

UJIAN SISIPAN I

Mata Kuliah	: Aljabar Linear II
Prodi	: PMR & PMNR
Jumlah SKS	: 3 sks
Waktu	: 100'
Pengampu	: Karyati, M.Si
E_mail	: karyati@uny.ac.id

Kerjakan semua soal-soal berikut. Dapat dimulai dari yang dianggap paling mudah (tidak harusurut)

1. Jika untuk suatu vektor $u \in V$, dibentuk himpunan $W = \{v \in V \mid \langle u, v \rangle = 0, u \in V\}$. Selidiki apakah himpunan tersebut membentuk sub ruang vektor V atau tidak!
2. Jika $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ adalah himpunan vektor - vektor yang bebas linear, selidiki apakah himpunan $\{x_1 + y_1, y_1 + x_2, \dots, y_1 + x_n\}$ bebas linear atau bergantung linear!
3. Diberikan $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ dan $Q = \{X \in M_{2 \times 2} \mid AX = XA\}$. Tentukan basis dan dimensi dari sub ruang Q !
4. Diberikan $p(x), q(x), w(x)$ adalah fungsi bernilai real yang kontinu pada interval $[-1, 1]$ dengan $w(x)$ fungsi bernilai positif. Selanjutnya didefinisikan suatu hasil kali dalam (*inner product*) : $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(x)q(x)w(x)dx$. Jika $p(x) = 2x + x^2$, $q(x) = 1 + x^2$, dan $w(x) = 2$ maka hitunglah $\|p\|, \|q\|, d(p, q)$
5. Diberikan definisi hasil kali dalam pada ruang vector P_2 sebagai berikut:

$$\bar{p} = a + bx + cx^2, \quad \bar{q} = a' + b'x + c'x^2 \in P_2 \quad \text{maka} \quad \langle \bar{p}, \bar{q} \rangle = 3aa' + 2bb' + cc'. \quad \text{Selanjutnya}$$

bawalah ke basis orthogonal dari basis P_2 berikut: $\{1 + x + x^2, x + x^2, x^2\}$