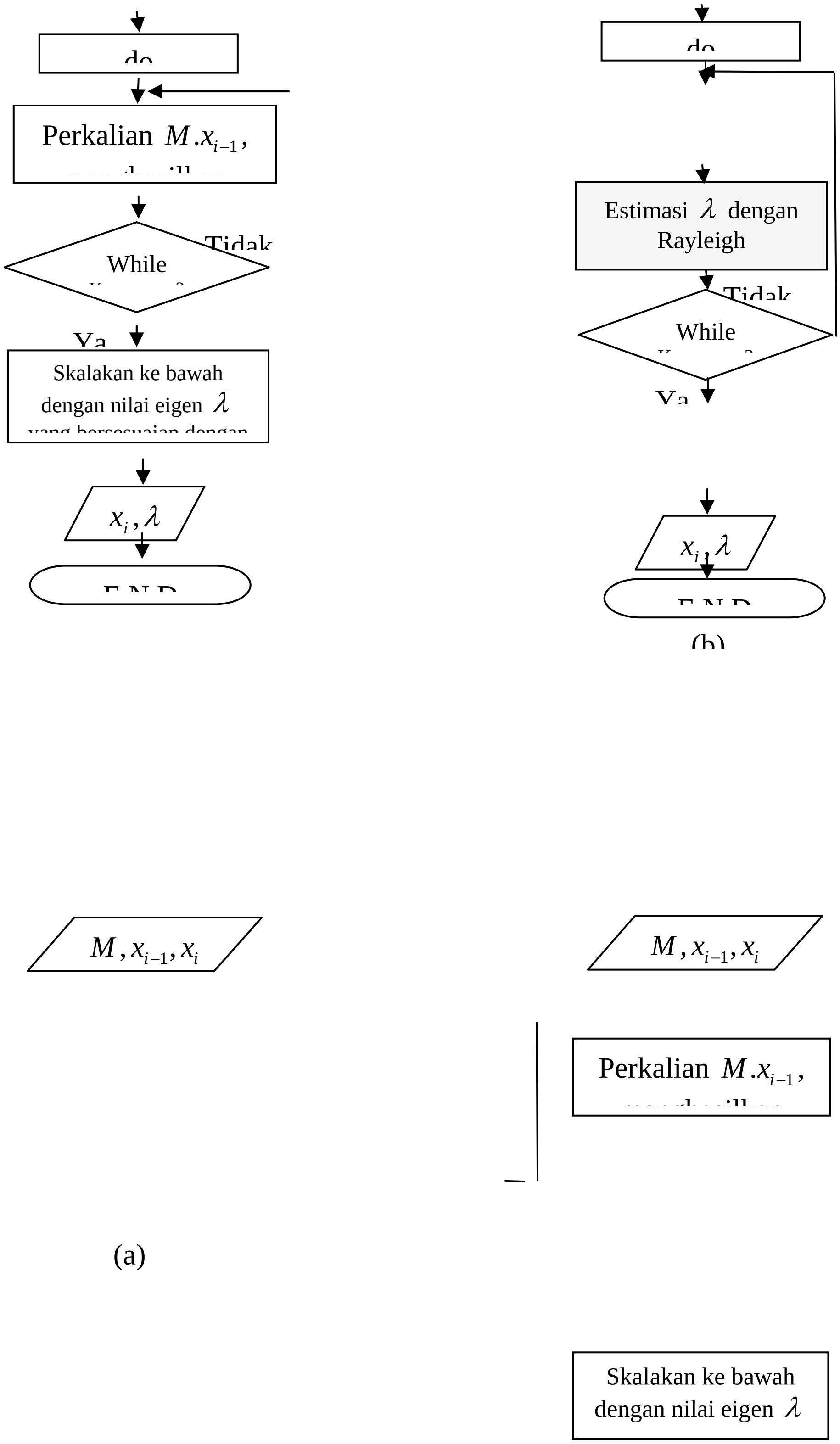
$$\frac{< x, Ax >}{x, x} = \frac{< x, \lambda x >}{< x, x >} = \lambda \frac{< x, x >}{< x, x >} = \lambda$$

Jadi, jika x adalah aproksimasi terhadap nilai eigen dominan, maka nilai eigen dominan λ_1 dapat diaproksimasi oleh

$$\lambda_1 \approx \frac{< \tilde{x}, A\tilde{x} >}{< \tilde{x}, \tilde{x} >}, \qquad (2.10)$$

yang dinamakan ***Kuosien Rayleigh*** [2,4].

4. Metode Penelitian



Gambar 4.1 Flowchart Perhitungan PageRank Google dengan Penelitian

Pada gambar 4.1a [1,3,7], dapat dilihat bahwa iterasi akan berhenti jika nilai eigen akan konvergen pada vektor eigen yang bersesuaian, sedangkan menurut gambar 4.1b dijelaskan bahwa ada penyaringan nilai eigen sehingga nilai eigen hasil kuosien *rayleigh* akan mendekati ke nilai konvergen secara lebih cepat, hal ini juga akan didukung oleh pembuktian matematis dan empiris.

5. Membangun matrik markov

Proses determinasi PageRank dimulai dengan membangun matrik $n \times n$ yang dinamakan "*hyperlink matrix*" A. Dimana n adalah jumlah halaman web (*webpages*). Jika *webpages* i memiliki *link* $l_i \geq 1$ pada *webpages* lain dan *webpages* i memliki *link* ke *webpages* j, maka element pada baris ke i dan kolom ke j dari matrik A adalah $A_{ij} = \frac{1}{l_i}$, sedangkan elemen lainnya $A_{ij} = 0$. Sehingga A_{ij} merepresentasikan *likelihood* bahwa *random surfer* memilih *link* dari *webpage* i ke *webpage* j.

Dalam penelitian ini, matrik markov di dapatkan dari dataset yang diambil dari beberapa peneliti sebelumnya, dimana matrik markov tersebut stokastik dan *irreducible* [1].

6. Estimasi Nilai Eigen dengan Metode Pangkat

Aproksimasi nilai eigen dengan metode pangkat menggunakan iterasi yang sederhana sampai pada sebuah nilai dimana nilai tersebut konvergen. Nilai tersebut selanjutnya dinamakan nilai eigen. Jika diberikan matrik markov

A dari dataset, maka dari persamaan (3.3), dapat dituliskan algoritma perhitungannya sebagai berikut,

Diberikan matrik simetris A

Pilih $x_0 =$ sebarang vektor taknol

For $k = 1,2,...$

$x_k = Ax_{k-1}$ % generate next vector

$x_k = \frac{x_k}{\|x_k\|}$ % normalize

$l_k = \frac{x_k}{\|x_{k-1}\|}$ % estimate eigenvalue

End

Selanjutnya berdasarkan pada persamaan (3.3), algoritma perhitungan nilai eigen dengan metode pangkat diskalakan ke bawah, dengan cara ini, maka urutan $x_0, x_1, x_2,....$ yang aproksimasinya semakin bertambah baik terhadap vektor eigen dominan akan didapatkan [6].

7. Estimasi Nilai Eigen dengan Metode Pangkat dan Kuosien Rayleigh

Untuk setiap matrik simetris A, maka digunakan dugaan sementara terhadap matrik eigen x_0 selanjutnya perhitungan iterasi dilakukan dengan tujuan mendapatkan aproksimasi terhadap vektor eigen yang bersesuaian dengan nilai eigen l. Pada setiap iterasi akan digunakan kuosien *rayleigh* guna mengetahui nilai eigen maksimum, sehingga nilai eigen tersebut konvergen [6].

Pilih toleransi error ε

Diberikan matrik simetris A

Pilih $x_0 =$ sebarang vector taknol

do

$x_k = Ax_{k-1}$ % generate next vector

$x_k = \dfrac{x_k}{\|x_k\|}$ % normalize

$l_k = \dfrac{\|x_k\|}{\|x_{k-1}\|}$ % estimate eigenvalue

end

Error pada kuosien *rayleigh* dapat di analisa,

Berdasarkan pada [8], diketahui : $\mu_r = v^H Av = \sum_1^n \lambda_i |\alpha_i|^2$, diberikan

$(\mu_r - \lambda_1)|\alpha_1|^2 = \sum_2^n \dfrac{|(\lambda_i - \mu_r)|^2 |\alpha_i|^2}{(\lambda_i - \mu_r)^H}$, sehingga

$|\mu_r - \lambda_i| < \sum_2^n \dfrac{|\lambda_i - \mu_r|^2 |\lambda_i|^2}{a}$, atau bisa dinyatakan dalam bentuk,

$|\mu_r - \lambda_i| < \dfrac{\frac{\varepsilon^2}{a}}{1 - \frac{\varepsilon^2}{a^2}}$ yang menunjukkan bahwa jika $a > \varepsilon$ maka kuosien *rayleigh* memiliki *error* sebesar ε^2.

8. Eksperimen

Untuk mengetahui seberapa besar performansi metode yang digunakan, dicoba melakukan beberapa pengujian terhadap beberapa jenis data kemudian membandingkan seberapa jauh akurasi model dalam melakukan perhitungan PageRank. Metode dan Model yang akan diuji performansinya meliputi Model **pertama**: Perhitungan PageRank dengan memakai metode pada gambar 3.1a, **kedua**: Melakukan simulasi pada penggunaan kuosien *rayleigh* dalam metode pangkat yang sudah dibuktikan secara matematis sebelumnya dan untuk menguji efisiensi penggunaan kuosien rayleigh pada metode pangkat dalam mendapatkan nilai eigen dominan. Sedangkan untuk mengetahui perilaku sistem untuk n halaman, maka akan digunakan interpolasi.

8.1 Data Eksperimen

Simulasi ini dilakukan dengan menggunakan dataset yang sudah didapatkan sebelumnya yang memiliki n halaman web.

Tabel 1 : Daftar Dataset untuk Uji Coba

Tahun	$\sum Halaman$ (dalam 10^6)	Alamat dataset
2002	2.3 – 7.6	http://nlp.stanford.edu/
2005	0.3 - 118	http://law.dsi.unimi.it
2006	10 – 150	http://cybermetrics.wlv.ac.uk

8.2 Pelaksanaan Eksperimen

Pelaksanaan eksperimen (uji coba) saat ini tengah dilakukan di laboratorium ITS Surabaya, banyaknya dataset dan dengan komputer standalone menyebabkan perhitungan memakan waktu berhari-hari. Selain itu nantinya akan digunakan interpolasi dengan metode newton maju guna mengetahui perilaku sistem untuk variabel bebas n halaman web. Simulasi dilakukan pada PC Intel P4-3 Giga Quad Core dengan memori 5 GB.

9. Kesimpulan

Ranking merupakan jantung dalam mesin pencari yang akan menghasilkan pencarian yang sangat signifikan. Salah satu ranking terbaik saat ini adalah PageRank yang digunakan mesin pencari Google.

Secara matematis, kuosien rayleigh lebih cepat konvergen pada nilai eigen daripada dengan menggunakan metode pangkat saja, tetapi perlu diteliti lebih lanjut perilaku sistem sehingga secara umum dengan n halaman web akan dijamin bahwa algoritma tersebut berlaku.

Referensi:

[1] Austin, David, How Google Finds Your Needle in the Web's Haystack, *Monthly Essays on Mathematical Topics*, 2006

[2] Anton, Howard, *Aljabar Linear Elementer*, Erlangga, Jakarta, Indonesia, 1987

[3] Brin, Sergey., Page, Lawrence, The Anatomy of Large-Scale Hypertextual Web Search Engine, *Computer Networks,* No. 30 pp.1-7, 1998

[4] Gumerov, Nail, Rayleigh's Quotient, *http://umiacs.umd.edu/~gumerov,* 2003

[5] Internet Survey (2007), *Jupiter Research Brand Search Engine Survey*, Entry from Greg Sterling, greg.sterling@gmail.com

[6] Jacob, Peters Dr., *Engineering Analysis I*, University of Queensland, 2004

[7] Langville, Meyer, A Survey of Eigenvector Methods for Web Information Retrieval, *SIAM Review Vol. 47 No. I pp.135-161,* 2005

[8] Wilkinson, JH, *Algebraic Eigenvalue Problem*, Clarendon Press, Oxford University, Great Britain, 1965

Pendekatan Multidimensional Scaling
Dalam Mengevaluasi Keeratan Hubungan Antar Item Test

Dian Handayani[1] dan Anang Kurnia[2]

[1] Jurusan Matematika, Universitas Negeri Jakarta
Jl. Pemuda No. 10 Rawamangun, Jakarta
e-mail : dian99163@yahoo.com

[2] Departemen Statistika, Institut Pertanian Bogor
Jl. Meranti Wing 22 Level 4, Kampus IPB Darmaga, Bogor
e-mail : anangk@ipb.ac.id

Abstrak

Dalam melakukan suatu pengukuran terutama aspek psikologi seperti sikap, kecerdasan, dan pemahaman seseorang sering terkendala oleh keterandalan alat ukur itu sendiri. Beberapa ahli dalam psikometrik mengajukan setidaknya alat ukur bersifat tidak berbias. Salah satu faktor yang memungkinkan untuk terjadi bias hasil pengukuran adalah besarnya korelasi antar item test. Oleh karena itu, diperlukan suatu pendekatan untuk mengevaluasi bank item test sehingga bisa disusun suatu perangkat test yang terdiri dari item-item test yang relatif tidak memiliki pola hubungan yang erat. Dalam paper ini dikaji pendekatan teknik *multidimensional scaling* untuk digunakan dalam evaluasi item test dengan memanfaatkan kemampuannya dalam menggambarkan posisi relatif antar item test secara bersama-sama.

Kata kunci : *item response theory* , *multidimensional scaling*

PENDAHULUAN

Dalam melakukan suatu pengukuran diperlukan suatu alat ukur yang valid dan terandal sehingga diperoleh hasil pengukuran yang mampu menggambarkan kondisi sebenarnya dari suatu objek yang diukur. Namun demikian, tidak ada alat ukur yang sempurna, terlebih dalam pengukuran aspek psikologi seperti sikap, kecerdasan, dan pemahaman seseorang.

Untuk mengatasi kondisi tersebut, beberapa ahli mengajukan suatu batasan yaitu jika kesalahan pengukuran yang terjadi dalam mempengaruhi ketepatan hasil pengukuran adalah sama untuk kelompok yang berbeda, maka alat ukur

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

tersebut dikatakan tidak berbias. Salah satu faktor yang memungkinkan untuk terjadi bias hasil pengukuran, adalah jika antar item test memiliki korelasi yang tinggi sehingga seorang peserta test dalam mengerjakan item test tertentu relatif akan dipengaruhi oleh kemampuannya menyelesaikan item test yang lainnya.

Sebagai ilustrasi, jika seluruh item test memiliki keterkaitan satu sama lain yang kuat, maka seorang peserta test jika mampu menyelesaikan salah satu diantara item test yang diberikan, dia relatif akan mampu untuk mengerjakan seluruh item test. Akan tetapi sebaliknya, jika seorang peserta test tidak mampu untuk mengerjakan suatu item test yang diberikan, maka dia relatif tidak akan mampu untuk mengerjakan seluruh item test dengan baik.

Oleh karena itu maka diperlukan suatu pendekatan untuk mengevaluasi bank item test sehingga bisa disusun suatu perangkat test yang terdiri dari item-item test yang relatif tidak memilki pola hubungan yang erat. Salah satu metode yang mampu untuk menggambarkan posisi relatif antar item test secara bersama-sama adalah teknik multidimensional scaling.

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk memperoleh gambaran pola dan keeratan hubungan atar item test, sehingga mampu menjadi rekomendasi dalam pemilihan item test dalam penyusunan perangkat test yang baik.

REVIEW MULTIDIMENSIONAL SCALING

Penskalaan dimensi ganda (multidimensional scaling)/MDS adalah teknik yang populer untuk digunakan dalam analisis peubah ganda. Teknik ini adalah satu set metode analisa data yang digunakan untuk memetakan atau mencari konfigurasi sejumlah objek dalam ruang berdimensi rendah berdasarkan ukuran kesamaan (similiarity) maupun perbedaan (dissimilarity) antar stimuli atau objek yang diteliti. Objek yang saling berdekatan dalam konfigurasi menunjukkan bahwa objek-objek tersebut relatif sama satu sama lain (Wickelmaier, 2003).

Upaya yang dilakukan untuk mendapatkan konfigurasi objek dalam ruang berdimensi rendah tersebut, dilakukan dengan cara mentransformasikan ukuran kedekatan (matriks proksimitas) yang diketahui menjadi suatu bentuk koordinat-koordinat dalam suatu konfigurasi spasial yang menunjukkan posisi masing-masing objek serta masih menyimpan ukuran kemiripan atau ketakmiripannya.

Penskalaan dimensi ganda mempunyai beberapa tipe spesifik, penggolongan berdasarkan skala data membagi penskalaan dimensi ganda menjadi metrik MDS jika data bersifat kuantitatif dan dan non metrik MDS jika data bersifat kualitatif. Pada non metrik MDS konfigurasi objek dibangun hanya berdasarkan informasi urutan (ordinal) data yang terkandung dalam matriks kedekatan antar objek (proksimitas).

Langkah-langkah dalam mencari koordinat konfigurasi penskalaan dimensi ganda, dalam Wickelmaier (2003) diringkas sebagai berikut:

1. Hitung kuadrat matriks proximitas $P^{(2)}=[p^2]$.
2. Hitung

   $$B= -\frac{1}{2}JP^{(2)}J$$

   dengan matriks $J = I - n^{-1}11'$ dan n adalah banyaknya objek.
3. Lakukan penguraian nilai singular untuk mendapatkan m akar ciri terbesar dan vektor ciri yang berpadanan dengannya.
4. Konfigurasi m dimensi dari penskalaan dimensi ganda dari n objek dibangun dari koordinat matriks $X = E_m\Lambda_m^{1/2}$, dengan E_m adalah matriks vektor ciri dan Λ_m adalah diagonal matriks akar ciri yang dipilih dari matriks B.

Konfigurasi yang diperoleh akan memberikan posisi masing-masing objek dalam ruang berdimensi m (2 atau 3 sesuai banyaknya akar ciri yang dipilih).

Tahapan yang biasanya dilakukan setelah penentuan dimensi konfigurasi yang diinginkan adalah sebagai berikut :

1. Dari koordinat konfigurasi yang sudah terbentuk hitung jarak Euclid antar objek, katakanlah δ_{ij} sebagai jarak Euclid antara objek ke-i dan objek ke-j.

   $$\delta_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$$

2. Lakukan regresi (kuadrat terkecil) monotonik p_{ij} (ukuran kedekatan antara objek ke-i dan objek ke-j) terhadap δ_{ij}, misalnya regresi linier sederhana $\delta_{ij} = \alpha + \beta p_{ij} + \varepsilon$. Regresi monotonik dalam masalah ini memberi kendala bahwa

jika p_{ij} naik maka δ_{ij} juga akan naik atau tetap. Hasil dugaan yang diperoleh yaitu $\hat{\delta}_{ij} = \hat{\alpha} + \hat{\beta} p_{ij}$.

3. Hitung nilai STRESS, yaitu

$$\textbf{STRESS}=\sqrt{\frac{\sum\sum_{i<j}\left(\delta_{ij}-\hat{\delta}_{ij}\right)^2}{\sum\sum_{i<j}\delta^2{}_{ij}}}$$

   yang merupakan ukuran kesesuaian antara konfigurasi yang ada dengan ukuran kedekatan yang diinginkan.

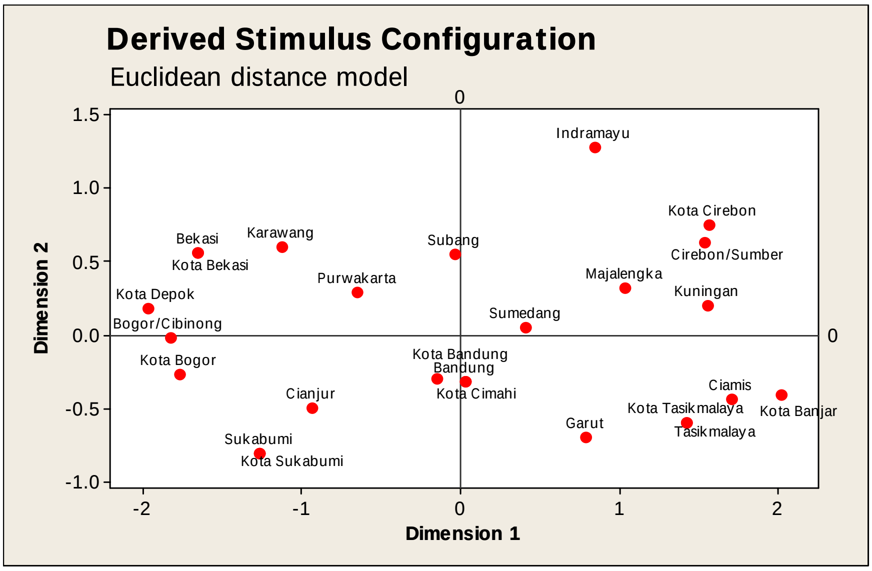
4. Untuk mengurangi nilai *stress* (bila masih mungkin), sesuaikan konfigurasi objek dan kembali ke tahap 2.

Dari hasil studi empiriknya, Kruskal (1964) dalam Johnson & Wichern (1998) memberikan petunjuk praktis tentang kesesuaian penskalaan ordinal dikaitkan dengan nilai *STRESS*, yaitu seperti pada Tabel 1. Sedangkan Gambar 1 menyajikan contoh apliksi konfigurasi geografis kabupaten/kota di Propinsi Jawa Barat menurut jarak geografisnya.

Tabel 1. Kesesuaian penskalaan berdasarkan nilai *Stress*

Stress	Kesesuaian
>20%	Buruk
10% - 20%	Cukup
5% - 10%	Bagus
2.5% - 5%	Sangat Bagus
<2.5%	Sempurna

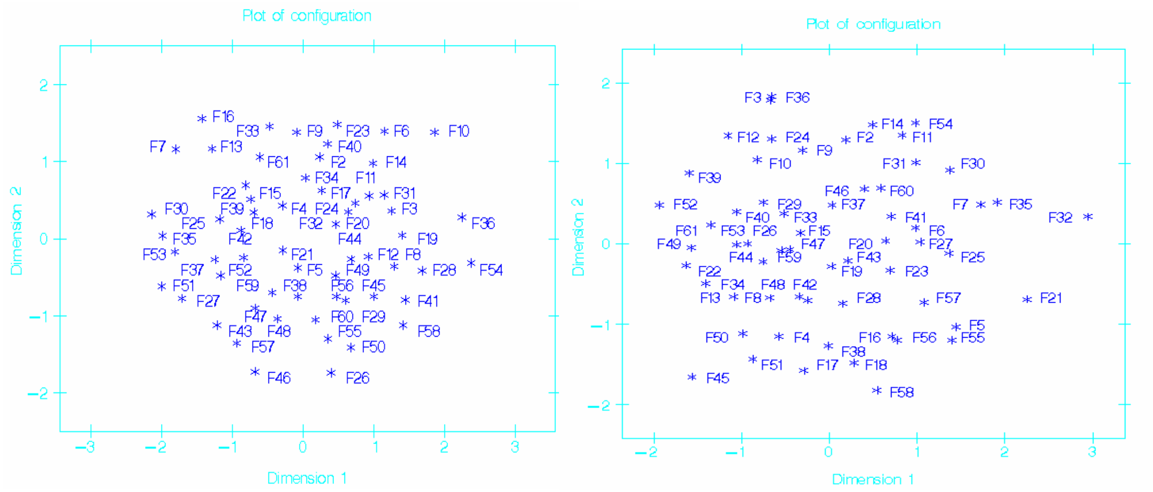
Sebagai ilustrasi pemanfaatan MDS, Gambar 1 menyajikan konfigurasi (peta) Kabupaten/Kota di Jawa Barat. Berdasarkan gambar tersebut, dapat diperlihatkan keakuratan konfigurasi yang dihasilkan oleh MDS cukup baik dalam menggambarkan posisi relatif kabupaten/kota di Jawa Barat.



Gambar 1. Konfigurasi kabupaten/kota di Jawa Barat berdasarkan jarak geografis

HASIL DAN PEMBAHASAN

Data pada contoh penerapan diambil dari Supriyati (2003). Responden adalah siswa SLTP kelas 3 tahun ajaran 2000/2001. Penelitian dilakukan pada catur wulan tiga, bulan April 2001 dengan menggunakan perangkat tes EBTANAS bidang IPA tahun 1999/2000 yang dimodifikasi sesuai dengan desain perangkat tes ketiga, yaitu dengan memasukkan *anchor item*. Jumlah item tes 60 dengan 18 item sebagai *anchor*. Banyaknya responden untuk perangkat tes X:Z adalah 481 siswa dari SLTPN 216, SLTPN 79, SLTPN 1, dan SLTP Penabur V. Sedangkan banyaknya responden untuk perangkat tes Y:Z adalah 498 siswa dari SLTPN 71, SLTPN 202, SLTP 93, dan SLTP Penabur I. Item F44-F61 merupakan item test yang sama pada kedua perangkat test.



2(a) **2(b)**

Gambar 2. Plot Item test : a) Kelas X:Z, b) Kelas Y:Z

Berdasarkan Gambar 2, ada beberapa hal yang bisa diambil kesimpulan:

1. Anchor item, yang biasanya digunakan dalam equity, dalam dua kelompok responden yang dicobakan memiliki posisi relatif tersebar dalam plot MDS. Hal ini memberikan indikasi bahwa pemilihan anchor item cukup mewakili tingkat kesulitan item test. Lebih detail pembahasan tentang tingkat kesulitan ini bisa dilihat pada Hambleton dan Rogers (1991) maupun aplikasinya pada Handayani dan Kurnia (2007).
2. Pola penyebaran item test relatif tidak teratur pada kedua gambar tersebut, mengindikasikan cukup besar DIFF yang terjadi pada item-item test tersebut.

DAFTAR PUSTAKA

Dillon, W. R, Goldstein, M. 1984. *Multivariate Analysis, Method and Applications*. John Whiley & Son. New York.

Hambleton, R.K., Swaminathan, H. and Rogers, H.J. 1991. Fundamentals of item response theory. Newbury Park, CA:Sage.

Johnson, R. A & Wichren, D. W. 1998. *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Person Education International.

Supriyati, Y. 2003. Pengaruh proporsi anchor items terhadap kestabilan koefisien penyetaraan sekor pada evaluasi belajar. Disertasi Program Pascasarja Universitas Negeri Jakarta.

Wickelmaier, F. 2003. *An Introduction to MDS*. Denmark. http:/www.acoustics.aau.dk/fw/mds03.pdf . [9 Oktober 2005]

Diskretisasi Data Kredit Konsumtif Menggunakan Metode *Entropy-Based Discretization* dan *Chi-square*

Bagus Sartono, Aji H. Wigena, Bayu Alfiansyah
Departemen Statistika, Institut Pertanian Bogor, Bogor

ABSTRAK

Masalah yang sering muncul pada data-data yang besar (database perusahaan) ialah terkadang sangat rentan terhadap *noise*, *missing value*, *outlier*, dan tidak konsisten. Salah satu cara adalah melakukan *pre-processing data* dengan melakukan diskretisasi atau biasa disebut *binning.* Hasil diskretisasi peubah menggunakan *entropy-based discretization* dan *chi-square* bisa sangat berbeda. Secara umum, untuk data kredit konsumtif di paper ini kategori yang didapatkan dari metode entropi lebih banyak daripada metode *chi-square*. Nilai indeks asosiasi *Uncertainty coefficient* (UC) yang merepresentasikan keeratan hubungan peubah target dan intrepetasinya hanya berlaku pada data yang digunakan. Dari hasil perbandingan tersebut metode entropi lebih sesuai dipakai pada peubah numerik sedangkan *chi-square* pada peubah kategorik. Tidak ada metode diskretisasi terbaik sehingga diperlukan pemahaman mendalam terhadap data yang dihadapi sehingga bisa didapatkan metode diskretisasi yang sesuai.

Kata kunci: *discretization, entropy-based discretization, chi-square discretization*

PENDAHULUAN

Credit scoring model telah banyak digunakan oleh berbagai organisasi finansial seperti bank dan penyedia jasa kredit sebagai alat yang efisien dan memberikan profit. *Credit scoring* adalah sistem yang dipakai kreditor sebagai alat bantu menentukan apakah akan memberi kredit seseorang atau tidak (*Federal Trade Commission*, 2006). Masalah yang biasa muncul ialah pada data-data yang besar terkadang sangat rentan terhadap *noise*, *missing value*, *outlier*, dan tidak konsisten (Kantardzic, 2003).

Pre-processing data diperlukan terhadap data tersebut sebelum dilakukan analisis lebih lanjut, misalnya untuk membangun *Credit scoring model*. Salah satu cara dalam *pre-processing* adalah melakukan diskretisasi data atau *binning*. *Binning* memetakan nilai-nilai sebuah peubah ke dalam satu set bin. Sebuah *bin* bisa terdiri dari satu nilai saja, suatu set nilai yang terbatas, selang kontinu, sebuah *missing value*, atau bahkan nilai yang tidak ada sebelumnya (*Fair Issac White Paper*, 2004). Paper ini bertujuan membandingkan metode *entropy based*

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

discretization dengan *chi-square discretization* dari beberapa metode diskretisasi yang ada pada data kredit konsumtif sebuah bank.

TINJAUAN PUSTAKA

Diskretisasi *(binning)*

Proses diskretisasi merupakan proses transformasi data kuantitatif kedalam data kualitatif. Teknik ini digunakan untuk mereduksi jumlah nilai suatu attribut yang berskala kontinu dengan membagi suatu barisan (*range*) nilai attribut ke dalam selang-selang nilai. Label selang nantinya digunakan untuk menggantikan nilai data aktual.

Supervised Methods dan *Unsupervised Methods*

Metode diskretisasi dibagi kedalam *supervised* dan *unsupervised discretization methods*.. *Supervised methods* atau *class dependent*, hanya bisa membagi data yang terbagi dalam kelas-kelas (Jiawei dan Micheline, 2001). Metode ini meggunakan informasi kelas untuk memilih nilai *cut points* da;am proses diskretisasinya. Contoh metode supervised antara lain : 1RD, *ChiMerge, entropy-based discretization*, C4.5*, vector quantization*, dsb.

Unsupervised methods atau *class independent*, tidak menggunakan informasi kelas. Hal tersebut mengakibatkan informasi kelas akan hilang selama melakukan binning dikarenakan kombinasi nilai yang mungkin berhubungan erat dengan kelas yang berbeda dalam satu bin. Contoh metode unsupervised antara lain : *equal width interval, equal frequency interval, unsupervised MCC*.

Entropy-Based Discretization

Entropy-based discretization merupakan salah satu metode *splitting* berdasarkan kriteria. Metode ini menggunakan entropi sebagai bagian dari proses pemisahan interval data kontinu. Entropi merupakan ukuran informasi bagi interval data tertentu yang dibagi. Metode *entropy-based discretization* adalah sebagai berikut :

1. Setiap nilai tengah antara dua nilai data dalam atribut dipertimbangkan sebagai batas interval potensial (T). Yang nantinya nilai T akan membagi interval S (banyaknya observasi sebelum dipisah) menjadi dua yaitu S_1 (subselang kiri) dan S_2 (subselang kanan).
2. Nilai batas interval T dipilih yang memiliki nilai *entropy* minimum dimana:

   $$E(S,T)=\frac{|S_1|}{|S|}Ent(S_1)+\frac{|S_2|}{|S|}Ent(S_2),$$

   atau yang memiliki nilai *information gain of the split,* maksimum atau yang terbesar:

   $$Gain(S,T)=Ent(S)-E(S,T)$$

   Entropy S_k didefinisikan sebagai berikut : $Ent(S_k)=-\sum_{i=1}^{m}p_i\log_2(p_i),$

   P_i = peluang kelas i dalam S_k.
3. Proses penentuan nilai batas interval dilakukan secara rekursif ke setiap partisi yang mungkin diperoleh. Sampai kriteria tertentu terpenuhi.

Chi-square

Chi- Square adalah salah satu algoritma diskretisasi yang menganalisa kualitas beberapa interval berdasarkan statistik χ^2. Statistik χ^2 menguji hipotesis apakah dua atribut diskret saling bebas secara statistik. Untuk dua interval yang berdekatan, jika uji-χ^2 menyatakan kelas saling bebas dalam interval, maka interval tersebut tetap dijadikan satu, jika sebaliknya maka perbedaan frekuensi relatif dalam kelas tersebut signifikan secara statistik sehingga dua interval tersebut dipisah.

χ^2 tes atau tabel kontingensi biasa digunakan untuk menguji kebebasan antara dua interval yang berdekatan.

$$\chi^2=\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{k}\frac{(A_{ij}-E_{ij})^2}{E_{ij}}$$

k = jumlah kelas

A_{ij} = jumlah data aktual interval ke-i, kelas ke-j

E_{ij} = frekuensi harapan A_{ij}

= $(R_i.C_j)/N$

R_i = jumlah data aktual interval ke-i

C_j = jumlah data aktual kelas ke-j

N = total data aktual

Metode Penelitian

Bahan paper yang digunakan merupakan data kredit konsumtif dari sebuah Bank sebanyak 1000 observasi. Dengan peubah yang diamati: *DSR* (rasio antara hutang dan pendapatan), *Gross annual income* (pendapatan pertahun), *Number of dependants* (banyaknya tanggungan), *Residence status* (status kepemilikan rumah), dan *Job code* (kode pekerjaan). Sedangkan peubah responnya (Y) atau target adalah status kolektibilitas nasabah berupa status *Good* dan *Bad*.

Langkah–langkah metode :

1. Melakukan transformasi atau *binning* terhadap peubah *Dsr*, *Gross annual income*, *Number of dependants*, *Residence status*, dan *Job code* menggunakan dua metode diskretisasi yaitu entropi dan *chi-square* (dengan $\alpha = 0.2$).
2. Membandingkan hasil *binning* atau diskretisasi yang didapatkan dengan menggunakan indeks assosiasi *uncertainty coefficient* terhadap kolektibilitas atau target.

Hasil dan Pembahasan

Hasil yang diperoleh dari metode diskretisasi menggunakan entropi dengan *chi-square* bisa sangat berbeda jumlah kategori yang didapat, serta titik potong yang terpilih bagi peubah berskala numerik bisa berbeda meski peubahnya terkategori kedalam jumlah bin yang sama. Berikut merupakan hasil diskretisasi pada setiap peubah.

Tabel 1. Diskretisasi peubah numerik *DSR* dan *gross annual income*.

Bin	*DSR*		*Gross annual income*	
	Metode		Metode	
	Entropi	*Chi-square*	Entropi	*Chi-square*
1	(INF,12.9%)	(INF,19.7%]	(INF, 49831410)	(INF, 37252650)
2	(12.9%,17.0%)	(19.7%,38.0%)	(49831410, 57627954)	(37252650, 50975238)
3	(17.0%, 18.2%)	(38.0%,39.3%)	(57627954, 72368232)	(50975238, 60048000)
4	(18.2%,19.7%)	(39.3%,INF)	(72368232, INF)	(60048000,INF)
5	(19.7%, 21.0%)			
6	(21.0%, 38.0%)			
7	(38.0%, 39.3%)			
8	(39.3%,INF)			

Tabel 2. Diskretisasi peubah *number of dependants*

Bin	*Number of dependants*		*Residence status*	
	Metode		Metode	
	Entropi	*Chi-square*	Entropi	*Chi-square*
1	1	1 , 2	*Rented*	*Rented, Parents*
2	2	0 , 3 , 4 , 5 , 6, 7, 8	*Parents*	*Own, Others, Institution, Credit.*
3	0 , 3		*Own*	
4	4		*Others*	
5	5, 6, 7, 8		*Institution*	
6			*Credit*	

Tabel 3. Diskretisasi peubah *job code*.

	Metode entropi	Metode *chi-square*
No	Kategori	Kategori
1	Notaris, Peg. Yayasan	Notaris, Peg. Yayasan
2	Pegawai Swasta	Pegawai Swasta
3	Guru /Dosen, Peg. BUMN/BUMD	Guru /Dosen, Peg. BUMN/BUMD, PNS
4	Pegawai Negeri Sipil	Akuntan, Paramedis, Dokter,

		Profesional, *Employee*, Pejabat Negara, Wiraswasta
5	Akuntan, Paramedis, Dokter, Profesional, *Employee*, Pejabat Negara, Wiraswasta	

Secara umum, untuk data kredit konsumtif ini kategori yang didapatkan dari metode entropi, lebih banyak daripada metode *chi-square*. Untuk melihat keeratan hubungan antara peubah terdiskretisasi dengan peubah target atau status kolektibilitas, dilakukan perhitungan indeks asosiasi. Nilai indeks yang dijadikan sebagai kriteria adalah *uncertainty coefficient* (UC).

Tabel 4. Indeks asosiasi yang didapatkan setiap peubah pada masing-masing metode diskretisasi.

Peubah	Metode	UC
DSR	Entropi	0.0101
	Chi-square	0.009
Gross Annual income	Entropi	0.0148
	Chi-square	0.0135
Number of dependants	Entropi	0.0017
	Chi-square	0.0019
Residence status	Entropi	0.0028
	Chi-square	0.0031
Job code	Entropi	0.0176
	Chi-square	0.0184

Tabel 5. Urutan peubah terpilih dengan metode diskretisasi berdasarkan nilai UC.

Peubah	metode	UC
Job code	*Chi-square*	0.0184
Gross Annual income	Entropi	0.0148
DSR	Entropi	0.0101
Residence status	*Chi-square*	0.0031
Number of dependants	*Chi-square*	0.0019

Pada tabel 5, terlihat dengan jelas peubah hasil diskretisasi yang terpilih berdasarkan tingkat keeratan hubungannya dengan target. Peubah *job code* atau jenis pekerjaan lebih erat hubungannya dengan status kolektibilitas nasabah, diikuti *gross annual income* dan *DSR*. Sedangkan *residence status* dan *number of dependants*, memiliki keeratan hubungan yang kecil dengan target.

Simpulan dan Saran

Hasil diskretisasi peubah menggunakan *entropy* dan *chi-square* bisa sangat berbeda. Algoritma keduanya mampu memilah selang nilai peubah numerik kedalam beberapa subselang, dan menggabungkan antar kategori bagi peubah kategorik. Isu yang muncul dari proses diskretisasi ini adalah ukuran selang atau interval hasil diskretisasi. Jika selang terlalu kecil, mungkin hasil yang didapatkan tidak mendukung kejadian yang sesungguhnya. Sedangkan jika terlalu lebar, mungkin akan mengurangi tingkat kepercayaan. Selain itu hasil yang didapatkan sangat bergantung terhadap koleksi data yang ada. Semakin banyak data yang digunakan maka hasil diskretisasi yang didapatkan akan mendekati keadaan yang sesungguhnya. Secara umum, untuk data kredit konsumtif dalam paper ini kategori yang didapatkan dari metode entropi, lebih banyak daripada metode *chi-square*, dan metode entropi lebih sesuai dipakai pada peubah numerik sedangkan *chi-square* pada peubah kategorik.

Tingkat keeratan hubungan antara peubah terdiskretisasi dengan target yang tercermin dari nilai UC. Nilai indeks UC merepresentasikan keeratan hubungan peubah target dan hanya berlaku pada data yang digunakan. Dari hasil perbandingan tersebut, meingindikasikan bahwa tidak ada metode yang satu lebih baik daripada yang lain. Penarikan kesimpulan bisa berbeda tergantung pada data yang dihadapi. Sehingga diperlukan pemahaman mendalam terhadap data sehingga didapatkan metode diskretisasi yang sesuai.

DAFTAR PUSTAKA

Mays, Elizabeth.2003.*The Role Of Credit Scores In Consumer Lending.*_.

Han, Jiawei and Kember, Micheline. 2001. *Data Mining : Concepts And Techniques.* Academic Press. San Diego

Kantardzic, Mehmed. 2003. *Data Mining : Concepts, Models, Methods, And Algorithms*. IEEE and Wiley Inter-Science. New York.

Hosmer, D.W. Jr. and Lemeshow, Stanley. 1989. *Applied Logistic Regression*. John Wiley & Sons. New York.

A Fair Isaac White Paper.2004.*Technology Guide To The Scorecard Module.*

http://www.fairisaac.com/ [22 Juni 2007]

Pelabelan Total Super (A,D) Sisi Anti Ajaib Dan (A,D) Sisi Anti Ajaib Dari Np_3

Dasa Ismaimuza
FKIP Universitas Tadulako Palu Sulawesi Tengah

Abstract

Misalkan G adalah suatu graph dengan banyaknya titik dan sisi adalah p dan q. Graph G dikatakan pelabelan *(a,d) total sisi anti ajaib* jika ada bilangan bulat a >0, d ≥0, dan fungsi bijektif $g : V(G) \cup E(G) \rightarrow \{1, 2,\ldots,p + q\}$ sedemikian hingga himpunan berat sisi nya adalah $W = \{w (xy) \mid xy \in E\} = \{a, a + d,\ldots, (q -1) d\}$.Pelabelan (a,d)total sisi anti ajaib G disebut *pelabelan super (a,d)total sisi anti ajaib* jika $g(V(G)) = \{1, 2,\ldots,|V(G)|\}$ and
$g(E(G)) = \{|V(G)| + 1, |V(G)| + 2 ,\ldots, |V(G)| + |E(G)|\}$. Disini akan dibahas bagaimana mengkonstruksi pelabelan super total sisi anti ajaib dan pelabelan total sisi anti ajaib dari graph nP_3.

Kata-kata kunci : pelabelan super (a,d)total sisi anti ajaib , pelabelan (a,d)total sisi anti ajaib,himpunan berat sisi,lintasan, graph.

I. Pendahuluan

Dalam makalah ini kita hanya akan memperhatikan graph yang tidak mempunyai gelang dan sisi rangkap. Bila diberikan graph G, maka V (G) dan E (G) adalah himpunan titik-titik dan himpunan sisi-sisi, dimana banyaknya titiknya adalah p dan banyak sisinya q. Graph P_n adalah graph yang berbentuk lintasan dengan n titik. Sedangkan nP_3 adalah graph P_3 yang terdiri dari n buah. Teori graph yang menyangkut ini dapat dilihat pada [3].

Berat sisi dari sisi xy adalah jumlah titik x dan titik y serta sisi yang menghubungkan langsung titik x dan titik y.

Pelabelan (a,d) total sisi anti ajaib G adalah pemetaan satu-satu dan pada dari $V(G) \cup E(G)$ ke $\{1, 2,\ldots, |V(G)| + |E(G)|\}$ sedemikian hingga himpunan berat sisi dari semua sisinya adalah $\{a, a + d,\ldots,a + (|E(G)| -1) d\}$, a >0, d ≥0,atau himpunan berat sisinya adalah $W = \{w (xy) \mid xy \in E\} = \{a, a + d,\ldots, a + (q -1) d\}$.

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

Pelabelan (a,d) total sisi anti ajaib G disebut pelabelan super (a,d) total sisi anti ajaib G jika $g(V(G)) = \{1, 2, \ldots, |V(G)|\}$ and $g(E(G)) = \{|V(G)| + 1, |V(G)| + 2, \ldots, |V(G)| + |E(G)|\}$

Graph G disebut super (a,d) total sisi anti ajaib atau (a,d) total sisi anti ajaib jika ada pelabelan super (a,d) total sisi anti ajaib atau ada pelabelan (a,d) total sisi anti ajaib dari graph G.

Definisi dari Pelabelan (a,d) total sisi anti ajaib dari graph G dapat dilihat pada[5].R. Simanjuntak [5] memperkenalkan pelabelan super (a,d) total sisi anti ajaib dengan menambahkan sifat bahwa semua titik pada graph G memperoleh pelabelan terkecil yaitu $\{1, 2, \ldots, p\}$.

Pelabelan ini merupakan perluasan dari pelabelan total sisi ajaib yang ditemukan oleh Kotzig and A. Rosa [4],dan pelabelan total super sisi ajaib yang dikembangkan oleh Enomoto [1].

Pelabelan total super ajaib dari graph nP_3 telah dibahas oleh Baskoro and Ngurah [2]. Pada makalah ini akan dibahas **bagaimana mengkonstruksi pelabelan total super anti ajaib dan pelabelan total super ajaib dari graph nP_3** .

II. Hasil

Disini kita hanya akan membahas pelabelan total super anti ajaib dan pelabelan total super ajaib dari graph nP_3 . nP_3 merupakan gabungan dari n buah P_3.

Kita notasikan bahwa $V(nP_3) = \{v_i^1, v_i^2, v_n^{3,} : 1 \le i \le n\}$

$E(nP_3) = \{e_i^1, e_j^2 : 1 \le i \le n\}$

dimana

$e_i^1 = v_i^1 v_i^2 \qquad 1 \le i \le n$

$e_i^2 = v_i^2, v_i^3 \qquad 1 \le i \le n$

Teorema 1. Graph nP_3 $n \ge 2$ mempunyai pelabelan total super $(6n + 1, 1)$ sisi anti ajaib

Bukti: Kita labelkan titik-titik dan sisi-sisi pada graph nP_3 dengan cara berikut

$\lambda(v_i^1) = i \qquad 1 \le i \le n$

$\lambda(v_i^2) = i + n \qquad 1 \le i \le n$

$\lambda(v_i^3) = 2n + i \qquad 1 \le i \le n$

$\lambda(e_i^1) = 5n - i + 1 \qquad 1 \le i \le n$

$\lambda(e_i^2) = 4n - i + 1 \qquad 1 \le i \le n$

Jelas , untuk semua $1 \le i \le n$

$W_i^1 = \lambda(v_i^1) + \lambda(e_i^1) + \lambda(v_i^2)$

$= 6n + i + 1 \qquad 1 \le i \le n$

$W_i^2 = \lambda(v_i^2) + \lambda(e_i^2) + \lambda(v_i^3)$

$= 7n + i + 1 \qquad 1 \le i \le n$

Sehingga didapat himpunan berat sisinya adalah

$W = \{ W_i^1 \cup W_i^2 , 1 \le i \le n \}$.

Sehingga didapat $a = 6n + 2$ and $d = 1$

Teorema 2 . Graph nP_3 $n \ge 2$ mempunyai pelabelan total super $(4n + 3, 3)$ sisi anti ajaib

Bukti: Kita labelkan titik-titik dan sisi-sisi pada graph nP_3 dengan cara berikut

$\lambda(v_i^1) = i \qquad 1 \le i \le n$

$\lambda(v_i^2) = n + i \qquad 1 \le i \le n$

$\lambda(v_i^3) = 2n + i \qquad 1 \le i \le n$

$\lambda(e_i^1) = 3n + i \qquad 1 \le i \le n$

$\lambda(e_i^2) = 4n + i \qquad 1 \le i \le n$

Jelas bahwa ,untuk setiap $1 \le i \le n$

$W_i^1 = \lambda(v_i^1) + \lambda(e_i^1) + \lambda(v_i^2)$

$= 4n + 3i \qquad 1 \le i \le n$

$W_i^2 = \lambda(v_i^2) + \lambda(e_i^2) + \lambda(v_i^3)$

$= 7n + 3\,i \qquad 1 \le i \le n$

Sehingga didapat himpunan berat sisinya adalah

$W = \{ W_i^1 \cup W_i^2 \;, 1 \le i \le n \}$.

Sehingga didapat $a = 4n + 3$ and $d = 3$

Teorema 3 . Graph nP_3 $n \ge 2$ mempunyai pelabelan total $(5n + 3, 3)$ sisi anti ajaib

Bukti: Kita labelkan titik-titik dan sisi-sisi pada graph nP_3 dengan cara berikut

$\lambda(v_i^1) = 2n + i \qquad 1 \le i \le n$

$\lambda(v_i^2) = 3n + i \qquad 1 \le i \le n$

$\lambda(v_i^3) = 4n + i \qquad 1 \le i \le n$

$\lambda(e_i^1) = i \qquad 1 \le i \le n$

$\lambda(e_i^2) = n + i \qquad 1 \le i \le n$

Jelas bahwa ,untuk setiap $1 \le i \le n$

$W_i^1 = \lambda(v_i^1) + \lambda(e_i^1) + \lambda(v_i^2)$

$= 5n + 3i \qquad 1 \le i \le n$

$W_i^2 = \lambda(v_i^2) + \lambda(e_i^2) + \lambda(v_i^3)$

$= 8n + 3i \qquad 1 \le i \le n$

Sehingga didapat himpunan berat sisinya adalah

$W = \{ W_i^1 \cup W_i^2 \;, 1 \le i \le n \}$.

Maka diperoleh $a = 5n + 3$ and $d = 3$

Theorem 4 . Graph nP_3 $n \ge 2$ mempunyai pelabelan total $(7n + 2, 1)$ sisi anti ajaib

Bukti: Kita labelkan titik-titik dan sisi-sisi pada graph nP_3 dengan cara berikut

$\lambda(v_i^1) = 2n + i \qquad 1 \le i \le n$

$\lambda(v_i^2) = 3n + i \qquad 1 \le i \le n$

$\lambda(v_i^3) = 4n + i \qquad 1 \le i \le n$

$\lambda(e_i^1) = 2n - i + i \qquad 1 \le i \le n$

$\lambda(e_i^2) = n - i + i \qquad 1 \le i \le n$

Jelas bahwa ,untuk setiap $1 \le i \le n$

$W_i^1 = \lambda(v_i^1) + \lambda(e_i^1) + \lambda(v_i^2)$

$\quad = 7n + i + 1 \qquad 1 \le i \le n$

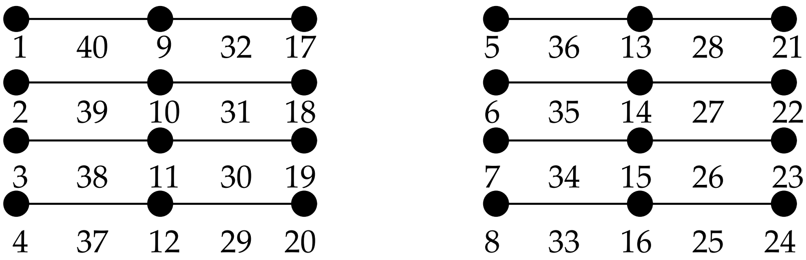
$W_i^2 = \lambda(v_i^2) + \lambda(e_i^2) + \lambda(v_i^3)$

$\quad = 8n + i + 1 \qquad 1 \le i \le n$

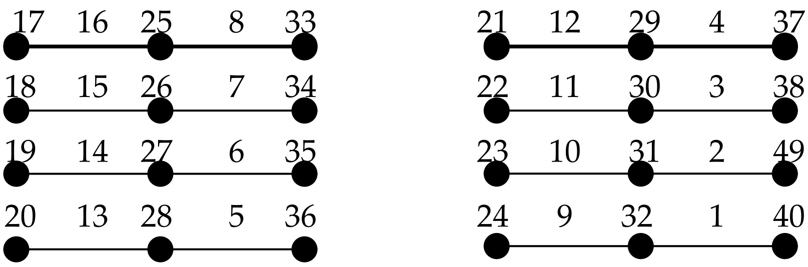
Sehingga didapat himpunan berat sisinya adalah

$W = \{ W_i^1 \cup W_i^2 \ , 1 \le i \le n \}$.

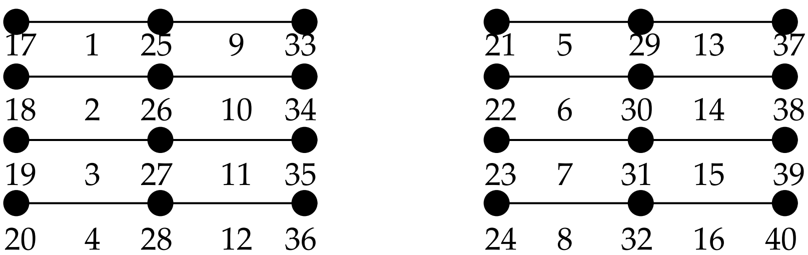
Maka diperoleh $a = 7n + 2$ and $d = 3$



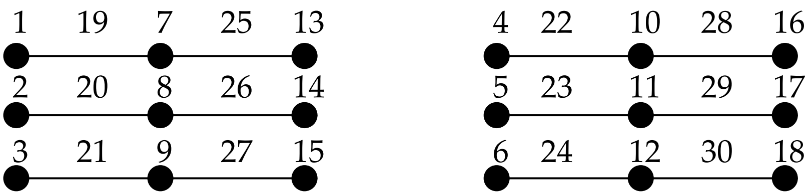
Gambar 1: Pelabelan total Super (50 , 1) sisi anti ajaib $8P_3$



Gambar 2: Pelabelan total (58 , 1) sisi anti ajaib dari $8P_3$



Gambar 3: Pelabelan total (43 , 3) sisi anti ajaib dari $8P_3$



Gambar 4: Pelabelan total Super (27 , 3) sisi anti ajaib $6P_3$

Daftar Pustaka

[1].Enomoto, H , and Llado,A.S 1998, *Super edge-magic graphs*, SUT J Math 34 , 105-109

[2].Baskoro, E.T, and Ngurah, A.A, *On Super Total labeling of* nP_3, Buletin of the ICA, volume 37 (2003) , 82-87

[3].Galian , J.A, 2001, *A dynamic Survey of graph labeling*, Electronic J. Combinatorik # DS 6

[4].Kotzig, A and Rosa, A, 1970, *Magic valuation of finite graphs* , Canad . Math Bull 13 , 451- 456

[5].Simanjuntak,R , et al 2000,*Two new (a,d) – anti magic graph labeling* ,proc. AWOCA , 179-189

[6].Wallis, WD. Et al 2000, *Edge –magic total labeling* . Australian Journal of Combinatoric 22, 177 - 190

Kriteria Pemilihan Variabel Dengan Msep Dalam Regresi Linear Multiple

Muhamad Sabirin
Jurusan PMIPA Fakultas Tarbiyah IAIN Antasari Banjarmasin

ABSTRAK

Pemilihan Variabel yang akan masuk dalam suatu model statistik adalah hal yang sangat penting dalam analisis data, karena kesimpulan dan hasil statistik yang didapat sangat tergantung padanya. Dalam tulisan ini digunakan mean square error of prediction (MSEP) sebagai kriteria untuk memilih variabel. Kriteria ini menggunakan nilai-nilai variabel prediktor yang berhubungan dengan observasi berikutnya dan besarnya estimasi varians. MSE dipercaya lebih bermanfaat jika dibandingkan dengan kriteria yang biasanya digunakan, yakni residual sum of squares. Diberikan prosedur perhitungan dan contoh aplikasi dari metode yang digunakan

Kata kunci : mean square error (MSE) mean square error of prediction (MSEP); Pemilihan variabel; Kriteria.

Permasalahan memilih variabel dalam regresi multiple telah banyak mendapatkan perhatian yang cukup besar. Prosedur yang biasanya digunakan adalah metode forward selection, backward elimination, dan stepwise regression. Prosedur ini dibahas dalam Bab 6 buku Draper and Smith (1966). Garside (1965) dan Schatzoff, Feinberg, dan Tsao (1968) mengusulkan metode yang efisien untuk menghitung persamaan all possible regression. Hocking dan Leslie (1967), Beale, Kendall, dan Mann (1967), Lamotte dan Hocking (1970), memberikan prosedur untuk menemukan persamaan subset regression yang ditetapkan berdasarkan nilai minimum residual sum of squares. Mantel (1970) mendukung metode backward elimination. Beale (1970) membandingkan beberapa metode yang ada.

Tujuan dari semua tulisan tersebut adalah untuk meminimumkan residual sum of squares subject pada berbagai kondisi seperti waktu

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

penghitungan yang digunakan atau banyaknya variabel (fixed) dalam persamaan regresi. Sedikitnya ada dua keberatan atas penggunaan residual sum of squares sebagai suatu kriteria untuk memilih variabel:

(1) Jika residual sum of squares digunakan sebagai satu satunya kriteria, maka orang akan selalu menggunakan semua variabel yang ada. Sehingga, untuk menghapus variabel, harus ada suatu kriteria tambahan seperti banyaknya variabel digunakan.

(2) Residual sum of squares tidak berhubungan secara langsung dengan kriteria-kriteria yang biasanya digunakan untuk baiknya sebuah prediksi dan estimasi.

Dalam tulisan ini digunakan suatu kriteria dan prosedur penghitungan untuk memilih variabel untuk tujuan prediksi. Kriteria pemilihan didasarkan pada mean square error. Penggunaan MSE mempertimbangkan nilai ekspektasi dari observasi yang diprediksi dan menghapuskan hubungan yang sembarang yang terjadi pada residual sum of squares. Prosedur ini pertama kali dikenalkan oleh Allen (1971) dan merupakan modifikasi dari metode yang dipresentasikan oleh Anderson, Allen, dan Cady (1970).

THE MEAN SQUARE ERROR OF PREDICTION (MSEP)

Model regresi linear multiple klasik adalah

$$\underset{(n\times 1)}{Y} = \underset{(n\times r)}{X}\ \underset{(r\times 1)}{\beta} + \underset{(n\times 1)}{\varepsilon} \tag{1}$$

dimana Y adalah vektor dari variabel respons; X diketahui dan merupakan full rank matrix dari variabel non stokastik; β vektor pembobot yang tidak diketahui yang berhubungan dengan X; dan ε vektor dari variabel random yang berdistribusi normal dengan mean 0 dan varians $1\sigma^2$. Jika diberikan suatu data yang dibangkitkan, dengan model ini kita ingin memprediksi nilai dari variabel random y yang memiliki mean $\underset{(1\times r)}{x}\beta$ dan varians σ^2. Vektor baris x berisi nilai dari variabel X yang berhubungan dengan observasi berikutnya. Kita akan memandang keadaan ideal dari prediktor $\hat{y}$ sedemikian hingga

$$E(\hat{y}-y)^2 \qquad (2)$$

minimum untuk semua nilai parameter yang tidak diketahui. Prediktor yang ideal sesungguhnya tidak ada, tetapi dengan persamaan (2) akan dibangun suatu dasar untuk membandingkan berbagai prediktor. Kita namakan persamaan (2) sebagai mean square error of prediction (MSEP). MSEP dari prediktor $\hat{y}$ dapat dinyatakan sebagai

$$E(\hat{y}-y)^2 = \sigma^2 + Var(\hat{y}) + (E(\hat{y}) - x\beta)^2 \qquad (3)$$

Suku terakhir dari persamaan (3) adalah bias kuadrat prediksi (squared bias of prediction). Suku terakhir kedua dari (3) adalah mean square error (MSE) dari $\hat{y}$ jika dipandang sebagai estimator dari $x\beta$. Karena MSEP dan MSE hanya berbeda pada nilai konstannya, Kita sesungguhnya memandang suatu masalah yang bersifat dual (dual problems), yakni prediksi dari y dan estimasi dari kombinasi linear β.

PREDIKTOR MSEP

Prediktor least squares adalah

$$\hat{y}_r = xb \qquad (4)$$

dimana $b = (X'X)^{-1}XY$. Prediktor least squares adalah unbiased and memiliki varians $x(X'X)^{-1}x'\sigma^2$. Jadi MSEP adalah

$$MSEP_r = \sigma^2 + x(X'X)^{-1}x'\sigma^2 \qquad (5)$$

$MSEP_r$ adalah dasar untuk membandingkan prediktor lainnya. Sebagai alternatif dari predictor least squares, kita pandang sebuah kelas dari predictor least squares yang berdasarkan pada fungsi linear dari kolom X dan x. Dari kelas ini kita pilih anggota yang mempunyai MSEP terkecil.

Fungsi linear dari kolom X dan x dinyatakan sebagai

$$XP_a \text{ dan } xP_a$$

dimana P_a adalah matriks full rank (r x a). Sebagai contoh, misalkan r = 5, dan kita ingin menguji X_1, X_2+X_3, X_4+X_5 sebagai variabel prediktor, maka

$$P_a = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Jika "a" variabel digunakan sebagai prediktor, maka $k = r - a$ variabel dikeluarkan. Variabel yang dikeluarkan dinyatakan dengan

$$XP_k \text{ dan } xP_k$$

dimana P_k adalah matriks full rank (r x k) sedemikian hingga $P'_k P_a = 0$.

Prediktor yang berdasarkan XP_a dan xP_a adalah

$$\hat{y}_a = xP_a\left(P_a^{'}X^{'}XP_a\right)^{-1}P_a^{'}X^{'}Y \tag{6}$$

Dengan menggunakan matriks identitas

$$P_a\left(P_a^{'}X^{'}XP\right)^{-1}P_a^{'} = \left(X^{'}X\right)^{-1} - \left(X^{'}X\right)^{-1}P_k\left(P_k^{'}\left(X^{'}X\right)^{-1}P_k\right)^{-1}P_k^{'}\left(X^{'}X\right)^{-1}$$

kita lihat

$$\hat{y}_a = (x - z)b$$

dimana $z = x\left(X^{'}X\right)^{-1}P_k\left(P_{k_k}^{'}\left(X^{'}X\right)^{-1}P_k\right)^{-1}P_{k_k}^{'}$. Varians dari $\hat{y}_a$ adalah

$$\sigma^2 + x\left(X^{'}X\right)^{-1}x^{'}\sigma^2 - z\left(X^{'}X\right)^{-1}z^{'}\sigma^2$$

Karena dua suku pertama terdiri dari varians $\hat{y}_r$ (persamaan (5)) dan suku ketiga non-positif, kita lihat bahwa varians dari $\hat{y}_a$ adalah kurang dari atau sama dengan varians $\hat{y}_r$. Bias dari $\hat{y}_a$ adalah $z\beta$, dengan demikian MSEP nya adalah

$$MSEP_a = \sigma^2 + x\left(X'X\right)^{-1}x'\sigma^2 - z\left(X'X\right)^{-1}z'\sigma^2 + \left(z\beta\right)^2 \tag{7}$$

Karena dua suku pertama dari $MSEP_a$ adalah konstan kita hanya perlu memandang

$$\left(z\beta\right)^2 - z\left(X'X\right)^{-1}z'\sigma^2 \tag{8}$$

Persamaan (8) adalah bentuk sederhana dari $MSEP_a$ - $MSEP_r$. Jika kuantitas ini negatif , maka $\hat{y}_a$ lebih baik daripada $\hat{y}_r$. Karena (8) tergantung pada parameter β dan σ^2 yang tidak diketahui maka kita gunakan estimatornya yakni

$$\left(zb\right)^2 - 2z\left(X'X\right)^{-1}z'S^2 \tag{9}$$

dimana $S^2 = \left(n - r + 2\right)^{-1}Y'\left(1 - X\left(X'X\right)^{-1}X'\right)Y$. Estimator ini adalah estimator MSE yang minimum dari kelas $\left(zb\right)^2 - lS^2$. Misalkan terdapat jumlah yang terbatas dari nilai P_a yang mungkin. Prediktor $\hat{y}_a$ dihitung di P_a untuk nilai minimum persamaan (9). Bila memungkinkan, P_a secara tepat akan ditemukan dengan menghitung persamaan (9) di setiap nilai P_a yang potensial.

PROSEDUR PERHITUNGAN

Kita sering membatasi diri pada subset dari variabel prediktor. Subset didapatkan dengan mengambil matriks P_a sedemikian sehingga setiap kolom berisi satu "1", dan seluruh elemen lainnya sama dengan nol "0". Kombinasi linear lainnya mungkin juga dipertimbangkan dengan cara melakukan transformasi dari variabelnya. Sekali $(X'X)^{-1}$, b, and S^2 didapatkan maka akan sangat mudah untuk menghitung $\hat{y}_a$ dan persamaan (9) jika z-nya diketahui. Kita akan berfokus pada perhitungan z. Mulai dengan $X'X$ dan melakukan 'sweep' pada "a" pivotal elements dari variabel yang masuk. Nyatakan matriks hasilnya dengan C. Misalkan $i_1, i_2, \ldots, i_a$ menyatakan variabel yang masuk dalam subset dan $j_1, j_2, \ldots, j_k$ menyatakan variabel yang keluar. Elemen dari z diberikan oleh

$$z_{il} = 0, \quad l = 1, 2, \ldots, a$$

dan

$$z_{jm} = x_{im} - \sum_{l=1}^{a} x_{il} c_{iljm} \qquad m = 1, 2, \ldots, k$$

Schatzoff *et al*. (1969) memperlihatkan barisan dari sweep untuk semua $2^r - 1$ subset yang mungkin yang dipandang efisien.

Jika r besar maka sangat tidak praktis untuk menghitung persamaan (9) untuk setiap subset yang mungkin, sehingga akan kita gunakan prosedur berikut. Mulai dengan sembarang sub model dan sembarang variabel. Balik status variabel, misalnya jika variabel ada dalam subset maka hapus, dan jika variabel tidak dalam subset maka masukkan. Ini terpenuhi oleh penghapusan pivotal element yang berhubungan dengan variabel. Jika nilai persamaan (9) menurun dari nilai minimum sebelumnya, pertimbangkan/pandang variabel berikutnya. Jika tidak, balik status variabel dan kemudian pertimbangkan variabel berikutnya. Ulangi mempertimbangkan seluruh variabel sampai didapatkan sub model yang sedemikian sehingga persamaan (9) tidak menurun dengan penambahan atau penghapusan variabel lainnya. Logika berpikirnya diillustrasikan dengan flow chart dalam gambar 1. Tidak seperti algoritma sequensial lainnya yang berdasarkan pada perubahan residual sum of squares dimana aturan stop-nya adalah sembarang, prosedur ini mempunyai titik stop yang terdefinisi dengan baik.

Gambaran prosedur telah diuraikan untuk satu nilai prediksi berikutnya. Jika terdapat banyak observasi berikutnya yang diprediksi, maka ulangi prosesnya untuk setiap observasi berikutnya. Ingat bahwa variabel predikor mungkin saja berbeda untuk setiap observasi prediksi. Hasil numerik telah menunjukkan bahwa subset dari variabel yang dipilih untuk memprediksi satu observasi berikutnya mungkin sekali berbeda dari subset yang dipilih untuk memprediksi observasi lainnya.

APLIKASI

Teknik yang dikemukakan disini akan diillustrasikan menggunakan data Draper dan Smith (1966, 351-352),dimana ada sepuluh variabel yang digunakan yakni dari X_1, sampai X_{10} seperti yang didefinisikan dalam buku tersebut. Kita pandang 4 nilai berbeda dari x; seperti yang diberikan dalam tabel 1. Dua yang pertama adalah variabel X dari observasi yang dimasukkan dalam data. Ketiga dan keempat adalah nilai x untuk mengestimasi β_3 dan β_8 yang mana estimator least square untuk parameternya berturut-turut memiliki varians $52.94\sigma^2$ dan $0.000848\sigma^2$. Prosedur yang ada kita gunakan. Proses dimulai dengan menambahkan X_2 pada submodel yang hanya berisi X_1. Hasilnya dinyatakan dalam tabel 2.

Kriteria (9) dipakai untuk membandingkan antara submodel untuk observasi berikutnya yang sama. Bagaimanapun, kita tidak dapat membandingkan untuk dua observasi yang berbeda.. Kita dapat membandingkan efisiensi relatif $\hat{y}_r$ terhadap $\hat{y}_a$ untuk observasi yang berbeda. Khususnya,

$$-\frac{(zb)^2 - 2z\left(X^{'}X\right)^{-1}z^{'}S^2}{\left(1 + x\left(X^{'}X\right)^{-1}x^{'}\right)S^2} \tag{10}$$

adalah estimator dari

$$1-\frac{MSEP_a}{MSEP_r} \tag{11}$$

Persamaan (11) adalah proporsi reduksi dalam MSEP yang berkaitan dengan submodel yang digunakan terhadap full modelnya. Ketika (11) bernilai maksimum, yakni 1, nilai maksimum dari (10) adalah $2z\left(X^{'}X\right)^{-1}z^{'}/\left(1+x\left(X^{'}X\right)^{-1}x^{'}\right)$. Jadi, jika varians $\hat{y}_r$ besar dan varians $\hat{y}_a$ kecil, yakni nilai $z\left(X^{'}X\right)^{-1}z^{'}$ dekat dengan $x\left(X^{'}X\right)^{-1}x^{'}$, maka persamaan (10) mungkin lebih besar dari 1. Kolom dalam tabel 2 diberi nama "Estimated percent reduction in MSEP" yang berisi nilai dari (10) yang dikonversi ke bentuk persen.

Dua nilai prediksi pertama didapat dengan menggunakan tiga variabel, tetapi tidak sama ketiganya. Kedua prediktor telah mereduksi estimasi MSEP ketika dibandingkan dengan full modelnya. Full model sangat jelek untuk mengestimasi β_3 (terlihat dari varians yang besar). Prediktor MSEP terlihat memberikan perbaikan yang sangat besar. Full model memberikan estimasi yang baik untuk β_8. Prediktor MSEP yang dihasilkan nilai prediksinya sama dengan tiga variable.

Referensi

Allen, D.M.(1971). Mean Square Error of Prediction as a Criterion for Selecting Variables. *Technometrics 13*, 469 – 475.

Anderson, R.L., Allen, D.M., & Cady, F.B. (1970). Selection of Predictor Variables in Linear Multiple Regression. University of Kentucky, Department of Statistics, *Technical Report Number 5*.

Beale, E.M.L. (1970). Note on procedures for Variable Selection in Multiple Regression. *Technometrics 12*, 909 – 914.

Beale, E.M.L., Kendall, M.G., & Mann, D.W. (1967). The Discarding of Variables in Multivariate Analysis. *Biometrika 4*, 357 – 366.

Draper, N.R., & Smith, H. (1966). *Applied Regression Analysis*. John Wiley Sons, Inc., New York.

Garside, M.J. (1965). The Best Subset in Multiple Regression Analysis. *Applied Statistics 14*, 196 – 200.

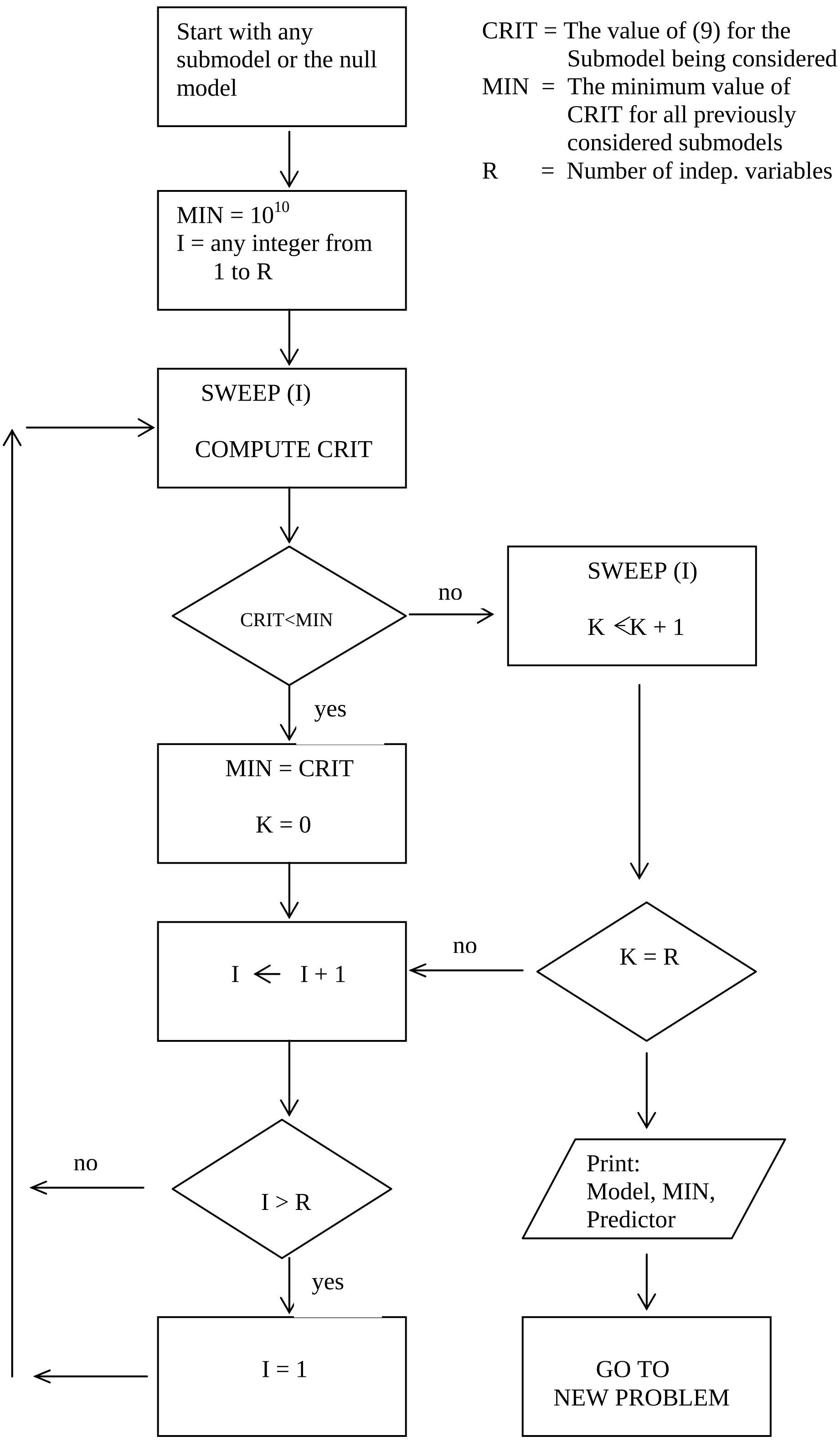
Hocking, R.R., & Leslie, R.B. (1967). Selection of The Best Subset in Regression Analysis. *Technometrics 9*, 531 – 540.

LaMotte, L.R., & Hocking, R.R. (1970) Computational Efficiency in the Selection of Regression Variables. *Technometrics 12*, 83 – 93.

Mantel, N. (1970). Why Stepdown Procedures in Variable Selection. *Technometrics 12*, 621 – 625.

Schatzoff, M., Feinberg, S. & Tsao, R. (1968). Efficient Calculations of All Possible Regressions. *Technometrics 12*, 769 – 779.

Gambar 1. Flowchart for sequential MESP Predictor



Pembentukan cluster dalam *Knowledge Discovery in Database* dengan Algoritma K-Means

Oleh:

Sri Andayani

Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY,email: andayani@uny.ac.id

Abstrak

Pembentukan cluster merupakan salah satu teknik yang digunakan dalam mengekstrak pola kecenderungan suatu data. Teknik ini ini digunakan dalam proses *Knowledge discovery in database* (KDD).

Salah satu algoritma pembentukan cluster data adalah algoritma K-Means. Algoritma bekerja dengan cara membagi data dalam k cluster. Setiap cluster ditentukan atas kedekatan jarak tiap-tiap data dengan titik tengahnya (*mean point*).

Sebuah basis data sangat mungkin berisi data non numerik, yang tidak dapat ditentukan titik tengahnya. Algoritma K-Means dapat dipergunakan untuk pembentukan cluster dalam sebuah basis data yang besar dengan menerapkan aturan *similarity* dan *dissimilarity* terhadap data dalam basis data terlebih dahulu.

Kata kunci: *Cluster, Knowledge Discovery in Database*, Algoritma K-Means,

Pendahuluan

Dewasa ini pengolahan data elektronik telah menjadi kebutuhan yang sangat utama. Perkembangan pesat dalam teknologi informasi yang menjadikan semua informasi dapat disimpan dalam jaringan komputer telah membuat munculnya sistem basis data yang sangat besar. Dalam hitungan detik, data-data dalam berbagai basis data akan senatiasa terbarukan, baik dikarenakan adanya *update* maupun penambahan data baru. Permasalahan yang kemudian muncul adalah bagaimana mengetahui informasi yang terdapat dalam basis data yang sangat besar.

Knowledge discovery in Database (KDD) didefinisikan sebagai ekstraksi informasi potensial, implisit dan tidak dikenal dari sekumpulan data. Proses *knowledge discovery* melibatkan hasil dari proses *data mining* (proses

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

mengekstrak kecenderungan pola suatu data), kemudian mengubah hasilnya secara akurat menjadi informasi yang mudah dipahami.

Ada beberapa macam pendekatan berbeda yang diklasifikasikan sebagai teknik pencarian informasi/pengetahuan dalam KDD. Ada pendekatan kuantitif, seperti pendekatan probabilistik and statistik. Beberapa pendekatan memanfaatkan teknik visualisasi, pendekatan klasifikasi seperti logika induktif, pencarian pola, dan analisis pohon keputusan. Pendekatan yang lain meliputi deviasi, analisis kecenderungan, algoritma genetik, jaringan syaraf tiruan dan pendekatan campuran dua atau lebih dari beberapa pendekatan yang ada.

Pada dasarnya ada enam elemen yang paling esensial dalam teknik pencarian informasi/ pengetahuan dalam KDD ([7]), yaitu: (1) mengerjakan sejumlah besar data, (2) diperlukan efisiensi berkaitan dengan volume data, (3) mengutamakan ketepatan/keakuratan, (4) membutuhkan pemakaian bahasa tingkat tinggi, (5) menggunakan beberapa bentuk dari pembelajaran otomatis, dan (6) menghasilkan hasil yang menarik.

Clustering

Salah satu metode yang diterapkan dalam KDD adalah *clustering*. *Clustering* adalah membagi data ke dalam grup-grup yang mempunyai obyek yang karakteristiknya sama ([1]). Garcia-Molina et al. ([2]) menyatakan *clustering* adalah mengelompokkan item data ke dalam sejumlah kecil grup sedemikian sehingga masing-masing grup mempunyai sesuatu persamaan yang esensial.

Clustering memegang peranan penting dalam aplikasi data mining, misalnya eksplorasi data ilmu pengetahuan, pengaksesan informasi dan text mining, aplikasi basis data spasial, dan analisis web. *Clustering* diterapkan dalam mesin pencari di Internet. Web mesin pencari akan mencari ratusan dokumen yang cocok dengan kata kunci yang dimasukkan. Dokumen-

dokumen tersebut dikelompokkan dalam cluster-cluster sesuai dengan kata-kata yang digunakan.

Kategori *clustering*

Tan, dkk.([4]) membagi *clustering* dalam dua kelompok, yaitu *hierarchical and partitional clustering*. *Partitional Clustering* disebutkan sebagai pembagian obyek-obyek data ke dalam kelompok yang tidak saling overlap sehingga setiap data berada tepat di satu cluster. *Hierarchical clustering* adalah sekelopok cluster yang bersarang seperti sebuah pohon berjenjang (hirarki).

William ([8]) membagi algoritma *clustering* ke dalam kelompok besar seperti berikut:

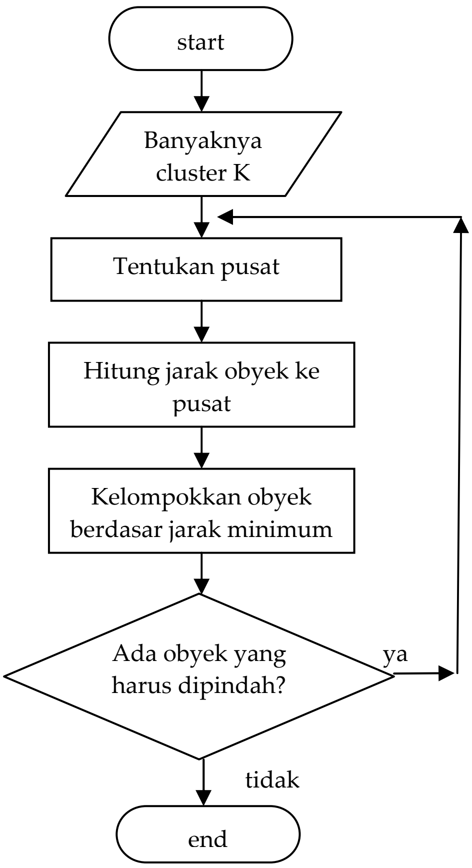
1. *Partitioning algorithms*: algoritma dalam kelompok ini membentuk bermacam partisi dan kemudian mengevaluasinya dengan berdasarkan beberapa kriteria.
2. *Hierarchy algorithms*: pembentukan dekomposisi hirarki dari sekumpulan data menggunakan beberapa kriteria.
3. *Density-based*: pembentukan cluster berdasarkan pada koneksi dan fungsi densitas.
4. *Grid-based*: pembentukan cluster berdasarkan pada struktur *multiple-level granularity*
5. *Model-based*: sebuah model dianggap sebagai hipotesa untuk masing-masing cluster dan model yang baik dipilih diantara model hipotesa tersebut.

Algoritma K-Means

Algoritma K-Means adalah algoritma *clustering* yang paling popular dan banyak digunakan dalam dunia industri [1]. Algoritma ini disusun atas dasar ide yang sederhana. Ada awalnya ditentukan berapa cluster yang akan dibentuk. Sebarang obyek atau elemen pertama dalam cluster dapat dipilih untuk dijadikan sebagai titik tengah (*centroid point*) cluster. Algoritma K-Means selanjutnya akan melakukan pengulangan langkah-langkah berikut sampai terjadi kestabilan (tidak ada obyek yang dapat dipindahkan):

1. menentukan koordinat titik tengah setiap cluster,
2. menentukan jarak setiap obyek terhadap koordinat titik tengah,
3. mengelompokkan obyek-obyek tersebut berdasarkan pada jarak minimumnya.

Gambar 1 berikut menunjukkan diagram alir dari algoritma K-Means.



Gambar 1. Flowchart algoritma K-Means

Berikut ini adalah ilustrasi penggunaan algoritma K-means untuk menentukan cluster dari 4 buah obyek dengan 2 atribut, seperti ditunjukkan dalam Tabel 1. *Clustering* akan dilakukan untuk membentuk 2 cluster jenis obat berdasarkan atributnya ([6]).

Langkah-langkah algoritma K-means adalah sebagai berikut :

1. Pengesetan nilai awal titik tengah.

Misalkan obat A dan obat B masing-masing menjadi titik tengah (*centroid*) dari cluster yang akan dibentuk.

Tentukan koordinat kedua centroid tersebut,yaitu $c_1 = (1,1)$ dan $c_2 = (2,1)$

Tabel 1. Daftar obyek yang akan diolah dalam *clustering*

Obyek	atribut1 (X): indeks berat	atribut 2 (Y): pH
Obat A	1	1
Obat B	2	1
Obat C	4	3
Obat D	5	4

2. Menghitung jarak obyek ke centroid dengan menggunakan rumus jarak Euclid.

   Misalnya jarak obyek pupuk C=(4,3) ke *centroid* pertama $c_1 = (1,1)$ adalah $\sqrt{(4-1)^2 + (3-1)^2} = 3.61$ dan jaraknya dengan centroid kedua $c_2 = (2,1)$ adalah $\sqrt{(4-2)^2 + (3-1)^2} = 2.83$.

   Hasil perhitungan jarak ini disimpan dalam bentuk matriks k x n, dengan k banyaknya cluster dan n banyak obyek. Setiap kolom dalam matriks tersebut menunjukkan obyek sedangkan baris pertama menunjukkan jarak ke *centroid* pertama, baris kedua menunjukkan jarak ke *centroid* kedua. Matriks jarak setelah iterasi ke-0 adalah sebagai berikut:

$$D^0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3.61 & 5 \\ 1 & 0 & 2.83 & 4.24 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} c_1 = (1,1) & group-1 \\ c_2 = (2,1) & group-2 \end{matrix}$$

$$\begin{array}{c} \begin{matrix} A & B & C & D \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \end{bmatrix} \end{array} \begin{matrix} \\ X \\ Y \end{matrix}$$

3. C*lustering* obyek : Memasukkan setiap obyek ke dalam cluster (grup) berdasarkan jarak minimumnya. Jadi obat A dimasukkan ke grup 1, dan obat B, C dan D dimasukkan ke grup 2. Keanggotaan obyek ke dalam grup dinyatakan dengan matrik, elemen dari matriks bernilai 1 jika sebuah obyek menjadi anggota grup.

$$\mathbf{G}^0 = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{l} group-1 \\ group-2 \end{array} \\ \begin{array}{cccc} A & B & C & D \end{array} \end{array}$$

4. Iterasi-1, menetukan *centroid* : Berdasarkan anggota masing-masing grup, selanjutnya ditentukan *centroid* baru. Grup 1 hanya berisi 1 obyek, sehingga *centroid*nya tetap $c_1 = (1,1)$. Grup 2 mempunyai 3 anggota, sehingga *centroid*nya ditentukan berdasarkan rata-rata koordinat ketiga anggota tersebut: $c_2 = (\frac{2+4+5}{3}, \frac{1+3+4}{3}) = (\frac{11}{3}, \frac{8}{3})$.

5. Iterasi-1, menghitung jarak obyek ke *centroid*: selanjutnya, jarak antara *centroid* baru dengan seluruh obyek dalam grup dihitung kembali sehingga diperoleh matriks jarak sebagai berikut:

$$\mathbf{D}^1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3.61 & 5 \\ 3.14 & 2.36 & 0.47 & 1.89 \end{bmatrix} \begin{array}{ll} c_1 = (1,1) & group-1 \\ c_2 = (\frac{11}{3}, \frac{8}{3}) & group-2 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} A & B & C & D \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{array}{l} X \\ Y \end{array}$$

6. Iterasi-1, *clustering* obyek*:* langkah ke-3 diulang kembali, menentukan keanggotaan grup berdasarkan jaraknya. Berdasarkan matriks jarak yang baru, maka obat B harus dipindah ke grup 2.

$$\mathbf{G}^1 = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{l} group-1 \\ group-2 \end{array} \\ \begin{array}{cccc} A & B & C & D \end{array} \end{array}$$

7. Iterasi-2, menentukan *centroid:* langkah ke-4 diulang kembali untuk menentukan centroid baru berdasarkan keanggotaan grup yang baru. Grup 1 dan grup 2 masing-masing mempunyai 2 anggota, sehingga centroidnya menjadi $c_1 = (\frac{1+2}{2}, \frac{1+1}{2}) = (1\frac{1}{2}, 1)$ dan $c_2 = (\frac{4+5}{2}, \frac{3+4}{2}) = (4\frac{1}{2}, 3\frac{1}{2})$

8. Iterasi-2, menghitung jarak obyek ke *centroid* : ulangi langkah ke-2, sehingga diperoleh matriks jarak sebagai berikut:

$$\mathbf{D}^2 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 3.20 & 4.61 \\ 4.30 & 3.54 & 0.71 & 0.71 \end{bmatrix} \begin{matrix} \mathbf{c}_1 = (1\tfrac{1}{2}, 1) & \textit{group}-1 \\ \mathbf{c}_2 = (4\tfrac{1}{2}, 3\tfrac{1}{2}) & \textit{group}-2 \end{matrix}$$

$$\begin{array}{cccc} A & B & C & D \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{matrix} X \\ Y \end{matrix}$$

9. Iterasi-2, *clustering* obyek*:* mengelompokkan tiap-tiap obyek berdasarkan jarak minimumnya, diperoleh:

$$\mathbf{G}^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \textit{group}-1 \\ \textit{group}-2 \end{matrix}$$

$$\begin{array}{cccc} A & B & C & D \end{array}$$

Hasil pengelompokkan pada iterasi terakhir dibandingkan dengan hasil sebelumnya, diperoleh $\mathbf{G}^2 = \mathbf{G}^1$. Hasil ini menunjukkan bahwa tidak ada lagi obyek yang berpindah grup, dan algoritma telah stabil. Hasil akhir *clustering* ditunjukkan dalam Tabel 2.

Tabel 2. Hasil *clustering*

Obyek	atribut1 (X): indeks berat	atribut 2 (Y): pH	Grup hasil
Obat A	1	1	1
Obat B	2	1	1
Obat C	4	3	2
Obat D	5	4	2

Kelebihan dan Kelemahan algoritma K-means

Algoritma K-means dinilai cukup efisien, yang ditunjukkan dengan kompleksitasnya **O(tkn)**, dengan catatan **n** adalah banyaknya obyek data, **k** adalah jumlah cluster yang dibentuk, dan **t** banyaknya iterasi. Biasanya, nilai k dan t jauh lebih kecil daripada nilai n. Selain itu, dalam iterasinya, algoritma ini akan berhenti dalam kondisi optimum lokal ([8]).

Hal yang dianggap sebagai kelemahan algoritma ini adalah adanya keharusan menetukan banyaknya cluster yang akan dibentuk, hanya dapat digunakan dalam data yang *mean*-nya dapat ditentukan, dan tidak mampu menangani data yang mempunyai penyimpangan-penyimpangan (*noisy data* dan *outlier*). Berkhin([1]) menyebutkan beberapa kelemahan algoritma K-means adalah: (1) sangat bergantung pada pemilihan nilai awal centroid, (2) tidak jelas berapa banyak cluster k yang terbaik, (3) hanya bekerja pada atribut numerik.

Similarity* dan *Dissimilarity

Memperhatikan input dalam algoritma K-Means, dapat dikatakan bahwa algoritma ini hanya mengolah data kuantitatif. Hal tersebut juga diungkapkan oleh Berkhin ([1]), bahwa algoritma K-means hanya dapat mengolah atribut numerik.

Sebuah basis data, tidak mungkin hanya berisi satu macam type data saja, akan tetapi beragam type. William ([8]) menyatakan sebuah basis data dapat berisi data-data dengan type sebagai berikut: *symmetric binary*, *asymmetric binary, nominal, ordinal, interval* dan *ratio*. Sedangkan Pal dan Mitra menyebutkan sebuah basis data dapat berisi data-data teks, simbol, gambar dan suara ([3]).

Berbagai macam atribut dalam basis data yang berbeda type (dalam [5] disebut sebagai data **multivariate**, seperti nominal, ordinal, and kuantitatif) harus diolah terlebih dahulu menjadi data numerik, sehingga dapat diberlakukan algoritma K-means dalam pembentukan clusternya. Pengukuran *similarity* dan *dissimilarity* dapat digunakan untuk pengolahan data tersebut ([5]).

Atribut yang berbeda tipe sama artinya dengan adanya ketidaksamaan (*dissimilarity)* antar atribut tersebut. Ketidaksamaan (*dissimilarity)* antara dua obyek dapat diukur dengan menghitung jarak antar obyek berdasarkan beberapa sifatnya. Hubungan *dissimilarity* antara 2 buah data obyek a=(a1,a2,……,ap) dan b=(b1,b2, ….,bp) dapat dinyatakan dengan pengukuran jarak antara 2 obyek tersebut. Beberapa sifat jarak (*dissimilarity)* adalah sebagai berikut ([5] dan [8]):

- $d(a, b) \geq 0$, jarak kedua obyek selalu positif atau nol,
- $d(a, a) = 0$, jarak terhadap diri sendiri adalah nol,
- $d(a, b) = d(b, a)$, jarak kedua obyek adalah simetri,
- $d(a, b) \leq d(a, c) + d(c, b)$, jarak memenuhi ketidaksamaan segitiga.

Misalkan *dissimilarity* antara obyek **i** dan obyek **j** dinyatakan dengan $\mathbf{d_{ij}}$ dan *similarity* dinyatakan dengan $\mathbf{s_{ij}}$. Hubungan antara *relationship* dissimilarity dengan *similarity* dinyatakan dengan $\mathbf{s_{ij}=1-d_{ij}}$, dengan *similarity* terbatas pada 0 dan 1 ([5]). Jika *similarity* bernilai satu (benar-benar sama), maka *dissimilarity* nol, dan jika *similarity* bernilai nol (sangat berbeda), *dissimilarity* bernilai satu. Setelah perhitungan jarak atau *dissimilarity* dari setiap variabel, maka seluruh hasil dikumpulkan menjadi sebuah indeks *similarity* (atau *dissimilarity*) antara dua obyek ([5]). Selanjutnya hasil tersebut dapat diolah menjadi obyek-obyek yang akan dikelompokkan dalam cluster-cluster oleh algoritma K-means.

Penutup

K-means adalah algoritma pembentukan cluster yang populer dan mengolah data numerik. Namun demikian, algoritma ini juga dapat digunakan untuk pembentukan cluster dari sebuah basis data yang atribut-atributnya berasal dari tipe yang berbeda-beda, dengan cara mengubah atribut-atribut tersebut ke dalam indeks *similarity* atau *dissimilarity*.

Referensi:

[1] Berkhin, Pavel. *Survey on clustering data mining techniques,* http://www.ee.ucr.edu/~barth/EE242/clustering_survey.pdf

[2] Garcia-Molina, Hector; Ullman, JD., & Widom, Jennifer. 2002. *Database systems the complete book, International edition.* New Jersey, Prentice Hall.

[3] Pal, Shankar K & Mitra, Pabitra. 2004. *Pattern Recognition algorithms for data mining.* CRC Press.

[4] Tan, Pang-Ning,; Steinbach,Michael; Kumar ,Vipin. *Data Mining Cluster Analysis: Basic Concepts and Algorithms.* www-users.cs.umn.edu/ ~**kumar** /dmbook/-16k.

[5] Teknomo, Kardi. *Similarity Measurement* http://people.revoledu.com/kardi/tutorial/Similarity/index.html

[6] Teknomo, Kardi. *Numerical Example of K-Means Clustering*, http://people.revoledu.com/kardi/tutorial/kMean/NumericalExample.htmNu

[7] Wright, Peggy , *Knowledge Discovery In Databases: Tools and Techniques*, http://www.acm.org/crossroads/xrds5-2/kdd.html#11

[8] William, Graham, *Data Mining Cluster*, http://datamining.anu.edu.au/student/math3346_2005/ 050809-maths3346-clusters-2x2.pdf

Blog sebagai Media Aktualisasi Daya Matematika

Bambang Sumarno HM
Jurdik Matematika FMIPA UNY

Abstrak

Matematika sebagai pelajaran momok, menyebabkan suasana pembelajaran matematika kerap tidak bernyawa. Keheningan dan monolog menjadi warna dominan di dalam pelaksanaan pengajaran di kelas. Daya matematika (*mathematical power*) sebagai tujuan umum pembelajaran matematika, untuk pencapaian belajar (1) berkomunikasi (*mathematical communication*); (2) bernalar (*mathematical reasoning*); (3) memecahkan masalah (*mathematical problem solving*); (4) mengaitkan ide (*mathematical connections*); dan (5) pembentukan sikap positif terhadap matematika (*positive attitudes toward mathematics*). *Blog/Weblog* sebagai "catatan perjalanan" pemiliknya (*Blog*ger), dapat menjadi media aktualisasi daya matematika dikarenakan para *Blog*ger biasanya menyematkan komentar "cerdas", pendapat/opini/ide pribadi terkait dengan pembelajaran matematika yang dikomunikasikan secara terbuka/universal melalui internet.

Kata kunci: Blog, Media Aktualisasi, dan Daya Matematika

A. Daya Matematika

Matematika saat ini belum menjadi pelajaran favorit di segenap jenjang pendidikan. Pada kenyataannya, matematika lebih dianggap sebagai *momok* bagi sebagian besar peserta didik. Hal ini dapat dilihat dari raihan nilai matematika pada ujian negara, pada semua tingkat dan jenjang pendidikan selalu terpaku pada angka yang rendah. Bahkan dari hasil studi *The Third International Mathematic and Science Study Repeat* (TIMSS-R) pada tahun 1999 yang menyebutkan prestasi matematika berada pada urutan 34 dari 38 negara untuk matematika (setingkat SMP).Keadaan ini sangat ironis dengan kedudukan dan peran matematika untuk pengembangan ilmu dan pengetahuan, mengingat matematika merupakan induk ilmu pengetahuan.

Rendahnya prestasi matematika menjadi permasalahan bagi bangsa, khususnya bagi para pendidik (matematika) di tingkat pelaksanaan pembelajaran. Permasalah pertama, bagaimana materi ajar dapat sampai kepada peserta didik sesuai dengan standar kurikulum. Kedua, bagaimana proses pembelajaran berlangsung dengan pelibatan peserta didik secara penuh, dalam artian proses pembelajaran yang berlangsung dapat berjalan dengan

Dipresentasikan dalam SEMNAS Matematika dan Pendidikan Matematika 2007 dengan tema **"Trend Penelitian Matematika dan Pendidikan Matematika di Era Global"** yang diselenggarakan oleh Jurdik Matematika FMIPA UNY Yogyakarta pada tanggal 24 Nopember 2007

menyenangkan yang dapat mengakomodir jatidiri masing-masing peserta didik.

Upaya pada tahap pertama, yakni menyampaikan materi sesuai tuntutan standar kurikulum saja masih menjadi masalah. Pembelajaran umum matematika, yang dirumuskan oleh *National Council of Teachers of Matematics* atau NCTM (2000) menggariskan, peserta didik harus mempelajari matematika melalui pemahaman dan aktif membangun pengetahuan baru dari pengalaman dan pengetahuan yang dimiliki sebelumnya.

Untuk mewujudkan hal itu, dirumuskan lima tujuan umum pembelajaran matematika, yaitu: (1) belajar untuk berkomunikasi (*mathematical communication*); (2) belajar untuk bernalar (*mathematical reasoning*); (3) belajar untuk memecahkan masalah (*mathematical problem solving*); (4) belajar untuk mengaitkan ide (*mathematical connections*); dan (5) pembentukan sikap positif terhadap matematika (*positive attitudes toward mathematics*). Kelima tujuan ini lebih dikenal sebagai daya matematika (*mathematical power*).

Proses pengembangan daya matematika merupakan sebuah proses yang kompleks. Di dalamnya, peserta didik belajar matematika tidak hanya bergantung pada "apa" yang diajarkan, tapi juga bergantung pada "bagaimana" matematika itu diajarkan, atau bagaimana peserta didik belajar. Hal ini menjadi fokus upaya menjawab permasalahan model pembelajaran yang dapat mewadahi profil masing-masing peserta didik secara proporsional. Penetapan model pembelajaran yang efektif.

Pada dasarnya atmosfer pembelajaran merupakan hasil sinergi dari tiga komponen pembelajaran utama, yakni peserta didik, pendidik, dan fasilitas pembelajaran. Ketiga prasyarat dimaksud pada akhirnya bermuara pada proses dan model pembelajaran. Model pembelajaran yang efektif dalam pembelajaran matematika antara lain memiliki nilai relevansi dengan pencapaian daya matematika dan memberi peluang untuk bangkitnya kreativitas pendidik maupun peserta didik. Keadaan ini berpotensi pengembangan suasana belajar mandiri, selain dapat menarik perhatian peserta didik, sejauh mungkin memanfaatkan momentum kemajuan teknologi khususnya dengan mengoptimalkan fungsi teknologi informasi.

Mulyasa (2006) di dalam blog Dewi Gusti, pendidikan di Indonesia dinyatakan kurang berhasil oleh sebagian masyarakat, dinilai kering dari aspek pedagodik, dan sekolah nampak lebih mekanis sehingga peserta didik cenderung kerdil/masif karena tidak mampu menemukan dunianya sendiri. Hal ini disebabkan pelaksanaan tatap muka yang idealnya dapat mewujudkan komunikasi/interaksi aktif di kedua sisi, pengajar - peserta didik, tidak dapat terbentuk. Di banyak PBM (proses belajar mengajar), tatap muka condong berbentuk monolog dengan tokoh utamanya adalah pengajar, sedangkan peserta didik lebih banyak duduk sebagai pendengar pasif.

B. Tumbuh Kembang *Blog*

Blog pertama kemungkinan besar adalah halaman (*page*) What's New pada *browser* Mosaic yang dibuat oleh Marc Andersen pada tahun 1993. Mosaic merupakan browser pertama sebelum adanya Internet Explorer maupun Nestcape. Kemudian pada Januari 1994, Justin Hall memulai situsweb (*website*) pribadinya Justin's Home Page yang kemudian berubah menjadi *Links* from the Underground yang lebih tepat disebut sebagai *blog* pertama seperti yang dikenal sekarang ini.

Blog adalah kependekan dari *Weblog*, istilah yang pertama kali dimunculkan oleh Jorn Barger pada bulan Desember 1997. Jorn Barger menggunakan istilah *Weblog* untuk menyebut suatu situsweb pribadi yang selalu diperbarui (*update*) isinya secara terus menerus dan berisi *link-link* ke situsweb lain yang mereka anggap menarik disertai dengan komentar-komentar mereka sendiri. *Blog* kemudian berkembang mencari bentuk sesuai dengan kemauan para pembuatnya atau para *Blog*ger.

Blog yang pada mulanya merupakan "catatan perjalanan" seseorang di Internet, yaitu *link* ke situsweb yang dikunjungi dan dianggap menarik, kemudian menjadi jauh lebih menarik daripada sebuah daftar *link*. Hal ini disebabkan karena para *Blog*ger biasanya juga tidak lupa menyematkan komentar-komentar "cerdas" mereka, pendapat-pendapat pribadi dan bahkan mengekspresikan sarkasme mereka pada *link* yang mereka buat. Dari komentar-komentar yang ada biasanya *Blog* kemudian menjadi jendela yang memungkinkan kita "mengintip" isi kepala dan kehidupan sehari-hari dari pemiliknya.

Blog adalah cara mudah untuk mengenal kepribadian seseorang *Blog*ger. Topik-topik apa yang dia sukai dan tidak dia sukai, apa yang dia pikirkan terhadap *link-link* yang dia pilih, apa tanggapannya pada suatu isu/permasalahan di sekitarnya. Seluruhnya biasanya tergambar jelas dari *Blog*-nya. Oleh karena itu *Blog* bersifat sangat personal.

Roger Yim, seorang kolumnis San Francisco Gate pada artikelnya di Februari 2001, menuliskan bahwa sebuah *Blog* adalah persilangan antara catatan harian (*diary*) seseorang dan daftar *link* di Internet. Adapun Scott Rosenberg dalam kolomnya di majalah *online* Salon pada May 1999 menyimpulkan bahwa *Blog* berada pada batasan situsweb yang lebih bernyawa daripada sekedar kumpulan *link* dan lebih instrospektif dari sekedar sebuah catatan harian yang disimpan di almari.

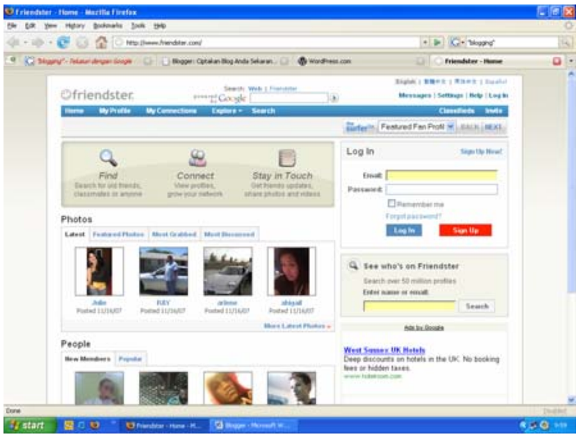
Hingga pada tahun 1998, jumlah *Blog* yang ada belumlah sebanyak sekarang ini. Hal ini disebabkan saat itu diperlukan keahlian dan pengetahuan khusus tentang pembuatan *website*, HTML, dan *webhosting* untuk membuat *Blog*, sehingga hanya mereka yang mempunyai keahlian di bidang tersebut dapat membuat *Blog*-*Blog* mereka sendiri disela-sela waktu luangnya.

Pada bulan Juli 1999, mulai muncul layanan membuat *Blog* gratis yang diawali oleh **Pitas**. Adanya layanan ini telah membuat *Blog*ger bertambah hingga ratusan. Pertumbuhan jumlah *Blog* tidak pernah bertambah banyak begitu rupa ketika layanan **blogger.com** muncul di dunia per-*blog*-an. **Blogger.com** diluncurkan oleh sebuah perusahaan Silicon Valley bernama Pyra Lab pada bulan Agustus 1999. Layanan **blogger.com** memungkinkan siapapun tanpa pengetahuan dasar tentang HTML dapat menciptakan *Blog*-nya sendiri secara *online* dan gratis. Sampai saat ini, **blogger.com** telah memiliki sekitar 100.000 *Blog*ger yang menggunakan layanan mereka dengan pertumbuhan sekitar 20% per bulan.

Gambar 1. Halaman Utama blogger.com

Di perkembangannya, bermunculan layanan blog gratis sejenis blogger.com, dua diantaranya yang cukup banyak diminati adalah **wordpress.com** dan **frienster.com** Perkembangan lain dari *Blog* yaitu ketika kemudian *Blog* tidak lagi sekedar memuat *link-link* tapi lebih diwarnai/dipenuhi dengan tulisan tentang apa yang seorang *Blog*ger pikirkan, rasakan, hingga apa yang dia lakukan sehari-hari. *Blog* kemudian juga menjadi catatan harian *Online* yang berada di Internet. Satu-satunya hal yang membedakan *Blog* dari catatan harian atau jurnal yang biasa kita miliki adalah bahwa *Blog* dibuat untuk dibaca orang lain. Para *Blog*ger dengan sengaja mendesain *Blog*-nya dan isinya untuk dinikmati orang lain.

Gambar 2.a. Tampilan wordpress.com



Gambar 2.b. Tampilan friendster.com

C. Komponen Aktualisasi di Dalam Blog

"Perubahan terjadi ketika aku menjadi diriku sendiri. Membiarkan aku jujur meng-ekspresikan pikiran dan perasaanku. …… Akupun bisa mengubah aspek luar dari kehidupanku. Aku juga lebih bergairah untuk meraih tujuan hidupku, lebih bertanggung jawab dan memandang kegagalan sebagai umpan balik. " merupakan sepenggalan catatan perjalanan seorang *blogger* (http://arifmrizal.blogspot.com) yang menyiratkan betapa terwadahinya jatidirinya di dalam *blog*.

Roger di dalam *blog* Oktavianus Ken Manungkarjono (http://blog.kenz.or.id/), aktualisasi diri adalah proses menjadi diri sendiri dan mengembangkan sifat-sifat dan potensi-potensi psikologis yang unik. Aktualisasi diri dapat terbantu atau terhalang oleh pengalaman dan belajar, khususnya dalam masa kanak-kanak. Aktualisasi diri akan berubah sejalan dengan perkembangan hidup seseorang. Ketika mencapai usia tertentu seseorang akan mengalami pergeseran aktualisasi diri dari fisiologis ke psikologis.

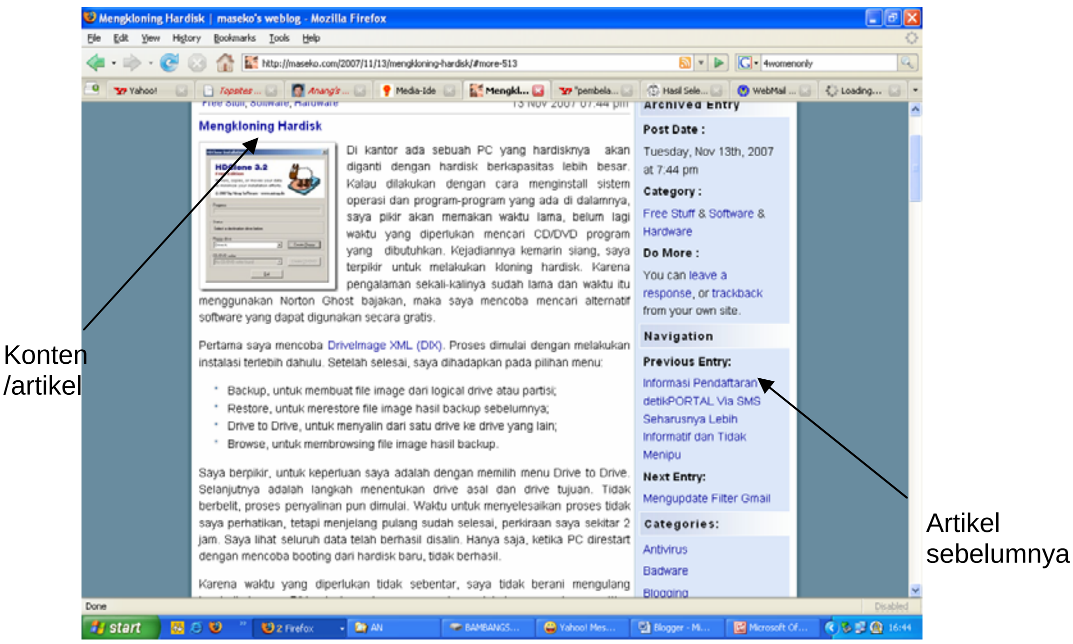
Blogger "papabonbon" di dalam *blog*-nya, berpendapat kalau semua *blogger* berada di level aktualisasi diri. Pembedaannya hanyalah motivasi dan cara beraktualisasi yang dapat dibedakan menjadi:

- ingin tenar, baik dengan cara biasa maupun ekstrim,
- menuangkan isi hati (karena suka menulis),
- berbagi (*sharing*) ide/ilmu,
- sarana berdekatan dengan "orang terdekat", atau
- gabungan motivasi di atas.

Untuk mewadahi catatan perjalanan para *blogger*, sebuah blog mempunyai komponen aktualisasi yang terdiri dari:

- Bidang utama *blog* yang berisi artikel (catatat perjalanan) yang tersusun secara kronologis, dimana artikel terbaru berada pada posisi paling atas. Umumnya, artikel-artikel ini dikelompokkan dalam sebuah kategori yang bersesuaian, seperti: kesehatan, teknologi, pendidikan, dan sebagainya.

- Artikel-artikel yang ditulis terdahulu disimpan dalam arsip yang tersusun secara kronologis. Biasanya diwadahi dalam kelompok waktu penulisan, yaitu berdasarkan bulan.
- Tersedianya fitur bagi pengunjung *blog* untuk menuliskan komentar mengenai artikel yang dibacanya.
- Beberapa *blog* menyediakan daftar/*link* situs web lain yang memiliki topik/interes yang serupa. Daftar ini lebih dikenal sebagai *blogroll*.
- Beberapa *blog* menyediakan layanan dalam bentuk RSS (*Really Simple Sindication*) atau Atom. Adanya layanan/aplikasi RSS akan membantu menampilkan isi suatu *blog* layaknya sebuah *email client*, sehingga memungkinkan mengunduh (*download*) isi beberapa blog secara bersamaan.



Gambar 3. Fasilitas di dalam sebuah Blog

Dari komponen yang ada di dalam blog, konten blog merupakan bagian utama yang menjadi jiwa sebuah blog. Konten blog adalah kandungan informasi dalam suatu blog. Semisal, situs perguruan tinggi berisi informasi kegiatan kampus/akademik, situs penjualan berisi katalog barang, situs berita menyajikan berita terkini, dan seterusnya. Untuk blog pribadi, dapat menyajikan suatu gagasan, pemikiran, maupun opini/ulasan mengenai hal apapun yang menarik pemilik *blog*. Dalam sebuah *blog*, konten sesungguhnya berisi artikel yang sering pula disebut "*posting*".

Selanjutnya, kotak komentar yang merupakan kelebihan blog dibanding situs web menjadi pintu interaksi dengan pengunjung. Pengelolaan komentar merupakan kegiatan yang mengasyikkan, karena adanya komentar yang masuk menunjukkan konten yang di-*posting* mendapat tempat di hati pengunjung.

E. Daya Matematika di Blog Matematika

Informasi yang di-posting di dalam blog sangatlah bervariasi sesuai dengan minat atau ketertarikkan pemiliknya. *Posting* dapat berupa informasi keseharian pemilik blog sampai dengan permasalah politik. Fokusnya pun bermacam-macam, ada yang hanya memfokus-kan pada hal-hal khusus, tetapi ada pula yang tidak membatasi subyek tulisannya.

Sebagian besar blog berupa "catatan harian pribadi" yang menyajikan kehidupan keseharian pemiliknya. Tetapi tidak sedikit blog yang fokus pada topik tertentu, seperti pendidikan, kesehatan, hiburan, teknologi, kedaerahan, dan sebagainya, sedangkan beberapa lainnya bersifat umum. Pemilihan jenis blog sepenuhnya ditentukan oleh hal-hal yang menjadi ketertarikan pemiliknya, dan ketertarikan ini tidak harus menetap, sehingga sewaktu-waktu dapat saja bergeser pada ketertarikan yang berbeda.

Gambar 4.a. Tampilan www.sigmetris.com

Gambar 4.b. Tampilan mashuri.blogspot.com

Blog matematika merupakan blog dengan fokus konten pada hal-hal yang berhubungan dengan matematika. Subyek yang mendominasi konten di blog ini adalah matematika. Beberapa contoh blog matematika diantaranya seperti pada gambar 4.a. – 4.d. Konten pada blog www.simetris.com lebih fokus pada bentuk publikasi metode "baru" cara berhitung. Penggunaan metode horisontal diharapkan seseorang dapat berhitung yang lebih cepat dan baik, serta menjadikannya senang dengan matematika. Di bawah ini cuplikan metode horisontal untuk penjumlahan yang di-*posting*:

….

b. Cara mengajarkan Penambahan Mental Puluhan (sebagai contoh 94+67) dengan 'carry digit'

Mula-mula diajarkan bagaimana Notasi Pagar bekerja pada setiap bilangan yang terlibat sehingga didapat 94 = 9 | 4 dan 67 = 6 | 7. Selanjutnya didapat:

(9 | 4) + (6 | 7) = (9 +6) | (4+7).

Di sini Ingatan harus bertindak dengan menghitung setiap kolom dalam pagar sebagai berikut :

(9 +6) | (4+7) = 15 | 11

Karena Kolom disebelah KANAN Notasi Pagar harus berisi SATU digit bilangan maka sisa digit yaitu Angka 1 harus digeser ke kiri, sehingga:

15 | 11 = 15+1 | 1 = 16 | 1

sehingga didapatkan hasil 161

Jadi disini terdapat tahap-tahap manipulasi sebagai berikut:

Pertama menambahkan digit satuan (4 + 7 = 11).

Selanjutnya menambahkan digit puluhan (9 + 6 = 15).

Menggeser Angka Puluhan yaitu 1 dari Digit satuan (11 - 10 = 1) dan ditambahkan ke Digit Puluhan 15 + 1 = 16)

Sehingga jawabannya adalah 161

….

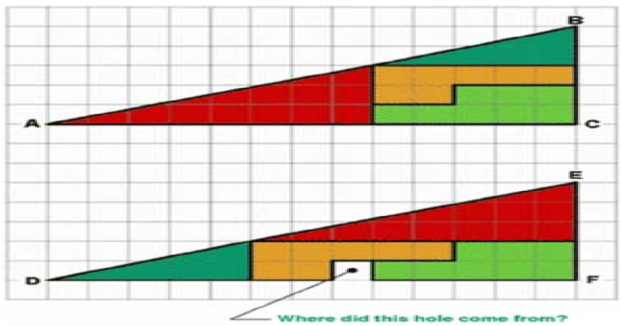
Blog mashuri.blogspot.com mencoba membangun komunitasnya dengan menampilkan wajah matematika yang menyenangkan (baca: menyehatkan) dengan cara "*plesetan*" matematika. Sajian matematika yang biasanya penuh dengan warna keseriusan disajikan dengan humor yang menggelitik, sehingga dapat memancing kemampuan bernalar dan mengaitkan ide-ide seputar matematika. Berikut ini beberapa contoh "plesetan" matematika yang di-*posting*:

<table>
<tr>
<td>

$\frac{1}{n}\sin x = ?$

$\frac{1}{\cancel{n}}\text{si}\cancel{n}\,x =$

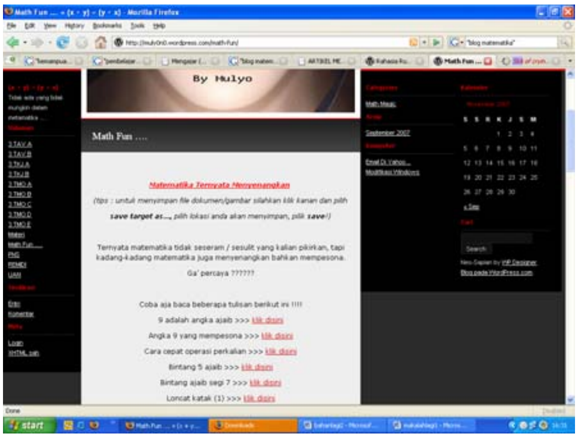
$six = 6$

Sederhana!
</td>
<td>


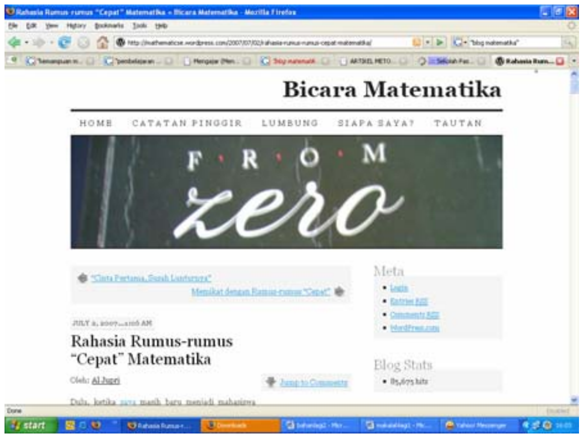
Dari mana datangnya sel kosong?
</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">


Penjumlahan seluruh angka yang ada dalam bujur sangkar sama dengan
</td>
</tr>
</table>

bilangan terkecil di tambahkan dengan 8 lalu hasilnya dikalikan dengan 9. Selidiki kumpulan yang lainnya.

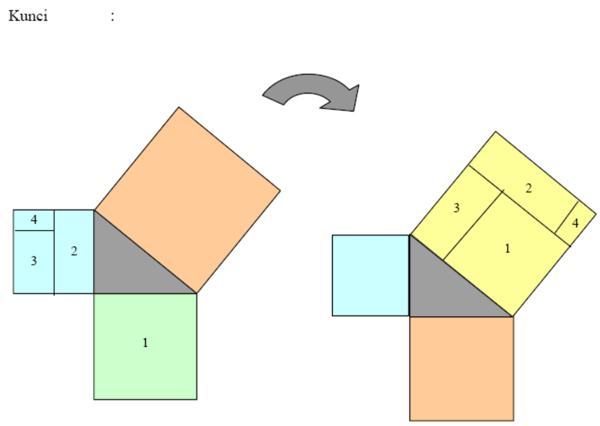


Gambar 4.c. Tampilan muly0n0.wordpress.com



Gambar 4.d. Tampilan mathematicse.wordpress.com

Adapun blog muly0n0.wordpress.com menggunakan pendekatan berupa penyediaan materi dan bank soal pelajaran matematika (sekolah menengah umum) untuk mengikat pengunjungnya. Selain itu disediakan juga math fun yang memberikan gambaran-gambaran pola kekhasan di matematika yang menyenangkan. Berikut salah satu *snapshoot*-nya:



Gambar 5. Visualisasi Kunci Permainan Pythagoras

Tidak sekedar posting materi matematika seperti pada blog muly0n0.wordpress.com, mathematicse.wordpress.com menyajikannya "matematika" dalam bentuk catatan perjalanan. Materi matematika menyatu dalam pengalaman pemiliknya sebagai kehidupan yang lumrah dijalani orang tada umumnya. Berikut cuplikan 2 posting materi matematika sebagai pengalaman kehidupan yang lumrah.

…   Dengan sedikit malu-malu, saya bertanya padanya tentang soal yang belum bisa saya selesaikan tersebut. Sambil saya tanyakan pula kenapa ia begitu cepat bisa menyelesaikan soal-soal tersebut. Soal yang waktu itu belum bisa saya selesaikan adalah seperti berikut ini   .

Soal: Bila a + 1/a = 5, maka nilai dari a3 + 1/a3 =…

Dengan cepat teman saya itu pun menyelesaikan soal tersebut seperti berikut ini:

a3 + 1/a3 = (a + 1/a)3 – 3a.1/a(a + 1/a) = 53 – 3(5) = 125 – 15 = 110.

Melihat cara penyelesaiannya, saya hanya bisa melongo waktu itu. "Cuma satu baris? Padahal saya mencoba menyelesaikannya berbaris-baris, dan belum ketemu juga", itu yang ada di pikiran saya. Kemudian, saya pun bertanya ke teman saya itu, kenapa cara pengerjaannya seperti itu?

Dengan senang hati, ia pun menjelaskan ke saya. Ia katakan bahwa, soal semacam tersebut dapat dengan mudah diselesaikan dengan rumus "cepat" berikut ini.

….

Posting di atas ini merupakan pengalaman blogger ketika itu dia sedang mempersiap-kan diri meneruskan ke jenjang pendidikan yang lebih tinggi. Dari pertemuan dengan temannya ini, dia menemukan sesuatu yang luar biasa berhubungan dengan cara menyelesaikan soal matematika di luar kebiasaan dan sangat menyenangkan.

Adapun posting berikut pengalaman blogger ketika ketemu seseorang "jenius" sebagai teman diskusi matematika yang secara tidak langsung membangkitkan penalaran dan membentuk sikap/atitut terhadap matematika. Berikut cuplikannya:

….

Dari obrolan tersebut, saya banyak mendapatkan tambahan wawasan dan pengetahuan (relatif) baru tentang matematika. Sebuah contoh sangat sederhana berikut adalah pertanyaan yang saya dapat darinya.

Perhatikan bahwa:

$(-1)^3 = -1$. Karena $3 = \frac{6}{2}$maka $(-1)^3 = (-1)^{\frac{6}{2}} = ((-1)^6)^{\frac{1}{2}} = 1^{\frac{1}{2}} = 1$.

"Kenapa bisa begitu? Alasannya apa?", begitu tanyanya ke saya.

Akibatnya katanya, $-1 = 1$atau $1 = -1$. Karena $1 = -1$, maka $1 + 1 = -1 + 1$ alias $2 = 0$.

Ketika mendapat pertanyaan seperti itu, mulanya saya belum bisa menjawabnya, belum mampu menjelaskannya. Waktu itu saya hanya bisa terkesima, senyum-senyum saja, cengar-cengir gak karuan. Namun alhamdulillah setelah saya fikir-fikir beberapa saat lamanya, saya pun bisa menjelaskannya. Mau tahu?

….

Bentuk posting dengan gaya catatan perjalanan (pengalaman) ini, dia mendapat banyak komentar. Dari komentar-komentar yang masuk berkembang menjadi komunikasi multiarah yang dapat membangun komunikasi dengan sikap positip terhadap matematika dan permasalahannya. Berikut contoh komentar yang masuk sebagai wujud komunikasi dan sikap terhadap matematika.

….

Knp seh rumus2 cepat sprti ntu seolah2 tabu diblajarkn di sekolah2,apa krn gurunya tkt kalah pintar yah,hehe..

Bermanfaat skali bila qta dpt menyikap kelemahan dan kelebihan dr rumus cepat trsbut seyogyanya qta jd tdk salah kaprah dlm menerapkanny..

Ada yang bilang,pnentuan horoskop,astrologi,ramalan dsb

materinya diambil dr hsil perhitungan melalui rumus2 yg udah dipatok,bener ga seh?

Makaseh yah sbelumnya (Hassan's unsur)

….

....

Wah saya jadi inget *joke* matematika waktu di SMA dulu. Ayo buktikan 3 = 4 kata seorang guru. Seorang murid males langsung maju ke papan tulis: kedua ruas dikalikan dengan 0 (nol). 3 X 0 = 4 X 0, jadinya 0 = 0.

(spektrumku.wordpress.com)

....

Dari hasil kunjungan ke beberapa blog, diperoleh gambaran betapa blog dapat menjadi media aktualisasi diri pemiliknya. Khususnya blog yang memfokuskan kontennya tentang matematika (sering diklaim sebagai blog matematika), membuka peluang bagi pribadi pemiliknya untuk mencapai aktualisasi daya matematika.

Daftar Pustaka

http://arifmrizal.blogspot.com/2006/01/aktualisasi-diri.html

http://blog.kenz.or.id/2005/05/02/carl-rogers-psikolog-aliran-humanisme.html

http://enda.goblogmedia.com/apa-itu-blog.html

http://mashuri.blogspot.com/2007/03/asyiknya-matematika.html

http://muly0n0.wordpress.com/math-fun/

http://nita.goblogmedia.com/HTML/risetblog.html

http://papabonbon.wordpress.com/2007/04/28/jadi-blogger-itu-aktualisasi-diri/

http://www.pikiran-rakyat.com/cetak/2006/032006/27/teropong/lainnya05.htm

http://www.sigmetris.com/artikel.html

http://www1.bpkpenabur.or.id/kps-jkt/wydiaw/54/artikel4.htm

Kurniawan P., 2002, Membuat Blog Menggunakan Wordpress, Jakarta: PT Elex Media Komputindo.