SISTEM KENDALI DASAR

RESPON WAKTU DAN RESPON FREKUENSI

Fatchul Arifin

fatchul@uny.ac.id

PROGRAM STUDI TEKNIK ELEKTRONIKA

JURUSAN TEKNIK ELEKTRONIKA

FAKULTAS TEKNIK UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA

2015

KARAKTERISTIK RESPON

Adalah ciri-ciri khusus perilaku dinamik (spesifikasi performansi) Tanggapan (respon) output sistem yang muncul akibat diberikannya suatu sinyal masukan tertentu yang khas bentuknya (disebut sebagai sinyal uji).

<u>Klasifikasi Respon Sistem</u>

Berdasarkan sinyal bentuk sinyal uji yang digunakan, karakteristik respon sistem dapat diklasifikasikan atas dua macam, yaitu:

- ***<u>Karakteristik Respon Waktu (Time Respons)</u>***, adalah karakteristik respon yang spesifikasi performansinya didasarkan pada pengamatan bentuk respon output sistem terhadap berubahnya waktu. Secara umum spesifikasi performansi respon waktu dapat dibagi atas dua tahapan pengamatan, yaitu;
    - ***<u>Spesifikasi Respon Transient</u>***, adalah spesifikasi respon sistem yang diamati mulai saat terjadinya perubahan sinyal input/gangguan/beban sampai respon masuk dalam keadaan steady state. Tolok ukur yang digunakan untuk mengukur kualitas respon transient ini antara lain; **rise time, delay time, peak time, settling time, dan %overshoot**.
    - ***<u>Spesifikasi Respon Steady State</u>***, adalah spesifikasi respon sistem yang diamati mulai saat respon masuk dalam keadaan steady state sampai waktu tak terbatas. Tolok ukur yang digunakan untuk mengukur kualitas respon steady state ini antara lain; ***<u>%eror steady state baik untuk eror posisi, eror kecepatan maupun eror percepatan</u>***.
- ***<u>Karakteristik Respon Frekuensi (Frequency Respons)</u>***, adalah karakteristik respon yang spesifikasi performansinya didasarkan pengamatan ***<u>magnitude dan sudut fase dari penguatan/gain (output/input)</u>*** sistem untuk masukan sinyal sinus (A sin wt), pada rentang frekuensi $\omega = 0$ s/d $\omega = \infty$. Tolok ukur yang digunakan untuk mengukur kualitas respon frekuensi ini antara lain; ***<u>Frequency Gain Cross Over, Frequency Phase Cross Over, Frequency Cut-Off (filter), Frequency Band-Width (filter), Gain Margin, Phase Margin, Slew-Rate Gain</u>*** dan lain-lain.

RESPON WAKTU

<u>Karakteristik Respon Waktu Sistem Orde I dan Sistem Orde II</u>

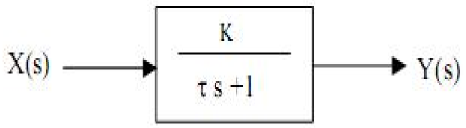
Respon output sistem orde I dan orde II, untuk masukan fungsi Impulsa, step, ramp dan kuadratik memiliki bentuk yang khas sehingga mudah diukur kualitas responnya (menggunakan tolok ukur yang ada). Pada sistem orde tinggi umumnya memiliki bentuk respon yang kompleks atau tidak memiliki bentuk respon yang khas, sehingga ukuran kualitas sulit ditentukan. Meskipun demikian, untuk sistem orde tinggi yang ada dalam praktek (sistem yang ada di industri), umumnya memiliki respon menyerupai atau dapat didekati dengan respon orde I dan II. Untuk sistem yang demikian dapatlah dipandang sebagai sistem orde I atau II, sehingga ukuran kualitas sistem dapat diukur dengan tolok ukur yang ada.

A. Karakteristik Respon Impulsa (Impuls Respon)

Adalah karakteristik sistem yang didapatkan dari spesifikasi respon output terhadap masukan impulsa.

Respon Impulsa sistem orde I

Suatu sistem orde I, dapat digambarkan sebagai berikut:

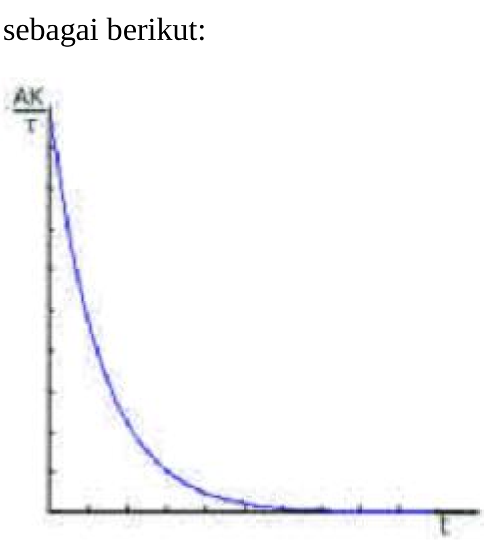


Transfer Function (TF) sistem dapat dituliskan sebagai:

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{\tau s + 1}$$

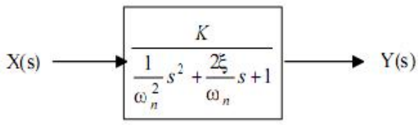
Untuk masukan x(t) = Ad(t) atau X(s) = A, maka respon output sistem dapat dituliskan dan digambarkan sebagai berikut:

$$Y(t) = \frac{AK}{\tau} e^{-\frac{1}{\tau}t}$$



Respon Impulsa sistem orde II

Suatu sistem orde II, dapat digambarkan sebagai berikut:

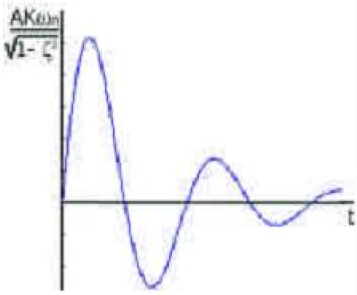


Transfer Function (TF) sistem dapat dituliskan sebagai:

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{\frac{1}{\omega_n^2}s^2 + \frac{2\xi}{\omega_n}s + 1}$$

Untuk masukan x(t) = $A\delta(t)$ atau X(s) = A, maka respon output sistem dapat dituliskan dan digambarkan sebagai berikut:

$$Y(t) = \frac{AK\omega_n}{\sqrt{1-\xi^2}} Sin\,\omega_n \sqrt{1-\xi^2}\, t$$

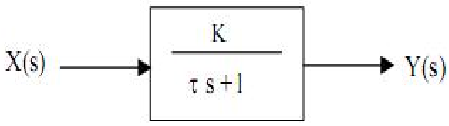


B. Karakteristik Respon Step (Step Respon)

Adalah karakteristik sistem yang didapatkan dari spesifikasi respon output terhadap masukan Step.

Respon Step Sistem Orde I

Suatu sistem orde I, dapat digambarkan sebagai berikut:



Transfer Function (TF) sistem dapat dituliskan sebagai:

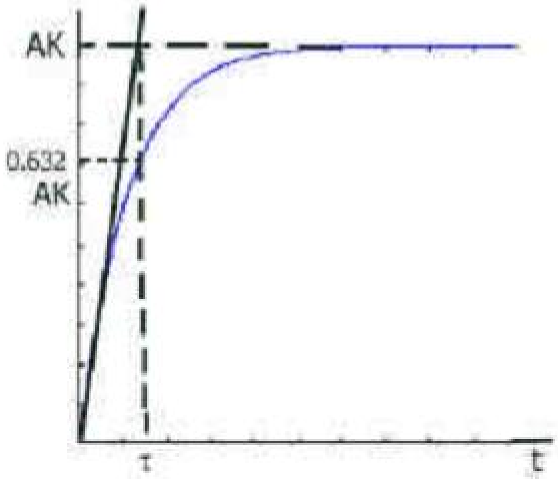
$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{\tau s + 1}$$

Untuk masukan x(t) = Am(t) atau X(s) = $^{A}/_{S}$, maka output sistem dalam fungsi s dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Y(s) = \frac{AK}{s(\tau s + 1)} \quad \text{atau} \quad Y(s) = AK\left[\frac{1}{s} + \frac{1}{s + 1/\tau}\right]$$

Dengan demikian respon y(t) dapat dituliskan dan digambarkan sebagai berikut:

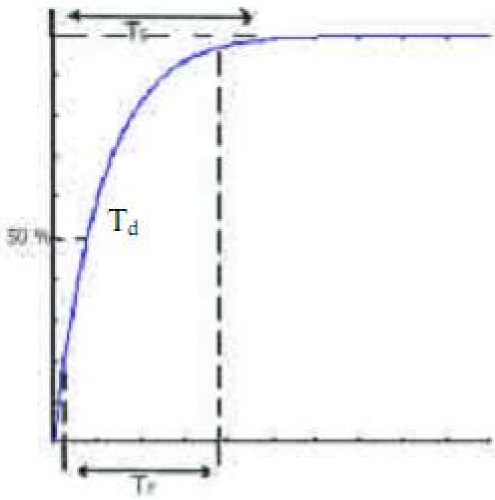
$$Y(t) = AK\left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right]$$



Spesifikasi Respon Step Sistem Orde I

Spesifikasi respon step sistem orde I dapat dinyatakan dalam dua macam spesifikasi yaitu: spesifikasi respon transient (0 ≤ t ≤ 5Ts) dan spesifikasi respon steady state (t ≥ 5Ts) yang di ukur melalui %eror posisi pada keadaan tunak (steady state).

Secara umum respon step sistem orde I dapat di gambarkan sebagai berikut:



Spesifikasi Respon Transient Sistem Orde I

Terdapat beberapa macam ukuran kualitas respon transient yang lazim digunakan, antara lain.:

<u>Time Constan (t)</u> : Ukuran waktu yang menyatakan kecepatan respon, yang di ukur mulai t = 0 s/d respon mencapai 63,2% (e-1x100%) dari respon steady state.

<u>Rise Time (TR)</u> : Ukuran waktu yang menyatakan keberadaan suatu respon, yang di ukur mulai respon 5% s/d 95% dari respon steady state (dapat pula 10% s/d 90%).

TR = t Ln 19 (5%–95%), atau TR = t Ln 9 (10%-90%)

<u>Settling Time (TS)</u>: Ukuran waktu yang menyatakan respon telah masuk ±5% atau ±2% atau ±0,5% dari respon steady state.

Ts(± 5%) = 3t ; Ts(± 2%) = 4t atau Ts(± 0,5%) = 5t

Delay Time (TD): Ukuran waktu yang menyatakan faktor keterlambatan respon output terhadap input, di ukur mulai t = 0 s/d respon mencapai 50% dari respon steady state.

TD = t Ln2

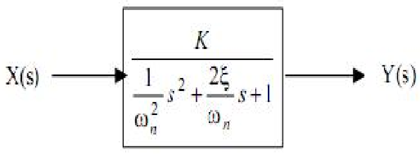
Spesifikasi Respon Steady State Sistem Orde I

Spesifikasi respon steady state di ukur melalui %eror posisi pada keadaan tunak:

$$\%\varepsilon = \frac{X_{SS} - Y_{SS}}{X_{SS}} x100\% \qquad atau \quad \%\varepsilon = (1-K)x100\%$$

Respon Step Sistem Orde II

Suatu sistem orde II, dapat digambarkan sebagai berikut:



Transfer Function (TF) sistem dapat dituliskan sebagai:

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{\frac{1}{\omega_n^2}s^2 + \frac{2\xi}{\omega_n}s + 1}$$

Untuk masukan x(t) = Am(t) atau X(s) = $^A/_S$, maka output sistem dalam fungsi s dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Y(s) = \frac{AK\omega_n^2}{s(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)} \quad \textit{memiliki akar karakteristik } S_1 = 0; \;\; S_{2,3} = -\xi\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1}$$

Tampak bahwa sifat dua akar karakteristik sistem s2 dan s3 tergantung pada harga ξ, di mana;

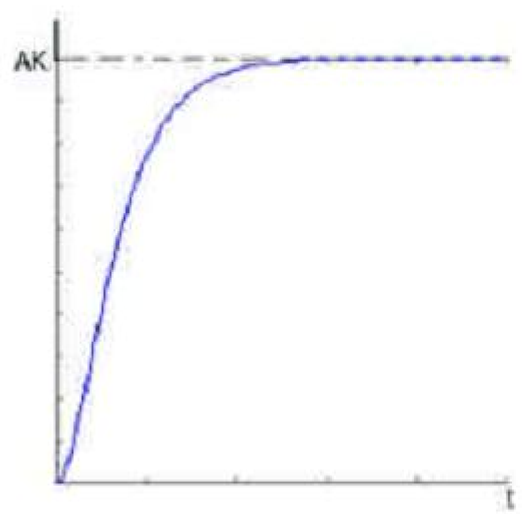
- jika ξ >1 kedua akar berharga real dan berbeda, disebut sebagai sistem over-damped;
- jika ξ =1 kedua akar berharga real dan sama, disebut sebagai sistem critically-damped;
- jika ξ <1 kedua akar merupakan konjugasi kompleks, disebut sebagai sistem under-damped;

Respon Step Sistem Orde II Over-Damped (ξ >1)

Dengan menggunakan teknik pecahan partial serta inversi transformasi Laplace, y(t) dapat dituliskan sebagai:

$$y(t) = AK\left[1 + \frac{1}{2\sqrt{\xi^2 - 1}}\left(\frac{1}{\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}}e^{-\omega_n(\xi + \sqrt{\xi^2 - 1})t} - \frac{1}{\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}}e^{-\omega_n(\xi - \sqrt{\xi^2 - 1})t}\right)\right]$$

Dengan demikian y(t) dapat digambarkan seperti gambar berikut:



Kesimpulan,

- Tampak bahwa respon sistem menyerupai respon sistem orde satu, oleh karena itu spesifikasi respon sistem yang digunakan adalah spesifikasi respon sistem orde satu.
- Sistem orde dua dengan koefisien redaman ξ > 1, dapat didekati dengan model orde I, dengan gain over-all K sama dengan sistem semula dan time constant t* adalah waktu yang dicapai respon pada 63,2% dari keadaan steady state. Model pendekatan tersebut disebut sebagai Model Reduksi.

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{\frac{1}{\omega_n^2}s^2 + \frac{2\xi}{\omega_n}s + 1} \quad \textit{untuk } \xi > 1 \textit{ dapat di reduksi menjadi} \quad \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{\tau s + 1}$$

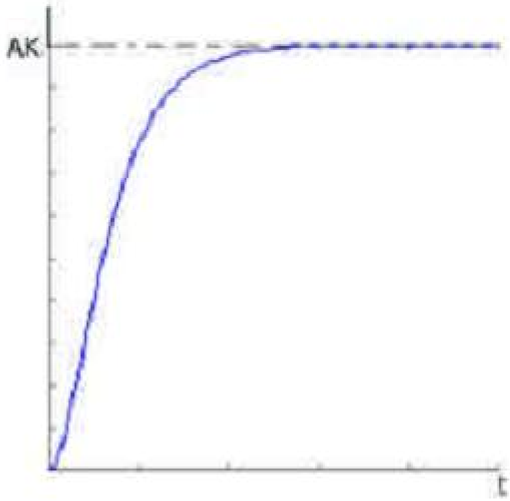
- Pengembangan dari pengertian di atas, tiap sistem orde tinggi yang memiliki respon menyerupai atau dapat didekati dengan respon sistem orde I, model sistem dapat direduksi menjadi model orde I.

Respon Step Sistem Orde II Critically-Damped (ξ = 1)

Dengan menggunakan teknik pecahan partial serta inversi transformasi Laplace, y (t) dapat dituliskan sebagai:

$$y(t) = AK\left[1 - e^{-\omega_n t}\left(1 + \omega_n t\right)\right]$$

Dengan demikian y(t) dapat digambarkan seperti gambar berikut:



Kesimpulan,

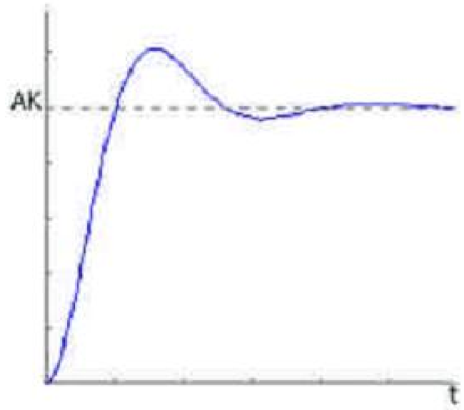
- Tampak bahwa respon sistem menyerupai respon sistem orde satu, oleh karena itu sama seperti kesimpulan sebelumnya, sistem orde dua dengan koefesien redaman ξ = 1, dapat didekati dengan model reduksi orde I, seperti berikut :

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{\frac{1}{\omega_n^2}s^2 + \frac{2\xi}{\omega_n}s + 1} \quad \textit{untuk } \xi = 1 \textit{ dapat di reduksi menjadi} \quad \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{\tau s + 1}$$

Respon Step Sistem Orde II Under-Damped (ξ <1)

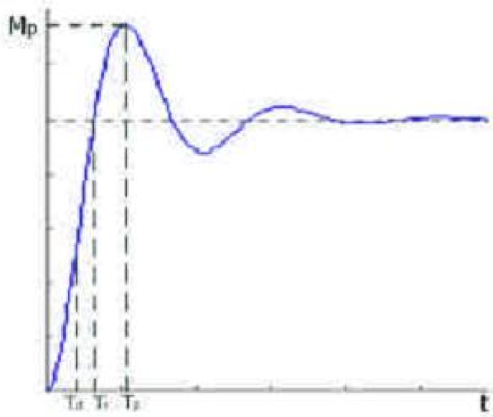
Dengan menggunakan teknik pecahan partial serta inversi transformasi Laplace, y(t) dapat dituliskan dan digambarkan sebagai berikut :

$$y(t) = AK\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} \cos\left\{\left(\omega_n \sqrt{1-\xi^2}\right)t + \tan^{-1}\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right\}\right)$$



Spesifikasi Respon Step Sistem Orde II

Seperti juga pada sistem orde I, spesifikasi respon step sistem orde II dapat dinyatakan dalam dua macam spesifikasi yaitu: spesifikasi respon transient dan spesifikasi respon steady state. Secara umum respon step sistem orde II dapat di gambarkan sebagai berikut:



Spesifikasi Respon Transient Sistem Orde II

Terdapat beberapa macam ukuran kualitas respon transient yang lazim digunakan, antara lain.:

Time Constan (t) : Ukuran waktu yang di ukur melalui respon fungsi selubung yaitu mulai t = 0 s/d respon mencapai 63,2% (e^{-1}x100%) dari respon steady state.

$$\tau = \frac{1}{\xi\omega_n}$$

Rise Time (TR) : Ukuran waktu yang di ukur mulai respon mulai t = 0 s/d respon memotong sumbu steady state yang pertama.

$$T_R = \frac{1}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}\left(\pi - \tan^{-1}\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)$$

Settling Time (TS): Ukuran waktu yang menyatakan respon telah masuk ± 5% atau ± 2% atau ± 0,5% dari respon steady state.

$$T_S(\pm 5\%) = \frac{3}{\xi\omega_n};\ atau\ T_S(\pm 2\%) = \frac{4}{\xi\omega_n};\ T_S(\pm 0{,}5\%) = \frac{5}{\xi\omega_n};$$

Delay Time (TD) : Ukuran waktu yang menyatakan faktor keterlambatan respon output terhadap input, di ukur mulai t = 0 s/d respon mencapai 50% dari respon steady state.

$$T_D = \frac{0{,}742}{\xi\omega_n}$$

Overshoot (MP) : Nilai relatif yang menyatakan perbandingan harga maksimum respon yang melampaui harga steady state dibanding dengan nilai steady state.

$$\%M_P = \exp\left(-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)$$

Time Peak (TP) : Ukuran waktu diukur mulai t = 0 s/d respon mencapai puncak yang pertama kali (paling besar).

$$T_P = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}$$

Spesifikasi Respon Steady State Sistem Orde II

Seperti juga pada sistem orde I, pada sistem orde II spesifikasi respon steady state di ukur melalui %eror posisi pada keadaan tunak :

$$\%\varepsilon = \frac{X_{SS} - Y_{SS}}{X_{SS}}x100\% \qquad atau \quad \%\varepsilon = (1-K)x100\%$$

RESPON FREKUENSI

Suatu sudut pandang alternatif yang juga relevan untuk sistem-sistem linier yang didefinisikan oleh fungsi alih yang dimiliki adalah kelompok metode respon frekuensi. Metode ini mempelajari perilaku sistem yang dilakukan melalui pengukuran-pengukuran respon sinusoidal (atau harmonis). Stabilitas, performansi keadaan tunak (steady-state) dan respon transien dapat ditentukan dari pengukuran-pengukuran respon frekuensi terhadap plant dan aktuator dan pengetahuan mengenai respon frekuensi lup terbuka akan mengantarkan kita ke disain sistem lup tertutup. Kita akan mengkonsentrasikan diri dalam 4 topik penting yaitu

- Respon frekuensi lup terbuka
- Kriteria kestabilan Nyquist yang disederhanakan
- Gain margin dan phase margin
- Perkiraan kestabilan dengan diagram Bode

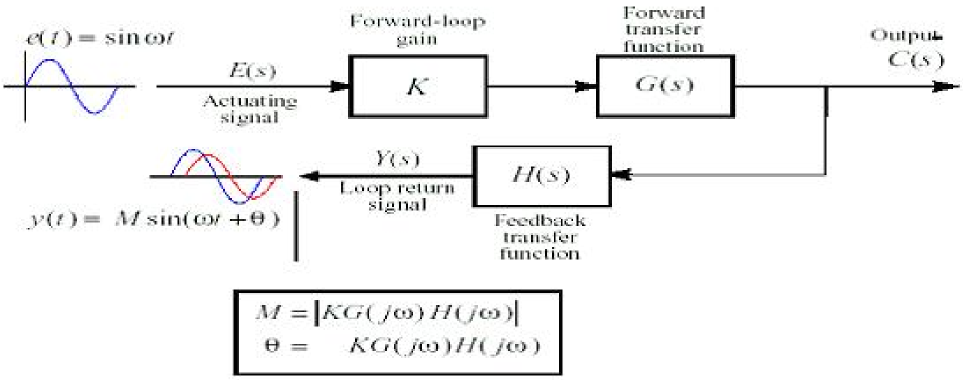
<u>Teknik Respon Frekuensi</u>

Metode respon frekuensi dari suatu sistem analisis dan disain telah digunakan secara luas dalam praktek.

Keuntungan-keuntungan metode respon frekuensi:

- Data respon frekuensi lebih mudah diperoleh secara eksperimen
- Metode respon frekuensi dapat digunakan jika suatu model mengenai plant dan aktuator sukar diperoleh
- Metode respon frekuensi dapat digunakan untuk sistem-sistem dengan penunda waktu (time-delays)
- Kompensator dapat lebih sederhana didisain dan dapat didisain jika hanya terdapat data eksperimen mengenai sistem
- Metode respon frekuensi dapat digunakan untuk menentukan keadaan-keadaan spesifik (properties), seperti keberadaan siklus pembatas dan stabilitas yang berkenaan dengan sistem-sistem non-linier.

Respon frekuensi lup terbuka



Jika kita menggambarkan respon sinusoidal KG(jω)H(jω) di bidang kompleks kita akan menghasilkan sebuah diagram respon frekuensi polar yang akan kita sebut diagram respon frekuensi lup terbuka atau diagram Nyquist. Suatu representasi alternatif untuk menggambarkan besaran 20 log10 M (dalam desibel) dan fase (dalam derajat) terhadap log frekuensi sudut w. Representasi ini dikenal sebagai Bode plot. Nichols chart memiliki keadaan spesifik yang bermanfaat untuk pembentukan respon frekuensi lup tertutup dengan menggunakan compen - sators (tidak dibahas di sini). Satu diagram lain yang seringkali digunakan yang menggambarkan log besaran (magnitude) 20 log10 M (dalam dB) terhadap fase (dalam derajat) disebut Nichols chart. Ketiga representasi respon frekuensi lup terbuka dapat diperoleh dalam MATLAB dengan menggunakan instruksi- instruksi nyquist, bode dan nichols.

Contoh:

Gambarkan respon frekuensi lup terbuka sistem

$$KG(s)H(s) = \frac{500K}{(s+1)(s+3)(s+10)} \qquad (1)$$

Solusi :

$$KG(j\omega)H(j\omega) = \frac{500K}{(j\omega+1)(j\omega+3)(j\omega+10)}$$

$$= 500K\frac{(30-14\omega^2)+j(\omega^3-43\omega)}{(\omega^2+1)(\omega^2+9)(\omega^2+100)} \quad (2)$$

$$|KG(j\omega)H(j\omega)| = \frac{500K}{\sqrt{(\omega^2+1)}\sqrt{(\omega^2+9)}\sqrt{(\omega^2+100)}} \quad (3)$$

$$\angle KG(j\omega)H(j\omega) = -\tan^{-1}\omega - \tan^{-1}\frac{w}{3} - \tan^{-1}\frac{w}{10} \quad (4)$$

Titik-titik penting (cardinal points) dalam contoh di atas

Titik-titik penting adalah nilai-nilai respon frekuensi ketika ω = 0 dan ω = dan ketika respon melintasi sumbu-sumbu riil dan imajiner

- $\omega = 0$

$$KG(j0)H(j0) = \frac{30 \times 500K}{1 \times 9 \times 100} = \frac{50}{3}K$$

- $\omega = \infty$

$$KG(j\infty)H(j\infty) = 500K\frac{j\omega^3 - 14\omega^2}{\omega^6} = -0 + j0$$

Perlintasan sumbu imajiner

Diagram respon frekuensi melintasi sumbu imajiner ketika $\Re\{KG(j\omega)H(j\omega)\} = 0$ yaitu ketika 30 – 14 ω2 = 0 atau ω = $\sqrt{30/14}$ = 2,142 rad/s. Titik perlintasan diberikan dengan

$$\Im\left\{KG(j\omega)H(j\omega)|_{\omega=\sqrt{30/14}}\right\} = \frac{j500K\left[\left(\frac{30}{14}\right)^{\frac{3}{2}} - 43\cdot\frac{30}{14}\right]}{\left(\frac{30}{14}+1\right)\left(\frac{30}{14}+3\right)\left(\frac{30}{14}+100\right)}$$

$$= -j11.5K.$$

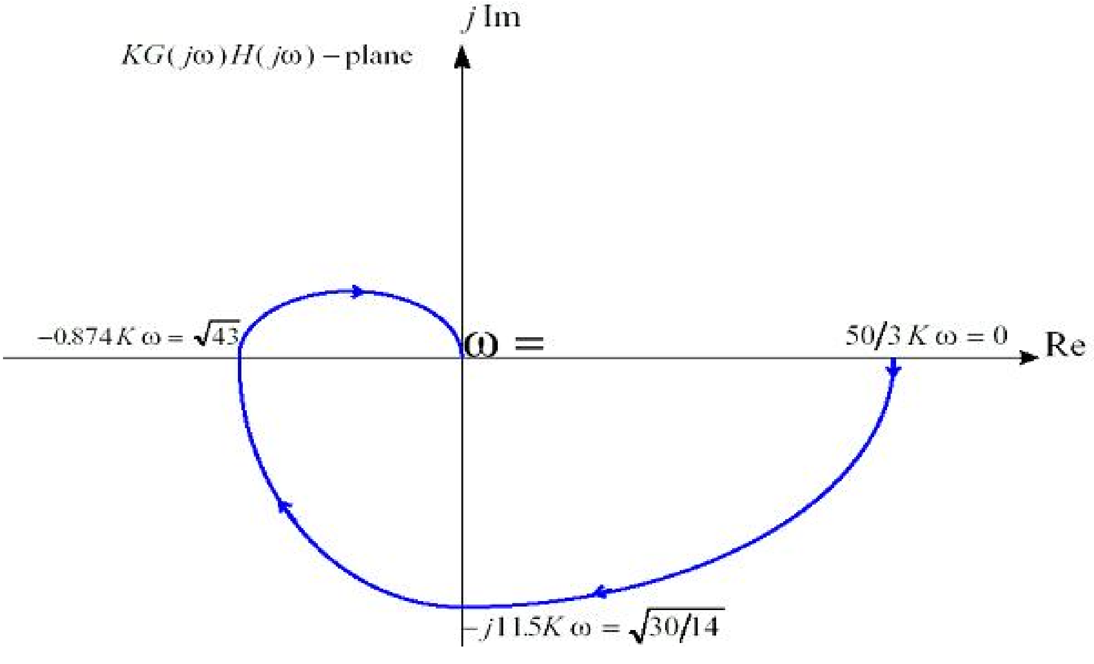
Perlintasan sumbu riil

Digram respon frekuensi melintasi sumbu riil ketika $\Im\{KG(j\omega)H(j\omega)\} = 0.$

yaitu ketika ω^3 –43ω = 0 atau ω = $\sqrt{43}$ rad/s. Titik perlintasan diberikan dengan

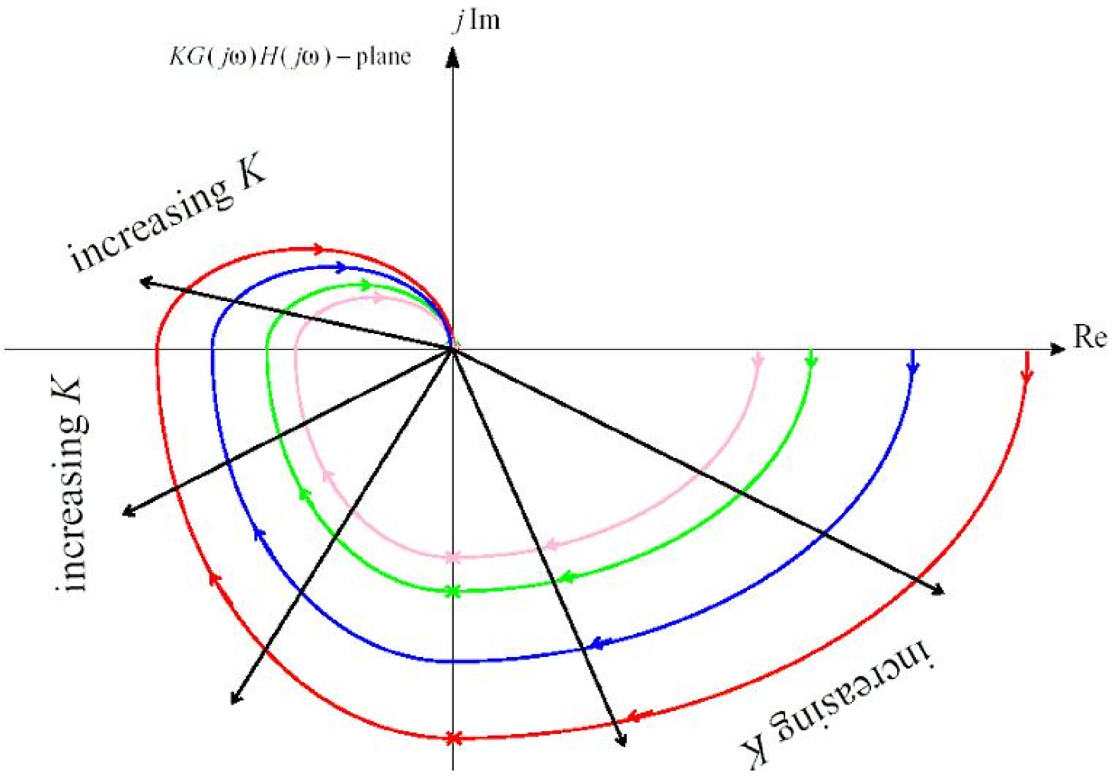
$$\Re\left\{KG(j\omega)H(j\omega)|_{\omega=\sqrt{43}}\right\} = \frac{j500K(30-14\times 43)}{(43+1)(43+9)(43+100)} = -j0.874K. \quad (5)$$

Diagram Nyquist lengkap untuk contoh yang diberikan



Efek penguatan (gain)

Efek penguatan K terhadap diagram Nyquist

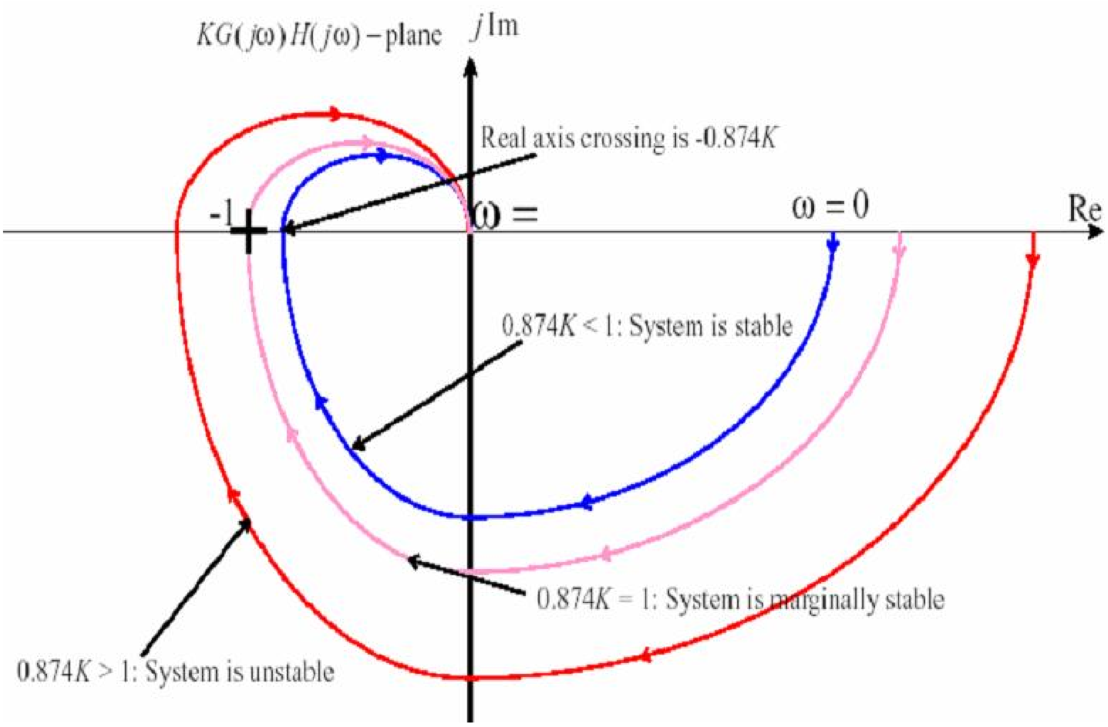


Kriteria Nyquist yang disederhanakan

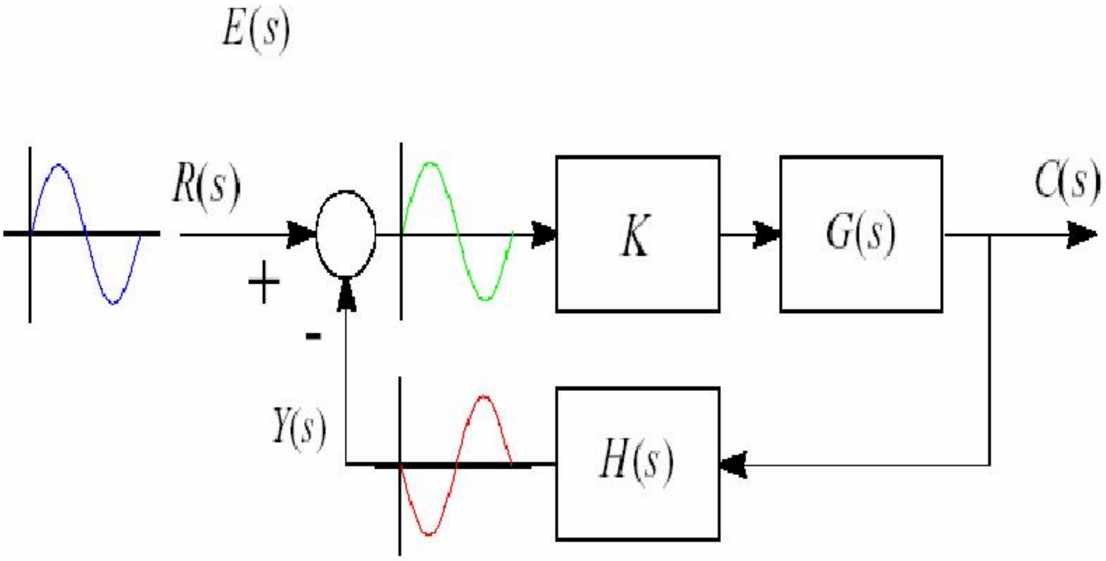
Jika suatu sistem tidak memiliki poles atau zeros di separuh sisi kanan (right-half plane) bidang kompleks maka sistem adalah stabil lup tertutup jika dan hanya jika titik -1+j0 terletak di sebelah kiri diagram Nyquist lup terbuka relatif terhadap pengamat yang berjalan sepanjang diagram dalam arah penambahan frekuensi.

Jika sistem memiliki poles atau zeros lup terbuka di separuh sisi kanan maka kriteria Nyquist penuh (full Nyquist criterion) harus digunakan untuk menaksir kestabilan.

Stabilitas sistem dalam contoh

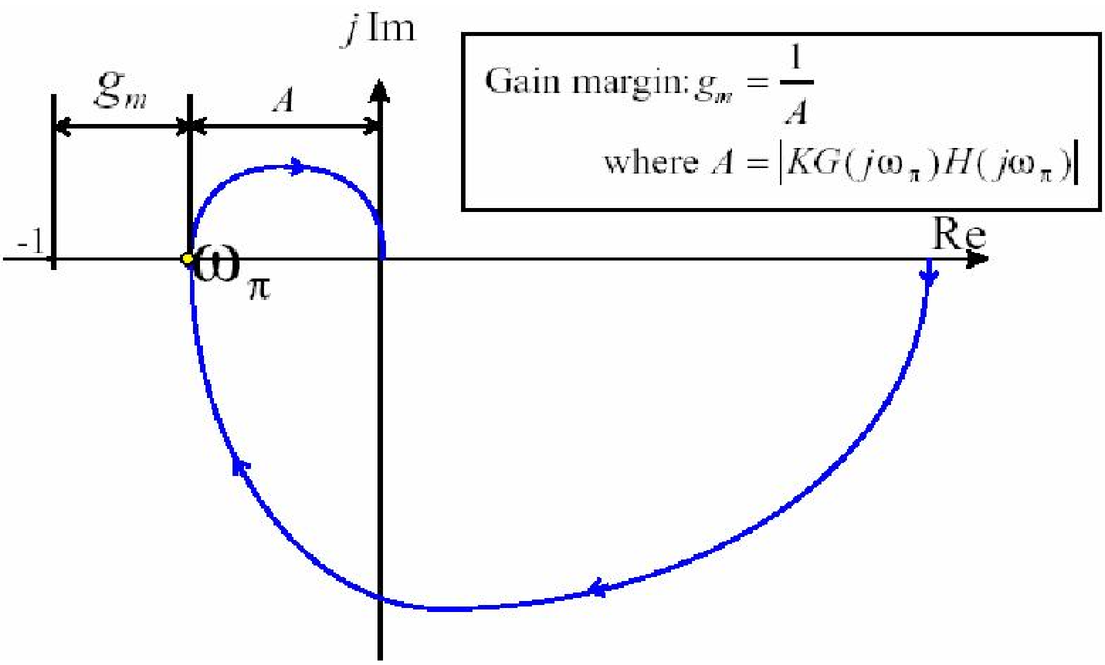


Penjelasan kriteria Nyquist

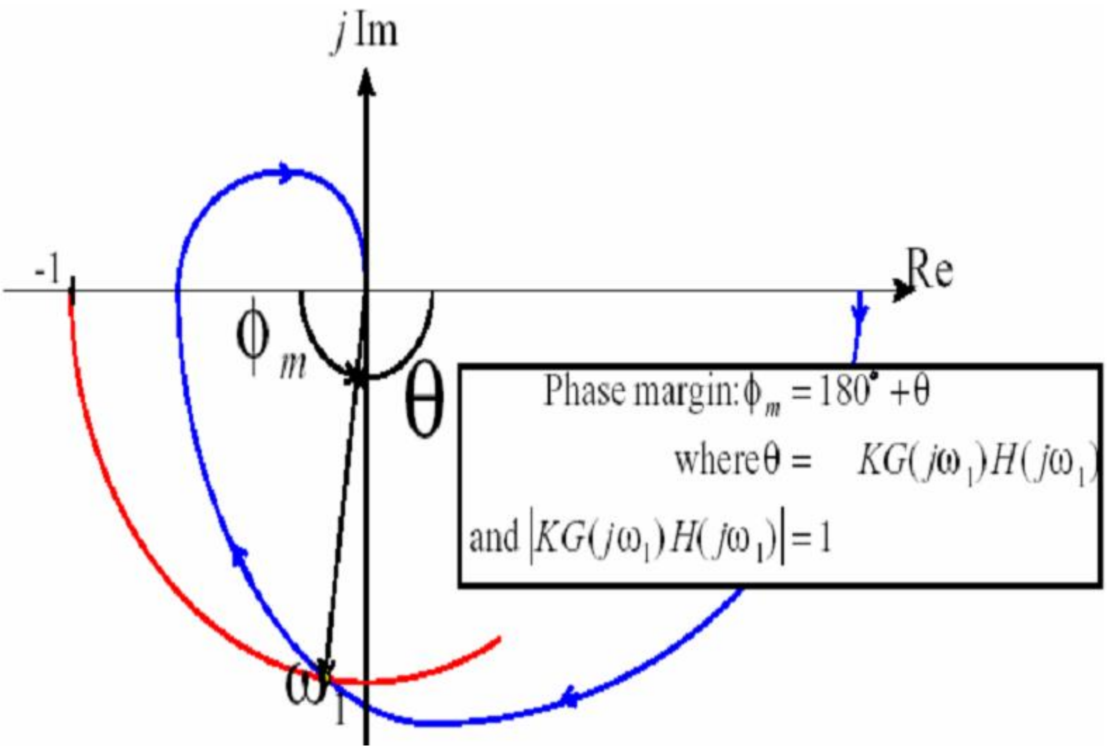


Gain margin dan phase margin

Gain margin

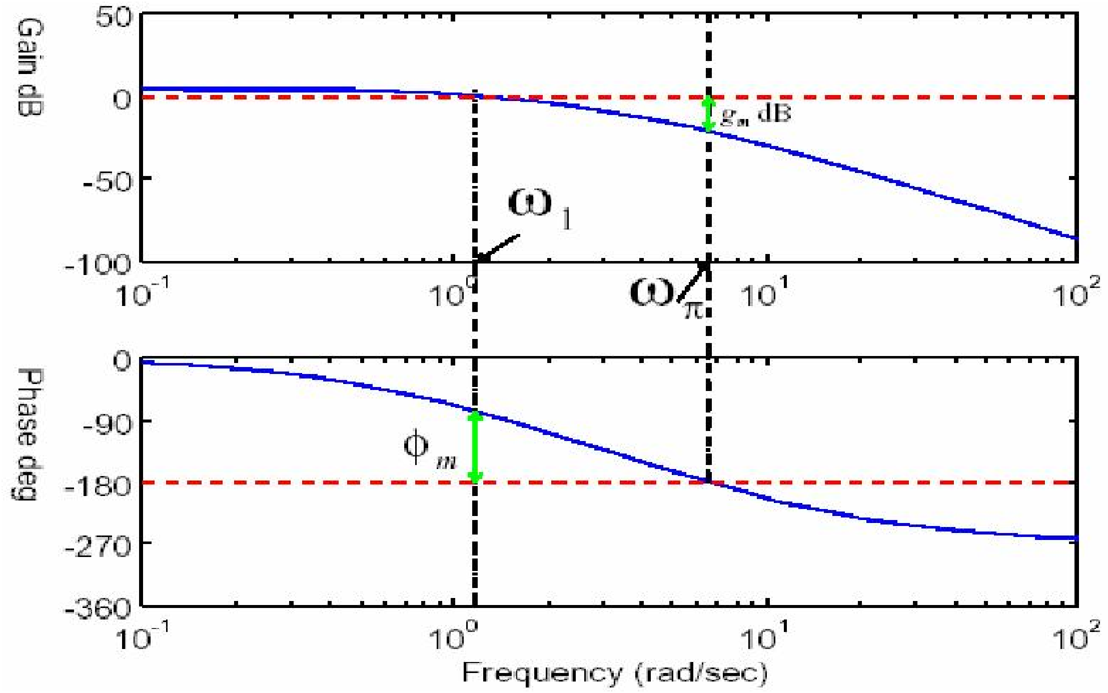


PhaseMargin



Pertimbangan disain dengan menggunakan gain margin dan phase margin

Gain margin dan phase margin dari diagram bode (untuk sistem stabil)



Gain margin dan phase margin dari diagram bode (untuk sistem tidak stabil)