

UJIAN AKHIR SEMESTER

Mata Kuliah	: Aljabar Linear Lanjut
Prodi / Jumlah SKS	: P. Mat R, PMNR / 3
Alokasi Waktu	: 100'
Sifat	: <i>Closed Book</i>
Dosen Penguji	: K a r y a t i, M.Si

- Misalkan V adalah ruang vektor, W sub ruang vektor V serta S adalah sebarang himpunan dengan $s \in S$. Jika dibentuk himpunan $U = \{f \in F(S, V) \mid f(s) \in W\}$, apakah U membentuk ruang vektor terhadap operasi penjumlahan dan perkalian skalar biasa pada himpunan fungsi? Buktikan jawaban anda!
- Diberikan W adalah himpunan bagian dari R^3 dimana setiap elemennya memenuhi hubungan $x - 2y = 0$ dan $-2x + 4y = 0$. Selanjutnya tentukan: komplemen ortogonal dari W relatif terhadap hasil kali titik (**dot product**), yaitu W^\perp berikut basisnya juga
- Selidiki apakah fungsi berikut membentuk hasil kali dalam pada ruang vektor P_2 , yang didefinisikan sebagai berikut:
$$\langle p, q \rangle = p(0)q(0) + p(1)q(1) + p(2)q(2)$$
 - Jika ya, hitung $\langle p, q \rangle, \|p\|, \|q\|, d(p, q)$ jika $p = 1 - x$, $q = 1 + x^2$
- Diberikan suatu transformasi linear $T: R^2 \rightarrow P_1$ dengan aturan pengawanan $T(\langle a, b \rangle) = \langle a - b \rangle + \langle 2a + 2b \rangle$, maka selidiki:
 - Apakah T bijektif?
 - Tentukan matriks transformasinya jika basis dari masing-masing ruang vector adalah $\langle 1 \rangle, \langle 0, 1 \rangle$ dan $\langle 1 + x \rangle$
 - Tentukan basis dan dimensi dari $\ker T$ dan $R(\langle \rangle)$
- Diberikan suatu matriks $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$, selanjutnya tentukan :
 - Nilai eigen dan vector eigen-nya
 - Basis ruang eigen-nya
 - Diagonalisasikan A , jika mungkin
 - Hitung A^{2001} menggunakan sifat diagonalisasi matriks A