

UJIAN SISIPAN II

Mata Kuliah	: Aljabar Linear II
Prodi	: PM / PMNR
Jumlah SKS	: 3 sks
Dosen Pengampu	: Karyati, M.Si
E_mail	: karyati@uny.ac.id

Kerjakan Seluruh Soal berikut, tidak harusurut, tetapi setiap soal dikerjakan sampai tuntas sebelum pindah nomor soal.

1. Diberikan suatu pemetaan $T: M_{2 \times 2} \rightarrow P_2$, dengan

$$T\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = (a+b-c)\vec{y} + (a-d)\vec{x} + (a+b-c+d)\vec{x}^2$$

- Selidiki apakah T tersebut merupakan transformasi linear?
- Tentukan $R(T)$ dan $\dim R(T)$
- Tentukan $\ker(T)$ dan $\dim \ker(T)$
- Tentukan matriks transformasi linear T jika basis dari $M_{2 \times 2}$ adalah

$$\left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\} \text{ dan basis untuk } P_2 \text{ adalah } \{1+x+x^2, x+x^2, x^2\}$$

2. Diberikan suatu transformasi linear $T: P_1 \rightarrow R^2$ dengan $T(a+bx) = (a-b, a)$. Selidiki apakah T surjektif, injektif atau bijektif
3. Jika diberikan Transformasi linear $T: P_1 \rightarrow P_1$ dengan $T(a+bx) = (a+b)\vec{y} + (a-b)\vec{x}$. Jika diketahui basis untuk P_1 adalah $B = \{1+x, x\}$ dan $B' = \{1-x, 2+x\}$, maka tentukan matriks transformasi $A_{B'B'}$ melalui matriks transformasi A_{BB}

4. Diberikan matriks $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$, tentukan

- Nilai eigen dan vector eigen-nya
- Basis ruang eigen-nya
- Diagonalisasikan A , jika mungkin
- Hitung A^5 menggunakan sifat diagonalisasi matriks A

5. Buktikan bahwa: Jika $T: V \rightarrow W$ adalah transformasi linear yang 1-1 (injektif) dan $\{v_1, v_2, \dots, v_n\} \subseteq V$ bebas linear, maka $\{T(v_1), T(v_2), \dots, T(v_n)\}$ bebas linear.