ISBN :
978-979-16353-6-3

PROSIDING

SEMINAR NASIONAL

MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA

"Matematika dan Pendidikan Karakter dalam Pembelajaran"

Penyelenggara :

UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA

HIMPUNAN MATEMATIKA INDONESIA 1976

Yogyakarta, 3 Desember 2011

ISBN 978-979-16353-6-3
9 789791 635363

PROSIDING SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA

3 Desember 2011 FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta

Artikel-artikel dalam prosiding ini telah dipresentasikan pada
Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika
pada tanggal ***3 Desember 2011***
di Jurusan Pendidikan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta

Tim Penyunting Artikel Seminar :

1. **Prof. Dr. Rusgianto**
2. **Dr. Hartono**
3. **Dr. Jailani**
4. **Dr. Djamilah BW**
5. **Dr. Ali Mahmudi**
6. **Dr. Sugiman**
7. **Dr. Agus Maman Abadi**
8. **Dr. Dhoriva UW**
9. **Sahid, M.Sc**

Jurusan Pendidikan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta
2011

PROSIDING
SEMINAR NASIONAL
MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA 2011

Matematika dan Pedidikan Karakter dalam Pembelajaran
3 Desember 2011

Diselenggarakan oleh:
Jurusan Pendidikan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta

Diterbitkan oleh
Jurusan Pendidikan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta
Kampus Karangmalang, Sleman, Yogyakarta

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
UNY, 2011

Cetakan ke – 1
Terbitan Tahun 2011
Katalog dalam Terbitan (KDT)
Seminar Nasional (2011 Desember 3: Yogyakarta)
Prosiding/ Penyunting: Hartono [et.al] – Yogyakarta: FMIPA
Editor : Nur Hadi W [et.al] – Yogyakarta: FMIPA
Universitas Negeri Yogyakarta, 2010

ISBN 978-979-16353-6-3
9 789791 635363

Penyuntingan semua tulisan dalam prosiding ini dilakukan oleh Tim Penyunting Seminar Nasional MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA 2011 dari Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

KATA PENGANTAR

Puji Syukur ke Hadirat Tuhan Yang Maha Esa atas segala Karunia dan Rahmat-Nya sehingga prosiding ini dapat diselesaikan. Prosiding ini merupakan kumpulan makalah dari peneliti, pemerhati dan dosen bidang Matematika dan Pendidikan Matematika berbagai daerah di Indonesia. Makalah yang dipresentasikan meliputi makalah utama dan makalah pendamping, terdiri dari makalah bidang Matematika (Statistika, Geometri, Aljabar, Analisis, Matematika Terapan, Komputer) dan Pendidikan Matematika.

Seminar Nasional ini diikuti tidak kurang dari 115 pemakalah yang berasal dari institusi pendidikan tinggi, sekolah menengah, dan lembaga lain. Beberapa institusi asal pemakalah antara lain UPI Bandung, UPI Kampus Tasikmalaya, Universitas Sultan Ageng Tirtayasa Banten, Universitas Siliwangi Tasikmalaya, Universitas Negeri Yogyakarta, Universitas Gadjah Mada, UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta, Universitas Ahmad Dahlan Yogyakarta, Universitas Sanata Dharma Yogyakarta, Universitas Negeri Semarang, Institut Teknologi Surabaya, Universitas Katolik Widya Mandala Madiun, Universita Widya Dharma Klaten, SDSN Batursari 6, SMP 1 Banguntapan Bantul, SMP N 1 Paliyan Gunungkidul, MTs N SEYEGAN, SMP Islam Terpadu Alam Nurul Islam Yogyakarta, SMPN 3 Cimahi, Univ. Dian Nusantara Medan, Universitas Mataram, FMIPA UM, Universitas Pancasakti Tegal, Universitas Airlangga, Universitas PGRI Banyuwangi, Institut Pertanian Bogor, UNS, Sekolah Tinggi Teknologi Bontang, Universitas Muhammadiyah Surabaya, ITB, Universitas Kristen Satya Wacana Salatiga, Universitas Nusa Cendana, Universitas Cenderawasih Jayapura, Pusat Teknologi Material, Badan Pengkajian dan Penerapan Teknologi (BPPT), Universitas Bina Nusantara, Universitas Jenderal Soedirman, Universitas Pattimura Ambon, Universitas Negeri Surabaya, STKIP Siliwangi Bandung, IKIP PGRI Madiun, STKIP PGRI SIDOARJO, Universitas Tama Jagakarsa, UHAMKA Jakarta, SMK N 2 Wonosari, Univ PGRI Yogyakarta, STKIP PGRI PACITAN , Universitas Muhammadiyah Purworejo, Universitas Sriwijaya dan Universitas Mataram NTB.

Sesuai dengan tema seminar, semua makalah menyajikan berbagai ragam kajian teoritis maupun hasil penelitian matematika dan pembelajaran matematika yang diharapkan dapat memberikan kontribusi terhadap pembentukan karakter bangsa. Makalah yang dimuat dalam prosiding ini telah melalui tahap seleksi abstrak, yakni melalui proses review oleh tim yang nama anggotanya tercantum pada halaman lain di prosiding ini. Makalah dalam prosiding ini juga dipresentasikan dalam sidang paralel dalam seminar tanggal 3 Desember 2011

Pada kesempatan ini panitia mengucapkan terimakasih kepada semua pihak yang telah membantu dan mendukung penyelenggaraan seminar ini. Khususnya, kepada seluruh peserta seminar diucapkan terima kasih atas partisipasinya dan selamat berseminar, semoga bermanfaat. Semoga prosiding seminar ini dapat menjadi catatan historis bermacam pemikiran intelektual di negeri ini yang bermanfaat sesuai dengan tema seminar, yaitu memberikan kontribusi dalam pembentukan karakter bangsa. Aamiin

Yogyakarta, 3 Desember 2011

Panitia

DAFTAR ISI

			Matematika FKIP Universitas Sanata Dharma		
12	A - 12	Muhamad Zaki Riyanto	Pendidikan Matematika, JPMIPA, FKIP, Universitas Ahmad Dahlan, Yogyakarta	Suatu Algoritma Kriptografi Simetris Berdasarkan Jaringan Substitusi-Permutasi Dan Fungsi Affine Atas Ring Komutatif Zn	MA - 114
13	A - 13	Munadi, M. Si	Universitas Pancasakti Tegal	Aplikasi Binomium Newton Pada Pemangkatan Bilangan Bulat Dua Digit	MA - 126
14	A - 14	Musthofa	UNY	Homomorfisma Pada Semimodule Atas Aljabar Max-Plus	MA - 130
15	A - 15	Pandri Ferdias, Wamiliana	Mahasiswa S2 Universitas Gadjah Mada, Universitas PGRI Yogyakarta	Representasi Matriks Graf Cut-Set Dan Sirkuit	MA - 138
16	A - 16	Puguh Wahyu Prasetyo, Ari Suparwanto	S2 Matematika Universitas Gadjah Mada	Modul Faktor Dari Modul Âš•-Supplemented	MA - 148
17	A - 17	Suzyanna	Universitas Airlangga Fakultas Sains Dan Teknologi Departemen Matematika	Bilangan Fibonacci Dan Lucas Dengan Subskrip Riil	MA - 159
18	A - 18	Yuliyanti Dian Pratiwi, Miftah Sigit Rahmawati ,Nana Fitria , Sri Wahyuni	Mahasiswa S2 Matematika FMIPA UGM	Rank Matriks Atas Ring	MA - 166
19	A – 19	Soffi Widyanesti P. [1] Sri Wahyuni[2]	Jurusan Pendidikan Matematika FKIP Universitas Ahmad Dahlan Matematika FMIPA Universitas Gadjah Mada Yogyakarta	Semigrup Legal Dan Beberapa Sifatnya	MA - 178
Makalah Pendidikan Matematika (MP)					
No	**Kode**	**Nama**	**Instansi**	**Judul**	Hal
1	P - 1	Abdul Aziz Saefudin	Universitas PGRI Yogyakarta	Proses Berpikir Kreatif Siswa Sekolah Dasar (Sd) Berkemampuan Matematika Tinggi Dalam Pemecahan Masalah Matematika Terbuka	MP - 1
2	P - 2	Agata Susilo Ernawati, Andy Rudhito, Sriyanto	Universitas Sanata Dharma	Alur Substansi Materi Pelajaran Dalam Pembelajaran Matematika Topik Kaidah Pencacahan Dengan Menggunakan Buku Ajar Di Kelas XI IPA SMA Kolese De Britto	MP - 10
3	P - 3	Ali Mahmudi	Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA	Model Struktur Problem Posing	MP - 20

			UNY		
4	P - 4	Andrias Eka Fajar Darmawan, Andi Rudhito, Sriyanto	Universitas Sanata Dharma	Interaksi Guru Dan Buku Ajar Dalam Pembelajaran Matematika Topik Kaidah Pencacahan Dengan Menggunakan Buku Ajar Di Kelas XI IPA SMA Kolese De Britto	MP - 30
5	P - 5	Asep Ikin Sugandi	STKIP Siliwangi Bandung	Pengaruh Model Pembelajaran Think Talk Write Terhadap Komunikasi Dan Penalaran Matematis Pada Siswa Smp	MP - 41
6	P - 6	Asep Ikin Sugandi	STKIP Siliwangi Bandung	Pengaruh Pembelajaran Kooperatif Tipe Think Talk Write Terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Dan Koneksi Matematis Pada Siswa SMP	MP - 51
7	P - 7	Dani Nurhayati	Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta	Motivasi Dan Prestasi Belajar Siswa Dalam Pembelajaran Matematika Ditinjau Dari Kelekatan Anak-Orang Tua	MP - 60
8	P - 8	Darmadi	IKIP PGRI Madiun	Imajeri Mahasiswa Dalam Pembelajaran Analisis Real	MP - 70
9	P - 9	Dian Septi Nur Afifah, M. Pd	STKIP PGRI SIDOARJO	Pembelajaran Matematika Realistik Pada Materi Persamaan Linear Satu variabel Di SMP Kelas VIIi	MP - 81
10	P - 10	Dr. Hj. Epon Nuraeni L, M.Pd	UPI Kampus Tasikmalaya	Penggunaan Instrumen Monitoring Diri Metakognisi Dan Kemampuan Mahasiswa Menerapkan Strategi Pemecahan Masalah Matematika	MP - 92
11	P - 11	Dr. Ibrahim	UIN Sunan Kalijaga, Yogyakarta	Pengembangan Kemampuan Berpikir Kritis Dan Kreatif Matematis Siswa Melalui Pembelajaran Berbasis-Masalah Yang Menghadirkan Kecerdasan Emosional	MP - 109
12	P - 12	Dr. Ibrahim	UIN Sunan Kalijaga, Yogyakarta	Pengembangan Bahan Ajar Matematika Sekolah Berbasis Masalah Terbuka Untuk Memfasilitasi Pencapaian Kemampuan Berpikir Kritis Dan Kreatif Matematis Siswa	MA- 121
13	P - 13	Dr. Jailani	Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY	Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika Oleh Pendidik	MA - 133
14	P - 14	Dr. Maspul Aini Kambry , M.Sc., Dra. Zahra Chairani, M.Pd.	Universitas Tama Jagakarsa	Pengajaran Matriks Dan Aljabar Linier Di Fakultas Teknik Universitas Tama Jagakarsa Jakarta	MA - 147
15	P - 15	Rudi Santoso Yohanes	Universitas Katolik Widya Mandala Madiun	Kontribusi Pendidikan Matematika Dalam Pembentukan Karakter Siswa	MA - 158
16	P - 16	Theresia	Universitas Widya	Implementasi Ajaran Ki Hajar	MA - 170

		Kriswianti Nugrahaningsih	Dharma Klaten	Dewantara Dalam Pembelajaran Matematika Untuk Membangun Karakter Siswa	
17	P - 17	Dra. Kokom Komariah, M.Mpd	SMPN 3 Cimahi	Efektivitas Metode Demonstrasi Dalam Meningkatkan Keterampilan Berpikir Kreatif Siswa	MA - 187
18	P - 18	Elisabet Ayunika Permata Sari	Universitas Sanata Dharma	Pengembangan Hipotesis Trayektori Pembelajaran Untuk Konsep Pecahan	MA - 205
19	P - 19	Ervin Azhar	UHAMKA Jakarta	Pengembangan Perangkat Pembelajaran Teori Peluang Berbasis Rme Untuk Meningkatkan Pemahaman, Penalaran, Dan Komunikasi Matematik Siswa SLTA	MA - 213
20	P - 20	Fahisal Afif Abidin	Pendidikan Matematika Fakultas Sains Dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta	Mengejar Perkembangan Teknologi Dengan Media Pembelajaran Animasi Deskriptif Aplikatif	MA - 223
21	P - 21	Fransiskus Gatot Iman Santoso	Universitas Katolik Widya Mandala Madiun	Mengasah Kemampuan Berpikir Kreatif Dan Rasa Ingin Tahu Siswa Melalui Pembelajaran Matematika Dengan Berbasis Masalah	MA - 230
22	P - 22	Harina Fitriyani	Universitas Ahmad Dahlan	Identifikasi Kemampuan Berpikir Matematis Rigor Siswa Smp Berkemampuan Matematika Sedang Dalam Menyelesaikan Soal Matematika	MA - 241
23	P - 23	Hepsi Nindiasari	Pendidikan Matematika, FKIP, Universitas Sultan Ageng Tirtayasa, Banten	Pengembangan Bahan Ajar Dan Instrumen Untuk Meningkatkan Berpikir Reflektif Matematis Berbasis Pendekatan Metakognitif Pada Siswa Sekolah Menengah Atas (SMA)	MA - 251
24	P - 24	Heribertus Antok Krisdyanto, Andy Rudhito, Sriyanto	Universitas Sanata Dharma	Interaksi Siswa Dan Buku Ajar Dalam Pembelajaran Matematika Topik Kaidah Pencacahan Dengan Menggunakan Buku Ajar Di Kelas XI IPA SMA Kolese De Britto	MA - 264
25	P - 25	Ika Wulandari, S.Pd.Si, Laela Sagita, M.Sc	SMK N 2 Wonosari Dan Univ PGRI Yogyakarta	Pembelajaran Matematika Dengan Differentiated Instruction Untuk Mengoptimalkan Karakter Positif Siswa.	MA - 272
26	P - 26	Indah Permatasari, Andy Rudhito, Sriyanto	Universitas Sanata Dharma	Interaksi Guru Dan Siswa Dalam Pembelajaran Matematika Topik Kaidah Pencacahan Dengan Menggunakan Buku Ajar Di Kelas XI IPA SMA Kolese De Britto	MA - 283
27	P - 27	Isticharoh, S.Pd	SDSN Batursari 6	Peningkatan Hasil Belajar Melalui Metode Guided Discovery	MA - 293

				Bermuatan Karakter Berbantuan CD Pembelajaran Materi Bangun Datar Kelas 5	
28	P - 28	Ketut Sutame	Mahasiswa Pascasarjana UNY Prodi Pendidikan Matematika	Implementasi Pendekatan Problem Posing Untuk Meningkatkan Kemampuan Penyelesaian Masalah, Berpikir Kritis Serta Mengeliminir Kecemasan Matematika	MA - 308
29	P - 29	Laila Fitriana,M.Pd	Universitas Ahmad Dahlan Yogyakarta	Pengaruh Model Pembelajaran Cooperative Tipe Group Investigation (GI) Dan STAD Terhadap Prestasi Belajar Matematika Ditinjau Dari Kemandirian Belajar Siswa	MA - 319
30	P - 30	Mahrita Julia Hapsari, S. Pd	Mahasiswa Pasca Sarjana UNY Prodi Pendidikan Matematika	Upaya Meningkatkan Self-Confidence Siswa Dalam Belajar Matematika Melalui Model Inkuiri Terbimbing	MA - 337
31	P - 31	Muhamad Abdorin	Pendidikan Matematika UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta	Kemampuan Berfikir Matematis Mahasiswa Difabel Netra UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta Pada Mata Kuliah Statistika	MA - 346
32	P - 32	Nely Indra Meifiani, Dr Hartono	STKIP PGRI PACITAN	Analisis Kesulitan Matematika Siswa SMP Negeri Di Pacitan Pada Ujian Nasional Tahun 2009/2010	MA - 354
33	P - 33	Niken Wahyu Utami	Universitas PGRI Yogyakarta	Optimalisasi Lingkungan Belajar Dalam Peningkatan Apresiasi Siswa Terhadap Matematika	MA - 366
34	P - 34	Nina Agustyaningrum , S.Pd.Si.	Universitas Negeri Yogyakarta	Implementasi Model Pembelajaran Learning Cycle 5e Untuk Meningkatkan Kemampuan Komunikasi Matematis Siswa Kelas IX B SMP Negeri 2 Sleman	MA - 376
35	P - 35	Qisthiani Nasikhah, S. Pd, Mujiyem Sapti, S. Pd, M. S	Prodi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Muhammadiyah Purworejo	Eksperimentasi Model Pembelajaran TPS (Think Pair Share) Terhadap Prestasi Belajar Matematika Ditinjau Dari Kemampuan Komunikasi Matematika Siswa Kelas VII SMP Se-Kecamatanpurworejo	MA - 388
36	P - 36	Rifka Zammilah	UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta	Penanaman Pendidikan Karakter Melalui Pembelajaran Matematika Menuju Pribadi Manusia Indonesia Seutuhnya	MA - 400
37	P - 37	Risti Fiyana Risty	UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta, Mahasiswa S1 Pendidikan Matematika	Analisis Proses Pembelajaran Matematika Pada Anak Berkebutuhan Khusus (Abk) Tunanetra Kelas X Inklusi SMA Muhammadiyah 4 Yogyakarta	MA - 411
38	P - 38	Siti Mahfudzoh	UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta	Pengaruh Integrasi Islam Dan Sains Dalam Matematika	MA - 418

39	P - 39	Siti Nur Rohmah,M.Pmat .	UAD / Univ.Ahmad Dahlan Yogyakarta	Desain Pembelajaran Statistik Deskriptif Untuk Siswa Sma Dengan Pendekatan Kooperatif Learning Sebagai Upaya Penanaman Pendidikan Karakter	MA - 425
40	P - 40	Sri Subarinah	FKIP Universitas Mataram	Pengintegrasian Pendidikan Karakter Dalam Pembelajaran Matematika SD Yang Bernuansa Pakem Menggunakan Kopermatik (Kotak Permainan Matematika Realistik)	MA - 440
41	P - 41	Suprapto	SMP 1 Banguntapan Bantul	Beberapa Bukti 0,999=1 (Pengajaran Matematika Sekolah Menengah)	MA - 454
42	P - 42	Suswiyati	SMP N 1 Paliyan Gunungkidul	Jurus Jitu Meningkatkan Kreativitas Siswa	MA - 458
43	P - 43	Dra. Sutarti, M.Pd.I	Mts N SEYEGAN	Pembelajaran Matematika Realistik	MA - 470
44	P - 44	Syariful Fahmi	Pendidikan Matematika UAD Yogyakarta	Pengembangan Media Pembelajaran Berbasis Multimedia Interaktif Menggunakan Adobe Flash Cs3 Dalam Pembelajaran Matematika Standar Kompetensi Memecahkan Permasalahan Yang Berkaitan Dengan Sistem Persamaan Linear Dan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel Pada Siswa Kelas X	MA - 480
45	P - 45	Syukrul Hamdi, S.Pd.	Mahasiswa PPS UNY Prodi Pendidikan Matematika	Membangun Karakter Siswa Dalam Pembelajaran Matematika Melalui Ctl Berbasis Kecerdasan Majemuk	MA - 488
46	P - 46	Totok Triyadi, S.Si.	SMK Negeri 2 Depok Sleman Yogyakarta (Mhs Pps UNY)	Penguatan Metodologi Pembelajaran Matematika Untuk Menerapkan Pendidikan Budaya Dan Karakter Bangsa	MA - 499
47	P - 47	Uhti	UIN Sunan Kalijaga, Mahasiswa S1 Pendidikan Matematika Fakultas Sains Dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga	Pembelajaran Kooperatif Dengan Pendekatan Open Ended Untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Siswa SMP	MA - 508
48	P - 48	Veronika Fitri Rianasari	Universitas Sanata Dharma	Pembelajaran Persentase Yang Bermakna Melalui Pembelajaran Matematika Realistik	MA - 517
49	P - 49	Very Hendra Saputra	Pendidikan Matematika UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta	Kesalahan Siswa SMP Dalan Melakukan Operasi Aritmatika Pada Pecahan	MA - 528
50	P - 50	Wahyu Hidayat, Anik Yuliani	STKIP Siliwangi Bandung	Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis Matematik Siswa	MA - 535

				Sekolah Menengah Atas Melalui Pembelajaran Kooperatif Think-Talk-Write (TTW)	
51	P - 51	Wardono	Universitas Negeri Semarang	Pengembangan Profesionalisme Guru Matematika Pascasertifikasi Melalui CPD PTK Pada SMP Di Kota Semarang	MA - 547
52	P - 52	Yulia Linguistika, Ikfan Febriyana	Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY	Permainan Dakonmatika Sebagai Media Pembelajaran Matematika Topik Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) Dan Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) Bagi Siswa Sekolah Dasar	MA - 557
53	P - 53	Muhammad Ilman Nafi'an	Mahasiswa Pascasarjana UNESA	Kemampuan Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Cerita Ditinjau Dari Gender Di Sekolah Dasar	MA - 571
54	P - 54	Djamilah BW	Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY	Mengembangkan *Softskill* Mahasiswa Calon Guru Matematika Melalui Perkuliahan Kolaboratif Berbasis Masalah	MA - 578
55	P - 55	Kana Hidayati, & Heri Retnawati		Pendeteksian Keberfungsian Butir Diferensial (Differential Item Functioning, Dif) Menggunakan Indeks Perbedaan Probabilitas Pada Data Politomus Dengan Model Generalized Partial Credit Model (GPCM)	MA - 589

Makalah Statistika

No	Kode	Nama	Instansi	Judul	Hal
1	S - 1	Adi Setiawan	Fakultas Sains dan Matematika Universitas Kristen Satya Wacana	Penggunaan Metode Bayesian Obyetif Dalam Analisis Pengukuran Tingkat Kepuasan Pelanggan Berdasarkan Kuesioner	MS – 1
2	S - 2	Agustini Tripena	Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknik, Univesitas Jenderal Soedirman, Purwokerto	Analisis Regresi Spline Kuadratik	MS – 8
3	S - 3	Endang Sri Kresnawati	Jurusan Matematika FMIPA Universitas Sriwijaya	Model Statistika Untuk Fertilitas Perkawinan Dengan Pendekatan Eksponensial	MS – 19
4	S - 4	Epha Diana Supandi	Prodi Matematika, FSAINTEK, UIN Yogyakarta	Pendekatan Conjoint Analysis Untuk Mengukur Tingkat Preferensi Mahasiswa Terhadap Layanan Perpustakaan UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta	MS – 27

5	S - 5	Fitria Puspitningrum, Adi Setiawan , Hanna A. Parhusip	Fakultas Sains dan Matematika Universitas Kristen Satya Wacana Salatiga	PENERAPAN GRAFIK DAN STUDI SIMULASI HOTELLING T2 TRIVARIAT PADA KARATERISTIK KUALITAS PARFUM REMAJA DARI PERUSAHAAN Â€Œxâ€	MS – 39
6	S - 6	Jantini Trianasari Natangku, Adi Setiawan, Lilik Linawati	Universitas Kristen Satya Wacana	Studi Simulasi Grafik Pengendali Non Parametrik Berdasarkan Fungsi Distribusi Empirik	MS – 51
7	S - 7	Retno Subekti, M.Sc	Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY	Model Black Litterman Dengan Estimasi Theil Mixed	MS – 61
8	S - 8	Rheni Puspitasari	Jurusan Matematika UNS	Analisis Spasial Kasus Demam Berdarah Di Sukoharjo Jawa Tengah Dengan Menggunakan Indeks Moran	MS – 67
9	S - 9	Wahyuni Suryaningtyas	Universitas Muhammadiyah Surabaya	Peramalan Volume Penjualan Celana Panjang Di Boyolali Dengan Menggunakan Model Variasi Kalender	MS – 78
10	S - 10	Wirayanti	Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Matematika Universitas Kristen Satya Wacana	Studi Simulasi Tentang Penerapan Grafik Pengendali Berdasarkan Analisis Komponen Utama (Principal Component Analysis)	MS – 89

Makalah Terapan dan Komputer (MT)

No	Kode	Nama	Instansi	Judul	Hal
1	T - 1	Adi Tri Ratmanto, Respatiwulan	Jurusam Matematika, FMIPA, UNS	Simulasi Laju Vaksinasi Dan Keefektifan Vaksin Pada Model Sis	MT – 1
2	T - 2	Aidatul Fitriah, Agus Maman Abadi	Universitas Negeri Yogyakarta	Aplikasi Model Neuro Fuzzy Untuk Prediksi Tingkat Inflasi Di Indonesia	MT – 8
3	T - 3	Ali Kusnanto, Hikmah Rahmah, Endar H. Nugrahani	Institut Pertanian Bogor	Model Dinamika Sel Tumor Dengan Terapi Pengobatan Menggunakan Virus Oncolytic	MT – 21
4	T - 4	Anita Kesuma Arum, Sri Kuntari	Jurusan Matematika, FMIPA, UNS	Simulasi Level Sanitasi Pada Model Sir Dengan Imigrasi Dan Vaksinasi	MT – 30
5	T - 5	Arief Wahyu Wicaksono, Purnami Widyaningsih	Jurusan Matematika, FMIPA, UNS	Penentuan Indeks Harga Saham Menggunakan Model Termodinamika	MT – 37
6	T - 6	Beni Utomo	Sekolah Tinggi Teknologi Bontang	Matematika Eigenface Menggunakan Metrik Hausdorff	MT – 44
7	T - 7	Evy Dwi Astuti, Sri Kuntari	Jurusan Matematika, FMIPA, UNS	Model Sir (Suspectible Infected Recovered) Dengan Imigrasi Dan Perbaikan Tingkat Sanitasi	MT – 53

8	T - 8	Farida Hanum, Nur Wahyuni, Toni Bakhtiar	Departemen Matematika FMIPA IPB Bogor	Penyelesaian Masalah Konektivitas Di Area Konservasi Dengan Algoritme Heuristik	MT - 60
9	T - 9	Febriana Kristanti	Universitas Muhammadiyah Surabaya	Optimal Fuzzy Logic Load Frequency Control Pada Sistem Tenaga Listrik Menggunakan Artificial Immune Sysâ¬Tem (AIS)	MT - 71
10	T - 10	Fika Widya Pratama, Hanna Arini Parhusip, Leopoldus Ricky Sasongko	Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Kristen Satya Wacana Salatiga	Prediksi Saham-Saham Penghitung Indeks Lq45 Berdasarkan Koefisien Regresi Linear Berganda Yang Signifikan Dengan Menggunakan Metode Stepwise Selection	MT - 84
11	T - 11	Intan Widya Kusuma, Agus Maman Abadi	Universitas Negeri Yogyakarta	Aplikasi Model Backpropagation Neural Network Untuk Perkiraan Produksi Tebu Pada PT. Perkebunan Nusantara IX	MT - 97
12	T - 12	Jafaruddin, Edy Soewono, dan Nuning Nuraini	Jurusan Matematika FSTUniversita Nusa Cendana	Determinasi Efek Kapasitas Reproduksi Nyamuk Aedes Aegypti Terhadap Resiko Infeksi Dengue : Kontruksi Model, Analisis Dan Interpretasi	MT - 109
13	T - 13	Jonner Nainggolan, Sudradjat, D. Chaerani, R. E. Siregar	Jurusan Matematika FMIPA Universitas Cenderawasih Jayapura Indonesia	Teori Dan Aplikasi Optimisasi Dalam Masalah Strategi Vaksinasi	MT – 119
14	T - 14	Jordan Grestandhi, Bambang Susanto,Tundjung Mahatma	Prodi Matematika Fakultas Sains Dan Matematika Universitas Kristen Satya Wacana	Analisis Perbandingan Metode Peramalan Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) Dengan Metode Ols-Arch/Garch Dan Arima	MT - 131
15	T - 15	Kuswari Hernawati	Universitas Negeri Yogyakarta	Elearning Untuk Siswa Berkebutuhan Khusus	MT - 138
16	T - 16	Nuning Nuraini	FMIPA ITB	Model Pembelajaran Mata Kuliah Pemodelan Matematika Program Studi Matematika Itb	MT – 150
17	T - 17	Prihatin Tri Rahayuningsih, Agus Maman Abadi	Universitas Negeri Yogyakarta	Penerapan Model Fuzzy Dengan Metode Table Look-Up Scheme Untuk Memprediksi Indeks Harga Saham Gabungan (Ihsg)	MT – 157
18	T - 18	Ratno Nuryadi	Pusat Teknologi Material, Badan Pengkajian dan Penerapan Teknologi (BPPT)	Perhitungan Energi Pengisian Pada Sistem Transistor Elektron Tunggal	MT – 167
19	T - 19	Ratno Nuryadi	Pusat Teknologi Material, Badan Pengkajian dan Penerapan Teknologi (BPPT)	Kerapatan Keadaan Pada Struktur Nano Berbentuk Sumur Nano, Kawat Nano Dan Titik Nano	MT – 177

20	T - 20	Respatiwulan, Siti Mushonifah	Jurusan Matematika, FMIPA, UNS	Perbandingan Model Sir Dengan Vaksinasi Tanpa Dan Menggunakan Sanitasi	MT – 188
21	T - 21	Ririn Setiyowati, Purnami Widyaningsih dan Sutanto	Jurusan Matematika, FMIPA, UNS	Penentuan Variabel Ekstensif Ekonomi Melalui Model Termodinamika Dengan Simulasi Statistika Fuzzy (1,1)	MT – 198
22	T - 22	Rojali	Jurusan Matematika Universitas Bina Nusantara	Studi Dan Implementasi Hill Cipher Menggunakan Binomial Newton	MT – 210
23	T - 23	Rubono Setiawan	Prodi Pendidikan Matematika, Universitas Sebelas Maret (UNS)	Center Manifold Dari Sistem Persamaan Diferensial Biasa Nonlinear Yang Titik Ekuilibriumnya Mengalami Bifurkasi Contoh Kasus Untuk Bifurkasi Hopf	MT – 217
24	T - 24	Siti Rahmah Nurshiami	Universitas Jenderal Soedirman	Aplikasi Matriks Circulant Untuk Menentukan Nilai Eigen Dari Graf Sikel (Cn)	MT – 227
25	T - 25	Soetrisno	FMIPA ITS	Pemberian Tanda Air Pada Citra Dijital Menggunakan Skema Berbasis Kuantisasi Warna	MT – 235
26	T - 26	Sri Subanti	Jurusan Matematika Universitas Sebelas Maret	Pengukuran Nilai Ekonomi Obyek Wisata Sejarah & Alam	MT – 254
27	T - 27	Titik Mudjiati	Jurusan Matematika FMIPA ITS	Dimensi Metrik Graf Kincir Dengan Daun Bervariasi	MT – 271
28	T - 28	Toni Bakhtiar	Institut Pertanian Bogor	Manajemen Bencana Berbasis Riset Operasi: Masalah Penugasan Sukarelawan Dengan Goal Programming	MT – 286
29	T - 29	Ulfa Ni'matus Sa'adah	UIN SUNAN KALIJAGA	Pengoptimalan Dana Dpp Kunjungan Akademik Bem Ps-Matematika Dengan Metode Simplek	MT – 296
30	T - 30	Vincentia Putri Satriyani	Fakultas Sains dan Matematika Universitas Kristen Satya Wacana	Analisa Jaringan Kerja Untuk Penjadwalan Kegiatan Dan Alokasi Pembiayaan Pada Proyek Pembangunan Komplek Gedung Serbaguna Menggunakan Critical Path Method	MT - 302
31	T - 31	Henry Wattimena	Jurusan Matematika, Universitas Pattimura Ambon	Pemetaan Sektor Transportasi Di Provinsi Maluku Dengan Menggunakan Analisis Klaster	MT – 314

Utama – 1

Matematika, Karakter Bangsa, Dan Perannya Dalam Pengembangan Ilmu Pengetahuan Dan Teknologi

W I D O D O
Jurusan Matematika
FMIPA UGM Yogyakarta
e-mail: widodo_math@yahoo.com

1. Pendahuluan: Pengertian Ilmu Matematika

Sebelum membahas peran matematika, terlebih dulu kita jawab "apa yang dimaksud matematika?" Banyak definisi mengenai matematika, tergantung kepada latar belakang dan pemahaman pembuat definisi sendiri. Beberapa definisi matematika antara lain:

a. Matematika adalah ilmu yang menyelidiki secara deduktif mengenai konsep relasi spasial dan bilangan termasuk geometri, aritmetika, dan aljabar sebagai bagian utamanya (*Oxford English Dictionary, 1933*).
b. Matematika adalah ilmu yang mempelajari pengukuran, sifat-sifat, dan relasi kuantitas dan himpunan menggunakan bilangan dan simbol (*American Heritage Dictionary, 2000*).
c. *Mathematics is the logical and abstract study of pattern* (Stewart dalam Suzuki, 2010), matematika adalah ilmu yang mempelajari mengenai logika dan pola abstrak.
d. Matematika adalah ilmu yang mempelajari mengenai klasifikasi dan semua pola yang mungkin (*Walter Warwick Sawyer, 1955*). Yang dimaksud pola di sini adalah keteraturan yang bisa diterima akal. Pola juga diartikan sebagai urutan dan struktur.
e. Matematika adalah ilmu yang mempelajari mengenai struktur, urutan dan relasi dalam penghitungan, pengukuran, dan bentuk suatu obyek (*Encyclopedia Britannica*).

Disamping itu, banyak matematikawan yang mendefinisikan bahwa matematika adalah ilmu yang mempelajari mengenai teorema-teorema dan sistem aksiomatis. Definisi ini sedikit problematik karena belum mencakup topik-topik matematika yang bersifat eksploratif dan eksperimen baik yang dikerjakan secara manual oleh matematikawan sebelum abad ke-20, maupun yang dilakukan dengan komputer oleh matematikawan mulai abad ke-20. Mengapa orang senang belajar matematika? Paling kurang seorang belajar matematika karena:

- menghargai keindahan matematika, khususnya keindahan logika dan pola abstrak.
- menikmati penemuan pola abstrak dalam penelitiannya khususnya pola yang cukup sulit.
- mempunyai aplikasi dan peran yang luas di berbagai bidang ilmu pengetahuan dan teknologi termasuk matematika sendiri.
- dapat mengungkap berbagai fenomena alam dan fenomena dalam kehidupan sehari-hari
- merupakan ilmu yang konsisten, tidak ada kontradiksi di dalamnya.

Menurut Prof. Ir. RMJT Soehakso, profesor Matematika pertama di Indonesia, Matematika mempunyai pola yang sangat menarik, begitu menariknya, beliau sering mengatakan bahwa Matematika bagaikan gadis tercantik di seluruh dunia. Rupanya setelah lama kita mempelajari Matematika, yang dimaksud cantik adalah polanya termasuk pola abstraknya, sedang di yang dimaksud di seluruh dunia adalah kebaharuan Matematika bersifat universal di seluruh dunia, misalnya penemuan *rumus abc* dalam penyelesaian persamaan kuadrat dan penemuan rumus kosinus oleh Al Khawarizmi berlaku untuk seluruh dunia. Begitu pula semua penemuan penelitian misalnya disertasi doktor Matematika, unsur kebaharuannya berlaku secara universal di manapun.

Metematika merupakan disiplin ilmu otonom, dapat berdiri sendiri, satu dari ilmu-ilmu pengetahuan yang mempunyai **kekuatan kreatif** akal manusia yang paling jelas. Matematika memainkan peran fundamental dalam ilmu pengetahuan modern, mempunyai pengaruh kuat baginya dan dipengaruhi pula olehnya dalam berbagai cara. Dalam matematika ada dua konsep yang seringkali menjadi perbedaan dalam matematika, yaitu matematika murni (*pure mathematics)* dan matematika terapan (*applied mathematics*). Hendaknya kita memandang keduanya sebagai satu keping mata uang, sama, hanya berbeda cara pandang dari kedua sisinya, dan tidak perlu dipertentangkan, bahkan saling menguatkan.

Dari sudut pandang ilmu murni, matematika dipandang sebagai seni dan kreatifitas yang dimainkan oleh fikiran manusia. Matematika merupakan kreatifitas yang mengekspresikan keindahan bentuk aksioma, teorema, relasi logika, relasi numerik, yang semuanya menarik bagi penelitinya karena kesempurnaan logikanya, sehingga menjadikannya sebuah ilmu yang mendorong peningkatan kapasitas manusia. Karena kesempurnaan logika inilah, maka dalam matematika tidak ada kontradiksi tentang nilai kebenaran di dalamnya. Tokoh matematika seperti Pythagoras, Plato sampai Gauss melihat bahwa matematika dipandang sebagai sistem yang teratur dan lebih sempurna daripada dunia nyata dalam kehidupan sehari-hari.

Dari sisi aplikasi, matematika dapat mengungkap fenomena-fenomena alam, masalah kehidupan sehari-hari dan masalah dalam ilmu pengetahuan dan teknologi. Dalam 4 abad terakhir kepentingan praktis matematika dalam ilmu pengetahuan dan teknologi (IPTEK) tak terbantahkan lagi, karena sebagian besar ilmuwan sangat menyadari makna matematika sebagai ilmu alat, sebagai pelayan, dan sebagai bahasa bagi ilmu-ilmu lainnya. Oleh karenanya diperbagai universitas di dunia, matematika dipandang mempunyai peran yang sangat penting pada hampir semua bidang IPTEK, seperti ilmu fisika, kimia, biologi, farmasi, ekonomi, ilmu komputer, ilmu-ilmu rekayasa, ilmu-ilmu sosial, dll. Secara umum peran matematika dalam IPTEK adalah:

a. Matematika memainkan peran fundamental dalam memformulasikan masalah dalam IPTEK dengan model matematika.
b. Sekarang semua cabang matematika, termasuk yang dahulu dianggap murni, dapat diaplikasikan dalam mendukung kemajuan IPTEK.
c. Karena tidak semua model matematika yang diformulasikan dari masalah dalam IPTEK dapat diselesaikan secara analitik, mengakibatkan komputasi sain (*computational science*) melalui simulasi numerik menjadi bagian yang sangat penting dalam peran matematika.

2. Pendidikan Matematika dan Karakter Bangsa

Menurut Buku Pengembangan Pendidikan Budaya dan karakter Bangsa, DIKNAS (2010): **Pendidikan** adalah suatu usaha yang sadar dan sistematis dalam mengembangkan potensi didik. Pendidikan adalah juga suatu usaha masyarakat dan bangsa dalam mempersiapkan generasi mudanya bagi keberlangsungan masyarakat dan bangsanya yang lebih baik di masa depan. **Karakter** adalah watak, tabiat, akhlak, atau kepribadian yang terbentuk dari hasil internalisasi kebajikan yang diyakini dan digunakan sebagai landasan untuk cara pandang, berfikir, bersikap dan bertindak.

Kebajikan terdiri dari sejumlah nilai, moral, dan norma seperti jujur, berani bertindak, dapat dipercaya (amanah), dan hormat kepada orang lain.

Dalam ilmu matematika, peserta didik biasa diajak untuk berfikir kritis, analitis, terstruktur, teliti, terbuka terhadap kritik, benar dan konsisten, tidak ada pertentangan nilai kebenaran di dalamnya. Dalam pendidikan matematika, kita berusaha membuat peserta didik mempunyai kebiasaan dengan sifat-sifat tersebut. Diharapkan dikemudian hari apabila peserta didik telah lulus dan bekerja, sifat-sifat tersebut menjadi sebagian landasan berfikir, bersikap dan bertindak. Namun demikian sifat-sifat tersebut tidak ada artinya apabila tidak dilandasi oleh karakter yang dapat mendorong kita untuk berperilaku dalam kehidupan sehari-hari yang selalu didasari oleh nilai-nilai ketuhanan (agama), nilai moral, norma-norma seperti jujur, berani bertindak, dapat dipercaya (amanah), dan hormat kepada orang lain. Bagi berkehidupan berbangsa dan bernegara masih harus ditambah satu karakter lagi yaitu karakter-karakter yang dapat memupuk rasa kebangganaan menjadi bangsa Indonesia.

2.1. Befikikir Kritis

Menurut Markut (2005) berfikir kritis dapat ditinju dari dual hal:

a. Sejumlah skil untuk memproses dan membangun informasi dan percaya diri
b. Suatu kebiasaan yang didasarkan pada komitmen intelektual untuk menggunakan skil sebagai petunjuk dalam bertingkah laku.

Berfikir kritis sangat berguna dalam belajar matematika melalui penyelesaian masalah. Penyelesaian masalah dalam belajar matematika harus dikerjakan dengan banyak latihan secara terus-menerus. Ada beberapa nilai yang bisa ditanamkan dalam mengajar melalui penyelesaian masalah, antara lain:

- dalam penyelesaian masalah dapat menfokuskan perhatian peserta didik pada bagimana menumbuhkan ide daripada sekedar mengingat suatu fakta atau konsep
- dalam penyelesaian masalah dapat membangun rasa percaya diri peserta didik dalam mengerjakan masalah matematika dan membuat matematika mempunyai arti (bermakna)
- dalam penyelesaian masalah matematika peserta didik dapat mengingat materi lebih lama, lebih awet.

Salah satu tujuan dalam belajar penyelesaian matematika melalui penyelesaian masalah adalah menyadarkan peserta didik untuk menghargai proses.

2.2. Benar dan Konsisten

Benar dan konsisten merupakan dua hal yang berbeda, namun saling berhubungan. Kita mengatakan dua pernyataan tidak konsisten bila kedua pernyataan tersebut saling kontradiksi, dan bila kedua pernyataan tersebut tidak kontradiksi maka kita mengatakan kedua pernyataan tersebut konsisten. Kita mengatakan suatu pernyataan adalah benar bila secara logika pernyataan tersebut mempunyai nilai kebenaran "benar". Dalam suatu semesta pembicaraan (universe) yang telah ditentukan, di ilmu matematika tidak pernah ada kontradiksi, semuanya benar dan konsisten. Dua pernyataan bisa saja keduanya salah tapi masih konsisten. Kalau benar dan konsisten ini menjadi dasar pemikiran dan dasar bertindak dalam kehidupan sehari-hari, maka akan menjelma menjadi salah satu karakter pribadi yang sangat baik. Benar dan konsisten ini juga digunakan dalam sistem hukum dan perundang-undangan.

2.3. Pendekatan Perilaku

Menurut Arifin (2001), program studi Pendidikan matematika dan program studi matematika sebaiknya berorientasi dengan pendekatan perilaku (*behavior*) yang diimplementasikan dalam *silabus mata kuliah* dan *cara mengajar (how to teach).* Pendekatan perilaku (*behavior*) ini, diarahkan supaya mahasiswa dapat:

- adaptive
- punya motivasi
- kreatif
- mandiri
- belajar sepanjang hayat.

Teaching and learning Process ditekankan pada *learning process* (proses belajarnya) :

- student oriented
- membuat mahasiswa belajar

Cara mahasiswa belajar dari yang paling sederhana:

a. Mencontoh, meniru, analogi. Dengan cara ini mahasiswa mungkin pula mendapatkan hasil dan pengalaman berbeda-beda.

b. Mengubah *informasi* menjadi *knowledge*, dengan melalui proses berfikir antara lain:

- melihat, membaca, mendengar
- merenung
- menemukan cara sendiri.

Manakah yang lebih penting proses berfikir atau knowledge atau hasil belajar?. Bila proses yang dianggap penting, maka dipilih *student oriented approach* dengan *mentrigger* dengan problem tententu. Dalam rangka proses belajar ini ada dua macan :

- *self learning* dan atau
- *cooperative learning*.

Menurut Moedomo (2001), *forming process* dalam cara belajar: mulai dari masalah sederhana sampai ke pengertian formal:

- *experincing*
- merenung
- refeksi
- formulasi.

Mengajar belum dianggap selesai bila yang diajar belum bisa belajar dengan benar. Mahasiswa dianggap sudah bisa belajar dengan baik bila melaksanakan/ memanfaatkan:

a. learning opportunities

b. learning motivation

c. learning how to learn.

Proses belajar dalam problem solving bisa diurai menjadi:

- membaca yang tersirat
- merumuskan masalah
- menyelesaikan masalah
- pelaporan penyelesaian.

Apabila para ilmuwan mempunyai karakter ademik yang baik (seperti berfikir kritis, analitis, terstruktur, teliti, terbuka terhadap kritik, benar dan konsisten, dll) yang menjadikan insan cerdas dan professional, dilengkapi dengan:

a. Karakter yang dapat mendorong manusia untuk berperilaku dalam kehidupan sehari-hari, yang selalu didasari oleh nilai-nilai ketuhanan (agama), moral dan norma seperti jujur, berani bertindak, dapat dipercaya (amanah), dan hormat kepada orang lain
b. Karakter-karakter yang memupuk rasa kebangganaan menjadi bangsa Indonesia,

maka karya para ilmuwan tersebut mempunyai peran yang signifikan dalam perkembangan IPTEK bangsa Indonesia.

3. Peran Matematika dalam Perkembangan IPTEK

Peran matematika yang menonjol dalam IPTEK bukan sebagai pelayan atau alat, melainkan sebagai bahasa IPTEK melalui model matematika. Dalam hal ini termasuk pengolahan data untuk mendukung pemahaman fenomena yang dimodelkan. Adalah benar bahwa sejak dulu matematika telah dihubungkan bahkan dimotivasi dengan masalah praktis dalam kehidupan sehari-hari. Aritmetika diawali dengan penambahan dan pengurangan, geometri diawali dengan pengukuran garis, luasan, dan volume. Selain itu matematika juga dimotivasi oleh *logic-deductive* yang melahirkan matematika murni yang sangat fundamental dan penting.

Galileo Galilei (1564-1642) pernah membuat ungkapan yang terkenal yaitu: “Filsafat ditulis dalam buku tebal yang dapat mengungkap pandangan kita kepada dunia, tetapi filsafat tidak dapat dimengerti kecuali kita dapat mempelajarinya secara menyeluruh dengan bahasa dan ditulis dengan lambang. Bahasa itu adalah matematika”. Galileo Galilei adalah salah satu ilmuwan yang sangat mempunyai komitmen mempertahankan dan melanjutkan matematika melalui metode eksperimen, sehingga hasil penelitiannya mempunyai kontribusi yang sangat terkenal dalam ilmu Astronomi. Peran matematika yang sangat menonjol pada abad berikutnya adalah dalam bidang Fisika. Tokoh Fisika Isaac NEWTON (1642- 1727) telah menunjukkan peran matematika dalam mekanika. Isaac NEWTON dapat menyelesaikan masalah yang sangat mendasar yang paling diperdebatkan pada abad itu, dan telah menemukan rumus **F**=m.**a**.

Setelah penemuan kalkulus oleh matematikawan terkenal G.W.Leibniz, peran kalkulus telah banyak ditunjukkan oleh Matematikawan sekaligus Fisikawan seperti

Euler, Bernaulli, Laplace, Lagrange, dll. Euler telah banyak mempunyai kontribusi di bidang matematika seperti Geometri, Analisis dan Teori Bilangan, dan di Bidang Fisika seperti Elastisitas, Hidrodinamik, dan akustik.

Secara ringkas peran matematika sebelum abad ke-20 antara lain dalam bidang:

- Listrik dan Magnet oleh Faraday, Maxwell, Gaus, Ampere, Biot.
- Fluida (*Fluids*) oleh C.L. Navier dan G.G. Stokes menggunakan hasil penelitian matematikawan S. Poisson dan J.C. Venant. Fluida juga digunakan oleh dokter (*medical docter*) J.L.M.Poisuelle untuk menyelidiki model aliran darah manusia.
- Termodinamika oleh J. Joule, S. Carnot, J.R. Mayer, dll
- Mekanika Statistika (*Statistical Mechanics*) oleh L. Boltzman dan W.Gibs.

Beberapa konsep Matematika abad ke-20 yang didorong ilmu lain:

3.1. Matematika yang berasal dari masalah Fisika

- Teori relativitas oleh Albert Einstein yang oleh Majalah Times (2000) dinobatkan sebagai "*Man of the Century*". Teori relativitas dari bidang Fisika ini menimbulkan "*new mathematics*". Penemuan Einstein ini ada dua yaitu teori relativitas khusus (*special relativity*, 1905) dan teori relativitas umum (*general relativity*, 1916). Teori relativitas umum menggunakan konsep geometri yang dielaborasi oleh Matematikawan Jerman (Riemann) seabad sebelumnya yang disebutnya sebagai "*Gedankenexperiment*", yaitu sebuah pemikiran pada hipotesis "fondasi geometri". Relativitas kemudian digunakan untuk membahas permainan bola besar dalam geometri diferensial pada abad ke-20.
- Mekanika Kuantum oleh Max Planck dan E. Scrodinger, dengan formula yang terkenal:

$$i\bar{h}\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\bar{h}^2}{2m}\Delta\psi + V\psi,$$

$\bar{h} = \dfrac{h}{2\pi}, i = \sqrt{-1}, V = V(x,y,z,t)\ potensial,\ \Delta$ Operator Laplace, $\psi(x,y,z,t)$ fungsi gelombang, h konstanta Planck. Tahun 1928 Max Born menemukan bahwa $|\psi|^2$ merupakan besarnya probabilitas untuk menemukan partikel pada lokasi (x,y,z) pada saat t. Teori ini juga menggunakan penemuan matematikawan Rusia H. Lebesgue

(1917) tentang teori ukuran dan teori probabilitas pada ruang ukuran. Teori relativitas dan persaman Scrodinger kemudian dibahas secara teori menggunakan ruang Hilbert dan Banach dalam Analisis Fungsional secara matematis (Zeidler,1984 dan Baihaqi dkk, 1999).

3.2. Matematika yang berasal dari masalah Rekayasa

- *Aeronautics* (ilmu penerbangan). Setelah secara impresif matematika berperan dalam bidang ilmu fisika khususnya mekanika fluida (*fluid mechanics*), ternyata matematika juga berperan dalam menyelesaikan masalah penerbangan yang diinisiasi oleh Leonardo da Vinci. Setelah perjalanan panjang pembicaraan ilmuwan mengenai kemungkinan membuat pesawat terbang, maka metode experimen terbang ditemukan oleh dua bersaudara **Wilbur** dan **Overville Wright** (USA). Mereka berhasil menerbangkan pesawat pertama kali pada tanggal **17 Desember 1903** di Kitty Hawk, North Caroline, USA, dan sejak saat itu ilmu penerbangan terlahir. Pada periode 1903-1910 dari makalah-makalah karya L.Prandtl, M.Kutta, N.E. Zhukovski, dan S.A. Chaplygin rumusan teori secara matematika masalah penerbangan telah dapat dimengerti dengan jelas. Mereka membahas konsep-konsep kemampuan terbang, pengendalian, turbulensi,dll. Persolan-persoalan pada ilmu penerbangan itu kemudian mendorong munculnya konsep-konsep baru dalam matematika terapan seperti *theory of single perturbation, theory of supersonic and transonic flows, mathematical theory of combustion* (teori pembakaran), *the application of control theory in aircraft engineering*, dll. Sementara itu perkembangan matematika yang menonjol dalam abad 20 antara lain Kalkulus Probabilistik seperti persamaan diferensial dan integral stokhastik, geometri fraktal, teori *chaos*, dll.

3.3. Komputer dan Komputasi Matematika

Untuk merealisasikan mimpi manusia dalam menciptakan mesin hitung, diperlukan dua sumber ilmu utama yaitu matematika dan rekayasa. Mimpi itu sudah ada sebelum abad ke-20, sejak jaman Pascal dan Leibniz abad ke-17 sampai Ch. Babbage abad ke-19, dan menjadi kenyataan pada abad ke-20 ditandai dengan kemajuan di bidang rekayasa elektronika seperi semikonduktor dan *chip*, kemudian lahirlah komputer. Komputer terlahir bukan sebagai mesin hitung yang pasif, tetapi aktif dengan program. Hal ini adalah warisan dari logika matematika, dari aljabar **Boole** sampai program dengan matematika fomalisasi yang dibuat oleh **Hilbert** hingga **Teorema ketidaklengkapan Godel /*Godel's Incompleteness Theorem* 1931 (**Feferman, 2006 dan Franzen, 2006). **Alan Turing** (1912-1954) telah berhasil menterjemahkan program dengan matematika fomalisasi ke dalam bahasa mesin (*on the computable numbers, with application to **Entscheidungsproblems**, Proc. of London Mathematical Society, 1937*), dan bersama-sama dengan **Alonso Chursh** menulis tentang *Computability Theory*. Kemudiaan komputer **ENIAC** (***E**lectronic **N**umeric **I**ntegrator **a**nd **C**omputer*) dibangun tahun 1946. Komputer komersial pertama kali adalah **UNIVAC** (***Univ**ersal **A**utomatic **C**omputer*) yang dibuat tahun 1951 oleh John W. **Mauchly** dan mantan muridnya J. Presper **Eckert**. **UNIVAC** sudah tergolong modern dan merupakan mesin hitung pertama yang efektif dengan empat karakteristik: *general purpose, electronic, digital, and programmable*. Di sini *digital and programmable* terkait langsung dengan peran matematika. Dalam waktu kurang dari 60 tahun kemudian, yaitu pada awal abad 21, telah berevolusi dari komputer besar UNIVAC yang berkapasitas *kilobytes* menjadi komputer kecil *personal computer (PC)* yang berkapasitas *megabytes* dan *gigabytes*.

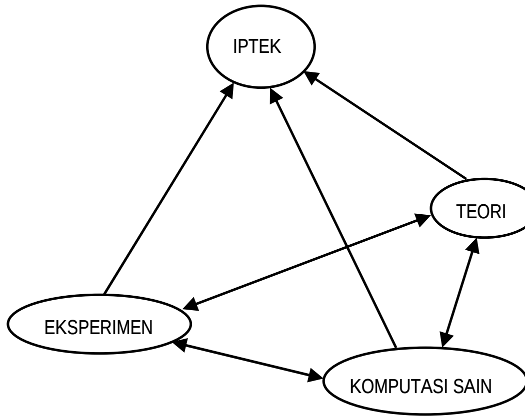
3.4. Komputasi Sain Sebagai Pilar ke Tiga dalam IPTEK

Komputer sedikit demi sedikit telah merubah kebiasaan masyarakat seperti dalam transaksi bank, *electronic mail* (*e-mail*), pemesanan tiket, internet, semuanya menggunakan komputer. Itu semua adalah pengaruh perkembangan ilmu rekayasa elektronik dan matematika, walaupun hal ini belum banyak diketahui oleh masyarakat pada umumnya. Dalam dunia komputasi ini, kemudian muncul konsep-konsep baru di matematika seperti teori matematika komputasi, teori automata, dan bahasa-bahasa formal (*formal languages*). Semua cabang matematika murni maupun aplikasi sekarang terpengaruh oleh komputasi ini dalam kehidupan sehari-hari. Misalnya matematikawan dapat menghitung tayektori sistem dinamika, metode numerik, *time series*, sifat-sifat statistik fungsi Zeta, atraktor geometri fraktal, aplikasi Teorema *Collage*, pengolahan Citra (*image*), dll. Astronom dapat menghitung orbit satelit, ahli matematika ekonomi dapat menghitung estimasi harga saham, insinyur rekayasa industri dapat menghitung proses-proses dalam industri, ahli ilmu komputer dapat membuat program DSS (*Decision Support Systems*), semuanya dapat dihitung dengan relatif mudah.

Matematika juga telah mempunyai peran yang menonjol dalam proses-proses di dunia industri, yang merupakan kombinasi antara hasil eksperimen industri dengan model matematika tertentu, sehingga muncul kombinasi:

Model Matematika-Analisis Matematika dan Numerik-
Simulasi-Visualisasi-Kontrol.

Saat ini kombinasi di atas sudah biasa digunakan di berbagai bidang IPTEK seperti fisika, kimia, komunikasi, prediksi cuaca, rekayasa industri, industri mobil, industri perminyakan, masalah lingkungan, ekonomi dan keuangan, kedokteran, bahkan ilmu sosial. Kemudian muncullah ilmu-ilmu baru seperti CFD (*Computational Fluid Dynamics*), CB (*Computational Biology*), dll. Bahkan konsep-konsep baru seperti model numerik, simulasi komputer, eksplorasi numerik, dan visualisasi dinamik telah digunakan sehari-hari dalam ilmu pengetahuan dan industri multi media. Pengembangan metode solusi numerik dari masalah kontinu seperti sistem persamaan diferensial dan persamaan integral merupakan peran fundamenatal matematika dalam komputasi matematika (*finite different methods, finite elements method, volume elements methods*). Studi tentang konvergensi metode-metode di atas sangat dekat dengan Aljabar dan Analisis. Komputasi matematika juga penting perannya pada matematika diskrit terutama pada masalah graf ukuran besar yang terjadi misalnya pada masalah jaringan telekomunikasi. Semua menunjukkan betapa penting arti **Komputasi Sain** (***Computational Science***), yang oleh para ahli sekarang disebut sebagai **pilar ke tiga** IPTEK setelah **Teori** dan **Eksperimen**. Komputasi sain ini sekarang sudah menjadi proses dalam kehidupan sehari-hari misalnya di bidang Fisika, Kimia, Ilmu Komputer, Matematika, ilmu-ilmu rekayasa, dan bidang IPTEK lainnya. Dengan semangat ini marilah kita proporsionalkan tiga (3) pilar IPTEK yaitu **Teori**, **Eksperimen** dan **Komputasi Sain**.



Ada beberapa kasus hubungan antara komputasi dan teori dalam matematika misalnya:

a. Secara analitik dapat dibuktikan dan komputasi numerik juga dapat dikerjakan dengan pendekatan atau melalui visualisasi. Misalnya pada masalah persamaan diferensial atau persamaan integral yang eksistensi solusinya sudah dibuktikan dan formula solusinya sudah ditemukan.
b. Secara analitik sudah dapat dibuktikan eksistensinya dan formula eksplisit tidak ditemukan, tetapi secara komputasi numerik dapat dihitung dan divisualisasikan. Misalnya pada masalah geometri fraktal, eksistensi atraktor (yang berupa citra dua atau tiga dimensi) sudah dapat dibuktikan secara analitik (dengan analisis real), tetapi pada umumnya atraktor tidak dapat diformulasikan secara eksplisit, namum demikian dengan algoritma iterasi random dan algoritma *cat game*, atraktor dapat dihitung dan divisualisaikan dengan grafika kumputer (Susanta dkk, 1993, Bersnley, 1988, dan Pietgen dkk, 1992). Khususnya pada masalah interpolasi fraktal dengan data berhingga, bukti eksistensinya ditunjukkan dengan Teorema Titik Tetap pada ruang fungsi kontinu dengan metrik supremum (Widodo, 2003).
c. Secara analitik sangat sulit dibuktikan, tetapi komputasi numerik dapat dihitung dan divisualisasikan. Misalnya pada penyelesaian masalah optimisasi tanpa kendala fungsi n variabel dengan algoritma genetik. Dalam masalah ini komputasi dilakukan dengan pembangkitan populasi awal kromosom secara random, evaluasi terhadap populasi awal, menentukan kriteria berhenti, seleksi, perkawinan silang dan mutasi, iterasi dan *update* generasi. Dalam algoritma ini kita bekerja pada

ruang barisan digit 0 dan 1 dengan panjang *m*, *m* panjang kromosom. Jadi kita bekerja pada ruang metrik kompak

$$\Omega_m = \{(x_1 x_2 x_3 ... x_m) : x_i = 0 \;\; atau \;\; 1 \;\; untuk \;\; setiap \;\; i \geq 1\},$$

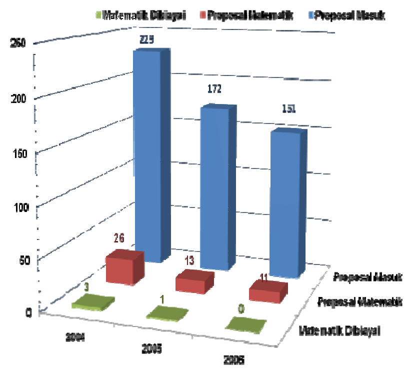
yaitu Ω_m merupakan koleksi semua barisan bilangan 0 dan 1 $(x_1 x_2 x_3 ... x_m)$ dengan panjang *m*. Barisan $(x_1 x_2 x_3 ... x_m)$ ini dalam algoritma genetik disebut kromosom dan x_i disebut *alela*. Proses di atas dikerjakan secara terus menerus dengan kriteria berhenti banyaknya generasi yang diinginkan. Solusi dari proses ini belum pernah dibuktikan secara analitik bahwa solusinya merupakan solusi dari masalah aslinya, yaitu optimisasi tanpa kendala fungsi *n* variabel. Khusus untuk kasus fungsi 2 variabel dapat dilihat pada (Widodo dan Widyantoro, 2003).

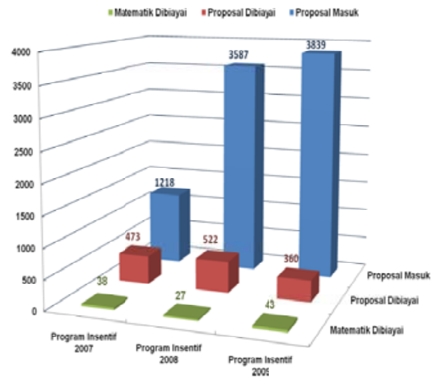
Dari studi literatur terlihat bahwa tren peran matematika abad 21 dalam bidang IPTEK antara lain: teori fluida (*theory of fluids*), ilmu penerbangan (*aeronautics*), fisika modern (*modern physisc*), Ilmu kebumian (*geosciences*), material sain (*material sciences*), teknologi nano (*nanotechnology*), rekayasa industri (*industrial engineering*), telekomunikasi, matematika diskrit (*discrete mathematics*), ilmu komputer (*computer sciences*), teori kendali (*control theory*), robotika (*Robotics*), teori informasi (*Information Theory*), teori optimisasi (*optimization theory*), optimasi masalah transportasi (*problem of optimal transportation*) seperti aliran lalu lintas, sistem lampu lalu lintas, dan matematika keuangan (harga opsi, perdagangan derivatif, manajemen resiko menggunakan persamaan diferensial stokhastik).

3.5. Peran Matematika dalam IPTEK di Indonesia

Salah satu peran KNRT (Kementrian Negara Riset dan Teknologi) dalam menyediakan anggaran secara kompetitif untuk penelitian bagi ilmu dasar umumnya dan matematika khususnya adalah dalam bentuk program insentif. Program insentif antara tahun 2004-2009 menunjukkan peningkatan peran matematika yang cukup baik. Hal ini terlihat dalam diagram batang berikut (Widodo, dkk 2009a):

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3



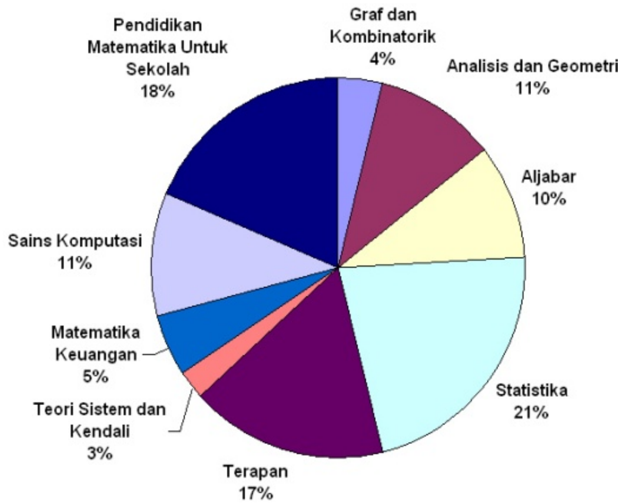


Pada anggaran KNRT tahun 2004 menunjukkan hanya ada 26 proposal yang melibatkan matematika dari 229 total proposal program insentif, dan dari 26 proposal tersebut hanya 3 proposal yang dapat didanai. Meskipun tahun 2005 dan 2006 hal ini mengalami penurunan, namum demikian tahun 2007, 2008 mengalami perkembangan yang sangat pesat. Sebagai gambaran, tahun 2007 ada 473 proposal yang melibatkan matematika dari 1.218 total proposal program insentif, dan dari 473 proposal tersebut ada 38 proposal yang melibatkan matematika yang dapat didanai. Sedangkan untuk tahun 2008 dan 2009 masing-masing ada 27 dan 43 proposal yang melibatkan matematika yang dapat didanai (Widodo, dkk 2009a). Hal ini menunjukkan peran Matematika yang signifikan dalam perkembangan IPTEK di Indonesia. Dalam kurun waktu 2007-2009 terdapat 108 riset KNRT yang melibatkan peran matematika secara langsung di berbagai bidang keilmuan, 16 diantaranya dengan judul riset:

1. Desain dan Implementasi Sistem Penentuan Lokasi Penangkapan Ikan dengan Pendekatan *Knowledge Based Model*
2. Alat Pemfokusan Gelombang Laut sebagai Alat Rekayasa Pengosentrasian Energi Gelombang untuk Pembangkit Listrik Tenaga Ombak
3. Sistem Kendali Aktif Menggunakan Sensor-Aktuator PZT untuk Meredam Getaran Struktur Kapal
4. Pengembangan Alat Enkripsi Komunikasi Bergerak dengan Kustomisasi Sistem Kartu Elektronika
5. Otomatisasi Sinyal untuk Pemantauan Kereta Api dengan Pemanfaatan Metoda *Tracking* & Teknologi GPS, GIS dan GPRS
6. Pemodelan dan Simulasi Sistem Regulatori Genetik pada *Mybacterium Tuberculosis*

7. *Software* untuk Menentukan Modulus Elastik dan Ketebalan Lapisan Tanah Berdasarkan Gelombang Permukaan
8. Pengembangan Sistem Kendali & Stabilisasi Gerak Laras Meriam
9. Pengembangan *Typical* dan Pedoman Disain Rumah Tinggal Tahan Gempa Indonesia dengan Verifikasi Simulasi Alat Meja Getar dan Numerik Elemen Hingga
10. Pengembangan Model dan Perangkat Lunak untuk Optimisasi Sistem Produksi dan Transportasi Minyak, Gas dan Panas Bumi
11. Pengembangan Model dan Skenario Optimalisasi Rantai Pasokan Bahan Bakar Bauran.
12. Kajian numerik dan eksperimental rancang bangun *midget* untuk aplikasi militer di Indonesia
13. Pengembangan aplikasi *dynamic geographic information system* dan perangkat *mobile thin-client* untuk mengatasi masalah transportasi jalan raya
14. Optimasi Kapasitas Sistem Produksi Kapal Terdistribusi
15. Aspek Matematika Masalah Penularan HIV/AIDS di Indonesia
16. Sistem manajemen transportasi untuk mengatasi kemacetan di perkotaan dengan menggunakan sistem dinamik.

Menurut survey yang diadakan oleh IndoMS (*Indonesian Mathematical Society*) bekerjasama dengan KNRT tahun 2009 berdasarkan data bulan Mei-Juli 2008 melalui komunikasi internet dan SMS dari 33 perguruan tinggi di Indonesia (1.066 dosen), diperoleh Sumberdaya Manusia (SDM) bidang Matematika di Indonesia terdiri dari dosen-dosen yang berpangkat Profesor:37, bergelar Doktor (S3):199, bergelar Master (S2):667. SDM bidang Matematika tersebut tergolong-golong dalam berbagai bidang keilmuan seperti Graf dan Kombinatorik (4%), Analisis dan Geometri (11%), Aljabar (10%), Statistika (21%), Terapan (17%), Teori Sistem dan Kendali (3%), Matematika Keuangan (5%), **Komputasi Sain (11%)**, Pendidikan Matematika untuk Sekolah (18%), seperti terlihat di dalam diagram lingkaran berikut.



Data tersebut belum termasuk Sarjana S1, S2 dan S3 Matematika yang berkerja di lembaga selain PT seperti BATAN, LAPAN, LIPI, Baksortanal, dll dan dipastikan jumlahnya sudah meningkat. Oleh karena itu kita yakin bahwa: bila SDM Matematika kita diberdayakan dengan optimal, maka peran Matematika dalam perkembangan IPTEK di Indonesia semakin meningkat dan berkembang di masa yang akan datang, khususnya **dalam menguatkan Komputasi Sain sebagai pilar ke tiga IPTEK**.

Daftar Pustaka

Abadi, A.M., Subanar, Widodo dan Saleh S., 2008, Designing Fuzzy Time Series Model and Its Application to Forecasting Inflation Rate, 7Th World Congress in Probability and Statistics. NUS, Singapore, 14-19 July 2008.

Achariya, -, Critical Thinking and Mathematics Problem Solving.

Alvares-Esteban, P.C., Barrio, Ed., Cuesta-Albartos, J.A. and Matran, C., 2008, Uniqueness and Approximated Computation of Optimal Incomplete Transportation Plans, Univ. de Cantabria.

Bader, D.A., 2004, Computational Biology and High-Performance Computing, Comunication of the ACM, Vol.47, No. 11, 35-44.

Baggett, P., dan Ehrenfeucht,-, on the consistency and correstness of Schol Mathematics, Dept. of Mathematical Sciences, New Mexico State University.

Banks, H.T.and Tran, H.T.,2009, Mathematical and Experimental Modelling of Physical and Biological Sciences Process, CRC Press, N.Y.

Barnsley, 1988, Fractal Everywhere, Academic Press Inc., Boston

Baihaqi, K., Widodo, dan Wahyuni, S., 1999, Terapan Aljabar Linear pada Teori Kuantum, Pascasarjana, Matematika UGM.

Bui, L.T. and Alam, S., 2008, Muli-objective optimization in computational intelegence: theory and practice, Univ. of New South Wales, Australia.

Chaitin, G.J., 1971, Computational Complexity and Godel's Incompleteness Theorem, ACM SIGACT News, No.9, 11-15.

Chatin, G.J., 2003, Algorithmic Information Theory,Yorktown Heights,NY.

Chun, B.N. and Baunadonna, P., 2010, Computational Risk Management for Building Highly Reliable Network Services, Intel Research Berkeley.

Chung, T.J., 2002, Computational Fluid Dynamics,Univ. of Alabama,USA.

Eberlein, E., Frey, R., Kalkbrenner, M., dan Overbeck, L., Mathematics in Risk Management, March 2007.

Feferman, S., 2006, The Nature and Significance of Godel Incompleteness Theorem, Institute of Advanced Study, Princeton, November 2006.

Fonarev, A.S., Madhani, J.T. and Naida, M.A., 2001, An efffective methods of calculating transonic flows and wave drag of axisymmetric and 3-D elongate bodies within frameworks of transonics equivalence rule, 14th Australian Fluid Mechanics Conference, Adelaide University, Dec.10-14.

Franzen, T., 2006, Godel Theorem: An Incomplete Guide to Its Use and Abuse, August, 2006.

Georgi, E.D., Hens, T. and Mayer, J., 2010, Computational Aspect of Prospect Theory with Asset Pricing Apllication, Univ. of Zurich.

Glimm, J., Hou, S., Kim, H. and Zon, Q., 2000, Computational Geosciences.

Heilio, M., 2009, Mathematics for Society, Industry and Innovation, Journal of Mathematical Modeling and Applications, Vo. 1 No.1, 77-88.

Herrero, M.A., 2010, On the role of Mathematics in Biology, Departemento de Matematica, Aplicada, Universidad Complutense, Madrid, Spain.

Kolemen, J., 2008, A short note on Emergence of Computational Robot Conciuousness, Acta polytechnica Hungarica, Vol.5, No.4.

Kuehmann, C.J. and Olson, G.B., 2009, Computational materials design and engineering, Meterial Science and Technology, Vol.25, No.4, 472-482.

Kunii, T.L., 1999, Technological Impact of Modern Abstract Mathematics, Computational Science Research Center, Hosey University, Japan.

Markut, I., 2005, Critricak thinking-applied to methodology of theaching mathematics, Educatia mathematica vol. 1 (2005), 57-66.

Moedomo, dan Arifin, A., 2001, Studi Banding Departemen Matematika FMIPA ITB di Jurusan Matematika FMIPA UGM.

Mozafari, M., Tafazzoli, S. and Jolai, F., A new IPSO-SA approach for cardinality portfolio optimization, International Journal of Industrial Engineering Computations 2 (2011),249-262.

Pachter, L. and Sturmfels, B., 2010, Algebraic Statistics for Computational Biology.

Perikesit, Danang, Widodo, Sukandarrumidi, dan Iman Haryanto, 2000, Modelling Indonesian Fuel distribution Systems, Forum Teknik Vol. 24, No.1, Maret 2000, hlm. 72-86.

Pietgen, H.O., Jurgens, H. and Saupe, D., 1992, Chaos and Fractals: New Frontiers of Science, Springer-Verlag, New York.

Rehm, R.G., 2008, The effects of winds from burning structures on ground-fire propagation at the wildland-urban interface, Combustion Theory and Modelling, Vol.12, No.3, 477-496.

Richman, F., 2009, Cumputational discrete mathematics with JavaScript, Florida Atlatic University.

Romero, C.R.R. and Alonso, V.H.S, 2009, The Role of Mathematics in Understanding of the Dynamics of Meteorological Situation that Produce Heavy Rain over the Spanish Mediterranean Zone, monograf de la real academica de ciencias de Zaragoza 31, 175-198.

Rodrigues, J.F, 2000, Mathematics and its Role in Civilisation, Centro de Matematica de Aplicacoes Fundamentais, University of Lisbon.

Salmah, Wahyuni, S., Widodo and Wijayanti, I.E., 2001, Adaptive predictive control for aeroservoelastic system, Proc. of the ISTAEM, January 8-11, 2001, pp.97-100, Hong Kong Polytechnic University.

Sanchez, M. and Blomhoj, M., 2011, The role of Mathematics in Politics as an Issue for Mathematics Teaching, Roskilde University, Demark.

Skiadas, C.H. and Skiadas, C., 2009, Chaotic Modelling and Simulation, CRC Press, New York.

Srivastava, D. and Atluri, S.N., 2002, Computational Nanotechnology, CMES, Vol.2, No.5, 531-538.

Susanta, B., Soemantri, R., Widodo, Aryati, L., Hendarto, J, and Suprapto, 1993, Introduction to Fractal Geometry, research report, LOAN, World Bank XXI, FMIPA UGM.

Suzuki, J, 2010, But How Do I Do Mathematical Research?. http://dml.cz/dmlcz/101473, Czech digital math library.

Tay, Y.S., 1997, Contribution towards the optimization of hand-held mobile telecommunication equipment by computational electromegnetics, DISS. ETH, No.12311, Swiss Federal Institute of Technology, Zurich.

Widodo, 2002, Topological entropy of shift function on the sequences space induced by expanding piecewise linear transformations, Discrete and Continuous Dynamical Systems-Series A, Vol. 8, No.1, 191-208, USA.

Widodo and Widyantoro, W., 2003, Analysis of Genetic Algorithms and Its Application in Solving Unconstrained Function Optimization Problem, Proc. of the Conference on Statistical and Mathematical Sciences of Islamic Society in South East Asia Region, Bandung, April 25-26, 2003.

Widodo, 2003, Sistem Fungsi Iterasi dan Eksistensi Interpolasi Fraktal, JPMS VIII, No.2, 129-136, Supported by JICA.

Widodo, 2004, Eksplorasi Penelitian Matematika, FMIPA UGM.

Widodo, Endrayanto, I., Kusumo, F.A., Gunardi, Santa, S.A., 2009a, Pemetaan Perkembangan Riset IPTEK Bidang Matematika di Indonesia, kerjasama INDOMS-KNRT Jkt, 8 Des. 2009.

Widodo, Anwar, C., Utomo, A.B.S., Endrayanto, I., 2009b, Aplikasi Model Matematika untuk Aliran lalu Lintas, FMIPA UGM.

Widodo, 2010a, Peran Penelitian Matematika dalam Upaya Pembentukan Karakter Bangsa, SEMNAS, FMIPA UNY, 2010.

Widodo, 2010b, Entropi Sistem Dinamika Diskret dan Penerapannya pada Entropi Barisan DNA, Pidato Pengukuhan Guru Besar, MGB UGM.

Xue, D. and Chen, Y., 2009, Solving Applied Mathematical Problems, with MATLAB, CRC Press, New York.

Zeidler, E., 1988, Nonlinear Functional Analysis and Its Application IV: Application to Mathematical Physics, Chapter 75-76: Special and General Relativity Theory, Springer-Verlag, N.Y.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

A – 1

Sistem Persamaan Linear Atas Ring

Ari Dwi Hartanto (Mahasiswa S2 Matematika FMIPA UGM)
E-mail: *ari@mail.ugm.ac.id*
Dian Ariesta Yuwaningsih (Mahasiswa S2 Matematika FMIPA UGM)
E-mail: *dian.ariesta17@gmail.com*
Sri Wahyuni (Dosen PS S2 Matematika Jurusan Matematika FMIPA UGM)
E-mail: *swahyuni@ugm.ac.id*

Abstrak

Dalam makalah ini akan dibicarakan sistem persamaan linear atas ring komutatif dengan elemen satuan, sifat-sifat, serta kaitannya dengan sistem persamaan linear atas lapangan. Pada sistem persamaan linear atas lapangan, salah satu cara untuk menentukan solusi dari SPL $AX = b$ adalah dengan melakukan serangkaian operasi Gaussian pada matriks yang diperluas $[A|b]$. Namun, operasi Gaussian belum tentu dapat digunakan untuk mencari solusi dari sistem persamaan linear atas ring. Oleh karena itu, akan dibahas syarat perlu dan syarat cukup agar sistem persamaan linear atas ring mempunyai solusi. Selanjutnya, dari syarat perlu dan syarat cukup tersebut dapat dikonstruksikan suatu algoritma untuk menentukan solusi dari sistem persamaan linear atas ring.

Sebagaimana halnya sistem persamaan linear homogen atas lapangan; sistem persamaan linear homogen $AX = O$ atas ring juga selalu konsisten (mempunyai solusi) yakni $X = 0$. Terkait dengan kekonsistenan sistem persamaan linear homogen atas ring akan dipaparkan Teorema McCoy. Pada bagian akhir akan dibicarakan penggunaan aturan Cramer dalam menentukan solusi sistem persamaan linear atas ring.

Kata kunci : *SPL atas ring, konsintensi SPL, aturan Cramer.*

1. PENDAHULUAN

Salah satu pembahasan menarik di bidang matematika, khususnya bidang aljabar, adalah sistem persamaaan linear. Sistem persamaan linear yang telah dikenal oleh khalayak umum adalah sistem linear atas lapangan F. Sistem persamaan linear (disingkat SPL) atas lapangan biasanya dinyatakan dengan $AX = B$ dimana $A \in M_{mxn}(F)$, $X \in R^n$, dan $B \in R^m$. Apabila $B \in R^m$ dalam SPL $AX = B$ merupakan vektor nol, maka SPL $AX = B$ disebut sistem persamaan linear homogen (disingkat SPLH). Pembahasan dalam SPL dan SPLH atas lapangan diantaranya meliputi bagaimana cara mencari solusinya, syarat-syarat serta kondisi apa saja yang harus dipenuhi agar SPL dan SPLH memiliki solusi.

Dalam ilmu aljabar, telah diketahui bahwa lapangan sendiri merupakan suatu ring komutatif dengan elemen satuan. Dalam keseluruhan isi makalah ini R dinotasikan sebagai ring dengan elemen satuan. Selanjutnya, bagaimana apabila dikonstruksikan suatu sistem persamaan linear atas R. Apakah sifat-sifat dan kondisi dalam menentukan solusi dari sistem persamaan linear atas lapangan masih dapat dipertahankan dalam sistem persamaan linear atas R. Jikalau ada sifat yang tidak bisa dipertahankan, sifat-sifat atau kondisi apa saja yang harus ditambahkan dalam sistem persamaan linear atas R agar sifat dari sitem persamaan linear atas lapangan tetap berlaku.

Dalam makalah ini akan dibicarakan generalisasi dari sistem pesamaan linear atas lapangan ke sistem persamaan linear atas R. Syarat perlu dan syarat cukup apa saja yang dibutuhkan agar SPL dan SPLH atas R memiliki solusi. Kekonsistenan dari sistem persamaan linear homogen dipaparkan pada Teorema McCoy dalam buku McCoy(1948). Sedangkan mengenai syarat cukup dan syarat perlu agar sistem persamaan linear konsisten dipaparkan dalam buku Brown(1993). Selain itu, juga akan dibicarakan mengenai Aturan Cramer pada sistem persamaan linear atas R.

2. SISTEM PERSAMAAN LINEAR ATAS *R*

Pembahasan pertama dalam makalah ini mengenai sistem persamaan linear homogen atas R, yang kemudian dilanjutkan pembahasan sistem persamaan linear atas R. Sama halnya dengan sistem persamaan linear homogen atas lapangan, SPLH atas R minimal memiliki solusi trivial. Untuk mengetahui apakah SPLH atas R memiliki solusi nontrivial atau tidak, berikut diberikan suatu teorema yang menjamin SPLH atas R memiliki solusi nontrivial atau tidak.

Teorema 2.1. (N. McCoy) Diberikan $A \in M_{m x n}(R)$ .Sistem Persamaan Linear Homogen $AX = O$ mempunyai solusi nontrivial jika dan hanya jika $rk(A) < n$.

Bukti. $(\Rightarrow)$ Diketahui SPLH $AX = O$ mempunyai solusi nontrivial. Misal $v \in R^n$, dengan $v \neq 0,$ merupakan solusi nontrivial dari $AX = O$. Akan ditunjukkan $rk(A) < n$. Jika $m < n$, maka diperoleh $rk(A) \leq \min\{m, n\} = m < n.$ Oleh karena itu, untuk kasus $m < n$ telah terbukti. Selanjutnya akan dibuktikan untuk kasus $m \geq n$. Misal $\Delta(i_1, i_2, \cdots i_n; 1, 2, \cdots, n)$ adalah minor $n x n$ dari A. Terdapat matriks permutasi $P \in GL(m, R)$ sedemikian hingga PA merupakan matriks dengan n baris pertamanya adalah baris-baris $i_1, i_2, \cdots i_n$ dari A. Jadi,

$$Row_1(PA) = Row_{i_1}(A), Row_2(PA) = Row_{i_2}(A), \cdots, Row_n(PA) = Row_{i_n}(A)$$

dan

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$$PA = \left[\begin{array}{cccc} a_{i_1 1} & a_{i_1 2} & \cdots & a_{i_1 n} \\ a_{i_2 1} & a_{i_2 2} & \cdots & a_{i_2 n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i_n 1} & a_{i_n 2} & \cdots & a_{i_n n} \\ \hline & & * & \end{array}\right].$$

Dibentuk

$$D = \begin{bmatrix} a_{i_1 1} & a_{i_1 2} & \cdots & a_{i_1 n} \\ a_{i_2 1} & a_{i_2 2} & \cdots & a_{i_2 2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i_n 1} & a_{i_n 2} & \cdots & a_{i_n n} \end{bmatrix}$$

dan diperoleh $\Delta = \det(D) = \Delta(i_1, i_2, \cdots i_n; 1, 2, \cdots, n)$. Dari yang diketahui bahwa $Av = O$, berakibat $Dv = O$ dan $\Delta v = (\Delta I_n)v = (adj(D))Dv = 0$. Diperoleh $\Delta[v]_k = 0$ untuk setiap k, $1 \le k \le n$. Karena $\Delta = \Delta(i_1, i_2, \cdots i_n; 1, 2, \cdots, n)$ sebarang minor $n\,x\,n$ dari A, dapat disimpulkan bahwa $[v]_k \in Ann_R(I_n(A))$. Oleh karena itu, $Ann_R(I_n(A)) \neq \{0\}$ dan $rk(A) < n$.

($\Leftarrow$) Diketahui $rk(A) < n$. Akan ditunjukkan $AX = O$ mempunyai solusi nontrivial. Misalkan $rk(A) = r < n$. Jika $r = m$, maka dengan menambahkan persamaan-persamaan dengan koefisien nol akan diperoleh persamaan baru $\begin{bmatrix} A \\ O \end{bmatrix} X = O$. Jika v solusi nontrivial dari $Ax = O$, maka jelas v juga merupakan solusi nontrivial dari $\begin{bmatrix} A \\ O \end{bmatrix} X = O$. Sebaliknya, jika v solusi nontrivial dari $\begin{bmatrix} A \\ O \end{bmatrix} X = O$, maka v juga merupakan solusi nontrivial dari $AX = O$. Di lain pihak, $I_t\left(\begin{bmatrix} A \\ O \end{bmatrix}\right) = I_t(A)$, untuk setiap $t \in \mathbf{Z}$, sehingga $rk(A) = rk\left(\begin{bmatrix} A \\ O \end{bmatrix}\right)$. Dengan demikian jika $AX = O$ diganti $\begin{bmatrix} A \\ O \end{bmatrix} X = O$ maka dapat diasumsikan $r < \min\{m, n\}$.

Karena $rk(A) = r$, maka $Ann_R(I_{r+1}(A)) \neq \{0\}$. Misal $a \in Ann_R(I_{r+1}(A)),\ a \neq 0.$

i. Jika $r=0$, maka $a\in Ann_R(I_1(A))$. Dibentuk $v=\left(a,a,\cdots,a\right)^T\in R^n$, maka $Av=O$ sehingga v adalah solusi nontrivial dari $AX=O$.

ii. Jika $1\le r\le \min\{m,n\}$. Karena $rk(A)=r$, maka $Ann_R(I_r(A))=\{0\}$ dan $Ann_R(I_{r+1}(A))\neq\{0\}$. Misal $a\neq 0\in Ann_R(I_{r+1}(A))$, maka $a\notin Ann_R(I_r(A))$ sehingga terdapat minor $\Delta(i_1,i_2,\cdots,i_r;j_1,j_2,\cdots,j_r)$ dari A sedemikian hingga $a\Delta(i_1,i_2,\cdots,i_r;j_1,j_2,\cdots,j_r)\neq 0$. Terdapat matriks permutasi $P\in GL(m,R)$ dan $Q\in GL(n,R)$ sedemikian hingga $PAQ=\begin{bmatrix} C & * \\ * & * \end{bmatrix}$, dengan $C=\begin{bmatrix} a_{i_1j_1} & \cdots & a_{i_1j_r} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{i_rj_1} & \cdots & a_{i_rj_r} \end{bmatrix}$.

Dari sini diperoleh $\det(C)=\Delta(i_1,i_2,\cdots,i_r;j_1,j_2,\cdots,j_r)$.

Jika $(PAQ)X=O$ memiliki solusi nontrivial yaitu $\beta\in R^n$, akan ditunjukkan $AX=O$ memiliki solusi nontrivial, katakan $v\in R^n$. Dari $Av=O$, berarti $PAv=O$. Karena Q invertibel, maka diperoleh $PAv=PAIv=PAQQ^{-1}v=O$. Karena $\beta\in R^n$ solusi nontrivial dari $(PAQ)X=O$ maka dapat dipilih $\beta=Q^{-1}v$, sehingga diperoleh $v=Q\beta$. Karena Q bukan matriks nol dan β solusi nontrivial dari $(PAQ)X=O$, maka $v=Q\beta\neq O$. Karena P invertibel, dari $PAv=O$ diperoleh $Av=O$. Jadi, SPLH $AX=O$ memiliki solusi nontrivial.

Oleh karena $I_t(PAQ)=I_t(A)$ untuk setiap $t\in\square$, maka membuktikan $AX=O$ memiliki solusi nontrivial cukup dengan menunjukkan $(PAQ)X=O$ memiliki solusi nontrivial. Hal ini dapat dilakukan dengan mengganti matriks A dengan PAQ. Tanpa mengurangi keumuman, diasumsikan $\Delta(i_1,\cdots,i_r;j_1,\cdots,j_r)=\Delta(1,\cdots,r;1,\cdots,r)$.

Jika dipilih $\Delta=\Delta(1,\cdots,r;1,\cdots,r)$ maka diperoleh $A=\begin{bmatrix} C & * \\ * & * \end{bmatrix}$ dengan $C=\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1r} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{r1} & \cdots & a_{rr} \end{bmatrix}$ dan $\det(C)=\Delta$, sehingga diperoleh $a\Delta\neq 0$. Dibentuk

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$$C' = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1r} & a_{1r+1} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{r1} & \cdots & a_{rr} & a_{r(r+1)} \\ a_{(r+1)1} & \cdots & a_{(r+1)r} & a_{(r+1)(r+1)} \end{bmatrix} \in M_{(r+1)(r+1)}(R).$$

Dibentuk $d_j = Cof_{(r+1)j}(C')$, untuk setiap $j = 1, 2, \cdots, r+1$. Menggunakan ekspansi Laplace, diperoleh $\sum_{j=1}^{r+1} a_{(r+1)j} d_j = \det(C') \in I_{r+1}(A)$.

Dipilih $v = (ad_1 \quad ad_2 \quad \cdots \quad ad_{r+1} \quad 0 \quad \cdots \quad 0)^T \in R^n$. Karena $ad_{r+1} = a\Delta \neq 0$, maka $v \neq 0$. Diklaim v merupakan solusi dari $AX = O$. Berarti $Av = O$ jika dan hanya jika $\sum_{j=1}^{r+1} a_{ij}(ad_j) = 0$ untuk setiap $i = 1, \cdots, m$. Dalam hal ini, terdapat dua kasus. Pertama, jika $1 \leq i \leq r$ maka diperoleh $\sum_{j=1}^{r+1} a_{ij}(ad_j) = a\left(\sum_{j=1}^{r+1} a_{ij} d_j\right) = 0$. Kedua, jika $i \geq r+1$ maka diperoleh $\sum_{j=1}^{r+1} a_{ij}(ad_j) = a \det\left(\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1r+1} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{r1} & \cdots & a_{r(r+1)} \\ a_{i1} & \cdots & a_{i(r+1)} \end{bmatrix}\right) \in aI_{r+1}(A) = \{0\}$.

Oleh karena itu, diperoleh $Av = O$. Jadi, $AX = O$ memiliki solusi nontrivial. □

Terdapat banyak teorema-teorema menarik yang merupakan akibat dari Teorema McCoy. Salah satunya akibat berikut ini.

Akibat 2.2. Jika jumlah persamaan kurang dari jumlah variabel maka sistem persamaan linear homogen memiliki solusi nontrivial.

Berikut diberikan algoritma untuk menentukan solusi nontrivial dari SPLH $AX = O$ atas R. Algoritma ini dikonstruksi dari Teorema McCoy.

Algoritma. (Menentukan Solusi Nontrivial dari SPLH $AX = O$)

1. Tentukan $r = rk(A)$. Jika $r \geq n$, maka SPLH tidak mempunyai solusi nontrivial, [berhenti]. Jika $r < n$, maka SPLH mempunyai solusi, masuk ke langkah 2.

2. Jika $m < n$, tambahkan baris-baris nol pada A sehingga diperoleh matriks $A' = \begin{bmatrix} A \\ O \end{bmatrix}$ berukuran $m' x n$, dengan $m' \geq n$.
3. Tentukan $a \neq 0 \in Ann_R(I_{r+1}(A'))$.
4. Jika $r = 0$, maka $v = (a \quad a \quad \cdots \quad a)^T \in R^n$ merupakan solusi nontrivial dari $AX = O$. Jika $1 \leq r < n$, masuk ke langkah 5.
5. Tentukan minor $\Delta(i_1, \cdots, i_r; j_1, \cdots, j_r)$ dari A' sedemikian hingga $a\Delta(i_1, \cdots, i_r; j_1, \cdots, j_r) \neq 0$.
6. Tentukan $P \in GL(m', R)$ dan $Q \in GL(n, R)$ sedemikian hingga
$$A'' = PA'Q = \begin{bmatrix} C & * \\ * & * \end{bmatrix}$$
dengan $\det(C) = \begin{vmatrix} a_{i_1 j_1} & \cdots & a_{i_1 j_r} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{i_r j_1} & \cdots & a_{i_r j_r} \end{vmatrix} = \Delta(i_1, \cdots, i_r; j_1, \cdots, j_r).$
7. Tentukan
$$C' = \begin{bmatrix} a_{i_1 j_1} & \cdots & a_{i_1 j_r} & a_{i_1 j_{r+1}} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{i_r j_1} & \cdots & a_{i_r j_r} & a_{i_r j_{r+1}} \\ a_{i_{r+1} j_1} & \cdots & a_{i_{r+1} j_r} & a_{i_{r+1} j_{r+1}} \end{bmatrix}.$$
8. Tentukan $d_j = Cof_{(r+1)j}(C')$, $j = 1, 2, \cdots, r+1$.
9. Dibentuk $v' = (ad_1 \quad ad_2 \quad \cdots \quad ad_{r+1} \quad 0 \quad \cdots \quad 0)^T \neq O \in R^n$.
10. Tentukan $v = Qv'$, yang merupakan solusi dari SPLH $AX = O$.

Selanjutnya, akan dibahas mengenai sistem persamaan linear $AX = B$. Pertama akan dibahas syarat perlu suatu sistem persamaan linear $AX = B$ memiliki solusi untuk setiap $A \in M_{nxn}(R)$ dan $B \in R^n$.

Dalam sistem persamaan linear atas lapangan, jika diketahui SPL $AX = B$ mempunyai solusi, maka $rank(A \mid B) = rank(B)$. Sama halnya dengan sistem persamaan linear atas R. Oleh karena definisi rank matriks atas R adalah

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$\max\{t \in \mathbf{Z} \mid Ann_R(I_t(A)) = \{0\}\}$ maka syarat perlu SPL $AX = B$ memiliki solusi adalah $I_t(A \mid B) = I_t(A)$ untuk setiap $t \in \mathbf{Z}$. Hal ini dipaparkan dalam teorema berikut.

Teorema 2.3. (Syarat Perlu) Diberikan $A \in M_{nxn}(R)$. Jika $AX = B$ mempunyai solusi maka $I_t(A \mid B) = I_t(A)$ untuk setiap $t \in \mathbf{Z}$.

Selanjutnya, akan diberikan suatu teorema yang merupakan syarat cukup suatu sistem persamaan linear $AX = B$ memiliki solusi untuk setiap $A \in M_{nxn}(R)$ dan $B \in R^n$. Namun, sebelumnya telah diketahui bahwa $z \in R$ merupakan elemen regular di R jika bukan merupakan elemen pembagi nol dari R. Dengan demikian apabila $Z(R)$ merupakan himpunan semua elemen-elemen pembagi nol dari R maka $R \setminus Z(R)$ merupakan himpunan elemen-elemen regular dalam R.

Teorema 2.4. (Syarat Cukup) Diberikan matriks $A = \left[a_{ij}\right] \in M_{mxn}(R)$ dengan $m \le n$, $rk(A) = m$, dan matriks $B \in R^m$. Jika terdapat ideal I di R dan elemen regular $z \in R$ sedemikian sehingga $\mathrm{I} I_m(A \mid B)^* \subseteq Rz \subseteq \mathrm{I} I_m(A)$, dengan $I_m(A \mid B)^*$ merupakan ideal di R yang dibangun oleh himpunan $\{\Delta(1,..,m; j_1,.., j_{m-1}, n+1 \mid 1 \le j_1 < .. < j_{m-1} \le n)\}$, maka sistem persamaan linear $AX = B$ memiliki solusi.

Bukti. Karena diketahui $rk(A) = m$ maka $Ann_R(I_m(A)) = \{0\}$, sehingga diperoleh $I_m(A) \ne 0$. Akibatnya terdapat minimal minor mxm dari A yang tidak nol, katakan $\Delta = \Delta(1,..,m; j_1,.., j_m)$ dengan $\Delta(1,..,m; j_1,.., j_m) \ne 0$. Diperhatikan submatriks mxm dari A yakni $\bar{A} = \begin{bmatrix} a_{1j_1} & \cdots & a_{1j_m} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{mj_1} & \cdots & a_{mj_m} \end{bmatrix}$. Diperoleh $\det(\bar{A}) = \Delta(1,..,m; j_1,.., j_m) \ne 0$ dan

$$\Delta \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} = \det(\bar{A}) \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} = \bar{A} adj(\bar{A}) \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}. \qquad \text{...(i)}$$

Di sisi lain diketahui bahwa:

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$$adj\left(\bar{A}\right)\begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cof_{11}\left(\bar{A}\right) & \cdots & cof_{m1}\left(\bar{A}\right) \\ \vdots & & \vdots \\ cof_{1m}\left(\bar{A}\right) & \cdots & cof_{mm}\left(\bar{A}\right) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{m} cof_{j1}\left(\bar{A}\right)b_j \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^{m} cof_{jm}\left(\bar{A}\right)b_j \end{bmatrix} \qquad \text{...(ii)}$$

Misalnya, dipilih $\left(c_1,...,c_m\right)^T \in R^m$ dengan:

$$c_i = \sum_{j=1}^{m} b_j cof_{ji}\left(\bar{A}\right)\det\begin{bmatrix} a_{1j_1} & \cdots & a_{1j_{i-1}} & b_1 & a_{1j_{i+1}} & \cdots & a_{1j_m} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{mj_1} & \cdots & a_{mj_{i-1}} & b_m & a_{mj_{i+1}} & \cdots & a_{mj_m} \end{bmatrix} \in I_m\left(A \mid B\right)^*$$

untuk setiap nilai $i = 1, 2, ..., m$. Dari Persamaan (i) dan (ii) diperoleh:

$$\Delta\begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{1j_1} & \cdots & a_{1j_m} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{mj_1} & \cdots & a_{mj_m} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_m \end{bmatrix}$$

sehingga diperoleh $\Delta b_i = \sum_{u=1}^{m} a_{ij_u} c_u$ untuk setiap nilai $i = 1, 2, ..., m$.

Selanjutnya, didefinisikan $y_1, y_2, ..., y_n$ sebagai berikut:

$$y_v = \begin{cases} 0 & \text{, jika } v \in \{1,...,n\} - \{j_1,..., j_m\} \\ c_i & \text{, jika } v = j_i \text{ untuk setiap } i = 1, 2, ..m \end{cases}$$

Karena $c_i \in I_m\left(A \mid B\right)^*$ untuk setiap $i = 1, 2, ..., m$,maka diperoleh $y_v \in I_m\left(A \mid B\right)^*$ untuk setiap $v = 1, 2, ..., n$. Selain itu diperoleh:

$$\sum_{v=1}^{n} a_{iv} y_v = a_{ij_1} y_{j_1} + ... + a_{ij_m} y_{j_m} = a_{ij_1} c_1 + ... + a_{ij_m} c_m = \Delta b_i$$

untuk setiap nilai $i = 1, 2, ..., m$. Dengan demikian untuk setiap $i = 1, 2, ..., m$ diperoleh:

$$\Delta b_i = \sum_{v=1}^{n} a_{iv} y_v \text{ , dengan } y_1, y_2, ..., y_n \in I_m\left(A \mid B\right)^*.$$

Misalnya,minor-minor mxm tak nol dari A adalah $\Delta_1, ..., \Delta_p$ maka untuk setiap $k = 1, 2, ..., p$ terdapat $\left\{y_{kv} \in R \mid v = 1, 2, ..., n\right\} \subseteq I_m\left(A \mid B\right)^*$ sedemikian sehingga $\Delta_k b_i = \sum_{v=1}^{n} a_{iv} y_{kv}$, untuk $i = 1, 2, ..., m$. Karena diketahui $\mathrm{I}I_m\left(A \mid B\right)^* \subseteq Rz \subseteq \mathrm{I}I_m\left(A\right)$

maka $z \in \mathrm{I}I_m(A)$. Oleh karena $\Delta_1,...,\Delta_p$ membangun $I_m(A)$ maka $z=\sum_{k=1}^{p} q_k \Delta_k$ dengan $q_1,...,q_p \in \mathrm{I}$. Dengan demikian diperoleh:

$$\sum_{k=1}^{p}\sum_{v=1}^{n} a_{iv} q_k y_{kv} = \sum_{k=1}^{p} q_k \left(\sum_{v=1}^{n} a_{iv} y_{kv} \right) = \sum_{k=1}^{p} q_k \Delta_k b_i = z b_i$$

untuk setiap $i=1,2,...,m$. Oleh karena itu , diperoleh $\sum_{v=1}^{n} a_{iv} \left(\sum_{k=1}^{p} q_k y_{kv} \right) = z b_i$ untuk setiap $i=1,2,...,m$. Oleh karena $q_k \in \mathrm{I}$ dan $y_{kv} \in I_m(A|B)^*$ untuk setiap $k=1,2,...,p$ dan $v=1,2,...,n$ maka diperoleh $\sum_{k=1}^{p} q_k y_{kv} \in \mathrm{I}I_m(A|B)^*$ untuk $v=1,2,...,n$. Oleh karena $\mathrm{I}I_m(A|B)^* \subseteq Rz$ maka untuk $v=1,2,...,n$ diperoleh $\sum_{k=1}^{p} q_k y_{kv} = r_v z$ untuk suatu $r_v \in R$. Akibatnya diperoleh $\sum_{v=1}^{n} a_{iv} r_v z = z b_i$ untuk $i=1,2,...,m$. Atau, $z\left(\sum_{v=1}^{n} a_{iv} r_v \right) = z b_i$ untuk setiap $i=1,2,...,m$. Oleh karena z merupakan elemen regular di R maka $\sum_{v=1}^{n} a_{iv} r_v = b_i$ untuk setiap $i=1,2,...,m$. Jadi diperoleh bahwa $\xi = (r_1, r_2, ..., r_n)^T \in R^n$ merupakan solusi dari sistem persamaan linear $AX = B$. $\square$

Selanjutnya, apabila $I_m(A) = R$ maka $rk(A) = m$. Untuk setiap $B \in R^m$ memenuhi $RI_m(A|B)^* \subseteq R1 \subseteq RI_m(A)$. Oleh karena 1 merupakan elemen regular di R , maka berdasarkan Teorema 2.4 diperoleh bahwa sistem persamaan linear $AX = B$ memiliki solusi. Dengan demikian, diperoleh akibat sebagai berikut ini.

Akibat 2.5. Jika diberikan matriks $A \in M_{mxn}(R)$ dengan $I_m(A) = R$ maka untuk setiap $B \in R^m$ sistem persamaan linear $AX = B$ memiliki solusi.

Selanjutnya, berikut diberikan suatu algoritma untuk menentukan solusi dari SPL $AX = B$ atas R. Algoritma ini dikonstruksi dari Teorema 2.3 dan Teorema 2.4.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Algoritma (menentukan solusi dari SPL $AX = B$, dengan $A \in M_{mxn}(R)$ dan $B \in R^m$)

1. Tentukan $I_t(A|B)$ dan $I_t(A)$, untuk setiap $t \in \mathbf{Z}$. Jika $I_t(A|B) \neq I_t(A)$ untuk suatu $t \in \mathbf{Z}$, maka SPL $AX = B$ tidak mempunyai solusi. [proses berhenti]

   Jika $I_t(A|B) = I_t(A)$ untuk setiap $t \in \mathbf{Z}$, maka masuk ke langkah 2.
2. Jika $m > n$, maka ubah SPL $AX = B$ menjadi SPL $A'X' = B$ dengan $A' = [A | O_{mxn'}]$ dan $X' = (x_1, \cdots, x_n, x_{n+1}, \cdots, x_{n'})^T$, $n' \geq m$.
3. Tentukan $rk(A)$, ideal I dari R, dan elemen regular z dari R sedemikian hingga $\mathsf{I} I_m(A|B)^* \subseteq Rz \subseteq \mathsf{I} I_m(A)$.
4. Tentukan semua minor $m\,x\,m$ dari A yang tak nol, katakan $\Delta_1, \Delta_2, \cdots, \Delta_p$.
5. Untuk $k = 1, 2, \cdots, p$ dan $i = 1, 2, ..., m$ didefinisikan:

$$c_{ki} = \sum_{j=1}^{m} b_j Cof_{ji}(\overline{A}^{(k)})$$

   dengan

$$\overline{A}^{(k)} = \begin{bmatrix} a_{1j_1}{}^{(k)} & \cdots & a_{1j_m}{}^{(k)} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{mj_1}{}^{(k)} & \cdots & a_{mj_m}{}^{(k)} \end{bmatrix} \text{ dan } \det(\overline{A}^{(k)}) = \Delta_k .$$

6. Tentukan $y_{kl} = \begin{cases} 0 \;, & \text{jika } l \in \{1, \cdots, n\} - \{j_1^{(k)}, \cdots, j_m^{(k)}\} \\ c_{ki} \;, & jika\ l = j_i^{(k)} \end{cases}$.
7. Tentukan $q_1, \cdots, q_p \in \mathsf{I}$ sedemikian hingga $z = \sum_{k=1}^{p} q_k \Delta_k$.
8. Untuk $l = 1, \cdots, n$, tentukan r_l sedemikian hingga $\sum_{k=1}^{p} q_k y_{kl} = r_l z$.
9. Diperoleh $v = (r_1, r_2, \cdots, r_n)^T$ yang merupakan solusi dari $AX = B$.

Terakhir pada makalah ini akan diberikan Aturan Cramer yang ternyata masih dapat digunakan untuk mencari ketunggalan dari solusi sistem persamaan linear atas ring R.

Teorema 2.6. (Aturan Cramer) Jika diberikan matriks $A \in M_{nxn}(R)$ dengan $\det(A) \in U(R)$ maka untuk setiap $B \in R^n$ sistem persamaan linear $AX = B$ memiliki

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

solusi tunggal $v=(y_1,y_2,...,y_n)^T$ dengan $y_j=\frac{|A_j|}{A}$, dimana A_j merupakan determinan dari matriks A dengan mengganti kolom ke- j dari matriks A dengan B, untuk nilai $j=1,2,...,n$

Bukti. Diketahui $v=(y_1,y_2,...,y_n)^T$ dengan $y_j=\frac{|A_j|}{A}$ untuk setiap $j=1,2,...,n$. Menggunakan Ekspansi Laplace diperoleh:

$$\det(A)y_j=\det\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1j-1} & b_1 & a_{1j+1} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nj-1} & b_n & a_{nj+1} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}=\sum_{i=1}^{n} b_i cof_{ij}(A)$$

Oleh karena itu, diperoleh:

$$\det(A)\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} cof_{i1}(A)b_i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{n} cof_{in}(A)b_i \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} cof_{11}(A) & \cdots & cof_{n1}(A) \\ \vdots & & \vdots \\ cof_{1n}(A) & \cdots & cof_{nn}(A) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}=adj(A)B$$

Karena diketahui bahwa $\det(A)I_n=adj(A)A$ maka diperoleh $adj(A)[Av]=adj(A)B$. Oleh karena $adj(A)$ merupakan matriks invertibel (dengan inversnya adalah $(adj(A))^{-1}=(\det(A))^{-1}(A)$), maka diperoleh $Av=B$. Jadi terbukti bahwa $v=(y_1,y_2,...,y_n)^T$, dengan $y_j=\frac{|A_j|}{A}$ untuk setiap $j=1,2,...,n$, merupakan solusi dari $AX=B$. Selanjutnya, andaikan v' juga merupakan solusi dari $AX=B$, maka diperoleh $Av'=Av=B$. Akibatnya diperoleh $A(v'-v)=0$. Oleh karena $\det(A)\in U(R)$ maka matriks A invertibel, sehingga diperoleh $v'-v=0$. Akibatnya v merupakan solusi tunggal dari $AX=B$. □

Berdasarkan Cramer diperoleh bahwa ketunggalan dari solusi SPL $AX=B$ atas R dapat ditentukan apabila A merupakan matriks persegi yang invertibel. Dengan demikian, Aturan Cramer hanya dapat digunakan untuk kasus khusus matriks A merupakan matriks persegi yang invertibel.

3. KESIMPULAN

Dari keseluruhan pembahasan makalah ini dapat disimpulkan:

1. Kekonsistenan SPLH atas ring komutatif dijamin oleh Teorema McCoy yang menyatakan bahwa SPL $AX = 0$, dengan $A \in M_{mxn}(R)$, memiliki solusi nontrivial jika dan hanya jika $rk(A) < n$. Lebih lanjut, jika jumlah persamaan kurang dari jumlah variabel maka sistem persamaan linear homogen memiliki solusi nontrivial.
2. Syarat perlu agar SPL $AX = B$ memiliki solusi adalah $I_t(A|B) = I_t(A)$ untuk setiap $t \in$ □. Sedangkan, syarat cukup agar SPL $AX = B$ memiliki solusi adalah apabila terdapat ideal I di R dan elemen regular $z \in R$ sedemikian sehingga memenuhi $I I_m(A|B)^* \subseteq Rz \subseteq I I_m(A)$. Lebih lanjut, jika $I_m(A) = R$ maka untuk setiap $B \in R^m$ diperoleh SPL $AX = B$ memiliki solusi.
3. Jika matriks A invertibel maka berdasarkan Aturan Cramer sistem persamaan linear atas ring komutatif $AX = B$ memiliki solusi tunggal untuk setiap $B \in R^n$.

4. DAFTAR PUSTAKA

[1] Brown, W.C., 1993, *Matrices Over Commutative Rings*, Marcel Dekker Inc., New York

[2] McCoy, N.H., 1948, *Rings and Ideals*, George Banta Company Inc., Winconsin

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

A – 2

Kajian Fungsi Metrik Preserving

Binti Mualifatul Rosydah
Politeknik Perkapalan Negeri Surabaya
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya
Jalan Teknik Kimia Kampus ITS Sukolilo Surabaya 60111

Abstrak

Dalam penelitian ini akan dikaji sifat-sifat yang dimiliki oleh fungsi f yang didefinisikan dengan domain dan kodomain bilangan real tidak negatif, agar jika dikomposisikan dengan fungsi d yang merupakan suatu metrik, menghasilkan fungsi baru dengan domain dan kodomain sama dengan metrik d serta merupakan suatu metrik. Fungsi f seperti ini disebut fungsi metrik *preserving* terhadap metrik d.
Kata kunci **:** *metrik, fungsi metrik preserving.*

PENDAHULUAN

Komposisi dua buah fungsi akan didefinisikan jika domain fungsi pertama sama dengan kodomain fungsi yang kedua. Pada penelitian ini diberikan dua buah fungsi dengan fungsi yang pertama adalah fungsi f yang merupakan pemetaan dengan domain dan kodomain bilangan real yang tidak negatif dan fungsi yang kedua adalah suatu metrik d yang merupakan pemetaan dari $\mathbf{X} \times \mathbf{X}$ ke $\mathbf{R}$ yang mempunyai sifat tidak negatif, definit, simetri, serta memenuhi pertidaksamaan segitiga. Apabila fungsi f dikomposisikan dengan fungsi d, maka akan menghasilkan fungsi baru dengan domain dan kodomain sama dengan fungsi d. Akan tetapi secara umum, meskipun hasil komposisi fungsi f dengan fungsi d menghasilkan fungsi baru dengan domain dan kodomain sama dengan fungsi d, belum tentu juga merupakan suatu metrik. Dalam penelitian ini, komposisi fungsi f dengan fungsi d menghasilkan fungsi baru yang juga merupakan suatu metrik. Fungsi f seperti ini disebut *fungsi metrik preserving*. Suatu fungsi yang disebut *fungsi metrik preserving* memiliki sifat-sifat tertentu. Oleh karena itu dalam penelitian ini akan dikaji sifat-sifat yang dimiliki oleh suatu fungsi yang disebut *fungsi metrik preserving*.

PEMBAHASAN

Fungsi (R.G. Bartle dan D.R. Sherbert, hal. 9)

Fungsi $f : A \to B$ adalah aturan yang memadankan setiap $x \in A$ secara tepat satu elemen yang disebut $f(x) \in B$, dimana A dan B adalah himpunan bilangan real.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Fungsi Metrik Preserving

Misalkan f adalah suatu fungsi bernilai real yang didefinisikan dengan domain dan kodomain yang terletak pada interval $[0, \infty)$. Fungsi f disebut fungsi metrik *preserving* terhadap suatu metrik d dalam ruang metrik $(\mathbf{X}, d)$, jika komposisi fungsi fungsi f dengan fungsi d menghasilkan fungsi baru yang juga merupakan suatu metrik.

Fungsi Amenable (Paul Corazza, hal. 2)

Jika suatu fungsi bernilai real f didefinisikan pada himpunan $S \subseteq \mathbf{R}$ adalah *fungsi metrik preserving*, maka himpunan S harus terletak pada interval $[0, \infty)$, range fungsi f juga harus terletak pada interval $[0, \infty)$, dan $f^{-1}(0) = \{0\}$. Fungsi seperti ini disebut *fungsi amenable.*

Fungsi Subadditif (Paul Corazza,hal. 2)

Misalkan f adalah suatu fungsi bernilai real pada interval $[0, \infty)$. Fungsi f disebut *fungsi subadditif,* jika diambil $a, b \in [0, \infty)$, maka fungsi f memenuhi pertidaksamaan $f(a) + f(b) \geq f(a + b)$.

Fungsi Nondecreasing (R.G. Bartle dan D.R. Sherbert, hal. 172)

Misalkan f adalah suatu fungsi bernilai real pada interval $[0, \infty)$. Fungsi f disebut *fungsi nondecreasing* pada interval $[0, \infty)$, jika untuk sebarang titik x_1 dan x_2 pada interval $[0, \infty)$, dimana $x_1 < x_2$ maka $f(x_1) \leq f(x_2)$.

Fungsi Differensiable (R.G. Bartle dan D.R. Sherbert, hal. 184)

Misalkan $I \subseteq \mathbf{R}$ adalah suatu interval, $f : I \to \mathbf{R}$ dan $c \in I$. Bilangan real L disebut turunan fungsi f pada c, jika untuk sebarang $\varepsilon > 0$ terdapat $\delta(\varepsilon) > 0$, sehingga jika $x \in I$ dan $0 < |x - c| < \delta(\varepsilon)$ maka

$$\left|\frac{f(x) - f(c)}{x - c} - L\right| < \varepsilon \tag{1}$$

Dalam hal ini dikatakan bahwa fungsi f *differensiabel* pada c, dan dapat ditulis $f'(c)$ untuk L.

Dengan kata lain, turunan fungsi f pada c diberikan dengan limit sebagai berikut

$$f'(c) = \lim_{x \to c} \frac{f(x) - f(c)}{x - c} \qquad (2)$$

asalkan limitnya ada.

Fungsi Konvex (R.G. Bartle dan D.R. Sherbert, hal. 221)

Misalkan $I \subseteq \mathbf{R}$ adalah suatu interval. Suatu fungsi $f : I \to \mathbf{R}$ dikatakan *konvex* pada interval I jika untuk sebarang λ yang memenuhi $0 \leq \lambda \leq 1$ dan sebarang titik $x_1, x_2 \in I$, maka $f(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \leq \lambda f(x_1) + (1 - \lambda)f(x_2)$ (3)

Fungsi f disebut *strictly convex*, jika tanda $\leq$ diganti dengan $<$, sehingga didapatkan

$f(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) < \lambda f(x_1) + (1 - \lambda)f(x_2)$ (4)

Komposisi fungsi (R.G. Bartle dan D.R. Sherbert, hal. 14)

Misal didefinisikan dua buah fungsi bernilai real, yaitu fungsi f dan fungsi g. Dua buah fungsi tersebut merupakan pemetaan dengan sifat bahwa domain fungsi f sama dengan kodomain fungsi g. Komposisi fungsi $f \circ g$ dapat didefinisikan dari sifat diatas, sehingga menghasilkan fungsi baru dengan domain sama dengan domain fungsi g dan kodomain sama dengan kodomain fungsi f.

Metrik (R.G. Bartle dan D.R. Sherbert, hal. 365)

Himpunan tidak kosong $\mathbf{X}$, suatu fungsi d yang merupakan pemetaan dari $\mathbf{X} \times \mathbf{X}$ ke himpunan bilangan $\mathbf{R}$ dinamakan suatu metrik jika memenuhi sifat-sifat di bawah ini:

1. $\forall x, y \in \mathbf{X}$, berlaku $d(x, y) \geq 0$
2. $\forall x, y \in \mathbf{X}$, berlaku $d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$
3. $\forall x, y \in \mathbf{X}$, berlaku $d(x, y) = d(y, x)$
4. $\forall x, y, z \in \mathbf{X}$, berlaku $d(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y)$

Ruang $\mathbf{X}$ yang dilengkapi dengan suatu metrik d disebut ruang metrik dan ditulis $(\mathbf{X}, d)$.

Triangle Triplet (Paul Corazza, hal. 5)

Triangle triplet adalah tripel bilangan real *non negatif* (a, b, c) dimana $a \leq b + c$, $b \leq a + c$, dan $c \leq a + b$; ekivalen atau sama dengan $| a - b | \leq c \leq a + b$.

Dengan kata lain *triangle triplet* adalah tripel bilangan real *non negatif* yang berbentuk ($d(x, y)$, $d(y, z)$, $d(x, z)$) untuk sebarang ruang metrik ($\mathbf{X}$, d) dan untuk sebarang $x, y, z \in \mathbf{X}$.

SIFAT FUNGSI METRIK PRESERVING

Sifat-sifat yang dimiliki oleh fungsi f yang disebut *fungsi metrik preserving* diturunkan dalam proposisi berikut ini:

Proposisi 1 *Jika f fungsi metrik preserving maka f subadditif.*

Bukti :

Ambil sebarang $a, b \in [0, \infty)$ dan d metrik usual di $\mathbf{R}$.

Akan ditunjukkan bahwa fungsi f *subadditif.*

$$f(a)+f(b)=(f\circ d)(0,a)+(f\circ d)(a,a+b)$$
$$\geq (f\circ d)(0,a+b)$$
$$= f(a+b)$$

$$f(a)+f(b)\geq f(a+b) \quad (5)$$

Jadi terbukti bahwa jika fungsi f adalah metrik *preserving* maka fungsi f *subadditif.* ■

Akibat 1 *Diberikan suatu fungsi f yang merupakan pemetaan dengan domain dan kodomain bilangan real tidak negatif.*

(A) *f strictly convex pada suatu interval dalam daerah asal dan* $f(0)=0$, *atau*

(B) *f differensiabel pada* (u ,∞) *untuk semua* $u \geq 0$ *dan* $\lim_{x\to\infty} f'(x) = +\infty$, *dimana x berada pada domain fungsi d.*

Maka f bukan metrik preserving.

Bukti :

(A) Ambil sebarang c bilangan positif dimana fungsi f *strictly convex* pada interval [0, c].

Fungsi f *strictly convex* pada interval [0, c] artinya untuk sebarang λ yang memenuhi $0 \leq \lambda \leq 1$ dan sebarang titik $x_1, x_2 \in [0, c]$ memenuhi

$$f(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) < \lambda f(x_1) + (1 - \lambda)f(x_2) \quad (6)$$

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Ambil $\lambda = \frac{1}{2}$, $x_1 = 0$, dan $x_2 = c$ kemudian disubstitusikan ke dalam Pertidaksamaan (6) didapatkan

$f(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) < \lambda f(x_1) + (1 - \lambda)f(x_2)$

$$f\left(\frac{c}{2}\right) < \frac{1}{2}[0 + f(c)]$$

$$f\left(\frac{c}{2}\right) < \frac{1}{2}[f(c)]$$

$$2f\left(\frac{c}{2}\right) < f(c)$$

$$f\left(\frac{c}{2}\right) + f\left(\frac{c}{2}\right) < f(c) \qquad (7)$$

menurut definisi, fungsi f tidak *subadditif*.

Karena fungsi f tidak *subadditif,* maka menurut Proposisi 1 fungsi f bukan merupakan fungsi metrik *preserving.*

Jadi terbukti bahwa jika fungsi f *strictly convex* pada suatu interval dalam daerah asal dan $f(0) = 0$,maka fungsi f bukan merupakan fungsi metrik *preserving*. ■

Contoh :

Misalkan suatu fungsi bernilai real f diberikan oleh $f(x) = x^4$ dengan domain yang terletak pada interval $[0, \infty)$.

Jika diambil $x = 0$, maka didapatkan $f(0) = 0$.

Akan ditunjukkan bahwa fungsi $f(x) = x^4$ merupakan fungsi *strictly convex* pada interval [0, 4], kemudian ditunjukkan bahwa fungsi $f(x) = x^4$ bukan merupakan fungsi metrik *preserving*.

Penyelesaian :

Fungsi f dikatakan *strictly convex* pada interval [0, 4] jika untuk sebarang λ yang memenuhi $0 \leq \lambda \leq 1$ dan sebarang titik $x_1, x_2 \in [0, 4]$ fungsi f memenuhi Pertidaksamaan (6).

Misalkan diambil $\lambda = \frac{1}{2}$, $x_1 = 0$, dan $x_2 = 4$ kemudian disubstitusikan ke dalam Pertidaksamaan (6)sehingga didapatkan

$f(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) < \lambda f(x_1) + (1 - \lambda)f(x_2)$

$$f\left(\left(\frac{1}{2}\right)(0) + \left(1 - \frac{1}{2}\right)(4)\right) < \frac{1}{2}f(0) + \left(1 - \frac{1}{2}\right)f(4)$$

diketahui $f(0) = 0$, sehingga didapatkan

$f(2) < \frac{1}{2}[f(4)]$

$2f(2) < f(4)$ karena $2f(2) = f(2) + f(2)$, sehingga didapatkan

$f(2) + f(2) < f(4)$

$(2)^4 + (2)^4 < (4)^4$

$16 + 16 < 256$

Menurut definisi fungsi *subadditif*, fungsi f tidak *subadditif*

Karena fungsi f memenuhi Pertidaksamaan (6) untuk sebarang λ yang memenuhi $0 \le \lambda \le 1$ dan sebarang titik x_1, $x_2 \in [0, 4]$, jadi menurut definisi fungsi f merupakan fungsi *strictly convex* pada interval [0, 4].

Selanjutnya akan ditunjukkan bahwa fungsi $f(x) = x^4$ yang *strictly convex* pada interval [0, 4] dan $f(0) = 0$ bukan merupakan fungsi metrik *preserving*.

Dari Proposisi 1 telah dibuktikan bahwa jika fungsi f adalah metrik *preserving* maka fungsi f *subadditif*. Karena f tidak *subadditif,* maka f bukan merupakan fungsi metrik *preserving.*

Jadi terbukti bahwa fungsi $f(x) = x^4$ yang *strictly convex* pada interval [0, 4] dan $f(0) = 0$ bukan merupakan fungsi metrik *preserving*. □

(B) Andaikan bahwa fungsi f *differensiable* pada interval (u,∞) dan $\lim_{x\to\infty} f'(x) = +\infty$, tetapi fungsi f merupakan fungsi metrik *preserving*.

Ambil sebarang $x_0 > u$. Karena $f'(x)$ menuju $+\infty$, maka terdapat $r > 0$, dimana r adalah fungsi yang bergantung pada x_0 sehingga untuk semua $x > r$,

$$f'(x) > \frac{f(x_0)}{x_0} \tag{8}$$

Ambil $x_1 > r$. Dengan menggunakan Teorema Nilai Tengah (*Mean Value Theorem)* untuk mendapatkan $y \in (x_1, x_1 + x_0)$, maka didapatkan

$$f'(y) = \frac{f(x_1 + x_0) - f(x_1)}{x_1 + x_0 - x_1}$$

$$= \frac{f(x_1 + x_0) - f(x_1)}{x_0}.$$

Dengan mensubstitusikan $f'(y)$ ke dalam Persamaan (8), didapatkan

$$\frac{f(x_1 + x_0) - f(x_1)}{x_0} > \frac{f(x_0)}{x_0}$$

$$\frac{f(x_1+x_0)}{x_0} - \frac{f(x_1)}{x_0} > \frac{f(x_0)}{x_0}$$

$$\frac{f(x_1+x_0)}{x_0} > \frac{f(x_1)}{x_0} + \frac{f(x_0)}{x_0} \tag{9}$$

Karena x_0 bernilai positif, maka didapatkan pertidaksamaan

$$f(x_1+x_0) > f(x_1) + f(x_0) \tag{10}$$

Menurut definisi, fungsi f tidak *subadditif* .

Karena fungsi f tidak *subadditif,* maka menurut Proposisi 1 fungsi f bukan merupakan fungsi metrik *preserving*. Hal ini kontradiksi dengan asumsi awal.

Jadi terbukti bahwa jika fungsi f *differensiable* pada interval (u, ∞) untuk semua $u \geq 0$ dan $\lim_{x\to\infty} f'(x) = +\infty$ maka fungsi f bukan merupakan fungsi metrik *preserving*. ■

Contoh :

Misalkan suatu fungsi bernilai real f diberikan oleh $f(x) = x^2$ dengan domain yang terletak pada interval [0, ∞) .

Akan ditunjukkan bahwa fungsi $f(x) = x^2$ merupakan fungsi *differensiable* pada interval [0, ∞) dan $\lim_{x\to\infty} f'(x) = +\infty$, kemudian ditunjukkan bahwa fungsi $f(x) = x^2$ bukan merupakan fungsi metrik *preserving*.

Penyelesaian :

Fungsi $f(x) = x^2$ adalah fungsi *differensiable* dengan $f'(x) = 2x$ untuk semua $x \in [0, \infty)$.

Nilai $\lim_{x\to\infty} f'(x) = +\infty$.

Selanjutnya akan ditunjukkan bahwa fungsi $f(x) = x^2$ bukan merupakan fungsi metrik *preserving*.

Misalkan diambil $x, y \in [0, \infty)$.

Akan ditunjukkan bahwa $f(x + y) \leq f(x) + f(y)$.

Dengan definisi $f(x)$, didapatkan

$$f(x+y) = (x+y)^2$$
$$= x^2 + y^2 + 2xy.$$

$$f(x) + f(y) = x^2 + y^2 \tag{11}$$

Karena $x, y \in [0, \infty)$, maka $xy \geq 0$. Dengan mensubstitusikan $xy \geq 0$ ke dalam Persamaan (11), didapatkan

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$f(x + y) \geq f(x) + f(y)$ (12)

Menurut definisi, fungsi f tidak *subadditif*

Dari Proposisi 1 telah dibuktikan bahwa jika fungsi f adalah metrik *preserving* maka fungsi f *subadditif*. Karena f tidak *subadditif,* maka f bukan merupakan fungsi metrik *preserving*.

Jadi terbukti bahwa fungsi $f(x) = x^2$ yang *differensiable* pada interval (u, ∞) untuk semua $u \geq 0$ dan $\lim_{x\to\infty} f'(x) = +\infty$ bukan merupakan fungsi metrik *preserving*. □

Proposisi 2 *Jika f adalah fungsi amenable, subadditif, dan nondecreasing, maka f adalah metrik preserving.*

Bukti :

Komposisi fungsi $f \circ d$ disebut metrik jika memenuhi :

(M1) $\forall x, y \in \mathbf{R}$ berlaku $(f \circ d)(x, y) \geq 0$.

(M2) $\forall x, y \in \mathbf{R}$ berlaku $(f \circ d)(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$.

(M3) $\forall x, y \in \mathbf{R}$ berlaku $(f \circ d)(x, y) = (f \circ d)(y, x)$.

(M4) $\forall x, y, z \in \mathbf{R}$ dan $d(x, y) = a$, $d(y, z) = b$ dan $d(x, z) = c$ berlaku

$(f \circ d)(x, z) \leq (f \circ d)(x, y) + (f \circ d)(y, z)$ atau $f(c) \leq f(a) + f(b)$

Karena d merupakan metrik, berarti d memenuhi pertidaksamaan segitiga

Selanjutnya dengan mensubstitusikan $d(x, y) = a$, $d(y, z) = b$ dan $d(x, z) = c$ ke dalam pertidaksamaan segitiga didapatkan $c \leq a + b$.

Dengan menggunakan definisi fungsi *subadditif* dan *nondecreasing,* didapatkan

$f(c) \leq f(a) + f(b)$ (13)

Pertidaksamaan (13) ini juga berarti

$(f \circ d)(x, z) \leq (f \circ d)(x, y) + (f \circ d)(y, z)$.

Jadi terbukti bahwa

$(f \circ d)(x, z) \leq (f \circ d)(x, y) + (f \circ d)(y, z)$ atau $f(c) \leq f(a) + f(b)$ berlaku untuk setiap $x, y, z \in \mathbf{R}$ dan $d(x, y) = a$, $d(y, z) = b$ dan $d(x, z) = c$.

Karena komposisi fungsi $f \circ d$ memenuhi (M1), (M2), (M3) dan (M4) berarti komposisi fungsi $f \circ d$ merupakan metrik.

Jadi terbukti bahwa jika fungsi *f amenable, subadditif,* dan *nondecreasing*, maka *f* adalah metrik *preserving*. ■

Contoh:

1. Fungsi $f(x)=\begin{cases} 0, & \text{untuk } x = 0 \\ 1, & \text{untuk } x \text{ yang lain.} \end{cases}$
2. Fungsi $f(x) = \ln(1 + x)$.
3. Fungsi $f(x) = x^r$ dimana $0 \le r \le 1$.

Proposisi 3 *Jika* $(\mathbf{X}, d)$ *adalah ruang metrik dan* $x, y, z \in \mathbf{X}$, *maka* $(d(x, y), d(y, z), d(x, z))$ *adalah triangle triplet.*

Bukti :

Misal $d(x, y) = a$, $d(y, z) = b$ dan $d(x, z) = c$.

Karena d merupakan suatu metrik, berarti d memenuhi pertidaksamaan segitiga.

Dengan mensubstitusikan $d(x, y) = a$, $d(y, z) = b$ dan $d(x, z) = c$ kedalam pertidaksamaan segitiga, didapatkan tiga bentuk yang berbeda yaitu :

1. $d(x, y) \le d(x, z) + d(z, y)$

$$a \le c + b \tag{14}$$

2. $d(y, z) \le d(y, x) + d(x, z)$

$$b \le a + c \tag{15}$$

3. $d(x, z) \le d(x, y) + d(y, z)$

$$c \le a + b \tag{16}$$

Menurut definisi, Pertidaksamaan (14), (15) dan (16) disebut *triangle triplet*.

Jadi terbukti bahwa jika $(\mathbf{X}, d)$ adalah ruang metrik dan $x, y, z \in \mathbf{X}$, maka $(d(x, y), d(y, z), d(x, z))$ adalah *triangle triplet*. ■

Proposisi 4 *Misalkan f adalah fungsi amenable, maka ekivalen dengan :*

(1) Fungsi f adalah metrik preserving

(2) Untuk setiap (a, b, c) *triangle triplet,* $(f(a), f(b), f(c))$ *adalah triangle triplet*

Bukti:

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

(1) $\Rightarrow$ (2) Diberikan (a, b, c) adalah *triangle triplet*, dan misalkan d metrik usual di $\mathbf{R}^2$. Dengan menggunakan geometri dasar menunjukkan bahwa terdapat $u, v, w \in \mathbf{R}^2$ sehingga $d(u, v) = a$, $d(v, w) = b$ dan $d(u, w) = c$.

Dengan mensubstitusikan $d(u, v) = a$, $d(v, w) = b$ dan $d(u, w) = c$ kedalam pertidaksamaan segitiga, didapatkan tiga bentuk yang berbeda yaitu :

1. $d(u, v) \leq d(u, w) + d(w, v)$

$$a \leq c + b \tag{17}$$

2. $d(v, w) \leq d(v, u) + d(u, w)$

$$b \leq a + c \tag{18}$$

3. $d(u, w) \leq d(u, v) + d(v, w)$

$$c \leq a + b \tag{19}$$

Dengan menggunakan kenyataan fungsi f adalah fungsi metrik *preserving*, menurut Proposisi 2 berarti fungsi f mempunyai sifat *amenable, subadditif* dan *nondecreasing*. Dalam hal ini telah diketahui fungsi f adalah fungsi *amenable*. Untuk sifat *subadditif* dan *nondecreasing* akan ditunjukkan dengan menggunakan definisi yang disubstitusikan dalam Pertidaksamaan (17), (18) dan (19), sehingga didapatkan :

4 .$f(a) \leq f(c) + f(b)$ (20)

5. $f(b) \leq f(a) + f(c)$ (21)

6 $f(c) \leq f(a) + f(b)$ (22)

Menurut definisi, Pertidaksamaan (20), (21) dan (22) disebut *triangle triplet*.

Jadi terbukti bahwa jika fungsi f adalah fungsi metrik *preserving* maka untuk setiap (a, b, c) *triangle triplet*, $(f(a), f(b), f(c))$ adalah *triangle triplet*. ■

(2) $\Rightarrow$ (1) Diberikan $(\mathbf{X}, d)$ suatu ruang metrik, dengan d adalah metrik usual di $\mathbf{R}$.

Akan dibuktikan komposisi fungsi $f \circ d$ merupakan suatu metrik.

Komposisi fungsi $f \circ d$ disebut metrik jika memenuhi :

(M1) $\forall x, y \in \mathbf{R}$ berlaku $(f \circ d)(x, y) \geq 0$.

(M2) $\forall x, y \in \mathbf{R}$ berlaku $(f \circ d)(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$.

(M3)$\forall x, y \in \mathbf{R}$ berlaku $(f \circ d)(x, y) = (f \circ d)(y, x)$.

(M4) $\forall x, y, z \in \mathbf{R}$ dan $d(x, y) = a$, $d(y, z) = b$ dan $d(x, z) = c$ berlaku $(f \circ d)(x, z) \leq (f \circ d)(x, y) + (f \circ d)(y, z)$ atau $f(c) \leq f(a) + f(b)$.

Dengan menggunakan kenyataan pada Proposisi 3 bahwa $(d(x, y), d(y, z), d(x, z))$ adalah *triangle triplet* untuk $x, y, z \in \mathbf{R}$, berarti (a, b, c) adalah *triangle triplet*.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Pada (1) $\Rightarrow$ (2) telah dibuktikan bahwa untuk setiap (a, b, c) *triangle triplet,* $(f(a), f(b), f(c))$ adalah *triangle triplet*, artinya :

1. $f(a) \leq f(c) + f(b)$.
2. $f(b) \leq f(a) + f(c)$.
3. $f(c) \leq f(a) + f(b)$.

Jadi terbukti bahwa

$(f \circ d)(x, z) \leq (f \circ d)(x, y) + (f \circ d)(y, z)$ atau $f(c) \leq f(a) + f(b)$ berlaku untuk setiap $x, y, z \in \mathbf{R}$ dan $d(x, y) = a$, $d(y, z) = b$ dan $d(x, z) = c$.

Karena komposisi fungsi $f \circ d$ memenuhi (M1), (M2), (M3) dan (M4) maka komposisi fungsi $f \circ d$ merupakan suatu metrik.

Jadi terbukti bahwa jika untuk setiap (a, b, c) *triangle triplet,* $(f(a), f(b), f(c))$ adalah *triangle triplet* maka fungsi f adalah fungsi metrik *preserving*.

KESIMPULAN

1. Jika suatu fungsi yang diketahui merupakan fungsi metrik *preserving* maka fungsi tersebut mempunyai sifat *subadditif.*
2. Fungsi $f : [0,\infty) \rightarrow [0,\infty)$ disebut fungsi metrik *preserving* terhadap metrik d, jika fungsi f mempunyai sifat *amenable, subadditif* dan *nondecreasing.*
3. Fungsi f dikatakan bukan fungsi metrik *preserving* jika salah satu dari ketiga sifat (*amenable, subadditif* dan *nondecreasing*) tidak dimilikinya.
4. Sifat *triangle triplet* sama dengan sifat pertidaksamaan segitiga dalam suatu metrik. Selain itu, sifat *triangle triplet* juga merupakan perpaduan antara sifat *subadditif* dan *nondecreasing* dalam suatu fungsi metrik *preserving.*

DAFTAR PUSTAKA

Bartle, R.G., dan D.R., Sherbert, (1982), *Introduction to Real Analysis*, Second Edition, John Wiley and Sons, New York.

Corazza, P., (1999), Introduction to metric-preserving function, *Amer.Math. Monthly*, **4, vol. 104**, 309-323 http//homepages.kdsi.net/~pcorazza/mathPublications.html.)

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

A – 3

Keterbatasan Operator Integral Tentu Dan Operator Riemann-Liouville Di Ruang Lebesgue Terboboti

Cicik Alfiniyah

Departemen Matematika, Universitas Airlangga
Jl. Mulyorejo, Kampus C UNAIR, Surabaya 60115 – Indonesia
e-mail : alfiniyah.unair@gmail.com

Abstrak

Paper ini membahas keterbatasan operator integral tentu dan perumumannya yang kemudian disebut operator Riemann-Liouville di ruang Lebesgue terboboti. Dalam hal ini, pembuktian keterbatasan operator-operator tersebut menggunakan ketaksamaan Holder dan Minkowski. Dengan menggunakan fakta bahwa operator integral tentu adalah operator yang terbatas di ruang Lebesgue terboboti diperoleh hasil tentang terbatasnya operator Riemann-Liouville di ruang Lebesgue terboboti.
Kata kunci: Operator integral tentu, Operator Riemann-Liouville, ruang Lebesgue, ruang Lebesgue terboboti.

1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Misalkan $f:[0,a]\to R$ sebarang fungsi yang terintegral untuk setiap $a>0.$ Hal ini berarti

$$\int_0^a f(t)\,dt\in R,\quad \forall a\in R.$$

Integral tentu dari f didefinisikan sebagai fungsi $F:[0,a]\to R,$ dengan $x\mapsto F(x):=\int_0^x f(t)dt.$ Integral tentu memiliki sifat-sifat penting yang tertuang dalam *Teorema Fundamental Kalkulus*.

Jika f terbatas maka F kontinu, sedangkan jika f kontinu maka F kontinu seragam dan terdeferensial, seperti yang dinyatakan dalam *Teorema Fundamental Kalkulus.*

Untuk suatu fungsi w yang bersifat $w(t)>0,$ untuk setiap $t>0,$ (fungsi ini disebut *fungsi bobot* atau *bobot*), didefinisikan $L^p(w)$ sebagai himpunan semua fungsi $f:(0,\infty)\to R$ sedemikian sehingga,

$$\int_0^\infty |f(t)|^p\,w(t)dt<\infty,\quad 1\le p<\infty.$$

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Jika $L^p(w)$ dilengkapi dengan dua operasi jumlahan fungsi $(+)$ dan perkalian skalar $(\cdot)$ yang didefinisikan, untuk setiap $f, g \in L^p(w)$ dan $c \in R$, sebagai:

1. $(f+g)(x) := f(x) + g(x), \quad \forall x \in [0,\infty),$
2. $(cf)(x) \quad := cf(x), \quad \forall x \in [0,\infty)$

maka dapat ditunjukkan bahwa $(L^p(w),+,\cdot)$ adalah ruang vektor bernorm, dengan norm yang didefinisikan sebagai $\|f\|_{L^p(w)} := \left(\int_0^\infty |f(x)|^p w(x)dx\right)^{1/p}$. Cukup jelas bahwa $L^p(w) = L^p$, adalah ruang Lebesgue (Bartle, 1966).

Misalkan $v(t) > 0, \quad \forall t > 0$. Salah satu sifat penting dari F, dinyatakan oleh ketaksamaan berikut ini :

$$\left(\int_0^\infty |F(x)|^q v(x)dx\right)^{1/q} \leq c\left(\int_0^\infty |f(x)|^p w(x)dx\right)^{1/p},$$

dengan $v(x) = x^{-p}$, $w \equiv 1$, $c = \dfrac{p}{p-1} > 0$, *dan* $1 < p = q < \infty$.

Fakta di atas menyatakan bahwa F terbatas dari ruang Lebesgue terboboti $L^p(w)$ ke $L^q(v)$. Selain itu, salah satu perumuman F juga dapat dirumuskan sebagai berikut. Misalkan untuk $0 < \alpha \leq 1$, dan sebarang fungsi f, didefinisikan:

$$R_\alpha f(x) = \int_0^x \frac{f(t)}{(x-t)^{1-\alpha}} dt.$$

Jika $\alpha = 1$ maka $R_\alpha f = F$. Untuk selanjutnya R_α disebut operator Riemann-Liouville.

Dari uraian di atas, penulis tertarik untuk mengkaji ulang permasalahan tentang syarat-syarat yang harus dipenuhi oleh p, q, v dan w agar operator Riemann-Liouville (atau operator integral tentu) merupakan operator terbatas di ruang Lebesgue terboboti, dan kemudian menuliskannya kembali dalam bahasa sendiri serta melengkapi pembuktian yang ada.

1.2 Rumusan Masalah

1. Bagaimana keterbatasan operator integral tentu dari $L^p(w)$ ke $L^q(v)$ untuk kasus $1 \leq p \leq q < \infty$?

2. Bagaimana keterbatasan operator Riemann-Liouville dari L^p ke $L^q(v)$ untuk kasus $1 < p \leq q < \infty$?

1.3 Tujuan

1. Menentukan syarat yang harus dipenuhi oleh *v* dan *w*, agar operator integral tentu terbatas dari $L^p(w)$ ke $L^q(v)$ untuk kasus $1 \leq p \leq q < \infty$.
2. Menentukan syarat yang harus dipenuhi oleh *v*, agar operator Riemann-Liouville terbatas dari L^p ke $L^q(v)$ untuk kasus $1 < p \leq q < \infty$.

1.4 Manfaat

Untuk mengetahui lebih jauh sifat-sifat integral tentu jika diketahui fungsi yang terintegralkan memiliki sifat tertentu.

2. BAHASAN UTAMA

2.1 Keterbatasan Operator Integral Tentu

Misalkan $f \in L^p\left(w \cap L^1\right)$ dan integral tentu dari f didefinisikan sebagai fungsi $F : [0,a] \to R,$ dengan

$$x \mapsto F(x) := \int_0^x f(t)dt.$$

Salah satu sifat penting dari F, dinyatakan oleh ketaksamaan $\left(\int_0^\infty |F(x)|^q v(x)dx\right)^{1/q} \leq c\left(\int_0^\infty |f(x)|^p w(x)dx\right)^{1/p}$, dengan $v(x) = x^{-p}$, $w \equiv 1$, $c = \dfrac{p}{p-1} > 0,$ dan $1 < p = q < \infty.$

Sifat di atas menyatakan bahwa F terbatas dari ruang Lebesgue terboboti $L^p(w)$ ke $L^q(v)$ untuk kasus $1 < p = q < \infty.$ Pada subbab ini akan dibahas mengenai sifat keterbatasan F dari ruang Lebesgue terboboti $L^p(w)$ ke $L^q(v)$ untuk kasus $1 \leq p \leq q < \infty$.

Teorema 1. *Jika* $\sup\limits_{t>0}\left(\int_t^\infty v(x)dx\right)^{1/q}\left(\int_0^t w^{1-p'}(x)dx\right)^{1/p'} < \infty,$ *dengan* $\left(p' = \dfrac{p}{p-1}\right)$

maka $\|F\|_{L^q(v)} \leq C\|f\|_{L^p(w)}.$

(Meskhi, 1998)

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Bukti.

Diketahui $F(x)=\int_0^x f(t)dt,$ dengan $f\in L^p\left(w\cap L^1\right)$. Karena $f\in L^1$, maka $\int_0^\infty |f(t)|dt<\infty$. Oleh karena itu terdapat $m\in Z$ sedemikian hingga $2^m\le\int_0^\infty |f(t)|dt<2^{m+1}$.

Misalkan $t_m=\infty$ dan $I(t)=\int_0^t |f(t)|dt,$ maka $2^m\le\int_0^{t_m}|f(t)|dt<2^{m+1}$ dengan kata lain $2^m\le I(t_m)<2^{m+1}$. Karena fungsi f terbatas maka I kontinu.

Dengan alasan yang sama dapat dipilih t_{m-1} sedemikian hingga $0<t_{m-1}<t_m$ maka $I(t_{m-1})<I(t_m)$ sehingga $I(t_{m-1})=2^{m-1}$. Proses ini dapat dilanjutkan singga diperoleh barisan $(t_k)_{k=-\infty}^m$ sedemikian hingga $2^m\le I(t_m)<2^{m+1}$, dan $I(t_k)=2^k$ untuk $k=m-1,m-2,\ldots$

$$\begin{aligned}
\|F\|_{L^q(v)}^q &= \int_0^\infty |F(x)|^q v(x)dx \\
&\le \sum_{k=-\infty}^{m}\int_{t_{k-1}}^{t_k}\left(\int_0^{t_k}|f(t)|dt\right)^q v(x)dx \\
&\le C\sum_{k=-\infty}^{m}\left(\int_{t_{k-2}}^{t_{k-1}}|f(t)|^p w(t)dt\right)^{\frac{q}{p}}\left(\int_{t_{k-1}}^{\infty}v(x)dx\right)\left(\int_0^{t_{k-1}}w(x)^{-\frac{p'}{p}}dx\right)^{\frac{q}{p'}} \\
&\le C\sum_{k=-\infty}^{m}\left(\int_{t_{k-2}}^{t_{k-1}}|f(t)|^p w(t)dt\right)^{\frac{q}{p}}\le C\left(\int_0^{t_m}|f(t)|^p w(t)dt\right)^{\frac{q}{p}} \\
&\le C\left(\int_0^{\infty}|f(t)|^p w(t)dt\right)^{\frac{q}{p}}=C\|f\|_{L^p(w)}^q
\end{aligned}$$

dengan demikian operator integral tentu terbatas dari $L^p(w)$ ke $L^q(v)$ untuk kasus $1\le p\le q<\infty$ ■

Teorema 2. *Jika* $\left(\int_0^\infty\left[\left(\int_0^\infty v(x)dx\right)\left(\int_0^t w^{1-p'}(x)dx\right)^{q-1}\right]^{\frac{p}{p-q}} w^{1-p'}(t)dt\right)^{\frac{p-q}{pq}}<\infty$

maka $\|F\|_{L^q(v)}\le C\|f\|_{L^p(w)}$. (Meskhi, 1998)

2.2 Keterbatasan Operator Riemann-Liouville

Salah satu bentuk perumuman integral tentu dapat dirumuskan sebagai $R_\alpha f(x) = \int_0^x \frac{f(t)}{(x-t)^{1-\alpha}} dt$, untuk $0 < \alpha \le 1$ dan sebarang fungsi f. Oleh karena operator Riemann-Liouville (atau R_α) merupakan bentuk perumuman dari operator integral tentu maka pada bagian subbab ini akan dibahas mengenai sifat keterbatasan R_α dari ruang Lebesgue terboboti L^p ke $L^q(v)$ untuk kasus $1 < p \le q < \infty$ dan $1 < q < p < \infty$, dengan $\frac{1}{p} < \alpha < 1$ atau $\alpha > 1$.

Teorema 3. *Jika* $\displaystyle \sup_{t>0} \left(\int_0^\infty \frac{v(x)}{x^{(1-\alpha)q}} dx \right)^{1/q} t^{1/p'} < \infty$

maka $\|R_\alpha f\|_{L^q(v)} \le C\|f\|_{L^p}$, *dengan* $R_\alpha f(x) = \int_0^x \frac{f(t)}{(x-t)^{1-\alpha}} dt.$

(Meskhi, 1998)

Bukti.

Ambil sebarang $f \in L^p$,

$$\begin{aligned}
\|R_\alpha f\|_{L^q(v)}^q &= \int_0^\infty |R_\alpha f(x)|^q v(x) dx \\
&\le C\left(\int_0^\infty \left(\left| \int_0^{\frac{x}{2}} \frac{f(t)}{(x-t)^{1-\alpha}} dt \right|^q + \left| \int_{\frac{x}{2}}^x \frac{f(t)}{(x-t)^{1-\alpha}} dt \right|^q \right) v(x) dx \right) \\
&= C\int_0^\infty \left| \int_0^{\frac{x}{2}} \frac{f(t)}{(x-t)^{1-\alpha}} dt \right|^q v(x) dx + C\int_0^\infty \left| \int_{\frac{x}{2}}^x \frac{f(t)}{(x-t)^{1-\alpha}} dt \right|^q v(x) dx
\end{aligned}$$

Oleh karena

$$\begin{aligned}
C\int_0^\infty \left| \int_0^{\frac{x}{2}} \frac{f(t)}{(x-t)^{1-\alpha}} dt \right|^q v(x) dx &\le C\int_0^\infty \left(\int_0^x f(t) dt \right)^q v(x) x^{(\alpha-1)q} dx \\
&\le C\left(\int_0^\infty |f(t)|^p dx \right)^{\frac{q}{p}} = C\|f\|_{L^p}^q,
\end{aligned}$$

dan

$$C\int_0^\infty \left| \int_{\frac{x}{2}}^{x} \frac{f(t)}{(x-t)^{1-\alpha}}\,dt \right|^q v(x)dx \le C\int_0^\infty v(x)\left(\int_{\frac{x}{2}}^{x} |f(t)|^p\,dt\right)^{\frac{q}{p}} \left(\int_{\frac{x}{2}}^{x} \frac{dt}{(x-t)^{(1-\alpha)p'}}\right)^{\frac{q}{p'}} dx$$

$$= C\sum_{k\in Z}\int_{2^k}^{2^{k+1}} v(x)\left(x^{(\alpha-1)p'+1}\right)^{\frac{q}{p'}} \left(\int_{\frac{x}{2}}^{x} |f(t)|^p\,dt\right)^{\frac{q}{p}} dx$$

$$\le C\sum_{k\in Z}\left(\int_{2^{k-1}}^{2^{k+1}} |f(t)|^p\,dt\right)^{\frac{q}{p}} \left(\int_{2^k}^{2^{k+1}} v(x)x^{(\alpha-1)q}\right) 2^{\frac{kq}{p'}}$$

$$\le C\sum_{k\in Z}\left(\int_{2^{k-1}}^{2^{k+1}} |f(t)|^p\,dt\right)^{\frac{q}{p}},$$

dengan menggunakan ketaksamaan Minkowski, diperoleh

$$C\sum_{k\in Z}\left(\int_{2^{k-1}}^{2^{k+1}} |f(t)|^p\,dt\right)^{\frac{q}{p}} \le C\left(\sum_{k\in Z}\left(\int_{2^{k-1}}^{2^{k}} |f(t)|^p\,dt\right)^{\frac{q}{p}} + \sum_{k\in Z}\left(\int_{2^{k}}^{2^{k+1}} |f(t)|^p\,dt\right)^{\frac{q}{p}}\right)$$

$$\le C\left(\left(\int_0^\infty |f(t)|^p\,dt\right)^{\frac{q}{p}} + \left(\int_0^\infty |f(t)|^p\,dt\right)^{\frac{q}{p}}\right)$$

$$= C\|f\|_{L^p}^q .$$

Sehingga

$$\|R_\alpha f\|_{L^q(v)} \le C\|f\|_{L^p} .$$

Dengan demikian operator Riemann-Liouville terbatas dari L^p ke $L^q(v)$ untuk kasus $1 < p \le q < \infty$ ■

Teorema 4. *Jika* $\displaystyle \sup_{t>0} t^{-\frac{1}{p'}}\left(\int_t^\infty \frac{v(x)}{x^{(1-\alpha)q}}\,dx\right)^{1/q} < \infty$

maka $\|R_\alpha f\|_{L^q(v)} \le C\|f\|_{L^p}$, *dengan* $\displaystyle R_\alpha f(x) = \int_0^x \frac{f(t)}{(x-t)^{1-\alpha}}dt.$

(Meskhi, 1998)

3. SIMPULAN DAN SARAN

3.1 Simpulan

1. Operator integral tentu (atau F) terbatas dari $L^p(w)$ ke $L^q(v)$ atau dengan kata lain memenuhi sifat $\left(\int_0^\infty |F(x)|^q v(x)dx\right)^{1/q} \le C\left(\int_0^\infty |f(x)|^p w(x)dx\right)^{1/p}$, apabila memenuhi syarat $\underset{t>0}{Sup}\left(\int_t^\infty v(x)dx\right)^{\frac{1}{q}}\left(\int_0^t w^{1-p'}(x)dx\right)^{\frac{1}{p'}} < \infty$ dengan $\left(p' = \frac{p}{p-1}\right)$, $v(x) > 0$ untuk setiap $x > 0$, $w \equiv 1$ untuk kasus $1 \le p \le q < \infty$.
2. Operator Riemann-Liouville (atau R_α) terbatas dari L^p ke $L^q(v)$ atau dengan kata lain memenuhi sifat $\left(\int_0^\infty |R_\alpha f(x)|^q v(x)dx\right)^{\frac{1}{q}} \le C\left(\int_0^\infty |f(x)|^p w(x)dx\right)^{\frac{1}{p}}$, apabila memenuhi syarat $\underset{t>0}{Sup}\left(\int_t^\infty A_1(x)dx\right)^{\frac{1}{q}}\left(\int_0^t B_1^{1-p'}(x)dx\right)^{\frac{1}{p'}} < \infty$ dengan $\left(p' = \frac{p}{p-1}\right)$, $A_1(x) = v(x).x^{(\alpha-1)q}$, $B_1(x) = 1$ untuk kasus $1 < p \le q < \infty$.

3.2 Saran

Penelitian dapat dilanjutkan untuk keterbatasan operator integral tentu dari $L^p(w)$ ke $L^q(v)$ untuk kasus $1 \le q < p < \infty$. Selain itu, penelitian dapat dilanjutkan untuk keterbatasan operator Riemann-Liouville dari L^p ke $L^q(v)$ untuk kasus $1 \le q < p < \infty$. Serta penelitian ini juga dapat dilakukan untuk mencari nilai konstanta terbaik (atau C) yang berlaku pada ketaksamaan untuk masing-masing kasus

4. REFERENSI

1. Bartle, G.Robert, (1966). *The Element of Integration*. Champagn-Urbana, Illinois.
2. Jones, F, (1936). *Lebesgue Integration on Euclidean Space*. Jones and Bartlett Publishers, Boston, London.
3. Kreszig, Erwin, (1978). *Introductory Functional Analysis With Applications*. University of Windors, Canada.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

4. Meskhi, (1998). ”Georgian Mathematical Journal”, Plenum Publishing Corporation, Georgia.
5. Purcell dan Varberg, (1980). *Kalkulus dan Geometri Analitis*. Erlangga, Jakarta.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

A – 4

Beberapa Sifat Modul Tersuplemen lemah (*Weakly Supplemented Module)*

Didi Febrian[1] , Sri Wahyuni[2]
[1]Mahasiswa S2 Jurusan Matematika Fakultas MIPA UGM, Dosen Univ. Dian Nusantara Medan
email : febrian.didi@mail.ugm.ac.id
[2]Dosen PS S2 Matematika Jurusan Matematika Fakultas MIPA UGM,
email : swahyuni@ugm.ac.id

Diberikan *R-Modul* M. Himpunan bagian N di M disebut *submodul* dari M jika terhadap operasi yang sama dengan modul M, N merupakan *R-Modul*. Dapat ditunjukkan bahwa jika N, K submodul dari M, maka $N+K=\{n+k \mid n \in N \text{ dan } k \in K\}$ dan $N \cap K$ juga merupakan submodul dari M.

Submodul K dikatakan *small* di M, dinotasikan $K \ll M$, jika L adalah submodul di M dan $K+L=M$ maka $L=M$. Modul M disebut *hollow* jika setiap submodul sejati di M merupakan submodul *small*. Untuk submodul N, K submodul dari M, dapat didefinikan pengertian *supplement* berikut ini: submodul K disebut *supplement* dari N di M jika K merupakan submodul minimal yang memenuhi $N+K=M$. Hal ini ekivalen dengan mengatakan submodul K *supplement* dari N jika dan hanya jika $N+K=M$ dan $N \cap K \ll K$. Modul M disebut modul tersuplemen *(supplemented module)* jika setiap submodul dari M memiliki *supplement* di M. Submodul K disebut suplemen lemah dari N jika $N+K=M$ dan $N \cap K \ll M$. Modul M disebut modul tersuplemen lemah *(weakly supplemented module)* jika setiap submodul dari M memiliki suplemen lemah (suplemen lemah).

Pada paper ini akan dibahas hubungan modul tersuplemen (*supplemented module*) dan modul tersuplemen lemah (*weakly supplemented module*). Kemudian akan dibahas beberapa sifat yang terkait dengan modul tersuplemen lemah.

Kata Kunci : modul, *small*, *hollow*, *supplement*.

1. PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Diberikan suatu *R-Modul* M. Himpunan bagian U di M disebut submodul dari *R-Modul M*, jika terhadap operasi yang sama dengan *R-Modul M*, U juga *R-Modul*. Pada suatu modul M selalu dapat ditemukan suatu submodul, paling tidak $\{0\}$ dan M. Diberikan U,V submodul di M. Dapat di tunjukkan bahwa $U+V=\{u+v \mid u \in U \text{ dan } v \in V$ dan $U \cap V$ juga submodul di M. Dari fakta tersebut, diperoleh beberapa definisi tentang hubungan antara submodul-submodul pada suatu modul dan akibat yang timbul karena hubungan tersebut pada modul, salah satu hubungan yang diperoleh adalah konsep submodul suplemen.

Penelitian tentang submodul suplemen dan beberapa generalisasinya secara intensif dilakukan pada tahun 1970-an terutama oleh H. Zöschinger. Kemudian pada tahun

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

1990-an sampai tahun 2000-an penelitian tentang topik ini dilakukan secara meluas. Hasil-hasil penelitian tersebut dipublikasikan pada monograf, (lihat [5] dan [2])

Salah satu klas dari modul tersuplemen adalah modul tersuplemen lemah. Pada Makalah ini akan dibahas beberapa sifat yang ada pada modul tersuplemen lemah. Makalah ini merupakan suatu studi literature dari buku "*Lifting Modules*" John Clark et al. 2006 [2], Thesis "*Totally weak supplemented modules*", Serpil TOP, 2007 [4] dan Thesis "*Cofinitely amply weakly supplemented modules*", Filiz MENEMEN, 2005 [3].

1.2. Tujuan

Tujuan dari kajian ini adalah mempelajari hubungan antar submodul-submodul pada suatu modul dan akibat dari hubungan tersebut pada modulnya, khususnya tentang suplemen lemah dan modul tersuplemen lemah dan bebarapa sifat yang terdapat pada suatu modul tersuplemen lemah.

1.3. Manfaat

Manfaat dari kajian ini adalah menambah literatur dalam teori modul, khususnya yang berkenaan tentang modul tersuplemen lemah

2. MODUL TERSUPLEMEN LEMAH

2.1. Modul dan Submodul

Sebelum dibahas tentang modul tersuplemen lemah, akan diberikan beberapa definisi dan teorema yang berkenaan dengan modul dan submodul.

Definisi 2. 1. 1. Diberikan grup Abelian $(M,+)$ dan ring $(R,+,\cdot)$ dengan elemen satuan. Didefinisikan sebuah operasi $(*)$ antara elemen di R dan elemen di M sedemikian hingga untuk setiap $r \in R$ dan untuk setiap $m \in M$ berlaku $r * m \in M$. Grup Abelian M disebut *R-Modul* terhadap operasi $(*)$, dinotasikan *R-Modul M* jika memenuhi aksioma-aksioma berikut: untuk setiap $r_1, r_2 \in R$ dan untuk setiap $m_1, m_2 \in M$ berlaku

a) $r_1 * (m_1 + m_2) = r_1 * m_1 + r_1 * m_2$
b) $(r_1 + r_2) * m_1 = r_1 * m_1 + r_2 * m_1$

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

c) $(r_1 * r_2) * m_1 = r_1 * (r_2 * m_1)$

d) $1 * m_1 = m_1$

Berikut ini diberikan definisi suatu struktur dari suatu modul yang disebut submodul.

Definisi 2. 1. 2. Diberikan $N \subset M$. Himpunan N disebut submodul dari *R-Modul* M, dinotasikan $N \leq M$ jika terhadap operasi yang sama dengan $R - Modul\ M$, N juga *R-Modul*

Berikut ini akan diberikan syarat perlu dan cukup agar suatu himpunan bagian merupakan submodul

Teorema 2. 1. 2. Diketahui *R-Modul M*. Himpunan bagian *N* dari *M* disebut submodul dari *M* jika dan hanya jika memenuhi dua syarat berikut

1. Untuk setiap $n_1, n_2 \in N$, $n_1 - n_2 \in N$
2. Untuk setiap $r \in R$ dan setiap $n \in N$, $rn \in N$

Diberikan submodul *N* dari suatu modul *M*. Dapat dibentuk suatu modul baru $M/N = \{m + N |\ m \in M\} = \{\overline{m} |\ m \in M\}$ yang disebut modul faktor dengan definisi

1. Untuk setiap $\overline{m_1}, \overline{m_2} \in M/N$, $\overline{m_1} + \overline{m_2} = \overline{m_{1+}m_2}$.
2. Untuk setiap $r \in R$ dan setiap $\overline{m} \in M/N$, $r\overline{m} = \overline{rm}$

Berikut ini diberikan sebuah teorema mengenai modul faktor

Teorema 2. 1. 1 . (Teorema Korespondensi) Diberikan $R - Modul\ M$ dan $H, K, N \leq M$. Jika $N \leq H$, $N \leq K$ dan berlaku $H/N = K/N$ maka $H = K$.

Jika diberikan dua submodul dari suatu modul, maka dapat dibentuk submodul baru dari kedua submodul tersebut. Teorema berikut ini menjamin hal tersebut

Teorema 2. 1. 2. Diberikan $R - Modul\ M$. Jika $K, N \leq M$, maka kedua sifat berikut berlaku

1) $K \cap N$ merupakan submodul dari M.
2) $K + N$ merupakan submodul dari M.

Diberikan dua modul M dan N dengan ring yang sama (misalkan R). Dibentuk suatu homomorfisma modul $f: M \rightarrow N$ dengan definisi

1. Untuk setiap $m_1, m_2 \in M$, $f(m_1 + m_2) = f(m_1) + f(m_2)$.
2. Untuk setiap $r \in R$ dan setiap $m \in M$, $f(rm) = rf(m)$.
3. *Kernel* f, dinotasikan $Ker(f) = \{m \in M \mid f(m) = 0_N\}$.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

4. *Image* f, dinotasikan $Im(f) = \{f(m) \in N \mid m \in M\}$.

Jika f adalah pemetaan bijektif maka f disebut isomorfisma modul. Jika terdapat sebuah isomorfisma modul dari M ke N, maka modul M isomorfik dengan modul N, dan dinotasikan $M \cong N$. Berikut ini diberikan tiga teorema utama homorfisma modul

Teorema 2. 1. 3. Teorema Utama Homomorfisma Modul 1

Diberikan $R - Modul\ M, N$. Jika $f: M \to N$ homomorfisma modul maka

$$M/Ker(f) \cong Im(f).\ \text{(lihat [1],113)}$$

Jika f epimorfisma (homomorfisma surjektif) maka $M/Ker(f) \cong N$.

Teorema 2. 1. 4. Teorema Utama Homomorfisma Modul 2

Diberikan $R - Modul\ M$ dan $K, N \leq M$, dapat ditunjukkan

$$(N + K)/K \cong N/(N \cap K).\ \text{(lihat [1], 114)}$$

Teorema 2. 1. 5. Teorema Utama Homomorfisma Modul 3

Diberikan $R - Modul\ M$ dan $K, N \leq M$, Jika $K \leq N$ maka dapat ditunjukkan

$$M/N \cong (M/K)/(N/K).\ \text{(lihat [1], 114)}$$

Berikut ini akan diberikan sebuah hukum pada suatu modul.

Lemma 2. 1.1 : (Hukum Modular) Diberikan R −Modul M. Jika $K, L, N \leq M$ dan $K \leq N$ maka berlaku $N \cap (K + L) = K + (N \cap L)$. (lihat [5], 39)

2.2. Submodul *Small* dan modul tersuplemen

Diberikan $R - Modul\ M$. Telah ditunjukkan bahwa penjumlahan dan irisan dari dua submodul di M merupakan submodul di M. Dari fakta ini diperoleh beberapa definisi yang berkenaan dengan hubungan antar submodul.

Definisi 2. 2. 1. Diberikan $K \leq M$ submodul dari M. Submodul K dikatakan $small$ jika ada submodul L dari M sehingga $K + L = M$ maka $L = M$.

Dari Definisi 2. 2. 1. Dapat disimpulkan bahwa submodul K dikatakan $small$ jika ada submodul sejati L dari M, $L \neq M$ sehingga $K + L \neq M$.

Berikut ini diberikan contoh submodul *small*

Contoh 2. 2. 1. Diberikan $\mathbb{Z} - modul\ \mathbb{Z}_6$. Dapat ditunjukkan submodul-submodul sejati dari $\mathbb{Z}_6$ adalah $\{0\}, \{0, 2, 4\}, \{0, 3\}$.

1. Submodul $\{0\}$ *small* karena ada $\{0, 2, 4\} \neq \mathbb{Z}_6$ dan $\{0,3\} \neq \mathbb{Z}_6$ sehingga $\{0\} + \{0, 2, 4\} \neq \mathbb{Z}_6$ dan $\{0\} + \{0, 3\} \neq \mathbb{Z}_6$. Jika $\{0\} + L = \mathbb{Z}_6$ maka $L = \mathbb{Z}_6$.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

2. Submodul $\{0, 2, 4\}$ bukan *small* karena ada $\{0,3\} \neq \mathbb{Z}_6$ sehingga $\{0, 2, 4\} + \{0, 3\} = \mathbb{Z}_6$.
3. Submodul $\{0, 3\}$ bukan *small* karena ada $\{0, 2, 4\} \neq \mathbb{Z}_6$ sehingga $\{0, 3\} + \{0, 2, 4\} = \mathbb{Z}_6$.

Selanjutnya submodul $\{0\}$ disebut *small trivial* dari suatu modul.

Dari Contoh 2. 1. 1, terlihat bahwa tidak semua submodul sejati dari suatu modul bersifat *small*, dengan kenyataan tersebut dapat didefinisikan sebagai berikut

Definisi 2. 2. 2. Diberikan $R - modul\ M$. Modul M disebut $hollow$ jika setiap submodul sejati dari M merupakan *small* dari M.

Contoh 2. 2. 2. Diberikan $\mathbb{Z} - modul\ \mathbb{Z}_4$. Dapat ditunjukkan submodul-submodul sejati dari $\mathbb{Z}_4$ yaitu $\{0\}, \{0, 2\}$ *small* di $\mathbb{Z}_4$. Jadi $\mathbb{Z}_4$ merupakan hollow.

Berikut ini diberikan beberapa sifat dari submodul *small*.

Lemma 2. 2. 1. Diberikan $R - Modul\ M$.

1. Jika $K \leq N \leq M$ dan $K \ll N$ maka $K \ll M$.
2. Diberikan $N \ll M$, maka setiap submodul dari N juga *small* di M.
3. Jika $K \ll M$ dan K didalam direct summand N dari M, maka K ≪ N.
4. $K \ll M$ dan $N \ll M$ jika dan hanya jika $K + N \ll M$.
5. Jika $K \leq N \leq M$ dan $N \ll M$ jika dan hanya jika $K \ll M$, $N/K \ll M/K$.
6. Penjumlahan berhingga submodul *small* di N_i dari M adalah submodul *small* dari M.
7. Diberikan $f: N \to M$ homomorfisma dari modul M ke N. Diberikan $K \leq N$. Jika $K \ll$ N, maka $f(K) \ll$ N.

Bukti :

1. Ambil sebarang $K + L = M$ untuk suatu $L \leq M$. Karena $N \leq M$ maka $= N \cap M$ $= N \cap (K + L)$. Karena $K \leq N$, dari Hukum Modular diperoleh $N = N \cap (K + L)$ $= K + (N \cap L)$. Karena $K \ll N$ maka $(N \cap L) = N$, akibatnya $N \leq L$ dan $K \leq L$. Perhatikan $M = K + L = L$. Maka $K \ll M$.
2. Ambil sebarang $K \leq N \leq M$ dan $K + L = M$ untuk sebarang $L \leq M$. Karena $K \leq N$ maka $N + L = M$ dan $N \ll M$ maka $L = M$. Akibatnya $K \ll M$.
3. Diberikan $K \leq N \leq M$, $K \ll M$ dan $M = N \oplus L$ untuk suatu $L \leq M$.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Diberikan $K + U = N$ untuk suatu $U \leq N$. Perhatikan $M = N \oplus L$ diperoleh $M = N + L = K + U + L$ dan $N \cap L = \{0\}$. Karena $K \ll M$ maka $U + L = M$ dan $U \cap L \leq N \cap L$ akibatnya $U \cap L = \{0\}$ sehingga $M = U \oplus L$.

Perhatikan $N = N \cap M = N \cap (U \oplus L)$. Dengan Hukum Modular diperoleh $N = U \oplus (N \cap L) = U$. Jadi $K \ll N$.

4. ($\Longrightarrow$) Diberikan $(K + N) + L = M$ untuk suatu $L \leq M$. Karena $K \ll M$ maka $(N + L) = M$. Dan karena $N \ll M$ maka $L = M$. Jadi terbukti $K + N \ll M$.

   ($\Longleftarrow$) Perhatikan bahwa $K \leq K + N$. Karena $K + N \ll M$, dari sifat 2 maka $K \ll M$ dan $N \leq K + N$. Karena $K + N \ll M$, dari sifat 2 maka $N \ll M$.
5. ($\Longrightarrow$) Diketahui $K \leq N \leq M$. Karena $N \ll M$ dari sifat 2 maka $K \ll M$.

   Misalkan terdapat $N/K + L/K = M/K$ dengan $L/K \leq M/K$, dari Teorema Korespondensi diperoleh $N + L = M$. Perhatikan $N \ll M$, akibatnya $L = M$, diperoleh $L/K = M/K$. Jadi, terbukti $N/K \ll M/K$.

   ($\Longleftarrow$) Diketahui $K \leq N \leq M$. Diberikan $N + L = M$ untuk suatu $L \leq M$ diperoleh $(N + L)/K = N/K + (L + K)/K = M/K$. Diketahui $N/K \ll M/K$ diperoleh $(L + K)/K = M/K$. Akibatnya $L + K = M$. Perhatikan bahwa $\big((N + L) + K\big)/K = M/K$, diperoleh $N + L + K = M$. Karena $L + K = M$, diperoleh $N \ll M$.
6. Diketahui $N_i \leq M$ untuk $i = 1,\ 2, \cdots, n$ dan $N_i \ll M$.

   Misalkan $N = \sum_{i=1}^{n} N_i$, diperoleh $N \leq M$. Diberikan $N_1 + N_2 + \cdots + N_n + L = M$ untuk suatu $L \leq M$. Diketahui $N_1 \ll M$ diperoleh $N_2 + \cdots + N_n + L = M$, begitu juga $N_2 \ll M$ sehingga $N_3 + \cdots + N_n + L = M$. Begitu seterusnya sehingga diperoleh $L = M$. Jadi $N \ll M$.
7. Diberikan $f(K) + L = f(M)$ untuk beberapa $L \leq f(M)$. Perhatikan bahwa

   $$f^{-1}(f(K) + L) = f^{-1}\big(f(M)\big) \leftrightarrow f^{-1}\big(f(K)\big) + f^{-1}(L) = M$$

   Diperoleh $M = K + Ker(f) + f^{-1}(L) = K + f^{-1}(L)$. Diketahui $K \ll M$ akibatnya $f^{-1}(L) = M$. Selanjutnya $f\big(f^{-1}(L)\big) = f(M)$ sehingga $L \cap f(M) = f(M)$.

   Jadi $L = f(M)$. Terbukti $f(K) \ll M$.■

Berikut ini akan diberikan definisi dari suatu submodul yang bersifat suplemen.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Definisi 2. 2 2. Diberikan $K,\ L \leq M$ submodul dari M. Submodul K dikatakan suplemen (*supplement*) dari L di M jika K adalah submodul minimal yang memenuhi persamaan $K + L = M$.

Selanjutnya Jika setiap submodul dari M memiliki suplemen di M, maka M disebut modul tersuplemen.

Lemma 2. 2. 2 berikut memberikan syarat perlu dan cukup agar suatu submodul bersifat suplemen

Lemma 2. 2. 2. Submodul K adalah suplemen dari L di M jika dan hanya jika $K + L = M$ dan $K \cap L \ll K$. (lihat [2], 233)

2. 3. Modul tersuplemen lemah

Pada bagian ini akan dibahas tentang modul tersuplemen lemah beserta sifat-sifat yang ada padanya. Berikut akan diberikan definisi dari suplemen lemah dan modul tersuplemen lemah.

Definisi 2. 3. 1: Diberikan $R - Modul\ M$ dan $N, L \leq M$. Submodul N dikatakan suplemen lemah (*weak supplement*)dari L di M jika $N + L = M$ dan $N \cap L \ll M$.

Definisi 2. 3. 2 : Diberikan $R - Modul\ M$ dan $N \leq M$. Submodul N disebut suplemen lemah(*weak supplement*) di M jika ada $L \leq M$ sedemikian sehingga N adalah suplemen lemah dari L di M.

Definisi 2. 3. 3 : Modul M disebut modul tersuplemen lemah (*weakly supplemented module*) jika setiap submodul dari M memiliki suplemen lemah di M.

Berikut akan diberikan contoh sederhana dari suatu modul tersuplemen lemah.

Contoh 2. 3. 1. Diberikan $\mathbb{Z} - modul\ \mathbb{Z}_6$. Dapat ditunjukkan submodul-submodul dari $\mathbb{Z}_6$ adalah $\{0\}, \{0, 2, 4\}, \{0, 3\}$ dan $\mathbb{Z}_6$.

1. Untuk submodul $\{0\}$ terdapat $\mathbb{Z}_6$ sehingga $\{0\} + \mathbb{Z}_6$ =$\mathbb{Z}_6$ dan $\{0\} \cap \mathbb{Z}_6 = \{0\} \ll \mathbb{Z}_6$. Dengan demikian $\mathbb{Z}_6$ adalah suplemen lemah dari $\{0\}$ di $\mathbb{Z}_6$.
   Sebalik untuk $\mathbb{Z}_6$ terdapat $\{0\}$ sehingga $\mathbb{Z}_6 + \{0\} = \mathbb{Z}_6$ dan $\mathbb{Z}_6 \cap \{0\} = \{0\} \ll \mathbb{Z}_6$.
2. Untuk submodul $\{0,2, 4\}$ terdapat submodul $\{0,3\}$ sehingga $\{0,2,4\} + \{0,3\} = \mathbb{Z}_6$ dan $\{0,2,4\} \cap \{0,3\} = \{0\} \ll \mathbb{Z}_6$, dan sebaliknya untuk submodul $\{0,3\}$ terdapat $\{0,2,4\}$.

Karena setiap submodul dari $\mathbb{Z}_6$ memiliki suplemen lemah, maka $\mathbb{Z}_6$ merupakan modul tersuplemen lemah.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Dari contoh 2.3.1 telah diperoleh bahwa $\mathbb{Z}_6$ adalah modul tersuplemen lemah dan dengan mudah, dapat juga ditunjukkan bahwa $\mathbb{Z}_6$ juga merupakan modul tersuplemen. Teorema berikut menunjukkan hubungan antara modul tersuplemen dan modul tersuplemen lemah

Teorema 2. 3. 1. Diberikan $R - Modul\, M$. Jika M merupakan modul tersuplemen maka M juga merupakan modul tersuplemen lemah.

Bukti : Diberikan modul tersuplemen M. Ambil sebarang $U \leq M$, akibatnya terdapat $V \leq M$ suplemen dari U di M sehingga $U + V = M$ dan $U \cap V \ll V$. Perhatikan $U \cap V \ll V$ akibatnya terdapat $A \leq V$ sehingga $(U \cap V) + A = V$ maka $A = V$.

Dibentuk persamaan

$$(U \cap V) + A + U = V + U$$

Diketahui $A = V$ dan $U + V = M$ akibatnya

$$(U \cap V) + A + U = (U \cap V) + V + U = (U \cap V) + M = M$$

Sehingga diperoleh $(U \cap V) \ll M$. Jadi Untuk sebarang $U \leq M$ terdapat $V \leq M$ sehingga $U + V = M$ dan $(U \cap V) \ll M$ maka M merupakan modul tersuplemen lemah.■

Berikut ini diberikan beberapa sifat terkait modul tersuplemen lemah. Hubungan antara modul tersuplemen lemah dan modul faktornya dapat diperhatikan pada sifat berikut

Sifat 2. 3. 1 : Diberikan $R - Modul\, M$. Jika M modul tersuplemen lemah maka setiap modul faktor dari M juga modul tersuplemen lemah.

Bukti : Ambil sebarang $K \leq N \leq M$, maka dapat dibentuk modul faktor M/K dan tentu saja $N/K \leq M/K$. Karena M modul tersuplemen lemah maka terdapat $L \leq M$ sehingga $N + L = M$ dan $N \cap L \ll M$. Perhatikan bahwa

$$M/K = (N + L)/K = N/K + (L + K)/K$$

Akan ditunjukkan $N/K \cap (L + K)/K \ll M/K$.

Karena $(N \cap L) \ll M$, dari Lemma 2. 1. 1 (7) maka $(N \cap L)/K \ll M/K$. Akibatnya

$$(N \cap L)/K = \big((N \cap L) + K\big)/K = \big(N \cap (L + K)\big)/K = N/K \cap (L + K)/K \ll M/K$$

Karena untuk sebarang $N/K \leq M/K$ terdapat $(L + K)/K \leq M/K$ sehingga $N/K + (L + K)/K = M/K$ dan $N/K \cap (L + K)/K \ll M/K$, maka M/K tersuplemen lemah.■

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Sifat 2. 3. 2 berikut menunjukkan bahwa jika suatu modul adalah *small* cover dari modul tersuplemen lemah, maka modul tersebut juga modul tersuplemen lemah.

Sifat 2. 3. 2 : Diberikan R-Modul tersuplemen lemah M. Jika N *small* cover dari M maka N modul tersuplemen lemah.

Bukti : Dibentuk epimorfisma $f: N \to M$. Dari Teorema Utama Homomorfisma Modul 1 diperoleh $M \cong N/Ker(f)$. Misalkan $Ker(f) = K$. Diketahui N *small* cover dari M sehingga $K \ll N$. Ambil sebarang $L \leq N$ akibatnya $L/K = (L+K)/K \leq N/K$. Karena M tersuplemen lemah maka $(L+K)/K$ memiliki suplemen lemah $X/K \leq N/K$ sehingga

$$(L+K)/K + X/K = N/K \text{ dan } (L+K)/K \cap X/K = \big((L+K) \cap X\big)/K \ll N/K$$

Dari Lemma 2. 1. 1 (5) $\big((L+K) \cap X\big) \ll N$. Perhatikan $L \cap X \leq (L \cap X) + K$. Dari hukum modular diperoleh $(L \cap X) + K = X \cap (K+L) = X \cap L \ll N$.

Perhatikan bahwa

$$(L+K)/K + X/K = (L+K+X)/K = (L+X)/K = N/K$$

Diperoleh $L + X = N$. Karena $L + X = N$ dan $X \cap L \ll N$ maka X adalah suplemen lemah dari L di N. Jadi N adalah modul tersuplemen lemah.■

Berikut ini ditunjukkan sifat suplemen dan direct summand dari suatu modul tersuplemen lemah.

Sifat 2. 3. 3. Diberikan R-Modul tersuplemen lemah M. Setiap suplemen di M dan setiap direct summand dari M adalah tersuplemen lemah.

Bukti : Ambil sebarang $N \leq M$ suplemen dari M sedemikian sehingga $N + K = M$ dan $N \cap K \ll N$ untuk $K \leq M$. Diketahui M tersuplemen lemah, dari Sifat 2. 3. 1. $M/K = (N+K)/K$ tersuplemen lemah. Dari Teorema Utama Homomorfisma Modul 2

$$M/K = (N+K)/K \cong N/(N \cap K)$$

Perhatikan homomorfisma $f: N \to (N+K)/K$. Diperoleh $Ker(f) = (N \cap K) \ll N$, akibatnya N *small* cover dari M/K. Dari Sifat 2. 3. 2 diperoleh N adalah tersuplemen lemah. Dari definisi direct summand, diketahui bahwa setiap direct summand adalah suplemen di M. Jadi, setiap direct summand adalah tersuplemen lemah.■

Sifat 2. 3. 4. Diberikan $R-Modul\, M$. Diberikan $K, L \leq M$ sehingga L adalah tersuplemen lemah dan $L + K$ memiliki suplemen lemah di M, maka K memiliki suplemen lemah di M.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Bukti : Misalkan $N \leq M$ suplemen lemah dari $L + K$ sehingga $L + K + N = M$ dan $(L + K) \cap N \ll M$. Perhatikan $(K + N) \cap L \leq L$. Karena L tersuplemen lemah, ada $X \leq L$ sehingga $L = \big((K + N) \cap L\big) + X$ dan $\big((K + N) \cap L\big) \cap X \ll L$. Diperoleh

$$M = L + K + N = X + \big((K + N) \cap L\big) + K + N = X + K + N = K + (X + N)$$

$$K \cap (X + N) \leq \big((K + X) \cap N\big) + \big((K + N) \cap X\big) \leq \big((K + L) \cap N\big) + \big((K + N) \cap X\big) \ll M$$

Jadi $(N + X)$ adalah suplemen lemah dari K di M.■

Diberikan dua modul tersuplemen lemah. Sifat berikut akan menunjukkan sifat dari penjumlahan dua modul tersuplemen lemah tersebut.

Sifat 2. 3 . 5. Diberikan $M = M_1 + M_2$ dengan M_1 dan M_2 masing-masing adalah modul tersuplemen lemah, maka M juga modul tersuplemen lemah.

Bukti : Ambil sebarang $N \leq M$. Maka $M = M_1 + M_2 + \mathrm{N}$.

Perhatikan $M = M_1 + M_2 + \mathrm{N} + \{0\}$ dan $(M_1 + M_2 + \mathrm{N}) \cap \{0\} \ll M$, akibatnya $\{0\}$ adalah suplemen lemah dari $M_1 + M_2 + \mathrm{N}$ di M. Karena M_1 tersuplemen lemah, dari Sifat 2. 3 . 4 maka $M_2 + N$ juga memiliki suplemen lemah di M. Kemudian karena M_2 juga tersuplemen lemah, dari Sifat 2. 3. 4 maka N juga memiliki suplemen lemah di M. Jadi terbukti untuk sebarang $N \leq M$ memiliki suplemen lemah di M maka M modul tersuplemen lemah.■

3. Saran

Kajian tentang modul tersuplemen lemah pada makalah ini masih pada pembahasan sifat – sifat sederhana dari modul tersuplemen lemah, maka kajian lebih lanjut perlu dilakukan untuk melihat sifat – sifatnya lebih luas, kemudian dilanjutkan kajian tentang modul *cofinitely amply weakly supplemented* dan modul *tottaly weak supplemented*

4. Daftar Pustaka

[1.] Adkins, William A., Weintraub, Steven H., 1992. *Algebra An Approach via Module Theory* , (Springer-Verlag).

[2.] Clark, J., Lomp C.,Vanaja, N. and Wisbauer, R., 2006. *Lifting Modules*, (Birkhäuser Verlag, Basel).

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

[3.] Menemen, F., 2005. *Confinitely Amply Weakly Supplemented Modules* (M.Sc. thesis, İzmir Institute of Technology, The Graduate School of Engineering and Sciences).

[4.] Top, S., 2007. *Totally Weak Supplemented Modules* (M.Sc. thesis, İzmir Institute of Technology, The Graduate School of Engineering and Sciences).

[5.] Wisbauer, R. 1991. *Foundations of Module and Ring Theory,* (Gordon and Breach)

A – 5

Sifat Akar Polinom Dan Penerapannya Pada Sistem Persamaan Non Linier

Oleh:
Drs. Arjudin, M.Si.
Dosen Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Mataram

ABSTRAK

Persamaan kuadrat berbentuk $ax^2 + bx + c = 0$ dengan akar-akar x_1 dan x_2 mempunyai sifat jumlah akar $x_1 + x_2 = -b/a$ dan hasil kali akar $x_1 \cdot x_2 = c/a$. Sifat-sifat akar ini dapat diperumum ke polinom berpangkat lebih tinggi. Untuk persamaan kubik berbentuk $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ dengan akar-akar x_1, x_2 dan x_3, berlaku sifat-sifat: $x_1 + x_2 + x_3 = -b/a$, $x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 = c/a$, dan $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -d/a$. Demikian juga untuk persamaan pangkat empat berbentuk $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ dengan akar-akar x_1, x_2, x_3 dan x_4, berlaku sifat-sifat: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -b/a$, $x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_4 + x_2 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_4 + x_3 \cdot x_4 = c/a$, $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 + x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 + x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = -d/a$, dan $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = e/a$. Dengan menggunakan sifat-sifat akar tersebut dapat diselesaikan beberapa bentuk sistem persamaan non linier.
Kata-kata kunci: akar, polinom, persamaan, non linier.

A. PENDAHULUAN

Seiring dengan perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi, Matematika juga senantiasa mengalami perkembangan. Di samping mengembangkan berbagai penerapan Matematika pada bidang ilmu lain dan penerapan praktis dalam kehidupan sehari-hari, para Matematikawan juga mengembangkan pemikiran-pemikiran tentang teori Matematika itu sendiri atau disebut pengembangan Matematika murni.

Dalam pembelajaran Matematika di SMA, siswa mempelajari tentang persamaan kuadrat. Materi persamaan kuadrat meliputi cara mencari penyelesaian, sifat-sifat akar, serta pennggunaannya dalam menyelesaikan permasalahan-permasalahan terkait baik masalah Matematika maupun masalah dalam kehidupan sehari-hari. Untuk persamaan berderajat lebih tinggi, juga dibahas cara penyelesaiannya dengan cara Pembagian Horner. Akan tetapi pembahasan tentang sifat-sifat akar hanya terbatas sampai pada persamaan kuadrat saja. Dengan demikian permasalahan-permasalahan terkait yang dapat dipecahkan juga hanya terbatas pada penggunaan sifat-sifat akar persmaan kuadrat, yaitu sifat jumlah dan hasil kali akar.

Berdasarkan latar belakang di atas dirumuskan permasalahan apakah sifat jumlah dan hasil kali akar yang berlaku pada persamaan kuadrat dapat diperumum ke persamaan polinom berderajat lebih tinggi. Pengembangan sifat-sifat akar ke

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

persamaan polinom berderajat lebih tinggi sekaligus akan mengembangkan ke pemecahan permasalahan-permasalahan yang terkait dengan sifat-sifat akar tersebut.

Oleh karena itu, tulisan ini bertujuan menentukan sifat-sifat akar pada persamaan kubik $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ dan persamaan berderajat empat $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ serta persamaan polinom berderajat lebih tinggi, serta menggunakan sifat-sifat akar untuk menyelesaikan permasalahan yang berkaitan.

Adapun manfaat dari tulisan ini diharapkan bagi guru dapat memperluas wawasan dalam pembelajaran Matematika khususnya tentang pembelajaran polinom berderajat tiga atau lebih tinggi. Sedangkan bagi penggemar matematika diharapkan dapat digunakan sebagai acuan untuk pengembangan Matematika lebih lanjut.

B. PEMBAHASAN

1. Persamaan Kuadrat dan Sifat-sifat Akarnya

Persamaan kuadrat mempunyai bentuk umum $ax^2 + bx + c = 0$, dimana a, b, c bilangan riil dan $a \neq 0$. Untuk mencari akar-akar persamaan kuadrat dapat dilakukan dengan tiga cara, yaitu pemfaktoran, melengkapkan kuadrat, dan rumus-abc $x_{1.2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. Bentuk $D = b^2 - 4ac$ disebut diskriminan yang membedakan akar-akar persamaan kuadrat menjadi 3 kemungkinan, yaitu dua akar riil berbeda ($D > 0$), dua akar riil kembar ($D = 0$), dan dua akar kompleks saling konjugate ($D < 0$).

Misalkan akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ adalah x_1 dan x_2. Dengan menggunakan rumus-abc dapat ditentukan sifat jumlah dan hasil kali akar-akar persamaan kuadrat tersebut, yaitu $x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}$ dan $x_1 \cdot x_2 = \dfrac{c}{a}$. Bentuk jumlah dan hasil kali ini dapat digunakan untuk menyatakan bentuk-bentuk yang lain, antara lain:

(1) $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$

(2) $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)$

(3) $x_1^4 + x_2^4 = (x_1^2 + x_2^2)^2 - 2(x_1x_2)^2$

(4) $\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} = \dfrac{x_1 + x_2}{x_1x_2}$

(5) $\dfrac{1}{x_1^2} + \dfrac{1}{x_2^2} = \dfrac{x_1^2 + x_2^2}{x_1^2x_2^2} = \dfrac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{x_1^2x_2^2} = \left(\dfrac{x_1 + x_2}{x_1x_2}\right)^2 - \dfrac{2}{x_1x_2}$.

Dengan menyatakan bentuk-bentuk tersebut dalam jumlah dan hasil kali, bentuk-bentuk operasi yang memuat x_1 dan x_2 dapat dihitung nilainya tanpa harus mencari nilai masing-masing akarnya terlebih dahulu.

2. Polinom Berderajat Lebih Tinggi

Yang dimaksud polinom berderajat tinggi adalah polinom yang pangkat variabelnya lebih dari dua. Secara umum fungsi polinom berderajat n mempunyai bentuk $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_{n-1}x^1 + a_n$.

Seperti diketahui bahwa persamaan kuadrat dapat diselesaikan dengan rumus-abc. Untuk persamaan kubik $x^3 + px^2 + qx + r = 0$, akar-akarnya dapat diperoleh dengan rumus:

$$x_1 = \frac{1}{6}\sqrt[3]{\alpha} + \frac{2}{3}\frac{p^2 - 3q}{\sqrt[3]{\alpha}} - \frac{1}{3}p,$$

dimana $\alpha = 36pq - 108r - 8p^3 + 12\sqrt{3}\sqrt{4q^3 - p^2q^2 - 18pqr + 27r^2 + 4p^3r}$,

dan $x_{2.3} = \dfrac{-k \pm \sqrt{k^2 - 4\cdot n}}{2}$, dimana k dan n memenuhi persamaan $k - x_1 = p$, $n - kx_1 = q$ atau $-nx_1 = r$. (Arjudin, 2003: 1156)

Secara lebih umum, cara mencari penyelesaian persamaan polinom berderajat lebih tinggi dapat dilakukan dengan cara pemfaktoran.

Suatu pembagian polinom f(x) oleh polinom g(x) akam memberikan hubungan yang unik dalam kaitannya dengan hasil bagi H(x) dan sisa S(x), yaitu

$$f(x) = H(x)g(x) + S(x),$$

dengan derajat S(x) kurang dari g(x).

Pemfaktoran polinom dapat dilakukan dengan cara pembagian bersusun, seperti halnya bilangan dan dengan cara pembagian Horner. Cara pembagian Horner disebut juga cara pembagian sintetis. (Keedy, 1996: 483)

Untuk pembagian polinom secara bersusun, misalnya pembagian suku banyak $ax^3 + bx^2 + cx + d$ oleh $(x - k)$ dapat dilakukan sebagai berikut.

$$\begin{array}{rl}
 & ax^2 + (ak + b)x + (ak^2 + bk + c) \\
x - k \;/ & ax^3 + bx^2 + cx + d \\
 & \underline{ax^3 - akx^2} \;\; - \\
 & \quad (ak+b)x^2 + cx + d
\end{array}$$

$$\underline{(ak+b)x^2 - (ak^2+bk)x} \;\; -$$

$$(ak^2 + bk + c)x + d$$

$$\underline{(ak^2 + bk + c)x - (ak^3 + bk^2 + ck)} \;\; -$$

$$ak^3 + bk^2 + ck + d$$

Dari pembagian bersusun di atas diperoleh bahwa pembagian $ax^3 + bx^2 + cx + d$ oleh $(x - k)$ memberikan hasil pembagian $H(x) = ax^2 + (ak + b)x + (ak^2 + bk + c)$ dan sisa $S = ak^3 + bk^2 + ck + d$.

Pembagian $ax^3 + bx^2 + cx + d$ oleh $(x - k)$ dengan cara Horner dilakukan sebagai berikut :

$$\begin{array}{l|llll}
 & a & b & c & d \\
 & & ak & ak^2 + bk & ak^3+bk^2+ck \quad + \\
\hline
 & a & ak+b & ak^2+bk+c & \boxed{ak^3 + bk^2 + ck + d}
\end{array}$$

Keterangan : $\nearrow$: dikalikan k.

Pada skema di atas, baris teratas dituliskan koefisien-koefisiennya saja, yaitu a koefisien x^3, b koefisien x^2, c koefisien x, dan d konstanta. Pada baris paling bawah di bagian kiri merupakan hasil pembagiannya yang ditunjukkan oleh koefisien-koefisien dengan pangkat berkurang satu daripada fungsi yang dibagi, sedangkan bagian paling kanan menyatakan sisanya. Hasil yang diperoleh sama dengan cara bersusun yaitu hasil pembagiannya $H(x) = ax^2 + (ak + b)x + (ak^2 + bk + c)$ dan sisa $S = ak^3 + bk^2 + ck + d$.

Teorema Sisa 1 menyatakan bahwa jika f(x) dibagi oleh (x – k), maka sisa pembagiannya adalah f(k). (Soedyarto, 2008: 159).

Karena derajat dari $g(x) = x - k$ adalah 1, maka dapat diperoleh $f(x) = (x-k)g(x) + r$, dengan r konstanta. Jika x = k, diperoleh f(k) = r.

Bilangan k merupakan akar dari persamaan polinom f(x) = 0, jika f(k) = 0. Dalam hal ini berlaku bahwa bilangan k merupakan akar polinom f(x) apabila f(x) habis dibagi oleh (x - k).

Untuk melakukan pembagian suku banyak f(x) dengan (mx – k) terlebih dahulu nyatakan mx – k = m(x – $\frac{k}{m}$). Selanjutnya lakukan pembagian f(x) dengan (x - $\frac{k}{m}$) seperti uraian di atas, misalnya diperoleh hasil baginya H(x) dan sisanya S. Sehingga diperoleh f(x) = (x - $\frac{k}{m}$)H(x) + S = (mx – k) $\frac{H(x)}{m}$ + S.

Apabila sisanya 0 akan diperoleh bentuk pemfaktoran.

Hal ini mengarah pada teorema sisa 2 yang menyatakan bahwa jika f(x) dibagi (ax – b), maka sisa pembagiannya adalah f($-\frac{b}{a}$).

3. Sifat –sifat Akar Persamaan Polinom Berderajat Tinggi

Perhatikan persamaan kubik f(x) = 0, dimana f(x) = $a_0x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3$ dengan $a_0 \neq 0$ dan misalkan x_1, x_2 dan x_3 adalah akar-akarnya.

Dapat dinyatakan f(x) = $a_0(x – x_1)(x – x_2)(x – x_3)$, sehingga

$a_0x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3 = a_0(x^3 – (x_1 + x_2 + x_3)x^2 + (x_1{\cdot}x_2 + x_1{\cdot}x_3 + x_2{\cdot}x_3)x$ - $x_1{\cdot}x_2{\cdot}x_3$

Dengan menyamakan koefisien-koefisiennya diperoleh

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{a_1}{a_0},$$

$$x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 = \frac{a_2}{a_0}, \text{ dan}$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{a_3}{a_0}.$$

Selanjutnya, perhatikan persamaan polinom pberderajat empat f(x) = 0, dimana f(x) = $a_0x^4 + a_1x^3 + a_2x^2 + a_3x + a_4$, dengan a ≠ 0 dan misalkan x_1, x_2,x_3, dan x_4 adalah akar-akarnya.

Dengan cara serupa di atas, dapat dinyatakan f(x) = $a_0(x – x_1)(x – x_2)(x – x_3)(x – x_4)$, sehingga

$a_0x^4 + a_1x^3 + a_2x^2 + a_3x + a_4 = a_0(x^4 – (x_1 + x_2 + x_3+ x_4)x^3 + (x_1{\cdot}x_2 + x_1{\cdot}x_3 + x_1{\cdot}x_4 + x_2{\cdot}x_3 + x_2{\cdot} x_4 + x_3{\cdot} x_4)x^2 – (x_1{\cdot}x_2{\cdot}x_3 + x_1{\cdot}x_2{\cdot}x_4 + x_1{\cdot}x_3{\cdot}x_4 + x_2{\cdot}x_3{\cdot}x_4)x + x_1{\cdot}x_2{\cdot}x_3{\cdot}x_4$.

Dengan menyamakan koefisien-koefisiennya juga diperoleh

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -\frac{a_1}{a_0},$$

$$x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_4 + x_2 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_4 + x_3 \cdot x_4 = \frac{a_2}{a_0},$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 + x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = -\frac{a_3}{a_0}, \text{ dan}$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = \frac{a_4}{a_0}.$$

Kita perhatikan bahwa sifat jumlah dan hasil kali akar pada persamaan kuadrat dapat diperumum ke persamaan kubik menjadi sifat-sifat: jumlah akar, jumlah perkalian dua faktor, dan hasil kali akar. Demikian juga pada persamaan polinom berpangkat empat berlaku sifat-sifat akar: jumlah akar, jumlah perkalian dua faktor, jumlah perkalian tiga faktor, dan hasil kali akar.

Sifat-sifat akar polinom ini dapat diperumum ke polinom berderajat n. Terlebih dahulu diperkenalkan penggunaan notasi Σ sebagai berikut:

(1) Σx_1 menyatakan jumlah akar, yaitu $\Sigma x_1 = x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n$,

(2) Σx_1x_2 menyatakan jumlah dua faktor, yaitu $\Sigma x_1x_2 = x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + ... + x_1 \cdot x_n + x_2 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_4 + ... + x_2 \cdot x_n + ... + x_{n-2} \cdot x_{n-1} + x_{n-2} \cdot x_n + x_{n-1} \cdot x_n$,

(3) $\Sigma x_1x_2x_3$ menyatakan jumlah tiga faktor,

yaitu $\Sigma x_1x_2x_3 = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_5 + ... + x_1 \cdot x_2 \cdot x_n + x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 + x_1 \cdot x_3 \cdot x_5 + ... + x_1 \cdot x_3 \cdot x_n + ... + x_{n-3} \cdot x_{n-2} \cdot x_{n-1} + x_{n-3} \cdot x_{n-2} \cdot x_n + x_{n-2} \cdot x_{n-1} \cdot x_n$.

dan seterusnya,

(4) $\Sigma x_1x_2x_3...x_{n-1}$ menyatakan penjumlahan n-1 faktor,

yaitu $\Sigma x_1x_2x_3...x_{n-1} = x_1x_2x_3...x_{n-1} + x_2x_3...x_{n-1}x_n$, dan

(5) $\Sigma x_1x_2x_3...x_n = x_1x_2x_3...x_n$ merupakan hasil kali akar dan ditulis $x_1x_2x_3...x_n$ saja.

Selanjutnya untuk persamaan polinom berderajat n berbentuk $a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + ... + a_{n-1}x + a_n = 0$, dengan $a_0 \neq 0$, dapat dimisalkan akar-akar persamaan polinomnya x_1, $x_2, x_3, ..., x_n$.

Dapat dinyatakan $f(x) = a_0(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)....(x - x_n)$, sehingga

$a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \ldots + a_{n-1}x + a_n = a_0(x^n - (x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n)x^{n-1} + (x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + \ldots + x_1 \cdot x_n + x_2 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_4 \ldots + x_2 \cdot x_n + \ldots + x_{n-1} \cdot x_n)x^{n-2} + \ldots + (-1)^{n-1}(x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots x_{n-1} + x_2 \cdot x_3 \cdot \ldots \cdot x_n)x + (-1)^n x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \ldots \cdot x_n$.

Dengan menyamakan koefisien-koefisiennya dapat diperoleh sifat-sifat akar polinom:

$$\sum x_1 = -\frac{a_1}{a_0},$$

$$\sum x_1x_2 = \frac{a_2}{a_0},$$

$$\sum x_1x_2x_3 = -\frac{a_3}{a_0},$$

....

$$\sum x_1x_2x_3\ldots x_{n-1} = (-1)^{n-1}\frac{a_{n-1}}{a_0}$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \ldots . x_n = (-1)^n \frac{a_n}{a_0}.$$

4. Penerapan Sifat Akar Polinom pada Sistem Persamaan Non Linier

Terlebih dahulu kita ingat rumus-rumus binomial dan multinomial sebagai berikut:

a. Perpangkatan 2 suku (binomial):

(1) $(x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$

(2) $(x_1 + x_2)^3 = x_1^3 + 3x_1^2 x_2 + 3x_1x_2^2 + x_2^3$

(3) $(x_1 + x_2)^4 = x_1^4 + 4x_1^3 x_2 + 6x_1^2 x_2^2 + 4x_1 x_2^3 + x_2^4$

b. Perpangkatan 3 suku:

(4) $(x_1 + x_2 + x_3)^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3)$

(5) $(x_1 + x_2 + x_3)^3 = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + 3(x_1^2 x_2 + x_1^2 x_3 + x_1x_2^2 + x_1x_3^2 + x_2^2 x_3 + x_2x_3^2) + 6x_1x_2 x_3$.

Selanjutnya akan diuraikan tentang fungsi polinom simetris yang merupakan landasan untuk pembahasan sifat-sifat akar polinom.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Definisi: (Fungsi Simetris)

Suatu fungsi dalam variabel a, b, c, …. dikatakan **simetris** dalam a, b, c, …. jika tidak akan mengalami perubahan oleh permutasi (pertukaran) a, b, c, …. (Depdiknas, 1999: 39).

Contohnya, a + b dan $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ adalah simetris dalam a dan b, tetapi a – b adalah tidak simetris.

Fungsi simetris dalam variabel p, q, dan r antara lain: p + q + r, pq + pr + qr, pqr. Sesuai dengan notasi Σ yang dimaksud di atas, dua fungsi pertama biasanya dinyatakan berturut-turut dengan Σp dan Σpq. Ketiga fungsi tersebut disebut **fungsi simetris sederhana** dalam p, q, dan r. (Prayitno, 2003: 90)

Adapun fungsi simetris sederhana dalam p, q, r, dan s adalah Σp = p + q + r + s, Σpq = pq + pr + ps + qr + qs +rs, Σpqr = pqr +pqs + qrs , dan pqrs.

Teorema: (Teorema Newton)

Setiap polinom simetri dalam $a_1, a_2, \ldots, a_n$ dapat dinyatakan sebagai polinom dalam fungsi simetri sederhana $a_1, a_2, \ldots, a_n$. (Depdiknas, 1999: 40)

Sebagai contoh:

(1) $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + ac + bc)$,
dapat ditulis $a^2 + b^2 + c^2 = (\Sigma a)^2 - 2\Sigma ab$.

(2) $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = (a+b+c+d)^2 - 2(ab+ac+ad+bc+bd+cd)$,
dapat ditulis $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = (\Sigma a)^2 - 2\Sigma ab$.

(3) $a^3 + b^3 + c^3 = (a + b + c)^3 - 3(a+b+c)(ab+ac+bc) + 3abc$,
dapat ditulis $a^3 + b^3 + c^3 = (\Sigma a)^3 - 3(\Sigma a)(\Sigma ab) + 3abc$

Dari uraian tentang sifat akar polinom, terlihat keterkaitan bahwa fungsi simetris sederhana dari akar-akar polinom dapat ditentukan nilainya dengan menggunakan sifat-sifat akar polinom yang diuraikan di atas, dimana nilainya bergantung pada koefisien-koefisien persamaan polinomnya.

Selanjutnya berdasarkan Teorema Newton yang menyatakan bahwa setiap polinom simetris dapat dinyatakan dalam fungsi-fungsi simetri sederhana, maka sistem persamaan non linier yang simetris dapat diselesaikan dengan menggunakan sifat-sifat akar polinom.

Contoh 1: Tentukan solusi dari sistem persamaan :

$p + q + r = 1,$

$p^2 + q^2 + r^2 = 29,$

$pqr = -24.$

Jawab : Nilai p, q, r yang memenuhi sistem persamaan di atas merupakan akar-akar dari persamaan suku banyak $a_0x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3 = 0$, dengan koefisien yang bersesuaian. Kita tetapkan koefisien $a_0 = 1$ dan koefisien-koefisien yang lain adalah :

$$a_1 = \frac{a_1}{a_0} = -\Sigma p = -1,$$

dan dari hubungan $\Sigma p^2 = (\Sigma p)^2 - 2(\Sigma pq)$, diperoleh

$$a_2 = \Sigma pq = \frac{(\sum p)^2 - \sum p^2}{2} = \frac{1-29}{2} = -14,$$

serta $a_3 = -pqr = 24$.

Persamaan polinomnya adalah $x^3 - x^2 - 14x + 24 = 0$. Dengan menggunakan pembagian horner diperoleh pemfaktoran

$$\begin{aligned} x^3 - x^2 - 14x + 24 &= (x - 2)(x^2 + x - 12) \\ &= (x - 2)(x - 3)(x + 4). \end{aligned}$$

Akar-akar persamaan polinomnya adalah $x_1 = 2$, $x_2 = 3$, $x_4 = -4$.

Karena sistem persamaannya simetris maka himpunan penyelesaiannya = $\{(x, y, z) : x, y, z \in \{2, 3, -4\}, x \neq y \neq z\}$ atau secara singkat ditulis (2, 3, -4) saja.

Contoh 2: Selesaikan sistem persamaan non linier berikut:

$x + y + z = -2,$

$x^2 + y^2 + z^2 = 6,$

$x^3 + y^3 + z^3 = -8.$

Jawab: Nilai x, y, z yang memenuhi sistem persamaan di atas merupakan akar-akar dari persamaan suku banyak $a_0r^3 + a_1r^2 + a_2r + a_3 = 0$, dimana kita tetapkan koefisien $a_0 = 1$ dan koefisien-koefisien yang lain adalah :

$$a_1 = \frac{a_1}{a_0} = -\Sigma x = 2,$$

dan dari hubungan $\Sigma x^2 = (\Sigma x)^2 - 2(\Sigma xy)$ diperoleh

$a_2 = \Sigma xy = \dfrac{(\sum x)^2 - \sum x^2}{2} = \dfrac{4-6}{2}$ = -1.

Selanjutnya, perhatikan bahwa

$(x + y + z)^3 = x^3 + y^3 + z^3 + 3(x + y + z)(xy + xz + yz) - 3xyz$

Maka $-3xyz = (\Sigma x)^3 - (\Sigma x^3) - 3(\Sigma x)(\Sigma xy)$

Sehingga $a_3 = -xyz = \dfrac{(\sum x)^3 - \sum x^3 - 3(\sum x)(\sum xy)}{3} = \dfrac{(-2)^3 - (-8) - 3\cdot(-2)\cdot(-1)}{3}$

= -2.

Persamaan polinomnya adalah $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$. Dengan menggunakan pembagian horner diperoleh pemfaktoran

$$\begin{aligned} x^3 + 2x^2 - x - 2 &= (x - 1)(x^2 + 3x + 2) \\ &= (x - 1)(x + 1)(x + 2). \end{aligned}$$

Akar-akar persamaan polinomnya adalah $x_1 = -2$, $x_2 = -1$, $x_4 = 1$.

Jadi penyelesaian dari sistem persamaan di atas adalah (-2, -1, 1).

C. SIMPULAN DAN SARAN

1. Simpulan

Berdasarkan hasil pembahasan dapat dikemukakan simpulan sebagai berikut:

a. Persamaan polinom derajat n berbentuk $a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0$, dengan akar-akar $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ mempunyai sifat-sifat akar:

$$\sum x_1 = -\frac{a_1}{a_0},\quad \sum x_1x_2 = \frac{a_2}{a_0},\qquad \sum x_1x_2x_3 = -\frac{a_3}{a_0}, \dots\dots$$

$$\sum x_1x_2x_3\dots x_{n-1} = (-1)^{n-1}\frac{a_{n-1}}{a_0},\ \text{dan}\quad x_1\cdot x_2\cdot x_3\cdot x_4\dots x_n = (-1)^n\frac{a_n}{a_0}.$$

b. Secara khusus, untuk persamaan kubik $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ dengan akar-akar x_1, x_2 dan x_3 mempunyai sifat-sifat:

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a},$$

$$x_1\cdot x_2 + x_1\cdot x_3 + x_2\cdot x_3 = \frac{c}{a}, \text{ dan}$$

$$x_1\cdot x_2\cdot x_3 = -\frac{d}{a}.$$

Untuk persamaan polinom derajat empat berbentuk $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ dengan akar-akar x_1, x_2, x_3 dan x_4 mempunyai sifat-sifat:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -\frac{b}{a},$$

$$x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_4 + x_2 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_4 + x_3 \cdot x_4 = \frac{c}{a},$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 + x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = -\frac{d}{a}, \text{ dan}$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = \frac{e}{a}.$$

c. Sifat-sifat akar polinom dapat digunakan untuk menyelesaiakan sistem persamaan non linier simetris..

2. Saran

Dengan melihat kesimpulan di atas, disarankan kepada pengajar Matematika baik di sekolah maupun perguruan tinggi hendaknya dalam pembelajaran dapat memberikan wawasan yang lebih luas kepada siswa/mahasiswa, berkaitan dengan pembelajaran polinom. Apabila selama ini hanya dibahas sifat akar persamaan kuadrat, maka perlu ditambahkan wawasan pada persamaan kubik atau pangkat lebih tinggi.

DAFTAR PUSTAKA

Arjudin. 2003. Penyelesaian Umum Persamaan Kubik dalam Pengajaran Matematika. *Jurnal Ilmu Pendidikan, No.55 Tahun XV, hal.1145-1157.*

Depdiknas. 1999. *Bahan Pembinaan Calon Peserta IMO 1999.* Jakarta: Direktorat Dikmenum.

Keedy, M.L. & Bittinger, M. L. 1986. *Algebra and Trigonometry, a Function Approach, Fourth Edition.* New York: Addyson-Wesley Publishing Company.

Prayitno, S. dkk. 2003. *Materi Pelatihan Pembinaan Guru Matematika SMU se-NTB untuk Olimpiade Matematika.* Mataram: Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Mataram

Purcell, Edwin J. & Vanberg, D. 1995. *Kalkulus dan Geometri Analitis, Jilid 1, Edisi Kelima (Terjemahan)*. Jakarta: Penerbit Erlangga.

Soedyarto, N. & Maryanto. 2008. *Matematika untuk SMA dan MA Kelas XI Program IPA.* Jakarta: Pusat Perbukuan Depdiknas.

A – 6

Modul *Strongly* $\oplus$*–Supplemented*

Dzikrullah Akbar[1], Sri Wahyuni[2]

[1]Mahasiswa S2 Matematika Jurusan Matematika FMIPA UGM
Email : dzikoebar@yahoo.com
[2]Dosen PS S2 Matematika Jurusan Matematika FMIPA UGM
Email : swahyuni@ugm.ac.id

ABSTRAK

Dari M sebarang grup abelian dan R sebarang ring dengan elemen satuan bersama dengan operasi pergandaan skalar antara elemen di R dan elemen di M dapat dibentuk suatu modul M atas ring R terhadap operasi pergandaan skalar tersebut sebagai generalisasi dari struktur ruang vektor atas suatu lapangan. Sebagaimana subruang dalam ruang vektor, dikenal pula struktur submodul dari sebuah modul. Dapat ditunjukkan bahwa jika A dan B sebarang submodul dari modul M, maka $A \cap B$ dan $A + B$ juga merupakan submodul dari M.

Diberikan A dan B sebarang submodul dari modul M. Jika $A + B = M$ berakibat $B = M$, maka submodul A dikatakan *small* di M. Selanjutnya, jika B submodul minimal yang memenuhi $A + B = M$, maka B disebut *supplement* dari A di M. Dapat ditunjukan bahwa hal ini ekuivalen dengan mengatakan submodul B menjadi *supplement* dari A di M jika $A + B = M$ dan $A \cap B$ *small* di B. Modul M dikatakan tersuplemen (*supplemented*) jika setiap submodulnya memiliki *supplement*.

Pada sebarang modul M dikenal submodul yang menjadi *direct summand* dari M. Modul M dikatakan $\oplus$*–supplemented* jika setiap submodulnya memiliki *supplement* yang merupakan *direct summand* dari M. Jika M modul $\oplus$*–supplemented*, maka dapat dipenuhi keadaan bahwa submodul B menjadi *supplement* dari A di M sehingga $A \oplus B = M$. Hal ini yang akan menjadi landasan pemikiran dalam pendefinisian modul *strongly* $\oplus$*–supplemented*.

Dalam artikel ini akan dibahas tentang pengertian dan beberapa sifat terkait modul *strongly* $\oplus$*–supplemented*. Akan diberikan pula syarat perlu agar sebarang modul *supplemented* dapat menjadi modul *strongly* $\oplus$*–supplemented*.

Kata kunci : submodul *supplement*, modul *suplemented*, modul $\oplus$*–supplemented*, modul *strongly* $\oplus$*–supplemented*.

1. PENDAHULUAN

Suatu grup abelian yang dilengkapi dengan operasi pergandaan skalar dari lapangan disebut sebagai struktur ruang vektor atas lapangan. Diperhatikan bahwa lapangan merupakan kondisi khusus dari suatu ring dengan elemen satuan. Berdasar keadaan tersebut, dapat dilakukan proses generalisasi pada struktur ruang vektor, yaitu skalar yang disyaratkan merupakan elemen lapangan diganti menjadi elemen suatu ring dengan elemen satuan. Jika aksioma-aksioma pada ruang vektor masih dipenuhi, maka grup abelian tersebut dapat didefinisikan sebagai modul atas ring. Dengan demikian ruang vektor dapat dipandang sebagai modul atas ring.

Ada beberapa sifat dalam ruang vektor yang masih berlaku dan ada juga yang tidak selalu berlaku dalam modul. Pada ruang vektor dikenal himpunan bagian yang disebut

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

subruang. Demikian juga pada modul, dengan syarat tertentu sebuah himpunan bagian dari modul dapat menjadi submodul. Dapat ditunjukkan bahwa irisan dan jumlahan submodul juga merupakan submodul. Jika dilakukan pembahasan mendalam, dapat dijumpai beberapa keadaan dan pengertian terkait irisan dan jumlahan submodul.

Satu diantara penelitian tentang irisan dan jumlahan submodul adalah tentang konsep submodul *supplement* dalam sebuah modul. Penelitian tersebut dilakukan secara intensif pada tahun 1970-an oleh H. Zöschinger. Kemudian penelitian tersebut terus berlanjut hingga pada tahun 1991 terpublikasikan dalam buku *"Foundations of Module and Ring Theory"* yang disusun oleh Robert Wisbauer dan pada tahun 2006 hasil penelitian yang lebih luas tentang topik ini dipublikasikan oleh John Clark dkk. dalam buku *"Lifting Modules"*.

Penelitian tentang submodul *supplement* akan lebih menarik jika dikaitkan dengan *direct summand* dari sebuah modul. Telah dilakukan beberapa penelitian tentang hal ini, antara lain pada tahun 1999 oleh D. Keskin dkk. yang berjudul *"On ⊕–Supplemented Modules"* dan pada tahun 2004 oleh C. Nebiyev dan A. Pancar yang berjudul *"Strongly ⊕–Supplemented Modules"*.

Artikel ini disusun dengan melakukan studi literatur terhadap beberapa literatur yang telah disebutkan. Adapun tujuan disusunnya artikel ini adalah untuk melakukan kajian lebih mendalam tentang beberapa sifat submodul beserta keterkaitannya dengan submodul lain dan tentunya juga dengan modulnya itu sendiri. Khususnya, keterkaitan antara submodul *supplement* dengan *direct summand* dari sebuah modul. Selanjutnya, akan dapat didefinisikan modul ⊕–*supplemented* dan modul *strongly* ⊕–*supplemented*.

Dengan disusunnya artikel ini diharapkan dapat memberi kemanfaatan yang lebih banyak dan lebih luas terhadap perkembangan penelitian tentang teori modul. Lebih khusus tentang modul ⊕–*supplemented* dan modul *strongly* ⊕–*supplemented*.

2. MODUL DAN SUBMODUL

Pada bagian ini akan diberikan beberapa pengertian dan sifat-sifat dasar dari modul yang akan bermanfaat dalam inti pembahasan artikel ini.

Definisi 2.1 *Diberikan* $(M,+)$ *sebarang grup abelian dan* $(R,+,\cdot)$ *sebarang ring dengan elemen satuan. Himpunan* M *dilengkapi operasi biner* $(\cdot): M \times R \to M$ *disebut modul (kiri) atas ring* R *jika untuk sebarang* $r,s \in R$ *dan untuk sebarang* $m,n \in M$ *berlaku:*

a. $r \cdot (m + n) = r \cdot m + r \cdot n.$

b. $(r + s) \cdot m = r \cdot m + s \cdot m.$

c. $(r \cdot s) \cdot m = r \cdot (s \cdot m).$

d. $1_R \cdot m = m$, *dengan* $1_R \in R$ *elemen satuan ring* R.

Selanjutnya, jika M modul atas ring R, dinotasikan dengan R–modul M.

Teorema 2.2 *Diberikan sebarang* R*–modul* M. *Untuk sebarang* $r \in R$ *dan untuk sebarang* $m \in M$ *berlaku:*

a. $r \cdot 0_M = 0_M$, *dengan* $0_M \in M$ *elemen netral modul* M.

b. $0_R \cdot m = 0_M$, *dengan* $0_R \in R$ *elemen netral ring* R.

Sebarang R–modul M memiliki himpunan bagian yang disebut submodul. Adapun pengertian serta syarat perlu dan syarat cukupnya adalah sebagai berikut.

Definisi 2.3 *Diberikan sebarang* R*–modul* M. *Sebarang himpunan* $S \subseteq M$ *dengan* $S \neq \emptyset$ *disebut submodul dari modul* M *jika terhadap operasi yang sama dengan modul* M, *himpunan* S *juga merupakan sebuah* R*–modul dan dinotasikan dengan* $S \leq M$.

Jika S submodul sejati dari modul M dinotasikan dengan $S < M$.

Teorema 2.4 *Diberikan sebarang* R*–modul* M. *Himpunan* $S \leq M$ *jika dan hanya jika untuk sebarang* $s, t \in S$ *dan untuk sebarang* $r \in R$ *berlaku* $s - t \in S$ *dan* $r \cdot s \in S$.

Contoh 2.5 Diberikan sebarang R–modul M, maka $S = \{0_M\} \leq M$ dan disebut submodul trivial.

Teorema 2.6 *Diberikan sebarang* R*–modul* M. *Jika* $S, T \leq M$, *maka* $S \cap T \leq M$ *dan* $S + T = \{s + t | s \in S \text{ dan } t \in T\} \leq M$.

Lemma 2.7 (Hukum Modular) *Diberikan sebarang* R*–modul* M. *Jika* $K, N, H \leq M$ *dengan* $H \leq N$, *maka berlaku* $N \cap (H + K) = H + (N \cap K)$.

Bukti:

Diambil sebarang $n = h + k \in N \cap (H + K)$ dengan $n \in N$, $h \in H$, dan $k \in K$.

Berarti, $n = h + k \in N$ dan $n = h + k \in H + K$. Oleh karena $H \leq N$, maka $h \in N$.

Diperhatikan bahwa $n = h + k \in N$. Akibatnya, $k = n - h \in N$. Di lain pihak, $k \in K$.

Dengan demikian $k \in N \cap K$. Jadi, $n = h + k \in H + (N \cap K)$.

Dengan kata lain, $N \cap (H + K) \subseteq H + (N \cap K)$.

Sebaliknya, karena $H \subseteq N$, maka $H = N \cap H$.

Dengan demikian $H + (N \cap K) = (N \cap H) + (N \cap K)$.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Lebih lanjut, diambil sebarang $a = p + q \in (N \cap H) + (N \cap K)$ dengan $p \in N \cap H$ dan $q \in N \cap K$. Berarti $p \in N$, $p \in H$, $q \in N$, dan $q \in K$. Akibatnya, $a = p + q \in N$ dan $a = p + q \in H + K$. Jadi, $a = p + q \in N \cap (H + K)$.

Dengan kata lain, $H + (N \cap K) \subseteq N \cap (H + K)$.

Jadi, dapat disimpulkan bahwa $N \cap (H + K) = H + (N \cap K)$. ■

Dapat didefinisikan aturan pemetaan tertentu antara dua buah modul sebarang. Lebih khusus, pemetaan yang bersifat mengawetkan operasi.

Definisi 2.8 *Diberikan sebarang R–modul M dan N. Pemetaan $f: M \to N$ disebut homomorfisma modul jika $f(m + n) = f(m) + f(n)$ dan $f(r \cdot m) = r \cdot f(m)$, untuk sebarang $m, n \in M$ dan $r \in R$.*

Jika terdapat homomorfisma modul $f: M \to N$ yang bijektif, maka R–modul M dikatakan isomorfis dengan R–modul N dan dinotasikan dengan $M \cong N$. Lebih lanjut, dapat ditunjukkan bahwa himpunan $Ker(f) = \{m \in M | f(m) = 0_N\} \leq M$ dan $Im(f) = \{n \in N | (\exists m \in M) f(m) = n\} \leq N$.

Diberikan sebarang koleksi berhingga R–modul $M_1, \dots, M_n$, maka himpunan $M_1 \times \dots \times M_n = \{(m_1, \dots, m_n) | m_i \in M_i, 1 \leq i \leq n\}$ dilengkapi dengan operasi

$(m_1, \dots, m_n) + (n_1, \dots, n_n) = (m_1 + n_1, \dots, m_n + n_n)$

dan $\quad r \cdot (m_1, \dots, m_n) = (r \cdot m_1, \dots, r \cdot m_n)$,

untuk sebarang $(m_1, \dots, m_n), (n_1, \dots, n_n) \in M_1 \times \dots \times M_n$ dan $r \in R$, juga merupakan sebuah R–modul.

Definisi 2.9 *R–modul $M_1 \times \dots \times M_n$ disebut direct sum dari R–modul $M_1, \dots, M_n$ dan dinotasikan dengan $M_1 \oplus \dots \oplus M_n$ atau $\oplus_{i=1}^{n} M_i$.*

Teorema 2.10 *Diberikan sebarang R–modul M dan $M_1, \dots, M_n \leq M$. Jika berlaku $M = \sum_{i=1}^{n} M_i$ dan $M_i \cap \{M_1 + \cdots + M_{i-1} + M_{i+1} + \cdots + M_n\} = \{0_M\}$, untuk setiap $1 \leq i \leq n$, maka diperoleh $M \cong \oplus_{i=1}^{n} M_i$.*

Definisi 2.11 *Diberikan sebarang R–modul M dan $M_1 \leq M$. Submodul M_1 disebut direct summand dari modul M jika terdapat $M_2 \leq M$ sehingga $M_1 \oplus M_2 \cong M$.*

Contoh 2.12 Diberikan $\mathbb{Z}$–modul $\mathbb{Z}_6$, maka $\{0\}, \{0, 3\}, \{0, 2, 4\}, \mathbb{Z}_6 \leq \mathbb{Z}_6$. Diperhatikan bahwa $\{0, 3\} + \{0, 2, 4\} = \mathbb{Z}_6$ dan $\{0, 3\} \cap \{0, 2, 4\} = \{0\}$. Dengan demikian submodul $\{0, 3\}$ merupakan *direct summand* dari modul $\mathbb{Z}_6$.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Selanjutnya, dari koleksi sebarang modul dapat dibentuk sebuah barisan. Dengan memanfaatkan homomorfisma modul, dapat didefinisikan yang disebut barisan eksak.

Definisi 2.13 *Diberikan sebarang himpunan indeks* I, *keluarga* R*–modul* $\{M_i\}_{i\in I}$, *dan homomorfisma modul* $f_i: M_{i-1} \to M_i$. *Barisan* R*–modul dan homomorfisma modul* f_i

$$\dots \longrightarrow M_{i-1} \xrightarrow{f_i} M_i \xrightarrow{f_{i+1}} M_{i+1} \longrightarrow \dots$$

dikatakan eksak di M_i *jika* $Im(f_i) = Ker(f_{i+1})$.

Lebih lanjut, barisan tersebut dikatakan eksak jika eksak di setiap M_i.

Teorema 2.14 *Diberikan sebarang* R*–modul* M *dan* $M_1, M_2 \leq M$. *Jika* $f: M_1 \to M$ *dan* $g: M \to M_2$ *homomorfisma modul, diperoleh:*

a. *Barisan* $\{0_M\} \to M_1 \overset{f}{\to} M$ *eksak jika dan hanya jika* f *injektif.*
b. *Barisan* $M \overset{g}{\to} M_2 \to \{0_M\}$ *eksak jika dan hanya jika* g *surjektif.*
c. *Barisan* $\{0_M\} \to M_1 \overset{f}{\to} M \overset{g}{\to} M_2 \to \{0_M\}$ *eksak jika dan hanya jika* f *injektif,* g *surjektif, dan* $Im(f) = Ker(g)$.

Selanjutnya, jika barisan pada Teorema 2.14 (c) eksak, maka disebut eksak pendek dan dikatakan *split* jika $Im(f) = Ker(g)$ merupakan *direct summand* dari modul M.

Teorema 2.15 *Diberikan sebarang* R*–modul* M *dan* $M_1, M_2 \leq M$. *Jika*

$$\{0_M\} \to M_1 \overset{f}{\to} M \overset{g}{\to} M_2 \to \{0_M\}$$

barisan eksak pendek, maka tiga pernyataan berikut ekuivalen:

a. *Terdapat homomorfisma modul* $\alpha: M \to M_1$ *sehingga* $(\alpha \circ f) = 1_{M_1}$.
b. *Terdapat homomorfisma modul* $\beta: M_2 \to M$ *sehingga* $(g \circ \beta) = 1_{M_2}$.
c. *Barisan tersebut split dan*

$$M \cong Im(f) \oplus Ker(\alpha) \cong Ker(g) \oplus Im(\beta) \cong M_1 \oplus M_2.$$

Sebagaimana dalam ruang vektor, dalam teori modul juga dikenal modul bebas. Dengan dasar pemikiran modul yang menjadi menjadi *direct summand* dari modul bebas, dapat dikonstruksikan modul yang disebut dengan modul proyektif.

Definisi 2.16 *Diberikan sebarang* R*–modul* M *dan* P *serta* $N \leq M$. *Jika untuk sebarang homomorfisma surjektif* $M \overset{f}{\to} N \to \{0_M\}$ *dan homomorfisma* $g: P \to N$ *terdapat homomorfisma* $h: P \to M$ *sehingga* $g = f \circ h$, *maka* P *disebut modul proyektif.*

3. MODUL ⊕–*SUPPLEMENTED*

Telah dibahas bahwa jumlahan dari dua submodul sebarang juga merupakan sebuah submodul. Lebih lanjut, jika M sebarang R–modul dan $K \leq M$, maka jelas bahwa $K + M = M$. Di lain pihak, pada keadaan tertentu dapat dipilih $L < M$ sehingga $K + L = M$. Namun jika tidak demikian, dapat didefinisikan suatu keadaan baru.

Definisi 3.1 *Diberikan sebarang R–modul M dan $K \leq M$. Submodul K dikatakan small di dalam modul M jika untuk sebarang $L \leq M$ dengan sifat $K + L = M$, maka $L = M$.* Jika K *small* di M dinotasikan dengan $K \ll M$.

Contoh 3.2 Submodul $\{0_M\} \ll M$, untuk sebarang R–modul M.

Lemma 3.3 *Diberikan sebarang R–modul M.*

a. Jika $K \leq L \leq M$ dan $K \ll L$, maka $K \ll M$.

b. Jika $L \ll M$, maka setiap submodul dari L juga small di M.

c. Jika $K \leq L \leq M$ dengan $K \ll M$ dan L direct summand dari M, maka $K \ll L$.

d. $K, L \ll M$ jika dan hanya jika $K + L \ll M$.

Bukti:

a. Diambil sebarang $V \leq M$ dengan $M = K + V$.
   Karena $K \leq L \leq M$, maka $L = L \cap M = L \cap (K + V) = K + (L \cap V)$.
   Oleh karena $K \ll L$, diperoleh $L = L \cap V$. Akibatnya, $K \leq L \leq V$.
   Dengan demikian $M = K + V = V$. Jadi, $K \ll M$.

b. Diambil sebarang $K \leq L$ dengan $M = K + V$, untuk sebarang $V \leq M$.
   Karena $K \leq L$ dan $L \ll M$, maka $M = L + V$ dan diperoleh $V = M$.
   Dengan kata lain, dapat ditunjukkan bahwa $K \ll M$.

c. Diketahui $K \leq L \leq M$, $K \ll M$, dan $M = L \oplus P$ untuk suatu $P \leq M$.
   Diambil sebarang $V \leq L$ dengan $L = K + V$.
   Diperhatikan $M = L + P = (K + V) + P = K + (V + P)$ dan $L \cap P = \{0_M\}$.
   Karena $K \ll M$, maka $V + P = M$ dan karena $V \leq L$, maka $V \cap P \leq L \cap P$.
   Hal ini berarti $V \cap P = \{0_M\}$, sehingga diperoleh $M = V \oplus P$.
   Lebih lanjut, diperoleh $L = L \cap M = L \cap (V \oplus P) = V \oplus (L \cap P) = V$.
   Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa $K \ll L$.

d. ($\Longrightarrow$) Diambil sebarang $V \leq M$ dengan $M = (K + L) + V = K + (L + V)$.
   Karena $K \ll M$, maka $L + V = M$ dan karena $L \ll M$ maka $V = M$.
   Hal ini berarti, $K + L \ll M$.

($\Longleftarrow$) Diperhatikan bahwa $K \leq K + L$ dan $L \leq K + L$.

Karena $K + L \ll M$, maka diperoleh $K \ll M$ dan $L \ll M$. ■

Pada Contoh 2.12 telah diberikan bahwa $\{0,3\} + \{0,2,4\} = \mathbb{Z}_6$. Akan tetapi, berlaku pula bahwa $\{0,3\} + \mathbb{Z}_6 = \mathbb{Z}_6$. Dengan demikian, $\{0,2,4\}$ merupakan submodul minimal dari $\mathbb{Z}_6$ yang memenuhi $\{0,3\} + V = \mathbb{Z}_6$, untuk sebarang $V \leq \mathbb{Z}_6$. Berdasar hal tersebut, dapat dilakukan generalisasi pada sebarang R–modul M.

Definisi 3.4 *Diberikan sebarang R–modul M dan $U, V \leq M$. Submodul V disebut supplement dari submodul U di dalam modul M jika V merupakan submodul minimal yang memenuhi $U + V = M$.*

Lemma 3.5 *Diberikan sebarang R–modul M. Submodul V merupakan supplement dari submodul U di M jika dan hanya jika $M = U + V$ dan $U \cap V \ll V$.*

Bukti:

($\Longrightarrow$) Diketahui V *supplement* dari U di M.

Berarti V submodul minimal yang memenuhi $M = U + V$.

Diambil sebarang $X < V$ dengan $(U \cap V) + X = V$. Diperhatikan bahwa

$$M = U + V = U + \big((U \cap V) + X\big) = \big(U + (U \cap V)\big) + X = U + X.$$

Oleh karena V submodul minimal, maka diperoleh $X = V$. Akibatnya, $U \cap V \ll V$.

($\Longleftarrow$) Diketahui $M = U + V$ dan $U \cap V \ll V$.

Akan ditunjukkan V *supplement* dari U di M.

Diambil sebarang $Y < V$ dengan $U + Y = M$. Diperhatikan bahwa

$$V = M \cap V = (U + Y) \cap V = (U \cap V) + Y.$$

Oleh karena $U \cap V \ll V$, maka diperoleh $Y = V$.

Dengan demikian, V merupakan submodul minimal yang memenuhi $M = U + V$.

Hal ini berarti, V merupakan *supplement* dari U di M. ■

Lemma 3.6 *Diberikan sebarang R–modul M, $U, V \leq M$ dengan V supplement dari U di M, dan $K, T \leq V$ sebarang. T supplement dari K di V jika dan hanya jika T supplement dari $U + K$ di M.*

Bukti:

($\Longrightarrow$) Diketahui T *supplement* dari K di V.

Berarti, T submodul minimal yang memenuhi $V = K + T$.

Diambil sebarang $L \leq T$ dengan $(U + K) + L = U + (K + L) = M$.

Oleh karena V *supplement* dari U di M, maka V submodul minimal yang memenuhi $M = U + V$. Akibatnya, $K + L = V$.

Selanjutnya, karena T submodul minimal yang memenuhi $V = K + T$, maka $L = T$.

Dengan demikian, T submodul minimal yang memenuhi $(U + K) + T = M$.

Dengan kata lain, T *supplement* dari $U + K$ di M.

$(\Longleftarrow)$ Diketahui T *supplement* dari $U + K$ di M.

Berarti, T submodul minimal yang memenuhi $(U + K) + T = M$.

Diketahui $K, T \leq V$, maka $K + T \leq V$. Lebih lanjut, karena

$$(U + K) + T = U + (K + T) = M$$

dan V submodul minimal yang memenuhi $M = U + V$, maka $K + T = V$.

Oleh karena $K \cap T \leq (U + K) \cap T \ll T$, maka $K \cap T \ll T$.

Dengan kata lain, T *supplement* dari K di V. ■

Lemma 3.7 *Diberikan sebarang R–modul M dan $U, V \leq M$ dengan V supplement dari U di M. Jika $M = W + V$ untuk suatu $W \leq U$, maka V supplement dari W di M.*

Sistem bilangan rasional merupakan sebuah modul atas ring bilangan bulat. Untuk suatu bilangan prima p, himpunan $\mathbb{Q}_{(p)} = \left\{ {}^{a}/_{b} \in \mathbb{Q} \middle| p \text{ tidak habis membagi } b \right\} \leq \mathbb{Q}$. Akan tetapi submodul $\mathbb{Q}_{(p)}$ tidak memiliki *supplement* di $\mathbb{Q}$. Dengan demikian ada modul yang tidak semua submodulnya memiliki *supplement*.

Definisi 3.8 *Diberikan sebarang R–modul M. Modul M dikatakan supplemented jika setiap submodulnya memiliki supplement di dalam modul M.*

Contoh 3.9 Berdasar Contoh 2.12, diketahui $\{0\}, \{0, 3\}, \{0, 2, 4\}, \mathbb{Z}_6 \leq \mathbb{Z}_6$. Modul $\mathbb{Z}_6$ merupakan modul *supplemented*, karena:

a. $\mathbb{Z}_6$ menjadi *supplement* dari submodul $\{0\}$ dan juga sebaliknya.

b. $\{0, 3\}$ menjadi *supplement* dari submodul $\{0, 2, 4\}$ dan juga sebaliknya.

Pada Contoh 2.12 telah ditunjukkan bahwa $\{0, 3\}$ merupakan *direct summand* dari $\mathbb{Z}_6$ dan Contoh 3.9 memberikan $\{0, 3\}$ menjadi *supplement* dari $\{0, 2, 4\}$ di $\mathbb{Z}_6$. Berdasar pada keadaan tersebut, dapat dilakukan generalisasi pada sebarang R–modul.

Definisi 3.10 *Diberikan sebarang R–modul M. Modul M dikatakan $\oplus$–supplemented jika setiap submodulnya memiliki supplement yang merupakan direct summand dari M.*

Definisi 3.11 *Diberikan sebarang* R*–modul* M*. Modul* M *dikatakan completely* $\oplus$*–supplemented jika setiap direct summand dari* M *adalah* $\oplus$*–supplemented.*

4. MODUL *STRONGLY* $\oplus$*–SUPPLEMENTED*

Jika pada sebarang M modul $\oplus$–*supplemented*, submodul V menjadi *supplement* dari U dan juga sebaliknya, maka diperoleh $M = U + V$, $U \cap V \ll V$, $U \cap V \ll U$, dan U, V merupakan *direct summand* dari M. Namun demikian, tidak disyaratkan bahwa $U \cap V = \{0_M\}$ sehingga $U \oplus V = M$. Berdasar pemikiran tersebut dapat didefinisikan suatu keadaan baru sebagai berikut.

Definisi 4.1 *Diberikan sebarang* R*–modul* M*. Jika modul* M *supplemented dan setiap submodul supplement di* M *merupakan direct summand dari* M*, maka modul* M *dikatakan strongly* $\oplus$*–supplemented.*

Sama halnya dengan mengatakan, jika M modul *strongly* $\oplus$–*supplemented* dan untuk sebarang $U, V \leq M$ saling ber-*supplement* berakibat $U \oplus V = M$.

Akibat 4.2 *Diberikan sebarang* R*–modul* M*. Jika* M *modul strongly* $\oplus$*–supplemented, maka* M *modul* $\oplus$*–supplemented.*

Contoh 4.3 $\mathbb{Z}$–modul $\mathbb{Z}_6$ merupakan modul *strongly* $\oplus$–*supplemented*.

Selanjutnya, akan diberikan syarat perlu agar sebarang modul *supplemented* menjadi modul *strongly* $\oplus$–*supplemented*, yaitu dengan memanfaatkan generalisasi modul proyektif.

Definisi 4.4 *Diberikan sebarang* R*–modul* M*. Modul* M *disebut modul* π*–proyektif jika terdapat homomorfisma* $f: M \to M$ *sehingga* $Im(f) \leq U$ *dan* $Im(1-f) \leq V$*, untuk sebarang* $U, V \leq M$ *dengan* $M = U + V$*.*

Hal ini ekuivalen dengan menyatakan bahwa homomorfisma surjektif $f: U \oplus V \to M$, dengan $f(u, v) = u + v$ adalah *split.*

Lemma 4.5 *Diberikan sebarang* R*–modul* M*. Jika modul* M *supplemented dan* π*–proyektif, maka modul* M *strongly* $\oplus$*–supplemented.*

Bukti:

Diambil sebarang $U, V \leq M$ yang saling ber-*supplement* di M.

Hal ini berarti $M = U + V$, $U \cap V \ll U$, dan $U \cap V \ll V$.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Karena modul M π–proyektif, maka ekuivalen dengan mengatakan bahwa homomorfisma surjektif $f: U \oplus V \to M$, dengan $f(u, v) = u + v$ adalah *split*.
Diperhatikan bahwa $Ker(f) = \{(u, -u) | u \in U \cap V\} \leq (U \cap V, \{0_M\}) + (\{0_M\}, U \cap V.$
Lebih lanjut, karena $U \cap V, \{0_M\} \ll V$ dan $U \cap V, \{0_M\} \ll U$, maka diperoleh

$$Ker(f) = \{(u, -u) | u \in U \cap V\} \ll U \oplus V.$$

Akibatnya, diperoleh $U \cap V = \{0_M\}$. ■

Selanjutnya, akan diberikan beberapa sifat dari modul *strongly* $\oplus$*–supplemented*.

Lemma 4.5 *Diberikan sebarang R–modul* M*. Jika* M *modul strongly* $\oplus$*–supplemented, maka setiap direct summand dari* M *adalah strongly* $\oplus$*–supplemented.*

Bukti:

Diambil sebarang U *direct summand* dari M. Berarti $M = U \oplus V$, untuk suatu $V \leq M$.
Diberikan K *supplement* dari L di U, maka diperoleh K *supplement* dari $L \oplus V$ di M.
Karena modul M *strongly* $\oplus$*–supplemented*, maka K *direct summand* dari M.
Dengan demikian terdapat $P \leq M$ sehingga $M = K \oplus P$.
Lebih lanjut, diperoleh $U = U \cap M = U \cap (K \oplus P) = K \oplus (U \cap P)$.
Hal ini berarti, K *direct summand* dari U dan U *strongly* $\oplus$*–supplemented*. ■

Akibat 4.6 *Diberikan sebarang R–modul* M*. Jika* M *modul strongly* $\oplus$*–supplemented, maka* M *modul completely* $\oplus$*–supplemented.*

Ada beberapa jenis modul dengan elemen-elemennya memenuhi syarat tertentu jika diteliti merupakan modul *strongly* $\oplus$*–supplemented*.

Definisi 4.7 *Diberikan sebarang R–modul* M *dan* $V \leq M$*. Submodul* V *disebut lies above a direct summand dari* M *jika terdapat* $M_1, M_2 \leq M$ *sehingga* $M = M_1 \oplus M_2$ *dengan* $M_1 \leq V$ *dan* $V \cap M_2 \ll M_2$*.*
Selanjutnya, modul M disebut modul $(D1)$, jika setiap submodulnya *lies above a direct summand* dari M.

Teorema 4.8 *Diberikan sebarang R–modul* M*. Jika* M *merupakan modul* $(D1)$*, maka* M *modul strongly* $\oplus$*–supplemented.*

Bukti:

Diambil sebarang $V \leq M$. Karena M modul $(D1)$, maka terdapat $M_1, M_2 \leq M$ sehingga $M = M_1 \oplus M_2$ dengan $M_1 \leq V$ dan $V \cap M_2 \ll M_2$.
Karena $M_1 \leq V$ dan $M = M_1 + M_2$, maka $M = V + M_2$.
Diperhatikan bahwa $V \cap M_2 \ll M_2$, berarti M_2 menjadi *supplement* dari V di M.

Dengan demikian M merupakan modul *supplemented*.

Karena M_2 *supplement* dari V di M dan $M_1 \leq V$, maka M_2 *supplement* dari M_1 di M.

Karena M_1 *direct summand* dari M, maka M modul *strongly* ⊕–*supplemented*. ■

5. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasar pembahasan pada bagian-bagian sebelumnya, maka dapat disimpulkan beberapa hal, antara lain:

1. Jika modul M π–proyektif, maka tiga pernyataan berikut ekuivalen:
   a. M modul *supplemented*.
   b. M modul ⊕–*supplemented*.
   c. M modul *strongly* ⊕–*supplemented*.
2. Setiap modul $(D1)$ merupakan modul *strongly* ⊕–*supplemented*.

Untuk semua kajian ilmiah bidang matematika, akan menjadi lebih mudah dan lebih menarik jika dapat memahami dengan baik terlebih dahulu latar belakang dan motivasi yang mendasari dilakukannya sebuah penelitian. Khususnya, jika dilakukan penelitian lebih mendalam tentang modul *strongly* ⊕–*supplemented*, sangat diperlukan dasar-dasar yang kuat dalam teori modul. Selain itu, masih ada beberapa hal menarik yang bisa dikaji tentang modul *strongly* ⊕–*supplemented*. Antara lain, dapat dikaitkan dengan sifat-sifat modul bebas, modul *simple*, ataupun modul *semiperfect*.

6. DAFTAR PUSTAKA

Adkins, William A. dan Steven H. Weintraub, 1992, *"Algebra An Approach via Module Theory"*, Springer–Verlag, New York.

Clark, John, Christian Lomp, Narayanaswami Vanaja, dan Robert Wisbauer, 2006, *"Lifting Modules"*, Birkhäuser Verlag, Basel.

Keskin, D., A. Harmanci, dan P.F. Smith, 1999, *"On ⊕–Supplemented Modules"*, Acta Mathematica, Hungar, 83 (1–2), 161–169.

Nebiyev, C. dan A. Pancar, 2004, *"Strongly ⊕–Supplemented Modules"*, International Jurnal of Computational Cognition, Vol.2, Number 3, 57–61.

Wisbauer, Robert, 1991, *"Foundations of Module and Ring Theory"*, Gordon and Breach, Philadelphia.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

A – 7

Aplikasi Sistem Orthonormal Di Ruang Hilbert Pada Deret Fourier

Fitriana Yuli S.
FMIPA UNY

Abstrak

Ruang hilbert akan dibahas pada papper ini. Aplikasi system orthonormal akan dikaji dan akan diaplikasikan pada ruanhg Hilbert. Dapat diketahui bahwa himpunan $\{u_0, u_1, u_2, ...\}$ deret klasik fourier adalah bentuk 66ystem orthonormal lengkap di ruang Hilbert L_2 *(-π,π.)*. Sebagai akibatnya himpunan τ dari polynomial trygonometri adalah padat di $L_2(-\pi, \pi)$

Kata kunci: Sistem Orthonormal, Ruang Hilbert, Deret Fourier

A. Pendahuluan

Analisis Fourier klasik pada mulanya berkembang dalam upaya mempelajari deret dan integral Fourier. Deret trigonometri yang kita kenal sekarang sebagai *deret Fourier* pertama kali diperkenalkan oleh D. Bernoulli pada tahun 1750 - an, ketika ia mengkaji persamaan diferensial parsial untuk sebuah dawai bergetar. Bernoulli menemukan bahwa untuk $f(x) = \sin(k\pi x/l)$ maka fungsi $u(x,t) = \sin(k\pi x/l)\cos(k\pi t/l)$ merupakan solusi untuk setiap bilangan positip k. Deret fourier klasik *u(x,t)* akan diaplikasikan sebagai system orthonormal di ruang Hilbert.

B. Pembahasan

Inner Product Di Ruang Hilbert L_2 (-π,π) didefinisikan bahwa untuk sembarang

$$(u \mid v) = \int_{-\pi}^{\pi} u(x)v(x)dx \qquad , \forall x \in [-\pi, \pi]$$

Sistem Orthonormal di ruang Hilbert L_2 (-π,π) didefinisikan

Untuk sembarang X Ruang Hilbert atas R , dan $\{u_0, u_1, \ldots\}$ adalah system orthonormal yang dapat dihitung dalam X, yaitu

$$(u_k / u_m) = \delta_{km} \qquad untuk \quad semua \quad k, m$$

Barisan *u(x)* dalam deret fourier didefinisikan sebagai :

$u(x) := (2\pi)^{-1/2}$. $u_{2m-1}(x) := \pi^{-1/2}\cos nx$

$u_{2m}(x) := \pi^{-1/2}\sin nx$, untuk m=1,2,3, …

Preposisi 1.

Himpunan $\{u_0, u_1, u_2, ...\}$ membentuk suatu sistem orthonormal lengkap di ruang Hilbert L_2 $(-\pi,\pi.)$.

Pembuktian

Langkah 1

Akan ditunjukkan bahwa u_n merupakan sistem orthonormal yaitu memenuhi

$$(u_n \mid u_k) = \int_{-\pi}^{\pi i} u_n(x)u_k(x)dx = \delta_{nk}.$$

Dalam deret fourier diketahui $u_k := \pi^{-1/2}\sin kx$; $u_n := \pi^{-1/2}\cos nx$

Beberapa kemungkinan nilai ($U_n \mid U_k$) yaitu

A. Kemungkinan inner product ke-1 yaitu

$$(U_n \mid U_k) = \int_{-\pi}^{\pi i} \pi^{-1/2} Cos\ \ nx.\pi^{-1/2} Sin\ kxdx$$

Ada dua kemungkinan untuk nilai n dan k yaitu

1. Nilai n = k

$$(U_n \mid U_k) = \int_{-\pi}^{\pi i} \pi^{-1/2} Cos\ \ nx.\pi^{-1/2} Sin\ nxdx$$

$$= \pi^{-1}\int_{-\pi}^{\pi} 1/2\,[\sin\,(nx - nx) + \sin\,(nx + nx)]dx$$

$$= \pi^{-1}\int_{-\pi}^{\pi} 1/2\,[\sin 0 + \sin\,2nx\ ]dx$$

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$$= \pi^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} 1/2\,[0 + \sin 2nx\,]dx$$

Batas dibagi menjadi 2 yaitu dari $-\pi \le x \le 0$ *dan* $0 \le x \le \pi$ karena nilai integralnya sama maka hanya dihitung salah satu kemudian dikalikan 2

$$= 2\ x\ (\ \pi^{-1} \int_{0}^{\pi} 1/2\ \ (\sin 2nx)\ dx)$$

$$= 2\ x\ (\ \pi^{-1} 1/2[1/2\ \ (-\cos 2nx)\ ]_0^{\pi}\ )$$

$$= 2\ x\ (\ \pi^{-1} 1/2(1/2\ \ (-\cos 2n\pi - (-\cos 0)\ )$$

$$= 2\ x\ (\ \pi^{-1} 1/2(1/2\ \ (-1-(-1)\ )$$

= 2 x 0

$= 0 = \delta_{nk}$

2. Nilai $n \ne k$

$$(U_n \mid U_k) = \int_{-\pi}^{\pi i} \pi^{-1/2} Cos\ \ nx.\pi^{-1/2} Sin\ kxdx$$

$$= \pi^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} 1/2\,[\sin\,(nx - kx) + \sin\,(nx + kx)]dx$$

$$= \pi^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} 1/2\,[\sin\,(n-k)x + \sin\,(n+k)x]dx$$

$$= \pi^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} 1/2\,\sin\,(n-k)x\ dx + \pi^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} 1/2\,\sin\,(n+k)x\ dx$$

$$= 2\ x\ \pi^{-1}.1/2.\,[1/(n-k) - \cos\,(n-k)x]^{\pi}{}_0 + 2\ x\ \ \pi^{-1}.1/2.\,[1/(n+k) - \cos\,(n+k)x]^{\pi}{}_0$$

$$= 2\ x\ \pi^{-1}.1/2.\,[\frac{-\cos\,(n-k)\pi}{(n-k)} - (\frac{-\cos\,(n-k)0}{n-k})] + 2\ x\ \pi^{-1}.1/2.\,[\frac{-\cos\,(n+k)\pi}{(n+k)} - (\frac{-\cos\,(n+k)0}{n+k})]$$

$$= 2\ x\ (\ \pi^{-1} 1/2(1/2\ \ (-1-(-1)\ )\ +\ \ 2\ x\ (\ \pi^{-1} 1/2(1/2\ \ (-1-(-1)\ )$$

$= 2 \text{ x } 0 + 2\text{x } 0$

$= 0 \ = \delta_{nk}$

Nilai $(U_n \,|\, U_k) = \int_{-\pi}^{\pi i} \pi^{-1/2} Cos\ \ nx.\pi^{-1/2} Sin\ kxdx = \begin{cases} 0 & ,n = k \\ 0 & ,n \neq k \end{cases}$

B . Kemungkinan inner product ke-2 yaitu

$$(U_n \,|\, U_k) = \int_{-\pi}^{\pi i} \pi^{-1/2} \cos\ \ nx.\pi^{-1/2} \cos kxdx$$

$$(U_n \,|\, U_k) = \int_{-\pi}^{\pi i} \pi^{-1/2} \cos\ \ nx.\pi^{-1/2} \cos kxdx$$

Kemungkinan nilai n dan k yaitu

1. Nilai n=k

$$= 2\ x\ \pi^{-1}.1/2\,[\pi] + \quad 2\,x\ \pi^{-1}.1/2\,[\frac{\sin\ 2n\pi}{2n} - \frac{\sin\ 0}{2n}]$$

$$(U_n \,|\, U_k) = \int_{-\pi}^{\pi} \pi^{-1/2} \cos\ \ nx.\pi^{-1/2} \cos\ nxdx$$

$$= 2\ x\ \pi^{-1}.1/2\,[x]^{\pi}{}_{0} + \quad 2\,x\ \pi^{-1}.1/2\,[\frac{\sin\ 2nx}{2n}]_0^{\pi}$$

$$= \pi^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} \ 1/2\,[\cos\ (nx - nx) + \cos\ (nx + nx)]dx$$

$$= \pi^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} \ 1/2\,[\cos\ 0 + \cos\ 2nx]dx$$

$$= \pi^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} \ 1/2\ \ \cos\ 0\ dx \ \ + \pi^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} \ \cos\ 2nx\ dx$$

$$= \pi^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} \ 1/2\ .\,1\ dx \ \ + \pi^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} \ \cos\ 2nx\ dx$$

Batas dibagi menjadi 2 yaitu dari $-\pi \leq x \leq 0 \quad dan \ \ 0 \leq x \leq \pi$ karena nilai integralnya sama maka hanya dihitung salah satu kemudian dikalikan 2

$$= \ 1 + 0 \ \ = \delta_{nk}$$

2. Nilai $n \neq k$

$$(U_n \,|\, U_k) = \int_{-\pi}^{\pi i} \pi^{-1/2} \cos\ \ nx.\pi^{-1/2} \cos kxdx$$

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$$(U_n \mid U_k) = \int_{-\pi}^{\pi i} \pi^{-1/2} \cos\ nx.\pi^{-1/2} \cos\ kxdx$$

$$= \pi^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} 1/2\,[\cos\,(nx - kx) + \cos\,(nx + kx)]dx$$

$$= \pi^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} 1/2\,[\cos\,(n - k)x + \cos\,(n + k)x]dx$$

$$= \pi^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} 1/2\ \cos\,(n - k)\ xdx\ + \pi^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} 1/2 \cos\,(n + k)x\ dx$$

Batas dibagi menjadi 2 yaitu dari $-\pi \le x \le 0$ *dan* $0 \le x \le \pi$ karena nilai integralnya sama maka hanya dihitung salah satu kemudian dikalikan 2

$$= 2\ x\ \pi^{-1}.1/2\,[\frac{\sin(n-k)x}{n-k}]^{\pi}{}_{0} + \quad 2\ x\ \pi^{-1}.1/2\,[\frac{\sin\,(n+k)x}{n+k}]_0^{\ \pi}$$

= 2 x 0 + 2 x 0

= 0 $\quad = \delta_{nk}$

Nilai $(U_n \mid U_k) = \int_{-\pi}^{\pi i} \pi^{-1/2} \cos\ nx.\pi^{-1/2} \cos kxdx = \begin{cases} 1 & ,n = k \\ 0 & ,n \neq k \end{cases}$

C. Kemungkinan inner product ke-3 yaitu $(U_n \mid U_k) = \int_{-\pi}^{\pi i} \pi^{-1/2} \sin\ nx.\pi^{-1/2} \sin kxdx$

Kemungkinan nilai n dan k

1. Nilai n=k

$$(U_n \mid U_k) = \int_{-\pi}^{\pi i} \pi^{-1/2} \sin\ nx.\pi^{-1/2} \sin\ nxdx$$

$$= \pi^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} 1/2\,[\cos\,(nx - nx) - \cos\,(nx + nx)]dx$$

$$= \pi^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} 1/2\,[\cos 0 - \cos 2nx]dx$$

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$$= \pi^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} 1/2 \ \cos 0 \ dx \ - \pi^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} \ \cos 2nx \ dx$$

$$= \pi^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} 1/2 \, .1 \, dx \ - \pi^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} \ \cos 2nx \ dx$$

Batas dibagi menjadi 2 yaitu dari $-\pi \leq x \leq 0 \quad dan \quad 0 \leq x \leq \pi$ karena nilai integralnya sama maka hanya dihitung salah satu kemudian dikalikan 2

$$= 2 \, x \, \pi^{-1}.1/2 [x]^{\pi}{}_{0} - \ 2 x \, \pi^{-1}.1/2 [\frac{\sin 2nx}{2n}]_{0}^{\pi}$$

$$= 2 \ x \ \pi^{-1}.1/2 [\pi] - \ 2 x \ \pi^{-1}.1/2 [\frac{\sin 2n\pi}{2n} - \frac{\sin 0}{2n}]$$

$= \ 1 - 0 = 1 \ = \delta_{nk}$

2. Nilai $n \neq k$

$$(U_n \mid U_k) = \int_{-\pi}^{\pi i} \pi^{-1/2} \sin \ nx.\pi^{-1/2} \sin kxdx$$

$$= \pi^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} 1/2 [\cos (nx - kx) - \cos (nx + kx)] dx$$

$$= \pi^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} 1/2 [\cos (n-k)x - \cos (n+k)x] dx$$

$$= \pi^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} 1/2 \ \cos (n-k) \ xdx \ - \pi^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} 1/2 \cos (n+k) x \ dx$$

Batas dibagi menjadi 2 yaitu dari $-\pi \leq x \leq 0 \quad dan \quad 0 \leq x \leq \pi$ karena nilai integralnya sama maka hanya dihitung salah satu kemudian dikalikan 2

$$= 2 \ x \ \pi^{-1}.1/2 [\frac{\sin(n-k)x}{n-k}]^{\pi}{}_{0} - \ 2 \, x \ \pi^{-1}.1/2 [\frac{\sin (n+k)x}{n+k}]_{0}^{\pi}$$

$= 2 \text{ x } 0 - 2 \text{ x } 0 = 0 = \delta_{nk}$

Nilai $(U_n \mid U_k) = \int_{-\pi}^{\pi i} \pi^{-1/2} \sin \ nx.\pi^{-1/2} \sin kxdx = \begin{cases} 1 & ,n = k \\ 0 & ,n \neq k \end{cases}$

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Terbukti $(U_n \mid U_k) = \delta_{nk}$ yaitu

- Terbukti bahwa u_n merupakan Sistem Orthonormal

Langkah 2

Dengan menggunakan Corollary 4 yaitu bahwa $r = span\{u_0, u_1, ...\}$, barisan polynomial trygonometri adalah padat di $L_2(-\pi,\pi)$.

Jelas bahwa deret fourier merupakan polynomial trygonometri maka u_n padat di $L_2(-\pi,\pi)$.

Langkah 3

Dengan menggunakan Teorema 3.A yaitu barisan yang merupakan Sistem Orthonormal di ruang Hilbert X atas K apabila padat di X maka Lengkap di X dan berlaku sebaliknya.

- Terbukti bahwa himpunan $\{u_0, u_1, u_2, ...\}$ deret klasik fourier adalah bentuk sistem orthonormal lengkap di ruang Hilbert $L_2(-\pi,\pi.)$.

Corollary 2.

$\forall u \in L_2(-\pi,\pi)$ deret fourier klasik konvergen di $L2(-\pi,\pi)$ yaitu

$$\lim_{m\to\infty} \int_{-\pi}^{\pi} (u(x) - 2^{-1}a_0 - \sum_{k=1}^{m} a_k \cos kx + b_k \sin kx)^2\, dx = 0$$

Bukti

$$\lim_{m\to\infty} \int_{-\pi}^{\pi} (u(x) - 2^{-1}a_0 - \sum_{k=1}^{m} a_k \cos kx + b_k \sin kx)^2\, dx =$$

u(x) disubstitusi oleh $u(x) = -2^{-1}a_0 - \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos kx + b_k \sin kx$ diperoleh

$$\lim_{m\to\infty} \int_{-\pi}^{\pi} ((2^{-1}a_0 - \sum_{k=1}^{\infty} a_k cos\, kx + b_k sin\, kx) - 2^{-1}a_0 - \sum_{k=1}^{m} a_k \cos kx + b_k \sin kx)^2\, dx$$

$$\int_{-\pi}^{\pi}((2^{-1}a_0-\sum_{k=1}^{\infty}a_k cos\ kx+b_k sin\ kx)-2^{-1}a_0-\sum_{k=1}^{\infty}a_k\cos kx+b_k\sin kx)^2\,dx$$

$$\int_{-\pi}^{\pi}(0)^2\,dx$$

=0

Terbukti $\lim_{m\to\infty}\int_{-\pi}^{\pi}(u(x)-2^{-1}a_0-\sum_{k=1}^{m}a_k\cos kx+b_k\sin kx)^2\,dx=0$

Lemma 3

Untuk setiap fungsi $f\in C[-\pi,\pi]$ dengan

$f(-\pi)=f(\pi),\forall\varepsilon\geq 0,\exists\ fungsi\ p\in\tau\ sehingga\ \|f-p\|_{c[-\pi,\pi]}<\varepsilon$

BUKTI

Langkah 1

Misal f fungsi genap yaitu $f(-x)=f(x)$. Fungsi ini dipenuhi oleh $\phi(x):=\cos x$ yang merupakan fungsi yang menurun tajam pada interval [0,π], $y\to f(\phi^{-1}(y))$ kontinyu pada interval [-1,1], berdasar teorema Aproksimasi Weirstrass yaitu untuk fungsi kontinyu terdapat polynomial $p(y)=c_0+c_1y+...+c_ny^n$ sehingga

$\max_{-1\leq y\leq 1}|f(\phi^{-1}(y)-p(y))|<\varepsilon$,

Oleh karena itu terdapat $p(y)=c_0+c_1y+...+c_ny^n$ dan berlaku

$\max_{-1\leq y\leq 1}|f(\phi^{-1}(y)-p(y))|<\varepsilon$, misal *y =cos x,*

$\max_{-1\leq y\leq 1}|f(\phi^{-1}(\cos x)-p(\cos x))|<\varepsilon$, *q(x):=p(cosx)* maka diperoleh

$\max_{0\leq x\leq\pi}|f(x)-q(x)|<\varepsilon$,

Terbukti untuk f fungsi genap terdapat polynomial q sehingga berlaku

$$\max_{-\pi<x<\pi} | f(x) - q(x) | < \varepsilon$$

Langkah 2

Misal *f* fungsi ganjil yaitu $f(-x) = -f(x)$ untuk setiap $x \in [-\pi, \pi]$, nilai $f(0) = f(\pi) = 0$. Dipilh $\delta > 0$ dan dibentuk

$$g(x) := \begin{cases} f(\frac{\pi(x-\delta)}{\pi - 2\delta}) \; jika \quad 0 < \delta \le x \le \pi - \delta \\ \\ 0 \qquad\qquad jika \quad 0 \le x \le \delta \; atau \; \pi - \delta \le x \le \pi \end{cases}$$

Diketahui *g(x):=-g(-x)* jika $-\pi \le x \le 0$. Saat *f* kontinyu seragam di interval $[-\pi, \pi]$ berdasar teorema Waitress diperoleh $\max_{-\pi \le x \le \pi} | f(x) - g(x) | < \varepsilon / 2$ untuk nilai δ >0 yang cukup kecil .

Saat $x \to \frac{g(x)}{\sin(x)} di[-\pi, \pi]$ kontinyu di $[-\pi, \pi]$ karena *g(x)* kontinyu sehingga ada $q \in \tau$ berlaku $\max_{-\pi \le x \le \pi} | \frac{g(x)}{\sin(x)} - q(x) | < \varepsilon / 2$, misalkan $r(x) := q(x) \sin x$ diperoleh

$$\max_{-\pi \le x \le \pi} | \frac{g(x)}{\sin(x)} - \frac{q(x)}{\sin(x)} | < \varepsilon / 2$$

$$\max_{-\pi \le x \le \pi} | \frac{1}{\sin x} | . | g(x) - q(x) | < \varepsilon / 2$$

$$\max_{-\pi \le x \le \pi} | g(x) - q(x) | < \max_{-\pi \le x \le \pi} | \sin x | \varepsilon / 2$$

$$\max_{-\pi \le x \le \pi} | g(x) - r(x) | < 1 \, x \, \varepsilon / 2$$

$$\max_{-\pi \le x \le \pi} | g(x) - r(x) | < \varepsilon / 2 \text{ maka}$$

$$\max_{-\pi \le x \le \pi} | f(x) - r(x) | = \max_{-\pi \le \pi \le \pi} | f(x) - g(x) + g(x) - r(x) |$$

$$\le \max_{-\pi \le x \le \pi} | f(x) - g(x) | + \max_{-\pi \le x \le \pi} | g(x) - r(x) |$$

$\leq \varepsilon / 2 + \varepsilon / 2$

$\leq \varepsilon$

Terbukti untuk f fungsi ganjil terdapat $r(x)$ sehingga berlaku

$\max_{-\pi \leq x \leq \pi} | f(x) - r(x) | < \varepsilon$

Langkah 3

Dalam kasus yang umum, digunakan dekomposisi fungsi yaitu

$f(x) = 2^{-1}(f(x) + f(-x)) + 2^{-1}(f(x) - f(-x))$ kemudian diterapkan langkah 1 untuk fungsi genap dan langkah 2 untuk fungsi ganjil dengan menerapkan Teorema nilai rata-rata Waitress dan ketaksamaan segitiga sehingga diperoleh

$f(x) - f(-x) = 0 \ \ untuk\ x = [0, \pi]$

Corollary 4

Himpunan τ dari polynomial trygonometri adalah padat di $L_2(-\pi, \pi)$

Bukti

Misal $u \in L_2(-\pi, \pi)$ dan misal diberikan $\varepsilon > 0$. Dengan preposisi 7 yaitu $X := C[a,b]$ dengan $-\infty < a < b < \infty$, himpunan Polynomial $p(x) = a_{0_1} + a_1 x + ... + a_n x^n$ dengan a_i bilangan real adalah padat di X sehingga untuk u elemen polynomial *p(x)* dapat diperoleh fungsi kontinyu $C[-\pi, \pi]$ yang padat di $L_2(-\pi, \pi)$ artinya terdapat fungsi kontinyu $f := [-\pi, \pi] \rightarrow R$ sehingga

$$\| u - f \| \equiv \left(\int_{-\pi}^{\pi} (u(x) - f(x))^2 dx \right)^{1/2} < \varepsilon$$

Dengan mengganti fungsi kontinyu *f* didekat titik $x = \pi$ dapat diasumsikan bahwa *f(-π)=fπi)* dengan lemma 3 maka terdapat fungsi $q \in r$ sehingga $\| f - q \| \leq \varepsilon$

Sehingga dapat diperoleh

$\| u - q \| = \| u - f + f - q \|$

$\| u - q \| \leq \| u - f \| + \| f - q \|$

$\| u - q \| \leq \varepsilon + \varepsilon$

$\| u - q \| \leq 2\varepsilon$

Terbukti τ padat di $L_2(-\pi, \pi)$

C. Penutup

Berdasarkan uraian di atas dapat diketahui bahwa himpunan $\{u_0, u_1, u_2, ...\}$ deret klasik fourier adalah bentuk sistem orthonormal lengkap di ruang Hilbert L_2 *(-π,π.)*. Sebagai akibatnya himpunan τ dari polynomial trygonometri adalah padat di $L_2(-\pi, \pi)$

DAFTAR PUSTAKA

Conway,John B.,1990," A Course in Functional Analysis ",2 ed, Springer-Verlag,New York

Hendra Gunawan, 2007," naskah pidato guru besar ITB", FMIPA ITB Bandung

A – 8

Penggunaan Algoritma T-Apriori* Untuk Pencarian *Association Rule* Pada Data *Spatio-Temporal*

Oleh:
Imam Mukhlash
(Jurusan Matematika FMIPA ITS)

Abstrak

Seiring dengan berkembang pesatnya aplikasi basisdata, obyek *data mining* juga berkembang untuk menangani tipe data yang kompleks, antara lain data *spatio-temporal*. Data *spatio-temporal* menyimpan obyek spasial dan perubahannya, baik perubahan data spasial maupun data atributnya. Pada makalah ini akan dibahas pengembangan algoritma *association rule* pada data spasial dengan menambahkan batasan waktu. *Spatio-temporal association rule* terjadi jika terdapat relasi *spatio-temporal* pada bagian *antecedent* atau *consequent* dari sebuah *rule*. Dua aspek penting dalam pencarian *spatio-temporal association rule* adalah prapemrosesan data dan algoritma pembangkitan *frequent predicate*. Metode prapemrosesan data berfungsi untuk memproses data sumber yang berupa data spasial dan non-spasial dengan batasan waktu dan menghasilkan data yang siap untuk di-*mining*. Pembangkitan *frequent predicate* dilakukan dengan menggunakan algoritma T-Apriori*, yaitu pengembangan algoritma T-Apriori yang diperluas untuk menangani data spatio-temporal. Selanjutnya, algoritma ini dimanfaatkan untuk mendukung proses pengambilan keputusan dengan cara mengintegrasikannya kedalam sebuah perangkat lunak SIG. Sistem ini mampu melakukan analisis data kesehatan dan demografi yang berbasis *spatio-temporal* dan menghasilkan *knowledge* dalam bentuk *spatio-temporal association rule*.

Kata kunci: *association rule*, *spatio-temporal data mining*, *frequent predicate*, T-Apriori*

I. PENDAHULUAN

Perkembangan yang sangat cepat dalam bidang teknologi informasi, *remote sensing* dan SIG (*Sistem Informasi Geografis*) menyebabkan data yang terkait dengan geografis tumbuh dengan sangat cepat. Hal ini memunculkan gagasan untuk memanfaatkan lebih lanjut data geografis yang sangat besar dan kompleks ini. Salah satu kajian penelitian yang terkait dengan pemanfaatan data dengan volume besar adalah *data mining*. *Data mining* merupakan salah satu kajian penelitian yang relatif baru yang tujuan utamanya adalah untuk menggali dan menemukan pengetahuan baru, valid dan bermanfaat dari sejumlah besar data (Han dan Kamber, 2006)

Seiring dengan berkembang pesatnya aplikasi basisdata, obyek *data mining* juga berkembang untuk menangani tipe data yang kompleks antara lain data spasial, data citra, data multimedia, dan data musik (Han dan Kamber, 2006). Hal ini memunculkan cabang baru dari *data mining*, diantaranya adalah *spatial data mining*. Mengikuti definisi *data mining*, *spatial data mining* adalah penemuan pengetahuan dari sejumlah besar data spasial (Koperski, 1999). Seiring dengan kenyataan bahwa sebagian besar data dari fenomena geografis berubah dan bertambah berdasarkan waktu, maka '*spatiality*' dan '*temporality*' menjadi sangat penting untuk mengerti proses dan kejadian geografis (Miller, 2004). Dari sini muncul istilah baru yaitu *spatio-temporal data mining* atau *geographic-temporal* (*geo-spatio-temporal*) *data mining* dalam konteks geografis.

Salah satu *task* yang sangat penting dalam *data mining* adalah *association rule*. Diusulkan pertama kali oleh Agrawal (Agrawal dkk., 2003), *task* ini digunakan untuk analisis *market basket*. Secara singkat, *task* ini dirumuskan sebagai berikut: diberikan himpunan transaksi yang mana setiap transaksi memuat himpunan item. Sebuah *association rule* dinyatakan dengan implikasi

$$X \rightarrow Y, (s\%, c\%) \quad \text{..} \quad (1)$$

dengan X dan Y adalah himpunan item, s menyatakan support dan c adalah confidence dari rule. Secara intuitif, makna dari *rule* ini adalah "transaksi-transaksi yang berisi item X cenderung berisi item Y juga. Meskipun pada awalnya dikembangkan dan diaplikasikan secara luas pada data transaksional, *association rule* dapat diaplikasikan pada domain aplikasi yang lebih luas termasuk aplikasi baru yaitu data spasial dan *temporal* (Hsu dkk., 2008). Pengembangan algoritma-algoritma dalam lingkup ini menjadi bidang riset yang sangat aktif saat ini. *Spatio-temporal association rule* merupakan perluasan dari *spatial association rule* yang mana obyek pencarian pola adalah data *spatio-temporal*. Data *spatio-temporal* menyimpan obyek spasial dan perubahannya terhadap parameter waktu. *Spatio-temporal association rule* terjadi jika terdapat relasi *spatio-temporal* pada bagian *antecedent* dan *consequent* dari sebuah rule (Mennis dan Liu, 2005). Dengan demikian, kita bisa melakukan inferensi terhadap sebuah event *spatio-temporal* berdasarkan event *spatio-temporal* yang lain.

Rumusan Masalah

Salah satu algoritma pencarian association rule yang paling banyak digunakan adalah algoritma Apriori (Agarwal 93). Hal ini disebabkan karena kemudahan dan kesederhanaan proses, meskipun terdapat permasalahan terkait dengan volume data yang besar. Untuk menangani kendala waktu, algoritma T-Apriori telah dikembangkan oleh Liang dkk (2006). Akan tetapi, untuk mendapatkan *association rule* pada data *spatio-temporal*, algoritma ini tidak bisa secara langsung digunakan, sehingga diperlukan strategi khusus untuk menggunakannya. Strategi inilah yang akan dibahas dalam penelitian ini. Selanjutnya, algoritma ini akan digunakan untuk mencari *spatio-temporal association rule* untuk mendapatkan pola keterkaitan antara data kesehatan dan demografi. Pemilihan kasus uji didasarkan pada kebutuhan akan pentingnya mengetahui hubungan (asosiasi) antara tingkat kepadatan pendududuk, keberadaan sarana kesehatan, dan jumlah penderita penyakit di suatu wilayah.

Tujuan dan Manfaat

Tujuan utama penelitian ini adalah untuk merumuskan strategi berupa perluasan algoritma T-Apriori untuk mendukung proses *spatio-temporal association rule mining*, terutama dalam proses pembangkitan *frequent predicates* dan kemudian mengaplikasikan algoritma yang telah dikembangkan pada permasalahan riil yaitu pencarian *spatio-temporal association rule* pada data kesehatan dan demografi.

Salah satu peran penting *spatial data mining* adalah untuk mendukung proses pengambilan keputusan (*decision support*). Dengan ditemukannya *association rule* dengan penambahan dimensi waktu, trend asosiasi antar obyek spasial dapat diidentifikasi sehingga dapat lebih efektif dimanfaatkan untuk dasar pengambilan keputusan.

II. METODE PENELITIAN

Untuk menjawab permasalahan di atas, prosedur (tahap-tahap) penelitian yang telah dilakukan adalah:

1. Analisis permasalahan dan perumusan konsep-konsep baru yang diusulkan.

   Tahap ini berisi perumusan konsep-konsep tentang *spatio-temporal association rule mining* termasuk didalamnya prapemrosesan data dan menentukan tolok ukur (parameter) penilaian kinerja algoritma yang dikembangkan.
2. Pengembangan Algoritma

   Pada tahap ini, dilakukan perluasan algoritma yang meliputi empat hal, yaitu: algoritma untuk prapemrosesan data, algoritma pembangkitan *spatio-temporal frequent pattern* dan *association rule* yang berbasis T-Apriori.

3. Penyiapan data

   Pemilihan studi kasus ini dimaksudkan sebagai bahan uji coba algoritma yang telah dikembangkan dan memanfaatkan *task-task* dalam *data mining* untuk membantu menyelesaikan permasalahan riil. Studi kasus yang digunakan dalam penelitian ini adalah pencarian *spatio-temporal association rule* pada data demografi dan kesehatan di salah satu Kab./Kota di Jawa Timur. Data demografi dan kesehatan yang digunakan meliputi data penduduk setiap kelurahan, data puskesmas, dan data jumlah penderita penyakit demam berdarah untuk setiap kelurahan mulai tahun 2000 sampai dengan tahun 2005.

4. Implementasi dan uji coba

   Pengujian secara empiris algoritma yang telah dikembangkan dilakukan dengan implementasi algoritma tersebut untuk kasus tertentu dalam bentuk Sistem Informasi Geografis (SIG).

5. Evaluasi hasil uji coba dan pengembangan lebih lanjut.

   Uji coba yang dilakukan akan menghasilkan dua hal pokok yaitu pola *association rule* dan waktu komputasi algoritma.

III. HASIL PENELITIAN

Hasil-hasil penelitian yang diuraikan di sini meliputi perluasan konsep *item*, *itemset*, *frequent pattern* dan association rule dalam konteks *spatio-temporal*, algoritma pencarian *spatio-temporal association rule*, metode prapemrosesan data, dan pengujian empiris untuk perangkat lunak yang dikembangkan.

Item, Itemset, dan *association rule* dalam konteks *spatio-temporal*

Untuk mengekstrak *spatio-temporal association rule* pada himpunan data yang diberikan, pertama kali harus didefinisikan istilah *items* dan transaksi (*baskets*) dalam domain *spatio-temporal*. Dalam domain *spatio-temporal*, istilah item diperluas menjadi bentuk relasi spasial yang memenuhi batasan temporal. Istilah *itemsets* dalam domain *spatio-temporal* adalah konjungsi predikat $P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge \ldots \wedge P_n$ yang di dalamnya memuat predikat/relasi spasial yang memenuhi batasan *temporal*. Setiap record dalam tabel ‘transaksi’ merepresentasikan instans dari sebuah obyek spasial (*target feature type*) pada batasan waktu tertentu yang mana atribut-atributnya berupa predikat-predikat

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

spasial dan non-spasial. Relasi spasial dapat berupa relasi topologi (misalnya interseksi, *overlap*, *disjoint*, dan *meet*), relasi arah/orientasi (misalnya arah kiri, arah barat, dan timur), dan relasi jarak (misalnya jauh, dekat, dan jarak dengan nilai tertentu). Sedangkan batasan *temporal* dapat berupa titik waktu (*time-stamp*) dan interval. Beberapa contoh predikat terkait dengan data spasial antara lain *intersect*(X, fasilitas_kesehatan), *dekat*(X,sungai), kepadatan_penduduk(X,rendah), dan arah_kiri(Y, jalan).

Support dari konjungsi $P_1 \land P_2 \land P_3 \land ... \land P_n$ dalam suatu himpunan S, adalah jumlah obyek-obyek dalam S yang memenuhi P_1, P_2, P_3, ... dan P_n dibagi dengan jumlah obyek dalam S pada batasan waktu yang diberikan. Sedangkan *confidence* dari *rule* $P \rightarrow Q$ dalam himpunan S, adalah jumlah obyek yang memenuhi predikat-predikat dalam P dan Q dibagi dengan jumlah obyek yang memenuhi P. Sebuah predikat tunggal disebut dengan *1-predicate*. Konjungsi dari k predikat tunggal disebut dengan *k-predicate*. Sebuah konjungsi predikat P adalah *frequent* dalam himpunan S jika memenuhi *threshold* nilai *support*. Suatu *spatio-temporal association rule* dikatakan kuat (*strong*) jika *rule* tersebut mempunyai nilai *confidence* lebih dari atau sama dengan *threshold* nilai *confidence* dan memenuhi batasan waktu yang diberikan.

Berdasarkan definisi dari *association rule*, pendefinisian *spatio-temporal association rule* dilakukan dengan cara menambahkan parameter *temporal* kedalam *spatial association rule*, seperti yang sudah didefinisikan sebelumnya (pers. 1). Terdapat dua cara untuk merepresentasikan parameter *temporal*, yaitu penambahan secara eksplisit dan penambahan secara implisit. Pertama, penambahan waktu secara eksplisit dilakukan dengan cara menambahkan komponen waktu pada setiap *association rule* yang didapatkan apakah *association rule* itu berlaku pada satu instan waktu tertentu atau pada interval waktu tertentu. Jika persamaan (1) diubah untuk dapat mengakomodasi komponen *temporal*, didasari oleh rumusan dari Rainsford dan Roddick (1999), maka rumusan ini bisa dimodifikasi menjadi

$$P_1 \land P_2 \land ... \land P_n \rightarrow Q_1 \land Q_2 \land \ ... \land Q_n \quad (s, c)\ \ [t_i] \ \ldots\ldots\ldots(2)$$

untuk rule yang berlaku pada titik waktu t_i, dan

$$P_1 \land P_2 \land ... \land P_n \rightarrow Q_1 \land Q_2 \land \ ... \land Q_n \quad (s, c)\ \ [t_i, t_j] \ \ldots\ldots(3)$$

untuk rule pada interval waktu [t_i, t_j], dengan syarat terdapat satu diantara P_1, P_2, ... ,P_n, Q_1, Q_2, ... ,Q_n memuat relasi spasial. s menyatakan *threshold* nilai *support* dan c adalah *threshold* nilai *confidence*.

Cara yang kedua adalah dengan melakukan prapemrosesan data untuk mendapatkan perubahan nilai suatu atribut untuk interval waktu tertentu yang kemudian hasilnya akan dijadikan sebagai input untuk pencarian *association rule*. Penggunaan kedua cara ini akan menyebabkan metode prapemrosesan data dan pembangkitan *frequent itemset* yang berbeda. Pada penelitian ini, representasi parameter *temporal* yang digunakan adalah cara yang pertama yaitu penambahan waktu secara eksplisit pada *association rule* yang dihasilkan.

Metodologi *Spatio-temporal Association Rule Mining*

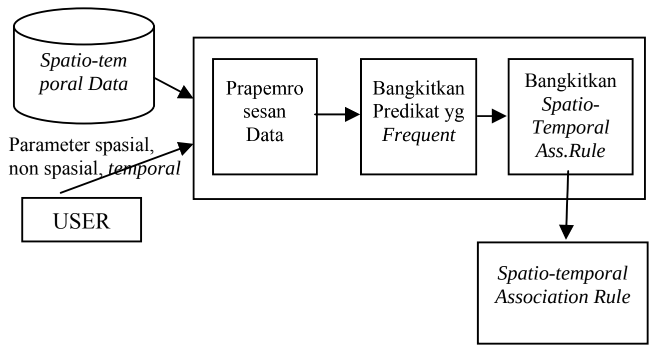
Sebagai sebuah *task* yang berfungsi untuk mendapatkan pola dari data, akan lebih bermanfaat jika algoritma *spatio-temporal association rule mining* diintegrasikan kedalam sebuah perangkat lunak SIG. Akan tetapi, data yang akan ditangani tidak bisa secara langsung digunakan oleh proses *mining,* karena algoritma *data mining* umumnya hanya bisa bekerja pada satu tabel saja. Sedangkan data yang dikelola dalam SIG tersimpan dalam banyak tabel pada sistem basisdata, sehingga diperlukan beberapa proses tambahan untuk mendapatkan data yang tersimpan dalam sebuah struktur tabel yang siap digunakan oleh proses *association rule mining*. Karena itu, diperlukan rumusan tentang strategi penerapan algoritma supaya proses *spatio-temporal association rule mining* dapat dilakukan.

Berdasarkan pada metodologi *spatial association rule mining* yang diajukan oleh Koperski (1999) dan Mukhlash dan Sitohang (2007), pada penelitian ini diajukan metodologi *association rule mining* pada data *spatio-temporal*. Strategi umum yang digunakan untuk mendapatkan *association rule* pada data *spatio-temporal* dapat didekomposisi menjadi tiga langkah berikut ini (lihat Gambar 1):

1. Prapemrosesan data yang bertujuan untuk mendapatkan 'item' yang berupa 'predikat', dan 'transaksi' yang berupa himpunan konjungsi predikat dari *spatio-temporal dataset*. Langkah ini sangat penting karena akan menghasilkan konjungsi predikat yang disimpan dalam sebuah tabel yang memuat predikat/relasi spasial dan nonspasial dengan parameter waktu yang diberikan (*timestamp* atau interval).

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

2. Bangkitkan predikat yang *frequent*, yang bertujuan untuk mendapatkan semua konjungsi predikat yang memenuhi *threshold minimum support* dan batasan waktu.
3. Bangkitkan *spatio-temporal association rule*, yang bertujuan untuk mendapatkan *rule* (dari *frequent itemsets* yang dihasilkan dari langkah sebelumnya) yang memenuhi *threshold minimum confidence* dan batasan waktu.



Gambar 1. Metodologi *Spatio-temporal Association Rules Mining*

Algoritma T-Apriori*

Sebagaimana dijelaskan sebelumnya, beberapa penelitian telah dilakukan untuk mengembangkan algoritma Apriori sehingga mampu menangani batasan waktu. Salah satu algoritma pengembangan Apriori dilakukan oleh Liang dkk. (2006) dan dinamakan dengan T-Apriori. Dalam T-Apriori, proses pembangkitan *frequent itemset* sama dengan algoritma Apriori, dengan penambahan penanganan khusus untuk informasi waktu. Selanjutnya, algoritma ini akan dikembangkan untuk dapat menangani data spasial dan dinamakan dengan algoritma T-Apriori*. Pada algoritma ini, input adalah basisdata *spatio-temporal* dan *minimum support* minsup. Sedangkan outputnya adalah himpunan *frequent predicates* yang dinyatakan dengan $\bigcup_k L_k$. Langkah pertama dari algoritma ini adalah mendapatkan semua record dalam tabel hasil prapemrosesan data yang memenuhi batasan waktu, dalam hal ini titik atau interval waktu tertentu. Langkah ini dilakukan oleh fungsi *Substract*, yaitu fungsi yang menghasilkan himpunan record yang memenuhi batasan waktu. Selanjutnya, dilakukan proses pencarian kandidat *frequent-predicates* dengan memanggil fungsi Apriori_Gen. Setelah kandidat didapatkan, proses selanjutnya adalah mendapatkan *spatial frequent-predicates* L_k, yaitu *frequent-predicates* L_k yang memuat relasi spasial.

Pada algoritma ini, c.count merepresentasikan nilai *support* dari *frequent predicates* c. Fungsi Apriori_Gen adalah fungsi untuk membangkitkan *frequent predicates* C_k. Input dari fungsi ini adalah L_{k-1} yang merupakan *(k-1)-frequent-predicates* dan outputnya adalah C_k. Dua proses utama dalam fungsi ini adalah *join* dan *prune*.

Algoritma T-Apriori*

Mining Spatio-Temporal Frequent Itemset dengan algoritma T-Apriori*

Input: *Basisdata Spatio-Temporal DB*, *minsup*

Output: *Results*= $\bigcup_k L_k$

```
Procedure ST-Apriori (DB, minsup)
(1)  for all RecordSets do
     // RecordSet∈DB, himpunan record dengan informasi waktu
(2)       Subtract(RecordSets)
         //Mengambil record-record yg memenuhi batasan waktu
(3)  end
(4)  Predicates = TRecordSets without TRecordSets.time
       // Itemset  hanya untuk satu titik/interval waktu saja
       // Lakukan pencarian Candidate predicates
(5)  C1={Candidate 1-Predicates}, L1={c∈C1|c.count ≥ minsup}
(6)  for (k=2; Lk-1 ≠ Ø; k++)
       // sampai tidak ada lagi frequent predicates yang
       // dibangkitkan
(7)       Ck=Apriori_Gen(Lk-1)
          // bangkitkan k-item kandidat frequent predicates
(8)       for all transaction t ∈ Predicates do begin
(9)          Ct = subset(Ck, t)
(10)         for all Candidates c ∈ Ct
(11)             c.count++
(12)  end
     // dapatkan support setiap candidate frequent predicates
(13)  Lk = { c ∈ Ck|c.count ≥ minsup} and contain spatial
           relation }
(14)  Return Lk
(15) end //procedure
```

Fungsi *Substract* merupakan fungsi untuk mendapatkan semua record dalam tabel hasil prapemrosesan data yang memenuhi batasan waktu. Selanjutnya, setelah *spatio-temporal frequent-predicates* didapatkan, untuk mendapatkan *spatio-temporal association rule* dapat dilakukan dengan memanggil algoritma Generate_Rule.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Algoritma Pembangkitan *Spatio-temporal Association Rule*

Input: $\bigcup_k L_k$

Output: Himpunan *Spatio-temporal Association Rule*

```
Procedure:
(1)  for all Lk, k≥2
(2)     H1 = {i|i∈Lk} // 1-item bagian konsekuen rule
(3)     call ap-genrules(Lk,H1)
(4)     Uji rule yang memenuhi syarat spasial dan tambahkan
        batasan temporal yang sesuai
(5)  end // procedure
```

Prosedur ap-genrules merupakan algoritma pembangkitan *rule* berbasis Apriori (Agrawal dkk., 1993). *Pseudo code* untuk algoritma ini diuraikan sebagai berikut:

```
Procedure ap-genrules(Lk, Hm):
(1)  k = |Lk|     // jumlah frequent predicates
(2)  m = |Hm|  // jumlah rule consequent
(3)  if k > m+1 then
(4)       Hm+1 = apriori-gen(Hm)
(5)       for each hm+1 ∈Hm+1 z
(6)          conf = σ(Lk)/ σ( Lk - hm+1)
(7)       if conf ≥ minconf
(8)          output the rule (Lk - hm+1) → hm+1
(9)       else
(10)         delete hm+1 from Hm+1
(11)      end
(12)    end
(13)    Call ap-gen(Lk, Hm+1)
(14)} // end procedure
```

Hasil Pengujian

Secara garis besar, pengujian ini bertujuan untuk mengevaluasi apakah metode yang dikembangkan telah memenuhi kriteria-kriteria yang ditentukan atau tidak. Selain itu, dilakukan juga analisis terhadap *association rule* yang dihasilkan. Evaluasi kinerja algoritma ditekankan pada analisis terhadap pola (*pattern*) yang dihasilkan dari penerapan algoritma tersebut.

Pengujian pertama dari rangkaian pengujian ini adalah menguji sub-modul prapemrosesan data. Input dari proses ini adalah data spasial dan non-spasial yang terkait dengan domain permasalahan dan disimpan dalam tabel-tabel. Hasil proses ini disimpan dalam sebuah tabel yang berisi himpunan *predicates*. *Predicates* yang dihasikan memuat batasan *temporal* tahun dan relasi spasial (penderita_tetangga dan

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

fasilitas_kesehatan). Salah satu contoh sebagian hasil prapemrosesan data dapat dilihat pada Gambar 2.

Tahun	Kode Kelura...	Nama Kelurahan	Kepadatan	Penderita Pe...	Fasilitas Kese...	Penderita Tet...
2000	3578090002	PutatJaya	Tinggi	Rendah	Ada	Sedang
2000	3578090003	Banyu Urip	Sedang	Rendah	Ada	Sedang
2000	3578090004	Kupang Krajan	Sedang	Rendah	Ada	Sedang
2000	3578090005	Petemon	Rendah	Rendah	Ada	Sedang
2000	3578090006	Sawahan	Rendah	Sedang	Ada	Sedang
2000	3578100001	Tembok Dukuh	Sedang	Rendah	Ada	Sedang
2000	3578100002	Bubutan	Rendah	Rendah	Tidak Ada	Sedang
2000	3578100003	Alun-alunContong	Rendah	Sedang	Tidak Ada	Rendah
2000	3578100004	Gundih	Sedang	Rendah	Tidak Ada	Rendah
2000	3578100005	Jepara	Sedang	Rendah	Ada	Rendah
2000	3578110001	EmbongKaliasin	Rendah	Rendah	Ada	Tinggi
2000	3578110002	Ketabang	Rendah	Sedang	Ada	Tinggi

Gambar 2. Contoh hasil prapemrosesan data

Setelah hasil prapemrosesan data diperoleh, langkah berikutnya adalah mencari *frequent predicates* dan *spatio-temporal association rule* berdasarkan nilai *threshold support* dan *confidence*. Pada uji coba ini, metode evaluasi terhadap *spatio-temporal association rule* yang dihasilkan adalah *objective interestingness measure* dengan menggunakan sebuah metrik pengukuran yang disebut dengan *lift*. Nilai *lift* dan hubungannya dengan korelasi antar *predicates* yang mendukungnya. Dari hasil uji coba, beberapa pola *spatio-temporal association rule* yang dapat ditemukan antara lain:

Kepadatan rendah → penderita rendah [2000], (C = 0.71, *Lift* = 1.246)
Kepadatan rendah → penderita rendah [2003], (C = 0.82, *Lift* = 1.281)
Kepadatan rendah → penderita rendah [2000, 2003], (C = 0.71, *Lift* = 1.183)
Faskes ada → penderita rendah [2001], (C = 0.64, *Lift* = 1.488)
Faskes ada AND Kepadatan rendah → Tetangga sedang AND
Penderita Rendah [2003], (C = 0.67, Lift = 1.914)

Berdasarkan beberapa contoh *association rule* yang didapatkan ini, dapat disimpulkan bahwa terdapat asosiasi yang positif antara wilayah dengan kepadatan rendah dan jumlah penderita yang rendah. Hal ini dibuktikan dengan munculnya *association rule* ini di setiap batasan waktu yang ada, baik titik waktu maupun interval. Selain itu, terdapat asosiasi yang positif antara tersedianya fasilitas kesehatan di suatu wilayah dengan jumlah penderita yang rendah, dan antara tersedianya fasilitas kesehatan di suatu wilayah dan mempunyai kepadatan rendah dengan jumlah penderita yang rendah dan jumlah penderita yang bernilai sedang di wilayah-wilayah tetangganya.

IV. SIMPULAN DAN SARAN

Dari uraian di atas dapat disimpulkan bahwa sistem yang dikembangkan mampu mendapatkan *spatio-temporal association rule* dari data yang diberikan. Dari hasil ujicoba didapatkan bahwa terdapat asosiasi yang kuat antara wilayah dengan kepadatan rendah dan jumlah penderita yang rendah, antara tersedianya fasilitas kesehatan di suatu wilayah dengan jumlah penderita yang rendah, antara tersedianya fasilitas kesehatan di suatu wilayah dan mempunyai kepadatan rendah dengan jumlah penderita yang rendah dan jumlah penderita yang bernilai sedang di wilayah-wilayah tetangganya.

V. DAFTAR PUSTAKA

1. Agrawal, R., Imielinski, T., dan Swami, A. (1993): Mining Assosiation Rules between Sets of Items in Large Databases, *Proceedings of the 1993 ACM SIGMOD Conference Washington DC, USA*, 207 - 216.
2. Liang, Z., Xinming, T., Lina, L., dan Wenliang, J. (2006): Temporal Association Rule Mining Based On T-Apriori Algorithm and Its Typical Applications, *Proceedings of International Symposium on Spatio-Temporal Modeling, Spatial Reasoning, Analysis, Data Mining and Data Fusion 2006*.
3. Koperski, K. dan Han, J. (1995): Discovery of Spatial Assosiation Rules in Geographic Information Databases, in Advances in Spatial Databases, *Proc. Of 4th Symp. SSD'95*, Springer Verlag, Berlin, 47-66.
4. Han, J. dan Kamber, M. (2006): *Data Mining: Concepts and Techniques, 2nd edition*, Morgan Kauffmann Publisher.
5. Hsu, W., Lee, M.L., dan Wang, J., (2008): *Temporal and Spatio-Temporal Data Mining*, IGI Publishing.
6. Mennis, J. dan Liu, J. (2005): Mining Asosiation Rules in Spatio-Temporal Data: An Analysis of Urban Socioeconomic and Land Cover Change, *Transactions in GIS*, **9(1)**, 5-17.
7. Miller, H.J. (2004): Geographic Data Mining and Knowledge Discovery, in J. P. Wilson and A. S. Fotheringham (eds.) *Handbook of Geographic Information Science*.
8. Mukhlash, I. dan Sitohang, B. (2007) Spatial Data Preprocessing for Mining Spatial Association Rule with Conventional Association Mining Algorithms, *Proceedings ICEEI2007*, STEI-ITB.
9. Rainsford, C.P. dan Roddick, J.F. (1999): Adding Temporal Semantic to Association Rules, *Proceedings of 3rd International Conference KSS Springer*, 504 – 509.

-oOo-

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

A – 9

Fungsi Generalisasi Supra Kontinu Pada Ruang Supra Topologi

Imam Supeno

Universita Negeri Malang
imam@mat.um.ac.id

Abstrak

Pada makalah ini dikenalkan fungsi generalisasi supra kontinu pada ruang supra topologi dan diselidiki sifat-sifatnya. Selanjutnya dikenalkan fungsi generalisasi supra buka dan fungsi generalisasi supra tutup, dan diselidiki keterkaitan di antara ketiganya.

Kata kunci: ruang supra topologi, fungsi generalisasi supra kontinu, fungsi generalisasi supra buka, fungsi generalisasi supra tutup

1. Pendahuluan

Ruang supra topologi dan sifat-sifatnya dikenalkan oleh Mashhour dkk, pada tahun 1983. Arockiarani dkk (2011), mengenalkan konsep himpunan generalisasi supra tutup (buka). Selanjutnya, Imam Supeno (2011) mengenalkan fungsi supra buka, fungsi supra tutup, dan supra homeomorfisma pada ruang supra topologi beserta sifat-sifatnya. Selanjutnya, pada makalah ini dikenalkan konsep baru tentang fungsi generalisasi supra kontinu, fungsi generalisasi supra tutup, dan fungsi generalisasi supra buka pada ruang supra topologi.

2. Pembahasan

Misalkan X sebarang himpunan tak kosong dan $P(X)$ adalah himpunan kuasa dari himpunan X. Keluarga himpunan $\tau \subset P(X)$ dikatakan topologi pada X jika memenuhi sifat-sifat berikut.

(a) $X, \varnothing \in \tau$.

(b) Jika $A_\alpha \in \tau, \forall \alpha \in \Lambda$, maka $\bigcup_{\alpha \in \Lambda} A_\alpha \in \tau$.

(c) Jika $A_i \in \tau, i = 1, 2, 3, \cdots, n$, maka $\bigcap_{i=1}^{n} A_i \in \tau$.

Pasangan (X,τ) disebut ruang topologi. Anggota-anggota keluarga himpunan τ disebut himpunan buka di (X,τ) dan komplemen dari himpunan buka disebut himpunan tutup.

Definisi 1. (Mashhour, 1983) Keluarga himpunan $\mu \subset P(X)$ dikatakan supra topologi pada X jika memenuhi sifat-sifat berikut.

(d) $X, \varnothing \in \mu$.

(e) Jika $A_\alpha \in \mu, \forall \alpha \in \Lambda$, maka $\bigcup_{\alpha \in \Lambda} A_\alpha \in \mu$.

Pasangan (X,μ) disebut ruang supra topologi. Anggota-anggota keluarga himpunan μ disebut himpunan supra buka di (X,μ) dan komplemen dari himpunan supra buka disebut himpunan supra tutup.

Definisi 2. (Mashhour, 1983) Misalkan (X,τ) ruang topologi dan μ supra topologi pada X. Supra topologi μ dikatakan bersesuaian dengan topologi τ jika $\mu \subset \tau$.

Definisi 3. (Arockiarani, 2011) Misalkan (X,μ) ruang supra topologi.. Himpunan $A \subset X$ disebut himpunan generalisasi supra tutup bila $Cl^{\mu}(A) \subset O$ untuk setiap himpunan supra buka O yang $A \subset O$. Komplemen dari himpunan generalisasi supra tutup disebut himpunan generalisasi supra buka.

Akibat 1. Setiap himpunan supra tutup (buka) adalah generalisasi supra tutup (buka).

Bukti:

Misalkan $A \subset X$ adalah himpunan supra tutup di (X,τ), maka $Cl^{\mu}(A) = A$. Akibatnya $Cl^{\mu}(A) \subset O$ untuk setiap himpunan supra buka O yang $O \subset A$. Jika $B \subset X$ adalah himpunan supra buka di (X,τ), maka komplemennya, B^c supra tutup. Akibatnya B^c adalah himpunan generalisasi supra tutup. Jadi, $B = (B^c)^c$ adalah himpunan generalisasi supra buka.

Definisi 4. Misalkan (X,τ) dan (Y,σ) ruang topologi, μ dan ν berturut-turut adalah supra topologi yang bersesuaian dengan topologi τ dan σ. Fungsi $f: X \to Y$

dikatakan fungsi generalisasi supra kontinu jika $f^{-1}(O)$ himpunan generalisasi supra tutup di (X,μ) untuk setiap himpunan tutup O di (Y,σ).

Akibat 6. Setiap fungsi supra kontinu adalah fungsi generalisasi supra kontinu.

Bukti:

Ambil sebarang himpunan tutup O di (Y,σ). Karena fungsi $f: X \to Y$ supra kontinu, maka himpunan $f^{-1}(O)$ supra tutup di (X,μ) . Menurut Akibat 1, himpunan supra tutup adalah generalisasi supra tutup. Jadi, fungsi $f: X \to Y$ adalah generalisasi supra kontinu.

Teorema 1. Misalkan (X,τ) dan (Y,σ) ruang topologi, μ dan ν berturut-turut adalah supra topologi yang bersesuaian dengan topologi τ dan σ. Jika $f: X \to Y$ adalah fungsi, maka pernyataan-pernyataan berikut adalah ekivalen.

(1) Fungsi f adalah generalisasi supra kontinu.

(2) $f^{-1}(A)$ adalah himpunan generalisasi supra buka di (X,μ), untuk setiap himpunan A buka di (Y,σ).

(3) $f\left(Cl^{\mu}(A)\right) \subset Cl\left(f(A)\right)$ untuk setiap $A \subset X$.

(4) $Cl^{\mu}\left(f^{-1}(B)\right) \subset f^{-1}\left(Cl(B)\right)$ untuk setiap $B \subset Y$.

Bukti:

(1) $\Rightarrow$(2) Misalkan f adalah fungsi generalisasi supra kontinu dan misalkan $A \subset Y$ adalah himpunan sebarang buka di (Y,σ). Akibatnya komplemenya, A^c tutup di (Y,σ). Karena fungsi f generalisasi supra kontinu, maka himpunan $f^{-1}(A^c)$ generalisasi supra tutup di (X,μ). Karena $f^{-1}(A^c) = \left[f^{-1}(A)\right]^c$, maka himpunan $\left[f^{-1}(A)\right]^c$ generalisasi supra tutup di (X,μ). Jadi, himpunan $f^{-1}(A)$ adalah generalisasi supra buka di (X,μ).

(2) $\Rightarrow$(1) Misalkan $B \subset Y$ adalah himpunan tutup di (Y,σ), maka himpunan O^c buka. Berdasarkan hipotesis, maka himpunan $f^{-1}(B^c)$ adalah generalisasi supra buka di (X,μ), Karena $f^{-1}(B^c)=\left[f^{-1}(B)\right]^c$, maka himpunan $\left[f^{-1}(B)\right]^c$ adalah generalisasi supra buka. Akibatnya, himpunan $f^{-1}(B)$ adalah generalisasi supra tutup. Jadi, fungsi f adalah generalisasi supra kontinu.

(2) $\Rightarrow$(3) Misalkan $A \subset X$, maka himpunan $Cl(f(A))$ adalah tutup di (Y,σ). Karena fungsi f generalisasi supra kontinu, maka himpunan $f^{-1}(Cl(f(A)))$ generalisasi supra tutup di (X,μ). Karena $A \subset f^{-1}(Cl(f(A)))$, maka $Cl^{\mu}(A) \subset Cl^{\mu}\left[f^{-1}(Cl(f(A)))\right]$. Karena $f^{-1}(Cl(f(A)))$ generalisasi supra tutup di (X,μ), maka $Cl^{\mu}\left[f^{-1}(Cl(f(A)))\right]= f^{-1}(Cl(f(A)))$. Akibatnya, $Cl^{\mu}(A) \subset f^{-1}(Cl(f(A)))$. Jadi, $f(Cl^{\mu}(A)) \subset f\left(f^{-1}(Cl(f(A)))\right) = Cl(f(A))$.

(3) $\Rightarrow$(4) Misalkan $f(Cl^{\mu}(A)) \subset Cl(f(A))$ untuk setiap $A \subset X$. Ambil sebarang himpunan $B \subset Y$, maka $f^{-1}(B) \subset X$. Akibatnya $f\left(Cl^{\mu}(f^{-1}(B))\right) \subset Cl\left(f(f^{-1}(B))\right)$. Karena $f(f^{-1}(B)) \subset B$, maka $Cl\left(f(f^{-1}(B))\right) \subset Cl(B)$. Akibatnya, $f\left(Cl^{\mu}(f^{-1}(B))\right) \subset Cl(B)$. Jadi, $Cl^{\mu}(f^{-1}(B)) \subset f^{-1}(Cl(B))$.

(4) $\Rightarrow$(1) Misalkan himpunan O tutup di (Y,σ), maka berdasarkan hipotesis, maka $Cl^{\mu}(f^{-1}(O)) \subset f^{-1}(Cl(O))$. Karena himpunan O tutup di (Y,σ), maka $Cl(O)=O$. Akibatnya, $Cl^{\mu}(f^{-1}(O)) \subset f^{-1}(O)$. Jadi, himpunan $f^{-1}(O)$ adalah generalisasi supra tutup di (X,μ). Jadi terbukti bahwa fungsi f adalah generalisasi supra kontinu.

Definisi 5. Misalkan (X,τ) dan (Y,σ) ruang topologi, μ dan ν berturut-turut adalah supra topologi yang bersesuaian dengan topologi τ dan σ. Fungsi $f: X \to Y$

dikatakan generalisasi supra tutup jika $f(O)$ generalisasi supra tutup di (Y,σ) untuk setiap himpunan tutup O di (X,τ).

Teorema 2. Misalkan (X,τ) dan (Y,σ) ruang topologi, μ dan ν berturut-turut adalah supra topologi yang bersesuaian dengan topologi τ dan σ. Fungsi $f:X\to Y$ adalah generalisasi supra tutup jika dan hanya jika $Cl_g^{\nu}(f(A))\subset f(Cl(A))$ untuk setiap himpunan $A\subset X$.

Bukti:

$(\Rightarrow)$ Misalkan $A\subset X$. Karena $A\subset Cl(A)$, maka $f(A)\subset f(Cl(A))$. Karena $Cl(A)$ tutup di (X,μ) dan f adalah fungsi generalisasi supra tutup , maka himpunan $f(Cl(A))$ adalah generalisasi supra tutup di (Y,σ). Sedangkan $Cl_g^{\nu}(f(A))$ merupakan himpunan generalisasi supra tutup terkecil yang memuat $f(A)$, akibatnya $Cl_g^{\nu}(f(A))\subset f(Cl(A))$.

$(\Leftarrow)$ Misalkan A adalah himpunan tutup di (X,τ), maka $Cl(A)=A$. Berdasarkan hipotesis $Cl_g^{\nu}(f(A))\subset f(Cl(A))$, maka $Cl_g^{\nu}(f(A))\subset f(A)$. Jadi, himpunan $f(A)$ adalah generalisasi supra tutup di (Y,ν).

Definisi 6. Misalkan (X,τ) dan (Y,σ) ruang topologi, μ dan ν berturut-turut adalah supra topologi yang bersesuaian dengan topologi τ dan σ. Fungsi $f:X\to Y$ dikatakan generalisasi supra buka jika $f(O)$ generalisasi supra buka di (Y,σ) untuk setiap himpunan buka O di (X,τ).

Teorema 3. Misalkan (X,τ) dan (Y,σ) ruang topologi, μ dan ν berturut-turut adalah supra topologi yang bersesuaian dengan topologi τ dan σ. Fungsi $f:X\to Y$ adalah generalisasi supra buka jika dan hanya jika $f(Int(A))\subset Int_g^{\nu}(f(A))$, untuk setiap himpunan $A\subset X$.

Bukti:

$(\Rightarrow)$ Misalkan fungsi $f:X\to Y$ adalah generalisasi supra buka. Karena $Int(A)\subset A$, maka $f(Int(A))\subset f(A)$. Karena $Int(A)$ buka di (X,τ) dan f adalah fungsi

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

generalisasi supra buka , maka himpunan $f\left(Int\left(A\right)\right)$ adalah generalisasi supra buka di $\left(Y,\sigma\right)$. $Cl_g^{\nu}\left(f\left(A\right)\right)$ Karena Int_g^{ν} merupakan himpunan generalisasi supra buka terbesar yang termuat di $f\left(A\right)$, maka $f\left(Int\left(A\right)\right)\subset Int_g^{\nu}\left(f\left(A\right)\right)$.

$\left(\Leftarrow\right)$ Jika A adalah himpunan buka di $\left(X,\tau\right)$, maka $f\left(Int\left(A\right)\right)\subset Int_g^{\nu}\left(f\left(A\right)\right)$. Karena $Int\left(A\right)=A$, maka $f\left(A\right)\subset Int_g^{\nu}\left(f\left(A\right)\right)$ Jadi, himpunan $f\left(A\right)$ adalah generalisasi supra buka di $\left(Y,\nu\right)$.

Teorema 3. Misalkan $\left(X,\tau\right)$ dan $\left(Y,\sigma\right)$ ruang topologi, μ dan ν berturut-turut adalah supra topologi yang bersesuaian dengan topologi τ dan σ. Jika $f:X\rightarrow Y$ adalah fungsi bijektif, maka pernyataan-pernyataan berikut ekivalen.

(1) f dan f^{-1} adalah fungsi generalisasi supra kontinu.

(2) f dan f^{-1} adalah fungsi generalisasi supra buka.

(3) f dan f^{-1} adalah fungsi generalisasi supra tutup.

Bukti:

(1) $\Rightarrow$ (2) Misalkan f dan f^{-1} adalah fungsi generalisasi supra kontinu. Misalkan A adalah himpunan buka di $\left(X,\tau\right)$. Karena f^{-1} fungsi generalisasi supra kontinu, maka $\left(f^{-1}\right)^{-1}\left(A\right)=f\left(A\right)$ adalah himpunan generalisasi supra buka. Jadi, fungsi f adalah generalisasi supra buka. Misalkan B adalah himpunan buka di $\left(Y,\sigma\right)$. Karena f fungsi generalisasi supra kontinu, maka $f^{-1}\left(B\right)$ adalah himpunan generalisasi supra buka di $\left(X,\tau\right)$. Jadi, fungsi f^{-1} adalah generalisasi supra buka.

(2) $\Rightarrow$ (3) Misalkan f dan f^{-1} adalah fungsi generalisasi supra buka. Misalkan A adalah himpunan tutup di $\left(Y,\sigma\right)$, maka A^c adalah himpunan buka. Karena f^{-1} fungsi generalisasi supra buka, maka $f^{-1}\left(A^c\right)=\left[f^{-1}\left(A\right)\right]^c$ adalah himpunan generalisasi supra buka di $\left(X,\tau\right)$. Akibatnya, himpunan $f^{-1}\left(A\right)$ adalah himpunan generalisasi supra tutup. Jadi, fungsi f^{-1} adalah generalisasi supra tutup. Misalkan B adalah himpunan tutup di $\left(X,\tau\right)$, maka himpunan B^c adalah buka. Karena f fungsi generalisasi supra

buka, maka $f\left(B^c\right)=\left[f\left(B\right)\right]^c$ adalah himpunan generalisasi supra buka di $\left(Y,\sigma\right)$. Akibatnya, himpunan $f\left(B\right)$ adalah generalisasi supra tutup. Jadi, fungsi f adalah generalisasi supra tutup.

(3) $\Rightarrow$ (1) Misalkan f dan f^{-1} adalah fungsi generalisasi supra tutup. Misalkan A adalah himpunan tutup di $\left(X,\tau\right)$. Karena f fungsi generalisasi supra tutup, maka $\left(f^{-1}\right)^{-1}\left(A\right)=f\left(A\right)$ adalah himpunan generalisasi supra tutup di $\left(Y,\sigma\right)$. Jadi, fungsi f^{-1} adalah generalisasi supra kontinu. Misalkan B adalah himpunan tutup di $\left(Y,\sigma\right)$. Karena f^{-1} fungsi generalisasi supra tutup, maka $f^{-1}\left(B\right)$ adalah himpunan generalisasi supra tutup di $\left(X,\tau\right)$. Jadi, fungsi f adalah generalisasi supra tutup.

3. Kesimpulan

Berdasarkan uraian di atas dapat disimpulkan bahwa fungsi generalisasi supra kontinu dan inversnya, fungsi generalisasi supra buka dan inversnya, dan fungsi generalisasi supra tutup dan inversnya adalah ekivalen jika fungsinya bijektif.

4. Daftar Pustaka

Mashhour, A. S. 1983. Indian Journal Pure and Applied Mathematics 14(4). *On Supratopological Spaces*. p: 502 – 510.

Arockiarani and Pricilla, M.T. 2011. International Journal Computer Science and Emerging Technologies 2(4). $\pi\Omega-$*Closed and* $\pi\Omega s-$*closed set in Supra Topoloical Space*. p: 534 – 538.

Supeno, I. 2011. *Fungsi Supra Buka, Fungsi Supra Tutup, dan Supra Homeomorfisma pada Ruang Supra Topologi*. Makalah disajikan pada Seminar Nasional Matematika di UNESA pada tanggal 22 Oktober 2011. Surabaya: Universitas Negeri Surabaya.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

A – 10

Diagonalisasi Matriks Atas Ring Komutatif

Joko Harianto[1], Puguh Wahyu Prasetyo[2], Vika Yugi Kurniawan[3], Sri Wahyuni[4]
[1]Mahasiswa S2 Matematika FMIPA UGM, [2]Mahasiswa S2 Matematika FMIPA UGM,
[3]Mahasiswa S2 Matematika FMIPA UGM, [4]Dosen PS S2 Matematika Jurusan Matematika FMIPA UGM

Abstrak

Dalam artikel ini akan dibicarakan proses diagonalisasi matriks atas ring komutatif sebagai perluasan dari matriks atas lapangan yang sudah dikenal pada Aljabar Linear Elementer. Untuk membahas proses diagonalisasi matriks atas ring komutatif diperlukan nilai eigen, vektor eigen, ruang eigen dan spektrum dari matriks atas ring komutatif. Tentu saja, pendefinisiannya tidak berbeda dengan pendefinisian pada matriks atas lapangan yang telah dikenal dalam Aljabar Linear Elementer.

Namun, menurut teori modul bahwa submodul yang dibangun oleh kolom-kolom matriks atas ring belum tentu punya basis. Selain itu, adanya kendala dalam karakterisasi keterdiagonalan suatu matriks atas ring komutatif, yaitu tidak berlakunya aksioma eksistensi invers elemen tak nol, dan kemungkinan adanya elemen pembagi nol. Oleh karena itu, dalam artikel ini akan dipresentasikan lebih lanjut karakterisasi matriks atas suatu ring komutatif dapat didiagonalkan. Salah satu sifat yang akan dipresentasikan adalah suatu matriks bujur sangkar A atas suatu ring komutatif R dapat didiagonalkan atas R jika dan hanya jika gabungan semua ruang eigen untuk setiap nilai eigennya yang bersesuaian memuat basis untuk R^n. Dapat ditunjukkan bahwa nilai eigen yang diambil cukup nilai eigen yang sekaligus menjadi akar-akar polinomial karakteristiknya.

Kata kunci : nilai dan vektor eigen, spektrum, dan diagonalisasi matriks

I. Pendahuluan

Salah satu jenis matriks bujur sangkar yang sering dipelajari dan digunakan dalam berbagai aplikasi adalah matriks diagonal. Matriks diagonal merupakan matriks yang seluruh elemen-elemennya atau entri-entrinya sama dengan nol kecuali pada diagonal utamanya yang tidak semuanya nol. Karena matriks diagonal memiliki sifat-sifat sederhana dalam berbagai operasi perhitungan maka banyak masalah terapan menggunakan matriks diagonal ini. Salah satu contoh penerapannya adalah dalam menyelesaikan sistem persamaan differensial. Matriks yang sering dikenal terutama pada aljabar linear elementer merupakan matriks yang didefinisikan atas suatu lapangan. Dengan kata lain, matriks yang semua entrinya mempunyai invers terhadap operasi perkalian, kecuali nol. Sehingga dari sini dapat dicari matriks diagonalnya. Sebagai contoh, misalnya dalam persoalan penyelesaian solusi persamaan differensial. Pandang sistem persamaan differensial berikut :

$$\left.\begin{aligned} y'_1 &= y_1 + y_2 \\ y'_2 &= 4y_1 - 2y_2 \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Matriks koefisien dari sistem (1) adalah $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$. Dengan perhitungan matriks diperoleh matriks $P = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{4} \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, sehingga diperoleh $P^{-1}AP = D = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$. Oleh karena itu dengan substitusi $Y = PU$ dan $Y' = PU'$ menghasilkan "sistem diagonal" yang baru sebagai berikut.

$U' = DU = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} U$ atau $\left.\begin{matrix} u'_1 = u_1 \\ u'_2 = -3u_1 \end{matrix}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(2)$

Diketahui bahwa $y' = ay$ mempunyai fungsi solusi umum $y = ce^{ax}$, dengan c sebarang konstanta. Dari sini diperoleh solusi sistem (2) adalah

$$u_1 = c_1 e^{2x}$$

$$u_2 = c_2 e^{-3x}$$

Atau $u = \begin{bmatrix} c_1 e^{2x} \\ c_2 e^{-3x} \end{bmatrix}$, sehingga persamaan $Y = PU$ menghasilkan solusi Y sebagai berikut :

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{4} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 e^{2x} \\ c_2 e^{-3x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 e^{2x} - \frac{1}{4} c_2 e^{-3x} \\ c_1 e^{2x} + c_2 e^{-3x} \end{bmatrix}$$

Akan tetapi bagaimana apabila struktur dari lapangan tersebut diperlemah menjadi ring komutatif, apakah matriks bujur sangkar atas ring komutatif secara umum dapat didiagonalkan atau bagaimanakah karakterisasi matriks atas suatu ring komutatif dapat didiagonalkan. Dalam artikel ini akan dijelaskan karakterisasi matriks atas suatu ring komutatif yang dapat didiagonalkan.

II. Pembahasan

Definisi 3.1 (Brown, 1993)

Misalkan $A \in M_{n\times n}(R)$, dengan R adalah sebarang ring komutatif yang memiliki elemen satuan.

i. Suatu elemen $\lambda \in R$, disebut nilai eigen matriks A jika dipenuhi $A\text{v} = \lambda\text{v}$ untuk suatu $\text{v} \in R^n$ yang tak nol.
ii. $\mathcal{G}(A) = \{\lambda \in R | \lambda \text{ nilai eigen A}\}$ disebut spektrum dari matriks A.
iii. Vektor tak nol $\text{v} \in R^n$ disebut vektor eigen A jika $A\text{v} = \lambda\text{v}$ untuk suatu $\lambda \in R$.

iv. $E(\lambda) = \{v \in R^n | Av = \lambda v\}$ disebut ruang eigen yang bersesuaian dengan suatu nilai eigen $\lambda \in \mathcal{G}(A)$.

v. $\Re(A) = \{\lambda \in R | C_A(\lambda) = 0\}$ disebut himpunan akar-akar $C_A(\lambda)$ di R.

Dengan demikian, jika $A \in M_{n\times n}(R)$ mempunyai nilai eigen λ, maka terdapat vektor tak nol $\mathbf{v} \in R^n$ sedemikian sehingga $A\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v}$. Vektor $\mathbf{v}$ tersebut dikatakan sebagai vektor eigen yang bersesuaian dengan nilai eigen λ. Menurut definisi 3.1(iv), dapat dilihat bahwa $\mathbf{v} \in E(\lambda)$ sehingga $E(\lambda) \neq \emptyset$. Jelas bahwa, $E(\lambda) = NS[\lambda I_n - A]$, dengan NS menotasikan Null Space (ruang nol/ruang solusi). Selanjutnya, polinomial karakteristik matriks A dinotasikan sebagai $C_A(\lambda)$ dan $Z(R)$ menotasikan himpunan semua elemen pembagi nol (kanan dan kiri) dalam R.

Berikut ditunjukkan beberapa lemma yang akan digunakan untuk membahas karakterisasi dari keterdiagonalan matriks atas suatu ring komutatif.

Lemma 3.2 (Brown, 1993)

λ adalah nilai eigen A $\left(\lambda \in \mathcal{G}(A)\right)$ jika dan hanya jika $C_A(\lambda) \in Z(R)$.

$C_A(\lambda)$ dapat dipandang sebagai fungsi polinom dari R ke R. Nilai $C_A(R)$ pada suatu elemen $Z \in R$, ditulis dengan $C_A(Z)$. Jika λ adalah suatu nilai eigen A, maka menurut lemma 3.2 $C_A(\lambda)$ adalah pembagi nol di R.

Contoh:

Misalkan $R = \mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$ dan

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \in M_{2\times 2}(R)$$

Maka

$Z(R) = \{0, 2\}$

$$\begin{aligned} C_A(\lambda) &= \det(\lambda I_2 - A) \\ &= \det \begin{bmatrix} \lambda - 1 & -2 \\ 0 & \lambda - 1 \end{bmatrix} \\ &= \lambda^2 + 2\lambda + 1 \end{aligned}$$

Selanjutnya, dapat dihitung bahwa:

$C_A(0) = 1 \notin Z(R)$, $C_A(1) = 0 \in Z(R)$, $C_A(2) = 1 \notin Z(R)$, $C_A(3) = 0 \in Z(R)$

Jadi, nilai eigen matriks A adalah $\lambda = 1$ dan $\lambda = 3$, sehingga $\mathcal{G}(A) = \Re(A) = \{1, 3\}$.

Lemma 3.3 (Brown, 1993)

Misalkan $\lambda \in \mathcal{G}(A)$ dan $Av = \lambda v$ untuk suatu $v \neq 0 \in R^n$. Jika $\{v\}$ bebas linear atas R ,maka $C_A(\lambda) = 0$.

Perlu diperhatikan bahwa kebalikan dari lemma 3.3 belum tentu berlaku. Artinya, walaupun

$C_A(\lambda) = 0$ dengan $\lambda \in \mathcal{G}(A)$ dan $Av = \lambda v$, belum tentu vektor eigen yang bersesuaian dengan nilai eigennya bebas linear atas R.

Berikut ini contoh penyangkalnya:

Misalkan $R = \mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$ dan

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \in M_{2\times 2}(R)$$

Maka

$Z(R) = \{0, 2\}$

$$\begin{aligned} C_A(\lambda) &= \det(\lambda I_2 - A) \\ &= \det \begin{bmatrix} \lambda - 3 & 0 \\ 0 & \lambda - 3 \end{bmatrix} \\ &= \lambda^2 + 2\lambda + 1 \end{aligned}$$

Ambil $\lambda = 1$, diperoleh $C_A(\lambda) = 0$. Selanjutnya, dapat dihitung bahwa

$$\begin{aligned} E(1) &= NS(I_n - A) \\ &= NS \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \\ &= \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \right\} \end{aligned}$$

Diperhatikan bahwa tak ada satupun vektor di $E(1)$ yang bebas linear atas R, karena $2E(1) = 0$.

Berdasarkan definisi 3.1(v), bila R hanya merupakan ring komutatif maka mungkin saja $\Re(A)$ memiliki lebih dari n elemen. Bahkan mungkin saja $\Re(A)$ tidak mempunyai elemen. Pada keadaan tertentu, lemma 3.2 berakibat $\Re(A) \subseteq \mathcal{G}(A)$. Selanjutnya, $\Re(A)$ menjadi himpunan yang perlu diperhatikan untuk menentukan apakah suatu matriks atas ring komuatatif dapat didiagonalkan.

Definisi 3.5 (Brown, 1993)

Misalkan $A \in M_{n\times n}(R)$. Matriks A dapat didiagonalkan atas R jika terdapat matriks invertibel Misalkan P sedemikian sehingga Misalkan $P^{-1}AP$ merupakan matriks diagonal atas R.

Definisi 3.5 sama artinya jika disebutkan matriks A similar dengan suatu matriks diagonal. Jadi, jika dikatakan suatu matriks A similar dengan B, ini berarti terdapat matriks invertibel P sedemikian sehingga $P^{-1}AP = B$.

Teorema 3.6 (Brown, 1993 "Sifat Keterdiagonalan Matriks atas Ring Komutatif")

Misalkan $A \in M_{n\times n}(R)$. Matriks A dapat didiagonalkan jika dan hanya jika $\bigcup_{\lambda\in\Re(A)} E(\lambda)$ memuat suatu basis dari R-modul di R^n.

Bukti:

(⇒) Diketahui $A \in M_{n\times n}(R)$ dapat didiagonalkan. Artinya, terdapat matriks P invertibel sedemikian sehingga $P^{-1}AP = D = \mathrm{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) \in M_{n\times n}(R)$.

Selanjutnya,

$$P^{-1}AP = D \Leftrightarrow AP = PD$$

Misalkan $P = (w_1| \dots |w_n)$, maka

$AP = (Aw_1| \dots |Aw_n)$ dan $PD = (\lambda_1 w_1| \dots |\lambda_n w_n)$

Karena $AP = PD$, maka $Aw_i = \lambda_i w_i, \forall i = 1, 2, \dots, n$.

Karena P invertibel, maka $\{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ adalah suatu basis dari R-modul di R^n.

Secara khusus, setiap himpunan $\{w_i\}$ adalah bebas linear $\forall i = 1, 2, \dots, n$.

Menurut lemma 3.3, $C_A(w_i) = 0, \forall i = 1, 2, \dots, n$ atau dikatakan $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in \Re(A)$ dan $w_i \in E(\lambda_i), \forall i$. Akibatnya, $\{w_1, w_2, \dots, w_n\} \subseteq \bigcup_{\lambda\in\Re(A)} E(\lambda)$.

Jadi, $\bigcup_{\lambda\in\Re(A)} E(\lambda)$ memuat suatu basis dari R-modul di R^n.

(⇐) Diketahui $\bigcup_{\lambda\in\Re(A)} E(\lambda)$ memuat suatu basis R-modul di R^n.

Misalkan basis tersebut adalah $\{w_1, w_2, \dots, w_n\}$, maka setiap w_i adalah vektor eigen yang bersesuaian dengan nilai eigen $\lambda_i \in \Re(A)$ untuk $i = 1, 2, \dots, n$.

Berarti, $Aw_i = \lambda_i w_i, \forall i = 1, 2, \dots, n$.

Bentuk $P = (w_1| \dots |w_n)$, karena $\{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ basis R-modul di R^n, maka P invertibel.

Selanjutnya,

$$\begin{aligned} AP &= A(w_1|\dots|w_n) \\ &= (Aw_1|\dots|Aw_n) \\ &= (\lambda_1 w_1|\dots|\lambda_n w_n) \\ &= (w_1|\dots|w_n)\mathrm{diag}\,(\lambda_1,\lambda_2,\dots,\lambda_n) \\ &= PD \end{aligned}$$

Karena P^{-1} ada, diperoleh $P^{-1}AP = D$.

Jadi, matriks A dapat didiagonalkan.

Teorema 3.6 mengatakan bahwa untuk menentukan apakah suatu matriks sebarang atas suatu ring komutatif dapat didiagonalkan atau tidak, cukup dengan menyelidiki ruang-ruang eigen matriks tersebut yang bersesuaian dengan semua akar-akar polinomial karakteristiknya. Jika gabungan dari semua ruang eigen ini memuat sejumlah vektor yang bebas linear yang dapat membangun R^n, maka matriks tersebut dapat didiagonalkan.

Contoh:

Misalkan $R = \mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$ dan

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \in M_{2\times 2}(R)$$

Maka

$Z(R) = \{0, 2, 3, 4\}$

$$\begin{aligned} C_A(\lambda) &= \det(\lambda I_2 - A) \\ &= \det\begin{bmatrix} \lambda - 1 & 0 \\ -4 & \lambda - 2 \end{bmatrix} \\ &= \lambda^2 + 3\lambda + 2 \end{aligned}$$

Selanjutnya, dapat dihitung bahwa:

$C_A(0) = 2 \in Z(R)$,

$C_A(1) = 0 \in Z(R)$,

$C_A(2) = 0 \in Z(R)$,

$C_A(3) = 2 \in Z(R)$,

$C_A(4) = 0 \in Z(R)$,

$C_A(5) = 0 \in Z(R)$.

Jadi, diperoleh $\mathcal{G}(A) = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ dan $\Re(A) = \{1, 2, 4, 5\}$.

Dapat dilihat bahwa meskipun $C_A(\lambda) = \lambda^2 + 3\lambda + 2$ adalah polinomial monik berderajat dua, namun memiliki empat akar berbeda di R. Setiap elemen R adalah nilai eigen matriks A. Menururt Lemma 3.3, untuk menentukan apakah matriks A dapat didiagonalkan, cukup diselidiki empat ruang eigen, yaitu $E(1)$, $E(2)$, $E(4)$ dan $E(5)$.

Dengan persamaan karakteristik $(\lambda I_2 - A)v = 0$, maka:

Untuk $\lambda = 1$, diperoleh $E(1) = NS\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

$$= \left\{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}\right\}$$

Untuk $\lambda = 2$, diperoleh $E(2) = NS\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

$$= \left\{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}\right\}$$

Untuk $\lambda = 4$, diperoleh $E(4) = NS\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

$$= \left\{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}\right\}$$

Untuk $\lambda = 5$, diperoleh $E(5) = NS\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

$$= \left\{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}\right\}$$

Jika seluruh ruang eigen tersebut digabungkan diperoleh

$$\bigcup_{\lambda \in \Re(A)} E(\lambda)$$

$$= \left\{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}\right\}$$

Diperhatikan bahwa salah satu basis dari R-modul di R^2 adalah

$$B_1 = \left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right\} \subseteq \bigcup_{\lambda \in \Re(A)} E(\lambda)$$

Jadi menurut Teorema 3.6, matriks A dapat didiagonalkan atas R.

Jika dibentuk $P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, maka $AP = \left[A\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \middle| A\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = P\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$.

Oleh karena itu, $P^{-1}AP = \mathrm{diag}(1,2)$.

Selanjutnya, basis dari R-modul di R^2 lainnya adalah

$$B_2 = \left\{\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}\right\} \subseteq \bigcup_{\lambda \in \Re(A)} E(\lambda)$$

Jika dibentuk $Q = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, maka $AQ = \left[A\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \middle| A\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}\right] = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} = P\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$.

Oleh karena itu, $P^{-1}AP = \mathrm{diag}(4,5)$.

Jadi, A similar dengan sedikitnya dua matriks diagonal di $M_{n\times n}(R)$.

Contoh tersebut mengilustrasikan perbedaan penting keterdiagonalan matriks atas suatu lapangan dengan atas suatu ring komutatif.

Jika matriks A similar dengan B di $M_{n\times n}(R)$, maka dapat dibuktikan bahwa $\lambda I_2 - A$ similar dengan $\lambda I_2 - B$ di $M_{n\times n}(R)$. Khususnya, $C_A(\lambda) = C_B(\lambda)$, yaitu matriks-matriks yang similar mempunyai polinomial karakteristik sama.

Atas suatu lapangan, jika suatu matriks A similar dengan matriks $\mathrm{diag}(d_1, d_2, \dots, d_i)$ dan matriks $\mathrm{diag}(e_1, e_2, \dots, e_i)$, maka barisan $(e_1, e_2, \dots, e_i)$ hanyalah permutasi lain dari barisan $(d_1, d_2, \dots, d_i)$. Jadi, atas suatu lapangan sebarang matriks diagonal yang similar dengan A adalah unik, tergantung pada permutasi dari entri-entri diagonalnya. Hal ini tidak berlaku pada kasus matriks atas suatu ring komutatif sebarang. Pada contoh dapat dilihat bahwa A similar dengan $\mathrm{diag}(1,2)$ dan juga similar dengan $\mathrm{diag}(4,5)$ di $M_{2\times 2}(R)$. Namun, perlu diperhatikan bahwa barian $(1,2)$ bukanlah salah satu permutasi dari barisan $(4,5)$.

Pada contoh tersebut diperoleh empat ruang eigen, yaitu ruang $E(1)$, $E(2)$, $E(4)$ dan $E(5)$. Seluruh ruang-ruang tersebut adalah submodul-submodul bebas di R^2 atas R. Masing-masing ruang eigen tersebut mempunyai basis, yaitu $\left\{\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\right\}, \left\{\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\right\}, \left\{\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}\right\}$ dan $\left\{\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}\right\}$.

Perlu diperhatikan bahwa vektor $\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ dan $\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$ tidak bebas linear di R^2, karena

$$3\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix} \text{ di } R^2$$

Jadi, berbeda dengan kasus matriks atas lapangan, pada kasus matriks atas ring komutatif vektor-vektor yang bersesuaian dengan nilai eigen yang berbeda belum tentu bebas linear.

III. Kesimpulan

Syarat cukup agar matriks A atas suatu ring komutatif R dapat didiagonalkan adalah jika $\bigcup_{\lambda\in\mathfrak{R}(A)} E(\lambda)$ memuat suatu basis R-modul di R^n. λ adalah nilai eigen matriks A dan $\mathfrak{R}(A)$ menyatakan himpunan akar polinomial karakteristik matriks A.

Dengan kata lain, jika gabungan semua ruang eigen yang bersesuaian dengan semua akar-akar polinomial karakteristiknya memuat sejumlah vektor yang bebas linear dan membangun R^n, maka matriks tersebut dapat didiagonalkan. Dalam proses diagonalisasi, cukup diperhatikan ruang-ruang eigen yang bersesuaian dengan nilai-niali eigen yang menjadi akar-akar polinomial karakteristiknya. Selain itu, diperoleh juga bahwa matriks diagonal yang similar dengan suatu matriks atas ring komutatif tidaklah tunggal.

Daftar Pustaka

Anton, H., Rorres, C.W., 2004. *Elementary Linear Algebra*. John Wiley & Sons, Inc

Brown, C.W., 1993. *Matrices Over Commutative Rings*. MARCEL DEKKER,INC

Dummit, S.D., Foote, M.R., 2004. *Abstract Algebra Third Edition*. John Wiley & Sons, Inc

John B Fraeleigh, 1994. *A First Course in Abstract Algebra*, Addison Wesley Publishing Company Inc, United States.

ghostyoen.files.wordpress.com/2008/01/teorema2.pdf

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

A – 11

Sistem Linear Max-Plus Interval Waktu Invariant

M. Andy Rudhito
Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sanata Dharma
Paingan Maguwoharjo Yogyakarta
email: arudhito@yahoo.co.id

Abstrak
Telah dibahas sistem linear max-plus waktu invariant (SLMI), di mana waktu aktifitasnya berupa bilangan real. Dalam sistem linear max-plus interval waktu invariant (SLMII), ada ketidakpastian dalam waktu aktifitasnya, sehingga waktu aktifitas ini dimodelkan sebagai interval bilangan real. Artikel ini membahas tentang generalisasi SLMI menjadi SLMII dan analisis input-output SLMII. Dapat ditunjukkan bahwa SLMII berupa suatu sistem persamaan linear max-plus interval dan analisa input-output SLMII terkait masalah input paling lambat dapat dibahas melalui penyelesaian suatu sistem persamaan linear max-plus interval. Diberikan juga ilustrasi penerapannya dalam sistem produksi sederhana.
Kata-kata kunci: Sistem Linear, Max-Plus, Interval, Waktu Invariant, Input-Output.

1. Pendahuluan

Dalam masalah pemodelan dan analisa suatu jaringan, kadang-kadang waktu aktifitasnya tidak diketahui dengan pasti. Hal ini misalkan karena jaringan masih pada tahap perancangan, data-data mengenai waktu aktifitas belum diketahui secara pasti. Ketidakpastian waktu aktifitas jaringan ini dapat dimodelkan dalam suatu interval, yang selanjutnya di sebut waktu aktifitas interval.

Aljabar max-plus (himpunan semua bilangan real **R** dilengkapi dengan operasi max dan plus) telah dapat digunakan dengan baik untuk memodelkan dan menganalisis secara aljabar masalah-masalah jaringan, seperti masalah: penjadwalan (proyek) dan sistem antrian, lebih detailnya dapat dilihat pada Bacelli, *et al*. (2001), Rudhito, A. (2003). Dalam Schutter (1996) dan Rudhito, A. (2003) telah dibahas pemodelan dinamika sistem produksi sederhana dengan pendekatan aljabar max-plus. Secara umum model ini berupa sistem linear max-plus waktu invariant.

Konsep aljabar max-plus interval yang merupakan perluasan konsep aljabar max-plus, di mana elemen-elemen yang dibicarakan berupa interval telah dibahas dalam Rudhito, dkk (2008). Pembahasan mengenai matriks atas aljabar max-plus telah dibahas dalam Rudhito, dkk (2011a). Dalam Rudhito, dkk (2011b) telah dibahas eksistensi penyelesaian sistem persamaan linear max-plus interval.

Sejalan dengan cara pemodelan dan pembahasan input-output sistem linear max-plus waktu invariant seperti dalam Schutter (1996) dan Rudhito, A. (2003), dan dengan memperhatikan hasil-hasil pada aljabar max-plus interval, makalah ini akan membahas pemodelan dan analisa input-output sistem linear max-plus waktu invarian dengan waktu aktifitas interval, dengan menggunakan aljabar max-plus interval.

2. Aljabar Max-Plus

Dalam bagian ini dibahas konsep dasar aljabar max-plus dan sistem persamaan linear input-output max-plus $A \otimes \boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$. Pembahasan selengkapnya dapat dilihat pada Bacelli, *et al*. (2001), Rudhito, A. (2003).

Diberikan $\mathbf{R}_\varepsilon := \mathbf{R} \cup \{\varepsilon\}$ dengan $\mathbf{R}$ adalah himpunan semua bilangan real dan $\varepsilon : = -\infty$. Pada $\mathbf{R}_\varepsilon$ didefinisikan operasi berikut: $\forall\ a, b \in \mathbf{R}_\varepsilon$, $a \oplus b :=$ max(a, b) dan $a \otimes b : = a + b$. Kemudian $(\mathbf{R}_\varepsilon, \oplus, \otimes)$ disebut *aljabar max-plus*, yang selanjutnya cukup dituliskan dengan $\mathbf{R}_{\max}$. Relasi "$\preceq_{\mathrm{m}}$"pada $\mathbf{R}_{\max}$ didefinisikan dengan $x \preceq_{\mathrm{m}} y \Leftrightarrow x \oplus y = y$.

Operasi $\oplus$ dan $\otimes$ pada $\mathbf{R}_{\max}$ dapat diperluas untuk operasi-operasi matriks dalam $\mathbf{R}_{\max}^{m \times n} : = \{A = (A_{ij}) \mid A_{ij} \in \mathbf{R}_{\max}$, untuk $i = 1, 2, ..., m$ dan $j = 1, 2, ..., n\}$. Untuk $\alpha \in \mathbf{R}_{\max}$, dan $A, B \in \mathbf{R}_{\max}^{m \times n}$ didefinisikan $\alpha \otimes A$, dengan $(\alpha \otimes A)_{ij} = \alpha \otimes A_{ij}$ dan $A \oplus B$, dengan $(A \oplus B)_{ij} = A_{ij} \oplus B_{ij}$ untuk $i = 1, 2, ..., m$ dan $j = 1, 2, ..., n$. Untuk $A \in \mathbf{R}_{\max}^{m \times p}$, $B \in \mathbf{R}_{\max}^{p \times n}$ didefinisikan $A \otimes B$, dengan $(A \otimes B)_{ij} = \bigoplus_{k=1}^{p} A_{ik} \otimes B_{kj}$. Didefinisikan matriks $E \in \mathbf{R}_{\max}^{n \times n}$, $(E)_{ij} : = \begin{cases} 0 \ , & \text{jika } i = j \\ \varepsilon \ , & \text{jika } i \neq j \end{cases}$ dan matriks $\varepsilon \in \mathbf{R}_{\max}^{m \times n}$, $(\varepsilon)_{ij} := \varepsilon$ untuk setiap i dan j.

Relasi "$\preceq_{\mathrm{m}}$"pada $\mathbf{R}_{\max}^{m \times n}$ didefinisikan dengan $A \preceq_{\mathrm{m}} B \Leftrightarrow A \oplus B = B$. Didefinisikan $\mathbf{R}_{\max}^{n} := \{\mathbf{x} = [\, x_1, x_2, \ldots , x_n]^{\mathrm{T}} \mid x_{\mathrm{i}} \in \mathbf{R}_{\max}, i = 1, 2, \ldots , n\}$. Unsur-unsur dalam $\mathbf{R}_{\max}^{n}$ disebur vektor atas $\mathbf{R}_{\max}$.

Diberikan $A \in \mathbf{R}_{\max}^{m \times n}$ dan $\boldsymbol{b} \in \mathbf{R}_{\max}^{m}$. Vektor $\mathbf{x}' \in \mathbf{R}_{\max}^{m}$ disebut *subpenyelesaian* sistem persamaan linear $A \otimes \mathbf{x} = \boldsymbol{b}$ jika memenuhi $A \otimes \mathbf{x}' \preceq_{\mathrm{m}} \boldsymbol{b}$. Suatu subpenyelesaian $\hat{\mathbf{x}}$ dari sistem $A \otimes \mathbf{x} = \boldsymbol{b}$ disebut *subpenyelesaian terbesar* sistem $A \otimes \mathbf{x} = \boldsymbol{b}$ jika $\mathbf{x}' \preceq_{\mathrm{m}} \hat{\mathbf{x}}$ untuk setiap subpenyelesaian $\mathbf{x}'$ dari sistem $A \otimes \mathbf{x} = \boldsymbol{b}$. Diberikan $A \in \mathbf{R}_{\max}^{m \times n}$ dengan

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

unsur-unsur setiap kolomnya tidak semuanya sama dengan ε dan $\boldsymbol{b} \in \mathbf{R}^n$. Subpenyelesaian terbesar $A \otimes \boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ ada dan diberikan oleh $\hat{\boldsymbol{x}} = -(A^{\mathrm{T}} \otimes (-\boldsymbol{b}))$.

3. Aljabar Max-Plus Interval

Bagian ini membahas konsep dasar aljabar max-plus interval dan teknik pengoperasian matriks atas aljabar max-plus interval. Pembahasan lebih lengkap dapat dilihat pada Rudhito, dkk (2011a).

Interval (tertutup) x dalam $\mathbf{R}_{\max}$ adalah suatu himpunan bagian dari $\mathbf{R}_{\max}$ yang berbentuk $\mathrm{x} = [\underline{\mathrm{x}}, \overline{\mathrm{x}}] = \{x \in \mathbf{R}_{\max} \mid \underline{\mathrm{x}} \preceq_{\mathrm{m}} x \preceq_{\mathrm{m}} \overline{\mathrm{x}}\}$. Interval x dalam $\mathbf{R}_{\max}$ di atas disebut *interval max-plus*, yang selanjutnya akan cukup disebut interval. Suatu bilangan $x \in \mathbf{R}_{\max}$ dapat dinyatakan sebagai interval $[x, x]$. Didefinisikan $\mathbf{I}(\mathbf{R})_{\varepsilon} := \{ \mathrm{x} = [\underline{\mathrm{x}}, \overline{\mathrm{x}}] \mid \underline{\mathrm{x}}, \overline{\mathrm{x}} \in \mathbf{R}, \varepsilon \prec_{\mathrm{m}} \underline{\mathrm{x}} \preceq_{\mathrm{m}} \overline{\mathrm{x}} \} \cup \{\varepsilon\}$, dengan $\varepsilon := [\varepsilon, \varepsilon]$. Pada $\mathbf{I}(\mathbf{R})_{\varepsilon}$ didefinisikan operasi $\overline{\oplus}$ dan $\overline{\otimes}$ dengan: $\mathrm{x} \,\overline{\oplus}\, \mathrm{y} = [\underline{\mathrm{x}} \oplus \underline{\mathrm{y}}, \overline{\mathrm{x}} \oplus \overline{\mathrm{y}}]$ dan $\mathrm{x} \,\overline{\otimes}\, \mathrm{y} = [\underline{\mathrm{x}} \otimes \underline{\mathrm{y}}, \overline{\mathrm{x}} \otimes \overline{\mathrm{y}}]$, $\forall$ x, y $\in \mathbf{I}(\mathbf{R}_{\varepsilon})$. Kemudian $(\mathbf{I}(\mathbf{R})_{\varepsilon}, \overline{\oplus}, \overline{\otimes})$ disebut dengan *aljabar max-plus interval* yang dilambangkan dengan $\mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}$.

Didefinisikan $\mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{m \times n} := \{\mathrm{A} = (\mathrm{A}_{ij}) \mid \mathrm{A}_{ij} \in \mathbf{I}(\mathbf{R}_{\max})$, untuk $i = 1, 2, ..., m$ dan $j = 1, 2, ..., n\}$. Matriks anggota $\mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{m \times n}$ disebut *matriks interval max-plus*. Selanjutnya matriks interval max-plus cukup disebut dengan matriks interval. Untuk $\alpha \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}$, A, B $\in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{m \times n}$, didefinisikan $\alpha \,\overline{\otimes}\, \mathrm{A}$, dengan $(\alpha \,\overline{\otimes}\, \mathrm{A})_{ij} = \alpha \,\overline{\otimes}\, \mathrm{A}_{ij}$ dan $\mathrm{A} \,\overline{\oplus}\, \mathrm{B}$, dengan $(\mathrm{A} \,\overline{\oplus}\, \mathrm{B})_{ij} = \mathrm{A}_{ij} \,\overline{\oplus}\, \mathrm{B}_{ij}$ untuk $i = 1, 2, ..., m$ dan $j = 1, 2, ..., n$. Untuk A $\in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{m \times p}$, B $\in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{p \times n}$, didefinisikan $\mathrm{A} \,\overline{\otimes}\, \mathrm{B}$ dengan $(\mathrm{A} \,\overline{\otimes}\, \mathrm{B})_{ij} = \overline{\bigoplus_{k=1}^{p}} \mathrm{A}_{ik} \,\overline{\otimes}\, \mathrm{B}_{kj}$ untuk $i = 1, 2, ..., m$ dan $j = 1, 2, ..., n$. Operasi $\overline{\oplus}$ konsisten terhadap urutan $\preceq_{\mathrm{Im}}$, yaitu jika $\mathrm{A} \preceq_{\mathrm{Im}} \mathrm{B}$, maka $\mathrm{A} \,\overline{\oplus}\, \mathrm{C} \preceq_{\mathrm{Im}} \mathrm{B} \,\overline{\oplus}\, \mathrm{C}$. Operasi $\overline{\otimes}$ juga konsisten terhadap urutan $\preceq_{\mathrm{Im}}$, yaitu jika $\mathrm{A} \preceq_{\mathrm{Im}} \mathrm{B}$, maka $\mathrm{A} \,\overline{\otimes}\, \mathrm{C} \preceq_{\mathrm{Im}} \mathrm{B} \,\overline{\otimes}\, \mathrm{C}$.

Untuk A $\in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{m \times n}$ didefinisikan matriks $\underline{\mathrm{A}} = (\underline{\mathrm{A}}_{ij}) \in \mathbf{R}_{\max}^{m \times n}$ dan $\overline{\mathrm{A}} = (\overline{\mathrm{A}}_{ij}) \in \mathbf{R}_{\max}^{m \times n}$ yang berturut-turut disebut *matriks batas bawah* dan *matriks batas atas* dari matriks interval A. Didefinisikan *interval matriks dari* A, yaitu $[\underline{\mathrm{A}}, \overline{\mathrm{A}}] = \{A \in \mathbf{R}_{\max}^{m \times n} \mid$

$\underline{A} \preceq_m A \preceq_m \overline{A}$ }. Dapat ditunjukkan untuk setiap matriks interval A selalu dapat ditentukan *interval matriks* $[\underline{A}, \overline{A}]$ dan sebaliknya. Matriks interval $A \in \mathbf{I(R)}_{\max}^{m\times n}$ dapat dipandang sebagai interval matriks $[\underline{A}, \overline{A}]$. Interval matriks $[\underline{A}, \overline{A}]$disebut *interval matriks yang bersesuaian dengan matriks interval* A dan dilambangkan dengan $A \approx [\underline{A}, \overline{A}]$.

Didefinisikan $\mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{n} := \{\mathbf{x} = [x_1, \ldots, x_n]^T \mid x_i \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}, i = 1, \ldots, n\}$. Unsur-unsur dalam $\mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{n}$ disebut *vektor interval atas* $\mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}$. Diberikan $A \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{m\times n}$ dan $\mathbf{b} \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{m}$. Suatu vektor interval $\mathbf{x}^* \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{m}$ disebut *penyelesaian interval* sistem interval $A \overline{\otimes} \mathbf{x} = \mathbf{b}$ jika berlaku $A \overline{\otimes} \mathbf{x}^* = \mathbf{b}$. Diberikan $A \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{m\times n}$ dan $\mathbf{b} \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{m}$. Suatu vektor interval $\mathbf{x}' \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{m}$ disebut *subpenyelesaian interval* sistem $A \overline{\otimes} \mathbf{x} = \mathbf{b}$ jika berlaku $A \overline{\otimes} \mathbf{x}' \preceq_{\mathrm{Im}} \mathbf{b}$. Diberikan $A \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{m\times n}$ dan $\mathbf{b} \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{m}$. Suatu vektor interval $\hat{\mathbf{x}} \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{m}$ disebut *subpenyelesaian terbesar interval* sistem interval $A \overline{\otimes} \mathbf{x} = \mathbf{b}$ jika $\mathbf{x}' \preceq_{\mathrm{Im}} \hat{\mathbf{x}}$ untuk setiap subpenyelesaian interval $\mathbf{x}'$ dari sistem $A \overline{\otimes} \mathbf{x} = \mathbf{b}$.

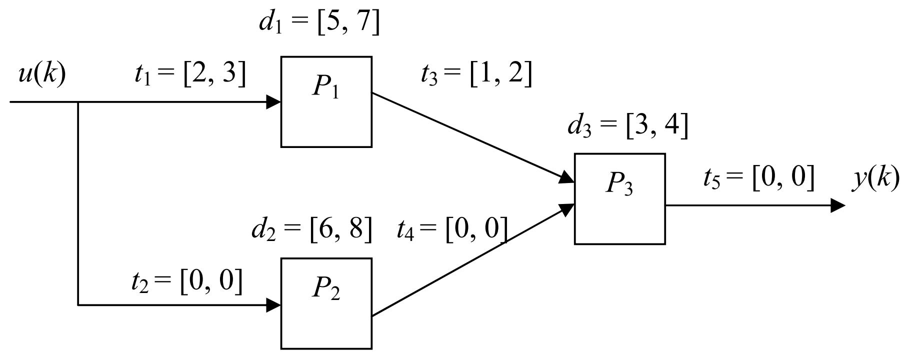
Teorema berikut memberikan eksistensi subpenyelesaian terbesar interval sistem interval $A \overline{\otimes} \mathbf{x} = \mathbf{b}$.

Teorema 1

Jika $A \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{m\times n}$ dengan unsur-unsur setiap kolomnya tidak semuanya sama dengan ε dan $\mathbf{b} \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{m}$, di mana $A \approx [\underline{A}, \overline{A}]$ dan $\mathbf{b} \approx [\underline{\mathbf{b}}, \overline{\mathbf{b}}]$, maka vektor interval $\hat{\mathbf{x}} \approx [\underline{\hat{\mathbf{x}}}, \overline{\hat{\mathbf{x}}}]$, dengan $\underline{\hat{\mathbf{x}}}_i = \min\{-(\underline{A}^T \otimes (-\underline{\mathbf{b}}))_i, -(\overline{A}^T \otimes (-\overline{\mathbf{b}}))_i\}$ dan $\overline{\hat{\mathbf{x}}} = -(\overline{A}^T \otimes (-\overline{\mathbf{b}}))$ merupakan subpenyelesaian terbesar sistem $A \overline{\otimes} \mathbf{x} = \mathbf{b}$.

4. Pemodelan Sistem Produksi Sederhana dengan Waktu Aktifitas Interval

Diperhatikan suatu sistem produksi sederhana (Schutter, 1996) yang disajikan dalam Gambar 1 berikut:



Gambar 1

Sistem ini terdiri dari 3 unit pemrosesan P_1, P_2, P_3 . Bahan baku dimasukkan ke P_1 dan P_2, diproses dan dikirimkan ke P_3. Interval waktu pemrosesan untuk P_1, P_2 dan P_3 berturut-turut adalah d_1 = [5, 6] d_2 = [6, 8] dan d_3 = [3, 4] satuan waktu. Diasumsikan bahwa bahan baku memerlukan t_1 = [2, 3] satuan waktu untuk dapat masuk dari input ke P_1 dan memerlukan t_3 = [1, 2] satuan waktu dari produk yang telah diselesaikan di P_1 untuk sampai di P_3, sedangkan waktu transportasi yang lain diabaikan. Pada input sistem dan antara unit pemrosesan terdapat penyangga (*buffer*), yang berturut-turut disebut buffer input dan buffer internal, dengan kapasitas yang cukup besar untuk menjamin tidak ada penyangga yang meluap (*overflow*). Suatu unit pemrosesan hanya dapat mulai bekerja untuk suatu produk baru jika ia telah menyelesaikan pemrosesan produk sebelumnya. Diasumsikan bahwa setiap unit pemrosesan mulai bekerja segera setelah bahan tersedia. Misalkan

u(k+1) : *interval waktu saat bahan baku dimasukkan ke sistem untuk pemrosesan ke-*(k+1),

$x_i(k)$: *interval waktu saat unit pemrosesan ke-i mulai bekerja untuk pemrosesan ke-k*,

y(k) : *interval waktu saat produk ke-k yang diselesaikan meninggalkan sistem*.

Waktu saat P_1 mulai bekerja untuk pemrosesan ke-(k+1) dapat ditentukan sebagai berikut. Jika bahan mentah dimasukkan ke sistem untuk pemrosesan ke-(k+1), maka bahan mentah ini tersedia pada input unit pemrosesan P_1 pada interval waktu t = u(k+1) $\overline{\otimes}$ [2, 3]. Akan tetapi P_1 hanya dapat mulai bekerja pada sejumlah bahan baku baru segera setelah menyelesaikan pemrosesan sebelumnya, yaitu sejumlah bahan baku untuk pemrosesan ke-k. Karena interval waktu pemrosesan pada P_1 adalah d_1 = [5, 7]

satuan waktu, maka produk setengah-jadi ke-k akan meninggalkan P_1 pada saat interval t = $x_1(k) \,\overline{\otimes}\, [5, 7]$. Dengan menggunakan operasi aljabar max-plus interval diperoleh:

$$x_1(k+1) = [5, 7] \,\overline{\otimes}\, x_1(k) \,\overline{\oplus}\, [2, 3] \,\overline{\otimes}\, u(k+1) \text{ untuk } k = 1, 2, 3, \ldots .$$

Dengan alasan yang sama untuk P_2, P_3 dan waktu saat produk ke-k yang diselesaikan meninggalkan sistem, diperoleh:

$$x_2(k+1) = [6, 8] \,\overline{\otimes}\, x_2(k) \,\overline{\oplus}\, u(k+1)$$

$$x_3(k+1) = [11,16] \,\overline{\otimes}\, x_1(k) \,\overline{\oplus}\, [12,16] \,\overline{\otimes}\, x_2(k) \,\overline{\oplus}\, [3, 4] \,\overline{\otimes}\, x_3(k) \,\overline{\oplus}\, [8,11] \,\overline{\otimes}\, u(k+1)$$

$$y(k) = [3, 4] \,\overline{\otimes}\, x_3(k) \text{ , untuk } k = 1, 2, 3, \ldots .$$

Jika dituliskan dalam persamaan matriks dalam aljabar max-plus, persamaan-persamaan di atas menjadi

$$\mathbf{x}(k+1) = \begin{bmatrix} [5,7] & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & [6,8] & \varepsilon \\ [11,16] & [12,16] & [3,4] \end{bmatrix} \overline{\otimes}\, \mathbf{x}(k) \,\overline{\oplus} \begin{bmatrix} [2,3] \\ [0,0] \\ [8,11] \end{bmatrix} \otimes u(k+1)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} \varepsilon & \varepsilon & [3,4] \end{bmatrix} \overline{\otimes}\, \mathbf{x}(k)$$

untuk $k = 1, 2, 3, \ldots$ dan $\mathbf{x}(k) = [x_1(k), x_2(k), x_3(k)]^T$.

Hasil di atas dapat juga dituliskan dengan

$$\mathbf{x}(k+1) = A \,\overline{\otimes}\, \mathbf{x}(k) \,\overline{\oplus}\, B \otimes u(k+1)$$

$$y(k) = C \,\overline{\otimes}\, \mathbf{x}(k)$$

untuk $k = 1, 2, 3, \ldots$, dengan $\mathbf{x}(k) = [x_1(k), x_2(k), x_3(k)]^T \in \mathbf{I}(\mathbf{R})^3_{\max}$, keadaan awal

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \,, \quad A = \begin{bmatrix} [5,7] & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & [6,8] & \varepsilon \\ [11,16] & [12,16] & [3,4] \end{bmatrix} \in \mathbf{I}(\mathbf{R})^{3\times 3}_{\max}, \; B = \begin{bmatrix} [2,3] \\ [0,0] \\ [8,11] \end{bmatrix} \in \mathbf{I}(\mathbf{R})^{3}_{\max}$$

dan $C = \begin{bmatrix} \varepsilon & \varepsilon & [3,4] \end{bmatrix} \in \mathbf{I}(\mathbf{R})^{1\times 3}_{\max}$.

5. Sistem Linear Max-Plus Interval Waktu Invariant

Matriks dalam persamaan sistemnya merupakan matriks konstan, yaitu tidak tergantung pada parameter k, sehingga sistemnya merupakan sistem waktu-invariant. Sistem seperti dalam contoh di atas merupakan suatu contoh sistem linear max-plus interval waktu-invariant (SLMII) seperti yang diberikan dalam definisi berikut.

Definisi 1 (SLMII)

Sistem Linear Max-Plus Interval Waktu-Invariant adalah Sistem Kejadian Diskrit yang dapat dinyatakan dengan persamaan berikut:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathrm{A} \overline{\otimes} \mathbf{x}(k) \overline{\oplus} \mathrm{B} \overline{\otimes} \mathbf{u}(k+1) \tag{1}$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathrm{C} \overline{\otimes} \mathbf{x}(k)$$

untuk $k = 1, 2, 3, \ldots$, dengan kondisi awal $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$, $\mathrm{A} \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{n\times n}$, $\mathrm{B} \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{n}$ dan $\mathrm{C} \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{1\times n}$. Vektor interval $\mathbf{x}(k) \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{n}$ menyatakan interval *keadaan* (*state*), $\mathbf{u}(k) \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{m}$ adalah *vektor interval input* dan $\boldsymbol{y}(k) \in \mathbf{I}(\mathbf{R})_{\max}^{1}$ adalah *vektor interval output* sistem saat waktu ke-k.

SLMII seperti dalam definisi di atas secara singkat akan dituliskan dengan SLMII(A, B, C, $\mathbf{x}_0$). Jika kondisi awal dan suatu barisan input diberikan untuk suatu SLMII(A, B, C, $\mathbf{x}_0$), maka secara rekursif dapat ditentukan suatu barisan vektor keadaan sistem dan barisan output sistem. Secara umum sifat input-output SLMII(A, B, C, $\mathbf{x}_0$) diberikan dalam teorema berikut.

Teorema 2 (Input-Output SLMII (A, B, C, $\mathbf{x}_0$))

Diberikan bilangan bulat positip p. Jika vektor interval output $\boldsymbol{y} = [\mathrm{y}(1), \mathrm{y}(2), \ldots, \mathrm{y}(p)]^{\mathrm{T}}$ dan vektor interval input $\mathbf{u} = [\mathrm{u}(1), \mathrm{u}(2), \ldots, \mathrm{u}(p)]^{\mathrm{T}}$ pada SLMI(A, B, C, $\mathbf{x}_0$), maka

$$\mathbf{y} = \mathrm{K} \overline{\otimes} \mathbf{x}_0 \overline{\oplus} \mathrm{H} \overline{\otimes} \mathbf{u}$$

dengan

$$\mathrm{K} = \begin{bmatrix} \mathrm{C} \overline{\otimes} \mathrm{A} \\ \mathrm{C} \overline{\otimes} \mathrm{A}^{\overline{\otimes}2} \\ \vdots \\ \mathrm{C} \overline{\otimes} \mathrm{A}^{\overline{\otimes}p} \end{bmatrix} \text{ dan } \mathrm{H} = \begin{bmatrix} \mathrm{C} \overline{\otimes} \mathrm{B} & \varepsilon & \cdots & \varepsilon \\ \mathrm{C} \overline{\otimes} \mathrm{A} \overline{\otimes} \mathrm{B} & \mathrm{C} \overline{\otimes} \mathrm{B} & \cdots & \varepsilon \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathrm{C} \overline{\otimes} \mathrm{A}^{\overline{\otimes}p-1} \overline{\otimes} \mathrm{B} & \mathrm{C} \overline{\otimes} \mathrm{A}^{\overline{\otimes}p-2} \overline{\otimes} \mathrm{B} & \cdots & \mathrm{C} \overline{\otimes} \mathrm{B} \end{bmatrix}.$$

Bukti: Pembuktian analog dengan kasus waktu aktifitas yang berupa bilangan real, dengan mengingat bahwa operasi penjumlahan dan perkalian matriks interval konsisten terhadap urutan yang telah didefinisikan di atas. Bukti untuk kasus waktu aktifitas yang berupa bilangan real dapat dilihat dalam Rudhito(2003: hal 56 -58).

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Dalam sistem produksi, Teorema 2 berarti bahwa jika diketahui kondisi awal sistem dan barisan waktu saat bahan mentah dimasukkan ke sistem, maka dapat ditentukan barisan interval waktu saat produk selesai diproses dan meninggalkan sistem.

Berikut dibahas *masalah input paling lambat* pada SLMII(A*,* B*,* C*,* $\mathbf{x}_0$). Masalah input paling lambat pada SLMII(A*,* B*,* C*,* $\mathbf{x}_0$) adalah sebagai berikut:

> *Diberikan suatu bilangan bulat positip p. Diketahui vektor interval output* $\mathbf{y} = [\mathrm{y}(1), ..., \mathrm{y}(p)]^{\mathrm{T}}$*. Misalkan vektor interval* $\mathbf{u} = [\mathrm{u}(1), ..., \mathrm{u}(p)]^{\mathrm{T}}$ *adalah vektor interval input. Permasalahannya adalah menentukan vektor interval input* **u** *terbesar (vektor interval waktu paling lambat) sehingga memenuhi* $\mathrm{K} \otimes \mathbf{x}_0 \,\overline{\oplus}\, \mathrm{H} \,\overline{\otimes}\, \mathbf{u} \preceq_{\mathrm{Im}} \mathbf{y}$*, dengan* K *dan* H *seperti dalam Teorema 2.*

Dalam sistem produksi, masalah ini mempunyai interpretasi sebagai berikut. Misalkan diketahui vektor interval **y** adalah vektor interval waktu paling lambat agar produk harus meninggalkan sistem. Permasalahannya adalah menentukan vektor interval **u** yaitu vektor interval waktu paling lambat saat bahan baku harus dimasukkan ke dalam sistem. Penyelesaian masalah ini diberikan dalam Teorema 3 berikut.

Teorema 3

Diberikan SLMII(A*,* B*,* C*,* $\mathbf{x}_0$) dengan $\mathrm{C} \otimes \mathrm{B} \neq \varepsilon$ (matriks interval yang semua elemennya ε). Jika $\mathrm{K} \otimes \mathbf{x}_0 \preceq_{\mathrm{Im}} \mathbf{y}$, maka penyelesaian masalah input paling lambat pada SLMII(A*,* B*,* C*,* x_0) diberikan oleh $\hat{\mathbf{u}} \approx [\underline{\hat{\mathbf{u}}}, \overline{\hat{\mathbf{u}}}]$, dengan $\underline{\hat{\mathbf{u}}}_i = \min\{-(\underline{\mathrm{H}}^{\mathrm{T}} \,\overline{\otimes}\, (-\underline{\mathbf{y}}))_i, -(\overline{\mathrm{H}}^{\mathrm{T}} \,\overline{\otimes}\, (-\overline{\mathbf{y}}))_i\}$ dan $\overline{\hat{\mathbf{u}}} = -(\overline{\mathrm{H}}^{\mathrm{T}} \otimes (-\overline{\mathbf{y}}))$.

Bukti: Karena $\mathrm{K} \,\overline{\otimes}\, \mathbf{x}_0 \preceq_{\mathrm{Im}} \mathbf{y}$, maka $\mathrm{K} \,\overline{\otimes}\, \mathbf{x}_0 \,\overline{\oplus}\, \mathrm{H} \,\overline{\otimes}\, \mathbf{u} = \mathbf{y} \Leftrightarrow \mathrm{H} \,\overline{\otimes}\, \mathbf{u} = \mathbf{y}$. Akibatnya masalah interval input paling lambat pada SLMII(A*,* B*,* C*,* $\mathbf{x}_0$) menjadi masalah menentukan vektor interval input **u** terbesar yang memenuhi $\mathrm{H} \,\overline{\otimes}\, \mathbf{u} \preceq_{\mathrm{Im}} \mathbf{y}$. Masalah ini merupakan masalah menentukan subpenyelesaian terbesar sistem persamaan linear max-plus interval $\mathrm{H} \,\overline{\otimes}\, \mathbf{u} = \mathbf{y}$. Karena $\mathrm{C} \,\overline{\otimes}\, \mathrm{B} \neq \varepsilon$, maka komponen setiap kolom matriks interval H tidak semuanya sama dengan ε. Menurut Teorema 1 subpenyelesaian terbesar sistem persamaan linear max-plus interval H $\overline{\otimes}$ **u** = **y** adalah $\hat{\mathbf{u}} \approx [\underline{\hat{\mathbf{u}}}, \overline{\hat{\mathbf{u}}}]$, dengan $\underline{\hat{\mathbf{u}}}_i$ = $\min\{-(\underline{H}^T \overline{\otimes} (-\underline{\mathbf{y}}))_i, -(\overline{H}^T \overline{\otimes} (-\overline{\mathbf{y}}))_i\}$ dan $\overline{\hat{\mathbf{u}}} = -(\overline{H}^T \otimes (-\overline{\mathbf{y}}))$. ■

Contoh 1

Diperhatikan sistem produksi sederhana dalam subjudul 4 di atas. Misalkan kondisi awal sistem $\mathbf{x}(0)$ = $[[0, 0], [1, 1], [\varepsilon, \varepsilon]]^T$, yang berarti unit pemrosesan P_1 dan P_2 berturut-turut memulai aktifitasnya saat waktu 0 dan 1 sementara unit pemrosesan P_3 masih kosong dan harus menunggu datangnya input dari P_1 dan P_2 . Diinginkan penyelesaian produk sebelum y(1) = [25, 25], y(2) = [30, 30], y(3) = [40, 40] dan y(4) = [50, 50], dalam hal ini waktu dapat ditentukan dengan pasti. Selanjutnya akan ditentukan waktu pemasukkan bahan baku ke dalam sistem yang selambat mungkin. Perhatikan bahwa K $\overline{\otimes}$ $\mathbf{x}_0$ = $[[16, 21], [22, 29], [28, 37], [34, 45]]^T \preceq_{\mathrm{Im}} \mathbf{y}$, sehingga Teorema 3 dapat digunakan. Subpenyelesaian terbesar sistem persamaan linear max-plus interval H ⊗ **u** = **y**

atau $$\begin{bmatrix} [11,15] & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ [16,\ 23] & [11,15] & \varepsilon & \varepsilon \\ [21,30] & [16,23] & [11,15] & \varepsilon \\ [27,37] & [21,30] & [16,23] & [11,15] \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} u(1) \\ u(2) \\ u(3) \\ u(4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [25,25] \\ [30,30] \\ [40,40] \\ [50,50] \end{bmatrix}$$

adalah $\hat{\mathbf{u}} \approx [\underline{\hat{\mathbf{u}}}, \overline{\hat{\mathbf{u}}}] = [[7, 7], [15, 15], [27, 27], [35, 35]]^T$. Diperoleh waktu pemasukkan bahan baku ke dalam sistem dengan pasti. Jadi bahan baku harus dimasukkan ke sistem paling lambat pada saat waktu $\hat{u}(1) = 7$, $\hat{u}(2) = 15$, $\hat{u}(3) = 27$ dan $\hat{u}(4) = 35$.

Daftar Pustaka

Baccelli, F., Cohen, G., Olsder, G.J. and Quadrat, J.P. 2001. *Synchronization and Linearity*. New York: John Wiley & Sons.

Rudhito, Andy. 2003. *Sistem Linear Max-Plus Waktu-Invariant*. Tesis: Program Pascasarjana Universitas Gadjah Mada. Yogyakarta.

Rudhito, Andy. Wahyuni, Sri. Suparwanto, Ari dan Susilo, F. 2008. Aljabar Max-Plus Bilangan Kabur. *Berkala Ilmiah MIPA Majalah Ilmiah Matematika & Ilmu Pengetahuan Alam.* Vol. 18 (2): pp. 153-164

Rudhito, Andy. Wahyuni, Sri. Suparwanto, Ari dan Susilo, F. 2011a. Matriks atas Aljabar Max-Plus Interval. *Jurnal Natur Indonesia.* Vol. 13 No. 2. pp. 94-99.

Rudhito, Andy. Wahyuni, Sri. Suparwanto, Ari dan Susilo, F. 2011b. Systems of Fuzzy Number Max-Plus Linear Equations. Journal of the Indonesian Mathematical Society Vol. 17 No. 1

Schutter, B. De., 1996. *Max-Algebraic System Theory for Discrete Event Systems*, PhD thesis Departement of Electrical Enginering Katholieke Universiteit Leuven, Leuven.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

A – 12

Suatu Algoritma Kriptografi Simetris Berdasarkan Jaringan Substitusi-Permutasi Dan Fungsi Affine Atas Ring Komutatif Z_n

Muhamad Zaki Riyanto
Pendidikan Matematika, JPMIPA, FKIP
Universitas Ahmad Dahlan, Yogyakarta
E-mail: zakimath@gmail.com
http://zaki.math.web.id

Abstrak

Salah satu solusi dalam pengamanan pengiriman pesan rahasia adalah menggunakan kriptografi, yaitu menggunakan proses enkripsi-dekripsi. Pada proses enkripsi, pesan rahasia (plainteks) dirubah menjadi pesan acak yang sulit dimengerti (cipherteks). Sedangkan proses dekripsi berfungsi untuk mengembalikan cipherteks ke plainteks. Kedua proses ini menggunakan suatu mekanisme dan kunci tertentu.
Salah satu mekanisme dalam kriptogafi adalah algoritma kriptografi simetris, yaitu proses enkripsi dan dekripsi menggunakan kunci yang sama. Dalam perkembangannya, saat ini yang telah dikenal luas adalah algoritma AES (*Advanced Encryption Standard*). Algoritma tersebut didasarkan pada metode jaringan substitusi-permutasi atau lebih dikenal dengan *Substitution-Permutation Network* (SPN).
Stinson (2006) telah memberikan sebuah contoh sederhana dari SPN menggunakan bilangan biner dan heksadesimal. Dalam makalah ini diberikan sebuah pengembangan dari SPN, yaitu menggunakan ring komutatif Z_n. Pada makalah ini contoh yang digunakan adalah ring komutatif Z_{26} yang berkorespondensi dengan himpunan semua huruf alfabet dari A sampai Z. Proses subtitusi menggunakan fungsi affine berupa matriks persegi invertibel atas Z_{26} dan vektor konstan, sedangkan proses permutasi menggunakan suatu permutasi pada grup permutasi. Proses substitusi dan permutasi ini dilakukan dalam beberapa perulangan. Hal ini dilakukan dengan harapan agar plainteks yang dihasilkan menjadi terlihat acak, sehingga akan mempersulit pihak musuh untuk memecahkan pesan rahasia.
Kata kunci: Enkripsi, dekripsi, matriks invertibel, ring komutatif, *Substitution-Permutation Network*

1. Pendahuluan

Sebagai makhluk sosial, manusia sering melakukan komunikasi dengan orang lain. Mereka saling bertukar informasi, baik berupa informasi yang bersifat umum maupun informasi yang bersifat rahasia. Informasi yang bersifat rahasia tersebut hanya boleh diketahui oleh orang-orang tertentu saja. Bila informasi rahasia tersebut jatuh ke tangan orang yang tidak berhak untuk mengetahui isi informasi tersebut, maka akan dapat menimbulkan kerugian dan hal-hal yang tidak diinginkan.

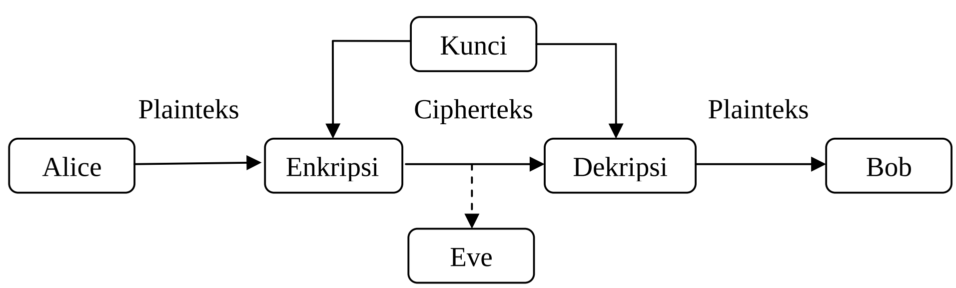
Perkembangan teknologi informasi dewasa ini telah berpengaruh pada hampir semua aspek kehidupan manusia, tak terkecuali dalam hal berkomunikasi. Dengan adanya internet, komunikasi jarak jauh dapat dilakukan dengan cepat dan murah. Namun di sisi lain, ternyata internet tidak terlalu aman karena merupakan jalur komunikasi umum yang dapat digunakan oleh siapapun sehingga sangat rawan terhadap

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

penyadapan. Oleh karena itu, keamanan informasi menjadi faktor utama yang harus dipenuhi.

Salah satu solusi yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah tersebut adalah menggunakan kriptografi. Kriptografi adalah suatu ilmu yang mempelajari teknik-teknik matematika yang berhubungan dengan aspek keamanan informasi, seperti kerahasiaan data, keabsahan data, integritas data, serta autentikasi data (Menezes dkk, 1996). Tetapi tidak semua aspek keamanan informasi dapat diselesaikan dengan kriptografi. Kriptografi dapat pula diartikan sebagai ilmu atau seni untuk menjaga keamanan pesan. Ketika suatu pesan dikirim dari suatu tempat ke tempat lain, isi pesan tersebut mungkin dapat disadap oleh pihak lain yang tidak berhak untuk mengetahui isi pesan tersebut. Untuk menjaga pesan, maka pesan tersebut dapat diubah menjadi suatu kode yang tidak dapat dimengerti oleh pihak lain. Enkripsi adalah suatu proses penyandian yang melakukan perubahan suatu pesan, dari yang dapat dimengerti, disebut dengan plainteks, menjadi suatu kode yang sulit dimengerti, disebut dengan cipherteks. Sedangkan proses kebalikannya untuk mengubah cipherteks menjadi plainteks disebut dekripsi. Proses enkripsi dan dekripsi memerlukan suatu mekanisme dan kunci tertentu.

Algoritma kriptografi (sistem kriptografi) atau sering disebut dengan *cipher* merupakan suatu sistem atau kumpulan aturan-aturan (algoritma) yang digunakan untuk melakukan enkripsi dan dekripsi. Algoritma kriptografi simetris adalah algoritma kriptografi yang menggunakan kunci enkripsi dan dekripsi yang sama. Sistem ini mengharuskan dua pihak yang berkomunikasi menyepakati suatu kunci rahasia yang sama sebelum keduanya saling berkomunikasi. Keamanan dari sistem ini tergantung pada kunci, membocorkan kunci berarti bahwa orang lain yang berhasil mendapatkan kunci dapat mendekripsi cipherteks. Algoritma kriptografi ini sering disebut juga dengan algoritma kriptografi kunci rahasia, seperti dijelaskan pada gambar berikut ini.



Gambar 1. Algoritma Kriptografi Simetris

Pada Gambar 1 di atas, ada dua pihak yaitu Alice dan Bob yang berkomunikasi secara rahasia menggunakan algoritma kriptografi simetris. Komunikasi dilakukan melalui jalur komunikasi yang tidak dapat dijamin keamanannya. Untuk dapat melakukan komunikasi secara rahasia, Alice dan Bob harus menyetujui suatu kunci rahasia yang sama. Akan tetapi, ada pihak ketiga yaitu Eve yang berada di antara kedua pihak yang berusaha untuk rmendapatkan informasi rahasia yang dikirimkan. Contoh algoritma kriptografi simetris adalah DES, Blowfish, dan AES (*Advanced Encryption Standard*). Saat ini AES merupakan algoritma kriptografi simetris yang digunakan secara luas di internet. Dalam melakukan proses enkripsi-dekripsi, AES menggunakan metode Jaringan Substitusi-Permutasi.

Stinson (2006) telah memberikan penjelasan dan contoh kasus dari Jaringan Substitusi-Permutasi. Dalam makalah ini dijelaskan mengenai algoritma kriptografi simetris yang didasarkan pada Jaringan Substitusi-Permutasi yang didefinisikan atas lapangan hingga $Z_2 = \{0,1\}$ atau bilangan biner. Selanjutnya, diberikan pengembangan dari algoritma tersebut menggunakan sebarang ring komutatif $Z_n = \{0,1,2,...,n-1\}$. Dalam makalah ini diberikan contoh menggunakan ring komutatif $Z_{26} = \{0,1,2,...,25\}$ yang berkorespondensi dengan himpunan semua huruf alfabet A sampai dengan Z. Salah satu metode yang digunakan dalam pengembangan tersebut adalah menggunakan fungsi affine dengan perkalian matriks invertibel atas ring Z_n.

2. Jaringan Substitusi-Permutasi

Jaringan Substitusi-Permutasi atau dikenal dengan *Substitution-Permutation Network* (SPN) merupakan salah satu metode dalam melakukan proses enkripsi dan dekripsi. Metode ini menggunakan iterasi atau perulangan dari proses substitusi, permutasi dan penjumlahan kunci. Stinson (2006) memberikan suatu contoh algoritma kriptografi simetris yang berbasis pada Jaringan Substitusi-Permutasi sebagai berikut.

Sistem dasar SPN ini dibentuk dari dua permutasi, yaitu π_S dan π_P, dimana $\pi_S : \{0,1\}^k \to \{0,1\}^k$, dan $\pi_P : \{1,...,km\} \to \{1,...,km\}$. Permutasi π_S disebut dengan S-box, digunakan untuk proses substitusi suatu *k* bit dengan suatu *k* bit yang lain. Sedangkan permutasi π_P digunakan untuk proses permutasi suatu *km* bit. Didefinisikan

$\mathcal{P}$ adalah himpunan semua plainteks, $\mathcal{C}$ adalah himpunan semua cipherteks dan $\mathcal{K}$ adalah himpunan semua kunci. Diberikan *k*, *m* dan *Nr* adalah suatu bilangan bulat positif. Diberikan suatu permutasi $\pi_S : \{0,1\}^k \to \{0,1\}^k$ dan permutasi $\pi_P : \{1,...,km\} \to \{1,...,km\}$. Didefinisikan $\mathcal{P} = \mathcal{C} = \{0,1\}^{km}$ dan $\mathcal{K} \subseteq \left(\{0,1\}^{km}\right)^{Nr+1}$ memuat semua kunci yang mungkin yang dapat diturunkan dari kunci awal menggunakan suatu algoritma penjadwalan kunci (*key scheduling*). Untuk suatu penjadwalan kunci yang terdiri dari *round key* – *round key* yaitu $\left(K^1,...,K^{Nr+1}\right)$, proses enkripsinya diberikan pada algoritma berikut ini.

Algoritma: SPN $\left(x, \pi_S, \pi_P, \left(K^1,...,K^{Nr+1}\right)\right)$

$w^0 \leftarrow x$

for $r \leftarrow 1$ **to** $Nr - 1$

do { $u^r \leftarrow w^{r-1} \oplus K^r$

  for $i \leftarrow 1$ **to** m

  do { $v^r_{<i>} \leftarrow \pi_S\left(u^r_{<i>}\right)$ **}**

  $w^r \leftarrow \left(v^r_{\pi_P(1)},...,v^r_{\pi_P(km)}\right)$ **}**

$u^{Nr} \leftarrow w^{Nr-1} \oplus K^{Nr}$

for $i \leftarrow 1$ **to** m

do { $v^{Nr}_{<i>} \leftarrow \pi_S\left(u^{Nr}_{<i>}\right)$ **}**

$y \leftarrow v^{Nr} \oplus K^{Nr+1}$

output(y)

Gambar 2. Algoritma SPN (Stinson, 2006)

Diberikan suatu plainteks berupa string biner dengan panjang *km* bit, misalkan $x = \left(x_1, x_2, ..., x_{km}\right)$. Selanjutnya, pada *x* dapat dibentuk *m* substring, masing-masing *k* bit, dan dinotasikan dengan $x_{<1>}, x_{<2>}, ..., x_{<m>}$. Sehingga $x = x_{<1>} \| x_{<2>} \| ... \| x_{<m>}$ dan untuk $1 \le i \le m$ diperoleh $x_{<i>} = \left(x_{(i-1)k+1},...,x_{ik}\right)$. SPN mempunyai *Nr* putaran (*round*). Setiap putaran (kecuali pada putaran terakhir) dilakukan *m* substitusi menggunakan π_S

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

dan langsung diikuti dengan permutasi menggunakan π_P. Pada algoritma SPN di atas, u^r dimasukkan ke dalam S-box (pada putaran ke-*r*) dan ouputnya adalah v^r. Untuk w^r diperoleh dari v^r dengan menggunakan permutasi π_P, dan u^{r+1} dikonstruksi dari w^r dengan meng-*xor* dengan ***round key*** K^{r+1}. Proses ini disebut dengan ***round key mixing***. Perhatikan bahwa pada putaran terakhir, permutasi π_P tidak digunakan.

Berikut ini diberikan sebuah contoh enkripsi menggunakan SPN. Pada contoh ini digunakan penulisan heksadesimal (Hex) seperti diberikan pada tabel di bawah ini.

Tabel 1. Tabel Heksadesimal-Biner

Biner	Hex
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7

Biner	Hex
1000	8
1001	9
1010	A
1011	B
1100	C
1101	D
1110	E
1111	F

Diberikan *k* = *m* = *Nr* = 4. Didefinisikan S-box dengan π_S sebagai berikut.

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
$\pi_S(z)$	E	4	D	1	2	F	B	8	3	A	6	C	5	9	0	7

Selanjutnya, didefinisikan π_P sebagai berikut.

z	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$\pi_P(z)$	1	5	9	13	2	6	10	14	3	7	11	15	4	8	12	16

Misalkan diberikan kunci *K* = `0011 1010 1001 0100 1101 0110 0011 1111`. Selanjutnya, dapat didefinisikan algoritma penjadwalan kunci dengan *round key* :

K^1 = `0011 1010 1001 0100`

K^2 = `1010 1001 0100 1101`

K^4 = `0100 1101 0110 0011`

K^5 = `1101 0110 0011 1111`.

K^3 = `1001 0100 1101 0110`

Misal diberikan plainteks x = `0010 0110 1011 0111`. Proses enkripsi akan berjalan seperti berikut ini:

w^0	=	`0010 0110 1011 0111`
K^1	=	<u>`0011 1010 1001 0100`</u>
u^1	=	`0001 1100 0010 0011`
v^1	=	`0100 0101 1101 0001`
w^1	=	`0010 1110 0000 0111`
K^2	=	<u>`1010 1001 0100 1101`</u>
u^2	=	`1000 0111 0100 1010`
v^2	=	`0011 1000 0010 0110`
w^2	=	`0100 0001 1011 1000`
K^3	=	<u>`1001 0100 1101 0110`</u>
u^3	=	`1101 0101 0110 1110`
v^3	=	`1001 1111 1011 0000`
w^3	=	`1110 0100 0110 1110`
K^4	=	<u>`0100 1101 0110 0011`</u>
u^4	=	`1010 1001 0000 1101`
v^4	=	`0110 1010 1110 1001`
K^5	=	<u>`1101 0110 0011 1111`</u>
y	=	`1011 1100 1101 0110`

Diperoleh cipherteks y = `1011 1100 1101 0110`. Proses dekripsi pada SPN dapat dipelajari dengan membalik proses enkripsi, sedangkan permutasi yang digunakan adalah invers dari permutasi $\pi_S(z)$ dan $\pi_P(z)$. Round key yang digunakan mulai dari K^5, K^4, K^3, K^2, dan K^1.

3. Jaringan Substitusi-Permutasi atas Ring Komutatif Z_n

Algoritma kriptografi simetris yang menggunakan metode Jaringan Substitusi-Permutasi di atas dapat dikembangkan menggunakan ring komutatif $Z_n = \{0,1,2,...,n-1\}$. Pada proses substitusi menggunakan fungsi affine berupa perkalian matriks invertibel atas Z_n dan diikuti dengan penjumlahan vektor konstan. Berikut ini diberikan beberapa sifat dari Z_n.

Teorema 1. *Suatu elemen* $a \in Z_n$ *mempunyai invers* (*terhadap perkalian*) *dalam* Z_n *jika dan hanya jika* $\text{fpb}(a,n)=1$, *yaitu a relatif prima dengan n.*

Teorema 1 di atas mengakibatkan bahwa jika *p* adalah bilangan prima, maka Z_p merupakan lapangan. Sebagai contoh, Z_2 merupakan lapangan. Fungsi affine dalam proses substitusi menggunakan perkalian matriks invertibel atas Z_n. Berikut ini diberikan sifat mengenai matriks invertibel atas Z_n.

Teorema 2. *Diberikan matriks* $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ *dengan* $a,b,c,d \in Z_n$, *maka A mempunyai invers* (*terhadap perkalian*) *dalam* Z_n *jika dan hanya jika* $\text{fpb}(ad-bc,n)=1$.

Dinotasikan $GL_2(Z_n)=\left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \middle| a,b,c,d \in Z_n,\ \text{fpb}(ad-bc,n)=1 \right\}$ adalah himpunan semua matriks invertibel atas Z_n. Selanjutnya, diberikan himpunan semua vektor $Z_n^2=\left\{ \begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix} \middle| s,t \in Z_n \right\}$. Diberikan grup permutasi

$$S_m=\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots & m \\ p(1) & p(2) & \cdots & p(m) \end{pmatrix} \middle| p:\{1,2,...,m\} \to \{1,2,...,m\} \text{ bijektif} \right\}.$$

Algoritma enkripsi dan dekripsi serta penjadwalan kunci diberikan sebagai berikut. Diberikan plainteks $X = x_1x_2\ x_3x_4\ x_5x_6\ x_7x_8\ x_9x_{10}$, dengan $x_i \in Z_n$, $i=1,2,...,10$.

Sebagai inisialisasi awal, diberikan matriks $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in GL_2(Z_n)$ dan vektor $C=\begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix} \in Z_n^2$, serta suatu permutasi $p=\begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots & 10 \\ p(1) & p(2) & \cdots & p(10) \end{pmatrix} \in S_{10}$. Fungsi affine yang digunakan adalah:

$$AX + C = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_q \\ x_r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix} \quad (\text{mod } n)$$

Diberikan kunci $K = k_1k_2\ k_3k_4\ k_5k_6\ k_7k_8\ k_9k_{10}$, dengan $k_i \in Z_n$, $i = 1, 2, ..., 10$. Untuk putaran ke-1 dilakukan pergeseran kunci sebanyak satu, yaitu $K^1 = k_2k_3\ k_4k_5\ k_6k_7\ k_8k_9\ k_{10}k_1$, untuk putaran ke-2, dilakukan pergeseran lagi pada K^1, yaitu $K^2 = k_3k_4\ k_5k_6\ k_7k_8\ k_9k_{10}\ k_1k_2$, demikian seterusnya. Berikut ini diberikan algoritma enkripsi selengkapnya.

Algoritma 1: Algoritma Enkripsi

Input:

- Plainteks $X = x_1x_2\ x_3x_4\ x_5x_6\ x_7x_8\ x_9x_{10}$
- Kunci $K = k_1k_2\ k_3k_4\ k_5k_6\ k_7k_8\ k_9k_{10}$
- Jumlah putaran = m

Outuput: Cipherteks $Y = y_1y_2\ y_3y_4\ y_5y_6\ y_7y_8\ y_9y_{10}$

Langkah-langkah:

1. Jumlahkan plainteks *X* dengan kunci awal *K*, yaitu $f_i \leftarrow (x_i + k_i) \bmod n$, sehingga diperoleh $F = f_1 f_2\ f_3 f_4\ f_5 f_6\ f_7 f_8\ f_9 f_{10}$.
2. Untuk *i* dari 1 sampai dengan *m*, lakukan:

2.1. Potong *F* menjadi blok-blok dengan panjang dua. Ubah ke bentuk vektor, yaitu $F_{12} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix}$, $F_{34} = \begin{pmatrix} f_3 \\ f_4 \end{pmatrix}$, $F_{34} = \begin{pmatrix} f_3 \\ f_4 \end{pmatrix}$, $F_{78} = \begin{pmatrix} f_7 \\ f_8 \end{pmatrix}$ dan $F_{910} = \begin{pmatrix} f_9 \\ f_{10} \end{pmatrix}$.

2.2. Untuk setiap $F_{qr} = \begin{pmatrix} f_q \\ f_r \end{pmatrix}$, kalikan dengan matriks *A*, kemudian dijumlahkan dengan vektor *C*, yaitu: $\begin{pmatrix} g_q \\ g_r \end{pmatrix} = AF_{qr} + C = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_q \\ x_r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix}$. Diperoleh

$$G^i = g_1g_2\ g_3g_4\ g_5g_6\ g_7g_8\ g_9g_{10}.$$

2.3. Lakukan permutasi pada *G* menggunakan permutasi *p*, diperoleh

$$H^i = p(g_1)\, p(g_2)\ p(g_3)\, p(g_4)\ p(g_5)\, p(g_6)\ p(g_7)\, p(g_8)\ p(g_9)\, p(g_{10})$$
$$= h_1h_2\ h_3h_4\ h_5h_6\ h_7h_8\ h_9h_{10}$$

2.4. Jumlahkan H dengan K^i yaitu kunci pada putaran ke-*i*. Diperoleh $z_i \leftarrow (h_i + k_i) \bmod n$, yaitu $Z^i = z_1 z_2\ z_3 z_4\ z_5 z_6\ z_7 z_8\ z_9 z_{10}$.

3. Jumlahkan hasil akhir Z^m dengan kunci awal *K*, yaitu $y_i \leftarrow (z_i + k_i) \bmod n$. Diperoleh cipherteks $Y = y_1 y_2\ y_3 y_4\ y_5 y_6\ y_7 y_8\ y_9 y_{10}$.

Algoritma Dekripsi pada dasarnya sama dengan Algoritma Enkripsi, hanya saja menggunakan invers dari fungsi affine dan invers dari permutasi. Diberikan fungsi affine $AX + C$. Misalkan $\begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_q \\ x_r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix}$, maka $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_q \\ x_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v-s \\ w-t \end{pmatrix}$, sehingga diperoleh $\begin{pmatrix} x_q \\ x_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} v-s \\ w-t \end{pmatrix}$.

Algoritma 2: Algoritma Dekripsi

Input:

- Cipherteks $Y = y_1 y_2\ y_3 y_4\ y_5 y_6\ y_7 y_8\ y_9 y_{10}$
- Kunci $K = k_1 k_2\ k_3 k_4\ k_5 k_6\ k_7 k_8\ k_9 k_{10}$
- Jumlah putaran = *m*

Outuput: Plainteks $X = x_1 x_2\ x_3 x_4\ x_5 x_6\ x_7 x_8\ x_9 x_{10}$

Langkah-langkah:

1. Kurangkan cipherteks *Y* dengan kunci awal *K*, yaitu $f_i \leftarrow (y_i - k_i) \bmod n$, sehingga diperoleh $H = h_1 h_2\ h_3 h_4\ h_5 h_6\ h_7 h_8\ h_9 h_{10}$.
2. Untuk *i* dari 1 sampai dengan *m*, lakukan:

2.1. Kurangkan H dengan K^i yaitu kunci pada putaran ke-(*m*-*i*+1). Diperoleh $z_i \leftarrow (h_i - k_i) \bmod n$, yaitu $Z^i = z_1 z_2\ z_3 z_4\ z_5 z_6\ z_7 z_8\ z_9 z_{10}$.

2.2. Potong Z menjadi blok-blok dengan panjang dua. Ubah ke bentuk vektor, yaitu $Z_{1,2} = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix}$, $Z_{3,4} = \begin{pmatrix} z_3 \\ z_4 \end{pmatrix}$, $Z_{3,4} = \begin{pmatrix} z_3 \\ z_4 \end{pmatrix}$, $Z_{7,8} = \begin{pmatrix} z_7 \\ z_8 \end{pmatrix}$ dan $Z_{9,10} = \begin{pmatrix} z_9 \\ z_{10} \end{pmatrix}$.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

2.3. Lakukan permutasi pada Z menggunakan invers permutasi dari p, yaitu $p^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots & 10 \\ p^{-1}(1) & p^{-1}(2) & \cdots & p^{-1}(10) \end{pmatrix} \in S_{10}$, diperoleh

$$F^i = p^{-1}(z_1)\, p^{-1}(z_2)\ p^{-1}(z_3)\, p^{-1}(z_4)\, p^{-1}(z_5)\, p^{-1}(z_6)\ p^{-1}(z_7)\, p^{-1}(z_8)\ p^{-1}(z_9)\, p^{-1}(z_{10})$$
$$= f_1 f_2\ f_3 f_4\ f_5 f_6\ f_7 f_8\ f_9 f_{10}$$

$F_{1,2} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix}$, $F_{3,4} = \begin{pmatrix} f_3 \\ f_4 \end{pmatrix}$, $F_{3,4} = \begin{pmatrix} f_3 \\ f_4 \end{pmatrix}$, $F_{7,8} = \begin{pmatrix} f_7 \\ f_8 \end{pmatrix}$ dan $F_{9,10} = \begin{pmatrix} f_9 \\ f_{10} \end{pmatrix}$.

2.4.Untuk setiap $F_{qr} = \begin{pmatrix} f_q \\ f_r \end{pmatrix}$, kurangkan dengan vektor $C = \begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix}$, yaitu $\begin{pmatrix} (f_q - s) \bmod n \\ (f_r - t) \bmod n \end{pmatrix}$, kemudian kalikan dengan invers dari matriks A, yaitu $\begin{pmatrix} g_q \\ g_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} f_q - s \\ f_r - t \end{pmatrix}$. Diperoleh $G^i = g_1 g_2\ g_3 g_4\ g_5 g_6\ g_7 g_8\ g_9 g_{10}$

3. Kurangkan hasil akhir G^m dengan kunci awal K, yaitu $y_i \leftarrow (g_i - k_i) \bmod n$.

   Diperoleh plainteks $X = x_1 x_2\ x_3 x_4\ x_5 x_6\ x_7 x_8\ x_9 x_{10}$.

Sebagai contoh, misalkan Alice ingin mengirimkan pesan rahasia **“matematika”** kepada Bob menggunakan kunci rahasia **“abcdefghij”**. Sebagai inisialisasi awal, keduanya sepakat menggunakan ring komutatif $Z_{26} = \{0,1,2,...,25\}$ yang berkorespondensi dengan himpunan semua huruf alfabet, yaitu $0 \leftrightarrow$ a, $1 \leftrightarrow$ b, $2 \leftrightarrow$ c, dan seterusnya sampai dengan $25 \leftrightarrow$ z. Diperoleh plainteks dan kunci yaitu:

$$X = 12\ 0\ 19\ 4\ 12\ 0\ 19\ 8\ 10\ 0 \quad \text{dan} \quad K = 0\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9$$

Keduanya sepakat menggunakan matriks $A = \begin{pmatrix} 11 & 8 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} \in GL_2(Z_{26})$, vektor konstan $C = \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \end{pmatrix}$ dan permutasi $p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 7 & 5 & 1 & 6 & 10 & 8 & 9 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix} \in S_{10}$. Dapat ditunjukkan bahwa matriks A tersebut mempunyai invers $A^{-1} = \begin{pmatrix} 7 & 18 \\ 23 & 11 \end{pmatrix}$ dan permutasi p tersebut mempunyai invers yaitu permutasi

$p^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 3 & 10 & 8 & 9 & 2 & 4 & 1 & 6 & 7 & 5 \end{pmatrix}$. Inisialisasi tersebut bersifat umum, artinya boleh diketahui siapa saja, yang dirahasiakan adalah plainteks dan kunci. Keduanya sepakat menggunakan iterasi sebanyak 3. Diperoleh penjadwalan kunci:

$$K^1 = 1\,2\,3\,4\,5\,6\,7\,8\,9\,0\,,\; K^2 = 2\,3\,4\,5\,6\,7\,8\,9\,0\,1\,,\; K^3 = 3\,4\,5\,6\,7\,8\,9\,0\,1\,2$$

Proses enkripsi diberikan dalam tabel sebagai berikut.

Tabel 2. Proses Enkripsi Jaringan-Substitusi Permutasi atas Z_{26}

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X	12	0	19	4	12	0	19	8	10	0
F	12	1	21	7	16	5	25	15	18	9
G^1	20	11	11	2	18	25	15	18	15	18
H^1	11	18	18	15	11	2	20	25	15	18
Z^1	12	20	21	19	16	8	1	7	24	18
G^2	16	14	3	8	16	20	25	20	25	20
H^2	3	20	20	25	14	8	16	20	25	16
Z^2	5	23	24	4	20	15	24	3	25	17
G^3	15	14	20	16	12	3	12	9	12	9
H^3	20	9	9	12	14	16	15	3	12	12
Z^3	23	13	14	18	21	24	24	3	13	14
Y	23	24	26	21	25	3	4	10	21	23

Diperoleh cipherteks Y = 23 24 26 21 25 3 4 10 21 23 yang berkorepondensi dengan "**xoqvzdekvx**". Selanjutnya, cipherteks ini dikirimkan oleh Alice kepada Bob. Apabila ada pihak ketiga yaitu Eve yang berhasil menyadap pesan ini, maka Eve hanya mengetahui cipherteks dan inisialisasi algoritma berupa matriks, vektor, permutasi dan jumlah iterasi. Untuk memecahkan plainteks, Eve harus menemukan kunci yang digunakan oleh Alice. Semakin banyak jumlah iterasi, maka Eve menjadi lebih sulit untuk menemukan kuncinya. Sebagai contoh, pada contoh di atas untuk iterasi sebanyak 100 kali akan menghasilkan cipherteks **"jqsnipyxxr"**. Jika kunci dirubah sedikit menjadi **"bbcdefghij"**, dengan iterasi sebanyak 100 kali akan menghasilkan cipherteks **"cxzsmxuicb"**. Terlihat bahwa perubahan sedikit saja pada kunci akan menghasilkan cipherteks yang sangat berbeda. Untuk proses dekripsi dari contoh di atas dapat dipelajari dari Algoritma 2 yang telah diberikan menggunakan invers matriks dari *A* dan invers permutasi dari *p*.

4. Kesimpulan dan Saran

Proses enkripsi menggunakan Jaringan Substitusi-Permutasi dapat diterapkan pada suatu ring komutatif Z_n menggunakan substitusi dengan fungsi affine berupa perkalian matriks dan penjumlahan vektor. Akan tetapi, untuk menjamin bahwa proses dekripsi akan berjalan adalah dengan mensyaratkan bahwa matriks yang digunakan dalam proses substitusi harus invertibel atas Z_n, artinya determinan dari matriks tersebut relatif prima dengan *n*. Untuk meningkatkan keamanan, sebaiknya iterasi dilakukan dalam jumlah yang banyak, seperti lebih dari 1000 kali. Hal ini dilakukan agar cipherteks terlihat benar-benar acak, walaupun kunci dirubah sedikit. Selanjutnya, perlu dikaji lebih lanjut mengenai keamanan dari algoritma tersebut menggunakan analisis secara statisitik dan teori probabilitas. Hal ini perlu dilakukan untuk mengetahui tingkat keacakan dan keterkaitan antara plainteks, kunci dan cipherteks.

Daftar Pustaka

Menezes Alfred J., Paul C. van Oorschot dan Scott A. Vanstone, 1996, *Handbook of Applied Cryptography*, CRC Press, USA.

Stinson, Douglas R., 2006, *Cryptography Theory and Practice*, *Third Edition*, Chapman & Hall/CRC, Florida.

A – 13

Aplikasi Rumus Binomial Newton Pada Pemangkatan Bilangan Bulat Dua Digit

Munadi
Prodi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Pancasakti Tegal
Jl. Halmahera KM 1 Tegal

Abstrak

Jika binomial ($a + b$) dengan a dan b variabel real yang tidak nol dipangkatkan n dengan n bilangan asli, maka akan diperoleh bentuk $(a + b)^n$ yang dijabarkan dalam Rumus Binomial Newton sebagai berikut :

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_k^n \, a^{n-k} b^k$$

Sungguh sangat menarik apabila ternyata ditemukan fakta bahwa angka-angka penyusun hasil pemangkatan (dengan pangkat bilangan asli) pada bilangan bulat dua digit mengikuti pola Rumus Binomial Newton.

Di dalam makalah ini dibahas keterkaitan Rumus Binomial Newton dengan pemangkatan bilangan bulat dua digit.

Kata kunci : *Binomial Newton*, *pemangkatan*, *bilangan bulat dua digit*.

1. PENDAHULUAN

Teori Binomial telah dikenal sejak jaman India Kuno dan Cina Kuno. Ahli Matematika pada jaman India Kuno yang tercatat telah membahas teori ini adalah Pingala (300-200 SM). Selanjutnya teori ini terus digunakan dan berkembang. Pada tahun 1000 M, Al-Karaji seorang matematikawan Arab pertama kali memperkenalkan pembuktian dengan cara induksi yang digunakannya untuk teori binomial. Selain beliau, ahli Matematika yang lain pada masanya Al-Haytham adalah orang pertama kali yang menjabarkan binomial pangkat empat. Pada tahun 1665, Matematikawan dan Fisikawan Inggris Isaac Newton menemukan teori yang lengkap tentang binomial yang kemudian dipakai hingga sekarang. Itu sebabnya istilah binomial sering dikaitkan dengan nama beliau. Rumus Binomial Newton adalah sebagai berikut :

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k = \sum_{k=0}^{n} C_k^n \, a^{n-k} b^k$$

$$= \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b^1 + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \cdots + \binom{n}{n} b^n$$

dimana $\binom{n}{k} = C_k^n = \frac{n!}{(n-k)!k!}$

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Bukti induktif

Induksi menghasilkan bukti pada teorema binomial. Apabila $n = 0$, kedua ruas sama dengan 1, karena $x^0 = 1$ untuk semua x dan . Diasumsikan bahwa Rumus Binomial Newton berlaku untuk setiap, maka akan dibuktikan untuk $n + 1$. Untuk $j, k \geq 0$, ambil $[f(x, y)]_{jk}$ menandakan koefisien $x^j y^k$ dalam polinomial $f(x, y)$. Dengan hipotesis induktif, $(x + y)^n$ adalah suatu polinomial di x dan y sedemikian hingga $[(x + y)^n]_{jk}$ adalah jika $j + k = n$, dan 0 untuk yang lain. Kesamaan

$$(x+y)^{n+1} = x(x+y)^n + y(x+y)^n,$$

menunjukkan bahwa $(x + y)^{n+1}$ juga suatu polinomial pada x dan y, dan

$$[(x+y)^{n+1}]_{j,k} = [(x+y)^n]_{j-1,k} + [(x+y)^n]_{j,k-1}.$$

Jika $j + k = n + 1$ maka $(j - 1) + k = n$ dan $j + (k - 1) = n$. Jadi ruas kanan adalah

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k-1} = \binom{n+1}{k},$$

mengikut Identitas Pascal. Di sisi lain, jika $j + k \neq n + 1$ maka $(j - 1) + k \neq n$ and $j + (k - 1) \neq n$, maka diperoleh $0 + 0 = 0$. Oleh karena itu

$$(x+y)^{n+1} = \sum_{k=0}^{n+1} \binom{n+1}{k} x^{n+1-k} y^k,$$

dan selesailah pembuktian dengan langkah induktif.

Pada awalnya Rumus Binomial Newton dikenal berguna untuk menjelaskan pengembangan aljabar pada perpangkatan suatu binomial. Pada perkembangannya, rumus tersebut dapat juga digunakan untuk menentukan sisa keterbagian dan juga untuk menentukan hasil pemangkatan bilangan dua digit.

Tujuan penulisan makalah ini adalah untuk menjelaskan aplikasi Rumus Binomial Newton pada pemangkatan bilangan bulat dua digit. Pemangkatan yang dimaksud adalah oleh bilangan asli n.

Manfaat penulisan ini adalah untuk membuka wawasan kita tentang aplikasi lain dari Rumus Binomial Newton.

2. APLIKASI BINOMIAL NEWTON PADA PEMANGKATAN BILANGAN BULAT DUA DIGIT

Diberikan dua bilangan bulat nonnegatif a dan b yang membentuk sebuah bilangan dua digit $\underline{a}\ \underline{b}$ dengan a sebagai puluhan dan b sebagai satuan.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Diperoleh

$(\underline{a}\ \underline{b})^1 = (10a + b)^1 = 10a + b = \underline{a}\ \ \underline{b}$

$(\underline{a}\ \underline{b})^2 = (10a + b)^2 = 100a^2 + 20ab + b^2 = \underline{a^2}\ \ \underline{2ab}\ \ \underline{b^2}$

$(\underline{a}\ \underline{b})^3 = (10a + b)^3 = 1000a^3 + 300a^2b + 30ab^2 + b^3 = \underline{a^3}\ \ \underline{3a^2b}\ \ \underline{3ab^2}\ \ \underline{b^3}$

$(\underline{a}\ \underline{b})^4 = (10a + b)^4 = 10000a^4 + 4000a^3b + 600a^2b^2 + 40ab^3 + b^4 = \underline{a^4}\ \underline{4a^3b}\ \underline{6a^2b^2}\ \ \underline{4ab^3}\ \underline{b^4}$

.

.

$= (10a + b)^n =$

$=$

Contoh kasus :

1. $12^2 = \underline{1^2}\ \ \underline{2.1.2}\ \ \underline{2^2} = \underline{1}\ \underline{4}\ \underline{4} = 144$
2. $57^3 = \underline{5^3}\ \ \underline{3.5^2.7}\ \ \underline{3.5.7^2}\ \ \underline{7^3} = \underline{125}\ \ \underline{525}\ \ \underline{735}\ \ \underline{343} = \underline{185}\ \underline{1}\ \underline{9}\ \underline{3} = 185193$
3. $11^4 = \underline{1^4}\ \ \underline{4.1^3.1}\ \ \underline{6.1^2.1^2}\ \ \underline{4.1.1^3}\ \ \underline{1^4} = \underline{1}\ \underline{4}\ \underline{6}\ \underline{4}\ \underline{1} = 14641$

dan lain-lain dimana tanda garis bawah menunjukkan tempat digit penyusun hasil pemangkatan.

Yang bisa menjadi bahan diskusi berikutnya adalah apakah aplikasi Binomial Newton di atas dapat diperluas untuk pemangkatan bilangan lebih dari dua digit? Rumus berikut mungkin bisa dijadikan acuan untuk menjawab pertanyaan tersebut.

Teorema multinomial

Teorema binomial dapat diumumkan untuk memasuki kuasa-kuasa jumlah lebih daripada dua suku. Versi umumnya adalah

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)^n = \sum_{k_1,k_2,\ldots,k_m} \binom{n}{k_1, k_2, \ldots, k_m} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \cdots x_m^{k_m}.$$

di mana penjumlahan meliputi semua barisan bilangan-bilangan bulat nonnegatif k_1 sampai k_m sehingga jumlah semua k_i adalah n. (Untuk tiap suku dalam ekspansi, pangkat harus ditambahkan ke n). Koefisien diketahui adalah koefisien multinomial, dan dapat dinyatakan dengan rumusan

$$\binom{n}{k_1, k_2, \ldots, k_m} = \frac{n!}{k_1!\,k_2!\cdots k_m!}.$$

Simpulan dan Saran

1. Rumus Binomial Newton ternyata dapat diaplikasikan untuk menghitung pemangkatan pada bilangan bulat dua digit.
2. Terdapat tantangan bagi matematikawan apakah aplikasi tersebut di atas dapat diperluas untuk bilangan bulat lebih dari dua digit.

Daftar Pustaka

Burton, M. David. 1980. *Elementary Number Theory*. Boston : Allyn and Bacon, Inc.

Khoe Yao Tung. 2008. *Memahami Teori Bilangan dengan Mudah dan Menarik*. Jakarta : Penerbit PT Grasindo

Stillwell, John. 1989. *Mathematics and Its History*. New York : Springer Verlag.

http:/ / id.wikipedia.org

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Homomorfisma Pada Semimodul Atas Aljabar Max-Plus

Oleh :
Musthofa
Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

Abstrak

Konsep homorfisma telah banyak dibahas pada beberapa struktur aljabar yaitu pada ruang vektor atas lapangan dan modul atas ring komutatif. Jika T : V → V merupakan suatu homomorfisma baik pada modul atau ruang vektor, maka kernel T didefinisikan sebagai ker T = { x/ T(x) = 0 }. Namun, pada semimodule, definisi ini tidak dapat digunakan. Hal ini disebabkan pada semimodule operasi penjumlahan tidak memilki invers. Pada makalah ini, akan dibahas homomorfisma pada semimodule atas aljabar max-plus dan bagaimana mendefinisikan kernelnya.
Kata kunci: Semimodul, Aljabar max-plus, Homomorfisma, Kernel.

PENDAHULUAN

Aljabar maxplus adalah himpunan P ∪ {-∞}, dengan P himpunan semua bilangan real yang dilengkapi dengan operasi maksimum, dinotasikan dengan ⊕ dan operasi penjumlahan, yang dinotasikan dengan ⊗ . Selanjutnya (P ∪ {-∞}, ⊕, ⊗) dinotasikan dengan $P_{\max}$ dan {-∞} dinotasikan dengan ε. Elemen ε merupakan elemen netral terhadap operasi ⊕ dan 0 merupakan elemen identitas terhadap operasi ⊗.

Sebagai suatu struktur aljabar, aljabar max-plus merupakan semiring idempoten. Lebih lanjut, karena terhadap operasi penjumlahan (⊕) mempunyai invers, maka aljabar max-plus merupakan semifield, yaitu :

1. (P ∪ {-∞}, ⊕) merupakan semigrup komutatif dengan elemen netral {-∞}
2. (P ∪ {-∞}, ⊗) merupakan grup komutatif dengan elemen identitas 0
3. Operasi ⊕ dan ⊗ bersifat distributif
4. Elemen netral bersifat menyerap terhadap operasi ⊗ , yaitu

$$\forall\, a \in P_{\max}\ ,\ \varepsilon \otimes a = a \otimes \varepsilon = \varepsilon$$

Analog pada ruang vektor atau modul, yaitu jika *F* suatu lapangan, maka selalu dapat dibentuk suatu ruang vektor atas lapangan *F*, sehingga jika *S* suatu semifield, maka selalu dapat dibentuk semimodul atas semifield *S*. Beberapa kajian pada berbagai struktur aljabar adalah pemetaan linear (homomorfisma). Karena pada suatu semimodul invers terhadap operasi pertama (operasi maximum pada aljabar max plus) tidak mempunyai invers, maka terdapat perbedaan yang cukup mendalam pada pendefinisian kernel suatu homomorfisma pada semimodul. Oleh karena itu pada makalah ini akan dibahas homomorfisma pada semimodul termasuk bagaimana mendefinisikan kernel sehingga tetap konsisten dengan definisi kernel pada modul atau ruang vektor.

PEMBAHASAN

Berikut ini terlebih dahulu akan dibahas dua struktur aljabar yaitu semiring dan semifield .

1. Semiring dan Semifield

Definisi 1.1 *Suatu semiring* (S, $\oplus$, $\otimes$) *adalah himpunan tak kosong S disertai dengan dua operasi biner* $\oplus$ *dan* $\otimes$ *yang memenuhi aksioma berikut* :

1. (S, $\oplus$) *merupakan monoid komutatif dengan elemen netral* ε, *yaitu* $\forall x,y,z \in S$ *memenuhi*

   $(x \oplus y) \oplus z = x \oplus (y \oplus z)$

   $x \oplus y = y \oplus x$

   $x \oplus \varepsilon = \varepsilon \oplus x = x$

2. (S, $\otimes$) *merupakan monoid dengan elemen satuan e, yaitu* $\forall x,y,z \in S$ *memenuhi*

   $(x \otimes y) \otimes z = x \otimes (y \otimes z)$

   $x \otimes e = e \otimes x = x$

3. *Elemen netral* ε *merupakan elemen penyerap terhadap operasi* $\otimes$, *yaitu* $\forall x \in S$, $\varepsilon \otimes x = x \otimes \varepsilon = \varepsilon$.

4. *Operasi* $\otimes$ *bersifat distributif terhadap operasi* $\oplus$, *yaitu* $\forall x,y,z \in S$ *berlaku*

   $(x \oplus y) \otimes z = (x \otimes z) \oplus (y \otimes z)$

   $x \otimes (y \oplus z) = (x \otimes y) \oplus (x \otimes z)$

Contoh 1.2. Diberikan $P_{\varepsilon} \stackrel{\text{def}}{=} P \cup \{-\infty\}$ dengan P adalah himpunan semua bilangan real.

Didefinisikan operasi $\oplus$ dan $\otimes$ pada P_{ε} sebagai berikut:

$\forall x,y \in P_{\varepsilon}$, $x \oplus y = \max(x, y)$ dan $x \otimes y = x + y$

Jadi, $7 \oplus 11 = \max (7,11) = 11$ dan $7 \otimes 11 = 7 + 11 = 18$.

(P_{ε} , $\oplus$, $\otimes$) merupakan semiring dengan elemen netral $\varepsilon = -\infty$ dan elemen satuan $e = 0$, karena pada (P_{ε} , $\oplus$, $\otimes$) berlaku sifat-sifat berikut:

1. (P_{ε} , $\oplus$) merupakan monoid komutatif dengan elemen netral $\varepsilon = -\infty$.

$(x \oplus y) \oplus z = \max(\max(x,y),z) = \max(x,y,z) = \max(x,\max(y,z))) = x \oplus (y \oplus z)$,

$x \oplus y = \max\,(x, y) = \max\,(y, x) = y \oplus x$,

$x \oplus \varepsilon = \max(x, -\infty) = \max\,(-\infty, x) = \varepsilon \oplus x = x$.

2. $(P_\varepsilon , \oplus)$ merupakan monoid dengan elemen satuan $e = 0$.

   $(x \otimes y) \otimes z = (x + y) + z = x + (y + z) = x \otimes (y \otimes z)$,

   $x \otimes e = x + 0 = 0 + x = e \otimes x = x$.

3. Elemen netral $\varepsilon = -\infty$ merupakan elemen penyerap terhadap operasi $\otimes$.

   $x \otimes \varepsilon = x + (-\infty) = -\infty = -\infty + x = \varepsilon \otimes x$.

4. Distributif $\otimes$ terhadap $\oplus$.

   $(x \oplus y) \otimes z = \max(x,y) + z = \max(x + z, y + z) = (x \otimes z) \oplus (y \otimes z)$,

   $X \otimes (y \oplus z) = x + \max(y,z) = \max(x + y, x + z) = (x \otimes y) \oplus (x \otimes z)$.

Selanjutnya untuk memudahkan penulisan, $(P_\varepsilon , \oplus, \otimes)$ ditulis sebagai P_{max} dan dinamakan dengan *aljabar max-plus*.

Definisi 1.3. *Semiring* $(S, \oplus, \otimes)$ *dikatakan semiring komutatif jika operasi* $\otimes$ *bersifat komutatif, yaitu* $\forall x,y \in S, x \otimes y = y \otimes x$.

Definisi 1.4 *Semiring* $(S, \oplus, \otimes)$ *dikatakan semiring idempoten atau dioid jika operasi* $\oplus$ *bersifat idempoten, yaitu* $\forall x \in S, x \oplus x = x$.

Contoh 1.5. Semiring P_{max} merupakan semiring komutatif dan semiring idempoten(dioid), yaitu $\forall x,y \in P_{max}$, $x \otimes y = x + y = y + x = y \otimes x$, dan $x \oplus x = \max(x,x) = x$.

Definisi 1.6. *Semiring komutatif* $(S, \oplus, \otimes)$ *dikatakan semifield jika setiap elemen tak netralnya mempunyai invers terhadap operasi* $\otimes$*, yaitu :*

$$\forall x \in S\backslash\{\varepsilon\}, \exists\, y \in S ,\, x \otimes y = y \otimes x = e.$$

Contoh 1.7. Semiring komutatif P_{max} merupakan semifield, sebab untuk setiap $x \in$ P terdapat $-x \in$ P, sehingga $x \otimes (-x) = x + (-x) = 0 = e$.

Teorema 1.8. *Jika operasi* $\oplus$ *pada semiring* $(S, \oplus, \otimes)$ *bersifat idempoten, maka elemen invers terhadap operasi* $\oplus$ *tidak ada.*

Bukti :

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Ambil sebarang $x \neq \varepsilon \in S$ dan andaikan ada $y \in S$ sehingga $x \oplus y = \varepsilon$. Karena $\oplus$ idempoten, maka

$$x = x \oplus \varepsilon = x \oplus (x \oplus y) = (x \oplus x) \oplus y = x \oplus y = \varepsilon .$$

Kontradiksi dengan $x \neq \varepsilon$. Jadi elemen invers terhadap operasi $\oplus$ tidak ada. □

2. Semimodul atas Semiring

Semimodul atas semiring didefinisikan seperti modul atas ring.

Definisi 2.1 *Semimodul kiri atas semiring* (*S*, $\oplus$, $\otimes$) *adalah himpunan monoid komutatif* $(M,\oplus)$ *yang dilengkapi operasi eksternal yaitu pemetaan pergandaan skalar (kiri):*

$$\alpha : S \times M \rightarrow M$$
$$(s,x) \mapsto sx$$

Dan memenuhi aksioma-aksioma: $(\forall x,y \in M)$ *dan* $(\forall r,s \in S)$

(i) $r (x \oplus y) = rx \oplus ry$

(ii) $(r \oplus s) x = rx \oplus sx$

(iii) $r (sx) = (rs)x$

(iv) $x \otimes \varepsilon = \varepsilon$, $x \otimes e = x$, *dengan* ε *adalah elemen netral terhadap operasi* $\oplus$ *dan* e *elemen netral terhadap operasi* $\otimes$.

Contoh 2.2 Diberikan $\mathbb{R}^n_{\max} = \{\bar{x} = [x_1, x_2, ..., x_n]^{\mathrm{T}} / x_i \in \mathbb{R}_{\max}, i = 1, 2, ..., n\}$. Selanjutnya untuk setiap $\bar{x}, \bar{y} \in \mathbb{R}^n_{\max}$ dan $r \in \mathbb{R}_{\max}$ didefinisikan operasi $\oplus$ dan $\otimes$ sebagai berikut :

$\bar{x} \oplus \bar{y} = [x_1 \oplus y_1, x_2 \oplus y_2, \ldots, x_n \oplus y_n]^{\mathrm{T}}$.

$r \otimes \bar{x} = [r \otimes x_1, r \otimes x_2, \ldots, r \otimes x_n]^{\mathrm{T}}$.

Jadi $\mathbb{R}^n_{\max}$ dapat dipandang sebagai $\mathbb{R}^{n\times 1}_{\max}$. Akan ditunjukkan $\mathbb{R}^n_{\max}$ merupakan semimodul atas semiring $\mathbb{R}_{\max}$.

(i) $r\ (\bar{x} \oplus \bar{y}) = r \otimes [x_1 \oplus y_1, x_2 \oplus y_2, \ldots, x_n \oplus y_n]^{\mathrm{T}}$

$= [r \otimes (x_1 \oplus y_1), r \otimes (x_2 \oplus y_2), \ldots, r \otimes (x_n \oplus y_n)]^{\mathrm{T}}$

$= [\,(r \otimes x_1) \oplus (r \otimes y_1), \ldots, (r \otimes x_n) \oplus (r \otimes y_n)\,]^T$

$= [\, r\otimes x_1, r\otimes x_2, \ldots, r \otimes x_n \,]^T \oplus [\, r\otimes y_1, r\otimes y_2, \ldots, r\otimes y_n \,]^T$

$= r\bar{x} \oplus r\bar{y}$

(ii) $(r \oplus s) \quad \bar{x} \quad = [(r \oplus s) \otimes x_1, (r \oplus s) \otimes x_2, \ldots, (r \oplus s) \otimes x_n \,]^T$

$= [(r \otimes x_1) \oplus (s \otimes x_1), \ldots, [(r \otimes x_n) \oplus (s \otimes x_n) \,]^T$

$= [r \otimes x_1, r \otimes x_2, \ldots, r \otimes x_n]^T \oplus [\, s \otimes x_1, s \otimes x_2, \ldots, s \otimes x_n \,]^T$

$= r\bar{x} \oplus s\bar{y}$

(iii) $r\,(\, s\bar{x}\,) \quad = r\,(\, s \otimes \bar{x}\,)$

$= r\,[\, s \otimes x_1, s \otimes x_2, \ldots, s \otimes x_n \,]^T$

$= [\, r \otimes s \otimes x_1, r \otimes s \otimes x_2, \ldots, r \otimes s \otimes x_n \,]^T$

$= rs\,[\, x_1, x_2, \ldots, x_n \,]^T$

$= (rs)\; \bar{x}$

(iv) $\bar{x} \otimes \varepsilon \quad = [\, x_1, x_2, \ldots, x_n \,]^T \otimes [\, \varepsilon\,, \varepsilon, \ldots, \varepsilon \,]^T$

$= [\, x_1 \otimes \varepsilon\,, x_2 \otimes \varepsilon\,, \ldots, x_n \otimes \varepsilon]^T$

$= [\, \varepsilon\,, \varepsilon\,, \ldots, \varepsilon \,]^T$

$= \varepsilon\,.$

$\bar{x} \otimes e \quad = [\, x_1, x_2, \ldots, x_n \,]^T \otimes [\, e, e, \ldots, e \,]^T$

$= [\, x_1 \otimes e, x_2 \otimes e, \ldots, x_n \otimes e \,]^T$

$= [\, x_1, x_2, \ldots, x_n \,]^T$

$= \bar{x}$

Jadi $\mathbb{R}^n_{\max}$ merupakan semimodul atas semiring $\mathbb{R}_{\max}$.□

Dengan cara yang sama dapat ditunjukkan bahwa $\mathbb{R}^{m\times n}_{\max}$ juga merupakan semimodul atas semiring $\mathbb{R}^n_{\max}$.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

3. Homomorfisma pada Semimodul atas Aljabar Max-plus.

Berikut ini disajikan definisi homomorfisma pada semimodul.

Definisi 3.1 *Jika* $(M, \oplus, \otimes)$ *suatu semimodul atas semiring S, maka pemetaan* $\alpha : M \to M$ *dinamakan homomorfisma jika :* $\forall x,y \in M$, $\alpha(x \oplus y) = \alpha(x) \oplus \alpha(y)$ dan $\forall x \in M, s \in S$, $\alpha(s \otimes x) = s \otimes \alpha(x)$.

Contoh 3.2 .

Pemetaan $\alpha : R_{max} \to R_{max}$ dengan $\alpha(x) = 2 \otimes x \oplus 1$ merupakan homomorfisma, yaitu :

$$\begin{aligned}\alpha(x \oplus y) &= 2 \otimes (x \oplus y) \oplus 1\\ &= (2 \otimes x) \oplus (2 \otimes y) \oplus 1\\ &= (2 \otimes x \oplus 1) \oplus (2 \otimes y \oplus 1)\\ &= \alpha(x) \oplus \alpha(y)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\alpha(s \otimes x) &= 2 \otimes (s \otimes x) \oplus 1\\ &= (s \otimes 2 \otimes x) \oplus 1\\ &= s \otimes (2 \otimes x \oplus 1)\\ &= s \otimes \alpha(x).\end{aligned}$$

Selanjutnya, misalkan definisi kernel homomorfisma pada semimodul di atas adalah

$\operatorname{Ker} \alpha = \{ x \in M / \alpha(x) = \varepsilon \}$, diperoleh :

$$\begin{aligned}\alpha(x) = \varepsilon &\Leftrightarrow 2 \otimes x \oplus 1 = \varepsilon\\ &\Leftrightarrow \max(2 + x, 1) = \varepsilon\end{aligned}$$

Tidak ada $x \in M$ yang memenuhi persamaan di atas.

Demikian juga misalkan $\beta : R^2_{max} \to R^2_{max}$ dengan

$$\beta(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \max(1 + x_1, x_2) \\ \max(x_1, 2 + x_2 \end{bmatrix}.$$

Jika $\beta(x) = \varepsilon$, maka $\begin{bmatrix} \max(1 + x_1, x_2) \\ \max(x_1, 2 + x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon \\ \varepsilon \end{bmatrix}$. Diperoleh $x_1 = \varepsilon$ dan $x_2 = \varepsilon$.

Jadi $\ker \beta = \{\varepsilon\}$, meskipun β tidak injektif.

Oleh karena itu diperlukan suatu definisi tentang kernel suatu homomorfisma pada semimodul. Jika $\alpha : M \to M$ merupakan homomorfisma pada modul M dan m_1 , $m_2 \in \ker \alpha$, maka $\alpha\,(m_1) = 0$ dan $\alpha\,(m_2) = 0$. Akibatnya $\alpha\,(m_1) = \alpha\,(m_2)$. Sebaliknya jika $\alpha\,(m_1) = \alpha\,(m_2)$, maka berakibat $\alpha\,(m_1) - \alpha\,(m_2) = 0$, atau $\alpha\,(m_1\text{-}m_2) = 0$. Diperoleh $m_1\text{-}m_2 \in \ker \alpha$.

Berdasarkan hasil di atas didefinisikan kernel homomorfisma pada semimodul sebagai berikut :

Definisi 3.3 *Jika M suatu semimodul atas semiring S dan $\alpha : M \to M$ merupakan homomorfisma, maka* $\ker \alpha = \{ (x,y) \in M \times M \,/\, \alpha\,(x) = \alpha\,(y) \}$

Berdasarkan definisi 3.3 di atas kernel homomorfisma $\alpha{:}R_{max} \to R_{max}$ pada contoh 3.2 adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\alpha\,(x) = \alpha\,(y) \;&\Rightarrow 2 \otimes x \oplus 1 = 2 \otimes y \oplus 1\\ &\Rightarrow \max\,(2 + x, 1) = \max\,(2+ y, 1)\\ &\Rightarrow x = y \text{ atau } (x \leq -1 \;\&\; y \leq -1)\\ &\Rightarrow \ker \alpha = \{ (x,y) \in R_{max} \times R_{max} \,/\, x = y \text{ atau } x \leq -1 \;\&\; y \leq -1 \}\end{aligned}$$

KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan di atas, konsep homomorfisma pada semimodul didefinisikan seperti homomorfisma pada modul dan ruang vektor. Akan tetapi definisi kernel pada modul atau ruang vektor jika diterapkan pada homomorfisma semimodul kurang bermakna sebab selalu akan diperoleh hasil trivial, yaitu kernelnya nol, atau kosong.

Oleh karena itu, untuk mendefinisikan kernel homomorfisma pada semimodul atas semiring S, digunakan pendekatan yang lain yang tetap konsisten jika diterapkan pada modul atau ruang vektor. Pada makalah ini kernel homomorfisma pada semimodul atas aljabar max-plus didefinisikan sebagai $\ker \alpha = \{(x_1, x_2) \in M \times M/ \alpha\,(x_1) = \alpha(x_2)\}$. Jika diterapkan pada modul atau ruang vektor, maka definisi ini tetap konsisten, yaitu $\alpha\,(x_1) = \alpha(x_2) \Rightarrow \alpha\,(x_1\text{-}x_2) = 0 \Rightarrow x_1\text{-}x_2 \in \ker \alpha$.

Beberapa hal yang belum dibahas dalam makalah ini antara lain bagaimana dengan konsep direct sum pada semimodul secara umum. Sebagaimana telah diketahui, jika $\alpha : V \to V$ merupakan homomorfisma pada ruang vektor, maka V merupakan direct sum dari image α dan kernel α .

DAFTAR PUSTAKA

Adkins, W.A. and Weintrub, S.H.1992. *Algebra. An Approach via Module Theory.* Springer, New York.

Baccelli, F, Cohen, G, Olsder, G.J, Quadrat,J.P. 1992. *Synchronization and Linearity.*John Wiley and Sons, New York.

Blyth, T.S. 1977. *Module Theory. An Approach to Linear Algebra.* Oxford University Press, London.

Cohen, G. 1996. *Kernel, Images and Projections in Dioids*. *Wodes '96*. Edinburgh, Scotland

Roman, S. 2005. *Advanced Linear Algebra.* Springer, New York.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

A – 15

Representasi Matriks Graf *Cut-Set* Dan Sirkuit

Pandri Ferdias[1], Wamiliana[2]
[1] Mahasiswa S2 Matematika Jurusan Matematika FMIPA UGM
Dosen Universitas PGRI Yogyakarta
email : pferdias@gmail.com
[2]Dosen Jurusan Matematika Universitas Lampung
email : wamil@unila.ac.id

ABSTRAK

Representasi matriks pada beberapa kelas graf, khususnya graf *cut-set* dan sirkuit pada dasarnya dilakukan dalam rangka untuk mengkaji salah satu bagian dari ilmu tentang graf, dimana graf sangat banyak kegunaannya dalam kehidupan sehari-hari. Representasi ini dilakukan dengan cara mengobservasi suatu graf *cut-set* dan sirkuit yang dipilih sesuai dengan kebutuhannya, dalam hal ini adalah jenis graf lengkap. Sehingga dengan beberapa contoh graf yang diobservasi, sudah dapat diteliti informasi yang diberikan oleh matriks yang dihasilkan. Observasi ini memperlihatkan bahwa, representasi graf *cut-set* dan sirkuit dalam bentuk matriks memiliki pola khusus.

Kata Kunci : Graf, Cut-Set, Sirkuit

1. PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang dan Masalah

Teori graf merupakan salah satu bidang matematika yang memiliki pokok bahasan yang banyak penerapannya pada masa kini. Pemakaian teori graf telah banyak dirasakan dalam berbagai ilmu, antara lain : optimalisasi jaringan, ekonomi, psikologi, genetika, riset operasi (OR) dan lain-lain. Teori graf ini pertama kali diperkenalkan oleh ahli matematika asal Swiss, Leonard Euler pada tahun 1736. Ide besarnya muncul sebagai upaya menyelesaikan masalah jembatan Konisberg. Dari permasalahan itu, akhirnya Euler mengembangkan beberapa konsep mengenai Teori graf.

Salah satu topik menarik dalam teori graf adalah melihat hubungan antara graf dengan suatu matriks. Pada dasarnya hubungan antara graf dengan suatu matriks adalah terletak pada informasi yang dapat diberikan, dengan kata lain kita akan merepresentasikan graf dalam suatu matriks sehingga kita dapat melihat hal-hal yang mungkin dapat dengan mudah kita ketahui.

1.2. Tujuan Penelitian

Penulisan paper ini bertujuan untuk merepresentasikan beberapa kelas graf dalam bentuk matriks khususnya pada kelas-kelas graf *cut-set* dan sirkuit.

1.3. Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

1. Memperdalam pengetahuan tentang graf, khususnya mengenai representasinya dalam suatu matriks.
2. Untuk dapat mengambil beberapa informasi yang diberikan oleh suatu graf.
3. Untuk membuat program komputer yang berhubungan dengan graf.
4. Memberikan motivasi bagi pembaca agar dapat mengkaji lebih jauh permasalahan yang berhubungan dengan graf.

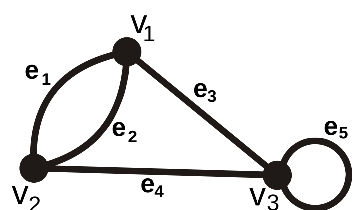
2. GRAF *CUT-SET* DAN SIRKUIT

2.1. Terminologi Graf

Berikut ini diberikan beberapa definisi dari jenis-jenis graf

Definisi 2.1.1 Garis Paralel dan *Loop* (Deo, 1989)

Garis paralel adalah dua buah garis atau lebih yang memiliki dua titik ujung yang sama. *Loop* adalah garis yang titik awal dan ujungnya sama.



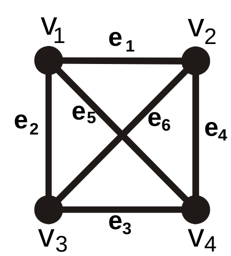
Gambar 1. Contoh graf yang memuat garis paralel dan *loop*

Definisi 2.1.2. Graf Sederhana (Siang, 2002)

Graf sederhana adalah graf yang tidak mengandung garis paralel dan *loop* (contoh pada Gambar 1).

Definisi 2.1.3. Graf Lengkap (Siang, 2002)

Graf lengkap (*Complete Graph*) dengan *n* titik (simbol K_n) adalah graf sederhana dengan *n* titik, dimana setiap dua titik berbeda dihubungkan dengan satu garis.



Gambar 2. Contoh graf lengkap dengan 4 titik dan 6 garis

Teorema 2.1.1 (Deo, 1989)

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Banyaknya garis dalam suatu graf lengkap dengan *n* titik adalah $\frac{n(n-1)}{2}$ garis.

Bukti :

Misalkan G adalah suatu graf lengkap dengan *n* titik $v_1, v_2, \cdots, v_n$. Ambil sembarang titik (sebutlah v_1). Karena G merupakan graf lengkap, maka v_1 dihubungkan dengan (n-1) titik lainnya ($v_2, v_3, \cdots, v_n$). Jadi ada (n-1) buah garis.

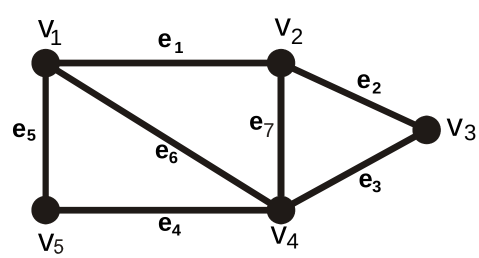
Selanjutnya, ambil sembarang titik kedua (sebutlah v_2). Karena G adalah graf lengkap, maka v_2 juga dihubungkan semua titik sisanya ($v_1, v_3, \cdots, v_n$), sehingga ada (n-1) buah garis yang berhubungan dengan v_2. Salah satu garis tersebut menghubungkan v_2 dengan v_1. Garis ini sudah diperhitungkan pada waktu menghitung banyaknya garis yang berhubungan dengan v_1. Jadi, ada (n-2) garis yang belum diperhitungkan.

Proses dilanjutkan dengan menghitung banyaknya garis yang berhubungan dengan $v_3, v_4, \cdots, v_{n-1}$ dan yang belum diperhitungkan sebelumnya. Banyak garis yang didapat berturut-turut adalah $(n-3),(n-4),\cdots,3,2,1$. Jadi secara keseluruhan terdapat $(n-1)+(n-2)+(n-3)+\cdots+2+1=\frac{n(n-1)}{2}$ buah garis.

Definisi 2.1.4. Perjalanan (*Walk*) (Deo, 1989)

Perjalanan (*walk*) pada graf G adalah barisan berhingga dari *vertex* dan *edge*, dimulai dan diakhiri oleh *vertex*, sedemikian sehingga setiap *edge* menempel (*incident*) dengan *vertex* sebelum dan sesudahnya. Tak ada *edge* yang muncul lebih dari sekali dalam sebuah *walk*.

Contoh :



Gambar 3.Contoh *walk* dari graf G di atas adalah $v_1,e_1,v_2,e_7,v_4,e_6,v_1,e_5,v_5,e_4,v_4$

Definisi 2.1.5. Lintasan (*Path*) (Siang, 2002)

Lintasan (p*ath*) adalah suatu *walk* yang semua *vertex*nya berbeda.

Definisi 2.1.6. Sirkuit (Siang,2002)

Sirkuit adalah lintasan (*path*) yang dimulai dan diakhiri dengan titik yang sama.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Dari Gambar 3 salah satu *path* nya adalah $v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_3, v_4, e_4, v_5$ dan salah satu sirkuitnya adalah $v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_3, v_4, e_4, v_5, e_5, v_1$.

Definisi 2.1.7. Derajat (*Degree*) (Wilson and Watkins, 1990)

Derajat (*degree*) d(*v*) dari suatu vertex / titik *v* adalah jumlah *edge* yang menempel (*incident*) dengan vertex *v*.

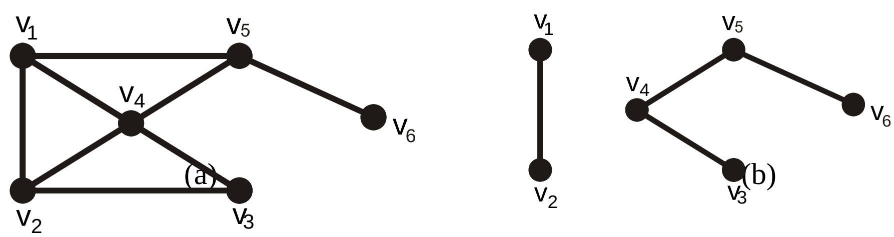
Pada Gambar 3 $d(v_1)=d(v_2)=3, d(v_3)=d(v_5)=2, d(v_4)=4$

Definisi 2.1.8. Bertetangga (*Adjacent*) dan Menempel (*Incident*) (Siang, 2002)

Dua titik dikatakan bertetangga (*adjacent*) jika ada garis yang menghubungkan keduanya. Suatu garis dikatakan menempel (*incident*) dengan suatu titik *u*, jika titik *u* merupakan salah satu ujung dari garis tersebut.

Definisi 2.1.9. Cut-Set (Deo, 1989)

Cut-set dari suatu graf terhubung *G* adalah himpunan sisi yang jika dibuang dari *G* menyebabkan *G* tidak terhubung.



Gambar 4. Graf terhubung (a) dan salah satu *cut-set* nya (b)

Pada graf tersebut, $\{(v_1,v_4), (v_1,v_5), (v_2,v_3), (v_2,v_4)\}$ adalah *cut-set*. Terdapat banyak *cut-set* pada sebuah graf terhubung. Himpunan $\{(v_1,v_5), (v_4,v_5)\}$ juga adalah *cut-set*, $\{(v_1,v_4), (v_1,v_5), (v_1,v_2)\}$ adalah *cut-set*, $\{(v_5,v_6)\}$ juga *cut-set*,

Definisi 2.1.10. Matriks Ketetanggaan (*Adjacency Matrix)*(Siang, 2002)

Misalkan graf G adalah graf tak berarah dengan titik-titik v_1 v_2 …v_n (n berhingga). Matriks ketetanggaan yang sesuai dengan graf G adalah matriks $A=(a_{ij})$ dengan a_{ij} = jumlah garis yang menghubungkan titik v_i dengan titik v_j ; i,j = 1,2,…,n. Karena jumlah garis yang menghubungkan titik v_i dengan v_j selalu sama dengan jumlah garis yang menghubungkan titik v_j dengan titik v_i, maka jelas bahwa matriks ketetanggaan selalu merupakan matriks yang simetris ($a_{ij} = a_{ji}$ untuk setiap i dan j).

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Gambar 5. Contoh graf direpresentasi ke dalam matriks

Untuk mempermudah pemahaman, tiap-tiap baris dan kolom matriks diberi indeks v_i yang sesuai dengan titik grafnya. Sel perpotongan baris v_i dan kolom v_j menyatakan garis yang menghubungkan v_i dan v_j.

Sehingga didapat matriks sebagai berikut :

a.

$$\begin{array}{c} \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

b.

$$\begin{array}{c} \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Ada beberapa hal yang bisa dicatat dalam merepresentasikan graf dengan matriks ketetanggaan :

1. Graf tidak mempunyai loop jika dan hanya jika semua elemen diagonal utamanya = 0.
2. Matriks tetangga *(Adjacency)* dapat dipakai untuk mendeteksi graf yang tidak terhubung secara mudah. Suatu graf tidak terhubung terdiri dari k komponen jika dan hanya jika matriksnya berbentuk

$$\begin{bmatrix} A_1 & O & \dots & O \\ 0 & A_2 & \dots & O \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ O & O & \dots & A_k \end{bmatrix}$$

   Dengan O adalah matriks yang semua elemennya = 0 dan A_i adalah matriks bujur sangkar yang merupakan matriks dari graf terhubung yang merupakan komponen ke-i dari graf.

3. Derajat (*degree*) titik v_i adalah jumlah semua komponen matriks baris / kolom ke-i

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$$d(v_i) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} = \sum_{i=1}^{n} a_{ij} = d(v_j)$$

Derajat graf G adalah jumlah semua komponen matriks = $\sum_i \sum_j a_{ij}$

4. Graf G adalah graf bipartite ($K_{m,n}$) jika dan hanya jika matriks dari graf terhubung berbentuk $\begin{bmatrix} O & I_m \\ I_n & O \end{bmatrix}$ dengan

   O = matriks yang semua elemennya = 0

   I_m = matriks berukuran m x n yang semua elemennya = 1

   I_n = matriks berukuran n x m yang semua elemennya = 1

5. Graf G adalah graf lengkap jika dan hanya jika semua elemen dalam diagonal utama = 0 dan semua elemen diluar diagonal utama = 1.

Definisi 2.1.11. Matriks Bersisian *(Incidency Matrix))*(Siang, 2002)

Misalkan G adalah graf tanpa loop dengan n titik $v_1, v_2, ..., v_n$ dan k garis $e_1, e_2, \ldots, e_k$. Matriks bersisian (*Incidency Matrix)* yang sesuai dengan graf G adalah matriks A berukuran n x k yang elemennya adalah :

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jika ada edge yang menghubungkan titik } v_i \text{ dengan titik } v_j \text{ dan} \\ 0, & \text{lainnya.} \end{cases}$$

Dari Gambar 5 kita dapat merepresentasikan kedalam matriks bersisian sebagai berikut :

a.
$$\begin{array}{c} \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 & e_6 & e_7 & e_8 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

b.
$$\begin{array}{c} \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 & e_6 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Ada beberapa hal yang bisa dicatat sehubungan dengan penggunaan matriks bersisian untuk menyatakan suatu graf :

1. Setiap garis berhubungan dengan 2 titik (karena G tidak mempunyai loop), maka dalam matriks binernya, setiap kolom mempunyai tepat 2 buah elemen 1 dan sisanya adalah elemen 0.
2. Jumlah elemen pada baris ke-i adalah derajat titik v_i sedangkan derajat total graf G adalah jumlah semua elemen dalam matriks binernya.

3. Jika semua elemen pada baris ke-i adalah 0, maka titik v_i merupakan titik terasing.
4. Dua kolom yang semua elemennya sama menyatakan garis yang parallel.

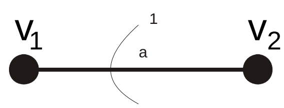
2.2. Representasi Graf *cut-set* dan Sirkuit

2.2.1. Kelas *cut-set* graf lengkap K_n

Seperti diketahui bahwa *cut-set* adalah himpunan sisi yang jika dibuang atau dipotong dari graf G menyebabkan graf G tersebut tidak terhubung. Sedangkan matriks *cut-set* adalah matriks yang merepresentasikan hubungan antara himpunan *cut-set* dengan edge pada suatu graf.

Cut-set hanya dapat dilakukan jika titik yang dimiliki suatu graf berjumlah minimal 2 ($n \geq 2$). Dalam penelitian ini dimulai dengan titik (n) = 2 sampai dengan n = 8.

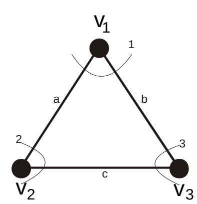
Untuk n = 2



Gambar 6. *Cut-set* graf lengkap dengan n = 2

Matriks *cut-set* nya adalah $\begin{array}{cc} & a \\ 1 & \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \end{array}$

untuk n = 3



Gambar 7. *Cut-set* graf lengkap dengan n = 3

Matriks *cut-set* nya adalah

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} a & b & c \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Jumlah angka 1 tiap baris adalah 2,2,2. Hal ini menunjukkan bahwa *cut-set* hanya mengisolasi 1 titik.

Berdasarkan matriks yang terbentuk pada observasi di atas, maka dapat dilihat bahwa setiap baris pada matriks terdapat angka 1 yang merepresentasikan hubungan himpunan *cut-set* dengan edge dari graf lengkap tersebut. Sehingga, didapat data sebagai berikut :

Tabel 1.Conjecture jumlah angka 1 pada tiap himpunan *cut-set*

Jumlah angka 1 pada n\e / Himpunan *cut-set*	3\3	4\6	5\10	6\15	7\21	8\28
1	2	3	4	5	6	7
2	2	3	4	5	6	7
3	2	3	4	5	6	7
4		3	4	5	6	7
5		**4**	4	5	6	7
6		**4**	**6**	5	6	7
7			**6**	**8**	6	7
8			**6**	**8**	**10**	7
9			**6**	**8**	**10**	**12**
10			**6**	**8**	**10**	**12**
11				**8**	**10**	**12**
12				**8**	**10**	**12**
13				9	**10**	**12**
14				9	**10**	**12**
15				9	12	**12**
16					12	**12**
17					12	15
18					12	15
19					12	15
20					12	15
21					12	15
22						15
23						15
24						15
25						**16**
26						**16**
27						**16**
28						**16**

Berdasarkan penelitian yang dilakukan sampai n = 8 dapat dilihat pola penyebaran jumlah angka 1 pada tiap-tiap baris yang merepresentasikan graf ke dalam suatu matriks, dan memberikan informasi bahwa banyaknya himpunan *cut-set* yang dibentuk oleh tiap graf lengkap bersesuaian dengan jumlah *edge*-nya. Sebagai contoh, kita dapat melihat pada tabel untuk n = 3, e = 3 graf memiliki 3 himpunan *cut-set*, begitu juga untuk jumlah titik lainnya. Proses pemotongan (*cut-set)* ini dilakukan secara bertahap mulai dari 1,2,3,…,$\lfloor n/2 \rfloor$ titik. Ada beberapa hal yang membedakan antara *cut-set* graf lengkap dengan n ganjil dan *cut-set* graf lengkap dengan n genap dilihat dari banyaknya jumlah angka 1 yang muncul pada tiap baris himpunan matriks *cut-set* :

1. Untuk n ganjil

Pada n baris pertama dari matriks *cut-set* akan memiliki jumlah angka 1 yang sama yaitu sebesar n-1. Kelipatan n baris berikutnya memiliki jumlah angka 1 yang sama pula yaitu sebesar jumlah angka satu pada kelipatan sebelumnya ditambah dengan bilangan

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

genap yang tepat berada dibawah kelipatan n tersebut. Untuk n berikutnya, jumlah angka 1 pada kelipatan sebelumnya ditambah bilangan genap yang tepat berada di bawah selisih sebelumnya, dan ini berlaku sampai bilangan genap yang ada di bawah selisih yang menjadi selisih antar kelipatan habis.

2. Untuk n genap

Pada n baris pertama dari matriks *cut-set* akan memiliki jumlah angka 1 yang sama yaitu sebesar n-1. Kelipatan n baris berikutnya memiliki jumlah angka 1 yang sama pula yaitu sebesar jumlah angka satu pada kelipatan sebelumnya ditambah dengan bilangan ganjil yang tepat berada dibawah kelipatan n tersebut. Untuk n berikutnya, jumlah angka 1 pada kelipatan sebelumnya ditambah bilangan ganjil yang tepat berada di bawah selisih sebelumnya, dan ini berlaku sampai bilangan ganjil yang ada di bawah selisih yang menjadi selisih antar kelipatan habis. Pada umumnya, untuk titik ganjil jumlah himpunan *cut-set* melebihi jumlah kelipatan titiknya, hal ini menunjukkan bahwa jumlah himpunan sisa tersebut adalah isolasi titik oleh *cut-set*.

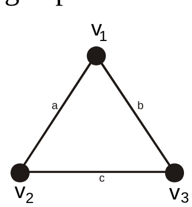
2.2.2. Kelas sirkuit graf lengkap K_n

Seperti diketahui bahwa sirkuit adalah lintasan (*path*) yang dimulai dan diakhiri dengan titik yang sama. Suatu graf dapat ditentukan sirkuitnya jika suatu graf tersebut memiliki titik lebih besar dari 2. Penelitian ini akan dilakukan pada graf lengkap dengan titik 3,4 dan 5 dan sirkuit yang akan dibentuk juga akan dimulai dari titik 3,4 dan 5.

1. Sirkuit dengan 3 titik

Untuk n = 3, banyaknya sirkuit yang dapat dibentuk oleh n = 3 sebanyak 1 sirkuit.

Untuk n = 3,



Gambar 8. Graf lengkap dengan n = 3

Banyaknya sirkuit yang dapat dibentuk ada 1 : v1 a v_2 c v_3 b v_1

Bentuk matriksnya sebagai berikut :

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{ccc} v_1 & v_2 & v_3 \end{array} \\ \begin{array}{c} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Tabel 2. Conjecture untuk menentukan jumlah s-sirkuit dari graf lengkap K_n

Graf lengkap orde n / Bentuk sirkuit (s)	3	4	5	6	7	…	n
3 titik	1	4	10	20	35	…	$\frac{P_3^n}{3.2}$
4 titik	0	3	15	45	105	…	$\frac{P_4^n}{4.2}$
5 titik	0	0	12	72	252	…	$\frac{P_5^n}{5.2}$
6 titik	0	0	0	60	420	…	$\frac{P_6^n}{6.2}$
7 titik	0	0	0	0	360	…	$\frac{P_7^n}{7.2}$
…	…	…	…	…	…	…	…
S titik	0	0	0	0	0	…	$\frac{P_s^n}{s.2}$

3. DAFTAR PUSTAKA

[1.] Deo, N. 1989. *Graph Theory with Applications to Engineering and Computer Science*. Prentice Hall Inc, New York.

[2.] Siang, J.J. 2002. *Matematika Diskrit dan Aplikasinya pada Ilmu Komputer*. Andi, Yogyakarta.

[3.] Wilson, J.R. and John J. Watkins. 1990. *Graph an Introducting Approach*. John Wiley and Sons, Inc., New York.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Modul Faktor Dari Modul $\oplus$ $-$Supplemented

Puguh Wahyu Prasetyo
S2 Matematika FMIPA UGM, Yogyakarta
Email : puguhwp@gmail.com

Ari Suparwanto
Jurusan Matematika FMIPA UGM, Yogyakarta
Email : ari_suparwanto@ugm.ac.id

ABSTRAK

Diberikan M suatu modul atas ring asosiatif dengan elemen kesatuan R. Dalam Wisbauer $M_1 \leq M$ dikatakan *small* di M (dinotasikan dengan $M_1 \ll M$) apabila untuk setiap M_1 submodul sejati dari M maka $M_1 + M_2 \neq M$. Selanjutnya apabila setiap submodul sejati dari M *small* di M, maka M disebut sebagai modul *hollow*. Disisi lain apabila diberikan $M_3, M_4 \leq M$. Submodul M_4 disebut *supplement* dari M_3 apabila M_4 merupakan submodul yang memenuhi $M_3 + M_4 = M$ dan $M_3 \cap M_4 \ll M_4$ Kemudian dalam Idelhadj dan Tribak, modul M disebut modul $\oplus$–*supplemented* jika setiap submodul sejati dari M mempunyai *supplement* yang merupakan *direct summand* dari M. Dalam artikel ini akan diberikan contoh dimana modul faktor dari modul $\oplus$–*supplemented* secara umum belum tentu merupakan modul $\oplus$–*supplemented.*

Kata Kunci : *supplemented module*, $\oplus$–*supplemented module.*

I. Pendahuluan

Pada paper ini semua ring merupakan ring asosiatif dengan elemen kesatuan dan semua modul merupakan modul kiri. Misalkan M merupakan modul atas ring R. Kemudian $M_1, M_2 \leq M$. Submodul M_2 disebut *supplement* dari submodul M_1 jika M_2 merupakan submodul yang memenuhi $M_1 + M_2 = M$ dan $M_1 \cap M_2 \ll M_2$. Apabila setiap modul mempunyai *supplement* di M maka M disebut dengan modul *supplemented*. Sedangkan apabila setiap submodul dari M mempunyai *supplement* yang merupakan *direct summand* dari M, maka M disebut modul $\oplus$–*supplemented.* Dalam artikel ini akan dibahas materi-materi terkait dengan jawaban dari pertanyaan apakah setiap modul faktor dari modul $\oplus$–*supplemented* juga merupakan modul $\oplus$–*supplemented.* Untuk menjawab pertanyaan tersebut akan dibentuk contoh modul $\oplus$–*supplemented* yang modul faktor dari modul tersebut bukan modul $\oplus$–*supplemented.*

II. Pembahasan

2.1. Modul

Definisi 2.1.1

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Misalkan R suatu ring dengan identitas dan M suatu grup abelian dengan operasi penjumlahan.

M dikatakan sebagai modul kiri atas R jika dan hanya jika pemetaan :

$$\cdot : R \text{ x } M \rightarrow M$$

memenuhi

1. $a(m+n) = am + an.$
2. $(a+b)n = an + bn.$
3. $(ab)m = a(bm).$
4. $1m = m.$

Contoh 2.1.2

Z merupakan modul atas dirinya sendiri.

Teorema 2.1.3

Diketahui M suatu modul atas ring R. Jika S_1, S_2 merupakan submodul M, maka $S_1 \cap S_2$ submodul M.

Bukti

Ambil sebarang $a, b \in S_1 \cap S_2$, artinya $a, b \in S_1$ dan $a, b \in S_2$.

Perhatikan $a, b \in S_1$, karena S_1 merupakan submodul M akibatnya $a - b \in S_1$.

Perhatikan $a, b \in S_2$, karena S_2 merupakan submodul M akibatnya $a - b \in S_2$.

Sehingga dapat disimpulkan bahwa $a - b \in S_1 \cap S_2$.

Ambil sebarang $r \in R$, dan sebarang $a \in S_1 \cap S_2$.

Perhatikan $a \in S_1 \cap S_2$ artinya $a \in S_1$ dan $a \in S_2$.

Karena S_1, S_2 merupakan submodul M maka $ra \in S_1$ dan $ra \in S_2$, akibatnya $a \in S_1 \cap S_2$.

Dari penjabaran diatas maka dapat disimpulkan bahwa Jika S_1, S_2 merupakan submodul M, maka $S_1 \cap S_2$ submodul M.

Pada penjelasan diatas jelas bahwa irisan dari suatu submodul juga merupakan submodul. Berikut akan dijelaskan tentang jumlahan dari suatu submodul juga merupakan submodul.

Teorema 2.1.4

Diketahui M suatu modul atas ring R. Jika S_1, S_2 merupakan submodul M, maka $S_1 + S_2$ submodul M.

Bukti

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Ambil sebarang $a, b \in S_1 + S_2$, artinya $a \in S_1 + S_2$ dan $b \in S_1 + S_2$.

Perhatikan $a \in S_1 + S_2$, hal ini berarti a dapat direpresentasikan sebagai $a = u_1 + u_2$ dengan $u_1 \in S_1$ dan $u_2 \in S_2$.

Perhatikan $b \in S_1 + S_2$, hal ini berarti b dapat direpresentasikan sebagai $b = v_1 + v_2$ dengan $v_1 \in S_1$ dan $v_2 \in S_2$.

Sehingga diperoleh :

$$a - b = (u_1 + u_2) - (v_1 + v_2) = (u_1 - v_1) + (u_2 - v_2)$$

Perhatikan S_1 submodul M, $u_1, v_1 \in S_1$ maka $u_1 - v_1 \in S_1$.

Perhatikan S_2 submodul M, $u_2, v_2 \in S_2$ maka $u_2 - v_2 \in S_2$.

Dengan demikian $(u_1 - v_1) + (u_2 - v_2) \in S_1 + S_2$ akibatnya $a - b \in S_1 + S_2$.

Ambil sebarang $r \in R$ dan ambil sebarang $a \in S_1 + S_2$.

Perhatikan $a \in S_1 + S_2$, hal ini berarti a dapat direpresentasikan sebagai $a = u_1 + u_2$ dengan $u_1 \in S_1$ dan $u_2 \in S_2$, akibatnya

$$ra = r(u_1 + u_2) = ru_1 + ru_2$$

Perhatikan S_1 submodul M, $u_1 \in S_1$ maka $ru_1 \in S_1$.

Perhatikan S_2 submodul M, $u_2 \in S_2$ maka $rv_2 \in S_2$.

Dengan demikian $ru_1 + ru_2 \in S_1 + S_2$, jadi dapat disimpulkan bahwa$ra \in S_1 + S_2$

Dari penjabaran diatas dapat disimpulkan bahwa $S_1 + S_2$ submodul *M*.

Dari sebarang submodul dari suatu modul *M* atas *R*, dapat didefinisikan dua sifat dari submodul tersebut, yaitu submodul maksimal dan submodul minimal, berikut definisinya.

Definisi 2.1.5

Diberikan *M* suatu modul atas ring *R*, suatu submodul S dikatakan submodul maksimal jika dan hanya jika $\forall S_1 \leq M$ (dibaca S_1 submodul M) $\Rightarrow S_1 \subseteq S$.

Definisi 2.1.6

Diberikan *M* suatu modul atas ring *R*, suatu submodul S dikatakan submodul minimal jika dan hanya jika $\forall S_1 \leq M$ (dibaca S_1 submodul M) $\Rightarrow S \subseteq S_1$.

Apabila diperhatikan *M* suatu modul atas ring *R*, maka *M* dapat dipandang sebagai grup abelian atas operasi penjumlahan. Sedangkan pada struktur grup dikenal adanya subgrup normal. Sehingga dapat dibentuk grup faktor $M/_S$ dan hal ini mendasari munculnya modul faktor, karena grup faktor ${}^{M}/_{S}$ merupakan grup abelian. Berikut akan dibahas tentang modul faktor.

Teorema 2.1.7

Diketahui *M* suatu modul atas *R*, jika *S* submodul *M* maka dapat dibentuk ${}^{M}/_{S}$ yang merupakan modul atas *R.*

Bukti

Didefinisikan operasi penjumlahan dan perkalian sebagai berikut.

$$\forall \bar{m}, \bar{n} \in {}^{M}/_{S}, \bar{m} + \bar{n} = m + S + n + S = m + n + S = \overline{m+n} + S$$

$$\forall r \in R, \forall \bar{m} \in {}^{M}/_{S}, r\bar{m} = \overline{rm}$$

Dengan operasi penjumlahan dan perkalian diatas akan ditunjukkan bahwa ${}^{M}/_{S}$ merupakan modul atas *R*.

1. Ambil sebarang $r_1, r_2 \in R$ dan sebarang $\bar{m} \in {}^{M}/_{S}$, maka berlaku :

$$(r_1 + r_2)\bar{m} = r_1\bar{m} + r_2\bar{m} = \overline{r_1 m} + \overline{r_2 m}$$

2. Ambil sebarang $r \in R$ dan sebarang $\bar{m}, \bar{n} \in {}^{M}/_{S}$, maka berlaku :

$$r(\bar{m} + \bar{n}) = r\bar{m} + r\bar{n} = \overline{rm} + \overline{rn}$$

3. Ambil sebarang $r_1, r_2 \in R$ dan sebarang $\bar{m} \in {}^{M}/_{S}$, maka berlaku :

$$(r_1 r_2)\bar{m} = \overline{r_1 r_2 m} = \overline{r_1(r_2 m)} = r_1(\overline{r_2 m}) = r_1(r_2\bar{m})$$

4. Ambil sebarang $\bar{m} \in {}^{M}/_{S}$, maka $1.\bar{m} = \overline{1.m} = \bar{m}$.

Dari penjabaran diatas dapat disimpulkan bahwa ${}^{M}/_{S}$ merupakan modul atas *R*.

Definisi 2.1.8

Diberikan *M* merupakan modul atas ring *R*. $N_1, N_2 \leq M$ merupakan *dirrect summand* dari *M* yang dinotasikan dengan $M = N_1 \oplus N_2$ jika dan hanya jika $M = N_1 + N_2$ dan $N_1 \cap N_2 = \{0\}$.

2.2 Modul ⊕–Supplemented

Definisi 2.2.1

Apabila diberikan sebarang modul M atas ring *R*. Dan $M_1 \leq M$. Submodul M_1 disebut *small* di M. Jika untuk sebarang $M_2 \leq M$ dengan sifat $M_1 + M_2 = M$, maka $M_2 = M$ dan dinotasikan dengan $M_1 \ll M$.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Contoh 2.2.2

Diberikan grup abelian $(Z_6, +)$ dengan + merupakan operasi penjumlahan modulo 6. Apabila diperhatikan Z_6 merupakan modul atas ring bilangan bulat *Z*. Dari modul Z_6 dapat diperoleh submodul-submodul dari Z_6 adalah {{0}, {0, 2, 4}}. Dari definisi 3.1 dinyatakan bahwa Submodul $M_1 \ll M$. Jika untuk sebarang $M_2 \leq M$ dengan sifat $M_1 + M_2 = M$, maka $M_2 = M$ atau dengan kata lain jika untuk setiap $M_2 < M$ sehingga $M_2 \neq M$ maka $M_1 + M_2 \neq M$. Submodul {0} $\ll Z_6$. Sebab {0, 2, 4} $\neq Z_6$ maka {0} + {0, 2, 4}$\neq M$. Hal ini berlaku juga untuk $\{0, 2, 4\} \ll Z_6$.

Dari penjabaran diatas dijelaskan bahwa {0} dan {0, 2, 4} *small* di Z_6. di Akan tetapi tidak semua submodul dari suatu modul *small* di modul tersebut. Berikut akan dijelaskan definisi *hollow*.

Definisi 2.2.3

Sebarang modul *M* dikatakan *hollow* jika dan hanya jika $\forall M_1 \leq M \Rightarrow M_1 \ll M$.

Contoh 2.2.4

Diberikan $Z_4 = \{0, 1, 2, 3\}$ dengan operasi penjumlahan merupakan modul atas *Z*. Dan submodul-submodul dari Z_4 adalah {0} dan {0, 2}. Diperhatikan {0} dan {0, 2} *small* di Z_4. Karena semua submodul dari Z_4 *small* di Z_4, maka dapat dikatakan Z_4 modul *hollow*.

Setelah dibahas tentang *small* dan *hollow*, berikut akan dijelaskan tentang suatu *supplement* dari suatu submodul.

Definisi 2.2.5

Diberikan sebarang modul M dan $M_1, M_2 \leq M$. Submodul M_2 disebut *supplement* dari M_1 dalam M apabila M_2 merupakan submodul minimal yang memenuhi $M_1 + M_2 = M$. Dengan kata lain submodul M_2 disebut *supplement* dari M_1 jika dan hanya jika $M_1 + M_2 = M$ dan $M_1 \cap M_2 \ll M_2$. Selanjutnya apabila setiap submodul dari M mempunyai *supplement* maka modul M disebut modul *supplemented* sedangkan submodul M_2 disebut *supplement submodule*.

Pada definisi 3.3 dideskripsikan definisi *supplement* suatu submodul, selanjutnya akan dijelaskan pada suatu kasus ketika setiap submodul mempunyai supplement.

Definisi 2.2.6.

Diberikan sebarang modul M, apabila untuk setiap $M_1 \leq M$ terdapat M_2 yang merupakan *supplement* dari M_1 di M maka M disebut modul *supplemented*. Kemudian apabila M_1 dan M_2 merupakan *direct summand* dari M, maka M disebut dengan $\oplus$–*supplemented module* (modul $\oplus$–*supplemented*).

Proposisi 2.2.7

Diberikan sebarang modul M, pernyataan-pernyataan berikut ekuivalen :

i. M modul $\oplus$–*supplemented*
ii. Untuk setiap $M_1 \leq M$, terdapat *direct summand* M_2 dari M sedemikian hingga berlaku $M_1 + M_2 = M$ dan $M_1 \cap M_2 \ll M_2$.

Bukti

i $\Rightarrow$ ii

Diketahui M modul $\oplus$–*supplemented.* Perhatikan definisi M modul $\oplus$–*supplemented* yaitu untuk setiap submodul dari M mempunyai *supplement* di M yang merupakan *direct summand* dari M. Kemudian dari definisi ini dapat diambil sebarang $M_1 \leq M$, terdapat $M_2 \leq M$ sedemikian hingga M_2 merupakan *supplement* dari M_1. Selanjutnya perhatikan M_2 merupakan *supplement* dari M_1 atau hal ini berarti $M_1 + M_2 = M$ dan $M_1 \cap M_2 \ll M_2$. Jadi terbukti bahwa untuk setiap $M_1 \leq M$, terdapat *direct summand* M_2 dari M sedemikian hingga berlaku $M_1 + M_2 = M$ dan $M_1 \cap M_2 \ll M_2$.

ii $\Rightarrow$ i

Diketahui M suatu modul dengan sifat untuk setiap $M_1 \leq M$, terdapat *direct summand* M_2 dari M sedemikian hingga berlaku $M_1 + M_2 = M$ dan $M_1 \cap M_2 \ll M_2$. Apabila diperhatikan maka dari pernyataan diatas dapat disimpulkan bahwa M_2 merupakan *supplement* dari M_1 yang merupakan *direct summand* dari M. Hal ini berarti untuk setiap submodul $M_1 \leq M$, terdapat $M_2 \leq M$ *supplement* dari M_1 yang merupakan *direct summand* dari M, maka dapat disimpulkan bahwa M merupakan modul $\oplus$–*supplemented.*

Dari pembuktian proposisi 3.1.5 dapat disimpulkan bahwa M modul $\oplus$–*supplemented* jika dan hanya jika untuk setiap $M_1 \leq M$, terdapat *direct summand* M_2 dari M sedemikian hingga berlaku $M_1 + M_2 = M$ dan $M_1 \cap M_2 \ll M_2$.

2.3 Dual Goldie Dimension

Dual Goldie Dimension dari suatu modul M atas ring R dinotasikan dengan *corank* $({}_{R}M)$.

Definisi 2.3.1

Kalathoor Varadarajan mendefinisikan *corank* $({}_{R}M)$ sebagai berikut ini :

(i). Jika $M = 0$, maka *corank* $({}_{R}M) = 0$

(ii). Jika $M \neq 0$ dan k sebuah bilangan bulat yang lebih besar atau sama dengan satu. Jika terdapat suatu epimorfisma $f: M \to \prod_{i=1}^{k} N_i$, dengan $N_i \neq 0$, maka *corank* $({}_{R}M) \geq k$. Jika *corank* $({}_{R}M) \geq k$ dan *corank* $({}_{R}M) \ngeq k+1$ maka *corank* $({}_{R}M) = k$. Jika *corank* $({}_{R}M) \geq k$ untuk setiap $k \geq 1$, maka *corank* $({}_{R}M) = \infty$.

Sehingga dari definisi diatas dapat disimpulkan bahwa *corank* $({}_{R}M) < \infty$, maka terdapat suatu epimorfisma $f: M \to \prod_{i=1}^{k} H_i$, dengan H_i *hollow* dan $\ker(f)$ *small* di M.

Contoh 2.3.2

corank$(Z_2) = 1$

Dari definisi *Dual Goldie Dimension* diatas berikut akan diberikan contoh suatu modul ⊕–*supplemented* yang modul faktornya bukan modul ⊕–*supplemented* dengan proses pembuktiannya menggunakan *Dual Goldie Dimension*.

Lemma 2.3.3

Diberikan R sebuah ring lokal komutatif (*commutative local ring*) yang bukan merupakan ring valuasi (*valuation ring*). Misalkan F suatu modul bebas dengan generator x_1, x_2 dan x_3. Misalkan K sebuah submodul yang dibangun oleh $ax_1 - bx_2$ dan misalkan $M = {}^{F}/_{K}$ untuk suatu modul M, maka

i. $M = (R\overline{x_1} + R\overline{x_2}) \oplus R\overline{x_3}$.

ii. *Corank* $(M) = 3$

Bukti

i. Diberikan R sebuah ring lokal komutatif (*commutative local ring*) yang bukan merupakan ring valuasi (*valuation ring*). Misalkan $a, b \in R$ yang salah satunya tidak membagi yang lain. Diasumsikan $(a) \cap (b) = 0$ dan $aI_m = bI_m = 0$ dengan I_m merupakan ideal maksimal dari R. Misalkan F suatu modul bebas dengan generator x_1, x_2 dan x_3. Misalkan K sebuah submodul yang dibangun

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

oleh $ax_1 - bx_2$ dan misalkan $M = {}^{F}/_{K}$. Perhatikan F suatu modul bebas dengan generator x_1, x_2 dan x_3 atau dengan kata lain $F = \{\sum_{i=1}^{3} r_i x_i | r_i \in R, i = 1,2,3\}$ dengan $Rx_i \cap Rx_j = 0$ untuk $i, j = 1,2,3$ dan $i \neq j$. Dengan demikian diperoleh $F = Rx_1 \oplus Rx_2 \oplus Rx_3$ dan $K = R(ax_1 - bx_2)$, sehingga

$$M = {}^{Rx_1 \oplus Rx_2 \oplus Rx_3}/_{R(ax_1 - bx_2)}$$

Perhatikan

$${}^{Rx_1 \oplus Rx_2 \oplus Rx_3}/_{R(ax_1 - bx_2)} = \{pR(ax_1 - bx_2) | \forall p \in Rx_1 \oplus Rx_2 \oplus Rx_3\}$$

Perhatikan $p \in Rx_1 \oplus Rx_2 \oplus Rx_3$ hal ini berarti p dapat direpresentasikan sebagai $p = p_1x_1 + p_2x_2 + p_3x_3$ dengan $p_ix_i \in Rx_i\ \forall i = 1,2,3.$, sehingga diperoleh

$$pR(ax_1 - bx_2) = (p_1x_1 + p_2x_2 + p_3x_3)R(ax_1 - bx_2)$$
$$= p_1x_1R(ax_1 - bx_2) + p_2x_2\, R(ax_1 - bx_2) + p_3x_3R(ax_1 - bx_2)$$

Katakan $p_1x_1R(ax_1 - bx_2) = R\overline{x_1}$, $p_2x_2\, R(ax_1 - bx_2) = R\overline{x_2}$, dan $p_3x_3R(ax_1 - bx_2) = R\overline{x_3}$. Karena $R(ax_1 - bx_2)$ merupakan ideal yang dibangun oleh $(ax_1 - bx_2)$, hal ini berarti $R\overline{x_1} \cap R\overline{x_2} \neq 0$ dengan demikian diperoleh $pR(ax_1 - bx_2) = R\overline{x_1} + R\overline{x_2} + R\overline{x_3}$, karena $R\overline{x_3} \cap R\overline{x_k} = 0$ untuk $k = 1,2$ maka $pR(ax_1 - bx_2) = (R\overline{x_1} + R\overline{x_2}) \oplus R\overline{x_3}$ $\forall p \in Rx_1 \oplus Rx_2 \oplus Rx_3$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa $M = (R\overline{x_1} + R\overline{x_2}) \oplus R\overline{x_3}$.

ii. Perhatikan pada pembuktian lemma 3.2.6 (i) telah dibuktikan bahwa $M = (R\overline{x_1} + R\overline{x_2}) \oplus R\overline{x_3}$. Akan dibuktikan bahwa *Corank* $(M) = 3$.

Dibentuk pemetaan

$$f: M \to \prod_{i=1}^{3} P_i,\ \ P_i = R\bar{x}_i, \forall i = 1,2,3$$

Yang didefinisikan oleh :

$f(m) = (m_1, m_2, m_3), \forall m \in M$. Dengan $m = \alpha_1 m_1 + \alpha_2 m_2 + \alpha_2 m_3$, untuk suatu $\alpha_i m_i \in R\bar{x}_i, \forall i = 1,2,3$. Akan ditunjukkan bahwa pemetaan f suatu homomorfisma.

Diambil sebarang $m, n \in M$ dan $r \in R$ dengan $f(m) = (m_1, m_2, m_3)$ dan $f(n) = (n_1, n_2, n_3)$ untuk suatu $m_i, n_i \in \bar{x}_i, \forall i = 1,2,3$. Sedemikian hingga berlaku

$f(m+n) = (m_1+n_1, m_2+n_2, m_3+n_3)$

$= (m_1, m_2, m_3) + (n_1, n_2, n_3)$

$f(m+n) = f(m) + f(n)$

$f(rm) = (rm_1, rm_2, rm_3) = r(m_1, m_2, m_3)$

Jadi dapat disimpulkan bahwa pemetaan f suatu homomorfisma.

Kemudian untuk menunjukkan bahwa pemetaan f suatu epimorfisma, harus ditunjukkan bahwa pemetaan f bersifat surjektif. Pembuktiannya sebagai berikut.

Diambil sebarang $\bar{m} \in \prod_{i=1}^{3} R\bar{x}_i$ dengan $\bar{m} = (m_1, m_2, m_3)$. Maka dapat dibentuk $\alpha_1 m_1 + \alpha_2 m_2 + \alpha_2 m_3 \in M$, katakan $\alpha_1 m_1 + \alpha_2 m_2 + \alpha_2 m_3 = m$, untuk suatu $m \in M$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa terdapat $m \in M$ sedemikian hingga berlaku $f(m) = (m_1, m_2, m_3)$. Jadi dapat disimpulkan bahwa pemetaan f bersifat surjektif. Karena pemetaan f suatu homomorfisma dan bersifat surjektif, maka dapat disimpulkan bahwa pemetaan f merupakan suatu epimorfisma. Oleh sebab itu *Corank* $(M) = 3$.

Contoh 2.3.4

Diberikan R sebuah ring lokal komutatif (*commutative local ring*) yang bukan merupakan ring valuasi (*valuation ring*). Misalkan $a, b \in R$ yang salah satunya tidak membagi yang lain. Diasumsikan $(a) \cap (b) = 0$ dan $aI_m = bI_m = 0$ dengan I_m merupakan ideal maksimal dari R. Misalkan F suatu modul bebas dengan generator x_1, x_2 dan x_3. Misalkan K sebuah submodul yang dibangun oleh $ax_1 - bx_2$ dan misalkan $M = {}^{F}/_{K}$. Perhatikan F suatu modul bebas dengan generator x_1, x_2 dan x_3 atau dengan kata lain $F = \{\sum_{i=1}^{3} r_i x_i \mid r_i \in R, i = 1,2,3\}$ dengan $Rx_i \cap Rx_j = 0$ untuk $i, j = 1,2,3$ dan $i \neq j$. Dengan demikian diperoleh $F = Rx_1 \oplus Rx_2 \oplus Rx_3$ dan $K = R(ax_1 - bx_2)$, sehingga

$$M = {}^{Rx_1 \oplus Rx_2 \oplus Rx_3}/_{R(ax_1 - bx_2)}$$

Perhatikan

$$ {}^{Rx_1 \oplus Rx_2 \oplus Rx_3}/_{R(ax_1 - bx_2)} = \{pR(ax_1 - bx_2) \mid \forall p \in Rx_1 \oplus Rx_2 \oplus Rx_3\}$$

Perhatikan $p \in Rx_1 \oplus Rx_2 \oplus Rx_3$ hal ini berarti p dapat direpresentasikan sebagai $p = p_1 x_1 + p_2 x_2 + p_3 x_3$ dengan $p_i x_i \in Rx_i$ $\forall i = 1,2,3.$, sehingga diperoleh

$pR(ax_1 - bx_2) = (p_1x_1 + p_2x_2 + p_3x_3)R(ax_1 - bx_2)$

$= p_1x_1R(ax_1 - bx_2) + p_2x_2\, R(ax_1 - bx_2) + p_3x_3R(ax_1 - bx_2)$

Katakan $p_1x_1R(ax_1 - bx_2) = R\overline{x_1}$, $p_2x_2\, R(ax_1 - bx_2) = R\overline{x_2}$, dan $p_3x_3R(ax_1 - bx_2) = R\overline{x_3}$. Karena $R(ax_1 - bx_2)$ merupakan ideal yang dibangun oleh $(ax_1 - bx_2)$, hal ini berarti $R\overline{x_1} \cap R\overline{x_2} \neq 0$ dengan demikian diperoleh $pR(ax_1 - bx_2) = R\overline{x_1} + R\overline{x_2} + R\overline{x_3}$, karena $R\overline{x_3} \cap R\overline{x_k} = 0$ untuk $k = 1,2$ maka $pR(ax_1 - bx_2) = (R\overline{x_1} + R\overline{x_2}) \oplus R\overline{x_3}$ $\forall p \in Rx_1 \oplus Rx_2 \oplus Rx_3$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa $M = (R\overline{x_1} + R\overline{x_2}) \oplus R\overline{x_3}$. Misalkan M merupakan modul $\oplus$–*supplemented*, maka terdapat submodul-submodul M_1 dan M_2 dari M sedemikian hingga $M = M_1 \oplus M_2$, misalkan $M_2 = R\overline{x_1}$, maka $R\overline{x_1} + M_2 = M$, dan $R\overline{x_1} \cap M_2 \ll M_2$. Perhatikan $R\overline{x_1} + R\overline{x_2}$ merupakan modul *indecomposable* yang tidak dapat dibangun kurang dari dua elemen. Oleh sebab itu *corank* $(R\overline{x_1} + R\overline{x_2}) = 2$ akibatnya *corank* $(M) = 3$. Karena $M_1 \cong {}^{M}/_{M_2}$ dan ${}^{M}/_{M_2} \cong {}^{R\overline{x_1}}/_{(M_2 \cap R\overline{x_1})}$, sehingga diperoleh M_2 *direct summand*

lokal dari M dan karena *corank* $(N) = 2$. Karena R merupakan ring lokal komutatif, maka End$_R(R\overline{x_3})$ merupakan ring lokal. Karena $R\overline{x_3}$ mempunyai sifat *exchange*, terdapat submodul-submodul $M_2{}' \leq M_2$ dan $M_1{}' \leq M_1$ sedemikian hingga $M = R\overline{x_3} \oplus M_2{}' \oplus M_1{}'$. Oleh sebab itu ${}^{M}/_{R\overline{x_3}} \cong R\overline{x_1} + R\overline{x_2} \cong M_2{}' \oplus M_1{}'$. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa $M_2{}' \oplus M_1{}'$ *indecomposable*. Oleh sebab itu $M_1' = 0$ atau $M_2' = 0$. Akan tetapi *corank* $(M) = 3$. Dan *corank* $(N) = 2$, jadi $M = R\overline{x_3} \oplus M_1$ dan $M_1 \cong R\overline{x_1} + R\overline{x_2}$ *indecomposable*. Karena $\overline{x_1}, \overline{x_2} \in M$, terdapat $\propto, \beta \in R$ dan $\overline{y_1}, \overline{y_2} \in M_1$ sedemikian hingga $\overline{x_1} = \propto \overline{x_3} + \overline{y_1}$ dan $\overline{x_2} = \beta\overline{x_3} + \overline{y_2}$. Oleh sebab itu $\overline{x_1} - \propto \overline{x_3} \in M_1$ dan $\overline{x_2} - \beta\overline{x_3} \in M_1$. Akan tetapi $M = R\overline{x_3} \oplus [R(\overline{x_1} - \propto \overline{x_3}) + R(\overline{x_2} - \beta\overline{x_3})]$. Maka $M_1 = R(\overline{x_1} - \propto \overline{x_3}) + R(\overline{x_2} - \beta\overline{x_3})$. Sekarang $M = R\overline{x_1} + N$ dan $\overline{x_3} \in M$, jadi terdapat $\alpha' \in R$ sedemikian hingga $\overline{x_3} - \alpha'\overline{x_1} \in M_1$. Catat bahwa $\alpha'\overline{x_1} - \alpha'\alpha\overline{x_3} \in M_1$ dan $(1 - \alpha'\alpha)\overline{x_3} \in M_1 \cap R\overline{x_3}$. Dengan demikian $(1 - \alpha'\alpha)\overline{x_3} = 0$, yaitu $(1 - \alpha'\alpha)\overline{x_3} \in R(ax_1 - bx_2)$. Oleh sebab itu $1 - \alpha'\alpha = 0$. Jadi $\alpha'\alpha = 1$ atau dengan kata lain α *invertible* dan $\alpha^{-1} = \alpha'$. Catat bahwa

$$\alpha(\overline{x_1} - \propto \overline{x_3}) - b(\overline{x_2} - \beta\overline{x_3}) = (b\beta - a\alpha)\overline{x_3}$$

Dengan demikian $\alpha(\overline{x_1} - \propto \overline{x_3}) - b(\overline{x_2} - \beta\overline{x_3}) \neq 0$. Sebaliknya $(b\beta - a\alpha)\overline{x_3} \in R(ax_1 - bx_2)$, yang mengakibatkan $b\beta = a\alpha$ selanjutnya diperoleh $b\beta\alpha' = a$. Hal ini kontradiksi. Karena $(b\beta - a\alpha)M_1 \cap R\overline{x_3}$, maka $M_1 \cap R\overline{x_3} \neq 0$, hal ini juga kontradiksi. Jadi dapat disimpulkan bahwa M bukan merupakan modul ⊕–*supplemented*. Akan tetapi $Rx_1 \oplus Rx_2 \oplus Rx_3$ merupakan modul ⊕–*supplemented.*

Setelah diberikan contoh diatas maka dapat disimpulkan bahwa modul faktor dari modul ⊕–*supplemented* secara umum belum tentu merupakan modul ⊕–*supplemented*.

III. Penutup

Kesimpulan

Dari pembahasan dapat disimpulkan bahwa Setelah diberikan contoh diatas maka dapat disimpulkan bahwa modul faktor dari modul ⊕–*supplemented* secara umum belum tentu merupakan modul ⊕–*supplemented*.

Saran

Perlu dibahas lebih dalam tentang dual goldie dimension, dan sifat-sifat dari modul ⊕–*supplemented.*

Daftar Pustaka

A. Idelhadj and R. Tribak. *On Some Properties of ⊕–supplemented modules*. IJMMS 2003 : 69, 4373-4387 PII. S016117120320346X, Hindawi Publishing Corporation.

________________, *A dual notion of CS-modules generalization*, Algebra and Number Theory (Fez) (M. Boulagouaz and J.-P. Tignol, eds.), LectureNotes in Pure and Appl. Math., vol. 208, Marcel Dekker, New York, 2000, pp. 149–155.

F. W. Anderson and K. R. Fuller, *Rings and Categories of Modules*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 13, Springer-Verlag, New York, 1974.

K. Varadarajan, *Dual Goldie dimension*, Comm. Algebra **7** (1979), no. 6, 565–610.

O. Zariski and P. Samuel, *Commutative Algebra. Vol. 1*, Graduate Texts in Mathematics, no. 28, Springer-Verlag, New York, 1975.

Wisbauer, R, *Foundations of Module and Ring Theory*, Gordon and Breach, Philadelphia, 1991.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

A – 17

Bilangan Fibonacci dan Lucas dengan Subskrip Riil

Suzyanna
Universitas Airlangga Fakultas Sains Dan Teknologi Departemen Matematika
e-mail : suzyoetomo@gmail.com

Abstrak

Dalam makalah ini pengertian bilangan Fibonacci dan Lucas diberikan dengan subskrip riil. Secara umum, jika subskrip bukan integer, maka merupakan bilangan kompleks. Langkah berikutnya akan diberikan beberapa sifat dasar bilangan Fibonacci dan Lucas , membuktikan beberapa sifat dasar bilangan tersebut serta beberapa aplikasi.
Kata kunci: bilangan Fibonacci, bilangan Lucas, formula Euler

1. PENDAHULUAN

Leonardo Pisano Fibonacci lahir sekitar tahun 1170 dan meninggal sekitar tahun 1250 di Pisa, Italia. Dia menulis teks matematika, antara lain memperkenalkan Eropa dengan notasi Hindu-Arab untuk bilangan. Meskipun buku-bukunya harus ditulis dengan tangan, tetapi teks tentang natematika beredar luas.

Dalam beberapa literatur didefinisikan bahwa bilangan Fibonacci dan Lucas adalah dengan subskrip (index) riil.

Pada umumnya menurut Andre-Jeannin (1991),Horadam & Shannon(1988) dan J.Lahr(1981) definisi akan rumit jika subskrip bukan bilangan bulat. Dalam makalah ini didefinisikan bahwa F_x dan L_x adalah riil ketika index x adalah riil.

Pada bagian berikut akan diberikan ekspresi dari F_x dan L_x dan beberapa sifat dari mereka lebih tepatnya yaitu memberikan ekspresi dalam bentuk eksponensial.

Kami membatasi untuk mempertimbangkan nilai-nilai hanya nonnegatif dari subskrip, sehingga dalam semua pernyataan yang melibatkan bentuk F_{x-y} dan L_{x-y} dipahami bahwa $y \leq x$

2. PEMBAHASAN

2.1 Definisi Dasar

Perbandingan dari tiap dua bilangan Fibonacci adalah konvergen dari suatu perbandingan hasil bagi yang takhingga [1,1,1,....] = x

Untuk n yang besar : $\frac{F_{n+1}}{F_n} \approx [1,1,1 \ldots.] = x$ (1)

Sebut saja bahwa F_n mendekati $C\,x^n$ untuk n besar, C adalah konstan positif dan x didefinisikan dengan (1). Jika kita substitusikan $C\,x^n$ untuk S_n yang didefinisikan sebagai $S_{n+1} = S_n + S_{n-1}\;\; n \geq 2,$ (2)

maka di dapat : $C\,x^{n+1} = C\,x^n + C\,x^{n-1}\,, n \geq 1$ (3)

Dengan membagi kedua ruas persamaan (2) dengan $C\,x^{n-1}$, maka x memenuhi persamaan : $x^2 = x + 1$ (4)

Hal tersebut dikatakan sebagai *persamaan karakteristik* dari relasi rekursi (3).

Kita dapat menuliskan persamaan (4) sebagai:

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = x^2 - x + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

atau disederhanakan menjadi:

$$x - \frac{1}{2} = \pm\frac{\sqrt{5}}{2}$$

Dua penyelesaian tersebut adalah $\alpha = \frac{1}{2}\left(\sqrt{5} + 1\right)$ dan $\beta = \frac{1}{2}\left(-\sqrt{5} + 1\right)$ (5)

Karena β adalah negatif, penyelesaian yang memenuhi (1) adalah:

$$\alpha = [1,1,1, \ldots.] = \frac{1}{2}\left(\sqrt{5} + 1\right) \quad (6)$$

Karena $S_n = \alpha^n$ dan $S_n = \beta^n$ yang keduanya memenuhi relasi rekursi (2), dan telah dibuktikan bahwa tiap kombinasi linier dari dua penyelesaian juga memenuhi (2), sehingga $S_n = A\,\alpha^n + B\,\beta^n$ (7)

yang memenuhi (2). Dalam bentuk khusus dari barisan Fibonacci dapat dinyatakan sebagai: $F_n = A\,\alpha^n + B\,\beta^n$ (8)

dengan $F_1 = A\,\alpha^n + B\,\beta^n = 1$ dan $F_2 = A\,\alpha^2 + B\,\beta^2 = 1$ (9)

Karena keduanya α dan β memenuhi (4), maka $\alpha^2 - \alpha = \beta^2 - \beta = 1$

atau $\beta^2 = 1 + \beta$ dan $\alpha^2 = 1 + \alpha$

Tinjau F_n akan naik untuk n bertambah besar.

$x^2 - x - 1 = (x - \alpha)(x - \beta) = x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$ sehingga :

$$\alpha + \beta = 1\,,\; \alpha\,\beta = -1 \text{ dan } \alpha - \beta = \sqrt{5} \quad (10)$$

Nilai β mendekati – 0.618, jadi $|\beta| < 1$

Berikut ini terdapat tiga bentuk identitas yang memenuhi bilangan Fibonacci dan Lucas yang dinyatakan dengan F_n dan L_n , $n \in N$ merupakan bentuk umum definisi F_n dan L_n untuk indeks n:

$$\sqrt{5}\,F_n = \alpha^n - \beta^n \tag{11}$$

$$F_{n+1} - \beta\,F_n = \alpha^n \tag{12}$$

$$L_n = 2\,\alpha^n - \sqrt{5}\,F_n \tag{13}$$

dengan $n \in N$, sedang (12) dan (13) telah dibuktikan oleh Rabinowitz dan Witula. Bahwa dalam kenyataannya proses prosedur merupakan definisi umum dari F_n dan L_n dengan indeks $n \in R$. Persamaan (11) sampai (13) telah dibuktikan oleh Suzyanna (2011).

Secara umum bentuk bilangan Fibonacci F_s pertama-tama diberikan untuk $s \in [0,1)$ berdasarkan (11) bahwa:

$$\sqrt{5}\,F_s = \alpha^s - e^{i\,\pi\,s}\,(-\beta)^s \tag{14}$$

Dan untuk langkah berikutnya untuk $s \in [1,2)$, untuk $s \in [2,3)$, ... dan terakhir untuk $s \in [-1,0)$, untuk $s \in [-2,-1)$,.... yang dapat dilihat pada relasi berikut yaitu bahwa:

$$F_{s+1} = \alpha^s + \beta\,F_s \tag{15}$$

Akibat 2.2

Tinjau bahwa $\alpha > 0$ dan $-\beta > 0$, dalam (14) hanya jika $e^{i\,\pi\,s}$ adalah fungsi kompleks.

Selanjutnya dari (13) maka $L_s = 2\,\alpha^s - \sqrt{5}\,F_s$, dengan $s \in R$ (16)

yang didefinisikan sebagai bentuk umum bilangan Lucas.

Akibat 2.3

Dari (14) didapat: $\alpha^s = \sqrt{5}\,F_s + e^{i\,\pi\,s}\,(-\beta)^s$, sedang dari (15) didapat :

$$\begin{aligned} F_{s+1} &= \alpha^s + \beta\,F_s \\ &= \sqrt{5}\,F_s + e^{i\,\pi\,s}\,(-\beta)^s + \beta\,F_s \\ &= e^{i\,\pi\,s}\,(-\beta)^s + \left(\beta + \sqrt{5}\,\right)F_s \\ &= e^{i\,\pi\,s}\,(-\beta)^s + \alpha\,F_s \end{aligned} \tag{17}$$

3. SIFAT-SIFAT DASAR

Beberapa sifat dasar dari F_s dan L_s dengan $s \in R$ adalah berikut:

$$\sqrt{5}\,F_s = \alpha^s - e^{i\,\pi\,s}\,(-\beta)^s \tag{18}$$

$$L_s = \alpha^s + e^{i\,\pi\,s}\,(-\beta)^s \tag{19}$$

$$F_{s+2} = F_{s+1} + F_s \tag{20}$$

$$L_{s+2} = L_{s+1} + L_s \tag{21}$$

$$F_{-s} = -\,e^{-\,i\,\pi\,s}\,F_s \tag{22}$$

$$L_{-s} = e^{-i\pi s} L_s \tag{23}$$

$$F_{2s} = F_s L_s \tag{24}$$

$$L_s = F_{s+1} + F_{s-1} \tag{25}$$

$$e^{i\pi t} L_{s-t} = F_{t+1} L_s - F_t L_{s+1} \tag{26}$$

$$F_s F_t - F_{s-r} F_{t+r} = e^{i\pi(s-r)} F_r \; F_{t-s+r} \tag{27}$$

$$F_{s+t+1} = F_{s+1} F_{t+1} + F_s F_t \tag{28}$$

4. BUKTI BEBERAPA IDENTITAS SIFAT DASAR

(19) $L_s = 2\,\alpha^s - \sqrt{5}\,F_s = 2\,\alpha^s - \sqrt{5}\,.\frac{1}{\sqrt{5}}\left[\alpha^s - e^{i\pi s}(-\beta)^s\right]$

$= 2\,\alpha^s - \left[\alpha^s - e^{i\pi s}(-\beta)^s\right]$

$= \alpha^s + e^{i\pi s}(-\beta)^s$

(20) $F_{s+2} = \alpha^{s+1} + \beta\,F_{s+1} = \alpha^{s+1} + \beta(\alpha^s + \beta\,)\,F_s$

$= \alpha^s(\alpha+\beta) + \beta^2 F_s = \alpha^s + (\beta+1)\,F_s$

$= \alpha^s + \beta F_s + F_s = F_{s+1} + F_s$

(21) $L_{s+1} + L_s = 2\,\alpha^{s+1} - \sqrt{5}\,F_{s+1} + 2\,\alpha^s - \sqrt{5}\,F_s$

$= 2\alpha^s(\alpha+1) - \sqrt{5}\,(F_{s+1} + F_s\,)$

$= 2\alpha^s.\alpha^2 - \sqrt{5}\,F_{s+2} = 2\alpha^{s+2} - \sqrt{5}\,F_{s+2}$

$= L_{s+2}$

(22) $F_{-s} = -\,e^{-i\pi s} F_s$

$\sqrt{5}\,F_s = \alpha^s - e^{i\pi s}(-\beta)^s$ seningga

$\sqrt{5}\,F_{-s} = \alpha^{-s} - e^{i\pi(-s)}(-\beta)^{-s}$

$= (-\beta)^s - e^{i\pi(-s)}.\,\alpha^s$

$= (-\beta)^s - e^{i\pi(-s)}\left[\sqrt{5}\,F_s + e^{i\pi s}(-\beta)^s\right]$

$= (-\beta)^s - e^{-i\pi s}\sqrt{5}\,F_s - (-\beta)^s$

$= -\,e^{-i\pi s}\sqrt{5}\,F_s$ sehingga :

$F_{-s} = -\,e^{-i\pi s} F_s$

(23) dari (19) didapat $L_s = \alpha^s + e^{i\pi s}(-\beta)^s$, sehingga

$L_{-s} = \alpha^{-s} + e^{-i\pi s}\left(-\beta\right)^{-s}$

$e^{-i\pi s} L_s = e^{-i\pi s}\left[\alpha^s + e^{i\pi s}(-\beta)^s\right]$

$= e^{-i\pi s}\alpha^s + (-\beta)^s$

$$= e^{-i\pi s}\left(-\beta\right)^{-s} + \alpha^{-s}$$

$$= L_{-s}$$

(24) $F_s\, L_s \overset{(18-19)}{=} \frac{1}{\sqrt{5}}\left[\alpha^s - e^{i\pi s}(-\beta)^s\right]\left[\alpha^s + e^{i\pi s}(-\beta)^s\right]$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}}\left[\alpha^{2s} + \alpha^s . e^{i\pi s}(-\beta)^s - \alpha^s . e^{i\pi s}(-\beta)^s - e^{2i\pi s}(-\beta)^{2s}\right]$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}}\left[\alpha^{2s} - e^{2i\pi s}(-\beta)^{2s}\right]$$

$$F_s\, L_s = F_{2\,s}$$

(25) Dari (14) dan (15) diperoleh :

$$L_s = 2\,\alpha^s - \sqrt{5}\,F_s = 2\,\alpha^s + (\beta - \alpha)\,F_s$$

$$= (\alpha^s + \beta\,F_s) + (\alpha^s - \alpha\,F_s)$$

$$= F_{s+1} + \alpha\,(\alpha^{s-1} - F_s)$$

$$= F_{s+1} - \alpha\,\beta\,F_{s-1}$$

$$= F_{s+1} + F_{s-1}$$

(26) Di satu sisi ditunjukkan bahwa:

$$e^{i\pi t}\,\alpha^s\left(-\beta\right)^t + e^{i\pi s}\,\alpha^t\left(-\beta\right)^s =$$

$$e^{i\pi t}\,\alpha^t\,(-\beta)^t\,.\left(\alpha^{s-t} + e^{i\pi(s-t)}(-\beta)^{s-t}\right) \overset{(19)}{=} e^{i\pi t}\,L_{s-t}.$$

Di sisi yang lain dengan (15) dan (17), didapat bahwa:

$$e^{i\pi t}\,\alpha^s\left(-\beta\right)^t + e^{i\pi s}\,\alpha^t\left(-\beta\right)^s =$$

$$(F_{s+1} - \beta\,F_s)\,x\,(F_{t+1} - \alpha\,F_t) + (F_{t+1} - \beta\,F_t)\,(F_{s+1} - \alpha\,F_s)$$

$$= 2\,(F_{s+1}F_{t+1} - F_s\,F_t\,) - (\alpha + \beta)x\,(F_sF_{t+1} + F_{s+1}\,F_t)$$

$$= 2\,(F_{s+1}F_{t+1} - F_s\,F_t\,) - F_sF_{t+1} - F_{s+1}\,F_t$$

$$= F_{t+1}(2\,F_{s+1} - F_s) - F_t(2\,F_s + F_{s+1}\,)$$

$$\overset{(20)(25)}{=} F_{t+1}L_s - F_t\,L_{s+1}$$

Sehingga: $e^{i\pi t}\,L_{s-t} = F_{t+1}L_s - F_t\,L_{s+1}$

5. BEBERAPA APLIKASI

Andaikan didefinisikan:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^s := \begin{bmatrix} F_{s+1} & F_s \\ F_s & F_{s-1} \end{bmatrix} \text{ untuk tiap } s \in R \qquad (29)$$

Misalkan :

$$\begin{bmatrix} F_{s+1} & F_s \\ F_s & F_{s-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{t+1} & F_t \\ F_t & F_{t-1} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} F_{s+1}\,F_{t+1} + F_s\,F_t & F_{s+1}F_t + F_sF_{t-1} \\ F_s\,F_{t+1} + F_{s-1}\,F_t & F_s\,F_t + F_{s-1}\,F_{t-1} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} F_{s+t+1} & F_{s+t} \\ F_{s+t} & F_{s+t-1} \end{bmatrix}$$

Berarti (29) adalah benar untuk bilangan rational s. Berikutnya cukup pernyataan untuk semua $s \in R$

Dengan cara serupa dapat pula didefinisikan:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}^s := \begin{bmatrix} F_{s+1} & -F_s \\ -F_s & F_{s-1} \end{bmatrix},\ s \in R \qquad (30)$$

6. SIMPULAN

Penulis dapat membuktikan beberapa identitas dasar dan menerapkan dalam matriks. Diharapkan untuk selanjutnya dapat menerapkan atau memberikan contoh ke dalam matriks dengan pangkat bulat dengan elemen-elemen dalam matriks adalah bilangan Lucas.

7. DAFTAR PUSTAKA

[1] Andre-Jeannin R.,1991,*Generelized Complex Fibonacci and Lucas Function,Fibonacci Quarterly 29.:,13-18.*

[2] Bijendra Singh,Pooja Bhadouria and Omprakash.,2011,*General Identities Involving Common Factors of Fibonacci and Lucas Numbers,*International Journal Algebra,Vol 5, No.13, 637-645.

[3] Filipponi Piero.,1993, *Real Fibonacci and Lucas Numbers with Real Subscripts,*Fondazione Ugo Bordoni I-00142, Rome,Italy.

[4] Horadam A.F and Shannon.,1988, *Fibonacci and Lucas Curves,* Fibonacci Quarterly 26.1, 3 – 13.

[5] Halsey E., 1965, *The Fibonacci Numbers F_u Where u Is Not Integer*, Fibonacci Quarterly 3.2, 147-52.

[6] Lahr.J.,1981,*Theorie Elektrischer Leitungen unter Anwendung und Erweiterung der Fibonacci Funktion,*Disertation ETH No.6958,Zurich.

[7] Parker F.D., 1968, " *A Fibonacci Function*, Fibonacci Quarterly 6.1 : 1-2.

[8] Phillips George M., 2005, *Mathematics Is Not a Spectator Sport,* Springer,

New York.

[9] Suzyanna., 2011, *Hubungan antara Formula Binet dan Bilangan Fibonacci*, Surabaya.

[10] Witula,R.,2011,*Fibonacci and Lucas Numbers for Real Indices and Some Applications*,Acta Physica Polonoca A, vol 120.

A – 18

Rank Matriks Atas Ring

Yuliyanti Dian Pratiwi (Mahasiswa S2 Matematika FMIPA UGM)
Miftah Sigit Rahmawati (Mahasiswa S2 Matematika FMIPA UGM);
Nana Fitria (Mahasiswa S2 Matematika FMIPA UGM);
Sri Wahyuni (Dosen PS S2 Matematika Jurusan Matematika FMIPA UGM)

ABSTRAK

Dalam artikel ini akan dibahas rank matriks atas ring yang merupakan generalisasi dari rank matriks atas lapangan. Sudah diketahui, bahwa pada rank matriks atas lapangan salah satu cara mencari rank menggunakan metode eliminasi *Gauss* dengan menggunakan operasi baris atau kolom elementer, sehingga diperoleh basis dari ruang kolom atau ruang baris matriks tersebut. Dimensi dari ruang kolom atau ruang baris matriks tersebut dikenal sebagai rank matriks atas lapangan.

Misalkan $A \in M$mxn(R) dengan R ring komutatif dengan elemen satuan, maka akan diperoleh submodul yang dibangun oleh kolom-kolom matriks A, dan juga diperoleh submodul yang dibangun oleh baris-baris matriks A. Akan tetapi submodul-submodul tersebut belum tentu mempunyai basis. Dengan demikian, tidak dapat didefinisikan rank matriks A tersebut sebagai dimensi dari submodul-submodul tersebut. Sebagai akibatnya rank matriks atas ring tersebut tidak dapat dihitung menggunakan cara operasi baris elementer atau operasi kolom elementer.

Mengingat rank matriks atas lapangan juga dapat dilihat dari nilai minor matriks A yang tidak nol, dalam artikel ini akan dicoba didefinisikan rank matriks atas ring melalui pendekatan ideal yang dibangun oleh minor-minor $t \times t$ dari matris A atas ring R matriks tersebut. Mengingat ring R juga dapat membagi nol, maka dalam pendefinisian rank matriks atas R pendekatan dilakukan dengan menggunakan pengenolnya yakni jika I adalah suatu ideal maka pengenol (Annihilator) dari I didefinisikan sebagai himpunan AnnRI=x∈R|r.x=0,∀x∈I. Dalam artikel ini diperoleh pendefinisian rank matriks atas ring R sebagai berikut

rank (A) = max t|AnnRItA=0

dengan ItA didefinisikan sebagai ideal yang dibangun oleh semua minor-minor berukuran $t \times t$ dari matris A. Selanjutnya ditunjukkan bahwa pendefinisian ini tidak bertentangan jika diaplikasikan pada matriks atas lapangan.

Kata kunci : rank matriks atas lapangan, ideal, dan annihilator

1. Pendahuluan

Sebelumnya kita akan bahas secara garis besar mengenai rank matriks atas lapangan. Salah satu topik yang kita pelajari adalah bagaimana mencari rank dari suatu matriks lapangan. Andaikan F adalah suatu lapangan, diberikan matriks M = $M_{\text{mxn}}(F)$ = $\left[f_{ij}(F)\right]$ dengan f_{ij}∈F adalah suatu matriks yang elemen-elemennya berasal dari lapangan. Dengan mengubah M tersebut menjadi matriks eselon baris tereduksi maka dapat diketahui ruang kolom dan ruang baris matriks tersebut.

Didefinisikan CS(M) = $\{f_1C_1, f_2C_2, f_3C_3, \dots, f_nC_n | f_i \in \text{F}\}$adalah subruang di F^m yang dibangun oleh kolom-kolom M = $\langle C_1, C_2, C_3, \dots, C_n \rangle$. Karena CS(M) mempunyai basis maka rank (CS(M)) = dim (CS(M)) , rank (CS(M)) ≤ n dan dim (CS(M)) adalah banyaknya kolom-kolom yang merupakan basis. Kemudian

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

didefinisikan pula RS(M) = $\{f_1R_1 + f_2R_2 + \cdots + f_nR_m | f_i \in \text{F}\}$ adalah subruang di F^n yang dibangun oleh baris-baris M = $\langle R_1, R_2, R_3, \ldots, R_m \rangle$ dengan rank (RS(M)) = dim (RS(M)), rank (CS(M)) $\leq m$. Kita juga telah mengetahui bahwa CS(M) = RS(M) sehingga dim (CS(M)) = dim (RS(M)) = rank (M).

Karena lapangan adalah bentuk khusus dari suatu ring, maka kita mengkaji lebih lanjut apakah cara mencari suatu rank dari suatu matriks atas lapangan dapat juga digunakan untuk mencari rank matriks atas ring.

2. Rank Matriks Atas Lapangan

Berikut ini akan dibahas pendefinisian rank matriks atas ring

Definisi 2.1: Misalkan diberikan lapangan dan $A \in M_{m\times n}(F)$ dengan

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Vektor-vektor:

$$B_1 = (a_{11}, a_{12}, \ldots a_{1n})$$
$$B_2 = (a_{21}, a_{22}, \ldots a_{2n})$$
$$\vdots$$
$$B_m = (a_{m1}, a_{m2}, \ldots a_{mn})$$

yang di bentuk dari baris-baris matriks A disebut vektor-vektor baris matriks A, dan vektor-vektor:

$$K_1 = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ . \\ . \\ . \\ a_{n1} \end{bmatrix}, K_1 = \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ . \\ . \\ . \\ a_{n2} \end{bmatrix} \cdots, K_n = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ . \\ . \\ . \\ a_{m1} \end{bmatrix}$$

yang dibentuk dari kolom-kolom matriks A disebut vektor-vektor matriks A. Selanjutnya, subruang R^n yang di bangun oleh vektor-vektor baris matriks A disebut ruang baris A, dan subruang R^m yang di bangun oleh vektor-vektor kolom matriks A disebut ruang kolom A.

Contoh 1 :

Diberikan $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 4 \end{bmatrix} \epsilon M_{2\times 3}(\mathbb{R})$

Dari matriks A tersebut, dapat diperoleh vektor-vektor baris, yaitu:

$B_1 = (2,1,0)$ dan $B_1 = (3,-1,4)$

Dan vektor-vektor kolom, yaitu:

$$K_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \text{ dan } K_3 = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Perhatikan bahwa pada suatu matriks $A \epsilon M_{m\times n}(F)$, operasi baris elementer tidak mengubah ruang baris suatu matriks A, dan operasi kolom elementer juga tidak mengubah ruang kolom A. Selanjutnya, vektor-vektor baris tak nol yang berbentuk eselon dari matriks A akan membangun basis untuk ruang baris A, dan vektor-vektor kolom tak nol yang berbentuk eselon dari matriks A akan membangun basis untuk ruang kolom A.

Definisi 2.2: Diberikan F adalah lapangan dan $A \epsilon M_{m\times n}(F)$. Rank dari matriks A, dinotasikan $rank_F(A)$ adalah dimensi dari ruang baris dan ruang kolom A.

Perhatikan bahwa definisi $rank_F(A)$ tersebut juga bisa dinyatakan sebagai maksimal dari vektor-vektor baris (atau vektor-vektor kolom) dari matriks A yang bebas linear. Dengan kata lain, $rank_F(A)$ juga bisa dinyatakan sebagai *t* maksimal dimana matriks A memiliki submatriks berkuran *t x t* yang determinannya tidak sama dengan nol.

Contoh 2:

Diberikan $\mathbb{R}$ adalah lapangan, dan matriks $= \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \in M_{2\times 3}(\mathbb{R})$!

Dalam matriks B itu hanya ada dua baris, jadi rank matriks B tersebut adalah 2. Di lain pihak, dalam matriks B tersebut juga hanya ada dua kolom yang bebas linear, yaitu:

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ dan } \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Karena untuk sebarang $a, b \in \mathbb{N}$ jika $a\begin{bmatrix}2\\0\end{bmatrix} + b\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$ maka berlaku:

$$2a + b = 0$$

$$b = 0$$

Sehingga a = 0. Oleh karena itu, rank matriks B tersebut adalah 2.

3. Rank Matriks Atas Ring

Berikut ini akan dibahas pendefinisian rank matriks atas ring. Seperti halnya matriks atas lapangan, matriks atas ring dibangun oleh ruang baris dan ruang kolom.

Misalkan $A \in M_{mxn}(R)$ dan R ring komutatif dengan elemen satuan, maka

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$ dengan $a_{11}, a_{12}, \dots a_{mn} \in R$

Ruang kolom dari matriks A dinotasikan CS(A) = < C_1, C_2, …, C_n> merupakan sub modul di R^m dan baris dari matriks A dinotasikan RS(A) = < R_1, R_2, …, R_m> merupakan sub modul di R^n, tetapi sub modul-submodul ini belum tentu mempunyai basis. Karena itu perlu dilakukan inovasi sehingga dapat didefinisikan rank matriks atas ring yang tidak bertentangan dengan definisi matriks atas lapangan. Pada suatu ring dikenal sebuah himpunan $A_{nn_R}(I) = \{x \in R | r.x = 0, \forall x \in I\}$ yang disebut Annihilator dari ideal I yang menyerupai pendefinisian basis pada matriks atas lapangan, sehingga dapat digunakan untuk mencari rank matriks atas ring. Dan mengingat definisi rank matriks atas lapangan yang telah kita bahas sebelumnya juga dapat dilihat dari sisi adanya minor matriks A yang tidak nol, maka pendefinisian rank matriks atas ring dapat dilakukan melalui pengkajian ideal dari R yang dibangun semua minor $t \times t$ dari matriks A atas ring R.

Definisi 3.1: Diketahui R Ring komutatif dengan elemen satuan dan A $\in M_{mxn}$(R). Untuk t = 1, 2, …, r = min {m, n}, notasi I_t(A) menyatakan ideal dari R yang dibangun oleh semua minor matriks A yang berukuran t × t.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Hal ini dapat dijelaskan sebagai berikut:

Karena A $\in$ M_{mxn}(R), maka matriks A dapat ditulis sebagai

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \text{ dengan } a_{ij} \in R.$$

Minor-minor matriks A yang berukuran 1 × 1 adalah

a_{11} , a_{12}, … a_{1n}, a_{21}, a_{22}, …, a_{2n}, …a_{m1}, a_{m2}, …, a_{mn} $\in$ R.

Dari minor-minor ini dapat dibentuk ideal yang dibangun oleh minor-minor 1 × 1 dari matriks A, dinotasikan I_1(A).

Sedangkan minor-minor berukuran 2 × 2 dari matriks A adalah

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix}, \dots, \begin{vmatrix} a_{(m-1)(n-1)} & a_{(m-1)n} \\ a_{m(n-1)} & a_{mn} \end{vmatrix} \in R.$$

Dari minor-minor ini dapat dibentuk ideal yang dibangun oleh minor-minor berukuran 2 × 2 dari matriks A, dinotasikan I_2(A)

Dengan cara yang sama, jika t = 1, 2, …, r = min {m, n}, maka dari minor-minor matriks A yang berukuan t×t dapat dibentuk ideal yang dibangun semua minor matriks A yang berukuran t×t (M_{txt}) , dinotasikan I_t(A). Karena

$$M_{txt} = a_{11}M_{11} - a_{12}M_{12} + \dots + a_{1t}M_{1t},$$

dengan $M_{11}, M_{12}, \dots, M_{1t}$ minor-minor matriks berukuran (t-1) × (t-1) , maka $M_{txt} \in I_{t-1}(A)$. Berarti semua minor matriks berukuran t×t dari matriks A berada dalam I_{t-1}(A). Dengan demikian $I_t \subseteq I_{t-1}$, sehingga diperoleh sifat berikut ini

Sifat 1. Jika A $\in$ M_{mxn}(R), dan $1 \le t \le r$ = min {m, n}, berlaku

$$I_r(A) \subseteq I_{r-1}(A) \subseteq \dots \subseteq I_2(A) \subseteq I_1(A) \subseteq R \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots(1)$$

Telah diketahui bahwa R di sini ring komutatif. Karena R ring komutatif, maka R dan {0} merupakan ideal dalam R, sehingga dalam kasus ini, t > min {m, n}, maka I_t(A) = {0}, sedangkan karena semua ideal berada di dalam R maka bisa diambil I_0(t) = R. Akibatnya definisi 3 dapat diperluas seperti berikut ini.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Definisi 3.2: Untuk semua $t \in \mathbb{Z}$ berlaku $I_t(A) = \begin{cases} (0), & \text{jika } t > \min\{m, n\} \\ R, & \text{jika } t \le 0 \end{cases}$

Dengan demikian (1) menjadi

$\{0\} = I_{r+1}(A) \subseteq I_r(A) \subseteq I_{r-1}(A) \subseteq \ldots \subseteq I_2(A) \subseteq I_1(A) \subseteq I_0(A) = R$ ....(2)

Lemma: Jika $B \in M_{mxp}(R)$ dan $C \in M_{pxn}(R)$, maka $I_t(BC) \subseteq I_t(B) \cap I_t(A)$ untuk semua $t \in \mathbb{Z}$

Bukti:

Pembuktian lemma ini dapat dibagi dalam 3 kasus sebagai berikut:

(i) Kasus 1

Untuk $t \le 0$ maka $I_t(BC) = R$

Perhatikan bahwa

$I_t(BC) = R$ artinya $I_t(B) = R$ dan $I_t(C) = R$, akibatnya $I_t(B) \cap I_t(C) = R$

Dengan demikian $I_t(BC) \subseteq I_t(B) \cap I_t(C)$

(ii) Kasus 2

Untuk $t > \min\{m, n\}$, maka $I_t(BC) = \{0\}$

Pada bagian ini, pembuktian dibagi dalam 4 sub kasus, yaitu

(a) Sub kasus I , $m \le p \le n$

Jika $m \le p \le n$, maka $I_t(B) = \{0\}$ dan $\{0\} \subseteq I_t(C)$, akibatnya

$I_t(B) \cap I_t(C) = \{0\}$

Dengan demikian $I_t(BC) \subseteq I_t(B) \cap I_t(C)$

(b) Sub kasus 2, $n \le p \le m$

Jika $n \le p \le m$, maka $I_t(C) = \{0\}$ dan $\{0\} \subseteq I_t(B)$, akibatnya

$I_t(B) \cap I_t(C) = \{0\}$

Berarti $I_t(BC) \subseteq I_t(B) \cap I_t(C)$

(c) Sub kasus 3 , $p < m, n$ dan $t > p$

Jika $p < m, n$ dan $t > p$, maka $I_t(B) = \{0\}$, $I_t(C) = \{0\}$, $I_t(BC) = \{0\}$, akibatnya $I_t(B) \cap I_t(C) = \{0\}$

Jadi $I_t(BC) \subseteq I_t(B) \cap I_t(C)$

(d) Sub kasus 4, $p > m, n$ dan $t > p$

Jika p > m, n dan t > p, maka $I_t(BC) = \{0\}$, $I_t(B) = \{0\}$, $I_t(C) = \{0\}$, akibatnya $I_t(B) \cap I_t(C) = \{0\}$

Dengan demikian $I_t(BC) \subseteq I_t(B) \cap I_t(C)$

(iii) Kasus 3

Untuk $1 \leq t \leq \min\{m, n\}$

Akan ditunjukkan $I_t(BC) \subseteq I_t(B) \cap I_t(C)$

Ekuivalen dengan menunjukkan

a. $I_t(BC) \subseteq I_t(C)$
b. $I_t(BC) \subseteq I_t(B)$

Yaitu sebagai berikut,

a. Akan ditunjukkan $I_t(BC) \subseteq I_t(C)$

Misalkan C dipartisi menjadi n kolom , maka $C = (\delta_1|\delta_2|...|\delta_n)$, dengan δ_i kolom ke-i dari C.

Telah diketahui, Jika $A \in M_{mxp}(R)$ dan $B \in M_{pxn}(R)$, maka

$$AB = (\, A\ \text{Kolom}_1\ (B) \mid A\ \text{Kolom}_2\ (B) \mid \dots \mid A\ \text{Kolom}_n\ (B))$$

Berdasarkan sifat tersebut, diperoleh:

$$BC = (B\delta_1|B\delta_2|...|B\delta_n) = B(\delta_1|\delta_2|...|\delta_n)$$

Misalkan Δ adalah sebarang minor t x t dari BC, yaitu pembangun ideal $I_t(BC)$, dan kolom-kolom dari Δ berasal dari kolom-kolom ke $j_1, j_2, \dots, j_t$ dengan $j_1 < j_2 < \dots < j_t$ dari matriks BC. Karena $\{\delta_{j_1}, \delta_{j_2}, ..., \delta_{j_t}\} \subset \{\delta_1, \delta_2, ..., \delta_n\}$,

maka

$$I_t(\delta_{j_1}, \delta_{j_2}, ..., \delta_{j_t}) \subseteq I_t(\delta_1, \delta_2, ..., \delta_n) = I_t(C)$$

dan karena

$$\Delta \in I_t((B\delta_{j_1}|B\delta_{j_2}|...|B\delta_{j_t})) = I_t(B(\delta_{j_1}|\delta_{j_2}|...|\delta_{jt}))$$

maka di sini cukup cukup untuk menunjukkan

$$I_t(B(\delta_{j_1}|\delta_{j_2}|...|\delta_{jt})) \subseteq I_t(\delta_{j_1}|\delta_{j_2}|...|\delta_{jt})$$

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Dengan kata lain , dalam membuktikan $\Delta \in I_t$ (C), tanpa mengurangi keberlakuan secara umum, kita dapat mengasumsikan $t = n \le m$. Dengan demikian $\Delta = \Delta(i_1, i_2, \ldots, i_n; 1, 2, \ldots, n)$ untuk suatu pilihan indeks-indeks baris $1 \le i_1 < i_2 < \ldots < i_n \le m$.

Misalkan $B = (b_{ij}) \in M_{mxp}(R)$, maka

$$\begin{aligned} \mathrm{Row}_i(BC) &= \mathrm{Row}_i(B)\, C \\ &= \mathrm{Row}_i(B) \begin{pmatrix} Row_1(C) \\ Row_2(C) \\ . \\ . \\ . \\ Row_p(C) \end{pmatrix} \\ &= (b_{i1} \quad b_{i2} \quad \ldots \quad b_{ip}) \begin{pmatrix} Row_1(C) \\ Row_2(C) \\ . \\ . \\ . \\ Row_p(C) \end{pmatrix} \\ &= b_{i1} Row_1(C) + b_{i2} Row_2(C) + \ldots + b_{ip} Row_p(C) \\ &= \sum_{j=1}^{p} b_{ij} Row_j(C), \forall i = 1,2,\ldots,m \end{aligned}$$

Sehingga

$$\Delta(i_1, i_2, \ldots, i_n; 1, 2, \ldots, n) = \det((Row_{1_1}(BC); \ldots; Row_{i_n}(BC))$$

$$= \det((\sum_{j=1}^{p} b_{i_1 j} Row_j(BC); \ldots; \sum_{j=1}^{p} b_{i_n j} Row_j(BC)))$$

$$= \sum_{\alpha_1, \ldots, \alpha_n = 1}^{p} c_{\alpha_1 \ldots \alpha_n} \det((Row_{\alpha_1}(C); \ldots; Row_{\alpha_n}(C)))$$

$c_{\alpha_1 \ldots \alpha_n}$ berbagai konstan dalam R akibat ekspansi determinan. Simbol $\sum_{\alpha_1, \ldots, \alpha_n = 1}^{p}$ berarti jumlahan diambil atas semua indeks $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$. Untuk masing-masing $i = 1, 2, \ldots, n$, indeks α_i berjalan dari 1 sampai p.

Perhatikan bahwa untuk semua pilihan α_1, …, α_n $\det((Row_{\alpha_1}(C);...;Row_{\alpha_n}(C)))$ minor $n \times n$ dari matriks C. Berarti untuk semua pilihan α_1, …, α_n $\det((Row_{\alpha_1}(C);...;Row_{\alpha_n}(C))) \in$ I_n(C). Determinan-determinan ini semuanya bernilai nol jika $n > p$. Dengan demikian $\Delta(i_1, i_2,..., i_n; 1,2,..., n) \in$ I_t(C). Karena Δ sebarang pembangun dari I_t(BC) , maka dapat disimpulkan bahwa $I_t(BC) \subseteq I_t(C)$.

Terbukti

b. Akan ditunjukkan $I_t(BC) \subseteq I_t(B)$ untuk semua $t \in \mathbb{Z}$

Sebelumnya akan ditunjukkan $I_\alpha(A^t) = I_\alpha(A)$, $\forall \alpha \in \mathbb{Z}$.

Misalkan $\Delta = (i_1, i_2,..., i_\alpha; j_1, j_2,... j_\alpha)$ minor $\alpha \times \alpha$ dari matriks A dengan $\alpha \in \mathbb{Z}$.

Maka
$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{i_1 j_1} & \cdots & a_{i_1 j_\alpha} \\ . & & . \\ . & \cdots & . \\ . & & . \\ a_{i_\alpha j_1} & \cdots & a_{i_\alpha j_\alpha} \end{vmatrix} = |A_\alpha| = |A_\alpha{}^t|$$

minor $\alpha \times \alpha$ dari A^t

Dengan demikian $I_\alpha(A^t) = I_\alpha(A)$, $\forall \alpha \in \mathbb{Z}$.

Selanjutnya, perhatikan bahwa

$$I_t(BC) = I_t((BC)^t) = I_t(C^tB^t) \subseteq I_t(B^t) = I_t(B)$$

Karena $I_t(BC) \subseteq I_t(C)$ dan $I_t(BC) \subseteq I_t(B)$ maka $I_t(BC) \subseteq I_t(C) \cap I_t(B)$

Akibat : Misalkan A $\in M_{m \times n}$ (R), P$\in$ Gl(m, R) dan Q $\in$ Gl(n,R). Maka $I_t(PAQ) = I_t(A)$ untuk semua $t \in \mathbb{Z}$. Dengan Gl(m, R) Himpunan matriks invertible dalam $M_{m \times m}$ (R), segangkan himpunan Gl(n,R) merupakan grup dengan operasi kelipatan matriks.

Bukti: Berdasarkan Lemma 1

$$I_t(PA) \subseteq I_t(A) = I_t(P^{-1}(PA)) \subseteq I_t(PA)$$

Karena itu $I_t(PA) = I_t(A)$ untuk semua $t \in \mathbb{Z}$. Dengan cara yang sama, dapat ditunjukkan $I_t(PA) = I_t(PAQ)$. Akibatnya $I_t(PAQ) = I_t(PA) = I_t(A)$.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Terbukti.

Sekarang kita definisikan rank matriks $A \in M_{m\times n}$.

Definisi 3.3: Annihilator ideal I dalam R, dinotasikan $Ann_R(I)$ adalah $Ann_R(I) = \{r \in R \mid r.i = 0, \forall i \in I\}$

Sifat 2. Jika $I \subseteq J$ maka $Ann_R(J) \subseteq Ann_R(I)$

Bukti : Diambil sebarang $r \in Ann_R(J)$, maka $r.j = 0, \forall j \in J$. Karena $I \subseteq J$ maka setiap $i \in I$ maka $i \in J$. Jadi $r.i = 0, \forall i \in I$.

Dengan kata lain $r \in Ann_R(I)$

Karena $r \in Ann_R(J) \Rightarrow r \in Ann_R(I)$, berarti $Ann_R(J) \subseteq Ann_R(I)$. Terbukti

Sedangkan

$Ann_R(R) = \{ r \in R \mid r.s = 0, \forall s \in R\} = \{0\}$ dan

$Ann_R(0) = \{ r \in R \mid r.0 = 0\} = R$

Berdasarkan (2) dengan menggunakan sifat 1 maka untuk sebarang matriks $A \in M_{m\times n}(R)$ dengan $r = \min\{m, n\}$ berlaku

$R = Ann_R(\{0\}) = Ann_R(I_{r+1}(A)) \supseteq Ann_R(I_r(A)) \supseteq Ann_R(I_{r-1}(A)) \supseteq \ldots \supseteq Ann_R(I_2(A)) \supseteq Ann_R(I_1(A)) \supseteq Ann_R(I_0(A)) = Ann_R(R) = \{0\}$

Atau

$\{0\} = Ann_R(I_0(A)) \subseteq Ann_R(I_1(A)) \subseteq Ann_R(I_2(A)) \subseteq \ldots \subseteq Ann_R(I_{r-1}(A)) \subseteq Ann_R(I_r(A)) \subseteq Ann_R(I_{r+1}(A)) = R$

Jadi jika $Ann_R(I_t(A)) \neq \{0\}$ maka $Ann_R(I_k(A)) \neq \{0\}, \forall k \geq t$.

Definisi 3.4: Misalkan $A \in M_{m\times n}(R)$. Rank matriks A, dinotasikan rank(A), didefinisikan sebagai maks $\{t \mid Ann_R(I_t(A)) = \{0\}\}$

Berdasarkan definisi di atas, diperoleh beberapa sifat dari rank(A), sebagai berikut:

Sifat 3. Jika $A \in M_{m\times n}(R)$, maka

a. $0 \leq \text{rank}(A) \leq \min\{m, n\}$
b. $\text{Rank}(A) = \text{rank}(A^t)$
c. $\text{Rank}(A) = \text{rank}(PAQ)$ untuk setiap $P \in Gl(m, R)$ dan $Q \in Gl(n, R)$
d. $\text{Rank}(A) = 0$ jika dan hanya jika $Ann_R(I_1(A)) \neq \{0\}$
e. Jika $m = n$, maka $\text{rank}(A) < n$ jika dan hanya jika $\det(A) \in Z(R)$

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Z(R) merupakan himpunan pembagi nol dari R

Bukti

a. Karena $I_0(A) = R$ dan $Ann_R(R) = 0$, maka $rank(A) \geq 0$. Di pihak lain, jika $t > \min\{m, n\}$, maka $I_t(A) = \{0\}$ dan $Ann_R(0) = R$, sehingga $rank(A) \leq \min\{m, n\}$. Terbukti $0 \leq rank(A) \leq \min\{m, n\}$

b. Karena $I_\alpha(A) = I_\alpha(A^t)$, $\forall \alpha \in \mathbb{Z}$, maka $rank(A) = rank(A^t)$. Terbukti

c. Pernyataan ini sebagai akibat langsung dari Akibat

Sifat d dan e diturunkan langsung dari definisi rank(A).

Misalkan $A = (a_{ij}) \in M_{m\times n}(R)$. Perhatikan kembali sifat bahwa $rank(A) = 0$ jika dan hanya jika $Ann_R(I_1(A)) \neq \{0\}$, dengan kata lain, ada $x \in R$ tidak nol sedemikian sehingga $xa_{ij} = 0$, untuk semua $i = 1, 2, \ldots, m$ dan $j = 1, 2, \ldots, n$. Khususnya, tidak seperti pada kasus klasik, sebuah matriks dapat mempunyai rank nol walaupun matriksnya bukan matriks nol.

Berikut beberapa contoh perhitungan rank matriks.

Contoh 3:

Diketahui $R = \mathbb{Z}/6\mathbb{Z} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

a. Misalkan $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \in M_{2\times 2}(R)$

Jelas A bukan matriks nol. Setiap elemen di A merupakan pembagi nol dalam R. Minor berukuran 2×2 dari matriks A adalah 4.

Diperoleh $I_2(A) = 4R$.

Karena $4.3 = 0$ dan $4.0 = 0$ dengan 0 dan 3 di dalam R, sedangkan $4.x \neq 0$, $\forall x \in R - \{0, 3\}$, maka $Ann_R(I_2(A)) = \{0, 3\} = 3R \neq \{0\}$

Sedangkan $I_1(A) = 2R$.

Karena $2.0 = 0$ dan $2.3 = 0$ dengan 0 dan 3 di dalam R, sedangkan $2.x \neq 0$, $\forall x \in R - \{0, 3\}$, maka $Ann_R(I_1(A)) = \{0, 3\} = 3R \neq \{0\}$

Berdasarkan sifat d, maka $rank(A) = 0$

b. Misalkan $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \in M_{2\times 2}(R)$

$I_1(C) = \{1, 2, 3, 5\} = R + 2R + 3R + 5R = R$, sehingga $Ann_R(C) = \{0\}$

$I_2(C) = 5R = R$, sehingga $Ann_R(C) = \{0\}$

Karena berdasarkan definisi, rank (A) = maks $\{t \mid \mathrm{Ann}_R(I_t(A)) = \{0\}\}$, maka rank(C) = 2.

Hasil ini bersesuaian dengan Sifat e.

4. Kesimpulan

Dari pembahasan rank matriks atas lapangan dan rank matriks atas ring di atas, maka dapat disimpulkan bahwa definisi rank atas ring adalah yang palling umum, yang masih bisa berlaku dalam lapangan. Misalkan A $\in M_{m\times n}(R)$. Rank matriks A, dinotasikan rank(A), didefinisikan sebagai maks $\{t \mid \mathrm{Ann}_R(I_t(A)) = \{0\}\}$ Jika F adalah lapangan dan $A \in M_{m\times n}(F)$, maka berlaku $Ann_F(I_t(A)) = \{0\}$ jika dan hanya jika $I_t(A) \neq \{0\}$. Dari sini diperoleh bahwa $rk(A)$ adalah t maksimal sehingga matriks A memiliki submatriks berukuran t x t yang determinannya tak nol. Dengan kata lain, $rk(A) = rank_F(A)$. Dengan demikian dapat diambil kesimpulan bahwa definisi rank matriks atas $A \in M_{m\times n}(R)$ ring tetap dipenuhi untuk sebarang matriks atas lapangan $A \in M_{m\times n}(F)$.

5. Daftar Pustaka

Anton, H. *Aljabar Linear Elementer*, 1987, Penerbit Erlangga, Jakarta.

Brown, W. C., *Matrices Over Commutative Rings*, 1992, Marcel Dekker Inc, New York.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

A – 19

Semigrup Legal Dan Beberapa Sifatnya

Oleh :
Soffi Widyanesti P.[1], Sri Wahyuni[2]
[1)] Soffi Widyanesti P.,Jurusan Pendidikan Matematika FKIP Universitas Ahmad Dahlan Yogyakarta dyansofi@rocketmail.com
[2)]Sri Wahyuni, Jurusan Matematika FMIPA Universitas Gadjah Mada Yogyakarta
swahyuni@ugm.ac.id

ABSTRAK

Pada paper ini akan dibahas mengenai latar belakang munculnya semigrup non-reguler yang berhubungan dengan beberapa sifat dasar dari semigrup reguler. Salah satu semigrup non regular adalah semigrup legal.

Dari salah satu proposisi mengenai pasangan suatu elemen di semigrup reguler yaitu, S suatu semigrup regular dan $\mathrm{a,b} \in \mathrm{S}$, berlaku: 1) $(a,b) \in \mathcal{L}$ jika dan hanya jika $(\exists\, \mathrm{a}' \in \mathrm{V(a)}, \mathrm{b}' \in \mathrm{V(b)}) \ni \mathrm{a'a} = \mathrm{b'b}$;2) $(a,b) \in \mathcal{R}$ jika dan hanya jika $\left(\exists\, a' \in V(a), b' \in V(a)\right) \ni aa' = bb'$;3) $(a,b) \in \mathcal{H}$ jika dan hanya jika $\exists\, a' \in V(a), b' \in V(b) \ni a'a = b'b$ & $aa' = bb'$. Kemudian akan diperkenalkan pasangan suatu elemen untuk suatu semigrup sebarang yaitu, S suatu semigrup sebarang dan $a,b \in S$ didefinisikan:1)pasangan (a,b) disebut pasangan kanan jika $aba = ba$;2)pasangan (a,b) disebut pasangan kiri jika $aba = ab$. Selanjutnya akan diselidiki hubungan pasangan untuk semigrup sebarang tersebut dengan semigrup reguler.

Dari beberapa proposisi yang menghubungkan antara pasangan kanan dan pasangan kiri dengan semigrup reguler, diperoleh hasil bahwa terdapat suatu semigrup yang elemen-elemennya bukan elemen reguler.

Kata kunci: semigrup reguler, band, pasangan kanan dan kiri, semigrup legal

I. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Salah satu konsep yang dipelajari dalam struktur aljabar yaitu grup. Grup adalah himpunan tak kosong dengan satu operasi biner. Himpunan tak kosong G dengan operasi biner " $*$ " merupakan suatu grup jika terhadap operasi biner " $*$ ", berlaku sifat tertutup, assosiatif, mempunyai elemen identitas, dan setiap elemennya mempunyai invers. Apabila pada suatu grup tidak mengharuskan eksistensi elemen identitas dipenuhi, hal ini berakibat eksistensi setiap elemen yang mempunyai invers menjadi tidak bermakna. Suatu grup G yang mempunyai sifat demikian dinamakan semigrup. Selanjutnya pada penulisan paper ini semigrup dinotasikan dengan S.

Howie (1976) mendefinisikan semigrup S sebagai himpunan tak kosong yang dilengkapi dengan operasi biner yang memenuhi sifat tertutup dan assosiatif. Seperti yang sudah diuraikan sebelumnya aksioma pada semigrup S yaitu, eksistensi invers pada grup G tidak bermakna sehingga $(\forall a \in G)(\exists a^{-1} \in G) \ni aa^{-1} = a^{-1}a = e$ dengan e adalah elemen identitas G yang mengakibatkan $aa^{-1}a = ea = a$. Namun hal ini tidak selalu berlaku pada semigrup S, sehingga hal ini memberikan peluang bagi kita untuk mendefinisikan suatu elemen reguler. Apabila semigrup S berlaku untuk suatu $a \in S$ terdapat $b \in S \ni aba = a$, maka $a \in S$ disebut elemen reguler. Lebih lanjut $\forall a \in S \ \exists b \in S \ \ni \ aba = a$. Suatu semigrup S dikatakan semigrup reguler bila setiap elemennya merupakan elemen reguler.

Apabila untuk suatu $a \in S$ terdapat $b \in S$ sedemikian sehingga $aba = a \ dan \ bab = b$, maka b disebut invers dari elemen a dan invers b tersebut belum tentu tunggal. Pada semigrup S, tidak semua elemen $a \in S$ mempunyai invers dan inversnya tunggal. Apabila berlaku $(\forall a \in S)(\exists! \, b \in S) \ni aba = a \ \ dan \ \ bab = b$, maka S disebut semigrup invers. Himpunan semua invers dari $a \in S$ dinotasikan dengan $V(a)$.

Selanjutnya, berdasarkan aksioma elemen identitas pada grup G, yaitu $(\forall a \in G)(\exists e \in G) \ ae = ea = a$, diperoleh untuk elemen $(e \in G) \ ee = e$. Hal ini belum tentu berlaku pada semigrup, sehingga memberikan peluang untuk membentuk himpunan elemen-elemen yang memenuhi $ee = e^2 = e$, elemen yang demikian disebut elemen idempotent. Himpunan elemen idempotent dari semigrup S dinotasikan dengan $E(S)$. Jika setiap elemen dari semigrup S adalah idempotent, maka dikatakan S adalah semigrup idempotent atau S disebut Band.

Pada semigrup S terdapat relasi ekuivalensi yang berhubungan dengan ideal pada semigrup. Relasi tersebut dinamakan relasi Green, yang didefinisikan sebagai berikut:

1. $a\mathcal{L}b \quad jika \ dan \ hanya \ jika \ S^1a = S^1b$
2. $a\mathcal{R}b \quad jika \ da \ hanya \ jika \ aS^1 = bS^1$
3. $a\mathcal{J}b \quad jika \ dan \ hanya \ jika \ \ S^1aS^1 = S^1bS^1$

Pada relasi Green terdapat proposisi mengenai pasangan elemen di semigrup reguler, yaitu: *Misalkan* $a, b \in S$ *S adalah semigrup reguler, maka*

1. $(a, b) \in \ \mathcal{L}$ *jika dan hanya jika* $(\exists \ a' \in V(a), b' \in V(b)) \ \ni \ a'a = b'b$

2. $(a, b) \in \mathcal{R}$ *jika dan hanya jika* $\left(\exists \ a' \in V(a), b' \in V(a)\right) \ni \ aa' = bb'$

3. $(a, b) \in \mathcal{H}$ *jika dan hanya jika* $(\exists \ a' \in V(a), b' \in V(b) \ \ni \ a'a = b'b$ & $aa' = bb'$ (Howie, 1976)

Hal ini memotivasi munculnya pasangan kiri dan pasangan kanan dari suatu semigrup sembarang. Selanjutnya pada penulisan paper ini akan diselidiki hubungan antara pasangan kanan dan pasangan kiri di semigrup regular yang kemudian memunculkan definisi mengenai semigrup legal, suatu semigrup non-reguler.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian pada latar belakang masalah, maka dapat dirumuskan permasalahan sebagai berikut:

1. Munculnya Semigrup legal
2. Beberapa sifat yang dimiliki semgrup Legal.

1.3 Tujuan Penulisan

Sesuai dengan permasalahan yangtelah dirumuskan, maka tujuan dari penulisan ini adalah:

1. Mempelajari tentang munculnya semigrup legal
2. Mempelajari tentang sifat yang ada pada semigrup legal.

1.4 Manfaat Penulisan

Manfaat yang diharapkan dari penulisan ini adalah:

1. Dapat memahami semigrup legal

II. PEMBAHASAN

Salah satu proposisi mengenai pasangan elemen pada semigrup reguler:

Proposisi 2.1 (Howie, 1976) *Misalkan* $a, b \in S$ S *adalah semigrup reguler, maka*

1. $(a, b) \in \mathcal{L}$ *jika dan hanya jika* $(\exists\, a' \in V(a), b' \in V(b)) \ni a'a = b'b$

2. $(a, b) \in \mathcal{R}$ *jika dan hanya jika* $\left(\exists\, a' \in V(a), b' \in V(a)\right) \ni aa' = bb'$

3. $(a, b) \in \mathcal{H}$ *jika dan hanya jika* $(\exists\, a' \in V(a), b' \in V(b) \ni a'a = b'b$
$\&\ aa' = bb'$

Terilhami dari proposisi diatas, kita menganggap elemen – elemen dari semigrup S memenuhi hukum-hukum kereguleran. Berikut akan diperkenalkan konsep pasangan kanan dan pasangan kiri.

Definisi 2.2 (Kar Ping Shum, 2000) *Diberikan* S *suatu semigrup sebarang untuk* $a, b \in S$ *didefinisikan:*

i) Pasangan (a, b) *disebut pasangan kanan jika* $aba = ba$

ii) Pasangan (a, b) *disebut pasangan kiri jika* $aba = ab$

Pada teorema selanjutnya akan diselidiki hubungan antara pasangan kanan dan pasangan kiri di semigrup reguler.

Teorema 2.3 (Kar Ping Shum, 2000) *Jika S semigrup regular dan $a, b \in S$, maka kondisi dibawah ini ekuivalen*

1. *Untuk setiap $a, b \in S$ berlaku salah satu yaitu:*
   i) (a, b) dan (b, a) *keduanya pasangan kanan, atau*
   ii) (a, b) dan (b, a) *keduanya pasangan kiri*
2. *Untuk setiap $a, b \in S$ berlaku salah satu yaitu:*
   i) (a, b) *pasangan kanan, atau*
   ii) (a, b) *pasangan kiri.*
3. *S adalah band dan setiap kelas $\mathcal{D}$ dari S adalah band nol kanan atau band nol kiri.*

Bukti:

$(1 \Longrightarrow 2)$ Diketahui (a, b) dan (b, a) adalah pasangan kanan maka terlihat bahwa (a, b) merupakan pasangan kanan. Hal ini juga berlaku untuk (a, b) dan (b, a) adalah pasangan kiri.

$(2 \Longrightarrow 3)$

Diketahui: (a, b) adalah pasangan kanan atau (a, b) pasangan kiri

Akan ditunjukkan:

S adalah band

Diketahui (a, b) pasangan kanan, sehingga berlaku $aba = ba$

Ambil $a \in S$ dan $a' \in V(a)$ dengan kata lain berlaku $aa'a = a \; dan \; a'aa' = a'$. Kemudian jelas bahwa aa', $a'a \in E(S)$.

Diketahui bahwa $aa'a = a$ dan $aa'a = a'a$, sehingga $a = aa'a = a'a$. Karena $a'a \in E(S)$ dan $a = a'a$ maka $a \in E(S)$, sehingga S adalah suatu band. Hal ini juga berlaku untuk (a, b) pasangan kiri.

Setiap kelas $\mathcal{D}$ dari S adalah band nol kanan atau band nol kiri.

Karena S adalah suatu band menurut A.H Clifford (1954) maka S adalah semilatis dari band rectangular. Tulis $S = \cup_{\alpha \in Y} \mathbb{D}_\alpha$ dimana tiap $\mathbb{D}_\alpha$ adalah band rectangular dan Y adalah semilatis. Klaim bahwa tiap $\mathbb{D}_\alpha$ adalah band nol kanan atau band nol kiri.

Ambil $a \in \mathbb{D}_\alpha$, jika (a, b) adalah pasangan kanan untuk suatu $b \in \mathbb{D}$ dengan $b \neq a$ maka untuk semua $x \in \mathbb{D}$ (a, x) adalah pasangan kanan, seblaiknya dapat ditemukan juga $c \in \mathbb{D}$ dengan $c \neq a$ dimana (a, c) bukan pasangan kanan. Hal ini berarti (a, c) adalah pasangan kiri yang berlaku $aca = ac$ dan $a, c \in \mathbb{D}_\alpha$ maka berlaku $aca = a \; dan \; cac = c$ dan juga berlaku $ca = cac$ jadi diperoleh $ac = a$ dan $ca = c$.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Demikian pula berlaku untuk (a,b) pasangan kanan dan $\mathbb{D}_\alpha$ suatu banad rectangular, diperoleh $aba = ba\ dan\ aba = a$ serta $bab = ab\ dan\ bab = b$ atau dengan kata lain diperoleh $ba = a\ dan\ ab = b$.

Disamping itu ada beberapa kasus yaitu:

i) jika (b,c) adalah pasangan kanan maka $bcb = cb$ karena $b,c \in \mathbb{D}_\alpha$ diperoleh $b = cb\ dan\ c = bc$. Kemudian diperoleh $c = ca = cba = ba = a$.terjadi kontradiksi karena $c \neq a$.

ii) jika (b,c) adalah pasangan kiri maka $bcb = bc$ karena $b,c \in \mathbb{D}_\alpha$ diperoleh $b = bc\ dan\ c = cb$. Kemudian diperoleh $b = bc = abc = ac = a$, terjadi kontradiksi karena $b \neq a$.

Diperoleh bahwa $x \in \mathbb{D}_\alpha$, (a,x) pasangan kanan, sehingga $\mathbb{D}_\alpha$ adalah suatu band nol kanan.

$(3 \Longrightarrow 1)$

Diketahui: S adalah band dan Setiap kelas $\mathcal{D}$ dari S adalah band nol kanan atau band nol kiri. Kemudian kita misalkan $S = \cup_{\alpha\in Y} \mathbb{D}_\alpha$ dekomposisi semilatis $\mathbb{D}_\alpha$ pada semilatis Y, dengan $\mathbb{D}_\alpha$ adalah band nol kanan atau kiri. $\forall e,f \in S$ kita dapatkan $e \in \mathbb{D}_\alpha\ dan\ f \in \mathbb{D}_\beta\ untuk\ \alpha,\beta \in Y$. Dengan struktur semilatsi $\cup_{\alpha\in Y} \mathbb{D}_\alpha$maka diperoleh $ef, fe \in \mathbb{D}_\gamma\ dengan\ \gamma = \alpha\beta$. Jika $\mathbb{D}_\gamma$ band nol kanan maka diperoleh $efe = effe = (ef)(fe) = fe$ dan $fef = feef = (fe)(ef) = ef$ dengan kata lain $(e,f) dan\ (f,e)$ adalah pasangan kanan. JIka $\mathbb{D}_\gamma$ band nol kiri diperoleh $efe = (ef)(fe) = ef\ dan\ fef = (fe)(ef) = fe$ dengan kata lain $(e,f) dan\ (f,e)$ adalah pasangan kiri.

Proposisi 2.4 (Kar Ping Shum, 2000) *Jika S semigrup yang memenuhi* $S^2 \subseteq E(S)$ *maka kondisi (1) dan (2) pada teorema 3.4 ekuivalen*.

Bukti.

$(1 \Longrightarrow 2\ )$Diketahui $(a,b)\ dan\ (b,a)$ pasangan kanan

Akan ditunjukkan (a,b) pasangan kanan

Karena $(a,b)\ dan\ (b,a)$ kedua-duanya pasangan kanan maka (a,b) pasangan kanan juga.

$(2 \Longrightarrow 1)$ Diketahui (a,b) pasangan kanan dan $S^2 \subseteq E(S)$

Akan ditunjukkan $(a,b)\ dan\ (b,a)$ kedua-duanya pasangan kanan.

Dari yang diketahui terlihat bahwa (a,b) pasangan kanan. Sekarang akan ditunjukan bahwa (b,a) pasangan kanan juga. Diketahui (a,b) pasangan kanan berarti $aba =$

$ba \quad \forall a, b \in S$ karena $S^2 \subseteq E(S)$ maka $\in S^2 \subseteq E(S)$. Diperoleh bahwa $ab \in E(S)$ berarti $(ab)^2 = ab$.

$bab = (ba)b$

$= (aba)b$ (dari (a, b) pasangan kanan)

$= (ab)^2$

$= ab$

Diperoleh $bab = ab$ dengan kata lain (b, a) adalah pasangan kanan

Untuk $(a, b)\ dan\ (b, a)$ keduanya pasangan kiri $\Leftrightarrow$ (a, b) pasangan kiri pembuktiannya trivial.

Jadi diperoleh 1 $\Leftrightarrow$ 2

Dari proposisi diatas kita dapat menganggap bahwa semigrup non-reguler S memenuhi kondisi (1) pada teorema 3.4

Dari sini maka didefinisikan mengenai semigrup legal

Definisi 2.5 (Kar Ping Shum, 2000) *Suatu Semigrup S sebarang disebut semigrup legal jika kondisi (1) pada teorema 3.4 dipenuhi, yaitu untuk semua* $a, b \in S$ *berlaku salah satu yaitu:*

i) $(a, b)\ dan\ (b, a)$ *keduanya adalah pasangan kanan jika* $aba = ba\ dan\ bab = ab$ *, atau*

ii) $(a, b)\ dan\ (b, a)$ *keduanya adalah pasangan kiri berlaku* $aba = ab\ dan\ bab = ba$

Berikut ini adalah contoh yang menunjukkan adanya semigrup legal dimana semigrup ini bukan semigrup reguler.

Contoh 2.6

Misal $S = \{a, b, e, f, g, h, w\}$ adalah himpunan dengan table cayley berikut

.	a	e	f	b	g	h	w
a	e	e	f	w	w	w	w
e	e	e	f	w	w	w	w
f	e	e	f	w	w	w	w
b	w	w	w	g	g	g	w
g	w	w	w	g	g	g	w
h	w	w	w	h	h	h	w
w	w	w	w	w	w	w	w

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

S adalah semigrup legal karena setiap anggota dari S merupakan pasangan kanan atau pasangan kiri, yaitu:

i) $a, b \in S$ akan ditunjukkan bahwa (a, b) dan (b, a)merupakan pasangan kanan,yaitu $aba = ba$ dan $bab = ab$, dari table cayley diatas diperoleh $aba = (ab)a = wa = a$ sedangkan $ba = w$, jadi $aba = ba$. Selain itu $bab = (ba)b = wb = w$ dan $ab = w$ jadi $bab = ab$.

ii) $a, e \in S$ akan ditunjukkan bahwa (a, e) dan (e, a) merupakan pasangan kiri, yaitu $aea = ae$ dan $eae = ea$, dari table cayley diatas diperoleh $aea = (ae)a = ea = e$ sedangkan $ae = e$, jadi $aea = ae$. Selain itu $eae = (ea)e = ae = e$ dan $ea = e$ jadi $eae = ea$.

iii) $a, f \in S$ akanditunjukkan bahwa (a, f) dan (f, a) merupakan pasangan kanan, yaitu $afa = fa$ dan $faf = af$, dari table cayley diatas diperoleh $afa = (af)a = fa = e$ sedangkan $fa = e$, jadi $afa = fa$. Selain itu $faf = (fa)f = ef = f$ dan $af = f$ jadi $faf = af$.

iv) $a, g \in S$ akan ditunjukkan bahwa (a, g) dan (g, a) merupakan pasangan kanan, yaitu $aga = ga\ dan\ gag = ag$, dari table cayley diatas diperoleh $aga = (ag)a = wa = w$ sedangkan $ga = w$, jadi $aga = ga$. Selain itu $gag = (ga)g = wg = w$ dan $ag = w$ jadi $gag = ag$.

v) $a, h \in S$ akan ditunjukkan bahwa (a, h) dan (h, a) merupakan pasangan kanan, yaitu $aha = ha$ dan $hah = ah$, dari table cayley diatas diperoleh $aha = (ah)a = wa = w$ sedangkan $ha = w$, jadi $aha = ha$. Selain itu $hah = (ha)h = wa = w$ dan $ha = w$ jadi $hah = ah$

vi) $a, w \in S$ akan ditunjukkan bahwa (a, w) dan (w, a) merupakan pasangan kiri, yaaitu $awa = aw$ dan $waw = wa$, dari table cayley diatas diperoleh $awa = (aw)a = wa = w$ sedangkan $aw = w$, jadi $awa = aw$. Selain itu $waw = (wa)w = ww = w$ dan $wa = w$ jadi $waw = wa$.

vii) $e, f \in S$ akan ditunjukkan bahwa $(e, f0\ dan\ (f, e)$ merupakan pasangan kanan, yaitu $efe = fe\ dan\ fef = ef$, dari table cayley diatas diperoleh $efe = (ef)e = fe = e$ dan $fe = e$, jadi $efe = fe$. Selain itu $fef = (fe)f = ef = f\ \ dan\ ef = f$ jadi $fef = ef$.

viii) $e, b \in S$ akan ditunjukkan bahwa $(e, b) dan\ (b, e)$ merupakan pasangan kanan, yaitu $ebe = be\ \ dan\ beb = eb$, dari table cayley diatas diperoleh $ebe = (eb)e = we = w$ dan $be = w$ jadi $ebe = be$. Selain itu $beb = (be)b = wb = w$ dan $eb = w$ jadi $beb = eb$.

ix) $e, g \in S$ akan ditunjukkan bahwa $(e, g)\ dan\ (g, e)$ merupakan pasangan kiri, yaitu $ege = eg\ \ dan\ geg = ge$, dari table cayley diatas diperoleh $ege = (eg)e = we = w$ dan $eg = w$, jadi $ege = eg$. Selain itu $geg = (ge)g = wg = w$ dan $ge = w$, jadi $geg = ge$.

x) $e, h \in S$ akan ditunjukkan bahwa $(e, h)\ \ dan\ \ (h, e)$ merupakan pasangan kanan yaitu $ehe = he\ \ dan\ heh = eh$, dari table cayley diatas diperoleh $ehe = (eh)e = we = w$ dan $he = w$, jadi $ehe = he$. Selain itu $heh = (he)h = wh = w$ dan $eh = w$, jadi $heh = eh$.

xi) $e, w \in S$ akan ditunjukkan bahwa $(e, w)\ dan\ (w, e)$ merupakan pasangan kiri, yaitu $ewe = ew\ \ dan\ \ wew = we$, dari tabel cayley diatas diperoleh $ewe = (ew)e = we = w$ dan $ew = w$, jadi $ewe = ew$. Selain itu $wew = (we)w = ww = w$ dan $we = w$, jadi $wew = we$.

xii) $f, b \in S$ akan ditunjukkan bahwa $(f, b)\ dan\ (b. f)$ merupakan pasangan kiri, yaitu $fbf = fb\ \ dan\ bfb = bf$, dari table cayley diatas diperoleh $fbf = (fb)f = wf = w$ dan $fb = w$, jadi $fbf = fb$. Selain itu $bfb = (bf)b = wb = w$ dan $bf = w$, jadi $bfb = bf$.

xiii) $f, g \in S$ akan ditunjukkan bahwa $(f, g)\ \ dan\ \ (g, f)$ merupakan pasangan kiri, yaitu $fgf = fg\ \ dan\ gfg = gf$, dari table cayley diatas diperoleh $fgf = (fg)f = wf = w$ dan $fg = w$, jadi $fgf = fg$. Selain itu $gfg = (gf)g = wg = w$ dan $gf = w$, jadi $gfg = gf$.

xiv) $f, h \in S$ akan ditunjukkan bahwa $(f, h)\ dan\ (h, f)$ merupakan pasangan kanan, yaitu $fhf = hf\ \ dan\ hfh = fh$, dari table cayley diatas diperoleh $fhf = (fh)f = wf = w$ dan $hf = w$, jadi $fhf = hf$. Selain itu $hfh = (hf)h = wh = w$ dan $fh = w$, jadi $hfh = fh$.

xv) $f, w \in S$ akan ditunjukkan bahwa $(f, w)\ dan\ (w, f)$ merupakan pasangan kanan, yaitu $fwf = wf\ \ dan\ wfw = fw$, dari table cayley diatas diperoleh $fwf = (fw)f = wf = w$ dan $wf = w$, jadi $fwf = wf$. Selain itu $wfw = (wf)w = ww = w$ dan $fw = w$, jadi $wfw = fw$.

xvi) $b, g \in S$ akan ditunjukkan bahwa $(b, g)\ dan\ (g, b)$ merupakan pasangan kanan, yaitu $bgb = gb\ \ dan\ gbg = bg$, dari table cayley diatas diperoleh $bgb = (bg)b = gb = g$ dan $gb = g$, jadi $bgb = gb$. Selain itu $gbg = (gb)g = gg = g$ dan $bg = g$, jadi $gbg = bg$.

xvii) $b, h \in S$ akan ditunjukkan bahwa $(b, h)\ dan\ (h, b)$ merupakan pasangan kiri, yaitu $bhb = bh\ \ \ dan\ hbh = hb$, dari table cayley diatas diperoleh $bhb = (bh)b = gb = g\ \ dan\ bh = g$, jadi $bhb = bh$. Selain itu $hbh = (hb)h = hh = h\ \ dan\ hb = h$, jadi $hbh = hb$.

xviii) $b, w \in S$ akan ditunjukkan bahwa $(b, w)\ dan\ (w, b)$ merupakan pasangan kanan, yaitu $bwb = wb\ \ dan\ wbw = bw$, dari table cayley diatas diperoleh $bwb = (bw)b = wb = w\ \ dan\ wb = w$, jadi $bwb = wb$. Selain itu $wbw = (wb)w = ww = w\ \ dan\ bw = w$, jadi $wbw = bw$.

xix) $g, h \in S$ akan ditunjukkan bahwa $(g, h) dan\ (h, g)$ merupakan pasangan kiri, yaitu $ghg = gh\ \ \ dan\ hgh = hg$, dari table cayley diatas diperoleh $ghg = (gh)g = gg = g\ \ dan\ gh = g$, jadi $ghg = gh$. Selain itu $hgh = (hg)h = hh = h\ \ \ dan\ hg = h$, jadi $hgh = hg$.

xx) $g, w \in S$ akan ditunjukkan bahwa $(g, w)\ dan\ (w, g)$ merupakan pasangan kiri, yaitu $gwg = gw\ \ dan\ wgw = wg$, dari table cayley diatas diperoleh $gwg = (gw)g = wg = w\ \ dan\ gw = w$, jadi $gwg = gw$. Selain itu $wgw = (wg)w = ww = w\ \ dan\ wg = w$, jadi $wgw = wg$.

xxi) $h, w \in S$ akan ditunjukkan bahwa $(h, w)\ \ dan\ \ (w, h)$ merupakan pasangan kanan, yaitu $hwh = wh\ \ dan\ whw = hw$, dari table cayley diatas diperoleh $hwh = (hw)h = wh = w\ \ dan\ wh = w$, jadi $hwh = wh$. Selain itu $whw = (wh)w = ww = w\ dan\ hw = w$, jadi $whw = hw$.

Dari I s/d xxi terlihat bahwa $(S, \cdot)$ merupakan semigrup legal dan $(S, \cdot)$ adalah semigrup non-reguler, yaitu a dan b di S adalah elemen non-reguler karena untuk setiap anggota S jika dioperasikan dengan a atau b maka hasilnya bukan a atau b. Misal $aea = ea = e$ jadi $aea \neq a$ begitu pula dengan $bgb = gb = g$ sehingga $bgb \neq b$. Jadi, a dan b bukan elemen reguler.

Teorema 2.7 (Kar Ping Shum, 2000) *Diketahui S semigrup Legal, maka sifat berikut berlaku:*

i. $S^2 \subseteq E(S)$

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

ii. Semua elemen regular di S adalah elemen idempotent

iii. $E(S)$ *adalah semilatis dari band nol kanan dan band nol kiri*

Bukti.

Diketahui S semigrup Legal

i. Ambil $a, b \in S$ maka $(a, b)\ dan\ (b, a)$ keduanya adalah pasangan kanan sehingga berlaku $aba = ba\ dan\ bab = ab$

Maka $(ab)^2 = abab$

$= (aba)b$

$= (ba)b$

$= ab$ …………………………………… (1)

Kemudian untuk $(a, b)\ dan\ (b, a)$ keduanya adalah pasangan kiri berlaku $aba = ab\ dan\ bab = ba$

Maka $(ab)^2 = abab$

$= a(bab)$

$= a(ba)$

$= ab$ ………………………………………..(2)

Dari (1) dan (2) maka diperoleh $(ab)^2 = ab$ untuk setiap $a, b \in S$, sehingga $S^2 \subseteq E(S)$.

ii. Ambil $a \in S$, a adalah elemen regular di S berarti $\exists a' \in V(a)$ sehingga berlaku $aa'a = a$ dan $a'aa' = a'$ dan $aa', a'a \in E(S)$

$a \in S$, untuk S suatu semigrup legal, berarti $aa'a = aa'$ dan $a'aa' = a'a$ atau $aa'a = a'a$ dan $a'aa' = aa'$. Diperoleh bahwa $aa'a = a$dan $aa'a = aa'$ dengan kata lain $aa' = a$ atau $a \in E(S)$, sehingga semua elemen reguler di S adalah suatu elemen idempoten.

iii. Diketahui S adalah semigrup legal, berarti $E(S)$ merupakan suatu band. Karena $E(S)$ merupakan band maka berdasarkan teorema 3.4(3) $E(S)$ merupakan semilatis dari band nol kanan atau band nol kiri.

III. Kesimpulan

Dari definisi tentang pasangan kanan dan pasangan kiri pada suatu semigrup sembarang yaitu untuk S suatu semigrup sebarang dan $a, b \in S$ berlaku:1)Pasangan (a, b) disebut pasangan kanan jika $aba = ba$ dan ii)Pasangan (a, b) disebut pasangan kiri jika $aba = ab$. Jika S semigrup yang memenuhi $S^2 \subseteq E(S)$ maka

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

i)(a,b) dan (b,a) keduanya pasangan kanan atau ii)(a,b) dan (b,a) keduanya adalah pasangan kiri berlaku $aba = ab$ dan $bab = ba$.

IV. Daftar Pustaka

[1] Howie, J.M.: An Introuction To Semigroup Theory, Oxford University Press, 1976

[2] Kar Ping Shum.: On Legal Semigroups, Southeast Asian Bulletin Of Mathematics 24, 455-462, 2000

[3] Clifford, A.H and Prreston, G.B: The Algebraic Theory Of Semigroups, Vol. I, Math. Surveys Of The American Math.Soc. 7, Providence, R.I., 1961

[4] Clifford, A.H.:Bands Of Semigroups, Proc. Amer.Math.Soc. 5, 499-504 (1954)

P – 1

Proses Berpikir Kreatif Siswa Sekolah Dasar (SD) Berkemampuan Matematika Tinggi Dalam Pemecahan Masalah Matematika Terbuka

Abdul Aziz Saefudin

Program Studi Pendidikan Matematika Universitas PGRI Yogyakarta
Email: aa_ziz@yahoo.com

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan proses berpikir kreatif siswa SD berkemampuan matematika tinggi dalam pemecahan masalah matematika terbuka. Pengungkapan proses berpikir ini dilakukan pada siswa kelas V SD dengan mengambil subjek minimal satu orang dari siswa berkemampuan matematika tinggi (skor $\geq$ 75). Hasil penelitian menunjukkan bahwa proses berpikir kreatif siswa berkemampuan matematika tinggi dalam memecahkan masalah matematika terbuka adalah sebagai berikut. Dalam membangun ide, subjek berkemampuan tinggi membangun ide penyelesaian dari bilangan-bilangan yang diketahui, konsep pemfaktoran, penjumlahan dan pembagian bilangan, serta strategi estimasi dengan pertimbangan yang bersifat konseptual dan intuitif. Dalam tahap mensintesis ide, subjek berkemampuan matematika tinggi mensintesis ide dengan cara pemfaktoran dari bilangan yang diketahui dan strategi estimasi. Dalam tahap merencanakan penerapan ide, subjek berkemampuan tinggi merencanakan penerapan ide dengan produktif dan lancar serta tidak mempunyai kesulitan yang berarti. Dalam menerapkan ide, subjek berkemampuan tinggi mampu menyelesaikan soal dengan penyelesaian yang baru secara fasih dan fleksibel, tidak melakukan kesalahan dalam penyelesaian soal, dan merasa tertantang menyelesaikan soal dengan beragam cara dan jawaban.
Kata kunci: proses berpikir kreatif, pemecahan masalah matematika terbuka

PENDAHULUAN

Seiring dengan tingkat kompleksitas dalam segala aspek kehidupan modern yang sangat tinggi pada era globalisasi, kemampuan berpikir kritis, kreatif, dan produktif di kalangan peserta didik sangat mutlak diperlukan. Kemampuan berpikir kritis, kreatif, dan produktif merupakan kemampuan berpikir tingkat tinggi (*high order thinking skill*) yang merupakan kelanjutan dari kemampuan berpikir tingkat rendah (*low order thinking skill*). Hal ini sejalan dengan tujuan pembelajaran matematika yang memberikan kesempatan kepada semua peserta didik mulai dari sekolah dasar untuk membekali peserta didik kemampuan berpikir logis, analitis, sistematis, kritis dan kreatif, dan kemampuan bekerja sama (BSNP, 2006: 416). Dengan demikian, secara khusus, kemampuan berpikir tingkat tinggi tersebut tidak terkecuali kemampuan berpikir kreatif perlu dikembangkan dalam pembelajaran matematika.

Kemampuan berpikir kreatif dapat dikembangkan melalui aktivitas-aktivitas kreatif dalam pembelajaran matematika. Aktivitas-aktivitas kreatif tersebut merupakan kegiatan dalam pembelajaran yang mendorong atau memunculkan kreativitas siswa.

Kreativitas dapat dipandang sebagai produk dari berpikir kreatif (Siswono, 2009: 1). Berpikir kreatif diartikan sebagai suatu kegiatan mental yang digunakan seseorang untuk membangun ide atau gagasan baru (Ruggiero dan Evans dalam Siswono, 2007). Selanjutnya Pehkonen (1997) menyatakan, bahwa berpikir kreatif sebagai kombinasi dari berpikir logis dan berpikir divergen yang berdasarkan pada intuisi dalam kesadaran. Dengan kata lain, berpikir kreatif merupakan kombinasi berpikir kritis (analitis) berdasarkan logika dan berpikir intuitif. Berpikir yang intuitif maksudnya berpikir untuk memperoleh sesuatu dengan menggunakan naluri atau perasaan (*feelings*) yang tiba-tiba (*insight*) tanpa berdasarkan fakta-fakta yang ada. Walhasil, pendapat tersebut berpandangan bahwa munculnya kemampuan berpikir kreatif seseorang dipengaruhi oleh dua belahan otak yakni otak kiri dan otak kanan yang saling bersinergis.

Barak dan Doppelt (2000) mengemukakan bahwa berpikir kreatif merupakan sintesis antara berpikir vertikal dan berpikir lateral. Berpikir vertikal menurut Edward de Bono dalam Barak dan Doppelt (2000) merupakan pola berpikir yang dilakukan secara tahap demi tahap berdasarkan fakta yang ada, untuk mencari berbagai alternatif pemecahan masalah, dan akhirnya memilih alternatif yang paling mungkin menurut logika normal. Pola berpikir vertikal terkait dengan bernalar dalam matematika sehingga lebih memfungsikan otak kiri yang bersifat logis, sekuensial, linier, dan rasional. Sementara pola berpikir lateral menggunakan berbagai fakta yang ada, menentukan hasil akhir apa yang diinginkan, dan kemudian secara kreatif (seringkali tidak dengan cara berpikir tahap demi tahap) mencari alternatif pemecahan masalah dari berbagai sudut pandang yang paling mungkin mendukung hasil akhir tersebut. Dalam pola berpikir lateral, fungsi otak yang digunakan menggunakan otak belahan kanan yang bersifat acak, tidak teratur, intuitif, divergen, dan holistik (R. Rosnawati, 2011). Oleh karena itu, tidak mengherankan jika banyak penemuan baru dan terobosan ilmu pengetahuan dari hasil pola berpikir lateral.

Pendapat Edward de Bono di atas menfokuskan bahwa berpikir kreatif terkait erat dengan pemecahan masalah. Hal ini sesuai dengan fokus pembelajaran matematika saat ini yang terdapat pada Kurikulum 2006 (KTSP) yaitu pemecahan masalah matematika. Pembelajaran matematika dengan berbasis pada pemecahan masalah sebenarnya sudah dikembangkan Polya sejak tahun 40-an. Sejak tahun 80-an hingga sekarang, pendekatan pembelajaran matematika berbasis pemecahan masalah menjadi

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

perhatian yang luas sejak dikembangkannya pendekatan pemecahan masalah matematika terbuka (*open ended approach*) di Jepang (Shimada dan Becker dalam Hashimoto, 1997). Secara konseptual, masalah matematika terbuka merupakan masalah atau soal-soal matematika yang dirumuskan sedemikian sehingga mempunyai beberapa atau bahkan banyak solusi yang benar dan terdapat banyak cara untuk memperoleh solusi tersebut (Sudiarta, 2007: 8). Maka dari itu, dalam pemecahan masalah matematika terbuka, peserta didik dapat mengembangkan kemampuan memecahkan masalah (*problem solving*) dan mengembangkan kemampuan berpikir kreatif (tentunya juga berpikir kritis dan produktif).

Dalam penelitian ini, pemecahan masalah matematika adalah proses menyelesaikan masalah matematika yang meliputi proses memahami masalah, membuat perencanaan, melaksanakan perencanaan sehingga diperoleh penyelesaian (solusi), dan terakhir memeriksa kembali penyelesaian yang diperoleh (Polya, 2004). Sementara masalah matematika yang dimaksud adalah pertanyaan atau soal yang harus dijawab atau direspon oleh siswa dalam bentuk soal matematika materi pokok bilangan bulat yang diperlajari di kelas V SD/MI.

Seperti penjelasan sebelumnya, kreativitas merupakan produk berpikir kreatif. Dalam berpikir kreatif tersebut, individu melakukan suatu proses berpikir yang disebut proses berpikir kreatif. Proses berpikir kreatif dalam pemecahan masalah matematika mempunyai beberapa tahapan. Dalam penelitian ini, proses berpikir kreatif mengikuti pendapat Krulik dan Rudnik (1995: 3) yang menyatakan bahwa proses berpikir kreatif meliputi tahapan-tahapan membangun suatu ide, mensintesis ide-ide, merencanakan penerapan ide, dan menerapkan ide tersebut untuk menghasilkan sesuatu yang baru.

Membangun ide-ide berarti memunculkan ide-ide yang berkaitan dengan masalah yang diberikan. Mensistesis ide berarti menjalin atau memadukan ide-ide (gagasan) yang dimiliki baik bersumber dari pembelajaran di dalam kelas maupun berasal dari pengalaman sehari-hari. Merencanakan penerapan ide berarti memilih suatu ide tertentu untuk digunakan dalam menyelesaikan masalah yang diberikan atau yang ingin diselesaikan. Menerapkan ide berarti mengimplementasikan atau menggunakan ide yang direncanakan untuk menyelesaikan masalah matematika.

Sementara untuk menilai suatu kreativitas, dibutuhkan kriteria tertentu. Dalam penelitian ini, kriteria kreativitas pemecahan masalah didasarkan pendapat Silver (1997)

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

yaitu diindikasikan dengan kefasihan, fleksibilitas, dan kebaruan. Kefasihan dalam pemecahan masalah didasarkan pada kemampuan siswa memecahkan/menyelesaikan masalah dengan memberi jawaban yang beragam dan benar. Beberapa jawaban dikatakan beragam jika jawaban-jawaban yang diberikan siswa tampak berlainan dan mengikuti pola tertentu. Fleksibilitas ditunjukkan dengan kemampuan siswa memecahkan/menyelesaikan masalah dengan berbagai cara yang berbeda. Sementara kebaruan dalam pemecahan masalah didasarkan pada kemampuan siswa menjawab/menyelesaikan masalah dengan beberapa jawaban yang berbeda-beda tetapi bernilai benar atau satu jawaban yang "tidak biasa" dilakukan oleh siswa pada tingkat pengetahuannya. Beberapa jawaban tersebut dikatakan berbeda jika jawaban tersebut tampak berlainan dan tidak mengikuti pola tertentu (Siswono, 2007).

Untuk mengetahui proses berpikir kreatif siswa berkemampuan matematika tinggi dalam pemecahan masalah matematika terbuka, maka perlu dilakukan suatu kajian atau penelitian. Oleh karena itu, tujuan penelitian ini adalah mendeskripsikan proses berpikir kreatif siswa sekolah dasar (SD) yang meliputi tahap membangun ide, mensintesis ide, merencanakan penerapan ide, dan menerapkan ide dalam pemecahan masalah matematika terbuka materi pokok bilangan bulat.

Manfaat hasil penelitian adalah memberikan sumbangan pemikiran bagi pengembangan ilmu pengetahuan terhadap dunia pendidikan, khususnya dalam bidang psikologi kognitif berupa deskripsi proses berpikir kreatif dalam pemecahan masalah matematika terbuka bagi siswa berkemampuan matematika tinggi. Manfaat penelitian ini yang lain adalah sebagai upaya peningkatan kualitas pembelajaran matematika baik bagi siswa maupun guru. Selain itu, hasil penelitian ini dapat memberi manfaat bagi guru untuk menyusun model, pendekatan, strategi, dan metode pembelajaran yang tepat.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini mengungkap proses berpikir kreatif siswa sekolah dasar dalam pemecahan masalah matematika terbuka materi pokok bilangan bulat. Subjek penelitian ini adalah siswa kelas V SD Kanisius Demangan Baru Sleman DIY yang pernah memperoleh materi pokok bilangan bulat dan dimungkinkan mampu mengomunikasikan pemikirannya secara lisan maupun tulisan dengan baik sehingga eksplorasi tentang proses berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah dapat dilakukan.

Selanjutnya berdasarkan informasi guru diambil seorang siswa yang mempunyai kemampuan matematika tinggi.

Instrumen dalam penelitian ini dibedakan menjadi dua bagian yaitu instrumen utama dan instrumen bantu. Instrumen utama dalam penelitian ini adalah pewancara (peneliti sendiri). Instrumen bantu berupa instrumen bantu pertama yaitu tes tertulis penentuan kemampuan matematika siswa, instrumen bantu kedua yaitu tes tertulis pemecahan masalah matematika terbuka materi pokok bilangan bulat, dan instrumen bantu ketiga berupa pedoman wawancara.

Adapun instrumen tes tertulis pemecahan masalah matematika terbuka adalah sebagai berikut.

M1 dan M2	Seekor gajah beratnya 540 kg. Diketahui jumlah berat beberapa ekor rusa sama dengan berat gajah tersebut. Berapa ekor rusa yang diperlukan agar jumlah beratnya sama dengan berat seekor gajah? Bagaimana kalian menjawabnya? Coba kalian kerjakan dengan beberapa cara!

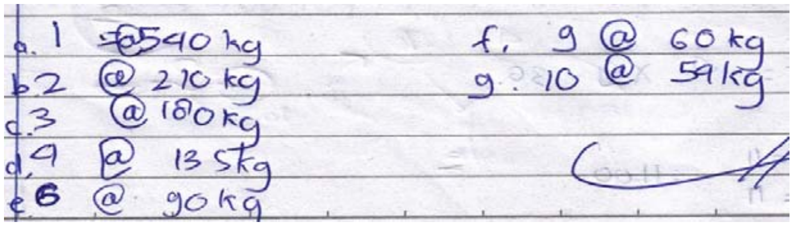
Pengumpulan data menggunakan metode wawancara yang dilakukan peneliti sebagai instrumen utama. Wawancara dilakukan untuk menggali proses berpikir subjek dalam pemecahan masalah materi pokok bilangan bulat, setelah sebelumnya menggunakan metode tes. Analisis data penelitian kualitatif menggunakan tiga komponen utama yaitu reduksi data, sajian data dan penarikan kesimpulan sekaligus verifikasinya (Miles, Huberman, dan Spradley dalam Sugiyono, 2008: 92-99). Validitas data menggunakan triangulasi metode, maksudnya membandingkan data yang diperoleh menggunakan metode tes dan metode wawancara sehingga memperoleh data yang valid. Sementara reliabilitas hasil penelitian, dilakukan dengan membandingkan hasil yang diperoleh pada saat pemberian tes tertulis yang analisis datanya memberikan hasil yang identik atau sama (konsisten) dengan hasil yang ditemukan saat pemberian tes lisan yang sama pada waktu yang berbeda (satu pekan kemudian) saat wawancara.

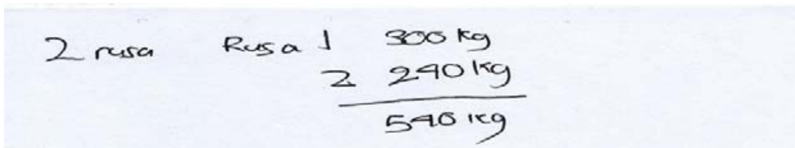
HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Untuk meminimalkan subjektivisme data proses berpikir kreatif subjek dalam menyelesaikan M1, maka dilakukan triangulasi waktu dengan menggunakan soal yang sama dengan M1, atau disimbolkan dengan M2. Hasil triangaluasi ternyata

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

menunjukkan adanya konsistensi subjek dalam menyelesaikan M1 dan M2 sehingga dapat disimpulkan bahwa data subjek dalam menyelesaikan soal M1 adalah kredibel. Oleh karena data subjek kredibel, data proses berpikir kreatif subjek hanya menggunakan M1. Data subjek dalam menyelesaikan M1 adalah sebagai berikut.





Setelah menyelesaikan M1 dengan hasil penyelesaian seperti di atas, Selanjutnya, subjek diwawancari dan datanya diperoleh sebagai berikut.

Subjek membangun ide penyelesaian dari bilangan-bilangan yang diketahui, konsep pemfaktoran, penjumlahan, dan pembagian bilangan, serta konsep estimasi (memperkirakan) berat suatu benda. Hal ini dapat dicermati pada proses pengerjaan setiap cara. Pertimbangannya bersifat konseptual (sesuai konsep yang dipelajari) dan intuitif (sesuai perasaan, terutama dalam menggunakan konsep perkiraan).

Subjek mensintesis ide dengan cara pemfaktoran dari bilangan yang diketahui dan memperkirakan berat seekor rusa. Konsep pemfaktoran bilangan, penjumlahan, dan pembagian diperoleh subjek di dalam kelas. Konsep memperkirakan lebih banyak dipengaruhi dengan pengalamannya di lingkungan sekitar.

Subjek merencanakan penerapan ide dengan produktif dan lancar. Hal ini ditunjukkan dengan banyaknya cara yang dihasilkan dalam menyelesaikan soal. Selain itu, subjek nampak lancar memunculkan idenya. Subjek juga nampak tidak mengalami kesulitan dalam menyelesaikan soal tersebut. Hal ini ditunjukkan dengan tidak adanya kesalahan dalam jawaban yang dihasilkan.

Dalam menerapkan ide, subjek mampu menyelesaikan soal dengan banyak cara yang berbeda dan tidak terdapat kesalahan. Hal ini menunjukkan bahwa subjek mampu menyelesaikan soal secara fasih dan fleksibel. Cara penyelesaian yang dilakukan juga tidak sama dengan kebanyakan siswa yang lain. Dengan demikian, unsur kebaruan dalam hasil penyelesaian terpenuhi. Selain itu, subjek merasa yakin dengan jawaban

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

yang diberikan. Subjek juga merasa tertantang untuk menyelesaikan soal dengan banyak cara.

Berdasarkan hasil tersebut, dapat diketahui bahwa subjek berkemampuan matematika tinggi dapat mengembangkan kemampuan berpikir kreatifnya melalui pemecahan masalah matematika terbuka. Hal ini sesuai dengan kreativitas yang dihasilkan ketika memecahkan masalah terbuka materi pokok bilangan bulat tersebut yang memenuhi kriteria yang dirumuskan Silver (1997) yaitu diindikasikan dengan kefasihan, fleksibilitas, dan kebaruan pada saat melakukan tahap membangun ide, mensintesis ide, merencanakan penerapan ide, dan menerapkan ide penyelesaian. Kenyataan ini juga sejalan dengan pendapat Sudiarta (1997: 8) yang menyatakan bahwa berpikir kreatif dalam pemecahan masalah terbuka yang diindikasikan dengan beberapa atau bahkan banyak solusi yang benar dan terdapat banyak cara untuk memperoleh solusi dari masalah tersebut. Dengan demikian, subjek berkemampuan matematika tinggi mempunyai kemampuan berpikir kreatif dalam menyelesaikan masalah matematika terbuka.

KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil penelitian tersebut, dapat bahwa proses berpikir kreatif siswa berkemampuan matematika tinggi dalam pemecahan masalah matematika terbuka adalah sebagai berikut: (1) dalam membangun ide, subjek berkemampuan tinggi membangun ide penyelesaian dari bilangan-bilangan yang diketahui, konsep pemfaktoran, penjumlahan dan pembagian bilangan, serta strategi estimasi dengan pertimbangan yang bersifat konseptual dan intuitif; (2) dalam tahap mensintesis ide, subjek berkemampuan matematika tinggi mensintesis ide dengan cara pemfaktoran dari bilangan yang diketahui dan strategi estimasi; (3) dalam tahap merencanakan penerapan ide, subjek berkemampuan tinggi merencanakan penerapan ide dengan produktif dan lancar serta tidak mempunyai kesulitan yang berarti; (4) dalam menerapkan ide, subjek berkemampuan tinggi mampu menyelesaikan soal dengan penyelesaian yang baru secara fasih dan fleksibel, tidak melakukan kesalahan dalam penyelesaian soal, dan merasa tertantang menyelesaikan soal dengan beragam cara dan jawaban.

Berdasarkan kesimpulan, dapat disarankan sebagai berikut: (1) dalam mengajar matematika, guru hendaknya menekankan kemampuan berpikir kreatif siswa, (2) dalam mengajar matematika, guru dapat mengembangkan proses berpikir kreatif siswa dengan menggunakan strategi pemecahan masalah matematika terbuka, (3) kepada para guru, dosen, dan peneliti, hendaknya dapat menggunakan hasil penelitian ini untuk kajian dalam pembelajaran dan pengembangan penelitian lanjutan yang sama temanya atau berbeda temanya.

DAFTAR PUSTAKA

Barak, Moses & Doppelt, Yaron. 2000. Using Portofolio to Enhance Creative Thinking. *The Journal of Tecnology Studies Summer-Fall 2000.* Volume XXVI, Number 2. http:/scholar.lib.vt.edu/ejournals, diunduh pada 24 Juni 2010.

BSNP. 2006. *Standar Isi dan Standar Kompetensi Lulusan SD/MI*. Jakarta: Kemendiknas.

Hashimoto, Yoshihiko. 1997. *The Methods of Fostering Creativity through Mathematical Problem Solving.* http://www.fiz.karlsruhe.de/fiz/publication/zdm ZDM Volum 29 (June 1997) Number 3. Electronic Edition ISSN 1615-679X. diunduh pada 24 Juni 2010.

Krulik, Stephen, dan Rudnick, Jesse A. 1995. *The New Sourcebook for Teaching Reasoning and Problem Solving in Elementary School.* Massachusetts: Allyn & Bacon.

Pehkonen, Erkki. 1997. *The State of Art in Mathematical Creativity*. http://www.fiz.karlsruhe.de/fiz/publications/zdm. Volume 29, Juni 1997, No. 3, Electronic Edition ISSN 1615-679X, diunduh pada 24 Juni 2010.

R. Rosnawati. 2011. Berpikir Lateral dalam Pembelajaran Matematika, dalam *Prosiding Seminar Nasional Penelitian, Pendidikan dan Penerapan MIPA*, Fakultas MIPA, Universitas Negeri Yogyakarta, 14 Mei 2011.

Silver, Edward A. 1997. *Fostering Creativity through Instruction Rich in Mathematical Problem Solving and Thinking in Problem Posing.* http://www.fiz.karlsruhe.de/fiz/publications/zdm. Volume 29, Juni 1997, No. 3, Electronic Edition ISSN 1615-679X, didownload 24 Juni 2010.

Sudiarta, I Gusti Putu. 2007. *Pengembangan Pembelajaran Berpendekatan Tematik Berorientasi Pemecahan Masalah Matematika Terbuka untuk Mengembangkan Kompetensi Berpikir Divergen, Kritis, dan Kreatif.* http://math.sps.upi.edu/wp-content/uploads/2009/10/Thinking-Classroom-dalam-Pembelajaran-Matematika-di-Sekolah.pdf. diunduh pada 24 Januari 2011.

Siswono, Tatag Yuli Eko. 2008. *Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreatif Siswa.* Artikel diunduh di http://suaraguru.wordpress.com pada tanggal 22 Desember 2009.

______________________. 2004. *Identifikasi Proses Berpikir Kreatif Siswa dalam Pengajuan Masalah (Problem Posing) Matematika Berpandu dengan Model Wallas dan Creative Problem Solving (CPS).* Buletin Pendidikan Matematika, Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Pattimura, Ambon, Volume 6, No. 2, Oktober 2004. ISSN 1412-2278, diunduh pada 2 Juni 2010.

______________________. 2007. *Pembelajaran Matematika Humanistik yang Mengembangkan Kreativitas Siswa.* Makalah disampaikan pada 'Seminar Nasional Pendidikan Matematika yang Memanusiakan Manusia' di Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sanata Dharma Yogyakarta tanggal 28-30 Agustus 2007.

______________________. 2007. *Penjenjangan Kemampuan Berpikir Kreatif dan Identifikasi Tahap Berpikir Kreatif Siswa dalam Memecahkan dan Mengajukan Masalah Matematika*. Ringkasan disertasi diunduh dari http://suaraguru.wordpress.com pada 23 Desember 2009.

Sugiyono. 2008. *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Bandung: Alfabeta.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 2

Alur Substansi Materi Pelajaran dalam Pembelajaran Matematika Topik Kaidah Pencacahan dengan Menggunakan Buku Ajar di Kelas XI IPA SMA Kolese De Britto

Agata Susilo Ernawati
Mahasiswa S1 Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sanata Dharma
Kampus III USD Paingan Maguwoharjo Yogyakarta
a_3rn4@yahoo.co.id

M. Andy Rudhito
Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sanata Dharma
Kampus III USD Paingan Maguwoharjo Yogyakarta
email: arudhito@yahoo.co.id

H.J. Sriyanto
Guru Matematika SMA Kolese De Britto
Jl. Laksda Adisucipto 161 Yogyakarta
hj_sriyanto@yahoo.co.id

Abstrak
Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui alur substansi materi yang terjadi dalam proses pembelajaran matematika topik Kaidah Pencacahan dengan menggunakan buku ajar ”Matematika Kontekstual untuk SMA/MA Kelas XI Program Studi Ilmu Pengetahuan Alam” di Kelas XI IPA$_3$ SMA Kolese De Britto Tahun Ajaran 2011/2012. Metode penelitian yang digunakan adalah penelitian kualitatif deskriptif. Data penelitian dikumpulkan dengan cara observasi langsung dan observasi tidak langsung. Kegiatan analisis data dilakukan dalam tiga langkah, yaitu reduksi data, kategorisasi data, dan penarikan kesimpulan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa dalam pembelajaran di kelas XI IPA$_3$ SMA Kolese De Britto terjadi alur substansi sebagai berikut. Pertemuan I: pengertian peluang, definisi faktorial dan contoh menyelesaikannya, penjumlahan dan pengurangan faktorial, perkalian dan pembagian faktorial, menyederhanakan faktorial, menyatakan dalam bentuk faktorial. Pertemuan II: menyederhanakan faktorial, menyatakan dalam bentuk faktorial, menentukan nilai n dengan mencari faktor persamaan kuadrat yang diperoleh dari penyederhanaan faktorial, definisi faktorial, kaidah pencacahan, filling slot dan contohnya. Pertemuan III: latihan filling slot. Pertemuan IV: permutasi unsur berbeda dan contohnya, permutasi unsur sama dan contohnya, permutasi siklik dan contohnya, latihan soal permutasi. Pertemuan V: kombinasi, perbedaan dan hubungan kombinasi dan permutasi, soal kombinasi, penjabaran binom, segitiga pascal, binomial newton. Pertemuan VI: contoh binomial newton dan latihan soal dari faktorial sampai binomial newton.
Kata kunci: Kaidah Pencacahan, Buku Ajar, Pembelajaran Matematika, Alur Substansi.

A. Pendahuluan

Buku ajar merupakan salah satu sarana pembelajaran yang sangat penting dan strategis untuk menentukan keberhasilan dalam proses pembelajaran siswa di sekolah dan di rumah. Dari buku pelajaran kita dapat memperoleh informasi dan pengetahuan.(Wardani,2010).

Dalam pembelajaran matematika di sekolah, dilakukan berbagai upaya agar siswa lebih mudah memahami matematika dan menghubungkan

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

matematika dengan sesuatu yang nyata sehingga siswa lebih mudah membayangkan dan memahami matematika. Salah satu upaya yang digunakan adalah menggunakan buku ajar matematika kontekstual (Sriyanto & Supatmono,2011). Buku ajar ini merupakan salah satu sarana pembelajaran yang dikembangkan oleh guru SMA Kolese De Britto untuk menunjang keberhasilan dalam proses pembelajaran siswa.

Dalam pembelajaran di kelas terjadi transfer materi dari guru yang mengajar, dari siswa yang menanggapi pertanyaan-pertanyaan dari guru, dan dari buku ajar yang sudah dipelajari oleh siswa yang digunakan sebagai penunjung pembelajaran. Oleh karena itu peneliti tertarik untuk meneliti alur substansi materi pelajaran yang terjadi dalam pembelajaran di kelas.

Penelitian ini difokuskan pada bagaimana alur substansi materi yang terjadi dalam pembelajaran matematika dengan menggunakan buku ajar "Matematika Kontekstual untuk SMA/MA kelas XI Program Studi IPA" di kelas XI IPA 3 SMA Kolese De Britto pada tahun ajaran 2011/2012.

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan alur materi yang terjadi dalam pembelajaran matematika menggunakan buku ajar "Matematika Kontekstual untuk SMA/MA Kelas XI Program Studi Ilmu Pengetahuan Alam" di kelas XI IPA 3 SMA Kolese De Britto. Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan referensi kepada pengajar dan peneliti sebagai calon pengajar saat melakukan pembelajaran di kelas menggunakan buku ajar agar tercipta kondisi belajar mengajar yang efektif dan semua materi dapat tersampaikan sepenuhnya kepada siswa.

B. Metode penelitian

Jenis penelitian yang digunakan adalah penelitian kualitatif deskriptif. Penelitian ini digunakan untuk mendeskripsikan alur substansi materi yang terjadi dalam pembelajaran matematika di kelas tersebut baik materi yang berasal dari guru, materi dari siswa maupun materi buku ajar yang digunakan dalam pembelajaran dalam keadaan sebenarnya.

Subyek penelitian dalam penelitian ini adalah guru yang mengajar, siswa di kelas XI IPA 3 SMA Kolese De Britto yang berjumlah 28 siswa, dan juga buku ajar yang digunakan dalam pembelajaean di kelas tersebut. Adapun gejala-

gejala yang akan diamati adalah alur substansi materi yang berasal dari materi yang guru berikan, dari siswa yang menanggapi pertanyaan-pertanyaan guru maupun dari buku ajar yang digunakan.

Data penelitian diperoleh dengan cara observasi langsung dan observasi tidak langsung. Observasi langsung dilakukan dengan mengamati kegiatan yang terjadi selama pembelajaran di kelas. Sedangkan observasi tidak langsung dilakukan dengan mengamati hasil rekaman kegiatan pembelajaran yang telah direkam menggunakan alat perekam "*handy-cam*" secara menyeluruh. Kegiatan pembelajaran dilaksanakan selama enam kali pertemuan, tiap pertemuan berlangsung maksimal 2 jam pelajaran (1JP=45menit). Materi pembelajaran yang diamati adalah Kaidah Pencacahan di kelas XI IPA 3 SMA Kolese De Britto.

Kegiatan analisis data meliputi tiga langkah, yaitu reduksi data, kategori data, dan penarikan kesimpulan. Reduksi data adalah proses membandingkan bagian-bagian data untuk maenghasilkan topic-topik data. Reduksi data terdiri dari transkripsi dan penentuan data. Transkripsi adalah penyajian kembali sesuatu yang tampak dan terdengar dalam hasil rekaman video dalam bentuk narasi tertulis. Sedangkan penentuan topik-topik data adalah deskrispsi secara ringkas mengenai bagian data yang mengandung makna tertentu yang diteliti. Penetuan kategori data merupakan proses membandingkan topic-topik data satu sama lain untuk menghasilkan kategori-kategori data. Kategori data adalah gagasan abstrak yang mewakili makna tertentu yang terkandung dalam sekelompok topic data. Penarikan kesimpulan adalah proses mandiskripsikan fenomena yang diteliti dengan cara menemukan dan mensintesakan hubungan-hubungan di antara kategori-kategori data.

C. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Reduksi data

Dalam bagian ini data dibandingkan untuk menghasilkan topic-topik data deskriptif alur substansi materi pelajaran pada pembelajaran matematika topik akidah pencacahan di kelas XI IPA 3 SMA Kolese De Britto. Alur substansi materi pelajaran merupakan urut-urutan isi materi yang muncul dalam proses pembelajaran yang berlangsung di kelas baik yang berasal dari guru, dari siswa

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

maupun dari buku ajar yang digunakan dalampembelajaran melalui pembahasan secara klasikal. Contoh topik data dapat dilihat pada Tabel 1 berikut.

Tabel 1. Contoh Topik Data Alur Substansi Materi Pelajaran Pertemuan I

No	Topik Data	Bagian Data
1.	Memahami pengertian peluang dengan membuat kalimat-kalimat yang menggunakan istilah peluang.	I.5-103
2.	Menarik kesimpulan dari kalimat-kalimat yang sudah di buat tentang pengertian peluang.	I.105-124
3.	Memahami pengertian peluang dengan contoh sederhana. Mencari nilai peluang yang mungkin terjadi dari suatu contoh sederhana tersebut.	I.125-177
4.	Menarik kesimpulan pengertian peluang dari contoh sederhana yang sudah dikerjakan.	I.178-188
5.	Mempelajari definisi factorial.	I.204-212
6.	Contoh-contoh bilangan factorial yang masih sederhana.	I.213-215
7.	Mempelajari definisi factorial lebih terperinci, membuktikan definisi 1! dan 0! dan menyederhanakan factorial yang ada.	I.216-221
8.	Soal penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian factorial.	I.223-224
9.	Mengerjakan soal penjumlahan dan pengurangan dalam factorial.	I.230-234
10.	Mengerjakan soal perkalian dan pembagian dalam factorial.	I.241-242
11.	Menarik kesimpulan dari soal penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian factorial bahwa pada factorial tidak berlaku sifat komutatif.	I.243-249
12.	Contoh menyederhanakan bilangan factorial atau mengubah perkalian kedalam bentuk factorial.	I.250-265
13.	Soal tentang penyederhanaan factorial dan mengerjakannya.	I.266-283
14.	Mencoba mengerjakan soal-soal yang ada di buku ajar.	I.284-285
15.	Menjelaskan kembali mengenai penyederhanaan factorial.	I.286-308
16.	Mengerjakan di papan tulis soal yang ada di buku ajar.	I.326-329
17.	Menjelaskan kembali tentang penyederhanaan factorial.	I.330-345
18.	Melanjutkan mengerjakan soal yang ada di buku.	I.346-377
19.	Mengecek pekerjaan yang ada di papan tulis tentang penyederhanaan.	I.378-383
20.	Menyatakan dalam bentuk notasi factorial yang ada dalam soal di buku ajar.	I.384-405

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Contoh topik yang ditampilkan adalah topik pada pertemuan pertama, sedangkan pembelajaran Topik Kaidah Pencacahan dilaksanakan dalam enam kali pertemuan. Untuk pertemuan kedua dan seterusnya secara umum topik alur substansi materi pelajaran hampir sama dengan topik pada pertemuan pertama diatas hanya saja materi yang disampaikan berbeda dan berkelanjutan.

Kategorisasi Data

Topik-topik data di atas dibandingkan untuk menghasilkan kategori-kategori data alur substansi materi pelajaran dalam pembelajaran matematika topik Kaidah Pencacahan di kelas XI IPA 3 SMA Kolese De Britto, seperti disajikan dalam Tabel 2 berikut.

Tabel 2. Kategori dan Subkategori Data Alur Substansi Materi Pelajaran

No.	Kategori dan Subkategori	Topik Data
1.	Pengertian peluang	Menarik kesimpulan pengertian peluang dengan contoh sederhana.
2.	Factorial	
	a) Definisi factorial	Mempelajari definisi faktorial
	b) Mencari nilai faktorial	Contoh-contoh bilangan factorial yang masih sederhana.
	c) Membuktikan definisi factorial, yaitu 0! dan 1!	Mempelajari definisi factorial lebih terperinci, membuktikan definisi 1! dan 0! Dan menyederhanakan factorial yang ada.
	d) Penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian dalam faktorial	Soal penjumlahan,pengurangan, perkalian, dan pembagian. Menarik kesimpulan dari soal tersebut bahwa pada factorial tidak berlaku sifat asosiatif.
	e) Menyederhanakan bentuk factorial	Soal mengenai penyederhanaan factorial dan pengerjaannya.
	f) Mengubah bentuk ke dalam notasi factorial	Menyatakan dalam bentuk notasi factorial yang ada dalam soal di buku ajar.
	g) Menentukan nilai *n* pada factorial dengan menggunakan persamaan kuadrat dan pemfaktorannya	Jawaban no 3, soal disederhanakan didapat suatu persamaan kuadrat, dari persamaan kuadrat tersebut dicari pemfaktorannya sehingga diperoleh nilai *n* dalam faktorial.
3.	Kaidah Pencacahan	Kaidah pencacahan yang ada di buku halaman 56-58
4.	Filling slot atau aturan pengisian tempat	
	a) Soal perjalanan bus	Penerapan filling slot untuk no 10 pada buku.
	b) Soal mengenai angka-angka yang sudah tersedia	Aturan pengisian tempat yang mungkin terjadi dengan angka-angka yang sudah disediakan dan tidak boleh berulang pada soal no 11a.
	c) Soal laki-laki dan perempuan duduk berselang-seling	Aturan pengisian tempat jika terdapat sejumlah laki-laki dan sejumlah perempuan yang akan duduk berselang-seling pada soal no 12 yang ada di buku.
	d) Soal mengenai pembangunan rumah	Aturan pengisian tempat jika terdapat sejumlah rumah yang akan dibangun di seberang jalan pada soal no 13.
	e) Soal mengenai posisi duduk pasangan suami istri	Aturan pengisian tempat jika terdapat sejumlah pasangan suami istri yang akan duduk.
5.	Diagram pohon	
	a) Membantu menyelesaikan filling slot	Diagram pohon untuk menjelaskan aturan pengisian

		tempat yang ada pada soal 11b.
	b) Membantu menemukan pola aturan filling slot	Diagram pohon membantu menemukan pola aturan pengisian tempat.
6.	Filling slot	
	a) Aturan tempat duduk jika dua orang tidak mau duduk berdekatan	Penjelasan no 14d, bahwa dua orang tertentu tidak mau berdekatan dicari dengan cara mengurangkan keseluruhan kemungkinan duduk 8 orang yang ada dengan banyak orang yang kira-kira tidak ingin berdekatan, banyak orang yang tidak ingin berdekatan di hitung secara manual.
	b) Aturan tempat duduk jika dia orang duduk berdekatan	Penjelasan no 14d, bahwa dua orang tertentu tidak mau berdekatan dicari dengan cara mengurangkan keseluruhan kemungkinan duduk 8 orang yang ada dengan banyak orang yang kira-kira tidak ingin berdekatan, banyak orang yang tidak ingin berdekatan di hitung secara manual.
	c) Hubungan aturan tempat duduk jika dua orang tertentu tidak mau duduk berdekatan dengan jika dua orang tertentu harus duduk berdekatan.	Hubungan no 14e dengan 14d, bahwa dua orang yang tidak mau berdekatan dapat dicari dengan mengurangkan kemungkinan keseluruhan yang ada dengan kemungkinan dua orang yang harus selalu berdekatan.
	d) Kemungkinan soal yang dapat dikerjakan jika pilihan jawaban benar dan salah	Penjelasan soal no 15, mengenai kemungkinan suatu soal yang dapat dikerjakan jika pilihan jawaban Benar dan Salah.
	e) Kemungkinan soal yang dikerjakan dari 10 soal yang tersedia	Penjelasan no 16, mengenai kemungkinan soal yang dikerjakan dari 10 soal yang tersedia dengan ketentuan 2 soal dari 5 soal pertama dan 3 soal dari 5 soal terakhir.
	f) Hubungan kemungkinan soal yang dikerjakan dengan kombinasi	Hubungan no 16 dengan kombinasi.
	g) Filling slot sebagai aturan dasar membilang	Penggunaan filling slot sebagai aturan dasar membilang, yang bisa digunakan untuk permutasi maupun kombinasi.
7.	Permutasi	
	a) Permutasi dengan unsur berbeda	Permutasi yang ada di buku dan contoh permutasi yang ada di buku, mengenai pemilihan ketua dan sekretaris dari 3 orang yang sudah tersedia, cara menyusun kemungkinan yang ada dengan diagram pohon.
	b) Perbedaan permutasi dengan kombinasi	Perbedaan permutasi dengan kombinasi dari contoh kemungkinan susunan ketua sekretaris dengan contoh soal no 16.
	c) Permutasi yang mengandung unsur yang sama.	Contoh permutasi yang mengandung unsure yang sama, menentukan banyak susunan yang terjadi dengan diagram pohon.
	d) Permutasi siklik	Menyimpulkan banyaknya kemungkinan dari contoh tiga orang duduk melingkar ke rumus permutasi siklik.
	e) Permutasi berulang	Contoh permutasi berulang, tentang banyaknya pilihan jawaban yang tersedia.
8.	Kombinasi	
	a) Notasi dan definisi kombinasi	Menyatakan notasi dan definisi kombinasi.
	b) Contoh kombinasi jika n dan r sudah diketahui	Contoh kombinasi dan penjelasan kombinasi.
	c) Banyak cara berjabat tangan	Menentukan banyak cara orang berjabat tangan mengunakan kombinasi pada contoh 19 yang ada di buku.
	d) Pengambilan bola	Penerapan kombinasi untuk menentukan banyak cara mengambil bola pada contoh 22 .

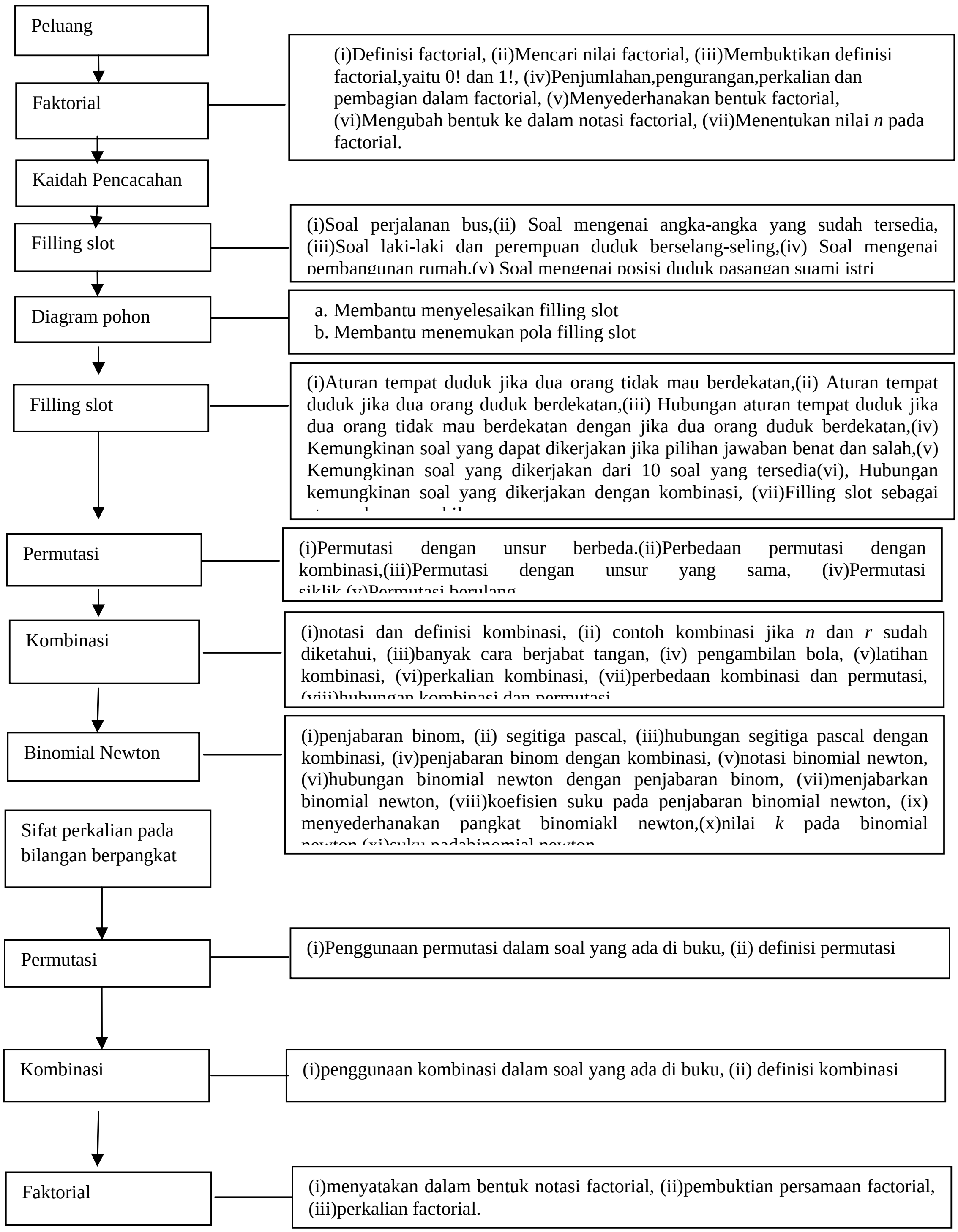
	e) Latihan soal kombinasi	Penerapan kombinasi pada soal no 3,4 dan 5 pada buku.
	f) Perkalian kombinasi	Penerapan perkalian kombinasi dalam menentukan banyak cara mengambil bola pada contoh 22a.
	g) Perbedaan kombinasi dan permutasi	Perbedaan kombinasi dan permutasi.
	h) Hubungan kombinasi dan permutasi	Menghubungkan kombinasi dengan permutasi dalam definisi kombinasi.
9.	Binomial newton	
	a) Penjabaran binom	Penjabaran binom pangkat 1, pangkat 2, pangkat 3
	b) Segitiga pascal	Koefisien- koefisien pada penjabaran binom di susun dalam segitiga pascal.
	c) Hubungan segitiga pascal dengan kombinasi	Hubungan koefisien-koefisien dalam segitiga pascal pada baris pertama dengan kombinasi.
	d) Penjabaran binom dengan menggunakan kombinasi	Mengganti koefisien-koefisen pada penjabaran binom berpangkat 1 dengan kombinasi yang nilainya sama dengan koefisien-koefisien pada penjabaran binom berpangkat 1.
	e) Notasi binomial newton	Penjabaran binom berpangkat *n* diubah kedalam bentuk notasi sekma, yaitu rumus umum dari binomial newton.
	f) Hubungan binomial newton dengan penjabaran binom	Menghubungkan kembali rumus binomial newton dengan penjabaran binom berpangkat.
	g) Menjabarkan binomial newton	Menguraikan suatu binom berpangkat dengan binomial newton yang ada dalam contoh di buku halaman 70.
	h) Koefisien suku pada penjabaran binomial newton	Koefisien suku pada pada penjabaran binom berpangkat yang ada dalam contoh 22 di buku.
	i) Menyederhanakan pangkat pada binomial newton	Menyederhanakan pangkat pada binomial newton.
	j) Nilai *k* dalam binomial newton untuk menentukan suku ke- dalam binomial newton	Koefisien salah satu unsur dalam penjabaran binomial newton, dengan cara mencari nilai *k* yang sesuai dan menerapkannya ke dalam rumus umum binomial newton.
	k) Suku pada binomial newton	Suku keempat dalam penjabaran binomial newton dihubungkan dengan notasi binomial newton. Yaitu dengan mencari nilai k untuk suku keempat.
10.	Sifat perkalian pada bilangan berpangkat	Menghubungkan sifat perkalian bilangan berpangkat dengan bilangan pokok yang sama ke rumus umum binomial newton untuk mencari koefisien suku pada penjabaran binomial newton.
11.	Permutasi	
	a) Penggunaan permutasi dalam soal yang ada di buku	Permutasi,kombinasi dan filling slot pada latihan 4 yang ada di buku.
	b) Definisi permutasi	Mengingat kembali definisi permutasi, agar siswa mau menjabarkan definisi permutasi apabila menemukan soal yang berhubungan dengan permutasi.
12.	Kombinasi	
	a) Penggunaan kombinasi dalam soal yang ada di buku	Kombinasi pada soal no 7 yang ada di buku.
	b) Definisi kombinasi	Mengingat kembali definisi kombinai, agar siswa mau menjabarkan definisi kombinasi apabila menemukan soal yang berhubungan dengan kombinasi.
13.	Factorial	
	a) Menyatakan dalam bentuk notasi faktorial	Soal no 1. Menyatakan dalam bentuk notasi factorial.
	b) Pembultian persamaan faktorial	Soal no 7. Pembuktian dalam persamaan factorial.
	c) Perkalian faktorial	Perkalian factorial pada soal no 3.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Penarikan Kesimpulan

Kategori-kategori data ditemukan hubungan-hubungannya. Kesimpulan dapat disampaikan dalam bentuk diagram pohon pada diagram 1 berikut.

Diagram 1. Kategori Alur Substansi Materi Pelajaran



PEMBAHASAN

Dalam buku Matematika Erlangga (Wirodrikomo,2007) alur yang terjadi dalam Topik Kaidah Pencacahan adalah sebagai berikut. Kaidah pencacahan terdiri dari tiga metode, yaitu: aturan perkalian, permutasi dan kombinasi. Aturan perkalian itu sendiri ada tiga metode yang dapat digunakan dalam mendaftar kemungkinan yang terjadi, yaitu diagram pohon, tabel silang, dan pasangan terurut. Sebelum memasuki materi permutasi, ditampilkan pula factorial dari bilangan asli, kemudian masuk ke dalam permutasi dari unsur-unsur yang berbeda, permutasi yang memuat beberapa unsur yang sama, permutasi siklis, dan permutasi berulang. Setelah itu baru dipelajari kombinasi dan materi pengayaan penerapan aturan kombinasi dalam penjabaran binom newton.

Dalam pembelajaran Topik Kaidah Pencacahan dengan menggunakan buku ajar "Matematika Kontekstual untuk SMA/MA Program Studi IPA" di kelas XI IPA 3 SMA Kolese De Britto alur materi pelajaran yang terjadi secara umum sama dengan yang ada di buku Erlangga hanya saja untuk aturan perkalian guru menggunakan istilah yang ada dalam buku ajar yang digunakan yaitu filling slot. Dalam pembelajaran di kelas terkadang guru mengulang kembali materi yang sudah di jelaskan guna mengingatkan siswa akan materi tersebut. Guru tidak hanya mengulang materi dalam kaidah pencacahan saja akan tetapi juga ada materi persamaan kuadrat dan pemfaktorannya untuk mencari nilai n pada factorial, dan juga mengulas kembali salah satu sifat pada bilangan berpangkat untuk memecahkan masalah dalam binomial newton.

D. Simpulan dan Saran

Penelitian ini menghasilkan deskriptif mengenai alur substansi materi pelajaran dalam pembelajaran matematika menggunakan buku ajar "Matematika Kontekstual untuk SMA/MA Kelas XI Program Studi IPA". Dari hasil penelitian dapat disimpulkan alur substansi materi pelajaran yang terjadi sebagai berikut. Pertemuan I: pengertian peluang, definisi faktorial dan contoh menyelesaikannya, penjumlahan dan pengurangan faktorial, perkalian dan pembagian faktorial, menyederhanakan faktorial, menyatakan dalam bentuk faktorial. Pertemuan II: menyederhanakan faktorial, menyatakan dalam bentuk faktorial, menentukan nilai *n* dengan mencari faktor persamaan kuadrat yang diperoleh dari penyederhanaan faktorial, definisi faktorial, kaidah pencacahan, filling slot dan contohnya. Pertemuan III: latihan filling slot. Pertemuan IV: permutasi unsur berbeda dan contohnya, permutasi unsur sama dan contohnya, permutasi siklik dan contohnya, latihan soal permutasi. Pertemuan V: kombinasi, perbedaan dan hubungan kombinasi dan permutasi, soal kombinasi, penjabaran binom, segitiga pascal, binomial newton. Pertemuan VI: contoh binomial newton dan latihan soal dari faktorial sampai binomial newton.

Untuk penelitian dan implementasi lebih lanjut di masa yang akan dating, diberikan saran sebagai berikut, pengambilan data pada saat pembelajaran topik kaidah pencacahan hanya menggunakan satu alat perekam sehingga ada tulisan yang tidak begitu jelas dan juga percakapan pada saat pembelajaran tidak begitu jelas karena keterbatasan alat. Sehingga untuk penelitian yang akan dating lebih baik peneliti menggunakan alat perekam tidak hanya satu alat saja.

E. Daftar Pustaka

Sanjaya,Wina. 2008. *Kurikulum dan Pembelajaran :Teori dan Praktik Pengembangan Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP)*. Jakarta : Kencana.

Sriyanto & Supatmono,Catur. 2011. *Matematika Kontekstual untuk SMA/MA Kelas XI Prodi IPA*. Klaten : Intan Pariwara.

Wardani,Wahyu. 2010. *Analisis Teks Buku Sekolah Elektronik (BSE) IPS Terpadu Kelas VII SMP/MTS terbitan DEPDIKNAS pada Kompetensi Dasar Mendiskripsikan Gejala Atmosfer dan Hidrosfer serta Pengaruhnya bagi Kehidupan*. Malang : Universitas Negeri Malang.

Wirodikromo,Sartono. 2007. *Matematika untuk SMA Kelas XI semester 1*. Jakarta:Erlangga.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Problem Posing untuk Menilai Hasil Belajar Matematika

Dr. Ali Mahmudi
Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY Yogyakarta
Email: ali_uny73@yahoo.com.

Abstrak

Problem posing merupakan salah satu metode yang dapat diterapkan dalam pembelajaran matematika. Berbagai studi menunjukkan bahwa metode *problem posing* cukup menjanjikan untuk mengembangkan kemampuan-kemampuan matematis tingkat tinggi, seperti kemampuan pemecahan masalah dan kemampuan berpikir kreatif matematis. Selain sebagai metode pembelajaran, *problem posing* dapat pula digunakan untuk menilai hasil belajar matematika, terutama untuk menilai kemampuan-kemampuan matematis tingkat tinggi.

Kata kunci: problem posing, menilai hasil belajar

A. Pendahuluan

Melalui pembelajaran matematika, siswa diharapkan memiliki kemampuan-kemampuan strategis, seperti kemampuan berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, dan kreatif, serta mempunyai kemampuan bekerja sama (Depdiknas, 2006). Diperlukan berbagai upaya kreatif dan stategis untuk mewujudkan tujuan ideal pembelajaran matematika tersebut. Di sisi lain, diperlukan pula metode, cara, atau jenis penilaian khusus yang perlu dikembangkan untuk menilai atau mengukur ketercapaian tujuan pembelajaran matematika tersebut. Hal ini dapat dipahami karena cara atau jenis penilaian yang pada umumnya digunakan dalam pembelajaran matematika yang cenderung terdiri atas soal-soal matematika dengan kategori biasa tidak mampu menjangkau atau mengukur hasil belajar tersebut. Terkait hal itu, artikel ini menawarkan problem posing sebagai salah satu cara untuk menilai kemampuan matematis tingkat tinggi, seperti kemampuan berpikir kreatif, kemampuan pemecahan masalah, atau kemampuan komunikasi matematis.

B. Pembuatan Soal *(Problem Posing)*

Problem posing telah menjadi kecenderungan pembelajaran matematika saat ini. Reformasi pembelajaran matematika terkini merekomendasikan penerapan *problem posing* dalam pembelajaran matematika (Christou *et al*, 1999). *Problem posing* sesungguhnya bukan ide baru dalam pembelajaran matematika, melainkan telah diperkenalkan dan diteliti di berbagai negara, seperti Amerika, Inggris, Australia, Jepang, dan Singapura pada beberapa dekade yang lalu.

Apa itu *problem posing*? Terdapat beberapa pengertian *problem posing*. Menurut Ellerton (Christou *et al*, 1999), *problem posing* adalah pembuatan soal oleh siswa yang dapat mereka pikirkan tanpa pembatasan apapun baik terkait isi maupun konteksnya. Pengertian lain *problem posing* diberikan oleh Lin (2004), yaitu sebagai pembuatan pembentukan soal berdasarkan konteks, cerita, informasi, atau gambar yang diketahui.

Dalam *problem posing*, apakah soal-soal tersebut harus merupakan soal-soal baru? Tidak harus demikian. Menurut Silver (Lin, 2004), *problem posing* dapat berrarti pembuatan soal berdasarkan soal yang telah diselesaikan. Dalam hal ini, untuk membuat soal dapat dilakukan dengan mereformulasi soal-soal yang sudah dikenal atau telah dikerjakan. Misalnya, untuk membuat soal dapat dilakukan dengan mengubah informasi yang terdapat pada soal yang telah dikerjakan, seperti mengubah bilangan, operasi, syarat, atau konteks soal tersebut.

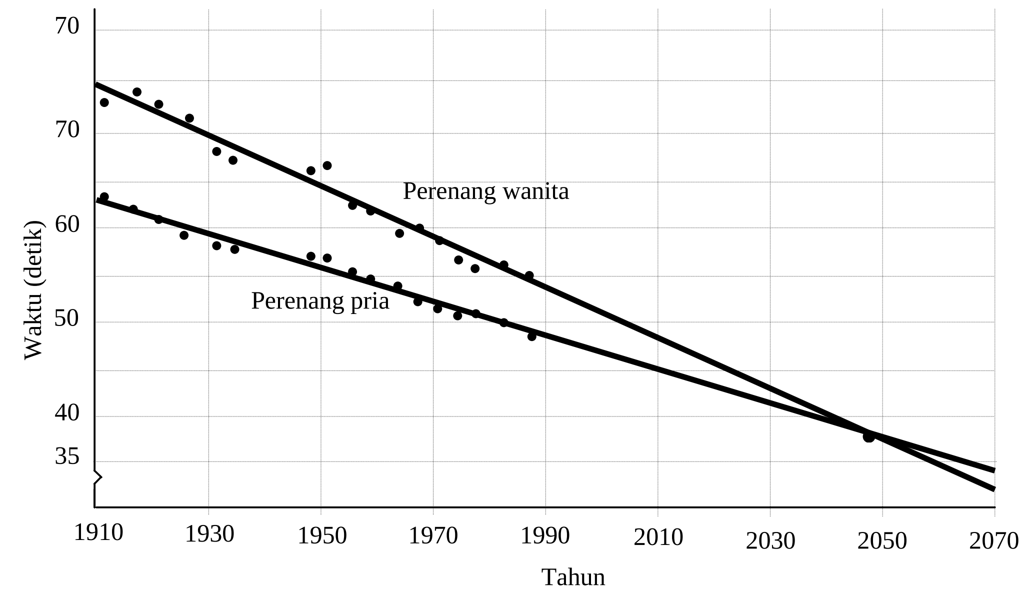
Menurut Silver (Abu-Elwan, 2000), *problem posing* meliputi beberapa pengertian, yaitu (1) perumusan ulang soal yang telah diberikan dengan beberapa perubahan agar lebih mudah dipahami siswa, (2) perumusan soal yang berkaitan dengan syarat-syarat pada soal yang telah diselesaikan dalam rangka penemuan alternatif penyelesaian, dan (3) pembuatan soal dari suatu situasi yang diberikan. Sedangkan Silver (1997) mengklasifikasikan tiga aktivitas koginitif dalam pembuatan soal sebagai berikut.

1. ***Pre-solution posing***, yaitu pembuatan soal berdasarkan situasi atau informasi yang diberikan.

   Contoh

   Grafik berikut menunjukkan rekor waktu (dalam detik) dari perenang pria dan wanita dalam kejuaraan renang dunia 100 meter dari tahun 1912 sampai tahun 1988. Garis-garis itu menunjukkan kecenderungan perubahan rekor waktu dari perenang pria dan wanita dari tahun ke tahun.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3



Gambar 1. Ilustrasi Tugas *Problem Posing*

Buatlah soal atau pertanyaan terkait grafik tersebut.

Beberapa contoh pertanyaan yang dapat dibuat siswa adalah sebagai berikut.

a. *Bandingkan gradien dua garis tersebut. Garis manakah yang mempunyai gradien lebih besar? Apa makna gradien tersebut?*
b. *Perkirakan koordinat titik potong kedua garis tersebut. Bersesuaian dengan tahun berapakah titik potong tersebut? Apa makna titik potong tersebut?*

2. ***Within-solution posing***, yaitu pembuatan atau formulasi soal yang sedang diselesaikan. Pembuatan soal demikian dimaksudkan sebagai penyederhanaan dari soal yang sedang diselesaikan. Dengan demikian, pembuatan soal demikian akan mendukung penyelesaian soal semula.

Contoh

Diketahui soal sebagai berikut.

Sebanyak 20.000 galon air diisikan ke kolam renang dengan kecepatan tetap. Setelah 4 jam pengisian, isi kolam renang tersebut menjadi $\frac{5}{8}$-nya. Jika sebelum pengisian kolam tersebut telah berisi seperempatnya, berapakah kecepatan aliran air tersebut?

Soal-soal yang mungkin disusun siswa yang dapat mendukung penyelesaian soal tersebut adalah sebagai beirkut.

a. *Berapa galon air di kolam renang ketika kolam itu berisi seperempatnya? Berapa galon air di kolam renang ketika kolam renang itu bersisi* $\frac{5}{8}$*-nya?*
b. *Berapakah perubahan banyaknya air dalam kolam renang setelah 5 jam pengisian?*
c. *Berapakah rata-rata perubahan banyaknya air di kolam renang itu?*
d. *Berapa waktu yang diperlukan untuk mengisi kolam renang tersebut sampai penuh?*

3. ***Post-Solution Posing***. Strategi ini juga disebut sebagai strategi "***find a more challenging problem"***. Siswa memodifikasi atau merevisi tujuan atau kondisi soal yang telah diselesaikan untuk menghasilkan soal-soal baru yang lebih menantang. Pembuatan soal demikian merujuk pada strategi ***"what-if-not …?"*** atau ***"what happen if …"***. Beberapa teknik yang dapat digunakan untuk membuat soal dengan strategi itu adalah sebagai berikut.

a. Mengubah informasi atau data pada soal semula
b. Menambah informasi atau data pada soal semula
c. Mengubah nilai data yang diberikan, tetapi tetap mempertahankan kondisi atau situasi soal semula.
d. Mengubah situasi atau kondisi soal semula, tetapi tetap mempertahankan data atau informasi yang ada pada soal semula.

Contoh

Luas persegi panjang dengan panjang 2 m dan lebar 4 m adalah 8 m^2.

Soal-soal yang dapat disusun adalah sebagai berikut.

a. *Bagaimana jika lebarnya bukan 2 m tetapi 3 m? Bagaimana luasnya?*
b. *Apa yang terjadi jika mengubah panjang dan lebarnya masing-masing menjadi dua kali? Apakah luasnya juga akan menjadi dua kali luas semula?*
c. *Bagaimana jika kita mengubah panjangnya menjadi dua kali dan mengurangi lebarnya menjadi setengahnya? Apakah luasnya akan tetap?*
d. *Tentukan panjang dan lebar suatu persegi panjang yang luasnya sama dengan dua kali luas persegi panjang semula.*

Abu-Elwan (2000) mengklasifikasikan *problem posing* menjadi 3 tipe, yaitu *free problem posing* (*problem posing* bebas), *semi-structured problem posing* (*problem posing* semi-terstruktur), dan *structured problem posing* (*problem posing* terstruktur). Pemilihan tipe-tipe itu dapat didasarkan pada materi matematika, kemampuan siswa, hasil belajar siswa, atau tingkat berpikir siswa. Berikut diuraikan masing-masing tipe tersebut.

1. *Free problem posing* (*problem posing* bebas). Menurut tipe ini siswa diminta untuk membuat soal secara bebas berdasarkan situasi kehidupan sehari-hari. Tugas yang diberikan kepada siswa dapat berbentuk: ”buatlah soal yang sederhana atau kompleks”, buatlah soal yang kamu sukai, buatlah soal untuk kompetisi matematika atau tes, ”buatlah soal untuk temanmu”, atau ”buatlah soal sebagai hiburan *(for fun)”*.
2. *Semi-structured problem posing* (*problem posing* semi-terstruktur). Dalam hal ini siswa diberikan suatu situasi bebas atau terbuka dan diminta untuk mengeksplorasinya dengan menggunakan pengetahuan, keterampilan, atau konsep yang telah mereka miliki. Bentuk soal yang dapat diberikan adalah soal terbuka *(open-ended problem)* yang melibatkan aktivitas investigasi matematika, membuat soal berdasarkan soal yang diberikan, membuat soal dengan konteks yang sama dengan soal yang diberikan, membuat soal yang terkait dengan teorema tertentu, atau membuat soal berdasarkan gambar yang diberikan.
3. *Structured problem posing* (*problem posing* terstruktur). Dalam hal ini siswa diminta untuk membuat soal berdasarkan soal yang diketahui dengan mengubah data atau informasi yang diketahui. Brown dan Walter (1990) merancang formula pembuatan soal berdasarkan soal-soal yang telah diselesaikan dengan memvariasikan kondisi atau tujuan dari soal yang diberikan.

C. *Problem Posing* untuk Menilai Hasil Belajar Matematika

Melalui pembelajaran matematika, siswa diharapkan memiliki kemampuan berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, dan kreatif, serta mempunyai kemampuan bekerja sama (Depdiknas, 2006). Secara terperinci, pembelajaran matematika dimaksudkan untuk mencapai tujuan-tujuan sebagai berikut.

1. Melatih cara berpikir dan bernalar dalam menarik simpulan, misalnya melalui kegiatan penyelidikan; eksplorasi; eksperimen; menunjukkan kesamaan, perbedaan, konsistensi, dan inkonsistensi.
2. Mengembangkan aktivitas kreatif yang melibatkan imajinasi, intuisi, dan penemuan dengan mengembangkan pemikiran divergen, orisinil, keingintahuan, membuat prediksi dan dugaan, serta mencoba-coba.
3. Mengembangkan kemampuan pemecahan masalah.
4. Mengembangkan kemampuan menyampaikan informasi atau mengkomunikasikan gagasan antara lain melalui pembicaraan lisan, grafik, peta, dan diagram.

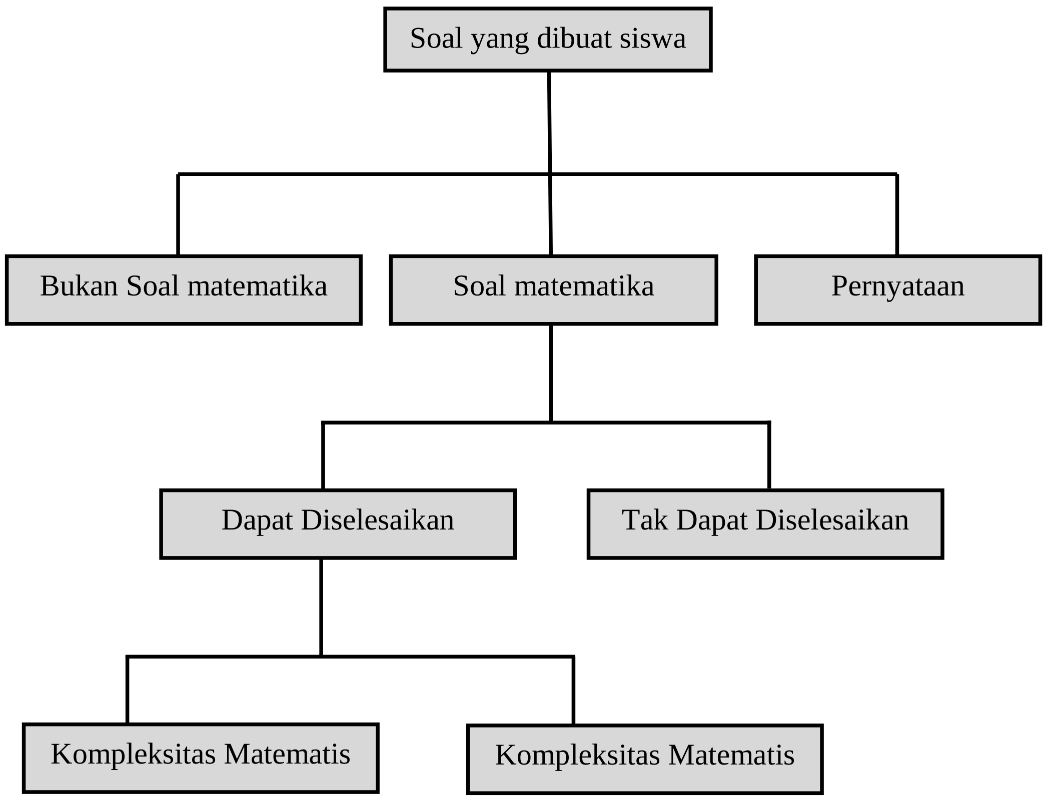
Tujuan pembelajaran matematika tersebut menghendaki agar siswa memiliki berbagai kemampuan strategis atau kemampuan matematis tingkat tinggi. Untuk mencapai kemampuan-kemampuan strategis tersebut diperlukan pembelajaran matematika kreatif yang dapat memfasilitasi siswa mengembangkan potensinya. Di sisi lain, pengembangan pembelajaran matematika yang bersifat kreatif guna mencapai penguasaan kemampuan-kemampuan strategis tersebut perlu diikuti atau dilengkapi dengan pengembangan strategi kreatif pula untuk menilai hasil belajar atau mengukur kemampuan-kemampuan matematis tersebut. Hal ini dapat dipahami karena strategi atau metode penilaian hasil belajar yang bersifat konvensional yang pada umumnya menggunakan soal-soal yang bersifat rutin tentu tidak memadai untuk mengukur kemampuan-kemampuan matematis tingkat tinggi tersebut.

Salah satu metode untuk menilai hasil belajar matematika siswa atau khususnya untuk menilai kemampuan matematika tingkat tinggi adalah *problem posing*. Hasil belajar atau kemampuan matematis seperti apa yang dapat diukur atau dinilai dengan *problem posing*? Menurut Balka dan Torrance (Silver, 1997) kemampuan berpikir kreatif dapat diukur dengan menggunakan *problem posing*. Aspek-aspek kemampuan berpikir kreatif tersebut adalah kelancaran, keluwesan, keaslian, dan elaborasi. Aspek kelancaran berkaitan dengan banyaknya pertanyaan relevan. Aspek keluwesan berkaitan dengan banyaknya ragam atau jenis pertanyaan. Sedangkan aspek kebaruan berkaitan dengan keunikan atau seberapa jarang suatu jenis pertanyaan. Sementara aspek elaborasi meliputi kemampuan menjelaskan secara terperinci, runtut, dan koheren

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

terhadap prosedur matematis, jawaban, atau situasi matematis tertentu. Penjelasan ini menggunakan konsep, representasi, istilah, atau notasi matematis yang sesuai

Untuk menilai tugas *problem posing* dapat diperhatikan skema sebagai berikut.



Gambar 1. Skema Penilaian Tugas *Problem Posing*

Menurut skema di atas, dalam menilai tugas *problem posing*, jawaban siswa yang berupa pernyataan dan soal non-matematika disisihkan terlebih dahulu sebelum memfokuskan pada soal matematika. Selanjutnya, soal-soal matematika dapat dikategorikan menjadi soal yang dapat diselesaikan dan tidak dapat diselesaikan. Soal yang dapat diselesaikan selanjutnya dikategorisasi lagi menurut kompleksitasnya yang terdiri atas kompleksitas matematis maupun kompleksitas dari segi bahasa.

Selain meliputi 4 aspek sebagaimana dikemukakan di atas, tugas menurut Silver dan Cai (Lin dan Leng, 2010), *problem posing* dapat pula dinilai dari aspek kompleksitas yang meliputi kompleksitas hubungan antarkonsep matematis, tingkat kesulitan, dan kompleksitas susunan bahasa yang digunakan. Kompleksitas soal dapat diklasifikasikan ke dalam kategori rendah, sedang, dan tinggi. Pengkatgorian ditinjau dari aspek bernalar, melakukan prosedur matematis, memahami konsep, atau menyelesaikan masalah. Soal dengan tingkat kompleksitas rendah biasanya berupa soal yang mencakup aspek mengingat kembali sifat-sifat. Soal dengan tingkat kompleksitas sedang adalah soal yang memuat hubungan antara dua sifat, sedangkan soal dengan tingkat kompleksitas tinggi mencakup analisis asumsi-asumsi yang dibuat dalam model matematis. Berikut adalah karakteristik soal masing-masing kategori tersebut.

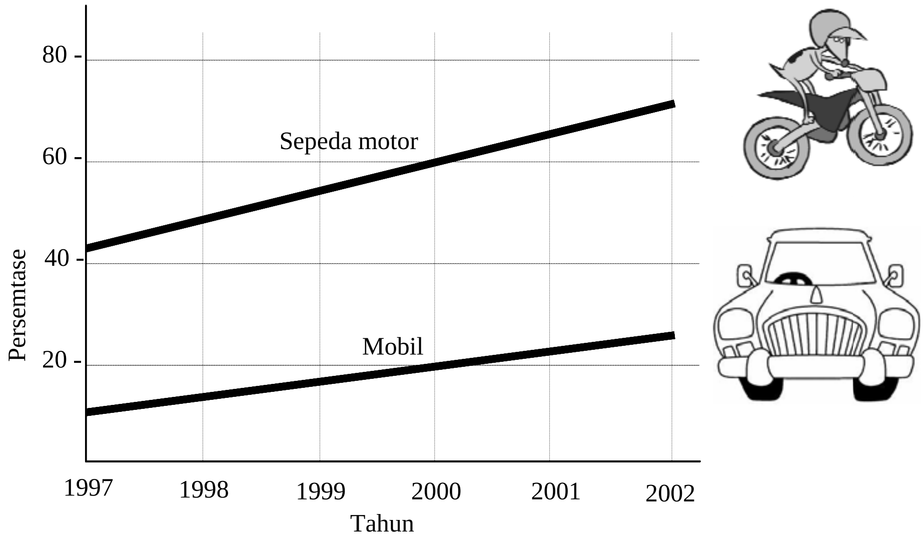
Tabel 1. Kategori Kompeksitas Soal

Rendah	Sedang	Tinggi
▪ Mengingat atau mengenali fakta, istilah, atau sifat-sifat ▪ Menghitung jumlah, selisih, hasil kali, atau pembagian ▪ Melakukan prosedur matematis spesifik ▪ Menyelesaikan soal dengan satu tahap penyelesaian ▪ Mengidentifikasi informasi dari suatu grafik, tabel, atau gambar	▪ Merepresentasikan suatu situasi secara matematis dengan lebih dari satu cara ▪ Memberikan justifikasi langkah-langkah penyelesaian masalah ▪ Menginterpretasikan representasi visual ▪ Menyelesaikan soal dengan beberapa tahap ▪ Memperluas pola ▪ Mengidentifikasi informasi dari grafik, tabel, atau gambar dan menggunakannya untuk menyelesaikan suatu masalah ▪ Menginterpretasikan penjelasan sederhana	▪ Mendeskripsikan berbagai representasi berbeda untuk menyelesaikan masalah ▪ Melakukan prosedur matematis yang melibatkan beberapa tahap ▪ Menggeneralisasi pola ▪ Menyelesaikan masalah dengan lebih dari satu cara ▪ Menjelaskan dan menjustifikasi solusi suatu masalah ▪ Mendeskripsikan, membandingkan, dan mengkontraskan metode-metode penyelesaian ▪ Menganalisis asumsi-asumsi dalam proses solusi ▪ Memberikan justifikasi matematis

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Berikut adalah contoh tugas *problem posing* yang dapat diberikan kepada siswa.

Misalkan grafik berikut menunjukkan persentase banyaknya keluarga di kota Yogya yang memiliki sepeda motor dan mobil dari tahun 1997.



Susunlah sebanyak mungkin pertanyaan berdasarkan informasi pada grafik di atas.

Beberapa pertanyaan yang mungkin dapat dibuat siswa adalah sebagai berikut.

a. Soal dengan kompleksitas rendah

Berapa persen banyaknya keluarga di kota Yogya yang memiliki mobil pada tahun 2000?

b. Soal dengan kompleksitas sedang

Bandingkan gradien dua garis tersebut. Garis manakah yang mempunyai gradien lebih besar? Apakah makna gradien dalam hal ini? Jelaskan jawabanmu.

c. Soal dengan kompleksitas tinggi

- *Pada tahun 1997, sebanyak 42% keluarga di kota Yogya memiliki sepeda motor. Banyaknya keluarga yang memiliki sepeda motor meningkat 6% tiap tahun. Jika kecenderungan ini berlanjut, pada tahun berapakah, sebanyak 90% keluarga di kota Yogya akan memiliki sepeda motor?*
- *Persamaan* $y = -x + 12$ *menyatakan persentase banyaknya keluarga (y) yang memiliki mobil pada tahun ke-x setelah tahun 1997. Dengan persamaan tersebut, pada tahun berapakah sebanyak 52% keluarga di kota Yogya akan memiliki mobil?*

F. Penutup

Metode *problem posing* untuk menilai hasil belajar matematika, khususnya untuk menilai kemampuan-kemampuan matematika tingkat tinggi perlu dipraktikkan secara berkelanjutan. Metode ini merupakan salah satu metode kreatif yang akan memperkaya metode-metode penilaian yang telah sering digunakan dalam pembelajaran matematika. Selanjutnya perlu pula dikaji efektivitasnya.

G. Daftar Pustaka

Abu-Elwan, R. (2000). *Effectiveness of Problem Posing Strategies on Perspective Mathematics Teachers' Problem Solving Performance*. [Online] Tersedia http://math.unipa.it/~grim/AAbuElwan1-6. [7 September 2007]

Brown, S., & Walter, M. I. (1990). *The Art of Problem Posing*. Philadelphia, PA: Franklin Institute Press.

Christou, C. (1999). An Empirical Taxonomy of Problem Posing Processes. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM) – The International Journal on Mathematics Education*. [Online]. Tersedia http://subs.emis.de/journals/ZDM/zdm053a4.pdf. [7]. [15 Januari 2007]

Depdiknas (2006). *Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan*. Jakarta: Depdiknas

Lin, P. (2004). *Supporting Teachers on Designing Problem-Posing Tasks as a Tool of Assesment to Understand Student's Mathematical Learning*. Proceeding of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education Vol 3.

Lin, K.M. & Leng, L.W. 2010. Using Problem Posing as an Assesment Tool. [Online]. Tersedia: http://hkage.org.hk/en/events/080714%20APCG/02-%20Curriculum%20&%20Instruction/2.14%20Kwek%20&%20Lye_Using%20Problem-Posing%20as%20an%20Assessment%20Tool.pdf [26 Nopember 2011]

Silver, E. A. (1997). *Fostering Creativity through Instruction Rich in Mathematical Problem Solving and Problem Posing*. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM) – The International Journal on Mathematics Education. [Online]. Tersedia di: http://www.emis.de /journals/ZDM/zdm973a3.pdf. ISSN 1615-679X. [15 Januari 2008]

P – 4

Interaksi Guru dan Buku Ajar dalam Pembelajaran Matematika Topik Kaidah Pencacahan dengan Menggunakan Buku Ajar di Kelas XI IPA SMA Kolese De Britto

Andrias Eka Fajar Darmawan
Mahasiswa S1 Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sanata Dharma
Kampus III USD Paingan Maguwoharjo Yogyakarta
andr3_17692@yahoo.co.id

M. Andy Rudhito
Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sanata Dharma
Kampus III USD Paingan Maguwoharjo Yogyakarta
email: arudhito@yahoo.co.id

H.J. Sriyanto
Guru Matematika SMA Kolese De Britto
Jl. Laksda Adisucipto 161 Yogyakarta
hj_sriyanto@yahoo.co.id

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui interaksi yang terjadi antara guru dan buku ajar dalam proses pembelajaran matematika topik Kaidah Pencacahan dengan menggunakan buku ajar ”Matematika Kontekstual untuk SMA/MA Kelas XI Program Studi Ilmu Pengetahuan Alam” di Kelas XI IPA$_3$ SMA Kolese De Britto Tahun Ajaran 2011/2012. Metode penelitian yang digunakan adalah penelitian kualitatif deskriptif. Data penelitian dikumpulkan dengan cara observasi langsung dan observasi tidak langsung. Kegiatan analisis data dilakukan dalam tiga langkah, yaitu reduksi data, kategorisasi data, dan penarikan kesimpulan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa interaksi guru dan buku ajar yang terjadi secara umum adalah sebagai berikut.

(1)Guru melihat buku ajar sebelum meminta siswa mengerjakan soal yang ada di buku ajar, (2)Guru melihat buku ajar sebelum meminta siswa melihat materi yang ada di buku ajar, (3) Guru membacakan soal latihan yang ada di buku ajar, (4) Guru melihat buku ajar sebelum menuliskan materi di papan tulis, (5)Keperluan indivudual: (i)Guru melihat buku ajar sebelum memberikan materi, (ii)Guru melihat buku ajar ketika sela-sela waktu pada saat siswa mengerjakan soal latihan, (iii)Guru mengecek buku ajar untuk memastikan soal latihan, (iv)Guru melihat buku ajar untuk memastikan urutan materi pembelajaran.

Kata-kata kunci: Kaidah Pencacahan, Buku Ajar, Pembelajaran Matematika, Interaksi Guru.

1. Pendahuluan

Buku teks adalah buku pelajaran dalam bidang studi tertentu, yang merupakan buku standar yang disusun oleh pakar dalam bidang itu buat maksud-maksud dan tujuan instruksional yang diperlengkapi dengan sarana-sarana pengajaran yang serasi dan mudah dipahami oleh para pemakainya di sekolah-sekolah dan perguruan tinggi sehingga dapat menunjang sesuatu program pengajaran. (Tarigan, 1986).

Dalam pembelajaran matematika di sekolah, dilakukan berbagai upaya agar siswa lebih mudah memahami matematika dan menghubungkan matematika dengan sesuatu yang nyata sehingga siswa lebih mudah membayangkan dan memahami

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

matematika. Salah satu upaya yang digunakan adalah menggunakan buku ajar matematika kontekstual (Sriyanto & Supatmono,2011). Buku ajar ini merupakan salah satu sarana pembelajaran yang dikembangkan oleh guru SMA Kolese De Britto untuk menunjang keberhasilan dalam proses pembelajaran siswa.

Dalam pembelajaran di kelas terjadi interaksi antara Guru dan Buku ajar. Oleh karena itu peneliti tertarik untuk meneliti interaksi guru dan buku ajar yang terjadi dalam pembelajaran di kelas.

Penelitian ini difokuskan pada bagaimana interaksi yang terjadi antara Guru dan buku ajar, maka masalah penelitian dirumuskan sebagai berikut: Bagaimanakah interaksi yang terjadi antara Guru dan buku ajar dalam pembelajaran topik Kaidah Pencacahan dengan menggunakan buku ajar “Matematika Kontekstual untuk SMA/MA kelas XI Program Studi IPA” di kelas XI IPA 3 SMA Kolese De Britto Tahun ajaran 2011/2012?

Tujuan penelitian ini untuk mendeskripsikan interaksi antara guru dan buku ajar yang terjadi dalam pembelajaran Kaidah Pencacahan menggunakan buku ajar “matematika Kontekstual untuk SMA/MA kelas XI Program Studi IPA” di kelas XI IPA 3 SMA Kolese De Britto.

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat bagi peneliti sebagai calon guru adalah mengetahui bagaimanakah interaksi yang terjadi antara guru dan buku ajar dalam pembelajaran matematika di kelas dan memperoleh tambahan wawasan.

2. Metode Penelitian

Penelitian ini tergolong dalam jenis penelitian kualitatif deskriptif. Penelitian digunakan untuk mendeskripsikan interaksi yang terjadi antara Guru dan Buku ajar dalam pembelajaran matematika di SMA.

Subjek penelitian ini adalah guru yang mengajar matematika di kelas XI IPA 3 SMA Kolese De Britto pada semester satu tahun ajaran 2010/2011. Gejala-gejala yang diamati adalah interaksi yang terjadi antara Guru dan Buku Ajar selama kegiatan pembelajaran dilaksanakan di dalam kelas.

Penelitian dilaksanakan pada jam pelajaran matematika di sekolah dan dilaksanakan di dalam ruangan kelas XI IPA 3 SMA Kolese De Britto. Pengambilan data dilaksanakan saat proses pembelajaran di kelas pada tanggal 24 Agustus 2011 - 13

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

September 2011.

Data penelitian ini dikumpulkan dengan cara observasi langsung dan tak langsung. Observasi langsung dilakukan dengan mengamati kegiatan pembelajaran yang berlangsung di kelas. Sedangkan observasi tak langsung dilakukan dengan rekaman video dengan menggunakan alat perekam 'handy-cam'secara menyeluruh dan menggunakan kuesioner. Observasi dilaksanakan dengan mengamati pembelajaran selama enam kali pertemuan, tiap pertemuan berlangsung selama 2 jam pelajaran (1JP = 45 menit). Pada tiap-tiap pertemuan diamati interaksi yang dilakukan Guru dengan buku ajar selama pembelajaran di dalam kelas. Materi pembelajaran adalah Kaidah Pencacahan kelas XI IPA semester satu.

Kegiatan analisis data meliputi tiga langkah, yaitu reduksi data, kategorisasi data, dan penarikan kesimpulan. Reduksi data adalah proses membandingkan bagian-bagian data untuk menghasilkan topik-topik data. Reduksi data dapat dirinci menjadi dua kegiatan yaitu: Transkripsi dan penentuan topik-topik data. Transkripsi adalah penyajian kembali sesuatu yang tampak dan terdengar dalam hasil rekaman video, observasi berupa dalam bentuk narasi tertulis. Topik data adalah deskripsi secara ringkas mengenai bagian data yang mengandung makna tertentu yang diteliti. Sebelum menentukan topik-topik data peneliti menentukan makna-makna apa saja yang terkandung dalam penelitian. Berdasarkan makna-makna tersebut peneliti membandingkan bagian-bagian data tertentu pada hasil transkripsi sesuai makna yang terkandung di dalamnya dan membuat suatu rangkuman bagian data, yang selanjutnya disebut topik-topik data. Penentuan kategori data merupakan proses membandingkan topik-topik data satu sama lain untuk menghasilkan kategori-kategori data. Kategori data adalah gagasan abstrak yang mewakili makna tertentu yang terkandung dalam sekelompok topik data. Penarikan kesimpulan adalah proses mendeskripsikan fenomena yang diteliti dengan cara menemukan dan mensintesakan hubungan-hubungan di antara kategori-kategori data.

3. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Reduksi data

Dalam bagian ini data dibandingkan untuk menghasilkan topik-topik data. Reduksi data dapat dirinci menjadi dua kegiatan yaitu transkipsi dan penentuan topik-topik data. Contoh topik data pada pertemuan I dapat dilihat di Tabel 1 berikut

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

ini. Sedangkan untuk pertemuan 2-6, topik datanya serupa dengan topik data di pertemuan 1.

Tabel 1 Topik Data Interaksi Guru dengan Buku Ajar pada Petemuan I

No	Topik Data	Bagian Data
1	Guru membuka buku ajarnya kemudian menuliskan denifini bilangan factorial di papan tulis n! = n x (n-1) x (n-2) x ... x 3 x 2 x 1	I.202-204
2	Guru membacakan definisi n! yang ada di buku ajar. n factorial, notasinya ini [menunjuk n!] tanda seru gitu y, dibaca n faktorial, itu didefinisikan n x (n-1) x (n-2) x ... x 3 x 2 x 1 [G membacakan definisi n!], dengan catatan n adalah [sambil menulis “n∈B+”] anggota bilangan bulat positif. Prasyaratnya adalah n bil bulat positif.	I.212
3	Guru menuliskan soal di papan tulis yang diambil dari soal yang ada di buku ajar. Berikut ini soalnya: 3!+2! = (3+2)! = 7!–5! = (7-5)! = (4x3)! = 4!x3! = (6:2)! = 6!:2! =	I.222-224
4	Guru membaca buku ajar latihan 1 halaman 58 [sambil G melihat buku ajar dan membacanya], silahkan dicoba no.1-4	I.283
5	Guru membuka buku ajarnya saat siswa mengerjakan soal $3b. \dfrac{n \times (n-1) \times (n-2)}{2 \times 3 \times 4}$	I.408

Kategori data

Topik-topik pada tiap-tiap pertemuan dibandingkan satu sama lain untuk menghasilkan kategori-kategori data, seperti disajikan dalam Tabel 2 berikut.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Tabel 2 Kategori Data dan Subkategori Data Interaksi Guru dan Buku Ajar

Perte-muan	Kategori dan Subkategori	Topik Data
1	Guru membaca buku ajar	
	a. Memberikan soal	Guru membaca buku ajar latihan 1 halaman 58 [sambil G melihat buku ajar dan membacanya], silahkan dicoba no.1-4
	b. Memberikan materi	Guru membacakan definisi n! yang ada di buku ajar. n factorial, notasinya ini [menunjuk n!] tanda seru gitu y, dibaca n faktorial, itu didefinisikan n x (n-1) x (n-2) x ... x 3 x 2 x 1 [G membacakan definisi n!], dengan catatan n adalah [sambil menulis "n∈B+"] anggota bilangan bulat positif. Prasyaratnya adalah n bil bulat positif.
	Guru menulis buku ajar	
	a. Memberikan soal	Guru menuliskan soal di papan tulis yang diambil dari soal yang ada di buku ajar. Berikut ini soalnya: 3!+2! = (3+2)! = 7!–5! = (7-5)! = (4x3)! = 4!x3! = (6:2)! = 6!:2! =
	Guru melihat buku ajar secara individual	
	a. Sebelum memberikan materi	Guru membuka buku ajarnya kemudian menuliskan denifini bilangan factorial di papan tulis n! = n x (n-1) x (n-2) x ... x 3 x 2 x 1
	b. Pada saat siswa mengerjakan soal/berdiskusi	Guru membuka buku ajarnya saat siswa mengerjakan soal $3b. \dfrac{n \times (n-1) \times (n-2)}{2 \times 3 \times 4}$
2	Guru membaca buku ajar	
	a. Memberikan materi	Guru membuka buku ajarnya hal 56-58 dan melihat tentang Kaidah Pencacahan, memyuruh siswa untuk membacanya.
	Guru menulis buku ajar	
	a. Memberikan soal	Guru membuka buku ajarnya kemudian menggambil 3 soal dari buku ajar yang dituliskan dipapan tulis. Berikut ini soalnya:

		$1.\ \frac{16!}{14!\,4!} =$ $2.\ \frac{(n+3)(n+2)}{(n-1)n} =$ $3.\ \frac{(n+1)!}{(n-1)!} = 12$
	Guru melihat buku ajar secara individual	
	a. Pada saat siswa mengerjakan soal/ berdiskusi	Guru dan membuka-buka buku ajar saat siswa sedang membaca buku ajar tentang materi Kaidah Pencacahan hal 56-58 Guru membaca buku ajar untuk mengecek soal sebelumnya (*lebih dari 300 ganjil tidak boleh berulang*) yang masih menjadi pertanyaan
3	Guru membaca buku ajar	
	a. Memberikan soal	Guru membuka buku ajar ketika memberikan soal latihan 10 – 17 halaman 59 dari buku ajar untuk siswa
	Guru melihat buku ajar secara individual	
	a. Ktika siswa sibuk mengerjakan soal	Guru membuka buku ajar ketika siswa menuliskan di papan tulis jawaban latihan soal no 5 – 9 halaman 58 dari buku ajar
4	Guru melihat buku ajar secara individual	
	a. Ktika siswa sibuk mengerjakan soal	Guru membuka-buka buku ajar saat siswa beberapa siswa maju menuliskan jawaban dari soal latihan di buku ajar
	b. Sebelum memberikan soal di papan tullis	Guru menuliskan soal di papan tulis, soalnya yaitu Jika dua orang harus duduk berdekatan
5	Guru membaca buku ajar	
	a. Memberikan materi	Guru melihat buku ajar halaman 66 di contoh 19,18 untuk memberikan penjelaskan pembahasan contoh 18 $_5C_3 = \frac{5!}{(5-3)!3!} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{5\times4\times3!}{2!3!} = \frac{5\times4}{2} = 10$ Guru melihat contoh 19 halaman 66 di buku ajarnya untuk menjelaskan penyelessaiannya soal contoh 19. $_{20}C_2 = \frac{20!}{(20-2)!2!} = \frac{20!}{18!2!} = \frac{20\times19\times18!}{18!2!} = \frac{20\times19}{2} = 190$ Guru membaca buku ajar yang isinya tentang “Dalam sebuah kantung ada lima bola merah dan sebuah bola putih…nha...”(guru kembali membaca bukunya) “Tentukan ba-

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

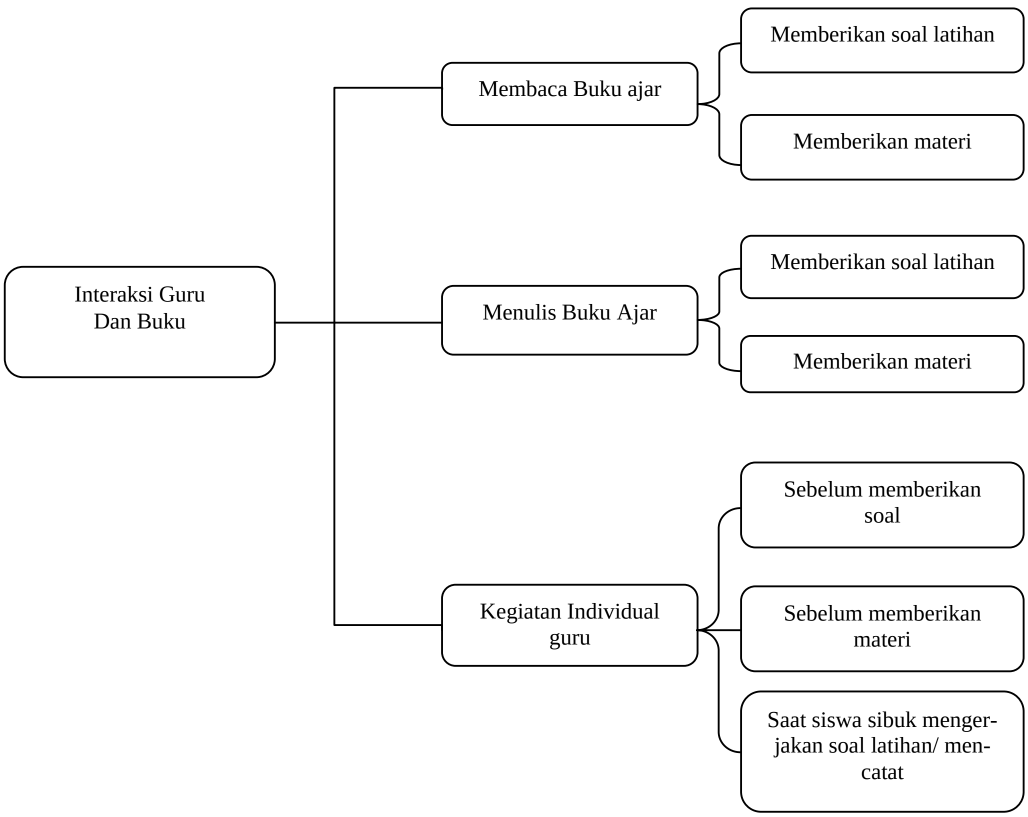
		nyaknya cara untuk mengambil tiga bola dalam kantung tesebut…sehingga ke tiga bola tersebut terdiri atas dua merah dan satu putih…" (menjelaskan penyelesaian soal). Guru melihat buku ajar untuk mengecek jawaban siswa (memberikan pembahasan soal yang diberikan)
	Guru menulis buku ajar	
	a. Memberikan soal	Guru membuka buku ajar sebelum menuliskan soal di papan tulis $(2x + 3y)^4 =$.
	b. Memberikan materi	Guru menuliskan di papan tulis rumus kombinasi dari buku ajar ${}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$.
	Guru melihat buku ajar secara individual	
	a. Melihat buku ajar sebelum memberikan materi kombinasi	Guru membuka buku ajar dan melihat halaman pada buku ajar tersebut saat akan menjelaskan materi Kombinasi.
	b. Saat siswa sibuk menulis/mengerjakan soal	Guru membolak-balik buku, saat siswa sibuk menulis Guru membuka buku ajar ketika siswa sibuk mengerjakan soal latihan di buku ajar
6	Guru membaca buku ajar	
	a. Memberikan soal	Guru membaca buku ajar untuk menunjukkan soal permutasi, kombinasi dll di buku ajar halaman 70 latihan empat Guru membaca buku ajar dalam memberikan soal no 7,8 di buku ajar halaman 71 kepada siswa
	b. Memberikan materi	Guru melihat buku ajar sebelum memberikan penjelasan pembahasan soal di buku ajar.
	Guru menulis buku ajar	
	a. Memberikan materi	Guru membuka buku ajar dan melihat halaman 70 selanjutnya menuliskan 4 tulisan di papan tulis. Guru membaca buku ajar halaman 70 sebelum menuliskan tulisan $(x^2+\frac{1}{x})^{10}$ di papan tulis.
	Guru melihat buku ajar secara individual	
	a. Saat siswa sibuk menulis/mengerjakan soal	Guru melihat buku ajar ketika siswa sedang sibuk mengerjakan soal latihan

		• $(2x+3y)^4=$ • $(2x+3y)^4= {}_4C_0(2x)^4+{}_4C$ • $(2x+3y)^4= {}_4C_0(2x)^4+$ • $(2x+3y)^4= {}_4C_0(2x)^4+{}_4C_1(2x)^3y^1+$ Guru membaca buku ajar disaat siswa sibuk mengerjakan soal latihan. 1. Nyatakan dalam notasi factorial a. $\frac{(n-4)\times(n-3)\times(n-2)}{22\times21\times20}$ b. $\frac{16\times17\times18\times19}{(n-1)\cdot n\cdot(n+1)}$ 2. Diberikan angka-angka 0,1,2,4,5 dan 7 a. berapa banyak bilangan kurang dari 2000 yg bisa disusun dari angka-angka tsb tanpa ada pengulangan. b. Berapa banyak bilangan genap antara 300-4000 yg bisa disusun dari angka-angka tsb! 3. Tentukan banyak cara menyusun 12 buku yang berbeda pada sebuah rak,jika: a. 4 buku tertentu harus berdekatan. 4. dari 8 siswa dan 4 siswi akan dibentuk kelompok yg terdiri dari 4 orang. Tentukan banyaknya kelp yg bisa di bentuk jika: a. Setiap kelompok terdapat paling sedikit 2 siswa. b. Setiap kelompok tedapat paling banyak 2 siswi. 5. Tentukan koefisien dari x^{-5} pada penjabaran $(2-\frac{1}{3x})^8$.
	b. Sebelum memberikan soal latihan	Guru melihat buku ajar sebelum memberikan soal latihan

Penarikan Kesimpulan

Kategori dan subkategori data di atas selanjutnya dibandingkan dan dikontraskan untuk menemukan hubungan interaksi antara guru dan buku ajar. Dari sini diperoleh interaksi-interaksi guru dan buku ajar dalam pembelajaran matematika dari bentuk kalimat biasa menjadi bentuk kalimat formal. Interaksi-interaksi tersebut disajikan dalam diagram Pohon 1 berikut.

Diagram 1. Kategori dan Subkategori Interaksi Guru dan Buku ajar



Hasil penelitian menunjukkan bahwa interaksi guru dan buku ajar yang terjadi secara umum adalah sebagai berikut.

(1)Guru melihat buku ajar sebelum meminta siswa mengerjakan soal yang ada di buku ajar, (2)Guru melihat buku ajar sebelum meminta siswa melihat materi yang ada di buku ajar, (3) Guru membacakan soal latihan yang ada di buku ajar, (4) Guru melihat buku ajar sebelum menuliskan materi di papan tulis, (5)Keperluan indivudual: (i)Guru melihat buku ajar sebelum memberikan materi, (ii)Guru melihat buku ajar ketika sela-sela waktu pada saat siswa mengerjakan soal latihan, (iii)Guru mengecek buku ajar untuk memastikan soal latihan, (iv)Guru melihat buku ajar untuk memastikan urutan materi pembelajaran.

Menurut sudut pandang peneliti interaksi guru dengan buku ajar dalam pembelajaran matematika merupakan suatu kegiatan yang dilakukan guru dengan buku ajar dalam proses pembelajaran yang berkaitan dengan makna/gagasan matematika melalui pembahasan secara klasikal atau refleksi (secara invidual) oleh guru sendiri setiap kali seuasai berinteraksi dengan buku ajar. Guru berinteraksi dengan buku ajar selain untuk memberikan materi/pembahasan, memberikan soal kepada siswa juga untuk memastikan urutan materi pembelajaran yang dilakukan.

Menurut *National Center for Vocational Education Research Ltd/National Center for Competency Based Training*, bahan ajar adalah segala bentuk bahan yang digunakan untuk membantu guru/instruktor dalam melaksanakan kegiatan belajar mengajar di kelas. Buku ajar merupakan salah satu bahan ajar yang penting dalam kegiatan belajar mengajar (Majid, 2009).

Dari hasil penelitian ini, buku ajar telah membantu guru dalam melaksanakan kegiatan belajar mengajar di kelas, yaitu dalam kegiatan memmberi soal, memberikan materi serta untuk memastikan urutan materi pembelajaran.

4. Simpulan dan Saran

Hasil penelitian dapat disimpulkan sebagai berikut : interaksi guru dan buku ajar terjadi pada saat penyampaian soal, materi dan kegiatan individual yang dilakukan guru pada saat siswa sedang sibuk mengerjakan soal/ berdiskusi/ mencatat.

Penelitian yang dilakukan oleh peneliti mempunyai banyak kekurangan. Pengambilan data pada saat interaksi guru dan buku ajar secara individual belum maksimal, dikarenakan alat perekam tidak dapat menangkap apa yang terjadi/ apa yang dipikirkan oleh guru saat berinteraksi dengan buku ajar itu. Oleh sebab itu untuk penelitian yang akan datang, disarankan agar menggunakan instrument yang tepat, sehingga instrument itu dapat memberikan hasil tentang interaksi guru dan buku ajar secara individual secara maksimal.

Daftar Pustaka

Majid, Abdul. 2009. Perencanaan Pembelajaran: Mengembangkan Standar Kompetensi Guru. Bandung: PT Remaja Rosdakarya.

Sriyanto, Catur Supatmono. *Matematika Kontekstual untuk SMA / MA Kelas XI Program Studi Ilmu Pengetahuan alam*. Klaten : PT Intan Pariwara.

Tarigan, Henry Guntur, dan Djago Tarigan, 1986. *Telaah Buku Teks Bahasa Indonesia*. Bandung: Penerbit Angkasa.

P – 5

Pengaruh Model Pembelajaran Koperatif Tipe *Think Talk Write* Terhadap Kemampuan Komunikasi Dan Penalaran Matematis

Asep Ikin Sugandi
STKIP Siliwangi, Asepikinsugandi@yahoo.co.id

Abstrak

Artikel ini melaporkan hasil temuan suatu kuasi eksperimen dengan disain tes akhir kelompok kontrol untuk menelaah pengaruh pembelajaran Kooperatif tipe *Thik Talk Write* dan kemampuan awal matematika siswa terhadap kemampuan komunikasi dan penalaran matematis. Studi ini melibatkan 80 siswa dari tiga SMP level sedang di kota Cimahi. Instrumen penelitian terdiri dari dua set tes komunikasi dan penalaran matematis. Penelitian menemukan bahwa pembelajaran Kooperatif tipe *Thik Talk Write* memberikan pengaruh terbesar dibandingkan dengan pengaruh pembelajaran konvensional dan kemampuan awal matematika siswa terhadap kemampuan komunikasi dan penalaran matematik. Ditemukan pula tidak terdapat interaksi antara pembelajaran dengan level kemampuan awal matematika siswa terhadap kemampuan komunikasi maupun penalaran matematis.
Kata Kunci : komunikasi matematis, penalaran matematis pembelajaran Kooperatif, Tipe TTW

A. Pendahuluan

Kemampuan komunikasi dan penalaran matematis merupakan dua kemampuan matematis yang esensial untuk siswa SM, oleh karena itu, perlu dilatihkan pada siswa dari mulai jenjang pendidikan dasar sampai menengah. Siswa perlu dibekali keterampilan seperti itu supaya siswa mampu memecahkan permasalahan yang dihadapi secara kritis dan kreatif. Pentingnya kemampuan berpikir matematis tingkat tinggi (KBMTT) dilatihkan kepada siswa, didukung oleh tujuan pendidikan matematika yang mempunyai dua arah pengembangan yaitu memenuhi kebutuhan masa kini dan masa yang akan datang (Sumarmo, 2002, 2004, 2005).

Tujuan pertama untuk kebutuhan masa kini, pembelajaran matematika mengarah pada pemahaman konsep-konsep yang diperlukan untuk menyelesaikan masalah matematik dan ilmu pengetahuan lainnya. Tujuan kedua untuk kebutuhan masa yang akan datang atau mengarah ke masa depan, mempunyai arti lebih luas yaitu pembelajaran matematika memberikan kemampuan nalar yang logis, sistematis, kritis, dan cermat serta berpikir objektif dan terbuka yang sangat diperlukan dalam kehidupan sehari-hari serta untuk menghadapi masa depan yang selalu berubah.

Kemudian ditegaskan pula dalam Kurikulum 2004 dan Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP) serta Badan Standar Nasional Pendidikan (2006: 1) bahwa peserta didik dari mulai sekolah dasar perlu dibekali dengan kemampuan berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, kreatif, dan kemampuan bekerja sama. Secara rinci dikemukakan bahwa pembelajaran matematika selain menekankan penguasaan konsep, tujuan lainnya adalah:

1. Melatih cara berpikir dan bernalar dalam menarik kesimpulan, misalnya melalui kegiatan penyelidikan; eksplorasi; eksperimen; menunjukkan kesamaan, perbedaan, konsisten, dan inkonsistensi.
2. Mengembangkan aktivitas kreatif yang melibatkan imajinasi, intuisi, dan penemuan dengan mengembangkan pemikiran divergen, orisinil, rasa ingin tahu, membuat prediksi dan dugaan, serta mencoba-coba.
3. Mengembangkan kemampuan memecahkan masalah.
4. Mengembangkan kemampuan menyampaikan informasi dengan tepa atau mengkomunikasikan gagasan antara lain melalui pembicaraan lisan, grafik, peta, diagram, dalam menjelaskan gagasan.

Menurut Sumarmo (2002 : 15) komunikasi matematik meliputi kemampuan siswa dalam : (1) Menghubungkan benda nyata, gambar, dan diagram ke dalam ide matematika; (2) Menjelaskan ide, situasi dan relasi matematik, secara lisan dan tulisan dengan benda nyata, gambar, grafik dan aljabar; (3) Menyatakan peristiwa sehari-hari dalam bahasa atau simbol matematika; (4) Mendengarkan, berdiskusi, dan menulis tentang matematika; (5) Membaca dengan pemahaman suatu presentasi matematika tertulis; (6) Membuat konjengtur, menyusun argumen, merumuskan definisi dan generalisasi; (7) Menjelaskan dan membuat pertanyaan tentang matematika yang dipelajari.

Menurut Sumarmo (2002 : 15) penalaran matematis meliputi: (1) menarik kesimpulan logik, (2) memberikan penjelasan dengan menggunakan model, fakta, sifat-sifat dan hubungan, (3) memperkirakan jawaban dan proses solusi, (4) menggunakan pola dan hubungan untuk menganalisis situasi matematik, (5) Menyusun dan menguji konjektur, (6) merumuskan lawan contoh (*counter examples*), (7) mengikuti aturan inferensi; memeriksa validitas argumen, (8) menyusun argumen yang valid, dan (9) menyusun pembuktian langsung dan menggunakan induksi matematik.

Namun, beberapa penelitian (Henningsen dan Stein, 1997, Mullis, dkk dalam Suryadi, 2004, Peterson, 1988) melaporkan pada umumnya pembelajaran matematika masih berfokus pada pengembangan kemampuan berpikir tahap rendah dan bersifat prosedural. Hasil penelitian Mullis, dkk (Suryadi, 2004) menunjukkan bahwa soal-soal matematika tidak rutin pada umumnya tidak berhasil dijawab dengan benar oleh siswa Indonesia

Demikian pula laporan TIMSS menunjukkan bahwa pembelajaran yang lebih menekankan pada aktivitas penalaran dan komunikasi seperti di Jepang dan Korea mampu menghasilkan siswa berprestasi tinggi dalam matematika. Dua studi Sumarmo (1993, 1994) terhadap siswa dan guru SMP, dan SMU di Bandung menemukan bahwa pembelajaran matematika kurang melibatkan aktivitas siswa secara optimal sehingga siswa kurang aktif dalam belajar. Salah satu upaya meningkatkan kemampuan komunikasi dan penalaran matematis adalah pemberian model pembelajaran kooperatif tipe *Think Talk Write*. Model pembelajaran kooperatif tipe *Think Talk Write* (TTW) adalah model pembelajaran yang berusaha membangun pemikiran, merefleksi, dan mengorganisasi ide, kemudian menguji ide tersebut sebelum siswa diharapkan untuk menuliskan ide-ide tersebut. Tahap-tahap dalam model pembelajaran kooperatif tipe TTW sebagai berikut :

Tahap pertama kegiatan siswa yang belajar dengan strategi *think*-*talk*-*write* adalah *think*, yaitu tahap berfikir dimana siswa membaca teks berupa soal (kalau memungkinkan dimulai dengan soal yang berhubungan dengan permasalahan sehari-hari siswa atau kontekstual). Tahap kedua adalah *talk* (berbicara atau diskusi) memberikan kesempatan kepada siswa untuk membicarakan tentang penyelidikannya pada tahap pertama. Tahap ketiga adalah *write*, siswa menuliskan ide-ide yang diperolehnya dari kegiatan tahap pertama dan kedua.

Memperhatikan karakteristik matematika sebagai ilmu yang terstruktur dan sistimatis, secara rasional dapat diprediksi bahwa kemampuan awal matematika siswa akan memberikan pengaruh terhadap pencapaian hasil belajar. Uraian, rasional, dan temuan penelitian di atas, mendorong peneliti melaksanakan penelitian mengenai pengaruh Model pembelajaran *Think* T*alk Write* dan kemampuan awal matematika terhadap kemampuan komunikasi dan penalaran matematis siswa SMP

B. Rumusan dan Batasan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah diuraikan di atas, maka rumusan dan batasan masalah dalam penelitian ini adalah :

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

1. Apakah Kemampuan Komunikasi Matematis siswa yang pembelajarannya menggunakan model Kooperatif tipe *Think Talk Write* lebih baik daripda model konvensional dilihat dari keseluruhan maupun tingkat kemampuan awal siswa?
2. Apakah Kemampuan Penalaran Matematis siswa yang pembelajarannya menggunakan model Kooperatif tipe *Think Talk Write* lebih baik daripda model konvensional dilihat dari keseluruhan maupun tingkat kemampuan awal siswa?
3. Terdapat interaksi antara pembelajaran dengan level kemampuan awal matematika siswa terhadap kemampuan komunikasi matematis.
4. Terdapat interaksi antara pembelajaran dengan level kemampuan awal matematika siswa terhadap kemampuan penalaran matematis

C. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan dan batasan masalah yang telah diuraikan, maka tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui :

1. Apakah Kemampuan Komunikasi Matematis siswa yang pembelajarannya menggunakan model Kooperatif tipe *Think Talk Write* lebih baik daripda model konvensional dilihat dari keseluruhan maupun tingkat kemampuan awal siswa?
2. Apakah Kemampuan Penalaran Matematis siswa yang pembelajarannya menggunakan model Kooperatif tipe *Think Talk Write* lebih baik daripda model konvensional dilihat dari keseluruhan maupun tingkat kemampuan awal siswa?
3. Terdapat interaksi antara pembelajaran dengan level kemampuan awal matematika siswa terhadap kemampuan komunikasi matematis.
4. Terdapat interaksi antara pembelajaran dengan level kemampuan awal matematika siswa terhadap kemampuan penalaran matematis

D. Manfaat Penelitian

Dengan penelitian ini diharapkan guru maupun praktisi di lapangan dapat menggunakan model pembelajaran kooperatif tipe *Think Talk Write* sebagai salah satu model pembelajaran yang dapat digunakan untuk meningkatkan kemampuan komunikasi dan penalaran matematis siswa maupun hasil belajar secara umum dalam bidang matematika.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

E. Metode dan Disain Penelitian

Penelitian ini merupakan suatu kuasi eksperimen dengan disain tes akhir dan kelompok kontrol seperti terlukis dalam gambar di bawah ini.

X O
O

Keterangan: X : Pembelajaran Kooperatif Tipe *Think Talk Write*
O : Tes Kemampuan Komunikasi dan Penalaran Matematis

Subyek penelitian ini adalah 80 siswa kelas IX SMP yang berasal dari satu SMP yang mewakili sekolah level sedang. Instrumen penelitian ini terdiri dari satu set tes bentuk uraian yang meliputi kemampuan komunikasi dan penalaran matematis. Bahan ajar yang digunakan disajikan dalam bentuk lembar kerja siswa yang disusun berdasarkan rambu- rambu pembelajaran kooperatif tipe *Think Talk Write*.

F. Temuan Penelitian

Kemampuan komunikasi dan penalaran matematis, kemandirian belajar siswa terlukis pada Tabel 1 dan Tabel 2. Dengan menggunakan Anova dua jalur untuk kemampuan komunikasi matematis antara faktor kemampuan awal matematis siswa dan pendekatan pembelajaran diperoleh temuan sebagai berikut.

Tabel 1
Kemampuan Komunikasi Matematis berdasarkan
Pendekatan Pembelajaran dan TKAS

TKAS	Pembelajaran								
	TTW			KV			Total		
	$\bar{X}$	Sd	n	$\bar{X}$	Sd	n	$\bar{X}$	Sd	N
Tinggi	38,94	5,32	17	30,69	3,07	16	34,94	6,01	33
Sedang	35,81	5,46	21	26,09	2,69	23	30,73	6,46	44
Rendah	20,50	0,71	2	25,00	0	1	22,00	2,65	3
Total	**36,38**	**6,55**	**40**	**27,90**	**3,61**	**40**	**32,14**	**6,77**	**80**

Catatan: Skor ideal 50; TTW (Think Talk Write), KV (konvensional)

1) Ditinjau secara keseluruhan, kemampuan komunikasi matematis siswa dengan pembelajaran TTW lebih baik dengan pembelajaran KV.

2) Pada Tiap TKAS tinggi dan sedang kemampuan komunikasi matematis siswa dengan pembelajaran TTW lebih baik dengan pembelajaran KV, sedangkan pada TKAS rendah tidak menunjukkan perbedaan yang signifikan.
3) Terdapat interaksi antara pembelajaran dan TKAS terhadap Kemampuan Komunikasi Matematis

Dengan menggunakan uji Anova dua jalur jalur untuk kemampuan penalaran matematis dengan faktor kemampuan awal matematis siswa dan pendekatan pembelajaran diperoleh temuan sebagai berikut.

Tabel 2
Kemampuan Penalaran Matematis berdasarkan
Pendekatan Pembelajaran dan TKAS

TKAS	Pembelajaran								
	TTW			KV			Total		
	$\bar{X}$	Sd	N	$\bar{X}$	Sd	n	$\bar{X}$	Sd	N
Tinggi	36,53	4,49	17	28,75	3,80	16	32,76	5,69	33
Sedang	32,28	5,81	21	24,13	3,57	23	28,02	6,26	44
Rendah	24,00	0,00	2	20,00	0,00	1	22,67	2,31	3
Total	**33,68**	**5,92**	**40**	**25,88**	**4,34**	**40**	**29,78**	**6,48**	**80**

Catatan: Skor ideal 50; TTW (Think Talk Write), KV (konvensional)

1) Ditinjau secara keseluruhan, kemampuan penalaran matematis siswa dengan pembelajaran TTW lebih baik dengan pembelajaran KV.
2) Pada Tiap TKAS kemampuan penalaran matematis siswa dengan pembelajaran TTW lebih baik dengan pembelajaran KV.
3) Terdapat interaksi antara pembelajaran dan TKAS terhadap Kemampuan Penalaran Matematis

G. Pembahasan

Beberapa hal yang menyebabkan pembelajaran dengan menggunakan model kooperatif tipe *Think Talk Write* dengan pendekatan konvensional (KV) dalam mengembangkan kemampuan komunikasi dan penalaran matematis, diantaranya :

1. Dilihat dari Tahap Think (berpikir)

   Bahan ajar yang disajikan dalam bentuk LKS yang berisi informasi atau pun permasalahan, memungkinan siswa untuk memperoleh kesempatan untuk mengembangkan konsep, prosedur, serta prinsip dalam metematika melalui suatu aktivitas belajar yaitu membaca. Pada tahap ini, siswa akan membaca sejumlah persoalan yang disajikan dalam LKS. Setelah membaca LKS siswa akan membuat catatan kecil berupa apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan.

Disamping itu pada *Think* (berpikir) ini siswa secara individu memikirkan kemungkinan jawaban atau strategi penyelesaian, membuat catatan kecil tentang ide-ide yang terdapat pada bacaan, dan hal-hal yang tidak dipahaminya sesuai dengan bahasanya sendiri. Menurut Yamin dan Bansu (2008: 85) aktivitas berpikir dapat dilihat dari proses membaca suatu teks matemtika atau berisi cerita matematika kemudian membuat catatan tentang apa yang telah dibaca. Dalam membuat atau menulis catatan siswa membedakan dan mempersatukan ide yang disajikan dalam teks bacaan, kemudian menerjemahkan kedalam bahasa mereka sendiri. Lebih Lanjut Wiederhold (Yamin dan Bansu, 2008: 85) mengatakan bahwa belajar membuat/menulis catatan setelah membaca merangsang aktivitas berpikir sebelum, selama, dan setelah membaca, sehingga dapat mempertinggi pengetahuan bahkan dapat meningkatkan keterampilan berpikir dan menulis seseorang.

Hal-hal ini yang dimiliki oleh model pembelajaran kooperatif tipe TTW untuk memfasilitasi berkembangnya kemampaun komunikasi pada diri siswa karena kegiatan-kegiatan yang diuraikan di atas merupakan indikator-indikator dari kemampuan komunikasi dan penalaran matematis. Dengan demikian dapat diperkirakan bahwa penerapan pembelajaran kooperatif tipe TTW dapat meningkatkan kemampuan komunikasi dan penalaran matematis siswa. Hal inilah yang tidak difasilitasi dalam pembelajaran konvensional.

2. Dilihat Tahap *Talk* (Berbicara)

Pada tahap talk siswa diberi kesempatan untuk merefleksikan, menyusun, dan menguji ide-ide dalam kegiatan diskusi kelompok. Selain itu, Huinker dan Laughlin (1996 : 88) (Mohammadfatur.Blogspot.com) mengatakan bahwa berdiskusi dapat meningkatkan eksplorasi kata dan menguji ide. Intinya, pada tahap ini siswa dapat mendiskusikan pengetahuan mereka dan menguji ide-ide baru mereka, sehingga mereka mengetahui apa yang sebenarnya mereka tahu dan apa yang sebenarnya mereka butuhkan untuk dipelajari. Lebih jauh Yamin dan Bansu (2008: 86) mengutarakan talk penting dalam matematika karena sebagai cara utama untuk berpenalaran dalam matematika, pembentukan ide (forming ideas), meningkatkan dan menilai kualitas berpikir. Dengan demikian dapat diperkirakan bahwa penerapan pembelajaran kooperatif tipe TTW dapat meningkatkan kemampuan komunikasi dan penalaran matematis siswa. Hal inilah yang tidak difasilitasi dalam pembelajaran konvensional

3. Dilihat dari Tahap *Write* (menulis)

Masingila dan Wisniowska (1996: 95) (Mohammad. Blogspot.com) mengatakan bahwa manfaat tulisan siswa untuk guru adalah (1) penalaran langsung secara tertulis dari seluruh anggota kelas, (2) informasi tentang kesalahan-kesalahan, miskonsepsi, kebiasaan berpikir, dan keyakinan dari para siswa, (3) variansi konsep siswa dari ide yang sama, dan (4) bukti yang nyata dari pencapaian atau prestasi siswa.

Aktivitas menulis siswa pada tahap ini meliputi: menulis solusi terhadap masalah/pertanyaan yang diberikan termasuk perhitungan, mengorganisasikan semua pekerjaan langkah demi langkah (baik penyelesaiannya, ada yang menggunakan diagram, grafik, ataupun tabel agar mudah dibaca dan ditindaklanjuti), mengoreksi semua pekerjaan sehingga yakin tidak ada perkerjaan ataupun perhitungan yang ketinggalan, dan meyakini bahwa pekerjaannya yang terbaik, yaitu lengkap, mudah dibaca dan terjamin keasliannya (Yamin dan Bansu, 2008: 88).

Pada tahap ini siswa akan belajar untuk melakukan penalaran matematika secara tertulis. Berdasarkan hasil diskusi, siswa dimita untuk menuliskan penyelesaian dan kesimpulan dari masalah yang telah diberikan. Apa yang siswa tuliskan pada tahap ini mungkin berbeda dengan apa yang siswa tuliskan pada catatan individual (tahap think). Hal ini terjadi karena setelah siswa berdiskusi ia akan memperoleh ide baru untuk menyelesaikan masalah yang telah diberikan. Dengan demikian dapat diperkirakan bahwa penerapan pembelajaran kooperatif tipe TTW dapat meningkatkan kemampuan komunikasi dan penalaran matematis siswa. Hal inilah yang tidak difasilitasi dalam pembelajaran langsung (konvensional).

H. Kesimpulan dan Saran

1. Kesimpulan

Berdasarkan analisis data dan pembahasan yang telah dikemukakan pada Bagian G, diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

Secara keseluruhan faktor level kemampuan awal matematika siswa, pembelajaran Kooperatif Tipe *Think Talk Write* (TTW) dan pembelajaran konvensional memberikan peranan berarti terhadap pencapaian kemampuan komunikasi dan penalaran matematik. Namun demikian peranan pembelajaran TTW paling unggul dibandingkan dengan pernan faktor lainnya terhadap kemampuan komunikasi dan penalaran matematis siswa.

Selain itu diperoleh kesimpulan pula bahwa terdapat interaksi antara pembelajaran dan level kemampuan awal matematika siswa terhadap kemampuan penalaran maupun komunikasi matematis siswa.

2. Saran

Berdasarkan analisis data, pembahasan dan kesimpulan yang telah dikemukakan pada sebelumnya, maka penulis membuat saran sebagai berikut :

1) Model pembelajaran kooperatif TTW dapat dijadikan sebagai salah satu allternatif pembelajaran yang dapat dipilih untuk topik-topik terpilih dan esensial dalam matematika.
2) Penelitian ini hanya terbatas pada satu sekolah, untuk penelitian selanjutnya dapat dikembangkan untuk sekolah dengan level tinggi dan rendah dengan jumlah sampel yang lebih besar

DAFTAR PUSTAKA

Badan Standar Nasional Pendidikan (2006). *Standar Kompetensi dan Kompetensi Dasar Matematika SMA/MA*. Jakarta: Departemen Pendidikan Nasional.

Sumarmo, U. (1993). *Peranan Kemampuan Logik dan Kegiatan Belajar terhadap Kemampuan Komunikasi Matematika pada Siswa SMA di Kodya Bandung*. Laporan Penelitian. IKIP Bandung : Tidak Dipublikasikan.

Sumarmo, U. (1994). *Suatu Alternatif Pengajaran untuk Meningkatkan Kemampuan Komunikasi pada Guru dan Siswa SMA di Kodya Bandung*. Laporan Penelitian. IKIP Bandung : Tidak Dipublikasikan.

Sumarmo, U. (1999). *Implementasi Kurikulum Matematika 1993 pada Sekolah Dasar dan Sekolah Menengah*. Laporan Penelitian. IKIP Bandung : Tidak Dipublikasikan.

Sumarmo, U. dkk. (2002). *Alternatif Pembelajaran Matematika dalam Menerapkan Kurikulum Berbasis Kompetensi*. Makalah pada Seminar Tingkat Nasional FPMIPA UPI. Bandung : Tidak Dipublikasikan.

Sumarmo, U. (2003). *Pengembangan Berpikir Matematik Tingkat Tinggi pada Siswa SLTP dan SMU serta Mahasiswa Strata Satu (S1) melalui berbagai Pendekatan Pembelajaran. Bandung*, Laporan Penelitian Pascasarjana UPI. Bandung : Tidak dipublikasikan.

Sumarmo, U. (2004). *Kemandirian Belajar : Apa, Mengapa, dan Bagaimana Dikembangkan pada Peserta Didik*. Laporan Penelitian Hibah Pascasarjana UPI. Bandung : Tidak dipublikasikan.

Sumarmo, U. (2005). *Pengembangan Berpikir Matematik Tingkat Tinggi Siswa SLTP dan SMU serta Mahasiswa Strata Satu melalui Berbagai Pendekatan Pembelajaran*. Lemlit UPI : Laporan Penelitian.

Suryadi, D. (2004). *Penggunaan Pendekatan Pembelajaran Tidak Langsung serta Pendekatan Gabungan Langsung dan Tidak Langsung dalam Rangkaian Meningkatkan Kemampuan Berpikir Matematik Tingkat Tinggi Siswa SLTP*. Disertasi. UPI Bandung : Tidak dipublikasikan.

Yamin, M dan Bansu, A. (20080. *Taktik Mengembangkan Kemampuan Individu Siswa*. Jakarta : Gaung Persada Press.

P – 6

Pengaruh Model Pembelajaran Koperatif Tipe *Think Talk Write* Terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Dan Koneksi Matematis

Asep Ikin Sugandi
STKIP Siliwangi, Asepikinsugandi@yahoo.co.id

Abstrak

Artikel ini melaporkan hasil temuan suatu kuasi eksperimen dengan disain tes akhir kelompok kontrol untuk menelaah pengaruh pembelajaran Kooperatif tipe *Thik Talk Write* dan kemampuan awal matematika siswa terhadap kemampuan pemecahan masalah dan koneksi matematis. Studi ini melibatkan 80 siswa dari tiga SMP level sedang di kota Cimahi. Instrumen penelitian terdiri dari dua set tes pemecahan masalah dan koneksi matematis. Penelitian menemukan bahwa pembelajaran Kooperatif tipe *Thik Talk Write* memberikan pengaruh terbesar dibandingkan dengan pengaruh pembelajaran konvensional dan kemampuan awal matematika siswa terhadap kemampuan pemecahan masalah dan koneksi matematik. Ditemukan pula tidak terdapat interaksi antara pembelajaran dengan level kemampuan awal matematika siswa terhadap kemampuan pemecahan masalah maupun koneksi matematis.

Kata Kunci : pemecahan masalah matematis, koneksi matematis pembelajaran Kooperatif, Tipe TTW

A. **Pendahuluan**

Kemampuan pemecahan masalah dan koneksi matematis merupakan dua kemampuan matematis yang esensial untuk siswa SM, seperti tercantum dalam Kurikulum 2004 dan Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP) serta Badan Standar Nasional Pendidikan (2006). Pentingnya kepemilikan kemampuan pemecahan masalah matematis sejak lama telah dikemukakan Branca (Sumarmo, 1994) yaitu sebagai berikut: 1) kemampuan pemecahan masalah merupakan tujuan umum pengajaran matematika, bahkan sebagai jantungnya matematika, 2) penyelesaian masalah meliputi metode, prosedur, strategi dalam pemecahan masalah merupakan proses inti dan utama dalam kurikulum matematika, dan 3) pemecahan masalah merupakan kemampuan dasar dalam belajar matematika.

Polya (Sumarmo, 1994) mendefinisikan pemecahan masalah sebagai suatu usaha untuk mencari jalan keluar dari suatu kesulitan untuk mencapai tujuan yang tidak dengan segera diperoleh. Kemudian Polya merinci langkah-langkah pemecahan masalah, sebagai berikut: 1) memahami masalah, 2) membuat rencana pemecahan, 3) melakukan perhitungan, dan 4) memeriksa kembali hasil yang diperoleh. Memperhatikan tuntutan kognitif yang termuat dalam kemampuan pemecahan maslah matematik, kemampuan tersebut tergolong pada kemampuan matematis tingkat tinggi yang memerlukan pembelajaran yang sesuai.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Berdasarkan klasifikasi NCTM (Sumarmo, 2002, 2003) mengenai koneksi matematik, diharapkan siswa mampu : mengenal representasi yang ekuivalen dari konsep yang sama, mengenal hubungan prosedur satu representasi ke prosedur representasi yang ekuivalen, menggunakan dan menilai koneksi beberapa topik-topik matematika, menggunakan dan menilai koneksi antara matematika dan disiplin ilmu lain.

Namun, beberapa penelitian (Henningsen dan Stein, 1997, Mullis, dkk dalam Suryadi, 2004, Peterson, 1988) melaporkan pada umumnya pembelajaran matematika masih berfokus pada pengembangan kemampuan berpikir tahap rendah dan bersifat prosedural. Hasil penelitian Mullis, dkk (Suryadi, 2004) menunjukkan bahwa soal-soal matematika tidak rutin pada umumnya tidak berhasil dijawab dengan benar oleh siswa Indonesia

Demikian pula laporan TIMSS menunjukkan bahwa pembelajaran yang lebih menekankan pada aktivitas penalaran dan pemecahan masalah seperti di Jepang dan Korea mampu menghasilkan siswa berprestasi tinggi dalam matematika. Dua studi Sumarmo (1993, 1994) terhadap siswa dan guru SMP, dan SMU di Bandung menemukan bahwa pembelajaran matematika kurang melibatkan aktivitas siswa secara optimal sehingga siswa kurang aktif dalam belajar. Salah satu upaya meningkatkan kemampuan pemecahan masalah dan koneksi matematis adalah pemberian model pembelajaran kooperatif tipe *Think Talk Write*. Model pembelajaran kooperatif tipe *Think Talk Write* (TTW) adalah model pembelajaran yang berusaha membangun pemikiran, merefleksi, dan mengorganisasi ide, kemudian menguji ide tersebut sebelum siswa diharapkan untuk menuliskan ide-ide tersebut. Tahap-tahap dalam model pembelajaran kooperatif tipe TTW sebagai berikut :

Tahap pertama kegiatan siswa yang belajar dengan strategi *think-talk-write* adalah *think*, yaitu tahap berfikir dimana siswa membaca teks berupa soal (kalau memungkinkan dimulai dengan soal yang berhubungan dengan permasalahan sehari-hari siswa atau kontekstual). Tahap kedua adalah *talk* (berbicara atau diskusi) memberikan kesempatan kepada siswa untuk membicarakan tentang penyelidikannya pada tahap pertama. Tahap ketiga adalah *write*, siswa menuliskan ide-ide yang diperolehnya dari kegiatan tahap pertama dan kedua.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Memperhatikan karakteristik matematika sebagai ilmu yang terstruktur dan sistimatis, secara rasional dapat diprediksi bahwa kemampuan awal matematika siswa akan memberikan pengaruh terhadap pencapaian hasil belajar. Uraian, rasional, dan temuan penelitian di atas, mendorong peneliti melaksanakan penelitian mengenai pengaruh Model pembelajaran *Think* T*alk Write* dan kemampuan awal matematika terhadap kemampuan pemecahan masalah dan koneksi matematis siswa SMP

B. Rumusan dan Batasan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah diuraikan di atas, maka rumusan dan batasan masalah dalam penelitian ini adalah :

1. Apakah Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis siswa yang pembelajarannya menggunakan model Kooperatif tipe *Think Talk Write* lebih baik daripda model konvensional dilihat dari keseluruhan maupun tingkat kemampuan awal siswa?
2. Apakah Kemampuan Koneksi Matematis siswa yang pembelajarannya menggunakan model Kooperatif tipe *Think Talk Write* lebih baik daripda model konvensional dilihat dari keseluruhan maupun tingkat kemampuan awal siswa?
3. Terdapat interaksi antara pembelajaran dengan level kemampuan awal matematika siswa terhadap kemampuan pemecahan masalah matematis.
4. Terdapat interaksi antara pembelajaran dengan level kemampuan awal matematika siswa terhadap kemampuan koneksi matematis

C. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan dan batasan masalah yang telah diuraikan, maka tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui :

1. Apakah Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis siswa yang pembelajarannya menggunakan model Kooperatif tipe *Think Talk Write* lebih baik daripda model konvensional dilihat dari keseluruhan maupun tingkat kemampuan awal siswa?
2. Apakah Kemampuan Koneksi Matematis siswa yang pembelajarannya menggunakan model Kooperatif tipe *Think Talk Write* lebih baik daripda model konvensional dilihat dari keseluruhan maupun tingkat kemampuan awal siswa?
3. Terdapat interaksi antara pembelajaran dengan level kemampuan awal matematika siswa terhadap kemampuan pemecahan masalah matematis.

4. Terdapat interaksi antara pembelajaran dengan level kemampuan awal matematika siswa terhadap kemampuan koneksi matematis

D. Manfaat Penelitian

Dengan penelitian ini diharapkan guru maupun praktisi di lapangan dapat menggunakan model pembelajaran kooperatif tipe *Think Talk Write* sebagai salah satu model pembelajaran yang dapat digunakan untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah dan koneksi matematis siswa maupun hasil belajar secara umum dalam bidang matematika.

E. Metode dan Disain Penelitian

Penelitian ini merupakan suatu kuasi eksperimen dengan disain tes akhir dan kelompok kontrol seperti terlukis dalam gambar di bawah ini.

X O
O

Keterangan: X : Pembelajaran Kooperatif Tipe *Think Talk Write*
O : Tes Kemampuan Pemecahan Masalah dan Koneksi Matematis

Subyek penelitian ini adalah 80 siswa kelas IX SMP yang berasal dari satu SMP yang mewakili sekolah level sedang. Instrumen penelitian ini terdiri dari satu set tes bentuk uraian yang meliputi kemampuan pemecahan masalah dan koneksi matematis. Bahan ajar yang digunakan disajikan dalam bentuk lembar kerja siswa yang disusun berdasarkan rambu- rambu pembelajaran kooperatif tipe *Think Talk Write*.

F. Temuan Penelitian

Kemampuan pemecahan masalah dan koneksi matematis, kemandirian belajar siswa terlukis pada Tabel 1 dan Tabel 2. Dengan menggunakan Anova dua jalur untuk kemampuan pemecahan masalah matematis antara faktor kemampuan awal matematis siswa dan pendekatan pembelajaran diperoleh temuan sebagai berikut.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Tabel 1
Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis berdasarkan
Pendekatan Pembelajaran dan TKAS

TKAS	Pembelajaran								
	TTW			KV			Total		
	$\bar{X}$	Sd	n	$\bar{X}$	Sd	n	$\bar{X}$	Sd	N
Tinggi	39,24	6,66	17	31,88	3,86	16	35,67	6,56	33
Sedang	36,81	36,81	21	27,26	4,06	23	31,82	8,00	44
Rendah	22,50	0,71	2	22,00	0	1	22,33	0,58	3
Total	**37,12**	**8,17**	**40**	**28,98**	**4,63**	**40**	**33,05**	**7,77**	**80**

Catatan: Skor ideal 50; TTW (Think Talk Write), KV (konvensional)

1) Ditinjau secara keseluruhan, kemampuan pemecahan masalah matematis siswa dengan pembelajaran TTW lebih baik dengan pembelajaran KV.
2) Pada Tiap TKAS tinggi dan sedang kemampuan pemecahan masalah matematis siswa dengan pembelajaran TTW lebih baik dengan pembelajaran KV, sedangkan pada TKAS rendah tidak menunjukkan perbedaan yang signifikan.
3) Tidak terdapat interaksi antara pembelajaran dan TKAS terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis

Dengan menggunakan uji Anova dua jalur jalur untuk kemampuan koneksi matematis dengan faktor kemampuan awal matematis siswa dan pendekatan pembelajaran diperoleh temuan sebagai berikut.

Tabel 2
Kemampuan Koneksi Matematis berdasarkan
Pendekatan Pembelajaran dan TKAS

TKAS	Pembelajaran								
	TTW			KV			Total		
	$\bar{X}$	Sd	N	$\bar{X}$	Sd	n	$\bar{X}$	Sd	N
Tinggi	37,68	4,71	17	30,25	4,67	16	34,36	6,11	33
Sedang	33,76	4,77	21	28,91	3,42	23	31,23	4,75	44
Rendah	24,00	0,00	2	23,00	0,00	1	23,67	0,58	3
Total	**35,07**	**5,56**	**40**	**29,30**	**5,72**	**40**	**32,24**	**5,78**	**80**

Catatan: Skor ideal 50; TTW (Think Talk Write), KV (konvensional)

1) Ditinjau secara keseluruhan, kemampuan koneksi matematis siswa dengan pembelajaran TTW lebih baik dengan pembelajaran KV.
2) Pada Tiap TKAS kemampuan koneksi matematis siswa dengan pembelajaran TTW lebih baik dengan pembelajaran KV.

3) Tidak terdapat interaksi antara pembelajaran dan TKAS terhadap Kemampuan Koneksi Matematis

G. Pembahasan

Beberapa hal yang menyebabkan pembelajaran dengan menggunakan model kooperatif tipe *Think Talk Write* dengan pendekatan konvensional (KV) dalam mengembangkan kemampuan pemecahan masalah dan koneksi matematis, diantaranya :

1. Dilihat dari Tahap Think (berpikir)

   Bahan ajar yang disajikan dalam bentuk LKS yang berisi informasi atau pun permasalahan, memungkinan siswa untuk memperoleh kesempatan untuk mengembangkan konsep, prosedur, serta prinsip dalam metematika melalui suatu aktivitas belajar yaitu membaca. Pada tahap ini, siswa akan membaca sejumlah persoalan yang disajikan dalam LKS. Setelah membaca LKS siswa akan membuat catatan kecil berupa apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan.

   Disamping itu pada *Think* (berpikir) ini siswa secara individu memikirkan kemungkinan jawaban atau strategi penyelesaian, membuat catatan kecil tentang ide-ide yang terdapat pada bacaan, dan hal-hal yang tidak dipahaminya sesuai dengan bahasanya sendiri. Menurut Yamin dan Bansu (2008: 85) aktivitas berpikir dapat dilihat dari proses membaca suatu teks matemtika atau berisi cerita matematika kemudian membuat catatan tentang apa yang telah dibaca. Dalam membuat atau menulis catatan siswa membedakan dan mempersatukan ide yang disajikan dalam teks bacaan, kemudian menerjemahkan kedalam bahasa mereka sendiri. Lebih Lanjut Wiederhold (Yamin dan Bansu, 2008: 85) mengatakan bahwa belajar membuat/menulis catatan setelah membaca merangsang aktivitas berpikir sebelum, selama, dan setelah membaca, sehingga dapat mempertinggi pengetahuan bahkan dapat meningkatkan keterampilan berpikir dan menulis seseorang.

   Hal-hal ini yang dimiliki oleh model pembelajaran kooperatif tipe TTW untuk memfasilitasi berkembangnya kemampaun pemecahan masalah pada diri siswa karena kegiatan-kegiatan yang diuraikan di atas merupakan indikator-indikator dari kemampuan pemecahan masalah dan koneksi matematis. Dengan demikian dapat diperkirakan bahwa penerapan pembelajaran kooperatif tipe TTW dapat

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

meningkatkan kemampuan pemecahan masalah dan koneksi matematis siswa. Hal inilah yang tidak difasilitasi dalam pembelajaran konvensional.

2. Dilihat Tahap *Talk* (Berbicara)

Pada tahap talk siswa diberi kesempatan untuk merefleksikan, menyusun, dan menguji ide-ide dalam kegiatan diskusi kelompok. Selain itu, Huinker dan Laughlin (1996 : 88) (Mohammadfatur.Blogspot.com) mengatakan bahwa berdiskusi dapat meningkatkan eksplorasi kata dan menguji ide. Intinya, pada tahap ini siswa dapat mendiskusikan pengetahuan mereka dan menguji ide-ide baru mereka, sehingga mereka mengetahui apa yang sebenarnya mereka tahu dan apa yang sebenarnya mereka butuhkan untuk dipelajari. Lebih jauh Yamin dan Bansu (2008: 86) mengutarakan talk penting dalam matematika karena sebagai cara utama untuk berkoneksi dalam matematika, pembentukan ide (forming ideas), meningkatkan dan menilai kualitas berpikir. Dengan demikian dapat diperkirakan bahwa penerapan pembelajaran kooperatif tipe TTW dapat meningkatkan kemampuan pemecahan masalah dan koneksi matematis siswa. Hal inilah yang tidak difasilitasi dalam pembelajaran konvensional

3. Dilihat dari Tahap *Write* (menulis)

Masingila dan Wisniowska (1996: 95) (Mohammad. Blogspot.com) mengatakan bahwa manfaat tulisan siswa untuk guru adalah (1) koneksi langsung secara tertulis dari seluruh anggota kelas, (2) informasi tentang kesalahan-kesalahan, miskonsepsi, kebiasaan berpikir, dan keyakinan dari para siswa, (3) variansi konsep siswa dari ide yang sama, dan (4) bukti yang nyata dari pencapaian atau prestasi siswa. Aktivitas menulis siswa pada tahap ini meliputi: menulis solusi terhadap masalah/pertanyaan yang diberikan termasuk perhitungan, mengorganisasikan semua pekerjaan langkah demi langkah (baik penyelesaiannya, ada yang menggunakan diagram, grafik, ataupun tabel agar mudah dibaca dan ditindaklanjuti), mengoreksi semua pekerjaan sehingga yakin tidak ada perkerjaan ataupun perhitungan yang ketinggalan, dan meyakini bahwa pekerjaannya yang terbaik, yaitu lengkap, mudah dibaca dan terjamin keasliannya (Yamin dan Bansu, 2008: 88). Pada tahap ini siswa akan belajar untuk melakukan koneksi matematika secara tertulis. Berdasarkan hasil diskusi, siswa dimita untuk menuliskan penyelesaian dan kesimpulan dari masalah yang telah diberikan. Apa yang siswa tuliskan pada tahap ini mungkin berbeda dengan apa yang siswa tuliskan pada catatan individual (tahap think). Hal ini terjadi karena setelah siswa berdiskusi ia akan memperoleh ide baru untuk menyelesaikan masalah yang telah diberikan. Dengan demikian dapat diperkirakan bahwa penerapan pembelajaran kooperatif tipe TTW dapat meningkatkan kemampuan pemecahan masalah dan koneksi matematis siswa. Hal inilah yang tidak difasilitasi dalam pembelajaran konvensional.

H. Kesimpulan dan Saran

1. Kesimpulan

Berdasarkan analisis data dan pembahasan yang telah dikemukakan pada Bagian G, diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

Secara keseluruhan faktor level kemampuan awal matematika siswa, pembelajaran Kooperatif Tipe *Think Talk Write* (TTW) dan pembelajaran konvensional memberikan peranan berarti terhadap pencapaian kemampuan pemecahan masalah dan koneksi matematik. Namun demikian peranan pembelajaran TTW paling unggul dibandingkan dengan pernan faktor lainnya terhadap kemampuan pemecahan masalah dan koneksi matematis siswa.

Selain itu diperoleh kesimpulan pula bahwa tidak terdapat interaksi antara pembelajara dan level kemampuan awal matematika siswa terhadap kemampuan koneksi maupun pemecahan masalah matematis siswa.

2. Saran

Berdasarkan analisis data, pembahasan dan kesimpulan yang telah dikemukakan pada sebelumnya, maka penulis membuat saran sebagai berikut :

1) Model pembelajaran kooperatif TTW dapat dijadikan sebagai salah satu allternatif pembelajaran yang dapat dipilih untuk topik-topik terpilih dan esensial dalam matematika.
2) Penelitian ini hanya terbatas pada satu sekolah, untuk penelitian selanjutnya dapat dikembangkan untuk sekolah dengan level tinggi dan rendah dengan jumlah sampel yang lebih besar

DAFTAR PUSTAKA

Badan Standar Nasional Pendidikan (2006). *Standar Kompetensi dan Kompetensi Dasar Matematika SMA/MA*. Jakarta: Departemen Pendidikan Nasional.

Sumarmo, U. (1993). *Peranan Kemampuan Logik dan Kegiatan Belajar terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika pada Siswa SMA di Kodya Bandung*. Laporan Penelitian. IKIP Bandung : Tidak Dipublikasikan.

Sumarmo, U. (1994). *Suatu Alternatif Pengajaran untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah pada Guru dan Siswa SMA di Kodya Bandung*. Laporan Penelitian. IKIP Bandung : Tidak Dipublikasikan.

Sumarmo, U. (1999). *Implementasi Kurikulum Matematika 1993 pada Sekolah Dasar dan Sekolah Menengah*. Laporan Penelitian. IKIP Bandung : Tidak Dipublikasikan.

Sumarmo, U. dkk. (2002). *Alternatif Pembelajaran Matematika dalam Menerapkan Kurikulum Berbasis Kompetensi*. Makalah pada Seminar Tingkat Nasional FPMIPA UPI. Bandung : Tidak Dipublikasikan.

Sumarmo, U. (2003). *Pengembangan Berpikir Matematik Tingkat Tinggi pada Siswa SLTP dan SMU serta Mahasiswa Strata Satu (S1) melalui berbagai Pendekatan Pembelajaran. Bandung*, Laporan Penelitian Pascasarjana UPI. Bandung : Tidak dipublikasikan.

Suryadi, D. (2004). *Penggunaan Pendekatan Pembelajaran Tidak Langsung serta Pendekatan Gabungan Langsung dan Tidak Langsung dalam Rangkaian Meningkatkan Kemampuan Berpikir Matematik Tingkat Tinggi Siswa SLTP*. Disertasi. UPI Bandung : Tidak dipublikasikan.

Yamin, M dan Bansu, A. (20080. *Taktik Mengembangkan Kemampuan Individu Siswa*. Jakarta : Gaung Persada Press.

Mohammadfatur.Blogspot.com

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 7

Motivasi Dan Prestasi Belajar Siswa Dalam Pembelajaran Matematika Ditinjau Dari Kelekatan Anak-Orang Tua

Dani Nurhayati

Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta
Jalan Marsda Adisucipto No. 1 Yogyakarta 55281

Abstrak. Orang tua merupakan sosok yang paling berpengaruh dalam kehidupan setiap anak. Keterlibatan orang tua dalam setiap proses kehidupan anak akan memberikan pengaruh yang besar terhadap perkembangannya. Jika orang tua terbiasa memperhatikan, mengarahkan, mengontrol, dan memberikan dukungan kepada anak, maka anak akan merasa dihargai dan tumbuh motivasi yang kuat di dalam dirinya. Namun, di masa sekarang jarang sekali dijumpai orang tua yang memberikan perhatian yang cukup terhadap kegiatan belajar anak di rumah, terutama pada saat anak belajar matematika.

Matematika merupakan salah satu mata pelajaran sekolah yang tergolong sulit. Perhatian dan bantuan orang tua saat anak belajar matematika, dapat membantu anak terdorong untuk berusaha menyelesaikan permasalahan matematika yang dihadapinya. Jika anak memiliki motivasi yang kuat, maka ia dapat menghasilkan prestasi yang baik.

Dengan dilakukannya kajian ini, diharapkan orang tua lebih peduli terhadap pendidikan anak sehingga menghasilkan motivasi dan prestasi yang baik di sekolah.

Sebagai hasil dari kelekatan anak dan orang tua, anak yang diberikan perhatian, pengarahan, kontrol, dan dukungan yang intensif akan memiliki motivasi yang kuat sehingga mampu menghasilkan prestasi belajar yang baik dalam pembelajaran matematika.

Kata kunci: motivasi, prestasi, pembelajaran matematika, kelekatan anak-orang tua

1. PENDAHULUAN

a. Latar belakang

Keluarga merupakan bagian yang penting dari kehidupan anak, sebab keluarga merupakan lingkungan pertama anak dan orang penting dalam kehidupan sekurang-kurangnya tahun-tahun awal kehidupan anak. Oleh karena itu, orang tua adalah orang yang paling dekat dengan kehidupan seorang anak. Menurut Elizabeth B. Hurlock (Nashori, 2005), hubungan dengan anggota keluarga melandasi sikap terhadap orang lain, benda dan kehidupan secara umum. Keluarga juga meletakkan landasan bagi pola penyesuaian dan belajar berpikir tentang diri mereka sebagaimana dilakukan anggota keluarga mereka. Akibatnya, mereka belajar menyesuaikan diri pada kehidupan atas dasar landasan yang diletakkan ketika lingkungan sebagian besar terbatas pada rumah.

Klaus dan Kennel (Ervika, 2005; Bee,1981) menyatakan bahwa masa kritis seorang bayi adalah 12 jam pertama setelah dilahirkan. Penelitian yang dilakukan menunjukkan bahwa kontak yang dilakukan ibu pada satu jam pertama setelah melahirkan selama 30 menit akan memberikan pengalaman mendasar pada anak. Hal senada juga dikemukakan oleh Sosa (Ervika, 2005; Hadiyanti,1992) bahwa ibu yang segera didekatkan pada bayi seusai melahirkan akan menunjukkan perhatian 50% lebih besar dibandingkan ibu-ibu yang tidak melakukannya.

Di masa sekarang ini, jarang sekali dijumpai orang tua yang memberikan perhatian yang cukup terhadap kegiatan belajar anak di rumah. Banyak orang tua sibuk dengan urusannya masing-masing, misalnya bekerja. Bahkan, tak sedikit ibu yang tidak lagi hanya sekedar menjadi ibu rumah tangga, melainkan juga bekerja di luar rumah. Hal inilah yang menjadi keprihatinan tentang masa depan anak.

Istilah kelekatan (*attachment*) pertama kali dikemukakan oleh seorang psikolog dari Inggris pada tahun 1958 bernama John Bowlby. Kemudian formulasi yang lebih lengkap dikemukakan oleh Mary Ainsworth pada tahun 1969. Kelekatan merupakan suatu ikatan emosional yang kuat yang dikembangkan anak melalui interaksinya dengan orang yang mempunyai arti khusus dalam kehidupannya, biasanya orang tua (Ervika, 2005; Mc Cartney dan Dearing, 2002).

Bowlby (Ervika, 2005; Haditono dkk,1994) menyatakan bahwa hubungan ini akan bertahan cukup lama dalam rentang kehidupan manusia yang diawali dengan kelekatan anak pada ibu atau figur lain pengganti ibu. Pengertian ini sejalan dengan yang dikemukakan Ainsworth (Ervika, 2005; Hetherington dan Parke,2001) kelekatan adalah ikatan emosional yang dibentuk seorang individu dengan orang lain yang bersifat spesifik, mengikat mereka dalan suatu kedekatan yang bersifat kekal sepanjang waktu. Kelekatan merupakan suatu hubungan yang didukung oleh tingkah laku lekat *(attachment behavior)* yang dirancang untuk memelihara hubungan tersebut (Ervika, 2005; Durkin, 1995).

Tidak semua hubungan yang bersifat emosional dapat disebut kelekatan. Ainsworth menyatakan ciri emosional yang menunjukkan kelekatan adalah hubungan bertahan cukup lama, ikatan tetap ada walaupun figur lekat tidak tampak dalam jangkauan mata anak, bahkan jika figur digantikan oleh orang lain dan kelekatan dengan figure lekat akan menimbulkan rasa aman (Ervika, 2005; Adiyanti, 1985).

Menurut Maccoby (Ervika, 2000) seorang anak dapat dikatakan lekat pada orang lain jika memiliki ciri-ciri antara lain (1) mempunyai kelekatan fisik dengan seseorang; (2) menjadi cemas ketika berpisah dengan figur lekat; (3) menjadi gembira dan lega ketika figur lekatnya kembali; (4) orientasinya tetap pada figur lekat walaupun tidak melakukan interaksi. Anak memperhatikan gerakan, mendengarkan suara dan sebisa mungkin berusaha mencari perhatian figur lekatnya.

Berdasarkan beberapa pengertian diatas, dapat disimpulkan bahwa yang dimaksud dengan kelekatan adalah suatu hubungan yang bersifat afektif antara satu individu dengan individu lainnya yang mempunyai arti khusus, yang biasanya ditujukan pada ibu atau pengasuhnya. Hubungan itu bersifat timbal balik, bertahan cukup lama dan memberikan rasa aman walaupun figur lekat tidak tampak dalam pandangan anak.

Motivasi adalah dorongan awal seseorang untuk melakukan sesuatu yang sesuai dengan keinginannya. Istilah motivasi berasal dari kata “motif” yang dapat diartikan sebagai kekuatan yang terdapat dalam diri manusia sebagai alasan atau sebab untuk melakukan sesuatu.

Berdasarkan KBBI, kata motif berarti alasan (sebab) seseorang melakukan sesuatu, sedangkan kata motivasi berarti (1) dorongan yang timbul pada diri seseorang secara sadar atau tidak sadar untuk melakukan suatu tindakan dengan tujuan tertentu; (2) (*Psikologi)* usaha yang dapat menyebabkan seseorang atau kelompok orang tertentu tergerak melakukan sesuatu karena ingin mencapai tujuan yang dikehendakinya atau mendapat kepuasan dengan perbuatannya.

Ditinjau dari sumber yang menimbulkannya, motif dibedakan menjadi dua macam, yaitu motif intrinsik dan motif ekstrinsik. Motif instrinsik merupakan motif yang telah ada dalam diri individu itu sendiri sehingga tidak memerlukan rangsangan dari luar. Sedangkan motif ekstrinsik timbul karena adanya rangsangan dari luar individu. Motif intrinsik lebih kuat daripada motif ekstrinsik. Oleh karena itu, pendidikan harus berusaha menimbulkan motif intrinsik dengan menumbuhkan dan mengembangkan minat mereka terhadap bidang studi yang diminati, atau dengan pembiasaan dari orang tua yang selalu berusaha memberikan perhatian dan pengarahan terhadap anak.

Belajar merupakan perubahan tingkah laku yang terjadi sebagai hasil dari praktik yang dilandasi keinginan untuk mencapai tujuan tertentu. Sedangkan pembelajaran memilliki hakikat perencanaan atau perancangan (desain) sebagai upaya untuk membelajarkan siswa. Sehingga dalam belajar siswa tidak hanya berinteraksi dengan guru, tapi juga dengan segala sumber belajar yang digunakan untuk mencapai tujuan pembelajaran yang diinginkan (Uno, 2007).

Belajar dan motivasi merupakan dua hal yang saling mempengaruhi. Uno (2005) menjelaskan bahwa motivasi belajar dapat timbul karena faktor intrinsik, berupa hasrat dan keinginan berhasil dan dorongan kebutuhan belajar, harapan akan cita-cita. Sedangkan faktor ekstrinsiknya adalah adanya penghargaan, lingkungan belajar yang kondusif, dan kegiatan belajar yang menarik. Tetapi, kedua faktor tersebut disebabkan oleh rangsangan tertentu, sehingga seseorang berkeinginan untuk melakukan aktivitas belajar yang lebih giat dan semangat. Jadi, motivasi belajar adalah dorongan internal dan eksternal pada anak yang sedang belajar untuk mengadakan perubahan tingkah laku yang pada umumnya dengan beberapa indikator yang mendukung. Hal itu memberikan peranan besar terhadap keberhasilan seseorang dalam belajar. Indikator dalam motivasi belajar dapat diklasifikasikan menjadi (1) adanya keinginan untuk berhasil; (2) adanya kebutuhan dan dorongan untuk belajar; (3) adanya harapan dan cita-cita masa depan; (4) adanya penghargaan dalam belajar; (5) adanya kegiatan yang menarik dalam belajar; (6) adanya lingkungan belajar yang kondusif, sehingga memungkinkan seorang anak dapat belajar dengan baik.

Matematika merupakan salah satu mata pelajaran sekolah yang tergolong sulit. Bahkan sebagian anak mulai membenci matematika seiring ilmu yang harus mereka pahami. Pembelajaran matematika menurut Bruner adalah belajar tentang konsep dan struktur matematika yang terdapat dalam materi yang dipelajari serta mencari hubungan antarkonsep dan struktur matematika di dalamnya (Hudojo, 2003).

Perhatian dan bantuan orang tua saat anak belajar matematika, dapat membantu anak terdorong untuk berusaha menyelesaikan permasalahan matematika yang dihadapinya. Jika anak memiliki motivasi yang kuat, maka ia dapat menghasilkan prestasi yang baik. Namun tidak semua orang tua dapat membentuk anak untuk menyelesaikan permasalahan-permasalahan tersebut dengan baik. Kelekatan anak-orang tua menjadi salah satu faktor beragamnya motivasi dan prestasi belajar anak, terutama dalam pembelajaran matematika.

b. Rumusan masalah

Bagaimana gambaran motivasi dan prestasi belajar siswa dalam pembelajaran matematika jika ditinjau dari kelekatan anak-orang tua?

c. Tujuan

Untuk mengetahui gambaran motivasi dan prestasi belajar siswa dalam pembelajaran matematika jika ditinjau dari kelekatan anak-orang tua.

d. Manfaat

Kajian ini diharapkan dapat memberikan manfaat yang besar terhadap perkembangan anak dalam proses belajar, terutama dengan peran orang tua yang ikutserta dalam memberikan perhatian dan dorongan agar tercipta motivasi dan prestasi belajar yang baik.

2. PEMBAHASAN

Terdapat banyak gambaran tentang kelekatan anak dengan orang tua dalam hal pembelajaran. Ada anak yang sangat dekat dengan orang tua, sehingga orang tua tahu apa yang sedang dialami oleh anaknya, ada anak yang cukup dekat dengan orang tua namun peran orang tua tidak terlalu besar dalam pembelajaran siswa, serta adapula orang tua yang terkesan acuh terhadap pendidikan anaknya.

Dalam kajian ini, pemakalah memaparkan 3 (tiga) fakta yang memberikan gambaran tentang pengaruh kelekatan anak-orang tua terhadap motivasi dan prestasi belajar anak dalam pembelajaran matematika. Fakta-fakta tersebut merupakan hasil pengamatan pemakalah selama menjadi tenaga pengajar privat. Pengamatan dilakukan sejak tahun 2008. Pemakalah melihat kondisi anak melalui pengamatan, pernyataan dari orang tua, serta pertanyaan yang pemakalah berikan kepada anak.

Dalam hal ini, tingkat kemampuan intelegensi tidak dianggap sebagai patokan prestasi siswa, namun dilihat dari nilai ujian matematika maupun rangking di kelas. Pemakalah menggunakan pengamatan dengan latar belakang anak yang sama, yaitu anak tunggal yang berasal dari keluarga dengan tingkat ekonomi menengah ke atas, dan kedua orang tua bekerja di luar rumah dengan jam kerja yang cukup padat.

Kasus pertama, seorang anak perempuan yang saat ini berusia 13 tahun dan duduk di bangku kelas VIII di salah satu madrasah di Sleman. Ia berasal dari salah satu SD swasta favorit di Yogyakarta. Kedua orang tua tidak pernah menemani anak belajar. Ayahnya seorang sopir taksi yang biasanya bekerja sejak pagi dan pulang larut malam. Sedangkan ibunya seorang karyawan swasta di salah satu perusahaan tenaga kerja di Yogyakarta. Anak tersebut sempat diikutsertakan dalam bimbingan belajar sewaktu ia kelas VI SD agar kemampuannya meningkat. Orang tua menganggap, dengan bimbingan belajar, kemampuan sang anak bisa terasah dan meningkat. Namun, pada akhirnya anak tersebut memperoleh nilai UASBN yang kurang baik, sehingga ia masuk ke madrasah karena nilainya tidak memenuhi di sekolah negeri di Yogyakarta. Setelah kejadian tersebut, orang tua sama masih bersikap sama, yaitu sama sekali tidak memberikan perhatian yang lebih terhadap pendidikan anaknya. Kondisi ini membuat sang anak merasa bebas melakukan apa saja karena ketidakadaan perhatian orang tua. Bahkan dalam belajar, terutama mata pelajaran matematika, banyak materi yang tidak dipahami anak karena anak tidak memiliki motivasi belajar. Nilai matematikanya-pun tergolong rendah, dengan rangking kelas yang bisa dikatakan sangat rendah.

Kasus selanjutnya, seorang anak perempuan yang saat ini bersekolah di SMP Negeri 4 Yogyakarta kelas VIII. Dulu ia bersekolah di SD negeri yang *grade*-nya tergolong sedang. Ayahnya seorang wiraswasta di bidang bangunan yang lebih banyak bekerja di lapangan, sedangkan ibunya seorang karyawan swasta di salah satu *Department Store* di Yogyakarta. Meskipun orang tua sibuk, mereka masih menyempatkan diri untuk menanyakan apa yang dialami anak di sekolah setiap hari. Orang tua bahkan selalu memantau nilai ujian anak, apakah menurun atau meningkat. Kedua orang tuanya menyadari bahwa mereka tidak mampu membantu anaknya belajar matematika karena memang tidak paham. Namun mereka tetap memberikan dorongan yang kuat dan meyakinkan sang anak bahwa dia bisa. Sang

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

anak selalu mendapatkan peringkat tiga besar di sekolahnya, baik sewaktu SD maupun SMP. Agar anak selalu memiliki motivasi, orang tua akan memberikan *reward* jika sang anak mendapatkan rangking tiga besar di kelasnya. Alhasil, sang anak pernah mendapatkan sebuah *handphone* sebagai hasil dari prestasinya mendapat rangking dua di kelas.

Kasus yang terakhir, seorang anak laki-laki yang saat ini merupakan siswa kelas VII di SMP 5 Yogyakarta. Dulu ia bersekolah di SD negeri favorit di Yogyakarta. Ayahnya seorang karyawan swasta yang bekerja di luar kota, sedangkan ibunya seorang guru bahasa Inggris di salah satu sekolah internasional di Yogyakarta dan juga sebagai guru privat. Kedua orang tua jarang menemani anak belajar namun selalu memberikan perhatian intensif, terutama dorongan moriil. Orang tua selalu meyakinkan bahwa yang dilakukan sang anak yang penting sudah maksimal, tidak perlu memaksakan diri untuk selalu mendapatkan nilai terbaik. Hanya sesekali ibu menemani anaknya belajar. Kebiasaan sang anak bermain *game* dibiarkan begitu saja, sebab keluarga itu menghargai setiap kebebasan individunya. Namun bukan berarti orang tua tidak memperhatikan pendidikannya anaknya. Meskipun anak diberikan kebebasan yang besar, namun orang tua selalu menanamkan sikap tanggung jawab dalam diri anaknya. Misalnya, setiap masa-masa ujian, anak tidak boleh bermain *game*. Jika anak mampu mendapatkan nilai yang memuaskan, orang tua tidak segan-segan memberikan hadiah atau *reward* kepada anak. Bahkan, setelah orang tua tahu anaknya mendapat nilai 100 pada UASBN mata pelajaran matematika, mereka langsung memberikan *reward* jalan-jalan ke Singapura.

Ketiga fakta di atas memberikan gambaran betapa besarnya pengaruh kelekatan anak dan orang tua terutama dalam belajar matematika. Dalam dua kasus terakhir membuktikan bahwa orang tua yang sibuk dengan pekerjaannya masih sempat untuk memberikan perhatian, pengarahan, serta dorongan yang kuat untuk mendidik anaknya. Keinginan orang tua untuk menjadikan anak mampu menjalankan pembelajaran, terutama dalam pembelajaran matematika, menjadi dasar orang tua dalam mendidik anaknya.

Jika sejak kecil anak telah diberikan perhatian yang cukup dari orang tuanya, biasanya anak akan memiliki motivasi yang kuat untuk membahagiakan orang tua dengan memberikan prestasi yang baik. Meskipun orang tua sibuk bekerja, tapi anak tetap memiliki motivasi karena anak percaya bahwa sekalipun orang tua jarang berada di dekatnya, namun perhatian orang tua tidak hilang.

Menurut Olgar (2005), masa depan anak sangat bergantung pada pendidikan, pengajaran, dan lingkungan yang diciptakan orang tuanya. Lingkungan rumah dan pendidikan orang tua yang diberikan kepada anaknya dapat membentuk atau merusak masa depan anak. Jadi, motivasi dan prestasi anak bergantung kepada seberapa besar peran orang tua dalam membantu, mendukung, serta mengontrol anak dalam belajar matematika.

Pemberian *reward* untuk anak merupakan salah satu alternatif untuk meningkatkan motivasi anak dalam belajar matematika. Anak akan merasa terdorong untuk belajar lebih giat jika orang tua memberikan *reward*. Secara tidak langsung, sebenarnya orang tua mendidik anaknya seperti menerapkan teori belajar behavior, yaitu menekankan pentingnya *reward*, agar anak tidak terlalu terbebani dengan pelajaran matematika yang tergolong sulit.

Tidak selamanya penyelesaian pembelajaran atau tugas dilatarbelakangi oleh motif berprestasi atau keinginan untuk berhasil. Terkadang, seseorang yang menyelesaikan suatu pekerjaan sebaik orang yang memiliki motif berprestasi tinggi, justru karena dorongan menghindarkan kegagalan yang bersumber pada ketakutan akan kegagalan itu sendiri. Jadi, tampak bahwa keberhasilan anak dalam belajar disebabkan oleh dorongan atau rangsangan dari luar dirinya.

Dalam penelitian Avin Fadilla Helmi yang berjudul *Gaya Kelekatan dan Konsep Diri*, yang dipublikasikan dalam Jurnal Psikologi, ISSN : 0215 – 8884, No. 1, ia mengemukakan bahwa gaya kelekatan aman mempunyai kontribusi yang lebih besar dalam konsep diri dibandingkan dengan gaya kelekatan tidak aman (cemas dan menghindar). Implikasi dari penelitian tersebut adalah dalam upaya meningkatkan konsep diri anak maka faktor kelekatan orang tua menjadi penting. Pengganti objek lekat menjadi faktor penting dalam kehidupan masa kini terutama bagi perempuan yang bekerja dan berkarier dimana sebagian waktunya tersita untuk bekerja. Dalam penelitian tersebut, gaya kelekatan dibagi menjadi dua, yaitu gaya kelekatan aman dan gaya kelekatan tidak aman (cemas dan menghindar).

Jadi, kelekatan anak dan orang tua penting terhadap motivasi dan prestasi anak dalam pembelajaran matematika. Dengan dukungan, dorongan, serta penghargaan orang tua terhadap anak, anak akan merasa termotivasi untuk menghasilkan prestasi yang baik.

3. SIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan :

a. Dengan adanya perhatian dari orang tua dalam pembelajaran matematika, anak akan merasa dihargai, sehingga muncul motivasi yang kuat, baik motivasi untuk belajar atau motivasi untuk berprestasi.

b. Dengan perhatian, dorongan, arahan, serta kontrol dari orang tua, anak akan memiliki motivasi yang kuat sehingga terdorong untuk menghasilkan prestasi yang baik di sekolah, terutama pada pelajaran matematika.

Saran :

a. Sebaiknya orang tua tetap memberikan perhatian serta mengontrol anak dalam belajar matematika, sebab matematika bukanlah pelajaran yang mudah dan dapat diselesaikan oleh anak tanpa adanya motivasi yang kuat dalam dirinya.

b. Pemberian *reward* atau *punishment* oleh orang tua dapat dijadikan salah satu alternatif untuk meningkatkan motivasi dan prestasi belajar anak dalam pembelajaran matematika.

.

4. DAFTAR PUSTAKA

Avin Fadilla Helmi. (1999). Gaya Kelekatan dan Konsep Diri. *Jurnal Psikologi, ISSN : 0215–8884, No. 1, 9-17. Diakses dari* http://avin.staff.ugm.ac.id/data/jurnal/gayakelekatan_avin.pdf pada tanggal 27 November 2011 pukul 06.28

Eka Ervika. (2005). Kelekatan (Attachment) pada Anak. *e-USU Repository, 1-17*. Diakses dari http://library.usu.ac.id/download/fk/psikologi-eka%20ervika.pdf pada tanggal 27 November 2011 pukul 06.32

Fuad Nashori. (2005). *Profil Orang Tua Anak-Anak Berprestasi*. Yogyakarta : Insania Cita Press

Hamzah B. Uno. (2007). *Teori Motivasi dan Pengukurannya : Analisis di Bidang Pendidikan*. Jakarta : Bumi Aksara

Herman Hudojo. (2003). *Pengembangan Kurikulum Pembelajaran Matematika*. Malang : UM Press

Maulana Musa Ahmad Olgar. (2005). *Mendidik Anak Secara Islami*. Yogyakarta : Citra Risalah

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 8

Imajeri Mahasiswa Dalam Pembelajaran Analisis Real (Studi Kasus Di IKIP PGRI Madiun)

Darmadi
(darmadi7868482@yahoo.com)

Abstrak

Beberapa mahasiswa mengatakan bahwa analisis real itu sulit. Ketika mahasiswa ditanya mulai kapan tidak bisa mengikuti pembelajaran analisis real, kebanyakan mahasiswa menjawab sejak awal. Jawaban yang mencengangkan sekaligus menarik perhatian dosen. Oleh karena itu perlu dilakukan penelitian pada mahasiswa yang baru mengikuti matakuliah analisis real. Hasil tes kemampuan memahami definisi formal dan mengsketsa grafik menunjukkan bahwa kekayaan imajeri mahasiswa program studi pendidikan matematika FP MIPA IKIP PGRI Madiun masih kurang. Sebagai akibatnya, mahasiswa kurang percaya diri belajar analisis real. Untuk lebih detailnya, silahkan baca makalah ini. Trimakasih.

Kata kunci: analisis, imajeri, definisi formal, dan sketsa grafik.

A. PENDAHULUAN

Permasalahan demi permasalahan dalam pembelajaran adalah suatu tantangan. Tiap kelas – tiap angkatan mempunyai permasalahan yang dapat berbeda-beda. Tetapi hal itulah yang menarik perhatian sebagai suatu tantangan dalam dunia pendidikan. Pada makalah ini dibahas permasalahan pada matakuliah analisis real pada umumnya dan kejadian di program studi pendidikan matematika FPMIPA IKIP PGRI Madiun pada khususnya. Analisis real adalah salah satu matakuliah yang wajib ditempuh oleh mahasiswa program studi pendidikan matematika FPMIPA IKIP PGRI Madiun pada semester 6 (analisis real 1) dan 7 (analisis real 2) dengan bobot masing-masing 2 sks. Prasyarat untuk menempuh matakuliah ini adalah kalkulus dan pengantar dasar matematika. Kalkulus ditempuh pada semester 1 (kalkulus 1), 2 (kalkulus 2), dan 5 (kalkulus lanjut) dengan bobot 3 sks. Sedangkan pengantar dasar matematika ditempuh pada semester 3 dengan bobot 3 sks. Kalkulus berguna untuk pengenalan dan aplikasi materi sehingga diharapkan mahasiswa menjadi lebih termotivasi. Sedangkan pengantar dasar matematika berguna untuk penguatan nalar dan logika.

Menganalisis bilangan real berarti menguraikan bilangan real untuk mengetahui bagian-bagian, himpunan, barisan, fungsi, dan hubungan antarbagian bilangan real sehingga diperoleh pengertian dan sifat-sifat secara tepat dan menyeluruh. Dalam menganalisis dilakukan proses pemecahan masalah dengan prosedur-prosedur penyelesaian yang dituliskan dalam bentuk bahasa formal. Oleh karena itu dibutuhkan pemahaman konsep, definisi formal, kemampuan pemodelan matematika, teorema-teorema yang berkaitan, pembuktian, dan penulisan secara formal.

Awal-awal pembelajaran analisis real biasanya mahasiswa belajar seperti biasa dan bersemangat. Namun, dalam beberapa pertemuan berikutnya kita mulai merasakan adanya permasalahan pada mahasiswa. Setiap diberi waktu untuk bertanya mahasiswa tidak ada yang mau bertanya. Setiap diberikan kuis dan pertanyaan kebanyakan mahasiswa tidak menanggapi. Setiap dipaksakan yaitu dengan ditunjuk, kebanyakan mahasiswa tidak mau maju kedepan untuk mencoba menjawab. Hal ini sesuai dengan hasil penelitian Darmadi (2008) yang menunjukkan bahwa spektrum hasil belajar mahasiswa program studi pendidikan matematika di IKIP PGRI Madiun Tahun Akademik 2008/2009 adalah sebagai berikut: 1) paham konsep 36,46%, 2) prosedural 6,25%, 3) multiprosedural 17,71%.

Beberapa mahasiswa mengatakan bahwa analisis real itu sulit. Ketika mahasiswa ditanya mulai kapan tidak bisa mengikuti pembelajaran analisis real, kebanyakan mahasiswa menjawab sejak awal. Jawaban yang mencengangkan sekaligus menarik perhatian dosen. Sesuai dengan hasil penelitian Darmadi (2008) Hampir semua (99%) mahasiswa merasakan sulitnya belajar analisis real, kesulitan belajar analisis real menurut mahasiswa disebabkan karena materi dan cara penyajiaannya, dan Kesulitan mahasiswa dimulai dari pemahaman konsep yang dimulai dari definisi formal, ketidaktersedianya buku peganggan atau mungkin oleh kemalasan mahasiswa sendiri.

Awal pembelajaran analisis real adalah langsung definisi formal dengan asumsi sudah dijelaskan pada pelajaran kalkulus. Permasalahannya adalah kemampuan kalkulus juga kurang sesuai dengan hasil penelitian Darmadi (2009) spektrum hasil belajar mahasiswa program studi pendidikan matematika di IKIP PGRI Madiun Tahun Akademik 2008/2009 adalah sebagai berikut: 1) tahap preprosedural 59,43%, 2) tahap prosedural 26,42%, 3) tahap multiprosedural 4,72%, 4) tahap proses 8,49%, dan 5) tahap prosept 0,94%. Sehingga dapat dipahami bahwa dengan perjalanan waktu pemahaman mahasiswa terhadap definisi formal juga mula hilang.

Kondisi ini diperparah oleh bagaimana kesiapan mahasiswa sebelum kuliah. Berdasarkan pada pembahasan hasil penelitian Darmadi (2009) diperoleh kesimpulan sebagai bahwa persentase mahasiswa yang mempersiapkan perkuliahan adalah sebagai berikut: 1) prosentase mahasiswa program studi pendidikan matematika yang melakukan persiapan sebelum perkuliahan adalah 2,26%; 2) prosentase mahasiswa program studi pendidikan matematika yang kadang melakukan persiapan sebelum kuliah adalah 92,31%; dan 3) prosentase mahasiswa program studi pendidikan matematika yang tidak melakukan persiapan sebelum perkuliahan adalah 5,13%. Alasan mahasiswa tidak dapat mempersipkan perkuliahan antara lain adalah mempunyai kesulitan belajar sehingga tidak melakukan persiapan sebelum kuliah karena tidak mempunyai buku panduan, tidak melakukan persiapan sebelum kuliah karena harus mengerjakan tugas dari dosen lain, dan tidak melakukan persiapan sebelum kuliah karena sakit, keperluan hajatan, materi kuliah kurang menarik, atau mahasiswa kurang suka pada dosen.

Sebagai akibat dari beberapa permasalahan sesuai hasil penelitian darmadi (2009) mahasiswa menjadi takut mahasiswa untuk maju. Rasa percaya diri mahasiswa sangat kurang. Dan akibatnya lagi mahasiswa terkesa pasif dalam pembelajaran analalisis real termasuk dalam memahami definisi formal yang diberikan. Dalam http://jappar0.blogspot.com (diakses tanggal 05 November 2010) menyatakan bahwa definisi adalah pernyataan yang tepat mengenai arti suatu kata atau konsep. Sedangkan konsep merupakan pengertian yang disimpulkan secara umum (abstrak) dengan mengamati persamaan yang terdapat diantara gejala. Disebutkan bahawa definisi formal adalah definisi berdasarkan bagian-bagiannya yang sudah disepakati oleh ahli-ahli matematika. Demikian jika kita lihat pada buku-buku analisis real seperti karya Bartle dan yang lain yang masih sering digunakan sampai sekarang.

Beberapa metode dan model pembelajaran dengan aneka media pembelajaran yang dianggap sesuai telah dicoba seperti Pengembangan Model Pembelajaran Analisis Real Berbasis Teori David Tall (Darmadi: 2009).dan penggunaan Lesson Study dalam pemebelajaran analisis real (Darmadi: 2010). Meskipun demikian kemampuan Berpikir Analitis, Kreatif, Kritis, dan Inovatif mahasiswa masih perlu untuk selalu ditingkatkan (Darmadi: 2011).

Bagaimana imajery mahasiswa dalam pemebalajaran analisis real adalah fokus pembahasan dalam makalah ini. Dalam Wikipedia, (http://en.wikipedia.org: diakses tanggal 25 Nopember 2011) menyatakan bahwa *Imagery, in a literary text, occurs when an author uses an object that is not really there, in order to create a comparison* *between one that is, usually evoking a more meaningful visual experience for the reader. The elements in a literary work used to evoke mental images, not only of the visual sense, but also of sensation and emotion.*kekayaan imajery akan sangat membatu mahasiswa untuk belajar analisis real. *Mental imagery is a familiar aspect of most people's everyday experience* (Galton, 1880; Betts, 1909; Doob, 1972; Marks, 1972, 1999; Dalam Nigel J.T. Thomas 2010).

Sekali lagi permasalahan demi permasalahan datang kembali. Mengapa mahasiswa program studi pendidikan matematika FPMIPA IKIP PGRI kurang percaya diri dalam belajar analisis real menjadi permasalahan yang menarik. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui mengapa mahasiswa kurang percaya diri dalam belajar analisis real. Dengan mengetahui akar permasalahan penyebab mahasiswa kurang percaya diri dalam belajar analisis real maka jawaban tersebut dapat digunakan

B. METODE PENELITIAN

Untuk menjawab beberapa rumusan masalah di atas maka dilakukan penelitian kualitatif dengan subyek penelitian adalah mahasiswa studi pendidikan matematika FPMIPA IKIP PGRI Madiun tahun akademik 2010/2011 yang pertama kali mengambil matakuliah analisis real. Mahasiswa perbaikan atau mengulang tetap diperbolehkan ikut dalam perkuliahan namun tidak menjadi subyek penelitian. Mahasiswa program studi pendidikan matematika FPMIPA IKIP PGRI Madiun tahun akademik 2010/2011 yang mengikuti matakuliah analisis real berjumlah 364 yang terbagi dalam 8 kelas.

Langkap pertama yang dilakukan dalam penelitian adalah memberi tahu mahasiswa bahwa akan dilakukan penelitian pada mereka dengan menjelaskan kembali permasalahan-permasalahan yang sering dihadapi oleh kakak kelas dalam belajar analisis real dan menjelaskan pentingnya penelitian ini bagi mahasiswa yaitu bahwa untuk mengetahui kemampuan mahasiswa dalam memahami definisi formal, mensketsa/gambarkan grafik fungsi dan mengembangkan kemampuan menganalisis. Selanjutnya sesuai jadwal yang sudah ditentukan oleh institusi dilakukan penelitian pada setiap pembelajaran analisis real dengan merekam kegiatan pembelajaran supaya dapat data dapat dipelajari secara mendalam.

Data diperoleh melalui tiga cara yaitu memeriksa hasil perkerjaan mahasiswa (tugas, kuis, UTS/UAS), hasil rekaman pembelajaran, dan hasil tanya jawab. Hasil perkerjaan mahasiswa terhadap tugas, kuis, dan UTS/UAS digunakan untuk merekam kemampuan mahasiswa setelah hasil pembelajaran. Hasil rekaman pembelajaran melalui handycam untuk merekam kemampuan mahasiswa selama proses pembelajaran. Hasil tanya jawab digunakan untuk mengetahui secara lebih mendalam apa yang sebenrnya terjadi pada mahasiswa. Tanya jawab dilakukan untuk mendapatkan detail data.

Instrumen pada penelitian ini adalah peneliti sendiri. Soal demi soal diberikan kepada mahasiswa sesuai dengan perkembangan diskusi dan materi pembelajaran. Sebagai contoh berikut diberikan permasalahan yang dapat dicermati yaitu 1) menjelaskan definisi formal barisan bilangan real monoton naik, 2) sketsakan atau gambarkan grafik fungsi $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{jika } x \neq 0 \\ 1 & \text{jika } x = 0 \end{cases}$, dan 3) menjelaskan konsep turunan fungsi real dengan visualisasi.

Analisis data dilakukan sesuai dengan teknik interaktif selektif yaitu memeriksa hasil pekerjaan mahasiswa, rekaman, dan dimungkinkan dengan tanya jawab untuk mengetahui cara menganalisa penjelasan mahasiswa dalam menjelaskan definsi formal barisan bilangan real monoton naik, cara menganalisa grafik fungsi, dan bagaimana menjelaskan konsep turunan fungsi real secara mendalam.

C. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan pada hasil pemeriksaan terhadap tugas-tugas, kuis-kuis, UTS sampai UAS seluruh mahasiswa program studi pendidikan matematika FPMIPA IKIP PGRI Madiun semester genap tahun akademik 2010/2011 menunjukkan adanya kemajuan kemampuan belajar analisis real mahasiswa. Namun yang lebih menarik adalah proses belajar yang ditunjukkan oleh hasil rekaman pembelajaran dan hasil tanya jawab mahasiswa. Berikut diberikan ringkasan hasil rekaman tanya jawab perwakilan mahasiswa dari tiap kelas. P menunjukkan peneliti sedangkan M mahasiswa.

Hasil penjelasan definisi formal sesuai soal yang diberikan yaitu definisi barisan bilangan real monoton naik menunjukkan bahwa pertama kali mahasiswa mengetahui konsep barisan bilangan real namun kesulitan mengembangan pengetahuaannya untuk barisan bilangan real monoton naik

P : “Anda tahu apakah barisan bilangan real itu?”

M : “Barisan bilangan real adalah himpunan bilangan real yang mempunyai korespondensi satu-satu dengan bilangan asli.”

P : “Nah kalau ada barisan bilangan real monoton naik kira-kira apa?”

Beberapa mahasiswa tampak berpikir dan beberapa tampak tidak menghiraukan. Sampai beberapa lama belum juga ada yang berani menyampaikan pendapatnya. Setelah beberapa lama akhirnya kata

M : "Barisan $\{a_n\}$ dikatakan monoton naik jika $a_n \leq a_{n+1}$ untuk setiap $n \in N$"

P : "Bagaimana anda tahu?"

M : "Dari buku pak"

P : "Anda bisa menjelaskan mengapa definsinya seperti itu?"

M : "Tidak"

Mahasiswa mengetahui konsep barisan bilangan real dari membaca buku namun masih sebatas menuliskannya dalam bentuk simbol matematika dan belum mengetahui mengapa definsi seperti itu merupakan barisan monoton naik**.** Mahasiswa mencoba memahami dengan menebak karena barisan bilangannya semakin lama semakin besar,

P : "Coba berikan contoh barisan bilangan real monoton naik!"

M : "Barisan {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …}

P : "Berdasarkan contoh tersebut, perhatikan bilangannya makin lama bagaimana?"

M : "Makin lama makin besar saja"

P : "Terus kenapa kok namanya barisan monoton naik bukan barisan monoton besar? Kenapa ya kira-kira?"

Beberapa lama mahasiswa tampak berpikir tetapi mahasiswa masih belum mengetahui mengapa disebut barisan monoton naik bukan barisan monoton besar. Mahasiswa mencoba menjelaskan dengan mengambar grafik namun masih bingung

P : "Coba anda visualisasikan barisan bilangan tersebut!"

Mahasiswa bingung tampak bingung

P : "Anda masih ingat definisi barisan bilangan real?"

M : "Yaitu himpunan bilangan real yang mempunyai korespondensi satu-satu dengan bilangan asli"

P : "Nah untuk itu domainnya apa? Dan kodomainnya yang mana?"

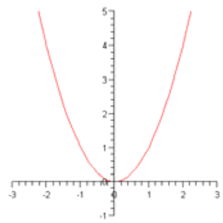
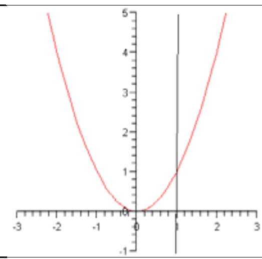
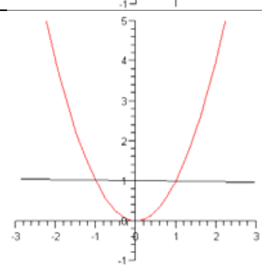
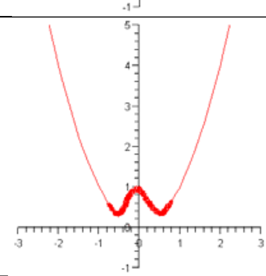
Beberapa mahasiswa masih bingung sampai dosen harus menjelaskan bahwa domainnya bilangan asli di sumbu X dan kodomainya bilangan real di sumbu Y.

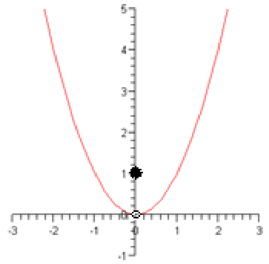
M : "Begini pak?"

P : "Ya, terus kembali ke permasalahan kita kenapa barisan itu disebut barisan bilangan real monoton naik?"

Mahasiswa masih belum mampu menjelaskan sampai kahirnya dengan bantuan dosen akhirnya mahasiswa mampu memahami mengapa barisan seperti itu disebut barisan monoton naik bukan barisan monoton besar yaitu secara visual nilai barisan tersebut tampak naik.

Berdasarkan pekerjaaan dan penjelasan mahasiswa dalam menggambarkan grafik fungsi menunjukkan bahwa

Jawaban Mahasiswa	**Keterangan**
Beberapa mahasiswa tidak mengambarkannya	Hal ini tidak dapat dipungkiri bahwa selalu ada mahasiswa yang tidak mengambar mungkin karena kurang percaya diri untuk mencoba
	Mahasiswa hanya memperhatikan sebagian nilai fungsi untuk $x \neq 0$ sedangkan nilai fungsi untuk $x = 0$ tidak diperhatikan. Mungkin hal ini terjadi karena mahasiswa kurang cermat dalam memperhatikan fungsi
	Mahasiswa sudah memperhatikan nilai fungsi untuk $x \neq 0$ maupun nilai fungsi untuk $x = 0$ namun masih kurang cermat mana domain mana kodomain
	Mahasiswa sudah memperhatikan nilai fungsi untuk $x \neq 0$ maupun nilai fungsi untuk $x = 0$ namun masih kurang cermat mana domain mana kodomain
	Mahasiswa sudah memperhatikan nilai fungsi untuk $x \neq 0$ maupun nilai fungsi untuk $x = 0$ namun masih kurang percaya diri. Hal ini mungkin terjadi karena mahasiswa kurang percaya diri.

Jawaban Mahasiswa	**Keterangan**
	Mahasiswa sudah memperhatikan nilai fungsi untuk $x \neq 0$ maupun nilai fungsi untuk $x = 0$ dengan benar.

Berdasarkan bagaimana penjelasan mahasiswa dalam menjelaskan konsep turunan. Kebanyakan mahasiswa masih memahami konsep turunan sebagai rumus-rumus seperti yang digunakan dalam kalkulus

P : "Masih ingatkah anda akan turunan fungsi? Di matakuliah kalkulus sudah anda kenalkan?"

M1 : …. diam

M2 : "Lupa"

M3 : "Turunan dan x^n adalah nx^{n-1}"

M4 : "Anti turunan"

M5 : "Turunan dari sin adalah cos"

dst

Mahasiswa belum mampu mengingat bagaimana konsep/rumus dasar turunan fungsi di satu titik

P : "Mengapa turunan dan x^n adalah nx^{n-1} dan turunan sin adalah cos?"

M3 : "Rumusnya"

M5 : "Iya itulah rumusnya"

Mahasiswa belum mampu menjelaskan kenapa rumus dasar turunan fungsi seperti itu

P : "Coba diingat-ingat, supaya anda mengetahui apa artinya f'(3) = 5. Atau 5 disitu seperna menunjukkan apa?"

M : "Ya artinya 5 itu adalah turunan fungsi di titik 3"

P : "Masih ingatkah anda bahwa $f'(c) = \lim_{x \to c} \frac{f(x)-f(c)}{x-c}$?"

M : "Lupa"

Mahasiswa belum mampu menjelaskan kenapa mengguanakan rumus $\frac{f(x)-f(c)}{x-c}$

P : “Dapatkah anda menjelaskan kenapa rumus turunan

$f'(c) = \lim_{x \to c} \frac{f(x)-f(c)}{x-c}$ atau $f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+c)-f(h)}{h}$?”

M : diam

P : “Kenapa rumusnya harus $\frac{f(x)-f(c)}{x-c}$?”

Mahasiswa kembali diam, dan dengan terpaksa harus diingatkan tentang gradien garis melalui dua titik. Setelah dijelaskan dengan gambar baru mahasiswa mengingat dengan mehamami rumus tersebut.

P : “Lalu kenapa harus menggunakan $\lim_{x \to c} \frac{f(x)-f(c)}{x-c}$?”

Kembali mahasiswa terdiam dan kesulitan menjawab pertanyaan tersebut. Setelah ditunjukkan dengan gambar baru mahasiswa menyadari bahwa sebenarnya yang dicari dalam turunan adalah kemiringan/gradien garis singgung pada suatu fungsi di suatu titik.

Uraian di atas menunjukkan bahwa kesulitan mahasiswa dalam belajar analisis real memang dimulai sejak awal yaitu sejak memahami definisi formal. Dalam memahami definisi formal mahasiswa belum menggunakan kemampuan visualisasi dan imajeri. Selain kekayaan imajery masih sangat kurang, mahasiswa belum memanfaatkan imajery dalam memahami dan mengembangkan konsep. Hal tersebut dapat terjadi mungkin karena sebagai prasyarat untuk belajar analisis real adalah kalkulus dan pengantar dasar matematika. Kalkulus berguna untuk memperkenalkan dan aplikasi dari materi sedangkan pengantar dasar berguna untuk memperkuat kemampuan nalar dan logika. Sebagai akibatnya, kemampuan mengembangkan visualisasi dan imajery mahasiswa masih sangat kurang. Hal ini sangat sesuai sekali karena jika ditengok kembali ternyata dalam pembelajaran kalkulus kurang pengembangan kemampuan mengesktesa grafik yang dapat meningkatkan kemampuan imajery seperti penggunaan program-program komputer di laboratorium matematika.

Hasil penelitian dan pembahasan penelitian ini sangat sesuai dengan teori David Tall. Gray & Tall (2005) mempunyai pemikiran bahwa terdapat tiga tipe perbedaan fundamental belajar matematika. Ketiga tipe tersebut dalam perkembangan kognitif membagi matematika menjadi tiga bagian (dunia) yang dapat dijelaskan sebagai berikut. Dunia pertama disebut dengan “*conseptual-embodied world*” atau “*embodied world*”. Belajar matematika mulai dari persepsi berpikir yaitu apa yang diterima dan dirasa baik fisik maupun nonfisik seperti mental/pikiran/perasaan. Dunia kedua disebut dengan "*proceptual-symbolic world*" atau "*proceptual world*". Belajar matematika mulai dari aksi (penghitungan), pembentukan konsep dengan menggunakan simbol, sampai proses yang dipikirkan. Dunia ketiga disebut dengan "*formal-axiomatic world*" atau "*formal world*". Belajar matematika dimulai dari sifat-sifat yang dinyatakan dalam bentuk definisi formal yang digunakan sebagai axioma. Dunia ketiga ini dibangun dari dunia pertama dan dunia kedua.

D. SIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan yang telah dilakukan di atas, maka dapat ditarik beberapa kesimpulan sebagai berikut.

1. Kesulitan mahasiswa program studi pendidikan matematika FPMIPA IKIP PGRI Madiun dalam belajar analisis real dapat dimaklumi bahwa dimulai sejak awal yaitu sejak memahami definisi formal yang perlu kekayaan imajeri.
2. Kekayaan imajery sketsa grafik mahasiswa program studi pendidikan matematika FPMIPA IKIP PGRI Madiun untuk belajar analisis real masih sangat kurang.
3. Mahasiswa program studi pendidikan matematika FPMIPA IKIP PGRI Madiun dalam belajar analisis real belum memanfaatkan kekayaan majery secara optimal sehingga lebih mudah memahami dan mengembangkan konsep yang dipelajari.

Saran untuk masukan dan perbaikan dalam pembelajaran di program studi pendidikan matematika FPMIPA IKIP PGRI Madiun dalam belajar analisis real adalah berikut.

1. Untuk memahami definisi formal sebaiknya juga digunakan ilustrasi visualisasi sehingga dapat menambah kekayaan imajery mahasiswa.
2. Kemampuan menggambarkan sketsa grafik bagi mahasiswa perlu terus selalu dikembangkan untuk mampu mempelajari analisis real.
3. Pemanfaatan visualisasi untuk memperkaya imajeri mahasiswa perlu dikembangkan untuk memahami konsep-konsep baru.
4. Untuk pengembangan model pembelajaran sebaiknya dimulai dari awal yaitu visualisasi definisi formal hanya sekedar untuk mengingatkan mahasiswa kembali.

DAFTAR PUSTAKA

Darmadi. 2008. *Analisis Real Menurut Mahasiswa*. Laporan Penelitian Tahun 2008. IKIP PGRI Madiun

Darmadi. 2008. *Spektrum Hasil Belajar Analisis Real Mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika IKIP PGRI Madiun Tahun Akademik 2008/2009*. Dipublikasikan pada Seminar Nasional di UNY Tanggal 5 Desember 2009.

Darmadi. 2008. *Spektrum Hasil Belajar Kalkulus Mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika IKIP PGRI Madiun Tahun Akademik 2008/2009*. Dipublikasikan pada Seminar Nasional di UNNES Tanggal 24 Oktober 2009

Darmadi. 2009. *Ketakutan Mahasiswa Untuk Maju*. Laporan Penelitian Tahun 2009. IKIP PGRI Madiun

Darmadi. 2009. *Pengembangan Model Pembelajaran Analisis Real Berbasis Teori David Tall*. Seminar Nasional di Universitas Negeri Surabaya. Tanggal 8 Agustus 2009

Darmadi. 2009. *Persiapan Mahasiswa Sebelum Kuliah*. Laporan Penelitian Tahun 2009. IKIP PGRI Madiun

Darmadi. 2010. *Perbaikan Kualitas Perkuliahan Analisis Real Melalui Lesson Study*. Seminar Hasil Lesson Study FP MIPA Tahun 2010 di FPMIPA IKIP PGRI Madiun

Darmadi. 2011. *Berpikir analitis, kreatif, kritis, dan inovatif ditinjau dari taksonomi Bloom*. Seminar Nasional di Universitas Negeri Surabaya. Tanggal 22 Oktober 2011

Gray & Tall. 2005. *A Theory of Mathematical Growth through Embodiment, Symbolism and Proof*. International Colloquium on Mathematical Learning from Early Childhood to Adulthood, organised by the Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Nivelles, Belgium, 5-7 July 2005.

Nigel J.T. Thomas. 2010. *Mental Imajeri*. First published Tuwesday 18 November 1997; substantive revision Friday 2 April 2010. http://plato.stanford.edu/ entries/mental-imajeri. Diakses tanggal 25 Nopember 2011.

Wikipedia. 2011. *Imajeri*. http://en.wikipedia.org/wiki/Imajeri . diakses tanggal 25 Nopember 2011

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Pembelajaran Matematika Realistik Pada Materi Persamaan Linear Satu Variabel Di SMP Kelas Vii

Dian Septi Nur Afifah
STKIP PGRI Sidoarjo
email de4nz_c@yahoo.com

ABSTRAK

Objek matematika merupakan sesuatu yang abstrak sehingga guru matematika harus mampu mengkongkritkan objek matematika yang abstrak agar mudah dipelajari siswa. Untuk mengatasi hal tersebut, peneliti membuat rancangan pendekatan pembelajaran yang menjadikan siswa terlibat aktif dengan mendekatkan matematika dengan lingkungannya, yaitu dengan Pendekatan Pembelajaran Matematika Realistik (PMR). Pembelajaran PMR mengutamakan pengenalan konsep melalui masalah kontekstual, hal-hal yang konkrit atau dari lingkungan siswa dengan proses matematisasi oleh siswa dengan mengkonstruksikan idenya sendiri.

Tujuan dari penelitian ini adalah mendeskripsikan pelaksanaan pembelajaran matematika realistik pada pokok bahasan persamaan linier satu variable. Jenis penelitian ini adalah penelitian deskriptif dengan pendekatan kualitatif.

Dari hasil pelaksanaan pembelajaran yang dilakukan, peneliti dapat mengungkapkan bahwa secara keseluruhan kegiatan pembelajaran sudah sesuai dengan rancangan pembelajaran, siswa dapat mengkonstruksi sendiri konsep persamaan linear satu variable dan terdapat satu kelompok yang langsung menyelesaikan masalah konstektual tanpa membuat matematika sehingga kesulitan untuk mendefinisikan pengertian dan menuliskan secara umum langkah-langkah penyelesaiannya.

Kata kunci : Pembelajaran Matematika Realistik.

1. PENDAHULUAN

Pembelajaran matematika merupakan usaha untuk membantu siswa mengonstruksi pengetahuan melalui proses. Hal ini sesuai dengan yang dikemukakan oleh Bruner (dalam Soedjadi, 2000) bahwa mengetahui adalah suatu proses bukan produk. Proses tersebut dimulai dengan pengalaman, sedangkan pengetahuan dibangun dari pengalaman. Salah satu faktor yang penting untuk mencapai tujuan pendidikan adalah proses pembelajaran yang dilaksanakan. Untuk itu siswa diberi kesempatan untuk mengonstruksi sendiri pengetahuan yang harus dimiliki.

Namun dalam kenyataannya, berdasarkan hasil observasi kegiatan pembelajaran di SMP Laboratorium UNESA di kelas VII B, dapat dikatakan bahwa pembelajaran masih berpusat kepada guru sehingga siswa masih pasif dalam pembelajaran di kelas. Selain itu dalam penyampaiannya, guru langsung memberikan rumus-rumus terlebih dahulu sehingga siswa mengetahui rumusnya tetapi kurang paham dalam penggunaanya (menyelesaikan masalah).

Objek kajian matematika merupakan sesuatu yang abstrak sehingga Soedjadi (2000: 49) menyatakan guru matematika harus mampu mengkongkritkan atau menyederhanakan objek matematika yang abstrak agar mudah dipelajari siswa. Untuk mengatasi hal tersebut, peneliti membuat rancangan pendekatan pembelajaran yang menjadikan siswa terlibat aktif dengan mendekatkan matematika dengan lingkungannya, salah satu alternatifnya yaitu dengan Pendekatan Pembelajaran Matematika Realistik (PMR).

Pembelajaran yang berorientasi PMR lebih mengutamakan pengenalan konsep melalui masalah kontekstual, hal-hal yang konkrit atau dari lingkungan siswa dengan proses matematisasi oleh siswa dengan mengkonstruksikan idenya sendiri. Soedjadi (2001a: 2-3), mengemukakan bahwa PMR pada dasarnya adalah pemanfaatan realita dan lingkungan yang telah dipahami siswa untuk memperlancar proses pembelajaran matematika, dengan harapan agar tujuan pembelajaran matematika dapat dicapai lebih baik dari pada masa yang lalu.

PMR pembelajarannya tidak dimulai dari definisi, teorema atau sifat-sifat kemudian dilanjutkan dengan contoh-contoh, seperti yang selama ini dilaksanakan di berbagai sekolah. Namun sifat-sifat, definisi dan teorema itu diharapkan seolah-olah ditemukan kembali oleh siswa melalui penyelesaian masalah kontekstual yang diberikan guru di awal pembelajaran. Dengan demikian dalam PMR siswa didorong atau ditantang untuk aktif bekerja, bahkan diharapkan dapat mengkonstruksi atau membangun sendiri pengetahuan yang diperolehnya.

Jadi Pembelajaran matematika realistik (PMR) adalah suatu pendekatan pembelajaran matematika yang menggunakan masalah-masalah kontekstual *(contextual problems)* sebagai langkah awal dalam proses pembelajaran. Gravemeijer (1994: 90-91), mengemukakan bahwa ada tiga prinsip kunci (utama) dalam PMR, yaitu: (1) *Guided reinvention/progressive mathematizing* (penemuan kembali dengan bimbingan/proses matematisasi secara progresif), (2) *Didactical phenomenology* (fenomena didaktik), (3) *Self - developed models* (model-model dibangun sendiri oleh siswa).

Sebagai operasionalisasi ketiga prinsip utama PMR di atas, menurut Panhuizen (dalam Gravemeijer, 1994: 114-115), PMR memiliki lima karakteristik, yaitu: (1) *The use of context* (Menggunakan masalah kontekstual), (2) *The use models* (Menggunakan berbagai model), (3) *Student contributions* (Kontribusi siswa), (4) *Interactivity* (Interaktivitas), (5) *Intertwining* (Keterkaitan).

Berdasarkan pengertian, prinsip dan karakteristik-karakteristik PMR sebagaimana telah diuraikan, maka dapat dirancang langkah-langkah inti dalam pembelajaran matematika realistik, yaitu: (1) Memahami masalah kontekstual, (2) Mendeskrepsikan dan menyelesaikan masalah kontekstual, (3) Membandingkan dan mendiskusikan jawaban dan (4) Menarik kesimpulan.

Menurut (Suwarsono, 2001: 5-6), pembelajaran matematika dengan PMR dapat memberikan pengertian yang jelas kepada siswa bahwa matematika merupakan suatu bidang kajian yang dapat dikonstruksi dan dikembangkan oleh siswa sendiri, tidak hanya oleh mereka yang disebut pakar atau ahli matematika dan matematika itu berkaitan erat dengan kehidupan sehari-hari (kehidupan dunia nyata) dan kegunaan (manfaat) matematika bagi kehidupan manusia. Jadi dalam PMR siswa lebih aktif mengonstruksi sendiri pengetahuan dan matematika yang abstrak dapat dipelajari melalui sesuatu yang konkrit yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari.

Salah satu materi yang akan dijelaskan dengan PMR ini adalah persamaan linier satu variabel. Diharapkan dengan kegiatan ini siswa dapat menemukan sendiri konsep-konsep pada materi persamaan linear satu variable dan dapat menggunakan dalam kehidupan sehari-hari.

Berdasarkan uraian pada latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penulisan ini adalah bagaimanakah penerapan *pembelajaran matematika realistik pada pokok bahasan persamaan linier satu variable di kelas VII B SMP Laboratorium Unesa?*

2. PEMBAHASAN

A. Pelaksanaan Pembelajaran

Sebelum pelaksanaan pembelajaran, guru membuat rancangan pengelompokan siswa yang masing-masing kelompok terdiri dari 4 siswa sehingga terbentuk 7. Dalam setiap kelompok terdiri dari laki-laki dan perempuan, serta memiliki kemampuan yang heterogen.

Penerapan Pendekatan Matematika Realistik pada materi persamaan linear satu variable dilaksanakan pada hari selasa tanggal 28 Oktober 2009 pukul 11.20-12.40 di kelas VII B SMP Laboratorium Unesa Surabaya.

Tabel a.1 Pelaksanaan PMR
pada materi persamaan linear satu variable

Kegiatan Pembelajaran		**Keterangan**
Guru	**Siswa**	
(1)	**(2)**	**(3)**
PENDAHULUAN		
1.Guru membuka pelajaran dan mengingatkan materi yang dipelajari sebelumnya, yaitu dengan menunjuk beberapa siswa untuk memberikan contoh kalimat terbuka, kalimat tertutup dan persamaan serta variable. 2. Guru mengecek dan membahas tentang Pekerjaan rumah yang diberikan pada pertemuan sebelumnya.	Siswa mengajukan beberapa buah soal yang sulit, dan menjawab pertanyaan yang diajukan guru.	Siswa telah dikelompokkan 4 atau 5 siswa. Masing-masing kelompok duduk sesuai dengan tempat duduknya.
2.Guru mengkomunikasikan tujuan pembelajaran yang akan dicapai.	Siswa memperhatikan penjelasan guru.	
KEGIATAN INTI		
1.Guru memabgi LKS di setiap	Siswa memahami	Langkah ke –1 Memahami

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

kelompok dan memberi kesempatan pada siswa membaca dan memahami masalah 1-4 di LKS (Guru meminta salah satu siswa untuk membacakan masalah kontekstual)	masalah 1-4 LKS.	masalah Karakteristik ke –1 Masalah kontekstual
2.Guru memberi kesempatan pada siswa untuk bertanya bagi yang belum memahami masalah 1-4	Beberapa anggota kelompok yang belum memahami masalah 1-4 bertanya kepada guru.	Langkah ke – 2 Menjelaskan
3.Guru memberi kesempatan pada siswa secara individu untuk menyelesaikan masalah 1-4 dengan menjawab pertanyaan yang ada di bagian A dengan cara mereka sendiri (pekerjaan siswa satu dengan lainya tidak harus sama). Jika siswa mengalami kesulitan, guru membimbing seperlunya.	Siswa menyelesaikan masalah 1-4 dengan cara sendiri pada	Langkah ke - 3 Menyelesaikan masalah kontekstual Prinsip 1, *Guided reinvention/ progresive mathematizing.* Prinsip 2, *Didactical phenomenologi* Prinsip 3, *Self developed models.* Karakteristik ke – 2 Memunculkan/menggunakan model.
4.Guru memberi kesempatan pada siswa untuk men-diskusikan/membandingkan (memeriksa, memperbaiki dan menyeleksi) jawabannya dengan teman-teman dalam kelompoknya. Guru berjalan keliling kelas untuk melihat hasil kerja kelompok dan memilih beberapa kelompok untuk menampilkan hasilnya di depan kelas.	Siswa mendiskusikan /membandingkan jawaban dengan jawaban teman lainnya.	Langkah ke – 4 Membandingkan dan mendiskusikan. Karakteristik ke – 3 Menggunakan kontribusi siswa Karakteristik ke – 4 Interaksi
5.Guru memberi kesempatan pada seorang siswa dari kelompok yang dipilih untuk menampilkan hasil pekerjaan kelompoknya.	Beberapa siswa menampilkan hasil pekerjaan kelompoknya.	
6.Melalui diskusi kelas jawaban para siswa dibahas /dibandingkan.	Siswa mengikuti diskusi dan memberi tanggapan terhadap hasil pekerjaan kelompok lain, serta menjawab pertanyaan guru.	Langkah ke – 4 Membandingkan dan mendiskusikan. Karakteristik ke – 3 Menggunakan kontribusi siswa.
7.Dari hasil diskusi kelas, guru memberi kesempatan pada siswa untuk menarik sebuah kesimpulan tentang definisi dan langkah-langkah menyelesaikan persamaan linear satu variaabel.	Siswa menarik kesimpulan tentang definisi penyelesaian kalimat terbuka.	Langkah ke – 5 Menyimpulkan.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

8.Guru memberi kesempatan kepada siswa untuk bertanya bagi yang belum mengerti	Siswa yang belum mengerti bertanya kepada guru.	
PENUTUP		
a. Guru menegaskan kembali materi pelajaran tentang definisi penyelesaian persamaan linear satu variable. b. Guru memberikan tugas rumah masalah 5-8 yang ada Buku Siswa.	Siswa memperhatikan penjelasan guru.	

Berdasarkan tabel di atas, pelaksanaan pembelajaran di kelas yang telah dilakukan oleh penulis sudah memenuhi karakteristik dari pembelajaran yang mengggunakan Pendekatan Matematika Realistik. Hal ini dapat dilihat dari aktivitas atau kegiatan yang di lakukan oleh siswa dan guru pada saat pembelajaran berlangsung. Siswa aktif berdiskusi dalam kelompok, dan ada beberapa anggota kelompok yang berdiskusi dengan kelompok lain untuk membandingkan hasil pekerjaannya. Guru hanya sebagai fasilitator, yang mana hanya menjelaskan seperlunya hal-hal yang kurang dimengerti oleh siswa dalam menyelesaikan LKS. Selain itu pembelajaran yang dilakukan sudah sesuai dengan rancangan pembelajaran yang telah direncanakan sebelumnya.

B. Deskripsi Hasil Pekerjaan Siswa

Dalam penerapan Pendekatan Matematika Realistik ini, setiap kelompok diberi lembar kerja siswa (LKS) yang didiskusikan dalam kelompoknya masing-masing. Dalam hal ini, guru memberi kesempatan pada setiap kelompok untuk menyelesaikan LKS dengan cara mereka sendiri berdasarkan petunjuk yang ada. Berikut ini adalah deskripsi dari hasil pekerjaan LKS dari masing-masing kelompok:

<u>Masalah 1</u>

Susi mendapat (PR) pelajaran matematika sebanyak 30 soal. Pada saat ia mengerjakan PR, tinta penanya habis. Ia telah mengerjakan beberapa buah soal dan yang belum dikerjakan sebanyak 8 soal. Berapa banyak soal PR yang telah dikerjakan Susi?

Berdasarkan hasil jawaban LKS dari tujuh kelompok, maka penulis dapat mengelompokkan bentuk atau tipe jawaban dari masalah 1 menjadi 3 bentuk yaitu,

1. Memisalkan: soal yang dikerjakan = x

   soal yang belum dikerjakan = y = 8

   diperoleh persamaan: $x + 8 = 30$

$$x + 8 - 8 = 30-8$$

$$x = 22$$

Jadi PR yang telah dikerjakan Susi adalah 22 soal

2. Tanpa pemodelan.

30 – 8 = 22

3. Dengan pemodelan, tetapi tanpa keterangan.

a-b = 30- 8

= 22

Dari ketiga bentuk atau tipe jawaban LKS dari masing-masing kelompok terdapat 5 kelompok yang mengerjakan seperti bentuk pertama, 1 kelompok yang mengerjakan seperti bentuk kedua dan 1 kelompok yang mengerjakan seperti bentuk ketiga.

Masalah 2

Setiap tanggal 20 Posyandu Kelurahan Wonokromo melakukan penimbangan balita. Karena Badria anak bu Sutriani sedang sakit, maka Badria tidak bisa ditimbang sendirian. Untuk dapat menentukan berat badan Badria petugas Posyandu meminta bu Sutriani ditimbang sambil mengendong anaknya dan diperoleh berat mereka 67 kg. Kemudian bu Surtiani ditimbang sendirian dan ternyata berat bu Sutriani 60 kg. Berapa berat badan Badria?

Berdasarkan hasil jawaban LKS pada masalah 1 dari tujuh kelompok tersebut, maka penulis dapat mengelompokkan bentuk atau tipe jawaban dari masalah 1 menjadi 3 yaitu,

1. Memisalkan: berat Badria = x

berat bu Sutriani = y = 60

diperoleh persamaan: x + 60 = 67

x = 67-60

x = 7

2. Tanpa pemodelan.

Berat Badria = berat badria dan bu Sutriani – berat bu Sutriani

= 67-60

=7

3. Dengan pemodelan, tetapi tanpa keterangan.

b – s = 67- 60

= 7

Dari ketiga bentuk atau tipe jawaban LKS pada masalah 2 dari masing-masing kelompok terdapat 4 kelompok yang mengerjakan seperti bentuk pertama, 2 kelompok yang mengerjakan seperti bentuk kedua dan 1 kelompok yang mengerjakan seperti bentuk ketiga.

Masalah 3

Pada suatu hari Amin berbelanja di Hypermart. Amin membayar sebesar Rp. 40.000,- dan menerima 5 kg jeruk. Berapa harga satu kg jeruk?

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Berdasarkan hasil jawaban LKS dari tujuh kelompok tersebut, maka penulis dapat mengelompokkan bentuk atau tipe jawaban dari masalah 3 menjadi 3 bentuk yaitu,

1. Memisalkan: jumlah uang= Rp 40.000,00

   harga 1 kg jeruk = a

   diperoleh persamaan: 5 x a= 40.000

   a = 40.000 : 5

   a = 8000

2. Tanpa pemodelan.

   Harga 1 kg jeruk = 40.000: 5 = 8000

3. Salah memodelkan tetapi hasilnya benar.

   Buah jeruk= x

   Buah jeruk =5 kg

   Diperoleh: x + 5 = 40.000

   x = 40.000 : 5

   x = 8000

Dari ketiga bentuk atau tipe jawaban LKS pada masalah 3 dari masing-masing kelompok terdapat 3 kelompok yang mengerjakan seperti bentuk pertama, 3 kelompok yang mengerjakan seperti bentuk kedua dan 1 kelompok yang mengerjakan seperti bentuk ketiga.

<u>Masalah 4</u>

Ferdiyanto membeli 3 buah buku tulis dengan harga setiap buku sama. Ferdiyanto membayar dengan uang Rp. 5.000,- dan menerima pengembalian uang sebesar Rp.500,-. Berapakah harga sebuah buku tulis?

Berdasarkan hasil jawaban LKS pada masalah 4 dari tujuh kelompok tersebut, maka penulis dapat mengelompokkan bentuk atau tipe jawaban dari masalah 1 menjadi 3 yaitu,

1. Memisalkan: jumlah harga buku = 5000-500 = 4500

   1 buku = b

   diperoleh persamaan: 3 x b = 4500

   b= 4500 : 3

   b = 1500

2. Tanpa pemodelan.

   5000-500= 4500 : 3

   = 1500

3. Memodelkan tetapi tidak memberikan keterangan.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

K – S : B = 5000-500 : 3

= 4500 : 3

= 1500

Dari ketiga bentuk atau tipe jawaban LKS pada masalah 4 dari masing-masing kelompok terdapat 5 kelompok yang mengerjakan seperti bentuk pertama, 1 kelompok yang mengerjakan seperti bentuk kedua dan 1 kelompok yang mengerjakan seperti bentuk ketiga.

Jawaban pertanyaan siswa setelah menyelesaikan masalah 1-4.

Setelah menjawab pertayaan (A) dan (B), masing-masing kelompok dengan menggunakan kata-katanya sendiri menyimpulkan pengertian dari persamaan linear satu variabel. Berikut ini adalah hasil jawaban dari masing-masing kelompok dalam menjawab pertanyaan (A) dan (B),

Kelompok	**Persamaan yang diperoleh (A)**	**Variabel dan pangkatnya (B)**	**Pengertian persamaan linear satu variabel (Kesimpulan)**
1	1. x = 30-8 2. x = 67-60 3. $\frac{5a}{5} = \frac{40000}{5}$ 4. $\frac{3b}{b} = \frac{4500}{3}$	Masalah 1,2 variabelnya x pangkat1. Masalah 2, 3 variabelnya a dan b pangkat 1	Suatu persamaan yang variabelnya 1 dan pangkatnya 1.
2	1. x + 8 = 30 2. x + 60 = 67 3. 5x = 40.000 4. 3x = 4500	Masalah 1,2,3,4 variabelnya adalah x pangkat 1	Suatu persamaan yang mempunyai variabel 1 dan pangkat tertingginya adalah 1.
3	1. z + 8 = 30 2. m + 60 = 67 3. $\frac{5x}{5} = \frac{40000}{5}$	z berpangkat 1 m berpangkat 1 x berpangkat 1	Kalimat matematika yang dihubungkan dengan tanda sama dengan dan mempunyai satu variabel yang berpangkat satu.
4	1. 4500 = 3x 2. x + 8 = 30	x berpangkat 1	Kalimat terbuka yang ditandai dengan sama dengan yang mempunyai satu variabel yang berpangkat satu.
5	1. 3x = 4.500	Variabel x berpangkat 1	Suatu persamaan yang mempunyai satu variabel yang memiliki pangkat satu.
6	Jawabannya adalah sama-sama mencari hasil.	R, B, S, K	Mempunyai variabel yang berpangkat satu.
7	1. 30 = x + 8 2. 67 = x + 60 3. 5x = 40.000 4. 3x = 4.500	x berpangkat 1	Kalimat matematika yang dihubungkan dengan sama dengan dan mempunyai variabel yang berpangkat satu

Pertanyaan selanjutnya (C) yaitu menuliskan langkah-langkah dalam menyelesaiakan masalah 1- 4. Di bawah ini adalah hasil jawaban dari masing-masing kelompok dalam menjawab pertanyaan (C) ,

Kelompok	Langkah-langkah dalam menyelesaikan masalah 1-4	Kesimpulan	Keterangan
1	1. kedua ruas – 8. 2. Kedua ruas -60 3. kedua ruas : 5 4. kedua ruas : 3	Jadi kedua ruas dari persamaan linear satu variabel di bagi dan dikurangi dengan bilangan yang sama.	Kelompok yang mengerjakan dengan cara mereka sendiri tanpa melihat dari pekerjaan kelompok lain.
2	5. x + 8 = 30 (kedua ruas dikurangi 8) 6. x + 60 = 67 (kedua ruas dikurangi 60) 7. 5x = 40.000 (kedua ruas dibagi 5) 8. 3x = 4500 (kedua ruas dibagi 3)	1. Menambah atau mengurangi kedua ruas dengan bilangna yang sama. 2. Membagi atau mengalikan kedua ruas dengan bilangan yang sama.	Ada seorang siswa anggota kelompok yang bertanya maksud dari pertanyaan (C)
3	- Menggunakan misal. - Menggunakan jumlah. - Melambangkan huruf yang diketahui. - Mengurangi kedua ruas. - Membagi kedua ruas.	Membagi dan mengurangi kedua ruas dengan bilangan yang sama .	Guru mengamati terjadi diskusi yang ramai karena pendapat siswa yang satu dengan yang lain berbeda.
4	Membagi kedua ruas dengan 3 dan mengurangi kedua ruas dengan 8.	Membagi dan mengurangi kedua ruas dengan bilangan yang sama .	Dua anggota kelompok yang bertanya kepada kelompok lain maksud cara menjawab pertanyaan (C)
5	Masalah 4 membagi kedua ruas dengan 3	Membagi kedua ruas dengan bilangan yang sama.	Kelompok yang hanya sekali bertanya kepada guru.
6	Dengan menambah/ membagi	Dengan menambah/ membagi	Merupakan jawaban hanya dari seorang siswa, karena yang lain tidak berpendapat.
7	Misal,cara, hasil	sama	Tidak paham dengan maksud pertanyaan dan tidak ada anggota kelompok yang bertanya kepada guru maupun ke kelompok lain.

C. Analisis Dari Deskripsi Hasil Pekerjaan Siswa

Dari masalah 1 sampai 4 siswa bekerja dalam kelompoknya masing-masing yang lebih dominan menyelesaikan masalah kontekstual dengan memulai memisalkan yang diketahui dengan melambangkan dengan huruf, yang selanjutnya diperoleh suatu persamaan dengan menggunakan variable atau yang biasa disebut dengan memodelkan matematika. Beberapa kelompok banyak yang menggunakan variabel x dan y meskipun ada yang menggunakan variabel lain, seperti a dan b. Akan tetapi terdapat satu kelompok yaitu kelompok 6 yang tidak menggunakan langkah-langkah seperti menyelesaikan soal cerita dan tanpa memodelkan terlebih dahulu jadi langsung hasil akhirnya. Sehingga pada kelompok 6 tidak bisa menemukan atau memperoleh persamaan linear satu variabel sedangkan untuk kelompok yang lain bisa memperoleh minimal 1 persamaan.

Dengan menjawab pertanyaan (A), (B) dan (C) siswa dapat mendefinisikan pengertian persamaan linear satu variabel dan menuliskan langkah- langkah menyelesaikan persamaan linear satu variable dengan cara mereka sendiri berdasarkan dari hasil penyelesaian masalah 1 sampai masalah 4.

Dalam menyelesaikan masalah yang ada di LKS, dua kelompok yang kurang memahami maksud dari pertanyaan yang (C) yaitu pada waktu mereka menjawab pertanyaan tentang langkah-langkah menyelesaikan dari masalah 1 sampai 4. Menurut mereka langkah-langkah yang dimaksud adalah urutan menyelesaikan masalah konstekstual bukan langkah-langkah menyelesaikan persamaan yang mereka peroleh. Ini merupakan kelemahan dari pelaksanaan pembelajaran, karena mungkin pertanyaannya kurang jelas dan guru tidak menjelaskan maksud dari pertanyaan tersebut di depan kelas, tetapi hanya menjelaskan kepada kelompok yang bertanya saja. Hal itu terjadi, karena guru berpikir jika siswa tidak bertanya maka dianggap sudah mengerti semua.

Berdasarkan uraian di atas, bahwa dalam pembelajaran telah dilakukan oleh penulis yang menggunakan Pendekatan Matematika Realistik, masing-masing kelompok dapat mengonstruksi sendiri bagaimana menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan persamaan linear satu variable dan dapat mendefinisikan pengertian persamaan linear satu variable serta dapat menjelaskan langkah-langkah dalam menyelesaikan persamaan linear satu variable. Selain itu, dari deskripsi hasil pekerjaan siswa dapat ditemukan bahwa dari beberapa kelompok lebih dominan menyelesaikan soal cerita, dengan memulai menuliskan dari apa yang diketahui, memisalkan, menuliskan apa yang akan dicari, penyelesaian kemudian yang terakhir adalah menyimpulkan apa yang ditanya.

PENUTUP

Berdasarkan pelaksanaan pembelajaran yang dilakukan, peneliti dapat mengungkapkan beberapa hal yaitu:

1. Dengan menerapkan Pembelajaran Matematika Realistik (PMR), siswa dapat mengkonstruksi sendiri konsep persamaan linear satu variable.
2. Terdapat satu kelompok yang langsung menyelesaikan masalah konstektual tanpa membuat matematika terlebih dahulu sehingga kesulitan untuk mendefinisikan pengertian dan menuliskan secara umum bagaimana langkah-langkah penyelesaiannya.

DAFTAR PUSTAKA

Freudenthal, H. 1973. *Mathematics as an Educational Task*. Dordrecht: Reidel Publishing.

Gravemeijer, K. 1994. *Developing Realistik Mathematics*. Utrecht: Freudenthal Institute.

Soedjadi, R. 2000. *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia*. Dirjen Dikti. Jakarta Depdikbud.

.... 2001. *Pemanfaatan Realitas dan Lingkungan Dalam Pembelajaran Matematika* . Makalah disajikan pada Seminar Nasional RME di Jurusan Matematika FMIPA UNESA 24 Februari 2001.

Suwarsono, St. 2001. *Beberapa permasalahan yang terkait dengan upaya implementasi PMR di Indonesia*. Makalah disajikan pada Seminar Nasional RME di Universitas Sanata Dharma Yogyakarta tanggal 14 – 15 November 2001.

Van den Heuvel – Panhuizen, M. 1985. *Assesment and Realistik Mathematics Education. Utrecht*: Freudenthal Institute: Utrecht University.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 10

Penggunaan Instrumen Monitoring Diri Metakognisi Dan Kemampuan Mahasiswa Menerapkan Strategi Pemecahan Masalah Matematika[1]

Oleh :
Dr. Hj. Epon Nur'aeni L., M.Pd.
UPI Kampus Tasikmalaya

ABSTRAK

Salah satu kompetensi utama yang dikembangkan melalui pembelajaran matematika adalah pemecahan masalah. Oleh karena itu, mahasiswa PGSD sebagai calon guru sekolah dasar harus menguasai strategi pemecahan masalah dan penerapannya pada pembelajaran matematika di sekolah dasar. Tujuan utama dari penelitian ini adalah untuk memperoleh data tentang cara meningkatkan kemampuan mahasiswa dalam menerapkan strategi pemecahan masalah matematika melalui penggunaan Instrumen Monitoring Diri Metakognisi. Penelitan ini menggunakan model PTK dengan subjek penelitian satu kelas mahasiswa semester III Program Studi S-1 PGSD UPI Kampus Tasikmalaya. Pengumpulan data menggunakan teknik observasi dan pengisian angket. Teknik pengolahan data menggunakan teknik deskriptif kualitatif. Hasil penelitian antara lain telah adanya perkembangan kemampuan mahasiswa menerapkan strategi pemecahan masalah. Hanya saja, strategi yang digunakan oleh mahasiswa belum beragam serta jawaban tertulis belum semuanya mengikuti langkah-langkah pemecahan masalah.

Kata Kunci : masalah, pemecahan masalah, metakognisi

PENDAHULUAN

Kemampuan memecahkan masalah merupakan salah satu pendekatan pembelajaran yang dikembangkan pada kurikulum mata pelajaran Matematika baik pada Kurikulum 2004 atau KTSP 2006 dari mulai jenjang sekolah dasar sampai sekolah menengah. Keberhasilan proses pembelajaran menggunakan pendekatan pemecahan masalah sangat bergantung kepada guru dalam meramu strategi pembelajaran.

Tahap-tahap berpikir menurut Bloom meliputi pengetahuan, pemahaman, aplikasi, analisis, sintesis, dan evaluasi telah disempurnakan oleh Anderson dan Krathwohl (dalam Sukmadinata dan As'ari, 2005 : 24) menjadi pengetahuan, pemahaman, aplikasi, analisis (sintesis), evaluasi dan kreativitas. Selanjutnya Sukmadinata dan As'ari (2005 : 24) menambahkan tahap berpikir pemecahan masalah sebelum kreativitas sebagai tahapan kognitif. Oleh karena itu, kemampuan memecahkan masalah adalah kemampuan kognitif tingkat tinggi.

Mahasiswa LPTK yang diproyeksikan untuk menjadi guru memerlukan pemahaman tentang strategi pembelajaran matematika dengan menggunakan

[1] Artikel hasil penelitian program Hibah Pembinaan Universitas Pendidikan Indonesia

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

pendekatan pemecahan masalah. Kebutuhan ini juga ditekankan kepada mahasiswa program S-1 PGSD yang diharapkan dapat menerapkan pendekatan pembelajaran pemecahan masalah di sekolah dasar. Mahasiswa program studi S-1 PGSD perlu diberikan pembekalan melalui berbagai pengalaman belajar pada mata kuliah Matematika dan Pendidikan Matematika terutama pada pokok bahasan pembelajaran pemecahan masalah meliputi model, pendekatan, strategi, dan metode pembelajarannya. Selama ini, mahasiswa belum dapat menerapkan strategi pemecahan masalah dengan baik

Lester (dalam Good & Galbraith, 2000 : 1) mengungkapkan bahwa salah satu kajian yang menarik dalam topik pemecahan masalah adalah peran metakognisi dalam pemecahan masalah. Untuk dapat mengetahui metakognisi mahasiswa dalam memecahkan masalah matematika digunakan instrumen monitoring diri metakognisi dalam bentuk angket yang dapat mengamati metakognisi mahasiswa pada saat melakukan pemecahan masalah matematika. Angket ini menjadi bahan evaluasi untuk melihat sejauhmana aktivitas metakognisi mahasiswa ketika memecahkan masalah matematika serta untuk mengetahui kekuarangan dan kesalahan mahasiswa dalam menggunakan strategi pemecahan masalah. Informasi-informasi yang diperoleh dari instrumen monitoring diri akan menjadi bahan untuk memperbaiki kemampuan mahasiswa menggunakan strategi pemecahan masalah.

Berdasarkan latar belakang tersebut, maka perlu merancang dan menerapkan pembelajaran matematika yang dapat meningkatkan kemampuan mahasiswa menerapkan strategi pemecahan masalah matematika melalui sebuah dengan model Penelitian Tindakan Kelas (PTK) . Salah satu cara untuk meningkatkan kemampuan mahasiswa menerapkan strategi pemecahan masalah matematika adalah dengan mengamati metakognisi mahasiswa ketika memecahkan masalah matematika melalui penggunaan angket yang diisi oleh mahasiswa sesaat setelah memecahkan masalah. Hasil observasi ini akan dijadikan bahan evaluasi untuk perbaikan.

Dengan demikian maka prioritas permasalahan lebih lanjut dirumuskan sebagai berikut : Bagaimanakah membuat dan menggunakan instrumen monitoring diri metakognisi agar dapat meningkatkan kemampuan mahasiswa dalam menerapkan strategi pemecahan masalah matematika ? Rumusan masalah tersebut lebih lanjut dirinci dengan pertanyaan penelitian tindakan sebagai berikut : Bagaimanakah membuat

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

intrumen monitoring diri metakognisi untuk pembelajaran pemecahan masalah? ; Bagaimanakah menggunakan intrumen monitoring diri metakognisi dalam pembelajaran pemecahan masalah? ; Bagaimanakah efektifitas pencapaian hasil belajar pada pembelajaran pemecahan masalah dengan menggunakan intrumen monitoring diri metakognisi?

Secara umum tujuan penelitian ini adalah untuk meningkatkan kemampuan mahasiswa program studi S-1 PGSD UPI Kampus Tasikmalaya dalam menerapkan strategi pemecahan masalah matematika melalui penggunaan instrumen monitoring diri metakognisi. Lebih spesifik tujuan tersebut dirinci sebagai berikut : Membuat dan mengembangkan intrumen monitoring diri metakognisi untuk pembelajaran pemecahan masalah ; Menyusun strategi pembelajaran yang efektif tentang pemecahan masalah matematika dengan mengunakan intrumen monitoring diri metakognisi ; Meningkatnya kemampuan mahasiswa dalam memecahkan masalah matematika melalui penggunaan strategi pemecahan masalah yang bervariasi.

Adapun hipotesis tindakan dari penelitian ini adalah : "*Serangkaian tindakan reflektif penggunaan intrumen monitoring diri metakognisi akan meningkatkan kemampuan mahasiswa program studi S-1 PGSD UPI Kampus Tasikmalaya dalam menerapkan strategi pemecahan masalah matematika*."

TINJAUAN PUSTAKA

Masalah Matematika

Suatu masalah biasanya memuat situasi yang mendorong seseorang untuk menyelesaikannya akan tetapi tidak tahu secara langsung apa yang harus dikerjakan untuk menyelesaiknnya. Jika suatu masalah diberikan kepada seorang anak dan anak tersebut dapat mengetahui cara penyelesainnya dengan benar, maka soal tersebut tidak dapat dikatakan sebagai masalah. Kemampuan memecahkan masalah bisa diperoleh melalui pengalaman dalam menyelesaikan masalah. Jadi sesuatu dianggap masalah bergantung kepada orang yang menghadapi masalah tersebut disamping secara impilisit suatu soal bisa memiliki karakteristik sebagai masalah.

Moursund (2005:29) mengatakan bahwa seseorang dianggap memiliki dan menghadapi masalah bila menghadapi 4 kondisi berikut ini :

- Memahami dengan jelas kondisi atau siatuasi yang sedang terjadi

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

- Memahami dengan jelas tujuan yang diharapkan. Memiliki berbagai tujuan untuk menyelesaikan masalah dan dapat mengarahkan menjadi satu tujuan penyelesaian
- Memahami sekumpulan sumber daya yang dapat dimafaatkan untuk mengatasi situasi yang terjadi sesuai dengan tujuan yang diinginkan. Hal ini meliputi waktu, pengetahuan, keterampilan, teknologi atau barag tertentu
- Memiliki kemampuan untuk menggunakan berbagai sumber daya untuk mencapa tujuan.

Dalam pembelajaran matematika, masalah dapat disajikan dalam bentuk soal tidak rutin dapat berupa soal cerita, penggambaran penomena atau kejadian, ilustrasi gambar atau teka-teki. Masalah tersebut kemudian disebut masalah matematika karena mengandung konsep matematika. Terdapat beberapa jenis masalah matematika, walaupun sebenarnya tumpang tindih, tapi perlu dipahami oleh guru matematika ketika akan menyajikan jenis soal matematika. Menurut Hudoyo (1997:191), jenis-jenis masalah matematika adalah sebagai berikut :

- *Masalah transalasi*, merupakan masalah kehidupan sehari-hari yang untuk menyelesaikannya perlu teranslasi dari bentuk verbal ke bentuk matematika
- *Masalah aplikasi*, memberikan kesempatan kepada siswa untuk menyelesaikan masalah dengan menggunakan berbagai macam-maacam keterampilan dan prosedur matematika.
- *Masalah proses*, biasanya untuk menyusun langkah-langkah merumuskan pola dan strategi khusus dalam menyelesaikan masalah. Masalah seperti ini dapat melatih keterampilan siswa dalam menyelesaikan masalah sehingga menjadi terbiasa menggunakan strategi tertentu.
- *Masalah teka-teki*, seringkali digunakan untuk rekreasi dan kesenangan sebagai alat yang bermanfaat untuk tujuan afektif dalam pembelajaran matematika.

Pemecahan Masalah Matematika

Soedjadi (1994, dalam Abbas, 2000 : 2) menyatakan bahwa melalui pelajaran Matematika diharapkan dan dapat ditumbuhkan kemampuan-kemampuan yang lebih bermanfaat untuk mengatasi masalah-masalah yang diperkirakan akan dihadapi peserta didik di masa depan. Kemampuan tersebut diantaranya adalah kemampuan memecahkan masalah. Lebih lanjut Ruseffendi (1991, dalam Abbas, 2000 : 2) menyatakan bahwa kemampuan memecahkan masalah amatlah penting, bukan saja bagi mereka yang dikemudian hari akan mendalami Matematika, melainkan juga bagi mereka yang akan menerapkannya, baik dalam bidang studi lain maupun dalam kehidupan sehari-hari. Menurut Good et.al. (Goos et.al., 2000 : 2), seseorang dianggap sebagai pemecah masalah yang baik jika ia mampu memperlihatkan kemampuan memecahkan masalah yang dihadapi dengan memilih dan menggunakan berbagai alternatif strategi sehingga mampu mengatasi masalah.

Masih menurut Good & Galbraith (2000 : 2), cara berpikir secara matematis yang efektif dalam memecahkan masalah meliputi tidak saja aktivitas kognitif, seperti menyajikan dan menyelesaikan tugas serta menerapkan strategi untuk menemukan solusi, tetapi juga meliputi pengamatan metakognisi yang digunakan untuk mengatur berbagai aktivitas serta untuk membuat keputusan sesuai dengan kemampuan kognitif yang dimiliki. Dalam Suherman et.al. (2001 : 95) dinyatakan bahwa menurut berbagai penelitian dilaporkan bahwa anak yang diberi banyak latihan pemecahan masalah memiliki nilai lebih tinggi dalam dalam tes pemecahan masalah dibandingkan dengan anak yang latihannya sedikit.

Buku Polya yang pertama yaitu *How To Solve It* (1945) menjadi rujukan utama dan pertama tentang berbagai pengembangan pembelajaran pemecahan masalah terutama masalah matematika. Menurut Polya (Suherman et.al., 2001 : 84), solusi soal pemecahan masalah memuat empat langkah penyelesaian, yaitu : pemahaman terhadap permasalahan, perencanaan penyelesaian masalah, melaksanakan perencanaan penyelesaian masalah, dan memeriksan kembali penyelesaian

Sedangkan menurut Schoenfeld (Goos et.al., 2000 : 2) terdapat 5 episode dalam memecahkan masalah, yaitu *Reading, Analisys, Exploration, Planning/Implementation, dan Verification.* Artzt & Armour-Thomas (Goos et.al, 2000 : 2) telah mengembangkan langkah-langkah pemecahan masalah dari Schoenfeld, yaitu menjadi *Reading, Understanding, Analisys, Exploration, Planning, Implementation,* dan *Verification.* Langkah-langkah penyelesaian masalah tersebut sebenarnya merupakan pengembangan dari 4 langkah Polya.

Pembelajaran Pemecahan Masalah

Sanjaya (2006:15) membedakan antara mengajar memecahkan masalah dengan pemecahan masalah sebagai suatu startegi pembelajaran. Mengajar memecahkan masalah adalah mengajar bagaimana mahasiswa memecahkan suatu persoalan, misalkan memecahkan soal-soal matematika. Sedangkan strategi pembelajaran pemecahan masalah adalah teknik untuk membantu mahasiswa agar memahami dan menguasi materi pembelajaran dengan menggunakan strategi pemecahan masalah. Perbedaannya terdapat pada kedudukan pemecahan masalah apakah sebagai konten atau isi pelajaran atau sebagai strategi. Strategi pembelajaran pemecahan masalah bisa dalam hal pendekatan atau metode pembelajaran.

Dalam pembelajaran matematika, pembelajaran dengan pendekatan pemecahan masalah berarti guru menyajikan materi pelajaran dengan mengarahkan siswa kepada pemanfaatan strategi pemecahan masalah dalam memahami materi pelajaran dan dalam menyelesaikan soal-soalnya. Materi pelajaran dipandang sebagai sekumpulan masalah yang harus dipahami dan diselesaiakan. Sedangkan metode pemecahan masalah lebih sempit lagi, yaitu bagaimana guru menyajikan soal-soal sebagai masalah yang harus dipecahkan dengan strategi pemecahan masalah.

Metakognisi

Kesuksesan seseorang dalam memecahkan masalah antara lain sangat bergantung pada kesadarannya tentang apa yang mereka ketahui dan bagaimana dia melakukannya. Menurut Suherman et.al. (2001 : 95), metakognisi adalah suatu kata yang berkaitan dengan apa yang diketahui tentang dirinya sebagai individu yang belajar dan bagaimana dia mengontrol serta menyesuaikan prilakunya. Seseorang perlu menyadari kekurangan dan kelebihan yang dimilikinya. Metakognisi adalah suatu bentuk kemampuan untuk melihat pada diri sendiri sehingga apa yang dia lakukan dapat terkontrol secara optimal. Dengan kemampuan seperti ini seseorang dimungkinkan memiliki kemampuan tinggi dalam memecahkan masalah, sebab dalam setiap langkah yang dia kerjakan senantiasa muncul pertanyaan : “Apa yang saya kerjakan ?”;

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

“Mengapa saya mengerjakan ini?”; “Hal apa yang membantu saya untuk menyelesaikan masalah ini?”.

Flavel (Jonassen, 2000 : 14) memberikan definisi metakognisi sebagai kesadaran seseorang tentang bagaimana ia belajar, kemampuan untuk menilai kesukaran sesuatu masalah, kemampuan untuk mengamati tingkat pemahaman dirinya, kemampuan menggunakan berbagai informasi untuk mencapai tujuan, dan kemampuan menilai kemajuan belajar sendiri. Hal ini menunjukkan bahwa metakognisi memiliki peran dalam strategi pemecahan masalah yang dilakukan.

Anderson & Krathwohl (Sukmadinata & As’ari, 2006 : 26) memberikan rincian dari pengetahuan yang dapat dikuasi atau diajarkan pada setiap tahapan kognitif. Dalam lingkup pengetahuan tersebut, pengetahuan metakognitif menempati pada tingkat tertinggi setelah pengetahuan faktual, pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural. Pengetahuan metakognitif meliputi pengetahuan strategik, pengetahuan tugas-tugas berpikir dan pengetahuan pribadi. Sebagai contoh pengetahuan metakognitif, yaitu pengetahuan tentang langkah-langkah penelitian, rencana kegiatan dan program kerja ; pengetahuan tentang jenis metode, tes yang harus digunakan dan dikerjakan guru ; dan pengetahuan tentang sikap, minat, karakteristik yang harus dikuasai untuk menjadi guru yang baik.

Instrumen Monitoring Diri Metakognisi

Intrumen ini dirancang dan dibuat berupa angket untuk memantau strategi metakognisi mahasiswa dalam memecahkan masalah matematika yang disajikan. Instrumen ini dikembangkan dari instrumen yang digunakan oleh Goos et.al. (2000 : 18) yang dikembangkan pula dari Fortunato et.al. (Goos et.al., 2000 : 20).

Instrumen tersebut dibagi menjadi 4 bagian, yaitu :

- *Bagian pertama*, berupa pertanyaan-pertanyaan untuk mengetahui strategi berfikir atau metakognisi mahasiswa dalam proses memahami masalah yang disajikan.
- *Bagian kedua*, memuat pertanyaan-pertanyaan untuk mengetahui strategi berfikir atau metakognisi mahasiswa di saat memecahkan masalah yang disajikan.
- *Bagian ketiga*, memuat pertanyaan-pertanyaan untuk mengetahui strategi berfikir atau metakognisi mahasiswa ketika selesai memecahkan masalah.

- *Bagian keempat*, memuat pertanyaan-pertanyaan untuk mengetahui jenis strategi pemecahan masalah yang digunakan mahasiswa.

Berikut ini adalah pertanyaan-pertanyaan metakognisi dalam Instrumen Monitoring Diri Metakognisi :

Tabel 1

Instrumen Monitoring Diri Metakognisi

Pertanyaan-pertanyaan Monitoring Diri	Tujuan Pertanyaan
Sebelum mulai memecahkan masalah	
1. Saya membaca masalah lebih dari satu kali.	Menilai pengetahuan pada masalah
2. Saya yakin bahwa saya memahami masalah yang ditanyakan pada saya	Menilai pemahaman terhadap masalah
3. Saya mencoba menyajikan masalah dengan bahasa saya sendiri	Menilai pemahaman terhadap masalah
4. Saya mencoba untuk mengingat jika saya pernah menyelesaikan masalah yang mirip dengan masalah ini.	Menilai pengetahuan dan pemahaman terhadap masalah
5. Saya mengidentifikasi dan memeriksa setiap informasi yang terdapat dalam masalah ini.	Menilai pengetahuan dan pemahaman terhadap masalah
6. Saya berpikir tentang pendekatan yang berbeda yang akan saya coba untuk memecahkan masalah.	Menilai tentang pemilihan strategi pemecahan masalah
Ketika menyelesaikan masalah	
7. Saya melakukan pemecahan masalah tahap per tahap.	Menilai penerapan strategi pemecahan masalah
8. Saya telah membuat kesalahan dan mengulangi beberapa pekerjaan	Menilai pemeriksaan pada kesalahan
9. Saya membaca ulang masalah untuk memeriksa bahwa saya telah melakukan langkah yang tepat.	Menilai pemahaman pada masalah
10. Saya bertanya pada diri sendiri apakah saya sudah mendekati penyelesaian.	Menilai pemahaman pada progress penyelesaian
11. Saya memikirkan ulang tentang metode penyelesaian yang saya gunakan dan mencoba metode/ pendekatan baru	Menilai penerapan strategi yang beragam
Setelah menyelesaikan masalah	
12. Saya memeriksa hasil perhitungan agar yakin bahwa penyelesaiannya sudah benar	Menilai akurasi dan ketepatan penyelesaian
13. Saya memeriksa kembali metode yang digunakan untuk mengetahui bahwa saya telah menyelesaikan masalah seperti dimaksud	Menilai penerapan strategi
14. Saya bertanya pada diri sendiri apakah jawabannya sudah benar atau tidak	Menilai ketepatan dari solusi
15. Saya memikirkan tentang cara lain untuk menyelesaikan masalah.	Menilai penarapan strategi yang beragam
Strategi yang digunakan	
16. Saya menggunakan metode *Guess and Check*	Mengecek strategi yang digunakan
17. Saya menggunakan aljabar untuk merancang beberapa persamaan untuk diselesaikan	
18. Saya membuat diagram atau gambar.	
19. Saya menuliskan hal-hal yang penting.	
20. Saya merasa bingung dan tidak bisa memutuskan untuk berbuat sesuatu	
21. Saya menggunakan cara lain untuk untuk menyelesaikan masalah.	

Dikembangkan berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh Merrilyn Goos, Peter Galbraith dan Peter Renshaw (2000).

METODOLOGI PENELITIAN

Metode penelitian yang digunakan adalah Penelitian Tindakan Kelas (PTK) dengan jumlah 2 siklus. Subjek penelitian ini adalah mahasiswa program S-1 PGSD UPI Kampus Tasikmalaya semester III angkatan 2008/2009. Dari beberapa kelas yang tersedia dipilih kelas II.F dengan jumlah mahasiswa 42 orang. Pada semester 3 mahasiswa S-1 PGSD mengambil matakuliah Pendidikan Matematika II, sebelumnya mereka telah mengambil matakuliah Matematika dan Pendidikan Matematika I. Pemilihan kelas semester 3 dikarenakan mereka telah memperoleh materi strategi pemecahan masalah di semester 1 pada matakuliah Matematika. Sementara objek penelitian atau materi yang dijadikan soal/masalah adalah Konsep Bangun Ruang dan Pengukurannya yang merupakan sub kajian dalam mata kuliah Pendidikan Matematika II. Lebih khususnya adalah tentang pengukuran kubus dan balok dengan pendekatan kubus satuan.

Rangkaian pelaksanaan penelitian dilaksanakan selama 8 bulan dari April 2009 sampai September 2009 yang semuanya bertempat di UPI Kampus Tasikmalaya. PTK ini dilaksanakan dengan operasionalisasi berikut ini : tahap refleksi awal, merancang langkah-langkah tindakan, menuangkan gagasan ke dalam bentuk Satuan Acara Perkuliahan (SAP) dan instrumen-instrumen penelitian, dan tahap pelaksanaan tindakan meliputi : tahap orientasi, tahap persiapan pra tindakan, tahap pelaksanaan tindakan, tahap pengamatan, tahap refleksi dan tahap perencanaan tindakan lanjutan.

Teknik pengumpulan data yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut : teknik observasi, teknik tes atau penilaian dan analisis deskriptif. Dan teknik pengolahannya adalah metode *coding* atau *labeling*, *triangulasi*, dan *saturasi.*

Dalam penelitian ini, dirancang beberapa instrumen, yaitu : Instrumen Monitoring Diri Metakognisi, instrumen obeservasi perencanaan pembelajaran, instrumen observasi proses pembelajaran dan instrumen data pendukung dan penghambat dalam pembelajaran. Pada siklus 1 mahasiswa diberikan Lembar Kerja untuk dikerjakan oleh mahasiswa dengan masalah : menghitung jumlah kubus satuan bagian luar dari suatu kubus dengan ukuran tertentu. Sedangkan pada siklus 2

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

masalahnya adalah : menghitung jumlah kubus satuan bagian luar dari suatu balok dengan ukuran tertentu serta membuat generalisasi dari masalah itu. Setelah mahasiswa selesai memecahkan masalah kemudian dibagi Instrumen Monitoring Diri Metakognisi untuk diisi.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Pada matakuliah Matematika di semester 1, materi strategi pemecahan masalah telah diajarkan kepada mahasiswa dan biasanya diselingi dengan latihan- latihan mahasiswa melatih menerapkan strategi pemecahan masalah matematika.

Pada makuliah Pendidikan Matematika I dan II disamping penanaman konsep-konsep matematika SD juga diajarakan bagaiamana menyusun strategi pembelajaran matematika SD tertentu untuk setiap materi matematika SD. Ada beberapa strategi pembelajaran yang biasa digunakan dalam perkuliahan Pendidikan Matetamtika I dan II, yaitu : metode ekspositori, metode diskusi. metode praktek/simulasi, dan disamping itu mahasiswa merancang dan membuat alat peraga. Dari setiap strategi perkuliahan diatas, seringkali diselingi dengan penyajian soal-soal tidak rutin untuk melatih mahasiswa menerapkan strategi pemecahan masalah yang telah mereka pelajari di matakuliah Matematika pada semester 1.

Walaupun mahasiswa telah mempelajari strategi pemecahan masalah pada semester 1, kemampuan mereka dalam menggunakan strategi pemecahan masalah matematika belum sesuai dengan harapan. Mahasiswa belum terbiasa menggunakan langkah-langkah penyelesaian berdasarkan strategi pemecahan masalah matematika. Pemilihan strategi yang digunakan juga menjadi kendala bagi mahasiswa karena belum terbiasa menggunakannya. Dari hasil penilaian pada tes yang dilakukan ketika mahasiswa diberi soal pemecahan masalah/tidak rutin, sebagian besar mahasiswa menggunakan cara coba-coba (*Guess and* Check) tapi tidak terpola dan terencana.

Pada pra penelitian yang dilakukan, kami memberikan soal tidak rutin (instrumen soal dilampirkan) tentang konsep pola bilangan untuk diselesaikan oleh mahasiswa. Setelah mahasiswa menyelesaikan soal tersebut, kami memberikan angket yaitu Instrumen Monitoring Diri Metakognisi untuk memantau metakognisi mahasiswa ketika memecahkan masalah tersebut. Tidak ada seorangpun mahasiswa yang menyelesaikannya dengan baik.

Pembahasan hasil penelitian tentang Pengunaan Instrumen Monitoring Diri Metakognisi untuk Meningkatkan Kemampuan Mahasiswa Menerapkan Strategi Pemecahan Masalah Matematika adalah seperti di bawah ini.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Perencanaan

Bahan pembelajaran yang disiapkan meliputi materi tentang strategi pemecahan masalah serta pemilihan soal/masalah untuk diberikan kepada mahasiswa dalam bentuk lembar kerja. Pemilihan materi sudah tepat karena sesuai dengan materi yang sedang dibahas pada perkuliahan rutin yaitu konsep Bangun Ruang dan Pengukurannya. Soal pada lembar kerja di siklus 1 dan siklus 2 secara konseptual berhubungan sehingga mahasiswa dapat melakukan perbaikan strategi yang digunakan ketika memecahkan masalah.

Skenario yang digunakan pada pembelajaran siklus 1 dan siklus 2 sudah telah sesuai dengan kebutuhan pembelajaran walaupun tidak dilakukan tes formatif di akhir pembelajaran. Skenario pembelajaran disusun dalam waktu 2 jam. Kemampuan yang dikembangkan adalah kemampuan mahasiswa dalam menerapkan strategi pemecahan masalah matematika. Hasil belajar yang ingin diperoleh adalah mahasiswa mampu menerapkan strategi pemecahan masalah matematika dengan indikator mahasiswa melakukan aktifitas untuk memahami masalah dengan benar ; melakukan langkah-langkah pemecahan masalah dengan baik ; melakukan usaha untuk mengevaluasi hasil pekerjaannya ; dan menggunakan salah satu atau lebih strategi pemecahan masalah.

Langkah-langkah pembelajarannya dirancang sebagai berikut :

- Tahap apersepsi. Dosen (anggota tim peneliti) dan mahasiswa melakukan Tanya jawab tentang konsep strategi pemecahan masalah yang telah mahasiswa peroleh di semester 1 pada mata kuliah Matematika
- Tahap eksplorasi. Dosen menjelaskan tentang pentingnya pemecahan masalah dalam kurikulum sekolah dasar ; dosen menjelaskan strategi-strategi pemecahan masalah ; dosen menjelaskan hasil evaluasi terhadap kemampuan mahasiswa dalam memecahkan masalah pada kegiatan pra tindakan ; dosen menjelasken pentingnya strategi berfikir (metakognisi) dalam memecahkan masalah
- Tahap Konsolidasi. Dosen memberikan lembar kerja yang memuat soal untuk diselesaikan dengan strategi pemecahan masalah ; mahasiswa menyelesaikan soal secara individu ; dosen menjawab pertanyaan-pertanyaan mahasiswa berkenaan dengan kesulitan yang mereka hadapi
- Tahap pembentukan sikap. Dosen membahas beberapa hasil perkerjaan mahasiswa dan menjelaskan pola umum dan kecenderungan mahasiswa dalam menyelesaiakan soal; dosen memberikan Instrumen Monitoring Diri Metakognisi kepada mahasiswa untuk diisi; dosen memandu untuk mengisinya terutama jika terdapat mahasiswa yang belum paham dengan pertanyaan-pertanyaannya

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Proses Pembelajaran

Proses pembelajaran pada siklus 1 dan siklus 2 pada dasarnya dapat berjalan sesuai dengan kebutuhan. Mahasiswa terlihat aktif dalam mengerjakan lembar kerja. Sesuai dengan perencanaan, tidak dilakukan tes formatif tetapi penilaian kemampuan mahasiswa tetap bisa dilakukan melalui Instrumen Monitoring Diri Metakognisi dan Lembar Jawaban mahasiswa dalam menyelesaikan lembar kerja. Pelaksanaan pembalajaran siklus 1 dan siklus 2 tidak jauh berbeda hanya saja pada siklus 2 mahasiswa ditekankan untuk dapat menemukan pola umum dari soal dan pemecahannya.

Hasil Pelaksanaan

Hasil pembelajaran pada siklus 1 dan siklus 2 pada dasarnya menunjukkan perkembangan kemampuan mahasiswa dalam menerapkan strategi pemecahan masalah matematika. Hal ini dapat dilihat pada tabel berikut ini.

Tabel 2
Kemampuan Mahasiswa Menerapkan Strategi Pemecahan Masalah

Pertanyaan ke-	Jawaban "Ya"				Perubahan %
	Siklus 1		Siklus 2		
	Σ	%	Σ	%	
1	42	100,00	42	100,00	0,00
2	35	83,33	36	85,71	2,38
3	37	88,10	41	97,62	9,52
4	36	85,71	41	97,62	11,90
5	39	92,86	40	95,24	2,38
6	29	69,05	27	64,29	-4,76
7	42	100,00	42	100,00	0,00
8	35	83,33	34	80,95	-2,38
9	36	85,71	38	90,48	4,76
10	36	85,71	41	97,62	11,90
11	23	54,76	26	61,90	7,14
12	40	95,24	38	90,48	-4,76
13	38	90,48	36	85,71	-4,76
14	37	88,10	41	97,62	9,52
15	24	57,14	25	59,52	2,38

Berdasarkan Tabel 4.12 di atas, secara umum terjadi peningkatan kemampuan mahasiswa menerapkan strategi pemecahan masalah. Pada langkah memahami masalah hanya pertanyaan ke-6 yang ternyata mengalami penurunan. Hal ini berarti bahwa beberapa mahasiswa tidak lagi memikirkan pendekatan yang bereda dalam memehami

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

dan memecahkan masalah hal ini bisa disebabkan karena soal yang diberikan pada sikus 2 menuntun mahasiswa mengunakan strategi yang sama dengan pemecahan soal pada siklus 1.

Penurunan pada pertanyaan ke-8 berarti ada beberapa orang mahasiswa yang merasa tidak melakukan kesalahan lagi dan memperbaiki pekerjaannya. Pertanyaan ini sebenarnya ingin melihat bagaiamana mahasiswa mampu memperbaiki kesalahan yang mereka lakukan ketika memecahkan masalah. Demikian juga penurunan pada pertanyaan ke-12 dan ke-13 menunjukkan ada beberapa mahasiswa yang tidak lagi memeriksa hasil perhitungannya dan juga tidak memeriksa atau memikirkan ulang metode yang telah digunakan.

Untuk menjelaskan strategi yang digunakan mahasiswa dalam mememecahkan masalah, kami lebih memperhatikan kepada hasil penilaian kami terhadap lembar jawaban mahasiswa. Berikut ini tabelnya.

Tabel 3. Strategi Pemecahan Masalah yang Digunakan Mahasiswa

Jenis Strategi	Siklus 1		Siklus 2	
	Σ	%	Σ	%
Menggambar kembali	4	9,52	2	4,76
Menghitung bagian perbagian	42	100,00	42	100,00
Menggunakan pola setiap bagian	0	0,00	32	76,19
Menggunakan pola bagian dalam dan luar	0	0,00	0	0,00
Menemukan rumus umum	0	0,00	10	23,81

Pada siklus 1 seluruh mahasiswa menggunakan cara hitung langsung terhadap kubus-kubus satuan pada bagian luar dan hanya 4 orang yang berusaha menggambarnya kembali. Sebenarnya, ketika dosen memantau aktivitas mahasiswa terlihat sebagian besar diantara mereka menggambar atau membuat ilustrasi kembali tetapi tidak dituangkan pada lembar jawaban. Pada siklus 2 sebagian besar (76,19 %) mahasiswa sudah menemukan pola untuk menghitung bagian per bagian kubus satuan bagian luar. Bahkan sebagian kecil mahasiswa (23,81 %) sudah ada yang menemukan rumus umum karena pada soal di siklus 2 memang mengarahkan mahasiswa untuk menemukan rumus umum dari soal tersebut.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Faktor Pendukung dan Penghambat

Faktor pendukung pada siklus 1 dan siklus 2 adalah respon mahasiswa terhadap soal-soal tidak rutin yang menuntut mahasiswa menerapkan strategi pemecahan masalah. Pembelajaran ini memberikan pengalaman bagi mahasiswa sehingga nanti dapat menerapkannya di sekolah dasar. Pemilihan materi soal yang sesuai dengan rencana perkuliahan rutin. Sementara faktor penghambat yang masih dirasakan adalah pengaturan kelas yang belum optimal untuk melakukan pembelajaran pemecahan masalah sehingga harus diperhatikan model pembelajaran yang akan digunakan apakah klasikal, individual atau berkelompok dalam menyelesaikan soal.

KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Perencanaan dilakukan secara umum untuk kegiatan penelitian dan secara khusus untuk perencanaan setiap tindakan. Perencanaan umum didasarkan pada hasil observasi dan identifikasi permasalahan pada pembelajaran matematika di Program Studi S-1 PGSD serta terhadap kemampuan mahasiswa dalam menerapkan strategi pemecahan masalah. Berdasarkan pengalaman dan observasi kemampuan mahasiswa menerapkan strategi pemecahan masalah matematika belum sesuai yang diharapkan. Mahasiswa terlihat kesulitan melakukan langkah-langkah penyelesaian secara prosedural berdasarkan strategi pemecahan masalah.

Skenario pembelajaran dirancang untuk efektivitas pembelajaran yang memuat kompetensi/kemampuan mahasiswa yang akan dikembangkan, hasil belajar beserta indikator keberhasilannya. Tahapan pembelajaran yang menjadi perhatian penting adalah tahapan konsolidasi, dimana mahasiswa mengerjakan lembar kerja.

Pada siklus 1 fokus perbaikan lebih ditekankan kepada efektivitas penggunaan Instrumen Monitoring Diri Metakognisi serta kemampuan mahasiswa menerapkan strategi pemecahan masalah. Sedangkan pada siklus 2 fokus perbaikan diarahkan untuk menuntun mahasiswa untuk menemukan pola atau rumus umum dari permasalahan. Pelaksanaan pembelajaran sebanyak 2 kali sesuai dengan jumlah siklus yang direncanakan. Secara umum langkah-langkah pembelajaran antara siklus 1 dan siklus 2

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

tidak ada perbedaan. Hanya, pelaksanaan pembelajaran pada siklus 2 berdasarkan pula hasil refleksi pada siklus 1 disamping perencanaan secara umum.

Proses pembelajaran secara umum berjalan lancar sesuai dengan rencana meliputi tahapan : apersepsi, eksplorasi, konsolodasi dan pembentukan sikap. Pada tahap apersepsi, dosen (anggota tim peneliti) dan mahasiswa melakukan Tanya jawab tentang materi strategi pemecahan masalah yang telah mahasiswa dapatkan di semester 1 pada matakuliah Matematika sebagai upaya untuk menarik minat mahasiswa.

Kemampuan Mahasiswa Menerapkan Strategi Pemecahan Masalah

Kemampuan mahasiswa dalam menerapkan strategi pemecahan masalah didasarkan pada hasil pengisian Instrumen Monitoring Diri Metakognisi dan hasil pekerjaan mahasiswa pada lembar kerja. Berdasarkan instrumen, kemampuan mahasiswa menerapkan strategi pemecahan masalah mengalami peningkatan untuk setiap langkah-langkah pemecahan masalah : memahami masalah, merancang strategi, menerapkan strategi dan memeriksa hasil.

Sedangkan berdasarkan hasil pekerjaan lembar kerja, sebagian besar mahasiswa menjawab soal dengan benar. Walaupun strategi yang digunakan belum beragam pada siklus 1 tetapi pada siklus 2 mahasiswa telah mampu melihat pola memecahkan masalah. Akan tetapi, kemampuan mahasiswa untuk menuangkan gagasan ke dalam kalimat yang baik dan jelas belum optimal sehingga jawaban dari soal tidak terurai dengan lengkap, hanya bagian-bagian pentingnya saja. Sebagian besar mahasiswa juga tidak menjelaskan tahapan-tahapan pemecahan masalah yang mereka lakukan.

Faktor Pendukung dan Penghambat

Faktor pendukung pada siklus 1 dan siklus 2 adalah respon mahasiswa terhadap soal-soal tidak rutin yang menuntut mahasiswa menerapkan strategi pemecahan masalah. Pembelajaran ini memberikan pengalaman bagi mahasiswa sehingga nanti dapat menerapkannya di sekolah dasar. Pemilihan materi soal yang sesuai dengan rencana perkuliahan rutin. Sementara faktor penghambat yang masih dirasakan adalah pengaturan kelas yang belum optimal untuk melakukan pembelajaran pemecahan masalah sehingga harus diperhatikan model pembelajaran yang akan digunakan apakah klasikal, individual atau berkelompok dalam menyelesaikan soal.

Saran

Dosen Matematika perlu meningkatkan latihan kepada mahasiswa dalam menerapkan strategi pemecahan masalah baik dalam pembelajaran yang diselingi penyajian soal-soal pemecahan masalah atau pada soal-soal tes. Tidak hanya itu, mahasiswa pun harus dilatih bagaiaman merancang pembelajaran di SD dengan menggunakan pendekatan pemecahan masalah yang diarahkan pada metode dan teknik pemecahan masalah. Hal ini dapat membantu mahasiswa sebagai calon guru SD dalam mengimplementasikan kurikulum matematika SD dengan pendekatan pemecahan masalah seperti yang diisaratkan pada Kurikulum 2004 atau KTSP 2006.

Instrumen Monitoring Diri Metakognisi dapat dikembangkan untuk penelitian yang serupa dengan menguraikan lebih rinci pertanyaan-pertanyaan metakognisinya. Sehingga mahasiswa dapat mengetahui dengan jelas dan rinci setiap aktivitas metakognisinya ketika memecahkan masalah. Instrumen ini juga dapat digunakan untuk siswa sekolah dasar dan menengah tentunya setelah dilakukan penyesuaian sehingga siswa bisa memahami pertanyaannya.

DAFTAR PUSTAKA

Abbas, N.().*Penerapan Model Pembelajaran Berdasarkan Masalah (Problem Based Intruction) dalam Pembelajaran Matematika di SMU*. Gorontalo : Universitas Negeri Gorontalo

Asmawi, Z. dan Nasution, N. (1994). *Penilaian Hasil Belajar*. Jakarta: Dirjen Dikti Depdikbud.

Ashton, S.C. (------).*Teaching Mathematic Problem Solving with a Workshop Approach and Literature.* Virginia : College of William and Mary Williamsburg. [online] http://www.wm.edu/... /Ashton.pdf

Dahar, R.W. (1991). *Teori-Teori Belajar*. Jakarta : Erlangga.

Goos & Gilbraith.(2000). *A Money Problem : A Source of Insight Into Problem Solving Actioan.* Queensland : The University of Queensland [online] http://www.cimt.plymouth.ac.uk/jornal/pgmoney.pdf

Jonassen, D.(2000). *Toward a Design Theory of Problem Solving To Appear in Educational Technologi : Research and Depelopement.* [online] http://www.coe.missouri.edu/~jonassen/PSPaper%20 final.pdf

Kanda.(2001). *Penelitian Tindakan Kelas*. Dirjen Dikti Proyek Pendidikan Guru.

Kasbolah, K. (1998). *Penelitian Tindakan Kelas*. Malang: Dirjen Dikti Proyek Pendidikan Guru Sekolah Dasar.

Liliasari & Ahman.(2006).*Penelitian Tindakan Kelas (PTK).* Universitas Pendidikan Indonesia. Tidak diterbitkan.

Marsound, D. (2005). *Improving Math Education in Elementary School : A Short Book for Teachers*. Oregon : University of Oregon. [online]. http://darkwing.uoregon.edu/.../ElMath.pdf

Mulyana, Edi Hendri. (2003). *Metodologi Pendidikan Sains Sekolah Dasar*. Tasikmalaya: Buku Wajib Perkuliahan IPA PGSD UPI Kampus Tasikmalaya. Tidak dipublikasikan.

Pusat Kurikulum Depsiknas.(2004). *Kurikulum 2004 : Kompetensi Standar Mata Pelajaran Matemtika.* Jakarta: Depdiknas RI.

________.2003. *Kerangka Dasar Kurikulum 2004.* Jakarta: Pusat Kurikulum

Ruseffendi, E.T. (1991). *Penilaian Pendidikan dan Hasil Belajar khususnya dalam Pengajaran Matematika untuk Guru dan Calon Guru.* Bandung: Tarsito.

Suherman dkk .(2001). *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. Jurusan Pendidikan Matematika UPI. Bandung

Sukmadinata & As'ari.(2006).Pengembangan Kurikulum Berbasis Kompetensi di PT. Universitas Pendidikan Indonesia. Tidak diterbitkan.

Slavin, Robert E. (1994). *Educational Psychology: Theories and Practice. Fourth Edition.* Masschusetts; Allyn and Bacon Publishers.

Sinaga, Bornok. (1999). *Efektifitas Pembelajaran Berdasarkan Masalah (Problem-based Instruction) pada Kleas I SMU dengan Bahan Kajian Fungsi Kuadrat*. TESIS. Program Studi Pendidikan Matematika Program Pascasarjana IKIP Surabaya.

Soedjadi.(1994). *Memantapkan Matematika Sekolah sebagai Wahana Pendidikan dan Pembudayaan Penalaran, Media Pendidikan Matematika.* Surabaya; IKIP Surabaya.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 11

Pengembangan Kemampuan Berpikir Kritis Dan Kreatif Matematis Siswa Melalui Pembelajaran Berbasis-Masalah Yang Menghadirkan Kecerdasan Emosional

Dr. Ibrahim, M.Pd.
Prodi Pendidikan Matematika, Fakualtas Sains dan Teknologi, UIN Sunan Kalijaga

Abstrak

Pembelajaran berbasis-masalah dalam konteks pembelajaran matematika adalah suatu strategi pembelajaran matematika di dalam kelas dengan aktivitas memecahkan masalah matematis sedemikian hingga siswa dapat mengkonstruksi pengetahuan matematis oleh dirinya sendiri. Dalam usaha pencapaian harapan-harapan mengenai hasil pembelajaran matematika dengan menggunakan pembelajaran berbasis-masalah, salah satunya adalah kemampuan berpikir krtis dan kreatif siswa dalam matematika, maka aspek kecerdasan emosional perlu diperhatikan. Hal ini, karena aspek kecerdasan emosional dipandang sebagai aspek yang dapat dijadikan dasar untuk mengikuti proses pembelajaran berbasis-masalah berjalan secara baik. Dengan memperhatikan aspek kecedersan emosional dalam pembelajaran berbasis-masalah itu maka kemampuan berpikir krtis dan kreatif siswa dalam matematika berpeluang besar untuk meningkat secara berarti.

Kata kunci: pembelajaran berbasis-masalah, kecerdasan emosional, kemampuan berpikir kritis matematis, dan kemampuan berpikir kreatif matematis.

A. Pendahuluan

Kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematis yang memadai diharapkan dapat dicapai siswa melalui pembelajaran matematika di kelas. Hal ini, karena siswa yang memiliki kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematis yang memadai memiliki kemungkinan besar untuk dapat mempelajarai masalah secara sistematis, menghadapi berjuta tantangan dengan cara terorganisasi, merumuskan pertanyaan inovatif, dan merancang penyelesaian yang dipandang relatif baru (Johnson, 2006). Lebih jauh, dalam kaitan ini tidak bisa dipungkiri bahwa akhir-akhir ini arus informasi sangat deras, serta di antara informasi tersebut ada yang memang perlu dikonsumsi atau bahkan tidak boleh dikonsumsi. Untuk itu, tentunya diperlukan kemampuan berpikir kritis yang dapat menjadi filter dalam memilih, mengolah, dan menerima informasi. Sementara itu, perlu untuk disadari bahwa di dunia modern sekarang ini sering terjadi perubahan-perubahan yang tak terduga disertai dengan banyak persoalan-persoalan yang memerlukan pemecahan dengan cara atau teknik baru, yang diperoleh dari pemikiran-pemikiran kritis dan kreatif. Sedangkan, tidak sedikit sumber daya manusia yang ada tidak berdaya untuk memecahkan persoalan-persoalan tersebut.

Dalam dunia pendidikan secara umum, proses-proses berpikir kritis dan kreatif jarang dilatih, dan hal ini tidak hanya terjadi di Indonesia tetapi juga di negara-negara lain

(Munandar, 2004). Ironisnya, pengembangan kemampuan berpikir kritis dan kreatif yang sangat memungkinkan untuk dikembangkan melalui pembelajaran matematika, akan tetapi pada umumnya pembelajaran matematika di sekolah masih menekankan pada hafalan dan mencari jawaban dari soal-soal yang sifatnya rutin atau prosedural.

Fakta-fakta yang ada saat ini memberikan petunjuk untuk segera memperbaiki kelemahan-kelamahan dari proses pembelajaran di kelas yang berkaitan dengan kemampuan berpikir kritis dan kreatif, terlebih pada pembelajaran matematika. Karena, apabila kelemahan semacam ini tidak diantisipasi dan tidak diperbaiki maka akan selalu terjadi dan akan menghambat pada pencapaian tujuan pembelajaran matematika yang lebih jauh. Untuk itu, diperlukan alternatif pembelajaran matematika yang berkualitas, yaitu suatu pembelajaran matematika yang inovatif serta memberikan peluang lebih banyak pada siswa untuk mengembangkan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematis sebagai bekal di kehidupan saat ini dan kehidupan yang akan datang.

Salah satu alternatif pembelajaran yang memberikan peluang bagi siswa untuk mengembangkan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematis adalah pembelajaran berbasis-masalah (selanjutnya disingkat PBM). Pembelajaran berbasis-masalah atau *Problem-Based Learning* adalah suatu pembelajaran yang diawali dengan menghadapkan siswa pada suatu masalah (Savery dan Duffy, 1995; Tan, 2004; Weissinger, 2004). Dalam konteks pembelajaran matematika Shoenfeld dan Boaler (Roh, 2003) menyatakan bahwa PBM adalah suatu strategi pembelajaran matematika di dalam kelas dengan aktivitas memecahkan masalah serta memberikan peluang lebih banyak pada siswa untuk berpikir kritis dan kreatif serta berkomunikasi matematis dengan teman sebayanya.

Berkaitan dengan usaha mencapai tujuan pembelajaran matematika melalui PBM, tentunya menuntut siswa untuk menggunakan potensinya secara optimal. Sementara itu, untuk menciptakan proses pembelajaran dengan penggunaan potensi siswa secara optimal, Shapiro (2003) menyatakan bahwa kecerdasan emosional yang dimiliki siswa perlu menjadi perhatian. Pertimbangan emosional dalam pembelajaran matematika secara istimewa mungkin akan sedikit banyak membantu dalam menerima pelajaran matematika, di tengah anggapan yang masih diyakini oleh sebagian besar siswa, yaitu matematika merupakan mata pelajaran yang sulit. Dengan demikian, kehadiran kecerdasan emosional dapat dipandang sebagai aspek yang perlu dipertimbangkan, bahkan dapat dijadikan dasar untuk mengikuti proses pembelajaran berbasis-masalah dengan baik.

Dengan memperhatikan uraian di atas, maka keperluan untuk melakukan studi atau kajian yang berfokus pada penggunaan pembelajaran matematika yang diduga dapat mengembangkan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematis siswa, dipandang oleh penulis menjadi sangat urgen dan utama. Untuk itu, dalam tulisan ini akan dikaji mengenai pembelajaran berbasis-masalah yang menghadirkan kecerdasan emosional dalam rangka mengembangkan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematis siswa.

B. Kemampuan Berpikir Kritis Matematis

Dalam masyarakat modern, berpikir mengarah pada berpikir dalam tingkatan yang lebih tinggi, salah satunya yaitu berpikir kritis (Johnson, 2006). Dalam kaitan ini, terdapat beberapa pengertian berpikir kritis yang dikemukakan beberapa ahli. Wijaya (Handayani, 2002) menyatakan bahwa berpikir kritis mengarah pada kegiatan manganalisa ide atau gagasan ke arah yang lebih spesifik, membedakan sesuatu hal secara tajam, memilih, mengidentifikasi, mengkaji, dan mengembangkan kearah yang lebih sempurna. Selanjutnya, John Chaffee (Johnson, 2006) mengartikan berpikir kritis sebagai berpikir yang digunakan untuk menyelidiki secara sistematis dari proses berpikir seseorang dalam mengunakan bukti dan logika pada proses berpikir tersebut. Berikutnya, Ennis (Hassoubah, 2004) menyatakan bahwa berpikir kritis adalah berpikir yang beralasan dan reflektif dengan menekankan pada pembuatan keputusan tentang apa yang harus dipercayai dan dilakukan.

Sejumlah pendapat mengenai berpikir kritis yang dikemukakan di atas, memberikan arahan bahwa seseorang yang berpikir kritis adalah seseorang yang mampu menyelesaikan masalah, membuat keputusan, dan belajar konsep-konsep baru melalui kemampuan bernalar dan berpikir reflektif berdasarkan suatu bukti dan logika yang diyakini benar. Dengan demikian, untuk mampu berpikir kritis berarti mengharuskan terbuka, jelas, berdasarkan fakta atau bukti, dan logika dalam memberikan alasan-alasan atas pilihan keputusan atau kesimpulan yang diambilnya.

Meskipun rumusan yang diajukan oleh para ahli tentang berpikir kritis berjumlah cukup banyak, namun pada intinya rumusan-rumusan yang diungkapkan para ahli tentang berpikir kritis memiliki inti yang sama. Dalam konsensusnya, para ahli menyebutkan enam komponen yang ada dalam berpikir kritis dan dianggap sebagai inti dari berpikir kritis. Facione (Syukur, 2004) mengemukakan bahwa keenam komponen itu adalah interpretasi, analisis, evaluasi, penarikan kesimpulan, eksplanasi dan pengaturan diri.

Berdasarkan beberapa pendapat ahli tentang berpikir kritis yang telah diurakan di atas maka dapat disimpulkan bahwa kemampuan berpikir kritis matematis siswa adalah kemampuan berpikir siswa secara beralasan dan pertimbangan mendalam yang dapat membantu dalam membuat, mengevaluasi, mengambil, dan memperkuat suatu keputusan atau kesimpulan tentang situasi atau masalah matematis yang dihadapinya.

C. Kemampuan Berpikir Kreatif Matematis

Berbagai definisi yang digunakan untuk membatasi maksud yang terkandung dalam pengertian yang berkaitan dengan istilah kreativitas atau cara berpikir kreatif. Namun demikian, sebagian pakar sepakat dengan definisi kreativitas yang telah dirumuskan oleh para pendahulu mereka. Hal ini diperlihatkan oleh Frome (Al-Khalili, 2005) yang membagi kreativitas ke dalam dua makna. Dari dua makna tersebut Al-Khalili (2005) menyimpulkan bahwa pertama, kreativitas tidak diharuskan untuk menghasilkan sesuatu yang baru, dan kedua, kreativitas menghasilkan sesuatu yang baru yang diketahui eksistensinya oleh orang lain. Senada dengan makna ke-2 dari Frome, Hassoubah (2004) mengartikan kreativitas adalah usaha mewujudkan atau menciptakan sesuatu dari tidak ada menjadi ada.

Masih ada puluhan definisi kreativitas dari para ahlinya. Namun, pada intinya ada persamaan antara definisi-definisi yang diberikan para ahli tersebut, yaitu bahwa kreativitas merupakan kemampuan untuk mewujudkan atau menciptakan sesuatu yang baru baik berupa gagasan, konsep, ataupun karya nyata.

Istilah kreativitas terkadang tidak dibedakan dengan istilah berpikir kreatif (Mulyadi, 2004). Menurut Guilford (Supriadi, 1994) ada lima ciri kemampuan berpikir kreatif, yaitu: kelancaran (*fluency*), keluwesan (*flexibility*), keaslian (*originality*), penguraian (*elaboration*), dan perumusan kembali (*redefinition*). Kemudian, menurut Williams (Munandar, 2004) kemampuan yang berkaitan dengan berpikir kreatif ini ada delapan kemampuan, empat dari ranah kognitif (lancer, luwes, orisinal, dan rinci) dan empat dari ranah afektif (mengambil resiko, merasakan tantangan, rasa ingin tahu, dan imajinasi). Sementara itu, Munandar (2004) menyatakan bahwa berpikir kreatif disebut juga berpikir divergen atau kebalikan dari berpikir konvergen. Lebih lanjut, Munandar (2004) menjelaskan bahwa berpikir divergen yaitu berpikir untuk memberikan macam-macam kemungkinan jawaban benar ataupun cara terhadap suatu masalah berdasarkan informasi yang diberikan dengan penekanan pada keragaman jumlah dan kesesuaian.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Meskipun banyak ahli mengemukakan ciri-ciri berpikir kritis. Namun, dari beberapa ciri-ciri yang dikemukakan pada intinya lebih banyak persamaannya. Adapun salah satu ciri yang berbeda di antara beberapa ahli adalah ciri yang kelima. Seperti halnya yang dinyatakan Pomalato (Mulyana, 2005) mengenai ciri kelima, yaitu kepekaan, sedangkan Guilford (Supriadi, 1994) mengungkapkan ciri yang kelima adalah perumusan kembali (*redefinition*). Dari beberapa ciri-ciri kemampuan berpikir kreatif yang telah diungkapkan, menurut penulis ciri-ciri yang dikemukan oleh Williams tampak lebih jelas dan terperinci.

D. PBM yang Menghadirkan Kecerdasan Emosional dalam Mengembangkan Kemampuan Berpikir Kritis dan Kreatif Matematis Siswa

Pembelajaran yang holistik, yaitu pembelajaran yang tidak hanya memperhatikan aspek kognitif, namun juga memperhatikan aspek lainnya seperti kecerdasan emosional. Berkaitan dengan hal ini, dalam usaha pencapaian kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematis yang memadai melalui PBM, maka aspek kecerdasan emosional perlu diperhatikan. Hal ini, karena aspek kecerdasan emosional dipandang sebagai aspek yang dapat dijadikan dasar untuk mengikuti proses pembelajaran berbasis-masalah berjalan secara baik.

Pada PBM siswa diberikan peluang lebih banyak untuk berpikir kritis, kreatif, dan berkomunikasi matematis dengan teman sebayanya. Dengan bekal pengetahuan, kemampuan, dan pengalaman yang dimilikinya, siswa di dalam PBM dituntut untuk menyelesaikan masalah yang sengaja diberikan oleh guru.

Namun demikian, kegiatan memecahkan masalah tersebut tidak mudah begitu saja berjalan lancar, jika guru maupun siswa tidak memperhatikan dan mempertimbangkan aspek kecerdasan emosional. Guru yang mengesampingkan aspek kecerdasan emosional, seperti: mudah melontarkan kalimat yang menyinggung siswa; terlalu menekan siswa; menunjukkan sikap yang kesal; dan tidak peduli terhadap kesulitan siswa; akan menghambat siswa menjadi pemecah masalah yang handal (Shapiro, 2003). Menurut Shapiro (2003) perilaku guru yang mengesampingkan aspek kecerdasan emosional dapat membuat suasana yang tidak mendukung kegiatan memecahkan masalah dan tidak membantu perkembangan kecerdasan emosional siswa. Dengan demikian, kecerdasan emosional perlu diperhatikan baik pada diri guru maupun siswa.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Setiap guru yang menggunakan PBM sepantasnya menyadari bahwa pada setiap fase pembelajaran perlu memperhatikan aspek kecerdasan emosional dalam setiap kegiatannya. Pada saat memberikan masalah matematis di fase pertama pembelajaran, guru harus selalu yakin bahwa setiap siswa memahami masalah sebelum menyelesaikannya. Yang harus disadari oleh guru bahwa pandangan siswa terhadap masalah mungkin berbeda dengan pandangan guru. Menyelami emosi siswa dalam memahami masalah yang diberikan merupakan hal perlu dilakukan guru, sehingga dapat mengarahkan atau menyadarkan siswa untuk mengenali emosinya dalam mengahadapi masalah tersebut. Kemampuan siswa untuk mengenali emosinya merupakan hal yang penting, karena dengan itu siswa dapat mengendalikan emosinya secara baik sehingga dapat mengikuti proses pembelajaran dengan baik (Sunandar, 2008; Shapiro, 2003). Dalam kaiatan ini, siswa akan dapat berkonsentrasi dalam berpikir dengan lebih baik untuk memahami masalah yang diberikan, sehingga dapat menyatakan kembali masalah tanpa merasa terpaksa dengan bahasanya sendiri secara lancar dan mungkin saja berbeda dengan bahasa formal (Goleman, 1996).

Selanjutnya, guru yang menggunakan PBM sepantasnya memandu para siswa untuk dapat merencanakan kegiatan yang harus mereka lakukan serta mempersiapkan untuk diskusi pada fase pembelajaran ketiga. Guru memandu siswa untuk menuliskan penjelasan secara rinci dari jawaban yang mereka ajukan sehingga mereka siap untuk berdiskusi pada saatnya nanti. Namun, tidak menuntup kemungkinan ketika siswa sudah memahami masalah yang diberikan, kemudian mereka tidak segera merencanakan dan mempersiapkan untuk kegiatan selanjutnya.

Memotivasi siswa untuk memunculkan motivasi dalam dirinya menjadi bagian yang penting pada saat siswa bekerja. Karena, motivasi diri yang dimiliki oleh para siswa mempunyai hubungan yang cukup tinggi dengan stabilitas emosi yang dimiliki oleh siswa tersebut (Sunandar, 2008, Martin, 2005). Dalam kaitan ini, guru memberikan arahan sebagai kegiatan memotivasi siswa, yaitu arahan agar siswa dapat memandang penjelasan yang rinci merupakan bagian yang tak dapat dipisahkan dari setiap penyelesaian, merupakan hal yang penting. Selain itu, guru memotivasi siswa untuk dapat memberikan lebih dari satu penyelesaian jika memungkinkan. Dengan demikian, siswa dapat membuat rencana kegiatan selanjutnya serta persiapan untuk diskusi dan mengajukan berbagai argumen pada fase pembelajaran ketiga secara optimal.

PBM merupakan suatu pembelajaran yang diawali dengan menghadapkan siswa pada suatu masalah. Dalam hal ini, sangat mungkin ada siswa yang tidak siap menghadapi masalah yang diberikan guru, sehingga tidak heran apabila kemudian siswa tersebut menjadi cemas, bersikap terlalu tegang untuk konsentrasi, tidak tenang, dan sebagainya (Goleman, 1996). Pengelolaan emosi menjadi bagian yang penting pada bagian ini, karena dengan emosi yang terkelola secara baik, siswa tidak akan mengalami banyak masalah dalam berinteraksi dengan masalah yang dihadapinya (Sunandar, 2008; Willis, 2010). Dalam kaiatan ini, guru memberikan stimulus untuk memanggil kembali pengetahuan awal siswa berkaitan dengan masalah yang dihadapinya sehingga meraka merasa punya bekal untuk memutuskan strategi yang digunakan dalam meyelesaikan masalah tersebut dan secara simultan emosi siswa pun terkelola dengan baik. Jadi, dalam hal ini guru bertindaklah seperti sistem pendukung, yaitu menyediakan bantuan seperlunya sehingga emosi siswa selalu stabil (Shapiro, 2003).

Pada fase kedua ini, apabila para siswa sudah siap untuk melakukan kegiatan memecahkan masalah maka tetaplah memotivasi mereka untuk memulai kegiatannya. Sebaiknya guru dalam hal ini dapat mengkondisikan agar siswa bekerja dengan pengetahuan awal dan keyakinan mereka sendiri. Dengan kata lain hindari campur tangan guru yang terlalu banyak. Penilaian guru yang terlalu rendah terhadap kemampuan siswa dalam memecahkan masalah yang mengakibatkan mereka menjadi kurang percaya diri dalam memecahkan masalah (Shapiro, 2003). Guru harus dapat menahan diri untuk memberikan bantuan, sehingga siswa tetap berjuang untuk menyelesaikan masalah. Ungkapan guru berkenaan dengan membolehkannya siswa untuk melakukan kesalahan, sangat penting. Karena hal ini akan membuat mereka terlepas dari cemas yang berlebihan (Shapiro, 2003). Sementara itu, di sisi lain Boaler & Humphies (Walle, 2007) menyatakan bahwa kesalahan yang dibuat oleh siswa akan menguntungkan, memperkaya dalam diskusi, memperkuat keputusan atau kesimpulan yang akan diambil. Dengan kata lain, guru harus menerima siswa secara positif ketika ada siswa yang merespon masalah yang diberikan guru jauh dari yang seharusnya. Dan sebaiknya berawal dari respon siswa itulah, guru bisa mengarahkannya pada pengetahuan yang diharapkan dapat dibentuk siswa dan mengarahkan pada penggalian cara pandang yang berbeda terhadap satu situasi atau masalah matematis.

Dalam fase kedua pada PBM, guru dituntut juga memiliki kecerdasan emosional yang memadai. Biasanya guru berkeliling memantau siswa yang sedang bekerja,

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

kemudian sesekali guru menghampiri siswa. Di sini satu kesempatan guru untuk mendengarkan mereka dengan memahami pemikiran, perasaan, dan perilaku siswa, dapat menempatkan diri dalam situasi siswa, serta melihat sesuatu dan sudut pandang mereka *(empathy).* Selain itu, guru berusaha menciptakan keterbukaan *(openness)* dan kehangatan *(warmness).* Dalam suasana seperti ini, siswa akan merasa aman untuk mengingat, menggunakan pengetahuan sebelumnya, menggali argumen terhadap penyelesaian yang diajukannya, memutuskan untuk mengambil kesimpulan serta dapat mengembangkan dan mengemukakan pemikiran atau ide-ide baru (De Porter, 2000).

Diskusi di antara siswa merupakan kegiatan yang ada pada fase kedua dalam PBM. Pada kegiatan ini bagi siswa maupun guru memerlukan kemampuan mengenali emosi siswa lain dan kemampuan membina hubungan dengan baik dan efektif dengan siswa lain. Menurut Sunandar (2008) hubungan baik sesama teman dengan bisa memahami kondisi dan keberadaan teman secara apa adanya menjadikan modal yang besar untuk berkolaborasi dalam penyelesaian masalah matematis yang diberikan guru. Lebih lanjut Sunandar (2008) menyatakan bahwa membina hubungan baik dan efektif dengan siapapun serta mengenali emosinya merupakan salah satu pintu kesuksesan belajar, karena kesulitan apapun yang dialami oleh seorang siswa bila hubungannya baik dengan semua orang, akan mudah mendapatkan jalan penyelesaian. Dalam hal ini guru memfasilitasi jalannya diskusi secara hati-hati sehingga tidak ada siswa yang merasa tertekan, dianggap bodoh, dan hal lain yang membuat siswa menjadi tidak empati pada siswa lain serta memperburuk hubungan antar siswa.

Pada akhir fase pembelajaran dalam PBM, siswa bekerja dalam komunitas belajar. Pada fase inilah banyak hal yang dapat dipelajari siswa maupun guru. Para siswa dapat bertukar ide atau pendapat serta mengevaluasi dan mengelaborasi strategi yang digunakan temannya dalam proses menyelesaikan masalah, sehingga memperoleh pemahaman baru tentang matematika yang disisipkan pada masalah tersebut atau penyelesaian yang tidak lazim tetapi relevan dengan permasalahan. Selain itu, para siswa mencari hubungan, menganalisis pola, menemukan metode mana yang sesuai atau tidak sesuai, menguji hasil, menilai, mengkritisi pemikiran temannya, dan mengkreasi solusi dari masalah. Melalui aktivitas ini secara optimal mereka melibatkan diri dalam proses pembelajaran matematika. Perasaan nyaman untuk mengambil resiko, mengungkapkan ide, pendapat, dan alasan matematis, merupakan hal yang utama dalam fase ini. Namun demikian, dengan proses yang terus menerus seperti ini, kecerdasan emosional dari guru dan siswa dituntut terlibat secara intensif. Karena, tanpa keterlibatan kecerdasan emosional guru maupun siswa, kegiatan atau situasi itu tidak secara lancar terbentuk bahkan mungkin akan menimbukan stres di dalam kelas. Sementara itu menurut Kato dan McEwen (Willis, 2010) apabila stres terjadi di dalam kelas secara berlebihan akan menyebabkan gangguan pada memori jangka pendek dan jangka panjang serta menurunnya kualitas kinerja siswa.

Lebih jauh, pada fase akhir dalam PBM, guru mengkondisikan suasana siswa tidak merasa terlalu dinilai oleh orang lain. Memberi penilaian terhadap siswa dengan berlebihan dapat dirasakan sebagai ancaman sehingga menimbulkan kebutuhan akan pertahanan diri (Ali dan Asrori, 2008). Walaupun kenyataannya, pemberian penilaian tidak dapat dihindarkan dalam situasi sekolah, tetapi paling tidak harus diupayakan agar penilaian tidak mencemaskan siswa, melainkan menjadi sarana yang dapat mengembangkan sikap kompetitif dan sikap terbuka secara sehat. Dengan demikian, pada saat siswa mengungkapkan dan memikirkan secara individual dan secara bersama-sama ide-ide yang telah mereka kerjakan, guru harus berhati-hati dalam merespon (menilai) ide atau solusi yang disampaikan siswa.

Pada akhir diskusi pada fase akhir PBM, dalam membuat ringkasan, guru sebaiknya menggunakan istilah-istilah yang digunakan siswa kemudian secara hati-hati perkenalkan istilah-istilah formal. Selain itu, hindari paksaan pada siswa untuk menggunakan suatu ide atau cara penyelesaian guna meyelesaikan permasalahan serupa di masa yang akan datang. Hal ini akan membuat siswa lebih nyaman dalam mengungkapkan ide atau cara penyelesaian yang orisinal di masa yang akan datang, sehingga keyakinan diri, keinginan melibatkan diri pada kegiatan berikutnya, keinginan untuk berhasil, serta keinginan untuk memporoleh hal baru akan bertambah baik (Goleman, 1996).

Apabila unsur-unsur yang berkaitan dengan kecerdasan emosional ini dilibatkan dengan baik selama proses pembelajaran maka membantu siswa dalam mempersiapkan menghadapi masalah belajar serta meningkatkan hasil belajar siswa (Goleman, 1996; Sunandar, 2008; Shapiro, 2003). Dengan demikian, keterlibatan kecerdasan emosional pada PBM diduga akan memacu sikap kritis dan kreatif siswa dalam bertukar pikiran, meningkatkan minat terhadap tantangan dari suatu masalah, serta diduga siswa tidak mudah putus asa dalam proses memecahkan masalah. Selain itu, pertimbangan-pertimbangan berkaitan dengan kecerdasan emosional yang diperhatikan dan diberi penekanan yang cukup pada proses pembelajaran, sesunggunya telah membina kecerdasan emosional atau bahkan mengembangkan kecerdasan emosional dari siswa itu sendiri (De Porter, 2000; Wilkinson, 2002; Shapiro, 2003; Goleman, 1996; Ali dan Asrori, 2008; Jensen, 2008).

Pada akhir bagian ini, yang perlu diperhatikan dan tidak terbantahkan bahwa guru merupakan faktor yang berpengaruh besar terhadap proses dan hasil pembelajaran siswa di kelas. Demikian juga pada pembelajaran matematika yang menggunakan PBM, guru dituntut memiliki kemampuan-kemampuan untuk mendukung atau memandu kegiatan-kegiatan yang dilakukan siswa mulai dari fase pertama pembelajaran hingga fase akhir pembelajaran. Keperluan untuk memiliki kecerdasan emosional yang tinggi dari seorang guru menjadi hal yang utama. Hal ini berdasarkan pada penelitian-penelitian para ahli kecerdasan emosional, yang menyatakan bahwa untuk mengembangkan atau melibatkan kecerdasan emosional dalam pola asuh anak harus diawali dari keteladan kecerdasan emosional yang baik dari orang tuanya (Shapiro, 2003, Darwis, 2006).

E. Simpulan dan Saran

PBM yang menghadirkan kecerdasan emosional mengupayakan pemberian porsi yang cukup untuk tugas (masalah matematis) yang hanya dapat diselesaikan siswa melalui bantuan guru atau kolaborasi dengan siswa lainnya yang lebih terampil. Hal ini mengakibatkan terjadinya interaksi dengan kondisi emosional yang baik dan terkendali. Dalam kondisi emosional yang baik dan terkendali maka memicu berpikir jernih untuk memberikan alasan dan pertimbangan mendalam dalam membuat, mengevaluasi, mengambil, dan memperkuat suatu keputusan atau kesimpulan tentang situasi atau masalah matematis yang dihadapinya. Selain itu, dalam kondisi emosional yang baik dan terkendali maka memicu berpikir jernih untuk bernalar dengan lancar dan baik, dapat memecahkan masalah, menemukan ide-ide orisinal, serta dapat mengkomunikasikannya dengan rinci dan baik. Ikatan dan kerja sama antara emosional dan pikiran ini menimbulkan adanya saling mengisi antara keduanya. Hal ini memberi kekuatan yang luar biasa pada wilayah emosi siswa dalam mempengaruhi berfungsinya pusat-pusat berpikir kritis dan kreatif matematis.

Dengan demikian, ketika guru menerapkan PBM sebaiknya tidak hanya memperhatikan ketepatan waktu dan ketepatan konten intervensi berkaitan dengan materi, namun juga harus memperhatikan ketepatan pertimbangan emosional siswa. Dengan kata lain, intervensi yang dilakukan guru harus berdasarkan pertimbangan secara utuh sedemikian hingga intervensi tersebut berkualitas. Intervensi yang tidak tepat dapat menyebabkan potensi siswa terblokir sedemikian hingga kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematis siswa tidak dapat berkembang secara berarti.

F. Daftar Pustaka

Al-Khailili, A. A. (2005). *Mengembangkan Kreativitas Anak*. Jakarta: Al-Kautsar.

Ali, M. dan Asrori, M. (2008). *Psikologi Remaja*. Jakarta: Bumi Aksara.

Andriany, R. (2003). *Peningkatan Keterampilan Berpikir Kritis melalui Model Pembelajaran dengan Pendekatan Keterampilan Proses pada Konsep Struktur Tumbuhan*. Tesis pada PPS UPI. Bandung: Tidak Dipublikasikan.

Darwis, M. (2006). *Model Pembelajaran Matematika dengan Mempertimbangkan Kecerdasan Emosional*. Disertasi pada PPS UNESA. Surabaya: Tidak diterbitkan.

De Porter, B. (2000). *Quantum Teaching*. Bandung: Kaifa.

Dryden, G. dan Vos, J. (2000). *The Learning Revolution (Revolusi Cara Belajar)*. Jakarta: PT. Kaifa.

Goleman, D. (1996). *Emotional Intelligence*. Jakarta: Gramedia.

Goleman, D. (2000). *Working with Emotional Intelligence*. Jakarta: Gramedia.

Handayani, E. (2002). *Pengembangan Model Pembelajaran Hasil Kali Kelarutanuntuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis Siswa SMU Kelas 3*. Tesis pada PPS UPI. Bandung: Tidak Dipublikasikan.

Hassoubah, I. J. (2004). *Cara Berpikir Kreatif dan Kritis*. Bandung: Nuansa.

Ibrahim (2011). *Peningkatan Kemampuan Komunikasi, Penalaran, dan Pemecahan Masalah Matematis melalui Pembelajaran Berbasis-Masalah pada Siswa Sekolah Menengah Atas*. Disertasi pada SPs UPI. Bandung: Tidak Dipublikasikan.

Jensen, E. (2008). *Brain-Base Learning*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.

Johnson, E. (2006). *Contextual Teaching and Learning*. Bandung: MLC.

LeDoux, J. (2010). *The Emotional Brain*. Yogyakarta: Pustaka Baca.

Martin, D. A., (2003). *Emotional Quality Management*. Jakarta: Arga.

Martin, D. A., (2005). *Smart Emotion*. Jakarta: Gramedia.

Mulyadi, S. (2004). *Bermain dan Kreativitas*. Jakarta: Papas Sinar Sinanti.

Mulyana, T. (2005). *Upaya Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreatif Matematik Siswa SMA Jurusan IPA melalui Pembelajaran dengan Pendekatan Induktif-Deduktif.* Tesis pada PPS UPI. Bandung: Tidak Dipublikasikan.

Munandar, S. C. U. (2004). *Pengembangan Kreatifitas Anak Berbakat*. Jakarta: Rineka Cipta.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standarts for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Roh, K. H. (2003). *Problem-Based Learning in Mathematics*. Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education. [Online]. Available: http://www.vtaide.com/png/ERIC/PBL-in-Math.htm [7 September 2010].

Segal, J., (1997). *Raising Your Emotional Intellegence (Melejitkan kecerdasan emosional)*. Bandung: Kaifa.

Salovey, P. (2005). *Emotional Intelligence*. Electronic Journal: [Online]. Available: http://kms.jpn.org/keynoteaddress6.pdf [31 Oktober 2009]

Savery, J. R. dan Duffy, T. M. (1995). Contructivist Learning Environments: Case Studies in Instructional Design. Dalam B.G. Wilson (ed). *PBL: An Instructional Model and is Constructivist Framework*. Englwood Cliffs, NJ: Educational Technology Publications.

Shapiro, E. L. (2003). *Mengajarkan Emotional Intelligence pada Anak*. Jakarta: Gramedia.

Stien, J., Steven, B. E., Howard., (2000). *The EI Edge: Emotional Intellegence and Your Success (Ledakan EI)*. Bandung: Kaifa

Suharnan (2005). *Psikologi Kognitif*. Surabaya: Srikandi.

Sunandar (2008). Pengaruh Penilaian Portofolio dan Keceedasan Emosional terhadap Hasil Belajar Matematika Topik Dimensi Tiga Siswa Kelas X SMA Negeri 4 Kendari Tahun 2006. Dalam Rusgianto, dkk. (ed.). *Prosiding Seminar Nasional Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*. Yogyakarta: UNY.

Supriadi, D. (1994). *Kreativitas, Kebudayaan, dan Perkembangan Iptek*. Bandung: Alfabeta.

Tan, O. S. (2004). Cognition, Meta Cognition, and Problem-Based Learning. Dalam O. S. Tan (ed.). *Enhancing Thinking through Problem-Based Learning Approaches*. Australia: Thomson.

Walle, V. A. J. (2005). *Elementary and Middle School Mathematics*. Singapore: Pearson Education.

Weissinger, A. P. (2004). Psychological Tools in Problem-Based Learning. Dalam O. S. Tan (ed.). *Enhancing Thinking through Problem-Based Learning Approaches*. Australia: Thomson.

Willis, J. (2010). *Strategi Pembelajaran Efektif Berbasis Riset Otak*. Yogyakarta: Mitra Media.

Wilkinson, P. D. (2002). Restructuring Developmental Math Courses to Enhance Emotional Intelligence. [Online]. Available: http://www.utne.com [7 September 2010].

Yusof, M. S. (2004). Peranan EQ dalam Bidang Pendidikan. Dalam Hamid (ed.). *Panduan Meningkatkan Kecerdasan Emosi*. Kuala Lumpur: Profesional.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 12

Pengembangan Bahan Ajar Matematika Sekolah Berbasis Masalah Terbuka Untuk Memfasilitasi Pencapaian Kemampuan Berpikir Kritis Dan Kreatif Matematis Siswa

Dr. Ibrahim, M.Pd.
Prodi Pendidikan Matematika, Fakualtas Sains dan Teknologi, UIN Sunan Kalijaga

Abstrak

Hasil pembelajaran matematika antara lain berupa kemampuan berpikir kritis dan kreatif, dan tentunya diharapkan mencapai hasil yang memuaskan. Hal ini, karena dengan berpikir kritis dan kreatif memungkinkan siswa untuk mempelajari masalah secara sistematis, menghadapi berjuta tantangan dengan cara terorganisasi, merumuskan pertanyaan inovatif, dan merancang penyelesaian yang dipandang relatif baru. Ironisnya, pengembangan kemampuan berpikir kritis dan kreatif yang sangat memungkinkan untuk dikembangkan melalui pembelajaran matematika, akan tetapi pada umumnya pembelajaran matematika di sekolah masih menekankan pada hafalan dan mencari jawaban dari soal-soal yang sifatnya rutin atau prosedural. Untuk terciptanya situasi, kondisi, dan aktivitas pembelajaran matematika sedemikian hingga tercapainya kemampuan berpikir kritis dan kreatif siswa dalam matematika sesuai dengan harapan, salah satu upayanya adalah mengembangkan bahan ajar yang dapat memfasilitasinya. Dalam tulisan ini akan dikaji mengenai pengembangan bahan ajar matematika sekolah berbasis masalah terbuka untuk memfasilitasi pencapaian kemampuan berpikir kritis dan kreatif siswa dalam matematika.

Kata kunci: bahan ajar matematika sekolah, masalah terbuka, kemampuan berpikir kritis matematis, dan kemampuan berpikir kreatif matematis.

A. Pendahuluan

Pernyataan yang dinyatakan oleh Mettes dalam salah satu tulisannya di tahun 1979, yaitu bahwa dalam belajar matematika siswa hanya mencontoh dan mencatat cara menyelesaikan soal yang telah dikerjakan oleh gurunya, ternyata masih dapat dikatakan relevan dengan cara belajar matematika di kelas-kelas sekolah saat ini. Jika para siswa diberi soal yang berbeda dengan soal latihan, maka mereka kebingungan untuk menyelesaikannya. Hal ini, karena siswa tidak tahu harus memulai dari mana mereka bekerja untuk menyelesaikan soal. Demikian juga pernyataan Crockcroft dalam salah satu tulisannya di tahun 1981, yaitu matematika merupakan pelajaran yang sulit untuk diajarkan dan dipelajari, ternyata masih dapat dikatakan relevan dengan keadaan saat ini. Kesulitan ini terjadi karena matematika diajarkan lebih ditekankan pada anggapan bahwa matematika adalah pelajaran yang bersifat abstrak, deduktif, dan pengetahuan yang sudah jadi. Keadaan ini bertambah buruk dengan tidak sedikit praktik-praktik pembelajaran matematika di dalam kelas yang kurang komunikatif, monoton, serta terkesan hanya menggunakan bahasa-bahasa angka dan simbol semata. Dengan demikian, sesungguhnya permasalahan-permasalahan yang muncul selama lebih dari dua dekade tidak jauh berbeda.

Fakta-fakta yang diutarakan di atas tentu saja kurang mendukung terhadap upaya pencapaian tujuan matematika diajarakan di sekolah untuk saat ini dan masa yang akan datang. Terlebih, untuk tercapainya kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematis yang memadai, sebagaimana harapan yang tertulis secara eksplisit dalam dokumen Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP).

Perlu untuk disadari bahwa di dunia modern sekarang ini sering terjadi perubahan-perubahan yang tak terduga disertai dengan banyak persoalan-persoalan yang memerlukan pemecahan dengan cara atau teknik baru. Sementara itu, pemecahan dengan cara atau teknik baru dapat diperoleh dari pemikiran-pemikiran kritis dan kreatif. Namun kenyataannya, tidak sedikit sumber daya manusia yang ada tidak berdaya untuk memecahkan persoalan-persoalan tersebut. Ini artinya kemampuan berpikir kritis dan kreatif yang dimiliki bangsa Indonesia belum memadai.

Persoalannya, mungkinkah kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematis siswa yang memadai tercapai dengan sendirinya atau tanpa ada upaya atau fasilitas yang didesain? Jawabannya, secara rasional peluangnya sangat kecil untuk dapat terjadi. Untuk itu, tentu saja harus ada upaya atau fasilitas yang didesain khusus dalam digunakan pada proses pembelajaran matematika untuk mencapai kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematis siswa yang dianggap memadai.

Dalam upaya meningkatkan kualitas pembelajaran matematika maka usaha-usaha untuk mencari penyelesaian terbaik guna mengembangkan atau mencapai kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematis siswa perlu terus dilakukan. Untuk itu, sudah sepatutnya seorang pengajar matematika membiasakan menggunakan pendekatan pembelajaran yang membawa ke arah taraf berpikir kritis dan kreatif. Dalam hal ini, Marzano (Harsanto, 2005) menyarankan bahwa siswa seharusnya sejak dini dibiasakan untuk bertanya “mengapa” atau diberikan pertanyaan “mengapa” dan “bagaimana jika” karena kebiasaan inilah sarana efektif dan jalan menuju kemampuan berpikir kritis dan kreatif. Sementara itu, Ibrahim (2007) berdasarakan hasil penelitiannya menyatakan bahwa memberikan masalah terbuka (*open-ended problem*) pada siswa, untuk diselesaikan dalam proses pembelajaran dapat menjadi pemacu terjadinya pembahasan dan perdebatan yang aktif di dalam kelas. Lebih jauh, Ibrahim (2007) menyatakan pengkondisian dan pemberian masalah terbuka seperti itu dapat mendorong siswa untuk terlatih berpikir kritis dan kreatif dalam matematika.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Untuk terciptanya situasi, kondisi, dan aktivitas pembelajaran matematika sedemikian hingga tercapainya kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematis siswa yang dianggap memadai, guru dituntut untuk menjabarkan kegiatan pembelajaran matematika dalam bentuk bahan ajar dan rencana pelaksanaan pembelajaran. Penjabaran itu mengacu pada konsep dasar matematika yang akan diajarkan, mempertimbangkan pengetahuan awal siswa, aspek keterkaitan antar materi, dan kemampuan berpikir berpikir kritis dan kreatif matematis.

Memperhatikan uraian di atas, maka keperluan untuk melakukan studi atau kajian yang berfokus pada pengembangan bahan ajar matematika sekolah berbasis masalah terbuka untuk memfasilitasi pencapaian kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematis siswa, dipandang oleh penulis merupakan langkah yang sangat urgen dan utama. Dalam hubungan ini, maka penulis mencoba untuk melakukan studi literatur berkaitan dengan hal tersebut.

B. Masalah Terbuka

Suatu masalah pada dasarnya tentu memerlukan suatu jawaban atau penyelesaian. Masalah dapat dipandang identik dengan suatu pertanyaan karena mempunyai persamaan, yaitu memerlukan suatu jawaban (Ruseffendi, 1988) Untuk itu, masalah yang diberikan oleh guru pada siswa dapat sekaligus merupakan pertanyaan pada siswa untuk dicarikan penyelesaiannya.

Selain itu, masalah juga dapat dipakai untuk memulai pelajaran, mengarahkan berpikir seseorang, serta menciptakan suasana belajar yang baik (Ruseffendi, 1988). Senada dengan Ruseffendi, Yee (Syukur, 2004) menyatakan bahwa pengajaran matematika melalui pemberian suatu masalah yang harus dipecahkan oleh siswa dapat menjadi alat yang baik bagi siswa untuk membentuk konsep-konsep dalam matematika.

Berdasarkan pendapat Ruseffendi dan Yee, guru memberikan masalah di awal pembelajaran atau untuk memulai suatu pelajaran sangat memungkinkan, bahkan memiliki kemungkinan untuk menciptakan suasana belajar yang baik. Terlebih, apabila permasalah tersebut mengundang siswa mendapatkan jawaban maupun cara yang beragam.

Masalah yang memungkinkan memiliki jawaban benar maupun cara yang beragam disebut masalah terbuka (*open-ended problem*). Hal ini senada dengan yang dinyatakan Yaniawati (2001) bahwa ciri terpenting dari masalah terbuka adalah tersedianya kesempatan yang luas bagi siswa untuk menggunakan suatu cara yang dianggapnya paling sesuai dalam menyelesaikan suatu masalah. Selanjutnya, Suryadi (2005) memperjelas bahwa masalah terbuka merupakan suatu masalah yang diformulasikan sedemikian hingga memiliki kemungkinan beragam jawaban benar baik dipandang dari cara maupun hasil.

Dengan demikian, penyajian bahan ajar berupa masalah terbuka dapat dijadikan pemacu untuk tumbuhnya pemahaman atas suatu masalah yang diajukan, sehingga mendatangkan jawaban yang beragam dari sisi hasil maupun cara serta mengundang suatu diskusi kritis atas cara ataupun hasil yang diperoleh tersebut. Diskusi kritis atas solusi yang ditawarkan atau diajukan akan memacu untuk mencari solusi lain yang berbeda namun tetap relevan dengan permasalahannya.

Jawaban maupun penyelesaiannya dari masalah terbuka dapat beragam bahkan sangat mungkin muncul jawaban maupun penyelesaian yang tidak terduga. Dengan demikian, nantinya siswa tidak hanya dihadapkan pada satu jawaban yang benar ataupun satu cara penyelesaian akan tetapi banyak jawaban benar ataupun cara yang berbeda dari teman-temannya. Hal inilah yang akan menyebabkan siswa dapat membuat hipotesis, perkiraan, mengemukakan pendapat, menilai, menunjukan perasaannya, dan menarik kesimpulan (Ruseffendi, 1988).

C. Kemampuan Berpikir Kritis Matematis

Dalam masyarakat modern, berpikir mengarah pada berpikir dalam tingkatan yang lebih tinggi, salah satunya yaitu berpikir kritis (Johnson, 2006). Dalam kaitan ini, terdapat beberapa pengertian berpikir kritis yang dikemukakan beberapa ahli. Wijaya (Handayani, 2002) menyatakan bahwa berpikir kritis mengarah pada kegiatan manganalisa ide atau gagasan ke arah yang lebih spesifik, membedakan sesuatu hal secara tajam, memilih, mengidentifikasi, mengkaji, dan mengembangkan kearah yang lebih sempurna. Selanjutnya, John Chaffee (Johnson, 2006) mengartikan berpikir kritis sebagai berpikir yang digunakan untuk menyelidiki secara sistematis dari proses berpikir seseorang dalam mengunakan bukti dan logika pada proses berpikir tersebut. Berikutnya, Ennis (Hassoubah, 2004) menyatakan bahwa berpikir kritis adalah berpikir yang beralasan dan reflektif dengan menekankan pada pembuatan keputusan tentang apa yang harus dipercayai dan dilakukan.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Sejumlah pendapat mengenai berpikir kritis yang dikemukakan di atas, memberikan arahan bahwa seseorang yang berpikir kritis adalah seseorang yang mampu menyelesaikan masalah, membuat keputusan, dan belajar konsep-konsep baru melalui kemampuan bernalar dan berpikir reflektif berdasarkan suatu bukti dan logika yang diyakini benar. Dengan demikian, untuk mampu berpikir kritis berarti mengharuskan terbuka, jelas, berdasarkan fakta atau bukti, dan logika dalam memberikan alasan-alasan atas pilihan keputusan atau kesimpulan yang diambilnya.

Meskipun rumusan yang diajukan oleh para ahli tentang berpikir kritis berjumlah cukup banyak, namun pada intinya rumusan-rumusan yang diungkapkan para ahli tentang berpikir kritis memiliki inti yang sama. Dalam konsensusnya, para ahli menyebutkan enam komponen yang ada dalam berpikir kritis dan dianggap sebagai inti dari berpikir kritis. Facione (Syukur, 2004) mengemukakan bahwa keenam komponen itu adalah interpretasi, analisis, evaluasi, penarikan kesimpulan, eksplanasi dan pengaturan diri.

Berdasarkan beberapa pendapat ahli tentang berpikir kritis yang telah diurakan di atas maka dapat disimpulkan bahwa kemampuan berpikir kritis matematis siswa adalah kemampuan berpikir siswa secara beralasan dan pertimbangan mendalam yang dapat membantu dalam membuat, mengevaluasi, mengambil, dan memperkuat suatu keputusan atau kesimpulan tentang situasi atau masalah matematis yang dihadapinya.

D. Kemampuan Berpikir Kreatif Matematis

Berbagai definisi yang digunakan untuk membatasi maksud yang terkandung dalam pengertian yang berkaitan dengan istilah kreativitas atau cara berpikir kreatif. Namun demikian, sebagian pakar sepakat dengan definisi kreativitas yang telah dirumuskan oleh para pendahulu mereka. Hal ini diperlihatkan oleh Frome (Al-Khalili, 2005) yang membagi kreativitas ke dalam dua makna. Dari dua makna tersebut Al-Khalili (2005) menyimpulkan bahwa pertama, kreativitas tidak diharuskan untuk menghasilkan sesuatu yang baru, dan kedua, kreativitas menghasilkan sesuatu yang baru yang diketahui eksistensinya oleh orang lain. Senada dengan makna ke-2 dari Frome, Hassoubah (2004) mengartikan kreativitas adalah usaha mewujudkan atau menciptakan sesuatu dari tidak ada menjadi ada.

Masih ada puluhan definisi kreativitas dari para ahlinya. Namun, pada intinya ada persamaan antara definisi-definisi yang diberikan para ahli tersebut, yaitu bahwa

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

kreativitas merupakan kemampuan untuk mewujudkan atau menciptakan sesuatu yang baru baik berupa gagasan, konsep, ataupun karya nyata.

Istilah kreativitas terkadang tidak dibedakan dengan istilah berpikir kreatif (Mulyadi, 2004). Menurut Guilford (Supriadi, 1994) ada lima ciri kemampuan berpikir kreatif, yaitu: kelancaran (*fluency*), keluwesan (*flexibility*), keaslian (*originality*), penguraian (*elaboration*), dan perumusan kembali (*redefinition*). Kemudian, menurut Williams (Munandar, 2004) kemampuan yang berkaitan dengan berpikir kreatif ini ada delapan kemampuan, empat dari ranah kognitif (lancer, luwes, orisinal, dan rinci) dan empat dari ranah afektif (mengambil resiko, merasakan tantangan, rasa ingin tahu, dan imajinasi). Sementara itu, Munandar (2004) menyatakan bahwa berpikir kreatif disebut juga berpikir divergen atau kebalikan dari berpikir konvergen. Lebih lanjut, Munandar (2004) menjelaskan bahwa berpikir divergen yaitu berpikir untuk memberikan macam-macam kemungkinan jawaban benar ataupun cara terhadap suatu masalah berdasarkan informasi yang diberikan dengan penekanan pada keragaman jumlah dan kesesuaian.

Meskipun banyak ahli mengemukakan ciri-ciri berpikir kritis. Namun, dari beberapa ciri-ciri yang dikemukakan pada intinya lebih banyak persamaannya. Adapun salah satu ciri yang berbeda di antara beberapa ahli adalah ciri yang kelima. Seperti halnya yang dinyatakan Pomalato (Mulyana, 2005) mengenai ciri kelima, yaitu kepekaan, sedangkan Guilford (Supriadi, 1994) mengungkapkan ciri yang kelima adalah perumusan kembali (*redefinition*). Dari beberapa ciri-ciri kemampuan berpikir kreatif yang telah diungkapkan, menurut penulis ciri-ciri yang dikemukan oleh Williams tampak lebih jelas dan terperinci.

E. Bahan Ajar versus Buku Teks Matematika Sekolah

Sebelum lebih jauh membahas pengembangan bahan ajar, terlebih dahulu perlu diperhatikan perbedaan antara bahan ajar matematika sekolah dan buku teks matematika sekolah. Seringkali, keumuman para pengajar matematika menyamakan antara bahan ajar matematika sekolah dan buku teks matematika sekolah. Bahan ajar matematika sekolah adalah seperangkat materi matematika sekolah yang disusun secara sistematis baik tertulis maupun tidak tertulis sedemikian hingga tercipta lingkungan/suasana yang memungkinkan siswa untuk belajar matematika. Sedangkan, buku teks matematika sekolah adalah sumber informasi atau pengetahuan matematika sekolah yang disusun dengan struktur dan urutan matematika sekolah. Adapun perbedaan bahan ajar dan buku teks disajikan pada Tabel 1. di bawah ini.

Tabel 1.
Perbedaan Bahan Ajar dan Buku Teks

Bahan Ajar	Buku Teks
1. Menimbulkan minat baca 2. Ditulis dan dirancang untuk siswa 3. Menjelaskan tujuan instruksional 4. Disusun berdasarkan pola belajar yang fleksibel 5. Struktur berdasarkan kebutuhan siswa dan kompetensi akhir yang akan dicapai. 6. Memberi kesempatan pada siswa untuk berlatih 7. Mengakomodasi kesulitan siswa 8. Memberikan rangkuman 9. Gaya penulisan komunikatif dan semi formal 10. Kepadatan berdasar kebutuhan siswa 11. Dikemas untuk proses instruksional 12. Mempunyai mekanisme untuk mengumpulkan umpan balik dari siswa 13. Menjelaskan cara mempelajari bahan ajar	1. Mengasumsikan minat dari pembaca 2. Ditulis untuk pembaca (guru, dosen) 3. Dirancang untuk dipasarkan secara luas 4. Belum tentu menjelaskan tujuan instruksional 5. Disusun secara linear 6. Stuktur berdasar logika bidang ilmu 7. Belum tentu memberikan latihan 8. Tidak mengantisipasi kesukaran belajar siswa 9. Belum tentu memberikan rangkuman 10. Gaya penulisan naratif tetapi tidak komunikatif 11. Sangat padat 12. Tidak memilki mekanisme untuk mengumpulkan umpan balik dari pembaca.

Sumber: Priatna (2011)

F. Mengembangkan Bahan Ajar Matematika Sekolah Berbasis Masalah Terbuka

Dalam mengembangkan bahan ajar, tentu saja harus bertitik tolak berturut-turut mulai dari standar kompetensi, kompetensi dasar, indikator pembelajaran, materi pelajaran, dan kegiatan pembelajaran. Sesungguhnya, bahan ajar matematika sekolah dapat dikembangkan berbasis masalah terbuka, hanya saja dalam pengembangannya seringkali menemui kendala terkait dengan kreativitas dan pemahaman mendalam tentang konsep matematika yang dimiliki oleh pembuat bahan ajar. Hal ini, dapat dimaklum karena memang dalam membangkan bahan ajar matematika berbasis masalah terbuka pembuat bahan ajar harus kreatif dan memiliki pemahaman mendalam terkait konsep matematikanya.

Secara umum, bahan ajar matematika sekolah memang tidak mudah disajikan keseluruhannya secara langsung dalam masalah terbuka. Untuk itu, bahan ajar matematika sekolah yang dikembangkan berbasis masalah terbuka dapat dikemas dalam dua bentuk, yaitu bahan ajar yang dikemas dalam bentuk sajian masalah terbuka dan bahan ajar yang dikemas dalam bentuk pengantar pada masalah. Bahan ajar yang dikemas dalam bentuk pengantar pada masalah disampaikan secara langsung tanpa melalui pengolahan dalam aktivitas belajar. Dengan kata lain bahan ajar yang dikemas dalam bentuk pengantar pada masalah ini mempunyai sifat informatif. Hal ini sesuai dengan yang dinyatakan Suryadi (2005) bahwa bahan ajar yang disampaikan secara langsung tanpa melalui pengolahan dalam aktivitas belajar disebut bahan ajar yang bersifat informatif. Sedangkan, bahan ajar yang dikemas dalam bentuk sajian masalah terbuka menuntut siswa untuk berpikir lebih dari biasa dan beraktivitas mengarah pada kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematis siswa. Selain itu, masalah tersebut pada penyelesaiannya memuat konsep-konsep yang berkaitan dengan materi yang harus dikuasai pada pertemuan itu, dengan kata lain konsep matematika formal dapat diperoleh setelah proses menyelesaikan masalah matematis.

Untuk memperoleh gambaran lebih jelas mengenai bahan ajar yang dikembangkan dalam kajian ini, berikut ini adalah contoh bahan ajar berbasis masalah terbuka pada pokok bahasan Relasi dan Pemetaan di tingkat SMP.

Pengertian Relasi dan Cara Menyatakannya

Pengertian Relasi

Suatu relasi dari himpunan A ke himpunan B adalah pemasangan atau perkawanan anggota-anggota himpunan A dengan anggota-anggota himpunan B.

Cara Menyatakan Relasi

Dalam matematika ada tiga cara menyatakan relasi, yaitu:

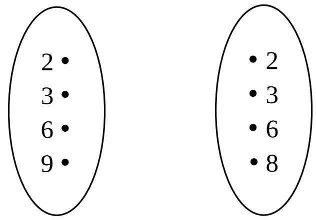
1. *Pasangan Berurutan*

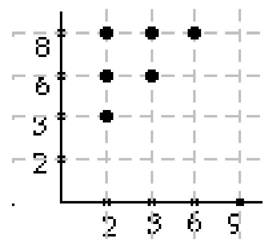
   Relasi dengan diagram panah di atas dapat dinyatakan dengan himpunan pasangan berurutan sebagai berikut.

   {(2,3), (2,6), (2,8), (3,6), (3,8), (6,8)}

2. Diagram Panah

   Misalkan: A = {2, 3, 6, 9}
   B = {2, 3, 6, 8}





Bahan ajar berjudul “Pengertian Relasi dan Cara Menyatakannya” yang disajikan di atas dikemas dalam bentuk pengantar pada masalah, sehingga hanya bersifat informatif. Dalam hal ini, informasi itu dihadapkan pada siswa untuk dicermati secara individual dalam durasi waktu yang tidak terlalu lama. Dengan menyajikan bahan ajar itu, harapannya siswa mampu mengetahui pengertian dan cara menyatakan relasi dari himpunan A ke himpunan B berdasarkan informasi yang disajikan secara langsung. Namun, tentu saja dalam hal ini tidak mengharapkan siswa dapat memahami secara mendalam terkait konsep pengertian dan cara menyatakan relasi dari himpunan A ke himpunan B. Multitafsir terhadap informasi yang diterimanya secara langsung inilah, justru yang diharapkan guna memacu diskusi mendalam pada pembahasan bahan ajar berikutnya.

Setelah siswa mencermati bahan ajar berjudul “Pengertian Relasi dan Cara Menyatakannya”, kemudian siswa diberikan bahan ajar yang dikemas dalam bentuk sajian masalah terbuka berikut ini.

Menentukan Relasi dari Himpunan A ke Himpunan B

Relasi antara dua himpunan A dan B dinyatakan dengan himpunan pasangan berurutan {(2, 4), (2, 8), (2, 16), (4, 4), (4, 8), (4, 16), (8, 8), (8, 16)}.

a. Tulislah himpunan A dan B dengan mendaftar anggota-angotanya!
b. Relasi apakah yang mungkin dari himpunan A ke himpunan B di atas!
c. Gambarlah diagram Cartesius beserta langkah-langkah membuatnya menurut caramu!

Melalui masalah terbuka yang diajukan pada bahan ajar berjudul "Menentukan Relasi dari Himpunan A ke Himpunan B" di atas siswa diarahkan untuk dapat menentukan anggota-anggota himpunan A dan B agar himpunan pasangan berurutan tersebut dapat dipandang sebagai relasi dari A ke B disertai dengan alasan-alasan yang mendukungnya, menentukan relasi yang mungkin dari himpunan A ke himpunan B disertai dengan alasan-alasan yang mendukungnya, dan menyatakan relasi dalam diagram Cartesius disertai penjelasan cara membuatnya. Untuk pertanyaan a. pada bahan ajar ini, sangat mungkin terdapat beberapa jawaban dan penyelesaian, misalnya: ada kelompok yang mengarah pada kesimpulan bahwa jawaban dari pertanyaan a. adalah A = {2, 4, 8}dan B = {4, 8, 16}; ada kelompok yang lain mengarah pada kesimpulan bahwa jawaban dari pertanyaan a. itu adalah A = {2, 4, 8} dan B = {4, 8, 12, 16}; dan ada kelompok yang lain mengarah pada kesimpulan bahwa jawaban dari pertanyaan a. itu adalah A = {2, 4, 8, 9} dan B = {4, 8, 16}. Dengan demikian, jawaban dari pertanyaan a. itu akan memunculkan beberapa kelompok yang mempunyai jawaban berbeda atas pertanyaan berikutnya.

Berikut ini contoh bahan ajar lainnya, terkait dengan merumuskan dan menghitung nilai suatu fungsi.

Merumuskan dan Menghitung Nilai dari Suatu Fungsi

1. Diketahui R = {-2, -1, 1, 2, 3} dan Q adalah himpunan bilangan rasional. Berikan dua fungsi dan rumus fungsinya yang berbeda, dari R ke Q. Kemudian gambarlah diagram Cartesiusnya. Tunjukkan keserupaan dan perbedaan kedua fungsi tersebut! Berikan penjelasan!
2. Diketahui fungsi f dari himpunan A ke himpunan B memetakan x ke x + 3, serta fungsi g dari himpunan A ke himpunan B memetakan x ke 3x – 2. Adakah bayangan x oleh fungsi f yang sama dengan bayangan x oleh fungsi g? Jelaskan alasannya!

Pada bahan ajar yang berjudul "Merumuskan dan Menghitung Nilai dari Suatu Fungsi", jawaban dan penyelesaian yang dimiliki para siswa memiliki kemungkinan yang beragam. Hal ini, fungsi yang diberikan berbeda-beda sehingga ketika menunjukkan keserupaan maupun perbedaannya, sangat mungkin beragam. Keberagaman itu akan memacu siswa untuk menggali alasan dan pertimbangan mendalam yang dapat membantu dalam membuat, mengevaluasi, mengambil, dan memperkuat suatu keputusan atau kesimpulan tentang situasi atau masalah matematis yang dihadapinya, serta sangat mungkin mamacu untuk mencari jawaban dan penyelesaian yang berbeda namun teteap relevan. Demikian juga dengan nomor dua, keragaman jawaban dan penyelesaian sangat mungkin terjadi, karena situasi masalahnya memberikan ruang pada siswa untuk mengkreasi sendiri domain (himpunan A) dan kodomain (himpunan B).

G. Simpulan dan Saran

Menyajikan bahan ajar matematika sekolah berbasis masalah terbuka dapat menjadi salah satu stimulus dan pemicu siswa untuk berpikir. Berarti masalah terbuka bertindak sebagai kendaraan proses belajar untuk mencapai tujuan. Bahan ajar seperti itu dapat memfasilitasi siswa untuk memicu berpikir jernih untuk memberikan alasan dan pertimbangan mendalam dalam membuat, mengevaluasi, mengambil, dan memperkuat suatu keputusan atau kesimpulan tentang situasi atau masalah matematis yang dihadapinya. Selain itu, bahan ajar matematika sekolah berbasis masalah terbuka dapat memicu berpikir jernih untuk bernalar dengan lancar dan baik, dapat memecahkan masalah dengan beragam cara dan jawaban, menemukan ide-ide orisinal, serta dapat mengkomunikasikannya dengan rinci dan baik. Dengan kata lain, bahan ajar matematika sekolah berbasis masalah terbuka dapat dijadikan fasilitas dalam pembelajaran matematika sedemikian hingga kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematis siswa dapat dicapai secara optimal atau sesuai dengan yang diharapkan.

Beberapa contoh bahan ajar matematika sekolah berbasis masalah terbuka yang disajikan pada bagian sebelumnya dalam rangka mencapai kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematis siswa yang memadai, bukan hal mudah. Namun demikian, dengan menyajikan masalah-masalah terbuka yang sistematis sebagai stimulus dan dilengkapi dengan intervensi guru serta penyiapan petunjuk yang tepat, diduga kuat dapat secara efektif membantu tercapainya kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematis siswa yang dianggap memadai.

Selanjutnya diharapkan kajian ini dapat dijadikan titik tolak untuk mengembangkan bahan ajar matematika sekolah berbasis masalah terbuka dengan banyak tambahan variasi pendekatan. Selain itu, pengembangan bahan ajar ini tentu harus disesuaikan dengan latar belakang siswanya, sehingga penggunaannya nanti akan lebih efektif dan efisien.

H. Daftar Pustaka

Al-Khailili, A. A. (2005). *Mengembangkan Kreativitas Anak*. Jakarta: Al-Kautsar.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Andriany, R. (2003). *Peningkatan Keterampilan Berpikir Kritis melalui Model Pembelajaran dengan Pendekatan Keterampilan Proses pada Konsep Struktur Tumbuhan*. Tesis pada PPS UPI. Bandung: Tidak Dipublikasikan.

Crockcroft, W. (1981). *Mathematics Count: Report Into The Teaching of Mathematics in School under The Chairmanship of W. H. Crockcroft*. London, UK: HMSO.

Handayani, E. (2002). *Pengembangan Model Pembelajaran Hasil Kali Kelarutanuntuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis Siswa SMU Kelas 3.* Tesis pada PPS UPI. Bandung: Tidak Dipublikasikan.

Harsanto, R. (2005). *Melatih Anak Berpikir Analitis, Kritis dan Kreatif.* Jakarta: Grasindo.

Ibrahim (2007). *Pengembangan Kemampuan Berpikir Kritis dan Kreatif Siswa SMP dalam Matematika melalui Pendekatan Advokasi dengan Penyajian Masalah Open-Ended*. Tesis pada PPS UPI. Bandung: Tidak Dipublikasikan.

Mattes, C. T. W. (1979). *Teaching and Learning Problem Solving in Science A General Strategy*. International Journal of Science Education, 57 (3), 882 - 885.

Mulyadi, S. (2004). *Bermain dan Kreativitas*. Jakarta: Papas Sinar Sinanti.

Mulyana, T. (2005). *Upaya Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreatif Matematik Siswa SMA Jurusan IPA melalui Pembelajaran dengan Pendekatan Induktif-Deduktif.* Tesis pada PPS UPI. Bandung: Tidak Dipublikasikan.

Munandar, S. C. U. (2004). *Pengembangan Kreatifitas Anak Berbakat*. Jakarta: Rineka Cipta.

Ruseffendi, E.T. (1988). *Pengantar kepada Membantu Guru Mengembangkan Kompetensinya dalam Pengajaran Matematika untuk meningkatkan CBSA*. Bandung: Tarsito.

Hassoubah, I. J. (2004). *Cara Berpikir Kreatif dan Kritis*. Bandung: Nuansa.

Johnson, E. (2006). *Contextual Teaching and Learning*. Bandung: MLC.

Supriadi, D. (1994). *Kreativitas, Kebudayaan, dan Perkembangan Iptek*. Bandung: Alfabeta.

Suryadi, D. (2005). *Penggunaan Pendekatan Pembelajaran Tidak Langsung serta Pendekatan Gabungan Langsung dan Tidak Langsung dalam Rangka Meningkatkan Kemampuan Berpikir Matematik Tingkat Tinggi Siswa SLTP*. Disertasi pada PPS UPI. Bandung: Tidak Dipublikasikan.

Syukur, M. (2004). *Mengembangkan Kemampuan Berpikir Kritis melalui Pembelajaran Matematika dengan Pendekatan Open Ended.* Tesis pada PPS UPI. Bandung: Tidak Dipublikasikan.

Yuniawati, R. P. (2001). *Pembelajaran dengan Pendekatan Open-Ended dalam Upaya Meningkatkan Kemampuan Koneksi Matematika Siswa*. Tesis pada PPS UPI. Bandung: Tidak Dipublikasikan.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 13

Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika oleh Pendidik

Oleh:
Jailani
Jurdik Matematika FMIPA UNY

Abstrak

Akhir tahun 2009-2011 ini, ada beberapa hal yang menggembirakan para pendidik (guru dan dosen). Hal tersebut antara lain prestasi mateamatika siswa yang terbaik di atara mata pelajaran lain pada ujian nasional, juga prestasi pada kompetisi tingkat internasional, dan yang tak kalah penting penghargaan terhadap profesi pendidik (yang tidak hanya untuk pendidik matematika saja). Namun demikian jika, diperhatikan lebih lanjut, nampaknya masih ada hal yang memprihatinkan, yakni prestasi matematika jika dibandingkan dengan prestasi matematika pada tingkat internasional.

Pada uraian berikut, akan dikaji mengenai beberapa upaya yang bisa dilakukan oleh pendidik, dalam rangka meningkatkan mutu pendidikan matematika, yang salah satunya adalah meningkatkan mutu perangkat pembelajaran matematika. Penyusunan perangkat pembelajaran, khususnya untuk pendidik di perguruan tinggi, akan menjadi fokus utamannya. Perangkat pembelajaran yang dimasuk adalah silabus dan rencana pelaksanaan pembelajaran.

Kata kunci: perangkat pembelajaran, silabus, rencana pelaksanaan pembelajaran matematika

A. Pendahuluan

Kabar yang dapat menggembirakan para pendidik (guru atau dosen) matematika di Indonesia antara lain adalah adanya prestasi prestasi belajar matematika siswa SMP/MTs dan SMA/MA yang secara nasional terbaik di antara mata pelajaran lain (nilainya di atas 7,50), jika dilihat dari hasil ujian nasional tahun 2009 sampai 2010 (Puspendik/BSNP, 2009, 2010). Pada tingkat internasional prestasi matematika dari sebagian siswa sekolah hingga mahasiswa Indonesia juga nampak demikian. Hal ini ditunjukkan dari perolehan medali dari keikutsertaannya dalam berbagai olimpiade matematika.

Namun demikian hal itu belumlah mencerminkan baiknya pendidikan atau pembelajaran / prestasi matematika pada tingkat internasional, karena kegiatan tersebut memang hanya diikuti oleh siswa-siswa atau mahasiswa-mahasiswa yang terpilih dan telah memperoleh pelatihan khusus untuk kegiatan itu. Hal ini terlihat dari hasil *Programme for International Student Assessment* (PISA) yang dilakukan oleh *Organization for Economic Co-operation and Development* (OECD). Berdasarkan hasil PISA 2006, skor matematika Indonesia berada pada tingkat bawah dengan skor 391 dari skor rata-rata 498 (OECD, 2007), dan berdasarkan hasil PISA 2009 skor matematika Indonesia masih juga berada pada tingkat bawah dengan skor 371 dari skor rata-rata 496 (OECD, 2010). Oleh karena itu, upaya untuk meningkatkan mutu pendidikan atau pembelajaran matematika masih perlu dan terus ditingkatkan. Hal ini sejalan dengan upaya peningkatan mutu pendidikan nasional, melalui rencana pembangunan pendidikan nasional jangka panjang 2005-2025 yang telah dijabarkan ke dalam empat tema pembangunan pendidikan, khususnya pada tema **penguatan daya saing regional (2015-2020)** dan **penguatan daya saing internasional (2021-2025).** Untuk keperluan itu maka salah satu dari misi Kementerian Pendidikan Nasional tahun 2010–2014 antara lain: adalah meningkatkan kualitas/mutu dan relevansi layanan pendidikan.

Untuk meningkatkan mutu pendidikan matematika di sekolah atau di perguruan tinggi bisa dibenahi melalui peningkatan mutu pembelajaran matematika di perguruan tinggi, khususnya perguruan tinggi yang menyiapkan pendidik /tenaga kependidikan di bidang matematika. Beberapa ahli menyebutkan bahwa untuk meningkatkan mutu pembelajaran dapat dilakukan dengan upaya peningkatkan mutu perangkat pembelajarannya. Perangkat pembelajaran adalah sekumpulan sumber belajar yang memungkinkan dosen dan mahasiswa melakukan kegiatan pembelajaran/ perkulaiahan. Dengan perangkatan pembelajaran yang baik, diharapkan dapat membantu terciptanya/terlaksananya pembelajaran yang baik pula, yang pada gilirannya akan meningkatkan keefektifan pembelajaran, berdaya saing.

B. Perangkat Pembelajaran

Pembelajaran pada pendidikan tinggi merupakan serangkaian kegiatan terstruktur yang mampu mengembangkan potensi mahasiswa melalui proses akuisisi, eksplorasi, elaborasi informasi, dan pengalaman belajar dari berbagai sumber untuk menghasilkan insan yang berkarakter, cerdas, dan terampil dalam membangun bangsa yang bermartabat dan berdaya saing. Sumber belajar pada pembelajaran di perguruan tinggi dapat berupa dosen, bahan-bahan yang ada di perpustakaan dan laboratorium, akses dan konten informasi, proses

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

pembelajaran di kelas/lapangan, fakta, kejadian, fenomena alam dan sosial yang sudah dikompilasi, serta sumber lainnya yang relevan.

Pembelajaran di pendidikan tinggi diharapkan mampu mengubah perilaku dan mengembangkan kompetensi mahasiswa sebagai manusia yang cerdas komprehensif dan berkarakter. Perubahan perilaku dan perkembangan kompetensi tersebut harus sejalan dengan standar kompetensi lulusan yang telah ditetapkan program studi

Dalam menyelenggarakan pembelajaran di perguruan tinggi sebisa mungkin memperhatikan hal-hal sebagai berikut: (1) pilar belajar Unesco ”plus” yang meliputi; *learning to know, learning to do, learning to live together, and learning to be,* dan ditambah dengan pilar *learning to believe in God*, (2) Inti pendidikan adalah belajar, dengan dimensi belajar berupa: “dari tidak tahu menjadi tahu, dari tidak bisa menjadi bisa,” dst. , (3) muatan pembelajaran diharapkan mengandung nilai-nilai: iman dan takwa, inisiatif` (kreatif, peka, dan bersemangat), *industrius* (bekerja keras, ulet, etos kerja tinggi, disiplin, produktif, dst.), perbedaan individu (bakat, minat, dan motivasi), dan interaksi sosial dan lingkungan; dan (4) hasil belajar (kognitif, afektif, dan keterampilan).

Dosen merupakan sumber daya pembelajaran di perguruan tinggi. Ia mempunyai tugas di bidang pendidikan antara lain: (1) merencanakan, menyiapkan pembelajaran sesuai dengan silabus dan rencana pelaksanaan pembelajaran, melaksanakan pembelajaran, dan mengevaluasinya secara bertahap dan berkelanjutan, (2) memutakhirkan materi, strategi, metode dan teknik pembelajaran, khususnya dengan memanfaatkan TIK (teknologi informasi dan komunikasi) secara optimal; (3) menyelenggarakan pembelajaran yang terprogram dan akuntabel berdasarkan kurikulum dan peraturan akademik yang diberlakukan oleh program studi/perguruan tinggi sesuai dengan target mutu program; (4) menyelenggarakan pembelajaran melalui tatap muka, penugasan lapangan, laboratorium, penelusuran bahan-bahan pustaka (dari koleksi perpustakaan, pusat sumber belajar, maupun dunia maya), serta bahan-bahan ujian sesuai dengan karakteristik bahan dan tujuan pembelajaran, yang diadministrasikan secara transparan; (5) memanfaatkan hasil penelitian dan

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

kegiatan pengabdian masyarakat dalam rangka memantapkan dan mengembangkan materi dan penyelenggaraan pembelajaran; dan (6) menyelenggarakan pelayanan akademik dan tutorial bagi mahasiswa.

Hal di atas sejalan dengan pendapat para ahli yang menyatakan bahwa faktor penting bagi penentu keberhasilan mengajar adalah ide yang jelas tentang pelajaran yang mereka ingin atur dan persiapan (Nikolic & Cabaj, 1999: 47; Kyriacou, 2009: 86). Persiapan yang matang diperlukan guna keberhasilan pembelajaran. Bentuk dari persiapan pembelajaran adalah perangkat pembelajaran. Oleh karena itu dalam melaksanakan tugasnya, dosen menyusun persiapan yang berupa perencanaan proses pembelajaran. Pembelajaran tiap mata kuliah merupakan upaya pencapaian standar kompetensi lulusan program studi. Pernyataan kompetensi pada tingkat program studi diuraikan menjadi Rumusan Hasil Belajar. Rumusan hasil belajar tersebut menjadi dasar untuk penyusunan rencana pembelajaran pada setiap mata kuliah. Perencanaan pembelajaran tiap mata kuliah diwujudkan dalam bentuk silabus dan rencana pelaksanaan pembelajaran.

1. Silabus

Menurun Allan (Nunan, 1988: 6), silabus merupakan bagian dari kurikulum, yang memfokuskan pada suatu spesifikasi dari unit-unit yang akan diajarkan, bagaimana hal itu akan diajarkan, serta hal-hal yang terkait dengan metodologi. Dalam draft standar proses untuk pembelajaran di pendidikan tinggi, disebutkan bahwa silabus adalah seperangkat rencana tentang materi, kegiatan, dan pengelolaan pembelajaran, serta bentuk penilaian hasil pembelajaran untuk setiap mata kuliah termasuk di dalamnya karya tulis ilmiah, skripsi, tesis dan disertasi.

Silabus minimal memuat:

a. identitas mata kuliah: nama, kode, bobot-sks, mata kuliah prasyarat

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

b. standar kompetensi
c. kompetensi dasar
d. materi pembelajaran
e. kegiatan pembelajaran
f. penilaian
g. alokasi waktu
h. sumber belajar.

Dalam penyusunan silabus, kadang-kadang juga dimuat deskripsi mata kuliah. Silabus dikembangkan oleh dosen secara mandiri atau bersama-sama dalam kelompok keahlian bidang ilmu terkait yang merupakan turunan dari standar kompetensi lulusan program studi. Dalam penilaian BAN-PT, yang paling bagus adalah disusun oleh kelompok dosen dalam satu bidang ilmu, dengan memperhatikan masukan dari dosen lain atau dari pengguna lulusan.

Berikut ini akan diberikan penjelasan untuk butir-butir di atas.

a. Deskripsi Mata Kuliah

Deskripsi mata kuliah dimaksudkan sebagai gambaran umum mata kuliah secara garis besar, meliputi isi, tujuan, serta hal-hal yang sangat spesifik berkaitan dengan pembelajaran. Deskripsi mata kuliah dapat dinyatakan dengan paragraf naratif yang dapat menstimuli mahasiswa untuk berfikir.

b. Standar Kompetensi Mata Kuliah

Standar Kompetensi Mata kuliah (KM) diartikan sebagai batas dan arah kemampuan yang harus dimiliki dan dapat dilakukan oleh mahasiswa setelah mengikuti pembelajaran mata kuliah tertentu. Nilai-nilai pendidikan karakter, bisa juga dimasukkan dalam standar kompetensi Mata Kuliah, sebagai kompetensi/tujuan pembelajaran penyerta.

c. Strategi Pembelajaran

Strategi pembelajaran di sini dimaksudkan sebagai bentuk/pola umum kegiatan pembelajaran yang akan dilaksanakan. Strategi pembelajaran dapat dipilih antara kegiatan tatap muka dan non tatap muka.

1) Kegiatan Tatap Muka

Kegiatan tatap muka dimaksudkan sebagai kegiatan pembelajaran yang dilakukan dengan mengembangkan bentuk-bentuk interaksi langsung antara dosen dengan mahasiswa, seperti: pembelajaran tatap

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

muka, diskusi, presentasi seminar di bawah bimbingan dosen, ujian tengah semester, ujian semester, dll.

2) Kegiatan Non Tatap muka

Kegiatan non tatap muka dimaksudkan sebagai kegiatan yang berhubungan langsung dengan pembelajaran, yang dilakukan dengan mengembangkan bentuk-bentuk interaksi antara mahasiswa dengan objek/sumber-sumber belajar, seperti : tugas mandiri, tugas kelompok, dan bentuk-bentuk penugasan lainnya.

Untuk membantu pencapaian kompetensi/tujuan penyerta, pendidik dapat memilih strategi, metode, atau cara pembelajaran yang sesuai didik dapat memilih kegiatan y

d. Sumber Belajar

Sumber belajar dimaksudkan adalah buku wajb dan buku acuan/referensi atau literatur yang digunakan oleh dosen dalam pembelajaran. Bagi dosen, sumber bahan utama adalah buku bajib *(texbook).* Sebaiknya jumlah buku wajib jangan terlalu banyak, maksimal 2 buah. Sedangkan buku acuan/referensi dimaksudkan adalah sumber-sumber lain seperti jurnal, hasil penelitian, penerbitan berkala, dokumen negara, dan lain-lain, termasuk buku-buku lain sebagai penunjang buku teks.

e. Penilaian

Agar supaya dosen mempunyai rambu-rambu yang jelas dalam penilaian hasil belajar, maka perlu ditetapkan jenis-jenis tagihan yang akan digunakan sebagai alat penilaian untuk menentukan prestasi mahasiswa pada akhir pembelajaran, seperti: partisipasi dalam pembelajaran, kualitas hasil tugas-tugas yang diberikan, nilai ujian tengah semester, nilai ujian semester, dll. Masing-masing komponen perlu juga ditetapkan besaran kontribusi atau bobot (persentase) dalam penentuan skor akhir. Komponen-komponen beserta bobotnya perlu dikomunikasikan kepada mahasiswa, agar masing-masing dapat menyesuaikan.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

f. Kegiatan Pembelajaran

Kegiatan pembelajaran menjelaskan komponen-komponen umum dari penggalan-penggalan tertentu pembelajaran dan prosedur yang akan digunakan untuk mencapai kompetensi dasar. Adapun komponen-komponen kegiatan pembelajaran ini meliputi: pertemuan/minggu (urutan tatap muka), kompetensi dasar, materi pokok, strategi pembelajaran, dan sumber bahan.

1) Pertemuan/Minggu

Kegiatan pertemuan diurutkan mulai dari tatap muka atau minggu ke-1 sampai 16 yang disesuaikan dengan besarnya cakupan Kompetensi Dasar (KD).

2) Kompetensi Dasar

Kompetensi Mata kuliah yang telah dirumuskan pada Butir-II perlu dijabarkan melalui analisis instruksional, menjadi sejumlah Kompetensi Dasar (KD), yakni kemampuan minimal yang harus dicapai mahasiswa. Hasilnya diisikan pada kolom KD. Urutan KD disajikan berdasarkan pertimbangan-pertimbangan logis, sistemik, sistematik, serta adekuasi (kecukupan), dengan mempertimbangkan pendekatan penyajiannya, apakah prosedural, hierarkhis, atau kombinasi di antara ke duanya. Mengingat bahwa kegiatan ujian tengah semester umumnya diprogramkan secara khusus dengan mengambil 1 kali tatap muka, maka sebaiknya jumlah KD jangan lebih dari 15 butir. Jika jumlah KD ada 15, maka untuk setiap kali tatap muka digunakan untuk menyelesaikan 1 KD. Namun jika jumlah KD kurang dari 15, maka satu KD dapat diselesaikan dengan lebih dari satu kali tatap muka.

3) Materi Pokok

Materi pokok adalah pokok-pokok materi yang harus dipelajari mahasiswa sebagai sarana/wahana pencapaian kompetensi dasar.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Untuk memasukkan nilai-nilai pendidikan karaktet, pendidik dapat memilih materi yang diduga bisa mendukung tercapainya hal itu.

4) Strategi Pembelajaran

Untuk mencapai kompetensi dasar diperlukan strategi pembelajaran yang tepat, baik melalui tatap muka maupun non tatap muka. Setiap materi pokok memerlukan strategi pembelajaran yang berbeda-beda. Cara mengisi kolom Strategi Pembelajaran ini adalah dengan memilih dan menentukan kegiatan mana dari kegiatan tatap muka, non tatap muka, atau kombinasi dari kegiatan tatap muka dan non tatap muka. Strategi Pembelajaran ini harus dipilih secara jitu dengan mempertimbangkan berbagai komponen serta instrumen terkait/pendukungnya.

5) Sumber Belajar (Texbook/Referensi)

Kolom Sumber bahan (texbook/referensi) ini, cukup diisi dengan nomor/kode sumber bahan yang telah ditetapkan oleh dosen pada butir-IV, dengan menunjuk Chapter atau Bab serta halaman yang memang benar-benar relevan untuk dijadikan wahana pencapaian KD tertentu. Hal ini tentu dimaksudkan untuk memudahkan bagi mahasiswa yang akan mencari texbook/referensi yang dimaksudkan.

2. Rencana Pelaksanaan Pembelajaran

Terkait dengan rencana pelaksanaan pembelajaran Stringer, Christensen, dan Baldwin (2010: 4) menyebutkan bahwa membuat rencana pelaksanaan pembelajaran lebih dari sekedar menyusun suatu program pembelajaran, seorang dosen harus tidak hanya menentukan sejumlah informasi atau keterampilan yang dipelajari, tetapi juga karakteristik dan kapabilitas siswa dalam kelas. Keberhasilan suatu program pembelajaran memerlukan benang merah dari apa yang dipelajari dengan hakikat pembelajar. Sementara itu McLeod dan Reynolds (2003: 126) menyatakan bahwa suatu rencana pelaksanaan pembelajaran mecakup penentukan tujuan dari pembelajaran dan garis besar-garis besar kegiatan yang akan dilakukan dosen dan mahasiswa untuk mencapai tujuan tersebut. Hal-hal yang perlu diperhatikan dalam penyusunan rencana pelaksanaan pembelajaran antara lain: gaya belajar mahasiswa, kompetensi/tujuan yang lebih spesifik (indikator), pemilihan kegiatan-kegiatan pembelajaran, materi ajar, bagaimana mengukur ketercapaian tujuan pembelajaran (penilaian), dan setelah melakukan evaluasi pelaksanaan pembelajaran, melakukan revisi jika diperlukan (Glanz, 2009: 84).

Perencanaan yang baik merupakan aspek penting dari pengajaran yang efektif. Menurut But & Skrown (Kyriacou, 2009: 86), ada tiga unsur utama yang terlibat dalam perencanaan. Unsur pertama adalah perlunya mempertimbangkan tujuan umum dan spesifik terhadap hasil pembelajaran yang akan dicapai. Unsur kedua, setelah mempertimbangkan konteks (misalnya jenis mahasiswa, sumber daya sekolah) dan hasil pembelajaran yang diinginkan, adalah mempertimbangkan apa yang akan menjadi lingkungan belajar yang paling efektif, kegiatan dan urutan-urutannya. Unsur ketiga, adalah perlunya memantau dan mengevaluasi kemajuan belajar mahasiswa, sehingga dosen dapat menilai apakah pelajaran telah berhasil. Dalam kaitannya penyusunan rencana pelaksanaan pembelajaran, Nikolic & Cabaj (1999: 59) menyatakan bahwa rencana pelaksanaan pembelajaran merupakan alat yang kita gunakan untuk mencerminkan konteks, konteks, teknik, materi/bahan ajar, urutan kegiatan dan pembagian waktu, dan berbagai apek lain dalam rancangan program.

Dari pendapat-pendapat di atas dapat disimpulkan bahwa dalam penysusunan rencana pelaksanaan pembelajaran perlu mempertimbangkan atau mencakup: tujuan atau standar kompetensi, tujuan yang lebih spesifik (indikator), materi/bahan ajar, alokasi waktu, metode pembelajaran, kegiatan pembelajaran, penilaian hasil belajar, sumber belajar, dan sarana pendukung pembelajaran (media pembelajaran).

Rencana pelaksanaan pembelajaran (RPP) atau istilah lainnya, disusun berdasarkan silabus untuk mengarahkan kegiatan pembelajaran. Dosen menyusun rencana pelaksanaan pembelajaran untuk satu atau beberapa kali kegiatan pembelajaran yang dilaksanakan dalam semester yang akan

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

berlangsung. Penyusunan rencana pelaksanaan pembelajaran perlu memperhatikan partisipasi aktif mahasiswa, penerapan teknologi informasi dan komunikasi, keterkaitan dan keterpaduan antarmateri, umpan balik, dan tindak lanjut.

Komponen rencana pelaksanaan pembelajaran minimal memuat:

a. identitas mata kuliah: nama, kode, pertemuan ke, bobot-sks
b. kompetensi dasar
c. indikator pencapaian kompetensi, dan atau tujuan pembelajaran
d. materi ajar
e. alokasi waktu
f. metode pembelajaran
g. kegiatan pelaksanaan pembelajaran (skenario pembelajaran)
h. penilaian hasil belajar
i. sumber belajar.
j. sarana pendukung pembelajaran.

Untuk menyusun RPP, unsur penting yang perlu tambahan penjelasan adalah kegiatan pelaksanaan pembelajaran (skenario pembelajaran) dan penilaian.

g. Kegiatan pelaksanaan pembelajaran (skenario pembelajaran)

Kegiatan pelaksanaan pembelajaran merupakan wahana yang secara langsung mengembangkan pengetahuan, meningkatkan keterampilan, dan membangun karakter mahasiswa. Pelaksanaan pembelajaran berdasarkan rencana pembelajaran meliputi (1) kegiatan pendahuluan, (2) kegiatan inti dan (3) kegiatan penutup.

1) Kegiatan pendahuluan

Kegiatan pendahuluan pembelajaran merupakan pemberian informasi yang komprehensif tentang capaian proses sebelumnya berdasarkan hasil asesmen dan umpan balik, keterkaitan antarmateri yang akan disampaikan dengan materi sebelumnya, serta target capaian pada pembelajaran yang akandiberikan. Serta

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

2) Kegiatan Inti

Kegiatan inti dilakukan secara interaktif, inspiratif, menyenangkan, menantang, memotivasi mahasiswa untuk berpartisipasi aktif, serta memberikan ruang yang cukup bagi prakarsa, kreativitas, dan kemandirian. Kegiatan inti menggunakan metode-metode pembelajaran inovatif yang berpusat pada mahasiswa (*student center learning*) sehingga mahasiswa terstimulasi untuk meningkatkan potensi mereka melalui akuisisi, eksplorasi, elaborasi atas informasi dan pengalaman dari berbagai sumber belajar. Kegiatan inti mengoptimalkan semua komponen pembelajaran sehingga pembelajaran menjadi lebih bermakna dan berguna. Pengoptimalan ini, antara lain, dapat dilakukan melalui pembahasan latihan atau tugas, balikan secara langsung, serta konfirmasi atas hasil yang dicapai oleh mahasiswa. Hal tersebut harus tercermin dalam penilaian hasil belajar.

3) Kegiatan penutup

Kegiatan pembelajaran ditutup dengan melakukan refleksi atas suasana dan capaian dari kegiatan pembelajaran yang telah dilaksanakan. Refleksi dilakukan, antara lain, dalam bentuk pengajuan pertanyaan yang menggugah inspirasi, pembuatan rangkuman, penugasan terstruktur, serta informasi materi pembelajaran berikutnya. Kegiatan ini difasilitasi oleh dosen dengan melibatkan mahasiswa dan semua sumber belajar yang digunakan selama pembelajaran berlangsung.

Ketiga tahapan kegiatan pembelajaran tersebut di atas, diberlakukan untuk kegiatan tatap muka, praktikum di laboratorium, praktik lapangan, atau bimbingan tugas akhir/skripsi. Nilai-nilai pendidikan dapat dicapai atau diberikan ketika proses pembelajaran berlangsung, langsung berdasarkan kejadian/fenomena yang ada dalam kelas.

h. Penilaian hasil belajar

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Penilaian merupakan usaha sistematis yang dilakukan untuk menentukan kualifikasi terhadap perencanaan dan pelaksanaan pembelajaran dan capaian hasil belajar mahasiswa setelah menjalani perencanaan dan pelaksanaan pembelajaran.

Fungsi penilaian yaitu:

1) memotivasi belajar mahasiswa
2) memperbaiki perencanaan dan pelaksanaan pembelajaran
3) menentukan keberhasilan mahasiswa pada setiap mata kuliah

Penilaian hasil pembelajaran, yaitu penilaian terhadap kompetensi yang telah dirumuskan yang dicapai oleh mahasiswa yang meliputi penguasaan kompetensi lulusan dan hasil belajar yang telah ditetapkan dalam tujuan pembelajaran yang meliputi aspek kognitif, afektif, dan psikomotorik.

Pendekatan penilaian hasil belajar dapat menggunakan pendekatan penilaian acuan kriteria (PAK) atau penilaian acuan norma (PAN).

1) Pendekatan PAK, yaitu penilaian yang didasarkan pada pencapaian kompetensi yang ditetapkan sebagai tujuan pembelajaran sehingga nilai yang diperoleh mahasiswa mencerminkan penguasaan kompetensi.
2) Pendekatan PAN, yaitu penilaian yang didasarkan pada norma kelompok yang mengikuti pembelajaran sehingga nilai yang diperoleh mahasiswa mencerminkan posisinya di dalam kelompok.
3) Kurikulum berbasis kompetensi menggunakan pendekatan penilaian acuan kriteria (PAK).

Sasaran penilaian hasil pembelajaran:

1) Sasaran penilaian hasil pembelajaran dalam kelas/kegiatan laboratorium lapangan, meliputi mutu: (a)penguasaan kompetensi (*output*) yang telah ditentukan beserta arah *outcome* yang relevan, dan (b) partisipasi/kinerja mahasiswa
2) Sasaran penilaian hasil pembelajaran dalam penugasan mata kuliah, meliputi mutu:

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

(a) penguasaan kompetensi (*output*) yang telah ditentukan beserta arah *outcome* yang relevan, (b) laporan berkenaan dengan isi, bahasa dan struktur penulisan, dan (c) partisipasi /kinerja mahasiswa

3) Sasaran penilaian hasil pembelajaran dalam bentuk penyusunan tugas akhir atau skripsi, meliputi mutu: (a) penguasaan kompetensi yang telah ditentukan pada penyusunan tugas akhir atau skripsi, (b) laporan berkenaan dengan isi, bahasa dan struktur penulisan, (c) partisipasi /kinerja mahasiswa, dan (c) kesesuaian dengan aturan akademik yang berlaku, dan (d) kemampuan mempertahankan hasil (karya ilmiah):tugas akhir atau skripsi.

Catatan:

Capaian *outcome* dinilai berdasarkan penguasaan kondisi lapangan yang relevan dengan materi mata kuliah beserta pembahasannya dalam rangka pengembangan kemampuan berpikir, merasa, bersikap, bertindak, dan bertanggungjawab.

C. Perangkat Pembelajaran

Perangkat pembelajaran perlu dibuat oleh pendidik. Beberapa pertimbangan mengenai pentingnya penyusunan perangkat pembelajaran oleh pendidik antara lain: untuk peningkatan mutu pembelajaran, sebagai bagian dari tugas pendidik, untuk pengembangan profesi, dan sebagai bentuk pertanggungjawaban dalam rangka penjaminan mutu baik inetrnal maupun eksternal. Dengan penyusunan perangkat pembelajaran yang baik, harapannya mutu pembelajaran, pengembangan profesi, dan mutu lembaga akan menjadi baik pula.

DAFTAR PUSTAKA

Glanz, J. (2009). Teaching 101 Classroom Strategies for The beginning Teachers. New York, USA: Corwin.

Haynes, A. (2007). *100 ideas for lesson planning*. New York: Continuum International Publishing Group, The Professional and Higher Partnership.

Kyriacou, C. (2009). *Effective teaching in schools: Theory and practice. Third edition*. United Kingdom: Nelson Thornes.

Mc. Leod, J.H. & Reynolds, R. (2003). *Planning for Learning*. Victoria: Social Sciences Pess.

Nikolic, V. & Cabaj, H. (1999). *Am I Teaching Well? Self-evaluation strategis for effective teachers*.Toronto: Pippin.

Nunnan, D. (1988). *Syllabus Design*. Londonm: Oxford University Press.

OECD. (2007). *PISA 2006: Science Competencies for Tomorrow's World. Table 6.3b.* http://www.oecd.org/dataoecd/31/0/39704446.xls

OECD. (2010). *PISA 2009 results: What Students Know and can Do: student performance in reading, mathematics and science (volume 1).* http://browse.oecdbookshop.org/oecd/pdfs/ free/9810071e.pdf

Stinger, E.T, Christensen, L.M. & Baldwin, S.C. (2010*). Integrating Teaching, Learning, and Action Research.* New York, USA: Sage Publishing, Inc.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 14

Pengajaran Matriks Dan Persamaan Linier Di Fakultas Teknik Universitas Tama Jagakarsa Jakarta

Oleh : Dr. Maspul Aini Kambry, M.Sc.
Dosen Matematik Fakultas Teknik Universitas Tama Jagakarsa
dan
Dra. Zahra Chairani, M.Pd.
Dosen Matematik STKIP PGRI Banjarmasin

Abstract :
Matrix and linier equation represent subject do not enthuse by most faculty of technique student. Matrix operational and linier equation getting good impression, shall is started to inculcate matrix and determinant bases and its difference. The forms of resolving linier equation such as those on literature usually only representing resolving of the problem without explaining usefulness of the problems. Beside of that not be explained which easiest able to be utilized by student. Lecturer shall earn to build knowledge of student about usefulness of matrix and linier equation, in order to desire to studying it. Moderation Instruction of matrix and linier equation represent effort which must be developed. Students given a change for contribution in direct learning. With these constribution the teaching process became powerfull because student can solve mathematics problem by himselves. By these method students fells mathematic as familiar tool for help their problem, not become an additional problem.

Abstrak :
Matriks dan persamaan linier merupakan mata pelajaran tidak diminati oleh sebagian besar mahasiswa fakultas teknik. Operasional matriks dan persamaan linier agar mendapat kesan yang baik, hendaknya dimulai dengan menanamkan definisi dasar matriks, determinan dan perbedaannya. Bentuk-bentuk dan pemecahan persamaan linier seperti yang ada pada literatur biasanya hanya merupakan pemecahan persoalan tanpa menerangkan kegunaan permasalahan. Disamping itu tidak diterangkan metode mana yang paling mudah yang dapat dipergunakan oleh mahasiswa. Dosen hendaknya dapat membangun pengetahuan mahasiswa tentang kegunaan matriks dan persamaan linier, agar ada keinginan untuk mempelajarinya. Penyederhanaan pengajaran matriks dan persamaan linier merupakan upaya yang harus dikembangkan. Mahasiswa diberi kesempatan berkontribusi selama pembelajaran berlangsung. Dengan konstribusi ini proses pembelajaran menjadi bermakna karena mahasiswa bisa menyelesaikan masalah matematik oleh mereka sendiri. Dengan methode ini mahasiswa merasakan bahwa matematika menjadi alat dikenal untuk menolong memecahkan persoalan mereka, bukan menjadi masalah tambahan.

Kata kunci : matriks, operasional matriks, dan persamaan linier.

PENDAHULUAN

1.1. Latar belakang masalah

Matakuliah matriks dan persamaan linier termasuk kedalam kategori matakuliah yang tidak disenangi oleh mahasiswa fakultas teknik Universitas Tama Jagakarsa. Apalagi jika dosen yang memberikan matakuliah tersebut murni mengajarkan matematika hanya pada penerapan rumus dan persamaan. Pengajaran matriks dan persamaan linier hendaknya diterapkan menggunakan bentuk teori dan hubungan perkalian matriks, determinan, dan invers, dengan persamaan linier secara terpadu. Usman(2004) menunjukan bahwa mengajar matematik dengan memberikan kebebasan pada pelajar memerlukan energi dan pengetahuan lebih tapi sangat mengasikan dan banyak manfaat yang didapat. Pengalaman ini menerapkan sistem pembelajaran yang dianjurkan oleh Martin (1996), dan Wahl (1998). Hal yang sama juga ditemui penulis pada waktu mengajar matematika pada tingkat pertama teknik arsitektur, (Maspul Aini Kambry dan Puji Wiranto, 2007).

1.2. Rumusan masalah

Semua obyek dalam pembelajaran matematika adalah abstrak, karena matematika penuh dengan struktur-struktur dan konsep-konsep yang saling berkaitan, dan setiap konsep adalah abstrak. Oleh karena itu konsep-konsep matematika dipahami siswa melalui proses abstraksi. Seseorang dikatakan memahami konsep apabila ia dapat mengklasifikasikan suatu obyek yang merupakan contoh dan yang bukan contoh. Sehingga konsep dikatakan sebagai ide abstrak yang digunakan untuk mengklasifikasikan contoh dan bukan contoh. (Zahra Chairani, 2010)

Berdasarkan kurikulum berbasis kompetensi program studi teknik sipil dan teknik informatika matriks, persamaan linier diajarkan pada semester I. Dengan adanya pengajaran matriks dan persamaan linier ini diharapkan mahasiswa mengenal perbedaan matriks dan determinan, perbedaan matrik diagonal dan matriks bukan diagonal, baris dan kolom, persayaratan operasi matrik sampai dengan matriks kofaktor, invers matrik dan determinan. Dengan pengetahuan ini mahasiswa dapat menyelesaikan berbagai masalah dalam persamaan linier dengan menggunakan sifat-sifat determinan, perkalian matriks dan invers matrik.

Setelah perhitungan secara teori dimulai dari ukuran matrik yang paling rendah sampai yang relatif besar (sampai dengan baris-kolom = 4), dapat diselesaikan oleh mahasiswa. Dimulai memperkenalkan matlab dalam penyelesaian masalah matriks, determinan dan persamaan linier. Disebabkan oleh karena mahasiswa telah terbiasa menghitung permasalahan matriks seperti operasi matrik, determinan dan persamaan linier dengan menggunakan teori, pemecahan masalah dengan menggunakan matlab membuat mahasiswa tercengang dan merasa alangkah mudahnya permasalahan matrik jika digunakan matlab. Demontrasi menggunakan matlab dilanjutkan untuk matrik yang berukuran lebih besar dari 4X4, yang sepertinya membosankan dihitung dengan manual terjawab dengan mudah jika menggunakan matlab untuk ukuran yang lebih besar dari 10x10.

Penggunaan matlab, yang menakjubkan itu, yang merupakan kotak hitam ilmu pengetahuan, sedikit demi sedikit di bedah dengan memperkenalkan program pascal

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

yang diajarkan pada semester satu juga. Dengan menggunakan Pemerograman pascal mahasiswa mengerti bagaimana algoritma mendapatkan operasi matrik, yang mereka buat sendiri. Peranan dosen matematik pada tingkat pertama di tuntut agar bisa menjelaskan apa arti matriks dan determinan, dan solusi pemecahannya baik secara teori, kotak hitam dan pemerograman. Solso (2007) memberikan pernyataan bahwa kreatifitas adalah suatu aktifitas kognitif yang menghasilkan suatu pandangan yang baru mengenai suatu bentuk permasalahan dan tidak dibatasai pada hasil yang selalu dipandang menurut kegunaannya

1.3. Tujuan penelitian

Meningkatkan *kemampuan* dan *kemauan* dosen untuk memiliki pengetahuan baik secara teoritis maupun praktis tentang pengelolaan pembelajaran, keterampilan meramu berbagai pendekatan, dan metode sebagai upaya untuk melaksanakan pembelajaran yang efektif, yang akhirnya akan mengantarkan dosen untuk menjadi dosen professional.

1.4. Manfaat penelitian

Penelitian ini bermanfaat untuk :

a. Membantu mahasiswa fakultas teknik dalam menyelesaikan persoalan matriks, determinan, operasi matriks dan kaitannya dengan persamaan linier.
b. Menciptakan suasana pembelajaran yang kondusif, lebih mengutamakan student center learning daripada teacher center learning

2. Metodologi Penelitian

Pembelajaran mengenai matriks, determinan dan persamaan linier dimulai dengan tahapan, memperkenalkan teori matriks, determinan dan persamaan linier yang diperinci sebagai berikut :

2.1 Penggunaan Matlab

Penggunaan matlab dalam pengajaran adalah untuk memeriksa hasil yang didapat pada penyelesaian teori meliputi penulisan matrik, operasi matrik, invers matrik dan penyelesaian persamaan linier dengan cara persamaan determinan dan menggunakan invers matrik.

2.2 Operasi Matriks Menggunakan Pemerograman

Pemerograman dilakukan karena disamping mempelajari aljabar linier mahasiswa semester I, universitas Tama Jagakarsa juga mempelajari Algoritma dan

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

pemerograman pascal, oleh karena itu dilakukan pembuatan propragam pascal agar mahasiswa lebih menghayati tentang matriks dan persamaan linier. Pemerograman pascal dibatasi pada penampilan matrik dan operasinya saja.

3. Definisi Matriks dan Determinan

Penelitian mahasiswa pada permulaannya adalah membedakan apa yang disebut matriks dan determinan. Perbedaan ini penting karena akan menentukan pada pemecahan persoalan selanjutnya.

3.1 Definisi matriks

Matriks adalah sekelompok bilangan atau huruf yang disusun menurut baris dan kolom dalam tanda kurung dan berbentuk seperti sebuah persegi panjang. Notasi Matriks : A = (a_{ij}), dengan a_{ij} adalah elemen pada baris ke i kolom ke j. Dua buah matriks A = (a_{ij}) dan B = (b_{ij}) dikatakan sama (A = B) jika ukuran nya sama yaitu (m x n) dan $a_{ij} = b_{ij}$ untuk setiap i dan j (i = 1,2,….,m ;j = 1,2,….,n).

3.2 Operasi Matriks

a. Penambahan

Jika A = (a_{ij}) dan B = (b_{ij}), matriks yang berukuran sama , maka A + B adalah suatu matriks C = (c_{ij}) , di mana $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ untuk setiap i dan j.

b. Perkalian Matriks

Pada umumnya perkalian Matriks tidak komutatif terhadap operasi perkalian : AB $\neq$BA. Syarat Perkalian Matriks : Banyaknya kolom matriks pertama = banyaknya baris matriks kedua. Misal A = (a_{ij}) berukuran (m x n) dan B = (b_{ij}) berukuran (n x p). Maka perkalian AB adalah suatu matriks C = (c_{ij}) berukuran (m x p), dengan $c_{ij} = a_{i1}\, b_{1j} + a_{i2}\, b_{2j} + \ldots .. + a_{in}\, b_{nj}$ untuk setiap i = 1,2,,,,,,m dan j = 1,2,….,p

3.3 Determinan

a. Determinan matriks ordo 2 x 2

Matriks berordo 2 × 2 yang terdiri atas dua baris dan dua kolom. Pada bagian ini akan dibahas determinan dari suatu matriks berordo 2 × 2. Misalkan *A* adalah matriks persegi ordo 2 × 2 dengan bentuk $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, Determinan matriks *A* di definisikan sebagai selisih antara perkalian elemenelemen pada diagonal utama dengan perkalian elemen-elemen pada diagonal sekunder. Determinan dari matriks *A* dinotasikan dengan det A atau $|A|$. Nilai dari determinan suatu matriks berupa bilangan real. Berdasarkan definisi determinan suatu matriks, Anda bisa mencari nilaideterminan dari matriks A, yaitu:

$$\det A = |A| = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = a \times d - b \times c = ad - bc$$

b. Determinan Matriks Ordo 3 x 3

Pada bagian ini, Anda akan mempelajari determinan mariks berordo 3 × 3. Misalkan A matriks persegi berordo 3 × 3 dengan bentuk

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$\text{Det}(A) = a_{11}(a_{22}.a_{33}-a_{23}.a_{32}) - a_{12}(a_{21}.a_{33}-a_{23}.a_{31}) + a_{13}(a_{21}.a_{32}-a_{22}.a_{31})$

3.4 Invers Matriks

Misalkan A dan B adalah dua matriks yang berordo 2 × 2 dan memenuhi persamaan $AB = BA = I2$ maka matriks A adalah matriks invers dari matriks B atau matriks B adalah matriks invers dari matriks A.

Contoh : perhatikanlah perkalian matriks-matriksberikut.

Misalkan A = $\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ dan B = $\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ AB = $\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 6-5 & 3-3 \\ -10+10 & -5+6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I_2$$

3.5 Perbedaan Matriks dan Determinan

Perbedaan matriks dan determinan adalah, determinan mempunyai nilai dan matriks merupakan susunan angka menurut baris dan kolom. Determinan suatu matriks mempunyai nilai jika matriks tersebut mempunyai baris = kolom.

3.6 Persamaan Linier

Diketahui persamaan linear

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 10 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= 29 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 &= 25 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 &= 18 \end{aligned}$$

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

persamaan linier ini dapat dituliskan dalam notasi matrix sebagai

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 29 \\ 25 \\ 18 \end{pmatrix}$$

atau lebih singkat lagi ditulis $A\underline{x} = \underline{b}$, tetapkan $\underline{x}$, Salah satu cara penyelesaian adalah dengan mengalikan ruas kiri dan ruas kanan tanda = dengan A^{-1}.

$A^{-1}A\underline{x} = A^{-1}\underline{b}$, Karena $A^{-1}A = I$ dan $I\underline{x} = \underline{x}$, maka diperoleh $\underline{x} = A^{-1}\underline{b}$.

Jika A adalah Matriks bujur sangkar, A^{-1} (asal matrix itu taksingular) dapat diperoleh. Maka penyelesaian adalah $\underline{x} := A^{-1}\underline{b}$.

4. Penggunaan Matlab pada Operasi Matriks

4.1 Penulisan Data Matriks

Masukkan matriks ke dalam Matlab seperti vector,

>> A=[1 1 1 1; 2 1 3 4; 3 2 2 3; 1 3 1 2]

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

>> B=[10 1 1 1;29 1 3 4;25 2 2 3;18 3 1 2]

$$B = \begin{pmatrix} 10 & 1 & 1 & 1 \\ 29 & 1 & 3 & 4 \\ 25 & 2 & 2 & 3 \\ 18 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

4.2 Operasi Matriks

Penjumlahan

```
>> A+B

ans =

   11    2    2    2
   31    2    6    8
   28    4    4    6
   19    6    2    4
```

4.3 Penyelesaian Determinan

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

```
>> det(A)
ans =   6
```

4.4 Invers Matriks

```
>> inv(A)
ans =
```

$$\begin{pmatrix} 0.0000 & -0.3333 & 0.6667 & -0.3333 \\ 0.5000 & -0.1667 & -0.1667 & 0.3333 \\ 2.5000 & 0.1667 & -0.8333 & -0.3333 \\ -2.0000 & 0.3333 & 0.3333 & 0.3333 \end{pmatrix}$$

4.5 Penyelesaian Persamaan Linier

Persamaan linier sepertiyang ditunjukan pada titik 3.6 dapat diselesaikan dengan beberapa cara, diantaranya eliminasi Gauss atau dengan cara persamaan determinan dengan menuliskan dulu matril A, B, C, D, dan E. Matrik A, dan B sudah ditentukan pada point 4.1. matriks C, D, dan E adalah sebagai berikut :

```
>> C=[1 10 1 1;2 29 3 4;3 25 2 3;1 18 1 2]
C =
    1   10    1    1
    2   29    3    4
    3   25    2    3
    1   18    1    2
>> D=[1 1 10 1;2 1 29 4;3 2 25 3;1 3 18 2]
D =
    1    1   10    1
    2    1   29    4
    3    2   25    3
    1    3   18    2
>> E=[1 1 1 10;2 1 3 29;3 2 2 25;1 3 1 18]
E =
    1    1    1   10
    2    1    3   29
    3    2    2   25
```

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

1 3 1 18

Sehingga akan didapatkan :

>> x_1=det(B)/det(A), x_1 = 1

>> x_2=det(C)/det(A), x_2 = 2

>> x_3=det(D)/det(A), x_3 = 3, dan

>> x_4=det(E)/det(A), x_4 = 4

Penyelesaian dengan invers matrik A adalah sebagai berikut,

Inv(A) b

Adalah

ans =

$$\begin{pmatrix} 0.0000 & -0.3333 & 0.6667 & -0.3333 \\ 0.5000 & -0.1667 & -0.1667 & 0.3333 \\ 2.5000 & 0.1667 & -0.8333 & -0.3333 \\ -2.0000 & 0.3333 & 0.3333 & 0.3333 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 29 \\ 25 \\ 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$$

>> inv(A)*b

ans =

1.0000

2.0000

3.0000

4.0000

Artinya x_1=1, x_2=2, x_3=3 dan x_4=4

4.6 Pemerograman Pacsal Untuk Operasi Matrik

Sebagai perwujudan dari array dua dimensi, operasi aritmatika seperti penjumlahan, perkalian, dan pengurangan bisa dilakukan.

Contoh.

```
Program OPERASI_MATRIK;
uses wincrt;
type
matrik=array[1..100,1..100] of real;
var
```

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

```
m,n, p, q: integer; {dimensi dari matrik}
A,B,C: matrik; {matrik A, B sebagai input, C sebagai hasil}

procedure bacamatrik(var A:matrik; m,n:integer);
var
i,j: integer; {faktor pengulang}
begin {read}
for i:=1 to m do
begin {do}
for j:=1 to n do
read(A[i,j]);
readln;
end; {do}
end; {read}

procedure tulismatrik(A:matrik; m,n:integer);
var
i,j: integer; {faktor pengulang}
begin {write}
for i:=1 to m do
begin {tiap baris}
writeln;
for j:=1 to n do
write(A[i,j]:6:2);
end; {tiap baris}
writeln;
end; {write}

procedure check_matrik(A,B,C:matrik; m,n,p,q:integer);
var i,j :integer;
begin
if (m=p) and (n=q) then
begin
for i:=1 to m do
begin
for j:=1 to n do
begin
C[m,n]=A[m,n]+B[m,n])
end;
end;
end
else
writeln('DIMENSI MATRIK TIDAK COCOK')
end;

procedure perkalian_matrik(A,B,C:matrik; m,n,p,q:integer);
var i,j, k :integer;
```

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

```
C1: matrik;
begin
if (n=p) then
begin
for i:=1 to m do
begin
for j:=1 to p do
begin {inner product}
C1[i,j]:=0;
for k:=1 to n do
C1[i,j]:=C1[i,j]+A[i,k]*B[k,j];
end; {inner product}
end;
n:=q;
for i:=1 to m do
for j:=1 to n do
C[i,j]:=C1[i,j];
end
else
writeln('DIMENSI MATRIK TIDAK COCOK')
end;
```

5. Penutup

5.1 Kesimpulan

Dengan memperkenalkan konsep matrik, determinan dan invers matrik penyelesaian persamaan linier menjadi lebih cepat. Hasil yang didapatkan pada penyelesaian dengan cara eliminasi dapat dibandingkan dengan cara persamaan determinan. Lebih ekstrim lagi kalau digunakan prinsip invers matrik untuk menyelesaikan persamanan linier.

Pengunaan matlab, dilakukan setelah mahasiswa mengerti prinsip operasi matriks dan determinan secara teoritis, kedua hasil ini dapat dibandingkan dan jika ada jawaban yang tidak sesuai dapat mengoreksi pada bagian mana yang salah. Pemerograman pascal untuk operasi matrik dapat memberikan gambaran bagaimana kotak hitam matlab bekerja.

5.2 Saran

Dosen yang mengajar persamaan linier, hendaknya memambahkan penyelesaian melalui persamaan determinan, invers matrik dan pemerograman untuk mendapatkan operasi matriks tersebut agar mahasisawa lebih mendalami pengertian dan pembelajaran tidak membosankan.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

DAFTAR PUSTAKA

Martin, H (1996) *Multiple Inteligences in the Mathematics Classroom*, Illonois : IRI/ SkyLight Training and Publishing, inc.

Maspul Aini Kambry dan Puji Wiranto, (2007), *Pengajaran Matematika pada Mahasiswa Arsitektur Universitas Tama Jagakarsa, S*eminar Nasional matematik Universitas Diponegoro

Solso, dkk. (2008) *Psikologi Kognitif*. Cetakan kedelapan. Penerbit Airlangga . Jakarta

Usman, M., Z. (2004) *Menjad*i *Guru Profesional*, Bandung : Remaja Rosdakarya

Wahl, M. (1998), *Math for Humans*, *Teaching Mathematics Through 7 Inteligences*. Australia : Hawker Brownlow Educatio

Zahra Chairani (2010), *Membangun Kreatifitas Dan Inovatif Guru Matematika*, Disampaikan pada Seminar Nasional tanggal 7 Nopember 2010 di aula BAPEDA Banjarmasin

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 15

Kontribusi Pendidikan Matematika Dalam Pembentukan Karakter Siswa

Rudi Santoso Yohanes
Program Studi Pendidikan Matematika – Unika Widya Mandala Madiun
E-mail: rudisantoso@widyamandala.ac.id

ABSTRAK

Dewasa ini marak dibicarakan degradasi karakter manusia Indonesia. Buruknya perilaku moral bangsa tidak hanya terjadi pada masyarakat kebanyakan, tetapi justru dipertontonkan secara masif oleh mereka yang mengemban amanah sebagai pejabat publik yang seharusnya menjadi panutan. Kian mencemaskannya budaya dan karakter anak negeri ini, menuntut kita (para pendidik) untuk lebih peduli dan serius dalam menyemaikan kembali karakter bangsa yang bersendikan pada nilai-nilai luhur bangsa.

Undang-undang No. 20 Tahun 2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional mengamanatkan bahwa pendidikan tidak hanya membentuk insan Indonesia yang cerdas, namun juga berkepribadian atau berkarakter, sehingga nantinya akan hadir generasi bangsa yang tumbuh berkembang dengan karakter yang bernafas nilai-nilai luhur bangsa dan agama.

Pendidikan karakter sesungguhnya dapat diintegrasikan kedalam setiap mata pelajaran, termasuk mata pelajaran matematika. Matematika sebagai wahana pendidikan tidak hanya dapat digunakan untuk mencerdaskan siswa saja, tetapi juga mempunyai potensi untuk membentuk karakter siswa. Selama ini, sekolah lebih sibuk dengan aspek kognitif saja, sehingga aspek yang lebih mendasar, yaitu karakter siswa kurang tersentuh.

Makalah ini membahas kontribusi pendidikan matematika dalam pembentukan karakter siswa.

Kata Kunci: Kontribusi Pendidikan Matematika, Pembentukan Karakter.

PENDAHULUAN

Dewasa ini marak dibicarakan degradasi karakter manusia Indonesia. Buruknya perilaku moral bangsa tidak hanya terjadi pada masyarakat kebanyakan, tetapi justru dipertontonkan secara masif oleh mereka yang mengemban amanah sebagai pejabat publik yang seharusnya menjadi panutan. Perilaku kurang terpuji setiap hari menjadi sajian berita media masa, seperti korupsi, kolusi, nepotisme, suap, budaya instan, tawuran, pemerkosaan, narkoba, dan masih banyak lagi. Kian mencemaskannya budaya dan karakter anak negeri ini, menuntut kita (para pendidik) untuk lebih peduli dan serius dalam menyemaikan kembali karakter bangsa yang bersendikan nilai-nilai luhur bangsa.

Saat ini pendidikan karakter sedang dan telah menjadi isu penting dalam sistem pendidikan kita. Upaya menghidupkan kembali pendidikan karakter ini merupakan amanat yang telah digariskan dalam Undang-Undang No 20 Tahun 2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional pada Pasal 3, yang menyebutkan bahwa pendidikan nasional berfungsi mengembangkan kemampuan dan membentuk karakter serta peradaban bangsa yang bermartabat dalam rangka mencerdaskan kehidupan bangsa. Pembentukan karakter merupakan salah satu tujuan pendidikan nasional. Pasal 1 Undang-undang Sistem Pendidikan Nasional Tahun 2003 menyatakan bahwa salah satu tujuan pendidikan nasional adalah mengembangkan potensi peserta didik untuk memiliki kecerdasan, kepribadian dan akhlak mulia. Amanah Undang-undang Sistem Pendidikan Nasional Tahun 2003 itu bermaksud agar pendidikan tidak hanya membentuk insan Indonesia yang cerdas, namun juga berkepribadian atau berkarakter, sehingga nantinya akan lahir generasi bangsa yang tumbuh berkembang dengan karakter yang bernafas nilai-nilai luhur bangsa serta agama. Pendidikan yang bertujuan melahirkan insan cerdas dan berkarakter kuat itu, juga pernah dikatakan Martin Luther King, yakni: *intelligence plus character… that is the goal of true education* (kecerdasan yang berkarakter… adalah tujuan akhir pendidikan yang sebenarnya).

Untuk membentuk karakter siswa, tidak harus melalui satu mata pelajaran tersendiri, melainkan dapat diintegrasikan kedalam setiap mata pelajaran, termasuk mata pelajaran matematika. Hal ini selaras dengan yang dikemukakan oleh Akhmad Sudrajat (2010) bahwa pendidikan karakter dapat diintegrasikan dalam pembelajaran pada setiap mata pelajaran. Materi pembelajaran yang berkaitan dengan norma atau nilai-nilai pada setiap mata pelajaran perlu dikembangkan, dieksplisitkan, dikaitkan dengan konteks kehidupan sehari-hari. Dengan demikian, pembelajaran nilai-nilai karakter tidak hanya pada tataran kognitif, tetapi menyentuh pada tataran internalisasi dan pengamalan nyata dalam kehidupan siswa sehari-hari di masyarakat.

Agus Prabowo dan Pramono Sidi (2010) juga menekankan bahwa pembelajaran matematika tidak sekedar mengajarkan materi matematika, tetapi juga mendidik untuk membangun dan memahat karakter. Pembelajaran matematika dijadikan media dan wahana untuk pembentukan karakter, sehingga pembelajaran matematika tidak hanya untuk mendukung pengembangan ranah kognitif saja tetapi juga untuk mengembangkan ranah afektif dan psikomotor.

Matematika sebagai wahana pendidikan tidak hanya dapat digunakan untuk mencerdaskan siswa saja, tetapi juga mempunyai potensi untuk membentuk karakter siswa. Oleh banyak kalangan, pelajaran matematika diyakini memiliki nilai-nilai tertentu yang amat penting dalam membentuk dan mengembangkan karakter siswa. Namun sayang, dalam pelaksanaan pembelajaran matematika sehari-hari, sekolah lebih

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

sibuk dengan aspek kognitif saja, sehingga aspek yang lebih mendasar, yaitu pembentukan dan pengembangan karakter siswa kurang tersentuh.

Perlu upaya lebih serius untuk memberdayakan pembelajaran matematika, sehingga potensi mata pelajaran matematika dalam pembentukan dan pengembangan karakter siswa dapat lebih tampak eksplisit, tidak hanya *by chance*, tetapi *by design*. Dengan demikian kontribusi pendidikan matematika dalam pembentukan karakter siswa dapat benar-benar dirasakan dan diwujudkan.

Dari uraian di atas, masalah yang akan dibahas dalam makalah ini adalah:

1. Bagaimana pendidikan karakter seharusnya diimplementasikan di sekolah?
2. Bagaimana karakteristik pendidikan matematika dan nilai-nilai yang terkandung di dalamnya?
3. Bagaimana strategi pembentukan karakter siswa dengan menggunakan wahana pendidikan matematika?

Hasil pembahasan dari masalah-masalah di atas, diharapkan dapat bermanfaat untuk:

1. Memberi masukan bagi sekolah mengenai bagaimana mengimplementasikan pendidikan karakter di sekolah.
2. Memberi wawasan kepada guru matematika mengenai karakteristik pendidikan matematika dan nilai-nilai luhur yang dikandungnya.
3. Memberi masukan kepada para guru, khususnya guru matematika mengenai strategi pembentukan karakter siswa dengan menggunakan wahana pendidikan matematika.

PENDIDIKAN KARAKTER

Karakter merupakan suatu kualitas pribadi yang bersifat unik yang menjadikan sikap atau perilaku seseorang yang satu berbeda dengan yang lain. Karakter adalah cara berpikir dan berperilaku yang menjadi ciri khas tiap individu untuk hidup dan bekerjasama, baik dalam lingkup keluarga, masyarakat, bangsa dan negara. Individu yang berkarakter baik adalah individu yang bisa membuat keputusan dan siap mempertanggungjawabkan tiap akibat dari keputusan yang ia buat (Suyanto, 2010). Karakter bersifat dinamis, dapat berubah dari satu periode waktu tertentu ke periode lainnya, walaupun tidak mudah. Sebagai contoh, dulu sering dikatakan bangsa Indonesia sebagai bangsa Timur yang mempunyai karakter sopan, santun, ramah, berperasaan halus, dan lain-lain, yang menggambarkan sebuah sikap atau perilaku yang mengindikasikan keluhuran budi pekerti. Bagaimana kondisi sekarang? Banyak yang meragukan bahwa karakter tersebut masih menjadi ikon bangsa Indonesia. Karakter bangsa Indonesia yang dikenal ramah, sopan, dan menjunjung gotong royong berubah menjadi beringas, menakutkan, mudah marah dan kurang peduli dengan nasib bangsanya. Jika tanda-tanda ini seluruhnya menjadi tanggung jawab pendidikan, maka hal ini menunjukkan bahwa ada yang hilang dari pendidikan di Indonesia.

Menurut Mochtar Buchori (dalam Achmad Sudrajat, 2010), pendidikan karakter seharusnya membawa siswa ke pengenalan nilai secara kognitif, penghayatan nilai secara afektif, dan akhirnya ke pengamalan nilai secara nyata. Cara mendidik untuk membentuk dan membangun karakter juga disampaikan oleh Bapak Pendidikan Indonesia Ki Hajar Dewantoro, yaitu dengan memberi contoh, pembiasaan, pembelajaran dengan berpikir kritis, perintah, paksaan dan hukuman yang mendidik, untuk mampu melakukan perbuatan yang bijak. Pendidikan karakter yang paling efektif adalah **keteladanan**. Misalnya, kalau siswa tidak boleh terlambat masuk kelas, maka gurunya juga seharusnya tidak boleh terlambat masuk kelas, kalau siswa tidak boleh merokok, maka gurunya pun seharusnya tidak boleh merokok, jika siswa tidak boleh membolos, gurunya pun seharusnya tidak boleh membolos.

Arief Rachman (2010) juga menegaskan bahwa untuk membentuk karakter siswa setidaknya perlu tiga hal, yaitu: teladan, pembiasaan, dan koreksi atau kontrol. Hal ini mengisyaratkan bahwa membentuk karakter tidak dapat dilakukan hanya dengan memberikan materi atau pengetahuan mengenai karakter, tetapi lebih ditekankan pada praktek langsung baik oleh pendidik (guru) untuk kemudian ditiru oleh siswa. Dengan demikian, pendidikan karakter tidak hanya sekedar *lips-service*, tetapi satunya kata, pikiran, dan tindakan. Guru harus mempunyai karakter tertentu yang dapat digugu (dipercaya) dan ditiru (diteladani) dan menjadi contoh bagi siswa-siswanya. Ini berarti pendidikan karakter harus diberikan oleh guru yang berkarakter (mempunyai karakter) yang dapat menjadi teladan dan diteladani oleh para siswanya.

Jadi, dalam membentuk karakter tidak dapat dilakukan secara instan, perlu proses yang panjang dan pembiasaan. Pembiasaan tidak akan terlaksana tanpa ada keteladanan. Jika seorang guru berkata A tetapi berbuat B, maka siswapun akan bingung mana yang akan ditiru. Dalam kasus seperti ini, pasti tidak akan ada pembiasaan, karena tidak ada

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

teladan yang dapat diteladani. Oleh karena itu, pendidikan karakter harus ditekankan pada program pembiasaan yang mengarah pada karakter yang baik dan keteladanan dari seluruh warga sekolah. Koreksi atau kontrol yang berupa pujian atau teguran akan menjadi alat yang efektif, agar karakter yang sedang dibentuk dan dikembangkan tetap berada pada arah yang benar. Penghargaan dan sanksi harus tetap diberikan. Pemberian penghargaan kepada yang berprestasi menjadi bentuk penyemangat atau motivator untuk menjadi lebih baik. Sedangkan sanksi kepada yang melanggar berguna untuk mencegah terjadinya nilai-nilai buruk ke tingkat yang lebih parah.

Ratna Megawangi (2007) mencontohkan keberhasilan Cina dalam menerapkan pendidikan karakter sejak awal 1980-an. Pendidikan karakter di Cina melalui proses *knowing the good, loving the good,* dan *acting the good*. Tampak bahwa pendidikan karakter yang dilakukan di Cina merupakan suatu proses pendidikan yang melibatkan aspek kognitif, emosi, dan fisik, sehingga karakter yang mulia, luhur, dan agung dapat terukir menjadi *habit of minds, heart, and hands*. Hal ini menunjukkan bahwa pengintegrasian ranah kognitif, afektif, dan psikomotor secara proporsional dalam pendidikan merupakan sesuatu yang sangat penting.

KARAKTERISTIK PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN NILAI-NILAI YANG DIKANDUNG DI DALAMNYA

Berbicara tentang pendidikan matematika, tentu saja tidak dapat dilepaskan dari matematika. Demikian pula pada saat membicarakan karakteristik pendidikan matematika, juga tidak dapat dilepaskan dari karakteristik matematika. Soedjadi (2007) menguraikan perbedaan karakteristik matematika dan pendidikan matematika yang dapat diringkas dalam tabel di bawah ini.

Tabel 1. Perbedaan Karakteristik Matematika dan Pendidikan Matematika

Karakteristik Matematika	Karakteristik Pendidikan Matematika
Memiliki objek kajian yang abstrak (hanya ada di dalam pikiran)	Memiliki objek kajian yang konkret dan juga abstrak
Bertumpu pada kesepakatan (lebih bertumpu pada aksioma formal)	Bertumpu pada kesepakatan (termasuk penekanan pada aksioma *self evident truth*)
Berpola pikir deduktif	Berpola pikir deduktif dan juga induktif
Konsisten dalam sistemnya	Konsisten dalam sistemnya (termasuk sistem yang dipilih untuk pendidikan)

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Memiliki/menggunakan simbol yang kosong dari arti	Memiliki/menggunakan simbol yang kosong dari arti dan juga yang telah mempunyai arti tertentu
Memperhatikan semesta pembicaraan	Memperhatikan semesta pembicaraan (bahkan juga digunakan untuk pembatasan bahan ajar matematika, sesuai kelas tertentu)

Berdasarkan karakteristik matematika dan karakteristik pendidikan matematika di atas, matematika dan pendidikan matematika mempunyai potensi yang besar untuk menumbuhkembangkan berbagai macam kemampuan dan karakter (kepribadian) yang sangat berguna bagi siswa sebagai generasi penerus bangsa. Menurut Soedjadi (2000), Kemampuan-kemampuan yang dapat diperoleh dari belajar matematika antara lain adalah:

1. Kemampuan berhitung
2. Kemampuan mengamati dan membayangkan bangun-bangun geometri dan sifat keruangannya.
3. kemampuan melakukan berbagai macam pengukuran, misalnya panjang, luas, volume, berat, dan waktu
4. Kemampuan mengamati, mengorganisasi, mendeskripsikan, menyajikan, dan menganalisis data.
5. kemampuan mengamati pola atau struktur dari suatu situasi.
6. Kemampuan untuk membedakan hal-hal yang relevan dan hal-hal yang tidak relevan pada suatu masalah.
7. Kemampuan untuk membuat prediksi atau perkiraan tentang sesuatu hal berdasarkan data-data yang ada.
8. Kemampuan menalar secara logis, termasuk kemampuan mendeteksi adanya kontradiksi pada suatu penalaran.
9. Kemampuan berpikir dan bertindak secara konsisten.
10. Kemampuan berpikir dan bertindak secara mandiri (independen) berdasarkan alasan yang dapat dipertanggungjawabkan.
11. Kemampuan berpikir kreatif.
12. Kemampuan memecahkan masalah dalam berbagai situasi.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Di samping mempunyai potensi untuk mengembangkan kemampuan-kemampuan di atas, pendidikan matematika juga memiliki nilai-nilai luhur yang dapat digunakan untuk membentuk karakter siswa.

Menurut Sheah & Bhishop (dalam Dede, 2006) mengatakan bahwa nilai dalam pendidikan matematika dikelompokan menjadi dua kelompok, yaitu nilai dalam matematika dan nilai dalam pendidikan matematika. Nilai matematika terdiri dari *rationalism*, *objectivism, control, progress, mystery and openness*. Sedangkan pendidikan matematika dapat menanamkan nilai-nilai *accuracy, clarity, conjecturing, consistency, creativity, effective organization, efficient working, enjoyment, flexibility, open mindedness, persistence,* dan *sistematic working.*

Selanjutnya, Ernest & Chap Sam (2004) mengelompokkan nilai berdasarkan keberadaan nilai dalam diri siswa menjadi tiga, yaitu:

1. Nilai epistemologi, yaitu nilai yang melibatkan kemahiran, penaksiran, dan karakteristik pengetahuan matematika, seperti keakuratan, kesistematisan dan kerasionalan.
2. Nilai sosial dan budaya merupakan nilai yang mendukung kelompok sosial atau masyarakat dan yang memperhatikan penugasan individu pada masyarakat yang berkaitan dengan pendidikan matematika. Sebagai contoh: kerjasama dan apresiasi terhadap keindahan matematika.
3. Nilai personal merupakan nilai yang memperlakukan individu sebagai pembelajar dan sebagai individu, seperti kesabaran, percaya diri, dan kreativitas.

Sehingga nilai dalam matematika dan nilai dalam pendidikan matematika meliputi *accuracy, systematicity, rationality, co-operation, justice and appreciation of the beauty of mathematics, patience, confidence,* dan *creativity*.

Berdasarkan pendapat Sheah & Bhishop serta Ernest & Chap Sam, secara keseluruhan dapat disimpulkan bahwa nilai dalam pendidikan matematika meliputi nilai-nilai: *accuracy, clarity, conjecturing, consistency, creativity, effective organization, efficient working, enjoyment, systematic working, rationality, co-operation, juctice and appreciation of the beauty of mathematics, patience, confidence, objectivity, control, progress, mystery, open mindedness, flexibility, percistence.*

Supaya nilai-nilai luhur pendidikan matematika tersebut di atas dapat ditanamkan pada diri siswa melalui pembelajaran matematika, maka pembelajaran matematika, baik

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

materi pembelajaran matematika maupun strategi pembelajaran matematika harus memenuhi kriteria sebagai berikut:

1. Materi Pembelajaran Matematika
    a. Materi pembelajaran matematika harus mencakup dan mendukung kemampuan-kemampuan atau sikap-sikap yang akan ditumbuhkembangkan.
    b. Materi pembelajaran matematika harus mencakup berbagai contoh dari situasi nyata atau kasus dari kehidupan sehari-hari yang relevan.
    c. Materi pembelajaran matematika tidak boleh terlalu padat, sehingga dapat memberi kesempatan yang cukup bagi siswa untuk mengkonstruksi pengetahuan.
2. Strategi Pembelajaran Matematika
    a. Strategi Pembelajaran matematika harus memberi kesempatan dan motivasi bagi siswa untuk aktif mengkonstruksi makna dari materi yang dipelajari, sehingga pengetahuan, kemampuan, sikap/karakter yang dipelajari, dapat terinternalisasi dengan baik.
    b. Strategi pembelajaran matematika untuk membentuk karakter siswa dapat menggunakan pola pembiasaan dan pola *modeling*. Pola pembiasaan dilakukan dengan mengulang-ulang nilai yang akan diinternalisasikan ke dalam diri siswa, sehingga nilai tersebut lambat laun akan terbentuk dalam diri siswa. Pola *modeling* dilakukan dengan cara memberikan contoh orang atau barang sebagai model. Guru harus mampu memotivasi siswa untuk mencontoh model yang telah disajikan, sehingga lambat laun terbentuk karakter yang baik dalam diri siswa. Pola *modeling* menuntut guru untuk bersikap baik sebagai model untuk ditiru. Guru harus menjadi teladan dalam menerapkan nilai yang akan diinternalisasikan kepada siswa.
    c. Strategi pembelajaran matematika harus banyak menggunakan contoh-contoh kontekstual dari dunia nyata untuk dikupas atau dianalisis. Hal ini sejalan dengan landasan PMRI yang merupakan sebuah model pembelajaran khusus untuk matematika. Agung Prabowo & Pramono Sidi (2010) menjabarkan dukungan pendekatan PMRI pada pengembangan karakter sebagi berikut:

Tabel 2. Dukungan Pendekatan PMRI pada Pengembangan Karakter

Landasan (L), Prinsip (P), dan Karakteristik (K) PMRI/PMR	Karakter
L1: *Mathematics must be connected to reality*	Interes (minat yang kuat), apresiasi dan penghargaan terhadap matematika.
L2: *Mathematics should be seen as human activity*	Humanis
P1: *Guided reinvention through progresive mathematization*	Motivasi
P2: *Didactical phenomenology*	—
P3: *Self-developed or emergent models*	Keyakinan, percaya diri, berani mempertahankan pendapat, bertanggung jawab, bersepakat dan menerima pendapat teman
K1: *Phenomenological exploration or the use of contexts*	—
K2: *The use of models or bridging by vertical instruments*	Kejujuran, kemandirian, kegigihan, dan kerja keras
K3: *The use of students own productions and constructions or students contributions*	Kerja keras, keberanian, dan kemauan berbagi hasil pemikirannya.
K4: *The interactive character of the teaching process or interactivity*	Interaksi, negosiasi, kerjasama, demokratis, toleransi, antusiasme, berbagi dan berdiskusi dengan sesama siswa dan guru, guru menjadi teladan (panutan dan idola).
K5: *The intertwining of various learning strands*	—

PEMBENTUKAN KARAKTER SISWA DENGAN MENGGUNAKAN WAHANA PENDIDIKAN MATEMATIKA

Pembelajaran matematika tidak sekedar mengajarkan materi matematika saja, tetapi juga mendidik untuk membangun dan membentuk karakter siswa. Pembelajaran matematika dapat dijadikan media dan wahana untuk pembentukan karakter, sehingga pembelajaran matematika tidak hanya untuk mendukung pengembangan ranah kognitif saja, tetapi juga untuk mengembangkan ranah afektif dan psikomotor. Untuk membangun dan membentuk karakter siswa melalui pembelajaran matematika, dapat dilakukan dengan beberapa cara, yaitu:

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

1. Karakteristik pendidikan matematika dan Nilai-nilai yang dikandungnya

Membangun karakter siswa dapat dilakukan dengan mengenalkan dan kemudian menanamkan nilai-nilai yang terkandung dalam mata pelajaran matematika kepada siswa, sehingga mempunyai dampak pada kehidupan sehari-hari yang baik. Ini berarti, dalam pembelajaran matematika sehari-hari, guru harus dapat mengambil dan menunjukan nilai-nilai mata pelajaran matematika yang bermanfaat bagi kehidupan siswa. Pendek kata, pembelajaran matematika harus dapat menumbuhkan kemampuan-kemampuan dan nilai-nilai yang dapat dialihgunakan dalam kehidupan masa depan yang penuh dengan persaingan.

2. Keteladanan Guru

Karakter terbentuk dari proses meniru yaitu melalui proses melihat, mendengar, dan mengikuti. Dengan demikian, sebenarnya dapat diajarkan secara sengaja. Oleh karena itu seseorang dapat memiliki karakter yang baik atau juga karakter yang buruk, tergantung sumber yang ia pelajari atau sumber yang mengajarinya. Ini berarti, agar siswa memiliki karakter yang baik, maka guru juga harus memiliki karakter yang baik sebagai contoh dan teladan bagi siswanya.

Tugas guru bukanlah terbatas pada membuat siswa pandai, melainkan membekali mereka dengan nilai-nilai kehidupan yang mempersiapkan mereka menjadi insan yang bertanggung jawab, mampu bekerja sama, jujur, hemat, teliti, tangguh, ulet, tidak mudah putus asa, berani menghadapi tantangan, bisa mengatakan "tidak" terhadap ajakan yang tidak baik, dan lain sebagainya. Tentu saja sederet perilaku tersebut harus diperkenalkan secara bertahap dan dipraktekan dalam kehidupan sehari-hari, menjadi kebiasaan dan terinternalisasi dalam diri siswa.

3. Kegiatan Pembelajaran di Kelas

Guru dapat membangun karakter siswa melalui pembelajaran di kelas. Beberapa hal yang dapat dilakukan antara lain:

a. Diskusi

Dengan berdiskusi dalam kelompok, siswa dengan sendirinya terlatih untuk bekerjasama dalam tim, berani untuk mengungkapkan ide, saling menghargai pendapat, dan bersinergi.

b. Presentasi

Presentasi dapat melatih siswa untuk mengemukakan pendapat di muka umum. Dengan melakukan presentasi, kepercayaan diri siswa meningkat. Di sisi lain ketrampilan komunikasi mereka semakin terasah. Teknologi komputer saat ini juga menjadi pemacu bagi siswa untuk lebih kreatif dalam menyampaikan presentasinya.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

c. Tugas

Tugas yang dirancang dengan baik akan membuat mental kemandirian siswa semakin kuat. Jika tugas-tugas harus dikumpulkan tepat waktu, mereka akan terlatih untuk menghargai kedisiplinan. Terlebih lagi jika tugas yang diberikan menuntut usaha maksimal dan harus dikumpulkan dalam waktu singkat, mereka akan terbiasa bekerja keras dan sekaligus melatih mereka untuk dapat bekerja dalam tekanan, sehingga siswa mempunyai sikap tangguh.

KESIMPULAN

1. Pendidikan karakter dapat diintegrasikan ke dalam setiap mata pelajaran, termasuk mata pelajaran matematika. Untuk membentuk karakter siswa, diperlukan tiga hal, yaitu teladan, pembiasaan, dan koreksi atau kontrol.
2. Mata pelajaran matematika memiliki nilai-nilai yang sangat penting untuk penataan nalar dan pembentukan karakter siswa. Dengan mengenalkan dan kemudian menanamkan nilai-nilai tersebut kepada siswa, maka dapat dikembangkan kemampuan, ketrampilan, sikap dan kepribadian yang sangat bermanfaat bagi siswa.
3. Tugas guru bukanlah semata-mata mengajar saja, tetapi yang lebih penting adalah mendidik. Guru harus memiliki karakter yang baik, sehingga dapat menjadi contoh dan teladan bagi siswanya.

SARAN

Bagi guru matematika, disarankan agar lebih peduli pada aspek afektif, tidak hanya mengutamakan aspek kognitif saja, karena tugas guru tidak hanya sebatas membuat siswa pandai, melainkan yang lebih penting adalah membekali siswa dengan nilai-nilai kehidupan untuk mempersiapkan siswa menjadi insan yang berkarakter baik.

DAFTAR PUSTAKA

Dede, Yüksel. (2006). *Mathematics Educational Values of College Students' Towards Function Concept*. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, Volume 2, Number 1, February 2006, diakses dari www.ejmste.com.

Depdiknas. (2003). *Undang-undang Republik Indonesia Nomor 20 Tahun 2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional*. Jakarta: Depdiknas.

Ernest, Paul & Chap, Sam Lim. (2004). *Values in Mathematics Education: What is Planned and What is Espoused?* Diakses dari www.bsrlm.org.uk.

Megawangi, Ratna. (2007). *Semua Berakar pada Karakter*. Jakarta: Lembaga Penerbit Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia.

Prabowo, Agus & Sidi, Purnomo. (2010). *Memahat Karakter Melalui Pembelajaran Matematika.* Proceedings of The 4th International Conference on Teacher Education, Join Conference UPI & UPSI, Bandung, Indonesia, 8 – 10 November 2010.

Rachman, Arief. (2010). *Urgensi Pendidikan Karakter dalam Membangun Bangsa*. Makalah pada Seminar Nasional Pendidikan Nilai-Karakter, 28 Juli 2010, Program Pascasarjana UPI, Bandung.

Soedjadi. (2000). *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia (Konstatasi Masa Kini Menuju Harapan Masa Depan)*. Jakarta: Dirjen Dikti Depdiknas.

Soedjadi. (2007). *Masalah Kontekstual sebagai Batu Sendi Matematika Sekolah*. Surabaya: Pusat Sains dan Matematika Sekolah Universitas Negeri Surabaya.

Sudrajat, Akhmad. (2010). *Tentang Pendidikan Karakter*. *http://akhmadsudrajat.wordpress.com/2010/08/20*.

Suyanto. (2010). *Urgensi Pendidikan Karakter*. Ditjen Dikdasmen – Kementerian Pendidikan Nasional

P – 16

Implementasi Ajaran Ki Hajar Dewantara Dalam Pembelajaran Matematika Untuk Membangun Karakter Siswa

Oleh :
Theresia Kriswianti Nugrahaningsih
Universitas Widya Dharma Klaten
kriswianti.th@gmail.com

ABSTRAK

Ki Hajar Dewantoro adalah salah seorang tokoh pendidikan Nasional yang mendirikan Perguruan Taman Siswa, untuk mendidik rakyat kecil supaya bisa mandiri, tidak tergantung pada penjajah. Beliau bercita-cita agar bangsa Indonesia yang akan datang memiliki kepribadian nasional dan sanggup membangun masyarakat baru yang bermanfaat bagi kehidupan dan penghidupan bangsa Indonesia. Cara mengajar beliau menerapkan metode “among”.

Among berarti membimbing anak dengan penuh kecintaan dan mendahulukan kepentingan sang anak. Dengan demikian anak dapat berkembang menurut kodratnya. Hubungan murid dan pamong seperti keluarga. Cara mengajar dan mendidik dengan menggunakan “metode Among” dengan semboyan Tut Wuri Handayani artinya mendorong para anak didik untuk membiasakan diri mencari dan belajar sendiri. Mengemong (anak) berarti membimbing, memberi kebebasan anak bergerak menurut kemauannya. Guru atau pamong mengikuti dari belakang dan memberi pengaruh, bertugas mengamat amati dengan segala perhatian, pertolongan diberikan apabila dipandang perlu. Anak didik dibiasakan bergantung pada disiplin kebatinannya sendiri, bukan karena paksaan dari luar atau perintah orang lain.

Seperti prinsip Ki Hadjar Dewantara bahwa kita tidak perlu segan-segan memasukkan bahan-bahan dan kebudayaan asing, dari manapun asalnya, tetapi harus diingat bahwa dengan bahan itu kita dapat menaikkan derajad hidup kita dengan jalan mengembangkan apa yang sudah menjadi milik kita, memperkaya apa yang belum kita miliki (Soeratman, 1985: 46). Dengan menerapkan ajaran Ki Hajar Dewantoro dalam pembelajaran matematika, diharapkan pembelajaran matematika akan lebih menarik dan tidak lepas dari budaya Indonesia. Guru bisa menanamkan budaya asli Indonesia, membentuk anak didik menjadi manusia yang tangguh dalam menyelesaikan masalah, taat asas, mandiri dan bisa menghargai orang lain.

Matematika merupakan salah satu mata pelajaran mempunyai andil yang cukup besar dalam mempersiapkan anak didik. Salah satu tujuan diberikannya mata pelajaran matematika seperti yang tercantum pada kurikulum adalah siswa dapat memiliki kemampuan berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, dan kreatif, serta mempunyai kemampuan bekerjasama, memungkinkan untuk diberi muatan nilai-nilai untuk dapat membangun karakter siswa.

Tulisan ini bertujuan untuk mengimplementasikan ajaran Ki Hajar Dewantoro dalam pembelajaran Matematika sehingga terbentuk sumber daya manusia yang berkompeten dan berkarakter, sesuai dengan nilai-nilai luhur bangsa Indonesia

Kata kunci: Ajaran Ki Hajar Dewantoro, Metode Among, Pembelajaran matematika, Penanaman Nilai

A. Latar Belakang

Dalam era globalisasi, dunia seakan semakin menyatu, sekat-sekat semakin samar, sehingga setiap orang akan semakin mudah berkomunikasi dengan orang lain, tidak dibatasi jarak dan waktu. Hal ini akan mengakibatkan semakin samarnya sekat budaya yang lebih lanjut akan mengakibatkan karakter suatu bangsa akan semakin menipis. Dewasa ini kerusakan moral bangsa sudah dalam tahap sangat mencemaskan, karena terjadi di hampir semua lini, baik birokrasi pemerintahan, aparat penegak hukum, bahkan di dunia pendidikan. Jika hal ini dibiarkan, negara akan menuju ke arah

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

kehancuran. Pendidikan nasional mengemban tugas mengembangkan manusia Indonesia sehingga menjadi manusia yang utuh dan sekaligus merupakan sumberdaya pembangunan yang berkarakter. Sekolah sebagai lembaga pendidikan merupakan wahana untuk menyiapkan para siswa yang berkarakter agar dapat bertahan pada era global. Kementerian Pendidikan Nasional (Kemdiknas) mulai tahun ajaran baru 2011/2012, berencana menerapkan pendidikan karakter. Sesuai dengan tema Hari Pendidikan Nasional (Hardiknas) tahun ini yaitu "Pendidikan Karakter sebagai Pilar Kebangkitan Bangsa", dengan subtema "Raih Prestasi Junjung Tinggi Budi Pekerti", materi pendidikan karakter akan diberikan mulai dari jenjang pendidikan anak usia dini (PAUD) sampai dengan perguruan tinggi. Termasuk di dalamnya pendidikan non-formal dan informal.

Sebagai bagian dari budaya masyarakat, matematika memiliki kontribusi untuk mewujudkan tujuan-tujuan menyeluruh masyarakat. Matematika membantu orang-orang memahami kehidupan dan dunia, dan matematika menyediakan alat-alat untuk menghadapi dan menangani seluruh jangkauan dan pengalaman-pengalaman manusia. Tujuan diberikannya mata pelajaran matematika yang tercantum pada Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP) adalah memiliki kemampuan berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, dan kreatif, serta mempunyai kemampuan bekerjasama (KTSP).

Dalam rangka pencapaian tujuan mata pelajaran matematika tersebut digunakan berbagai strategi, pendekatan dan model pembelajaran. Selama ini berbagai model telah dikembangkan. Untuk mengembangkan pembelajaran matematika, banyak teori yang digunakan yang sebagian besar berasal dari luar negeri. Sebenarnya gagasan-gagasan tokoh dari Indonesia juga ada, tapi karena masih belum banyak para ahli/pengembang dari Indonesia yang menulis mengenai pendapat tokoh dalam negeri, gagasan tersebut tidak banyak digunakan. Untuk itu penulis ingin menggali gagasan dari salah satu tokoh pendidikan di Indonesia yang hari lahirnya diperingati sebagai hari Pendidikan Nasional, yaitu Ki Hadjar Dewantara. Beliau merintis pendidikan nasional agar bangsa Indonesia yang akan datang memiliki kepribadian nasional dan sanggup membangun masyarakat baru yang bermanfaat bagi kehidupan dan penghidupan bangsa Indonesia (Soeratman, 1985: 127). Ki Hadjar Dewantara mendirikan Perguruan Taman Siswa untuk mendidik rakyat kecil supaya bisa mandiri, tidak tergantung pada penjajah. Cara mengajar beliau menerapkan metode “among”.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Sesuai dengan tujuan pendidikan matematika dan karakteristik matematika, matematika dapat menjadi wahana untuk menanamkan karakter siswa, Dengan menerapkan metode pembelajaran yang bermuatan nilai-nilai yang digali dari budaya bangsa sendiri, akan terbentuk sumber daya manusia yang berkompeten dan berkarakter baik.

Dari latar belakang, dirumuskan masalah: Bagaimana ajaran Ki Hadjar Dewantara dapat diterapkan pada pembelajaran matematika di Indonesia agar terbentuk sumber daya manusia sesuai dengan akar budaya bangsa Indonesia?

B. PEMBAHASAN

1. Pendidikan Karakter dan Nilai-nilai

Pendidikan karakter di sekolah mengacu pada proses penanaman nilai, berupa pemahaman-pemahaman, tata cara merawat dan menghidupi nilai-nilai, serta bagaimana seorang siswa memiliki kesempatan untuk dapat melatihkan nilai-nilai tersebut secara nyata (Koesoema, 2010: 193). Dr Thomas Lickona menyatakan; “pendidikan berkarakter adalah usaha sengaja untuk membantu orang memahami, peduli, dan bertindak berdasarkan nilai-nilai etika inti.” Sebagai pendidik yang berkarakter guru harus mempunyai visi dan misi untuk membentuk karakter siswa yang positif. Selama pembelajaran yang dilakukannya akan menuntun siswa agar bisa menilai benar salah satu nilai (*value*), mengerti yang baik dan yang buruk serta peduli apa yang benar harus dilakukan.

Dr. Thomas Lickona states; "character education is a deliberate effort to help people understand, care, and act upon core ethical values." As a character educator , the teacher must have the vision and mission to establish positive student character. As long as it does the learning will guide the students to properly assess a value (value), understand the good and the bad

Menurut Linda (1997: xxvii), nilai-nilai dibedakan dalam 2 (dua) kategori, yakni nilai-nilai nurani (values of being), dan nilai-nilai memberi (values of giving). Nilai-nilai nurani, meliputi kejujuran, keberanian, cinta damai, keandalan diri, potensi, disiplin diri, tahu batas dan kemurnian, sedangkan nilai-nilai memberi, meliputi setia, dapat dipercaya, hormat, cinta, kasih sayang, peka, tidak egois, baik hati, ramah, adil, murah hati.

Seorang guru berkewajiban untuk mengajar dan mendidik. Menurut Ki Hadjar Dewantara dalam Soeratman (1985: 77), mengajar berarti memberi ilmu pengetahuan, menuntun gerak pikiran serta melatih kecakapan kepandaian anak didik kita agar kelak menjadi orang yang pandai. Mendidik berarti menuntun tumbuhnya budi pekerti dalam hidup anak didik, supaya kelak menjadi manusia berpribadi yang beradab dan bersusila. Keluhuran budi manusia itu menunjukkan sifat batin manusia misal kesadaran tentang kesucian, kemerdekaan keadilan, ke-Tuhan-an, cinta kasih, kesetiaan, kesenian, ketertiban, kedamaian, kesosialan dan sebagainya, sedang kesusilaan atau kehalusan itu menunjukkan sifat hidup lahir manusia yang serba halus dan indah. Sering dipakai kata etis dan estetis, yang menunjukkan dua sifat manusia yang luhur dan halus atau indah itu. Ki Hadjar Dewantara juga mengajarkan bahwa dalam mempelajari sesuatu sebaiknya bersendikan “ tetep-mantep-antep”, “ngandel-kendel-bandel-kandel” dan “Neng-ning-nung-nang”. Siapapun yang tenang akan jernih pikirannya, mudah dapat membedakan barang yang hak dan yang tidak, yang benar dan yang salah, sehingga dia akan menjadi kuat, kokoh dalam kemauannya, kokoh lahir dan batin, untuk mencapai apa yang dikehendakinya, akhirnya dia akan menang, dan berhak atas hasil usahanya.

Karena obyek matematika adalah abstrak maka perlulah kiat khusus untuk mempelajarinya. Ajaran ini sangat cocok dikenakan untuk belajar matematika. Dalam menyelesaikan soal-soal matematika seseorang perlu memusatkan pikiran, melangkah dengan tertib sesuai dengan asas, melangkah dengan konsisten dan mantap, sehingga dapat mengerjakan dengan baik, yang pada ujungnya tentu akan menang dalam memecahkan masalah. Apabila nilai ini ditanamkan pada waktu belajar matematika akan menjadi budaya yang melekat pada siswa yang akan mempengaruhi perilakunya. Sesuai dengan pendapat Swadener dan Soedjadi (1988) yang menyatakan bahwa nilai dapat diturunkan menjadi budaya (*cultural values*), nilai praktis (*practical values*), nilai pendidikan (*educational values*) dan nilai sejarah (*historical values*)

Menurut Sheah dan Bhisop (2000) sebagaimana dikutip oleh Dede (2006) bahwa nilai dalam pendidikan matematika dikelompokkan dalam dua kelompok yaitu nilai dalam matematika itu sendiri dan nilai pendidikan matematika.   Nilai matematika itu sendiri terdiri dari *Rationalism, Objectivism, Control, Progress, Mystery and Openness*. Sedangkan nilai dalam pendidikan matematika dapat meliputi *accuracy, clarity,*

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

conjecturing, *consistency*, *creativity*, *effective organization*, *efficient working*, *enjoyment*, *flexibility*, *open mindedness*, *persistence*, *and sistematic working*.

Dalam tulisan ini, nilai-nilai tersebut akan diimplementasikan dan dimunculkan ke dalam pembelajaran matematika, sehingga secara sadar maupun tidak, nilai-nilai ini akan tertanam pada diri siswa.

2. Ki Hadjar Dewantara dan ajarannya.

Ki Hadjar Dewantara dikenal sebagai tokoh yang berjuang untuk memberi jawaban terhadap pertanyaan: Pendidikan apakah yang cocok untuk anak-anak Indonesia? Jawabannya adalah Pendidikan Nasional. Untuk menyelengarakan pendidikan nasional beliau mendirikan Lembaga Pendidikan Nasional Taman Siswa yang kemudian dikenal sebagai Perguruan Taman Siswa. Perguruan Taman Siswa bertujuan untuk membuat rakyat pandai, sebab Ki Hadjar Dewantara berkeyakinan bahwa perjuangan pergerakan tidak akan berhasil tanpa kepandaian. Untuk itu beliau mengemukakan konsepnya mengenai Pendidikan Nasional (disarikan dari kumpulan karya Ki Hadjar Dewantara: Pendidikan)., yang direalisasi mulai tanggal 3 Juli 1922 dengan mendirikan Perguruan Taman Siswa di Yogyakarta dengan tugas-tugasnya :

a. Pertama adalah untuk mendidik rakyat agar berjiwa kebangsaan dan berjiwa merdeka, untuk menjadi kader-kader yang sanggup dan mampu mengangkat derajat nusa dan bangsanya sejajar dengan bangsa lain yang merdeka.
b. Kedua membantu perluasan pendidikan dan pengajaran yang pada waktu itu sangat dibutuhkan oleh rakyat banyak, sedang sekolah yang disediakan oleh pemerintah Belanda sangat terbatas.

Ki Hajar Dewantara telah menciptakan sistem pendidikan yang merupakan sistem pendidikan perjuangan. Falsafah pendidikannya adalah menentang falsafah penjajahan dalam hal ini falsafah Belanda yang berakar pada budaya Barat. Falsafah pendidikan Ki Hajar Dewantara bukan semata-mata sistem pendidikan perjuangan, melainkan juga merupakan suatu pernyataan falsafah dan budaya bangsa Indonesia sendiri. Sistem pendidikan tersebut kaya akan konsep-konsep kependidikan yang asli. Ki Hajar Dewantara mengembangkan sistem pendidikan melalui Perguruan Taman Siswa yang mengartikan pendidikan sebagai upaya suatu bangsa untuk memelihara dan mengembangkan benih turunan bangsa itu. Untuk itu, Ki Hajar Dewantara mengembangkan metode among sebagai sistem pendidikan yang didasarkan asas kemerdekaan dan kodrat alam (Rochman, dalam Jaeng, 2005).

Sistem pendidikan Ki Hadjar Dewantara itu dikembangkan berdasarkan lima asas pokok yang disebut Pancadarma Taman Siswa (Suratman, 1985: 111), yang meliputi:

a. **Asas kemerdekaan,** yang berarti disiplin diri sendiri atas dasar nilai hidup yang tinggi, baik hidup sebagai individu maupun sebagai anggota masyarakat.
b. **Arti merdeka** adalah sanggup dan mampu untuk berdiri sendiri untuk mewujudkan hidup diri sendiri, hidup tertib dan damai dengan kekuasaan atas diri sendiri. Merdeka tidak hanya berarti bebas tetapi harus diartikan sebagai kesanggupan dan kemampuan yaitu kekuatan dan kekuasaan untuk memerintah diri pribadi
c. **Asas kodrat alam,** yang berarti bahwa pada hakikatnya manusia itu sebagai makluk, adalah satu dengan kodrat alam. Manusia tidak dapat lepas dari kodrat alam dan akan berbahagia apabila dapat menyatukan diri dengan kodrat alam yang mengandung kemajuan itu. Oleh karena itu, setiap individu harus berkembang dengan sewajarnya.
d. **Asas kebudayaan,** yang berarti bahwa pendidikan harus membawa kebudayaan kebangsaan itu ke arah kemajuan yang sesuai dengan kecerdasan zaman, kemajuan dunia dan kepentingan hidup lahir dan batin rakyat pada setiap zaman dan keadaan.
e. **Asas kebangsaan,** yang berarti tidak boleh bertentangan dengan kemanusiaan, malah harus menjadi bentuk kemanusiaan yang nyata. Oleh karena itu asas kebangsaan ini tidak mengandung arti permusuhan dengan bangsa lain melainkan mengandung rasa satu dengan bangsa sendiri, satu dalam suka dan duka, rasa satu dalam kehendak menuju kepada kebahagiaan hidup lahir dan batin seluruh bangsa.

5, Asas kemanusiaan, yang menyatakan bahwa darma setiap manusia itu adalah perwujudan kemanusiaan yang harus terlihat pada kesucian batin dan adanya rasa cinta kasih terhadap sesama manusia dan terhadap makluk ciptaan Tuhan seluruhnya.

Konsep Dasar Kependidikan Ki Hadjar Dewantara

Ki Hadjar Dewantara merintis/menggali kepribadian asli Indonesia. Kepribadian yang mengandung arti harkat diri atau kemanusiaan. Beliau merintis pendidikan nasional agar bangsa Indonesia yang akan datang memiliki kepribadian nasional dan sanggup membangun masyarakat baru yang bermanfaat bagi kehidupan dan penghidupan bangsa Indonesia. Konsep dasar kependidikan Ki Hajar Dewantara yang sekaligus diterima sebagai prinsip kepemimpinan bangsa Indonesia adalah:

a. ***“ing ngarsa sung tulada”*** berarti guru sebagai pemimpin (pendidik) berdiri di depan dan harus mampu memberi teladan kepada anak didiknya. Guru harus bisa

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

menjaga tingkah lakunya supaya bisa menjadi teladan (Soeratman. 1985: 127). Dalam pembelajaran, apabila guru mengajar menggunakan metode ceramah, ia harus benar-benar siap dan tahu bahwa yang diajarkannya itu baik dan benar.

b. ***"ing madya mangun karsa"*** yang berarti bahwa seorang pemimpin (pendidik) ketika berada di tengah harus mampu membangkitkan semangat, berswakarsa dan berkreasi pada anak didik (Soeratman 1985: 127). Hal ini dapat diterapkan bila guru menggunakan metode diskusi. Sebagai nara sumber dan sebagai pengarah guru dapat memberi masukan-masukan dan arahan.

c. ***"tut wuri handayani"*** yang berarti bahwa seorang pemimpin (pendidik) berada di belakang, mengikuti dan mengarahkan anak didik agar berani berjalan di depan dan sanggup bertanggung jawab (Idris, 1983). Ketika guru berada di tengah membangun semangat, di belakang memberi dorongan, dapat terjadi anak didik akan berusaha bersaing, berkompetisi menunjukkan kemampuannya yang terbaik.

Metode Among

Cara mengajar dan mendidik dengan menggunakan "metode Among" dengan semboyan Tut Wuri Handayani artinya mendorong para anak didik untuk membiasakan diri mencari dan belajar sendiri. Mengemong (anak) berarti membimbing, memberi kebebasan anak bergerak menurut kemauannya. Guru atau pamong mengikuti dari belakang dan memberi pengaruh, bertugas mengamat amati dengan segala perhatian, pertolongan diberikan apabila dipandang perlu. Anak didik dibiasakan bergantung pada disiplin kebatinannya sendiri, bukan karena paksaan dari luar atau perintah orang lain. (Soeratman, 1985: 79)

Among berarti membimbing anak dengan penuh kecintaan dan mendahulukan kepentingan sang anak. Dengan demikian anak dapat berkembang menurut kodratnya. Hubungan murid dan pamong seperti keluarga. Murid memanggil gurunya dengan sebutan "ibu" atau "bapak" berbeda dengan sekolah lain pada jaman itu yang memanggil gurunya dengan sebutan "tuan", "nyonya", "nona", "ndoro", "den Behi" atau "mas Behi". (Soeratman, 1985: 79)

Dengan menggunakan dasar kekeluargaan dalam metode among hubungan antara murid dan guru sangat erat. Pengertian keluarga juga dipakai untuk sendi persatuan. Sifat keluarga mengandung unsur unsur :

1. Cinta mencintai sesama anggota keluarga
2. sesama hak dan sesama kewajiban
3. tidak ada nafsu menguntungkan diri dengan merugikan anggota lain.
4. kesejahteraan bersama
5. sikap toleran (Soeratman, 1985: 119)

Selain asas kekeluargaan Pendidikan di Taman Siswa menggunakan sistem Tri Pusat.yaitu :

1. Pusat keluarga, buat mendidik budi pekerti dan laku sosial
2. Pusat perguruan, sebagai balai wiyata untuk usaha mencari dan memberikan ilmu pengetahuan di samping pendidikan intelek
3. Pusat pergerakan pemuda, sebagai daerah merdekanya kaum pemuda atau "kerajaan Pemuda" untuk melakukan penguasaan diri, yang amat penting untuk pembentukan watak' (Soeratman, 1985: 83)

Dalam memberi pelajaran, supaya tidak membosankan dan menyenangkan, contoh-contoh yang dipakai diambilkan dari kehidupan sehari-hari yang dikenal oleh murid (Soeratman, 1985: 121). Dengan demikian pelajaran yang diberikan menjadi *gamblang* (jelas) dan dapat meresap pada ingatan anak didik. Hal ini cocok dengan model kontekstual.

Fatwa Sendi Kehidupan

Ki Hadjar Dewantara juga mengajarkan bahwa dalam mempelajari sesuatu sebaiknya bersendikan "*tetep-mantep-antep*", "*ngandel-kendel-bandel-kandel*" dan "*Neng-ning-nung- nang*"

a. ***"Tetep"*** atau tetap, maksudnya untuk mencapai apa yang kita kehendaki perlulah kita selalu tetap dalam pekerjaan kita jangan selalu menengok kanan kiri. Kita harus berjalan tertib dan maju, setia dan taat terhadap segala asas-asas kita. Kita harus selalu ***"Mantep"*** atau berbesar hati, agar tidak akan ada kekuatan yang akan menahan langkah kita atau membelokkan langkah kita.
   Sehingga dengan sendirinya perbuatan kita akan ***"antep"*** atau berat (berbobot), sehingga tidak mudah kita ditahan, dihambat atau dilawan.
b. ***"Ngandel"*** atau percaya maksudnya yakin kepada penguasa (Tuhan) dan kekuatan diri. ***"Kendel"*** atau berani, yaitu menghindarkan rasa takut atau wasangka. ***"Bandel"*** atau tahan, tawakal, hatinya kuat menderita. ***"Kandel"*** atau tebal, yang meskipun menderita namun kuat badan dan tubuhnya.
   Keempat tabiat ini saling berhubungan : "barang siapa dapat percaya tentu akan berani, lalu mudahlah ia tawakal dan dengan sendirinya ia akan tebal tubuhnya."
c. ***"Neng",*** berarti ***"meneng"*** yaitu tenteram lahir batinnya.
   "Ning" dari perkataan ***"wening"*** dan ***"bening"*** berarti jernih pikirannya, mudah dapat membedakan barang yang hak dan batal, yang benar dan yang salah

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

"*Nung*" dari kata **"*hanung*"** berarti kuat, sentosa dalam kemauannya, yaitu kokoh dalam segala kekuatannya, lahir dan batin, untuk mencapai apa yang dikehendakinya
"*Nang*" yaitu **"*menang*"** atau dapat **"*wewenang*"** atau berhak atas buah usahanya.
Keempat tabiat ini saling berhubungan : barang siapa dapat **"*neng*"** tentu mudah ia akan berpikir **"*ning*",** lalu menjadi kuat atau **"*nung*"** kemauannya, dan dengan sendirinya akan **"*menang*"** (Soeratman, 1985 : 107)

Karena obyek matematika adalah abstrak maka perlu kiat khusus untuk mempelajarinya. Ajaran ini sangat cocok dikenakan untuk belajar matematika. Dalam menyelesaikan soal-soal matematika kita perlu memusatkan pikiran, melangkah dengan tertib sesuai dengan asas, melangkah dengan konsisten dan mantap, sehingga dapat mengerjakan dengan baik, yang pada ujungnya kita akan menang dalam memecahkan masalah. Apabila nilai ini ditanamkan pada waktu belajar matematika akan menjadi budaya yang melekat pada siswa yang akan mempengaruhi perilakunya. Sesuai dengan pendapat Swadener dan Soedjadi (1988) yang menyatakan bahwa nilai dapat diturunkan menjadi budaya (*cultural values*), nilai praktis (*practical values*), nilai pendidikan (*educational values*) dan nilai sejarah (*historical values*)

3. Implementasi Ajaran Ki Hajar Dewantoro Dalam Pembelajaran Matematika Untuk Membangun Karakter Siswa

Menurut Herman Hudoyo (2003), matematika berkenaan dengan ide-ide abstrak, yang diberi simbol-simbol, tersusun secara hirarkis dan penalarannya deduktif. Belajar matematika merupakan kegiatan mental yang tinggi. Belajar matematika bersifat hirarkis, yang artinya bahwa ada bagian-bagian pengetahuan dan keterampilan yang merupakan prasyarat yang diperlukan untuk belajar bagian-bagian pengetahuan matematika berikutnya. Pandangan-pandangan demikian terkandung dalam teori perkembangan intelektual Piaget. Piaget menyatakan satu rangkaian yang terdiri dari empat tahap (sensori-motor, pra-operasional, operasional nyata, operasional formal) yang membentuk sebuah hirarki perkembangan. Siswa harus menguasai operasi-operasi tersebut pada satu tahap sebelum siswa siap untuk berfikir dan menjalankan di tahap berikutnya. Sebuah topik dapat dipelajari bila hirarki prasyaratnya telah dipelajari. Sebuah topik pada tingkat tertentu dalam hirarki tersebut mungkin didukung oleh salah satu atau lebih dari topik-topik di tingkat lebih rendah berikutnya. Siapapun mungkin

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

tidak dapat mempelajari topik tertentu karena ia gagal mempelajari topik-topik dibawahnya yang mendukung topik tertentu tersebut. (Gagne, 1977, ha1.166-7). Ini berarti proses belajar matematika akan terjadi dengan lancar bila dilakukan secara kontinu. Mempelajari matematika bertahap dan berurutan serta mendasarkan kepada pengalaman belajar yang lalu. Sehingga untuk mempelajari konsep B yang mendasarkan kepada konsep A seseorang perlu memahami konsep A. Tanpa memahami konsep A tidak mungkin orang itu memahami konsep B.

Sesuai pendapat Sheah dan Bishop, di dalam matematika terkandung nilai-nilai yang meliputi rasionalisme, objektivisme, pengendalian, kemajuan, misteri dan keterbukaan. Sedangkan nilai dalam pendidikan matematika meliputi keakuratan, kejernihan pemikiran, kemampuan memperkirakan, konsistensi, kreativitas, organisasi yang efektif, bekerja secara efisien, kebahagiaan, fleksibilitas, keterbukaan pemikiran, ketekunan dan bekerja secara sistematis.

Adapun ajaran Ki Hajar Dewantoro dapat diimplemtasikan dalam pembelajaran matematika pada hal-hal sebagai berikut :

1. Kontekstual

   Kontekstual adalah berkenaan dengan konteks. Sedang konteks adalah situasi yang berhubungan dengan suatu peristiwa. (Kamus Besar Bahasa Indonesia). Pembelajaran kontekstual adalah suatu sistem mengajar, didasarkan pada pikiran bahwa makna akan muncul dari hubungan antara isi dan konteksnya. Konteks memberikan makna pada isi. Semakin banyak keterkaitan yang ditemukan siswa dalam suatu konteks yang luas semakin bermaknalah isinya bagi mereka. Semakin mampu para siswa mengaitkan pelajaran-pelajaran akademis mereka dengan konteks semakin banyak makna yang akan mereka dapatkan dari pelajaran itu. Pembelajaran dan pengajaran kontekstual melibatkan para siswa dalam aktivitas yang membantu mereka mengaitkan pelajaran akademis dengan konteks kehidupan nyata yang mereka hadapi. Dengan mengaitkan keduanya, para siswa melihat makna di dalam tugasnya. (Johnson, 2006: 35).

   Menurut Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP), dalam setiap kesempatan, pembelajaran matematika hendaknya dimulai dengan pengenalan masalah yang sesuai dengan situasi (*contextual problem*). Dengan mengajukan masalah kontekstual, peserta didik secara bertahap dibimbing untuk menguasai

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

konsep matematika. Hal ini sesuai dengan ajaran Ki Hajar Dewantoro, yakni agar supaya pelajaran menyenangkan dan mudah dimengerti siswa, contoh-contoh yang dipakai diambilkan dari kehidupan sehari-hari yang dikenal oleh murid. Dengan demikian pelajaran yang diberikan menjadi jelas dan dapat meresap pada ingatan anak didik (Soeratman, 1985: 121).

2. Konstruktivis

Konstruktivisme lahir dari gagasan Piaget dan Vygotsky. Konstruktivisme memandang bahwa pengetahuan merupakan hasil konstruksi kognitif melalui aktivitas seseorang. Parkay (1995) mengemukakan bahwa konstruktivisme memandang bahwa dalam belajar, siswa secara aktif mengkonstruk pengetahuan mereka sendiri. Belajar merupakan kerja mental secara aktif, tidak hanya menerima pengajaran secara pasif.

Selanjutnya menurut Martin et all (1994) menekankan pentingnya setiap siswa aktif mengkonstruk pengetahuan melalui hubungan dari belajar sebelumnya dengan belajar yang baru. Elemen kunci dari teori konstruktivis adalah bahwa orang belajar secara aktif menkonstruk pengetahuan mereka sendiri, membandingkan informasi baru dengan pemahaman sebelumnya dan menggunakannya untuk menghasilkan pemahaman baru.

Dengan mengajukan masalah kontekstual, peserta didik secara bertahap dibimbing untuk menguasai konsep matematika. Ki Hajar Dewantoro berpendapat bahwa guru sebaiknya mendorong para anak didik untuk membiasakan diri mencari dan belajar sendiri, guru mengikuti dari belakang dan memberi pengaruh, bertugas mengamat-amati dengan segala perhatian, pertolongan diberikan apabila dipandang perlu (Soeratman, 1985: 79).

3. *Scaffolding*.

Scaffolding mengacu pada pemberian kepada seorang anak sejumlah bantuan oleh teman sebaya atau orang dewasa (guru). Pemberian scaffolding berarti memberikan kepada siswa sejumlah dukungan selama tahap-tahap awal pembelajaran dan kemudian mengurangi bantuan dan memberikan kesempatan kepada anak itu untuk mengambil tanggung jawab yang semakin besar segera setelah ia mampu melakukan tugas tersebut secara mandiri. Dengan *scaffolding* guru memberikan bantuan seperlunya kepada kelompok yang membutuhkan. *Scaffolding* juga diberikan kepada siswa secara mandiri dalam aktivitas perseorangan. *Scaffolding* dapat juga terjadi dalam kelompok dari anggota yang lebih mampu kepada anggota lainnya. (Jaeng, 2005)

Sesuai ajaran Ki Hajar Dewantoro, bahwa guru sebaiknya dapat ***"ing madya mangun karsa"*** ketika guru berada di tengah harus mampu membangkitkan semangat, berswakarsa dan berkreasi pada anak didik (Soeratman. 1985: 127). Hal ini dapat diterapkan bila guru menggunakan metode diskusi. Sebagai nara sumber dan sebagai pengarah guru dapat memberi masukan-masukan dan arahan.

4. Pembelajaran langsung

Pada pembelajaran matematika, tidak dapat dihindarkan untuk menggunakan metode pembelajaran langsung, terutama dalam memberikan dasar-dasar, dalam mengajarkan pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural. Ketika melakukan pembelajaran langsung, sebaiknya guru menerapkan falsafah '*ing ngarsa sung tuladha'* berarti guru sebagai pemimpin (pendidik) berdiri di depan dan harus mampu memberi teladan kepada anak didiknya. Guru harus bisa menjaga tingkah lakunya supaya bisa menjadi teladan (Soeratman. 1985: 127). Dalam pembelajaran, apabila guru mengajar menggunakan metode ceramah, ia harus benar-benar siap dan tahu bahwa yang diajarkannya itu baik dan benar.

5. Kooperatif

Vygotsky (Slavin, 1997; Taylor, 199), menekankan belajar hahekat sosiokultural yakni menekankan pentingnya lingkungan, budaya dan orang lain dalam belajar anak. Menurut Vygotsky siswa belajar melalui interaksi dengan orang dewasa dan teman sebaya yang lebih mampu. Pada proyek kooperatif, siswa dihadapkan pada proses berpikir dengan teman sebaya mereka; metode ini tidak hanya membuahkan belajar terbuka untuk seluruh siswa, tetapi juga membuat proses berpikir siswa lain terbuka untuk seluruh siswa. Kerjasama dalam konteks tukar menukar informasi, saling memberi tanggapan dan berkomunikasi antar siswa merupakan hal yang sangat penting dalam belajar matematika. Kerjasama membantu siswa dalam mempelajari bahan pelajaran. Apabila pembelajaran dalam kelompok, siswa dididik untuk bisa saling menghargai satu sama lain sebagai sesama manusia, bisa bekerja sama menyelesaikan tugas dengan berlandaskan asas kekeluargaan menurut Ki Hajar Dewantoro, didasari oleh :

a. Cinta mencintai sesama anggota keluarga;

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

   b. sesama hak dan sesama kewajiban;
   c. tidak ada nafsu menguntungkan diri dengan merugikan anggota lain;
   d. kesejahteraan bersama;
   e. sikap toleran

6. Penemuan Terbimbing

   Penemuan terbimbing adalah suatu cara penyampaian topik-topik matematika sedemikian hingga proses belajar memungkinkan siswa menemukan sendiri pola-pola atau struktur-struktur matematika melalui serentetan pengalaman belajar masa lalu. Namun siswa memerlukan bimbingan dan pertolongan guru setapak demi setapak untuk mengembangkan kemampuannya. Siswa harus berusaha mengatasi kesulitan-kesulitan tetapi pertolongan guru tetap diperlukan. Diharapkan jika siswa secara aktif terlibat menemukan suatu prinsip dasar sendiri, ia akan memahami konsep lebih baik, ingat lama dan akan mampu menggunakannya dalam konteks yang lain. (Hudojo, 2003: 113). Siswa dibiasakan untuk mencari dan belajar sendiri. Guru atau pamong mengikuti dari belakang, bertugas mengamat amati dengan segala perhatian, pertolongan diberikan apabila dipandang perlu (Soeratman, 1985: 79). Dalam hal ini guru *'Tut Wuri Handayani'* artinya mendorong para anak didik untuk membiasakan diri mencari dan belajar sendiri. berada di belakang, mengikuti dan mengarahkan anak didik agar berani berjalan di depan dan sanggup bertanggung jawab (Idris, 1983).

7. Pemecahana masalah

   Pemecahan masalah merupakan fokus dalam pembelajaran matematika yang mencakup masalah tertutup dengan solusi tunggal, masalah terbuka dengan solusi tidak tunggal, dan masalah dengan berbagai cara penyelesaian. Untuk meningkatkan kemampuan memecahkan masalah perlu dikembangkan keterampilan memahami masalah, membuat model matematika, menyelesaikan masalah, dan menafsirkan solusinya (KTSP, 2006).

   Langkah-langkah pemecahan masalah menurut G. Polya (1997) adalah a) Memahami masalah, yakni memahami apa yang diketahui dan apa yang tidak diketahui, dan apa syarat-syarat yang diketahui. b) Merencanakan pemecahan masalah, menemukan hubungan data dengan yang ditanyakan/dibuktikan.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Memilih teorema atau konsep yang telah dipelajari untuk dikombinasikan, sehingga dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah. c) Menyelesaikan masalah sesuai rencana. memeriksa masing-masing langkah, membuktikan bahwa langkah-langkah itu benar. d) Memeriksa kembali hasil yang diperoleh, mencocokan jawaban yang diperoleh dengan permasalahan dan menuliskan kesimpulan terhadap apa yang ditanyakan.

Baik dalam pemecahan masalah maupun pada penemuan terbimbing, guru dapat menanamkan falsafah "*tetep-mantep-antep*", "*ngandel-kendel-bandel-kandel*" dan "*Neng-ning-nung- nang*". ***"Tetep"*** atau tetap, maksudnya dalam belajar matematika, untuk membuktikan suatu rumus atau untuk menyelesaikan pemecahan masalah matematika hendaknya selalu ditanamkan bahwa siswa selalu **tetap** dalam pekerjaannya, tidak selalu menengok kanan kiri, bekerja dengan tertib dan maju, setia dan taat terhadap segala asas-asas, yakni rumus atau pengetahuan yang mendahului. Menanamkan bahwa siswa harus selalu ***"Mantep"*** atau mantap melangkah, agar tidak akan ada kekuatan yang menghalangi langkahnya atau membelokkan langkahnya. Sehingga dengan sendirinya siswa akan ***"antep"*** atau berbobot, sehingga tidak mudah dihambat atau dilawan. Guru juga perlu menanamkan rasa ***"Ngandel"*** yakni percaya kepada Tuhan dan kekuatan diri. ***"Kendel"*** yakni berani melangkah maju untuk menyelesaikan masalah. ***"Bandel"*** yakni tahan uji, kuat menderita. Apabila belum berhasil dengan suatu cara, tidak cepat putus asa, selalu mau mencoba cara lain, sehingga tujuan akan tercapai. ***"Kandel",*** meskipun menderita namun kuat badan dan tubuhnya. Dalam pemecahan masalah matematika atau penemuan terbimbing, sebaiknya dikondisikan bahwa siswa selalu ***"Neng",*** atau ***"meneng"*** yaitu tenteram lahir batinnya, sehingga dapat ***"Ning"*** atau ***"wening",*** jernih pikirannya, mudah membedakan yang benar dan yang salah dan ***"Nung"*** dari kata ***"hanung"*** berarti kuat kemauannya, kokoh lahir dan batin, untuk menyelesaikan masalah dan mencapai apa yang dikehendakinya yang akhirnya akan ***"Nang"*** atau ***"menang",*** berhak atas buah usahanya.

Dengan menerapkan falsafah dari Ki Hajar Dewantoro ini dalam pembelajaran matematika diharapkan dapat menanamkan karakter tekun, ulet, tabah, percaya diri, taat asas.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Kewajiban guru

Seorang guru atau pamong berkewajiban untuk mengajar dan mendidik. Mengajar berarti memberi ilmu pengetahuan, menuntun gerak pikiran serta melatih kecakapan kepandaian anak didik kita agar kelak menjadi orang yang pandai. Mendidik berarti menuntun tumbuhnya budi pekerti dalam hidup anak didik kita, supaya kelak menjadi manusia berpribadi yang beradab dan susila (Soeratman. 1985: 77). Menurut Ki Hadjar, adab dan keluhuran budi manusia itu menunjukkan sifat batin manusia misal kesadaran tentang kesucian, kemerdekaan keadilan, ke-Tuhan-an, cinta kasih, kesetiaan, kesenian, ketertiban, kedamaian, kesosialan dan sebagainya, sedang kesusilaan atau kehalusan itu menunjukkan sifat hidup lahir manusia yang serba halus dan indah. Sering dipakai kata etis dan estetis, yang menunjukkan sifat manusia yang luhur dan halus/indah itu (Soeratman, 1985: 77).

Dalam kegiatan pembelajaran matematika dengan mengimplementasikan ajaran Ki Hajar Dewantoro, guru perlu memperhatikan situasi, kondisi, sikap dan perilaku siswa, agar kerjasama kelompok dapat berjalan dengan baik sehingga dapat terlihat kerja siswa perseorangan dan interaksi siswa dalam kelompok. Sesuai dengan ajaran Ki Hadjar bahwa guru itu harus bisa "ing ngarsa sung tuladha", "ing madya mangun karsa" dan "tut wuri handayani", dalam pembelajaran dengan sistem among, guru memainkan perannya sebagai: 1) organisator kegiatan belajar mengajar; 2) sumber informasi bagi siswa; 3) pendorong bagi siswa untuk belajar; 4) penyedia materi dan kesempatan belajar bagi siswa; 5) pendiagnosa dan pemberi bantuan kepada siswa sesuai dengan kebutuhannya

C. PENUTUP

Dengan mengimplementasikan ajaran Ki Hajar Dewantoro pada pembelajaran matematika diharapkan dapat :

a. meningkatkan kemampuan akademik siswa.
b. membentuk kepribadian siswa karena
   1) dalam tugas-tugas individu siswa diajar untuk bisa bekerja mandiri, percaya pada kemampuan diri sendiri, teguh dalam pendirian, sesuai dengan ajaran Ki Hadjar Dewantara bahwa dalam mempelajari sesuatu sebaiknya bersendikan "*tetep-mantep-antep*", "*ngandel-kendel-bandel-kandel*" dan "*Neng-ning-nung-*

nang”. Ajaran ini sangat cocok dikenakan untuk belajar matematika. Dalam menyelesaikan soal-soal matematika seseorang perlu memusatkan pikiran, melangkah dengan tertib sesuai dengan asas, melangkah dengan konsisten dan mantap, sehingga dapat mengerjakan dengan baik.

2). Dalam tugas kelompok. siswa belajar untuk bisa menghargai satu sama lain, bisa bekerja sama dengan temannya, karena menyadari bahwa tiap individu itu berbeda, dan merupakan mahluk ciptaan Tuhan yang paling tinggi.

Dengan mengimplementasikan ajaran Ki Hajar Dewantoro dalam pembelajaran matematika, guru bisa menanamkan budaya asli Indonesia, membentuk menjadi manusia yang tangguh dalam menyelesaikan masalah, taat asas, mandiri dan bisa menghargai orang lain, dapat menanamkan nilai-nilai percaya diri, kemampuan prediktif, kreatif, organisasi yang efektif, bekerja secara efisien, disiplin, tekun, dan bekerja secara sistematis. Dengan bekerja secara kooperatif, akan menanamkan nilai saling menghargai, keterbukaan, toleran, percaya diri, jujur. Dengan bekerja secara individu, akan menanamkan nilai-nilai disiplin, jujur, kerja keras.

DAFTAR PUSTAKA

Anonim, 1962, *Karya Ki Hadjar Dewantara*, *Bagian Pertama : Pendidikan,* Jogjakarta: Pertjetakan Taman Siswa.

Hudojo, Herman. 2003. *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*. Malang: Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Malang.

Idris, Zahara. 1983. *Dasar-Dasar Kependidikan*. Bandung: Angkas.

Jaeng, Maxinus, 2004. *Pengembangan Model Pembelajaran Matematika Sekolah Dengan cara Perseorangan dan Jelompok Kecil*. Disertasi. Program Pascasarjana Universitas Negeri Surabaya.

Johnson, Elaine B., 2006. *Contextual Teaching and Learning*, diterjemahkan oleh Ibnu Setiawan, Bandung, Penerbit MLC

Poerwodarminto, W.J.S., 1976. *Kamus Umum Bahasa Indonesia*, PN. Balai Pustaka Jakarta.

Polya, G., "*How to Solve It*", 2nd ed., Princeton University Press, 1973, ISBN 0-691-08097-6.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Ratumanan, T.G., 2004. *Belajar dan Pembelajaran*. Surabaya, Unesa University Press.

Sanjaya, Wina,2006. *Strategi Pembelajaran, Berorientasi Standard Proses Pendidikan*. Jakarta, Fajar Interpratama Offset.

Slavin, Robert E. 1994. *Educational Psychology*: *Theory and Practice Fourth Edition*. Massachusets: Allyn and Bacon Publishers.

Soedjadi, 1999. *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia*, Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan Nasional.

Soeratman, Parsiti, 1985. *Ki Hajar Dewantara*, Jakarta, Departemen Pendidikan Dan Kebudayaan, Proyek Pembinaan Pendidikan Dasar.

Swadener, M., dan Soedjadi, R., 1988. *Values, Mathematics Education, and The Task of Developing Pupils Personalities : an Indonesian Perspective*, Educational Studies in Mathematics 19, 193 – 208

Tampomas, Husein. 2005. *Matematika.* Jakarta, Yudistira.

Tim Prima Pena, *Kamus Besar Bahasa Indonesia*. Gitamedia Press

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 17

Efektivitas Metode Demonstrasi Dalam Meningkatkan Keterampilan Berpikir Kreatif Siswa

Oleh:
Dra. Kokom Komariah, M.M.Pd
SMP N 3 Simahi
Komaryah@gmail.com

Abstrak

Pembelajaran saat ini masih bersifat teacher-oriented dan siswa kurang diberi kesempatan untuk mengembangkan keterampilan berpikir. Salah satunya adalah keterampilan berpikir kreatif yang perlu dikembangkan sejak dini. Matematika sebagai wahana untuk menumbuhkan keterampilan berpikir, diharapkan dapat menjadi bekal dalam menghadapi berbagai permasalahan dalam kehidupan. Tujuan penelitian ini untuk mengetahui efektivitas penerapan metode demontrasi dalam meningkatkan keterampilan berpikir kreatif siswa pada pokok bahasan Volume Bangun Ruang Sisi Lengkung. Metode penelitian yang digunakan adalah .penelitian tindakan kelas dengan pendekatan kualitif. Sebagai alat pengumpul data yaitu lembar ovservasi keterampilan berpikir kreatif yang digunakan selama proses pembelajaran berlangsung. Berdasarkan hasil analisis menunjukkan bahwa terdapat peningkatan keterampilan berpikir kreatif siswa pada tiap siklus setelah diterapkan metode demonstrasi,hal ini ditunjukkan dengan adanya peningkatan pada tiap aspeknya yaitu fluency, flexibility, originality dan elaboration. Maka dapat disimpulkan penerapan metode demontrasi pada pokok bahasan Volume Bangun Ruang Sisi lengkung efektif dalam meningkatkan keterampilan berpikir kreatif siswa.

Kata kunci: metode demonstrasi, keterampilan berpikir kreatif.

I. PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Kreativitas perlu dikembangkan sejak dini karena diharapkan dapat menjadi bekal dalam menghadapi persoalan-persoalan dalam kehidupan. Salah satunya melalui pembelajaran matematika karena konsep dan prinsipnya dapat digunakan untuk menjelaskan dan menyelesaikan masalah yang membutuhkan kreativitas. Hal ini juga sesuai dengan tujuan mata pelajaran matematika yaitu terbentuknya kemampuan bernalar pada diri siswa yang tercermin melalui kemampuan berpikir kritis, logis, sistematis, dan memiliki sifat objektif, jujur, disiplin dalam memecahkan suatu permasalahan baik dalam bidang matematika, bidang lain, maupun dalam kehidupan sehari- hari.

Namun keadaan di lapangan belumlah sesuai dengan yang diharapkan. Hasil studi menyebutkan bahwa meski adanya peningkatan mutu pendidikan yang cukup menggembirakan namun pembelajaran dan pemahaman siswa SMP khususnya pada materi mata pelajaran matematika menunjukkan hasil yang kurang memuaskan.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Pembelajaran cenderung abstrak sehingga konsep-konsep materi pelajaran sulit untuk dipahami siswa.

Berdasarkan hasil pengamatan terhadap keterampilan berpikir kreatif siswa pada saat pembelajaran, ternyata keempat aspek keterampilan berpikir kreatif yaitu *fluency*, *flexibility*, *originality* dan e*laboration*, hanya terlihat aspek *fluency* pada aktivitas bertanya dan menjawab pertanyaan guru dengan frekuensi 60%. Dari kenyataan di lapangan tersebut, kegiatan pembelajaran masih kurang memfasilitasi siswa untuk mengembangkan keterampilan berpikirnya.

Permasalahan tersebut perlu diupayakan, salah satu caranya adalah dengan melibatkan siswa untuk lebih aktif dalam pembelajaran. Adapun untuk mengembangkan keterampilan berpikir kreatif siswa, diperlukan suatu metode pembelajaran yang dapat mengarahkan siswa untuk mengembangkan keterampilan berpikir kreatif.

Salah satu metode pembelajaran yang memenuhi kriteria tersebut adalah metode demonstrasi, sebab melalui demonstrasi penyajian bahan pelajaran menjadi lebih konkret, proses demonstrasi juga menuntut kreativitas aspek kognitif, afektif, dan psikomotorik siswa. Dalam strategi pembelajaran, demonstrasi dapat digunakan untuk mendukung keberhasilan strategi pembelajaran ekspositori dan inkuiri. http://education-mantap.blogspot.com/2010/05/metode-demonstrasi.html

Berdasarkan hal tersebut maka dilakukan penelitian ini dengan tujuan untuk mengetahui efektivitas penerapan metode demonstrasi dalam meningkatkan keterampilan berpikir kreatif siswa.

B. Perumusan Masalah

"Apakah penerapan metode demonstrasi efektif untuk meningkatkan keterampilan berpikir kreatif siswa dalam menyelesaikan masalah volume bangun ruang sisi lengkung?"

C. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah membantu meningkatkan keterampilan berpikir kreatif siswa melalui penerapan metode demonstrasi dalam menyelesaikan masalah volume bangun ruang sisi lengkung.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

D. Manfaat Penelitian

Temuan penelitian ini dapat memberikan manfaat secara teoritis dan praktis sebagai berikut:

1. Manfaat Teoritis

   Secara teoritis temuan penelitian ini akan dapat membuktikan bahwa penerapan metode demonstrasi dapat meningkatkan keterampilan berpikir kreatif siswa dalam menyelesaikan masalah- masalah volum bangun ruang sisi lengkung.

2. Manfaat Praktis

   Manfaat secara praktis penelitian tindakan kelas ini dapat dimanfaatkan sebagai berikut:

   a. Peneliti / Guru

      Dengan melakukan penelitian tindakan kelas (PTK) diharapkan dapat mengetahui metode pembelajaran yang tepat demi peningkatan keterampilan berpikir kreatif siswa.

   b. Siswa

      Dengan adanya penelitian tindakan kelas ini diharapkan berpikir kreatif siswa meningkat.

   c. Sekolah

      Dari hasil penelitian diharapkan dapat memberi sumbangan dan masukan dalam usaha perbaikan proses pembelajaran bagi siswa maupun guru sehingga mutu pendidikan di SMPN 3 Cimahi dapat meningkat.

II. METODE PENELITIAN

Metode penelitian memuat rancangan, bahan/ subyek penelitian, prosedur, instrument, dan teknik analisis data, serta hal-hal yang terkait dengan cara-cara penelitian

A. Setting Penelitian

Setting dalam penelitian ini meliputi :

1. Tempat penelitian

   Penelitian tindakan kelas ini dilaksanakan di SMP Negeri 3 Cimahi untuk mata pelajaran matematika. Pemilihan sekolah ini sesuai dengan tempat peneliti mengajar.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

2. Waktu penelitian

   Waktu penelitian 2 bulan di mulai bulan September sampai dengan bulan Oktober 2011. Penentuan waktu penelitian mengacu pada kalender akademik sekolah, karena PTK memerlukan beberapa siklus yang membutuhkan proses belajar mengajar yang efektif di kelas.

3. Siklus PTK

   PTK ini dilaksanakan melalui tiga siklus untuk melihat peningkatan keterampilan berpikir kreatif siswa dalam menyelesaikan masalah bangun ruang sisi lengkung.

B. Subjek Penelitian

Dalam PTK ini yang menjadi subjek penelitian adalah siswa kelas IX C tahun pelajaran 2011/2012 dengan jumlah siswa 40 orang, terdiri dari 21 siswa laki-laki dan 19 siswa perempuan.

C. Sumber Data

Sumber data dalam penelitian ini terdiri dari beberapa sumber, yakni siswa, teman sejawat sebagai kolaborator, pengawas mata pelajaran matematika dan kepala sekolah.

D. Teknik dan Alat Pengumpulan Data

Teknik pengumpulan data yang digunakan adalah observasi, wawancara, dan angket tertutup. Pengembangan indikator pedoman observasi sebagai instrumen alat pengumpul data dikembangkan oleh peneliti mengacu pada aspek keterampilan berpikir kreatif seperti tampak pada tabel berikut ini:

Tabel 3.1 Aspek Keterampilan Berpikir Kreatif (KBK) Siswa

Aspek KBK	Indikator Keterampilan Berpikir Kreatif	Persentase pencapai (%)	
Fluency	a. Menjawab dengan sejumlah jawaban jika ada pertanyaan;		
	b. Lancar mengungkapkan gagasan-gagasannya;		
	c. Dapat dengan cepat melihat kesalahan dan kelemahan dari suatu objek atau situasi.		
Flexibility	a. Memberikan bermacam-macam penafsiran terhadap suatu gambar, cerita, atau masalah;		
	b. Jika diberi suatu masalah biasanya memikirkan bermacam cara yang berbeda untuk menyelesaikannya;		
	c. Menggolongkan hal-hal menurut pembagian (kategori) yang berbeda.		
Originality	a. Setelah membaca atau mendengar gagasan-gagasan, bekerja untuk menyelesaikan yang baru		
Elaboration	a. Mencari arti yang lebih mendalam terhadap jawaban atau pemecahan masalah dengan melakukan langkah langkah yang terperinci		
	b. Mengembangkan atau memperkaya gagasan orang lain;		
	c. Mencoba/menguji detail-detail untuk melihat arah yang akan ditempuh;		

E. Teknik Analisis Data

Menganalisis data hasil observasi, wawancara, dan angket siswa terhadap pelaksanaan tindakan setiap siklus dengan teknik analisis deskriptif kualitatif, yaitu analisis dalam bentuk paparan sederhana, baik menggunakan jumlah data maupun persentase dengan mengacu pada table berikut ini:

Tabel 3.2 Interpretasi Tingkat Berpikir Kreatif siswa

Persentase rata-rata pencapai indikator berpikir kreatif	Kategori Tingkat berpikir kreatif
80% atau lebih	Sangat baik
60% - 79%	Baik
40% - 59%	Cukup
20% - 39%	Kurang
0% - 19%	Sangat Kurang

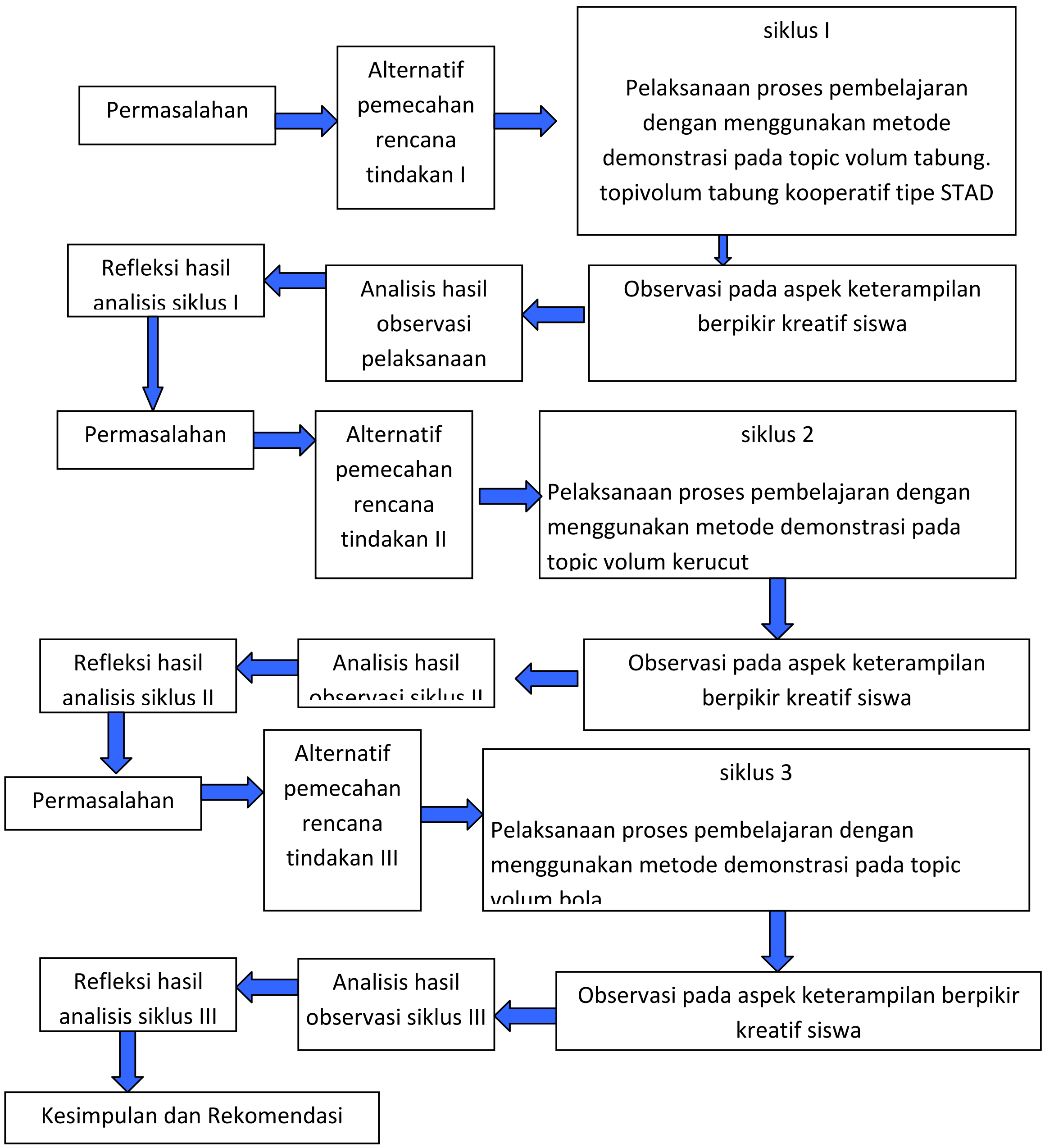
F. Prosedur Penelitian

1. Indikator Kinerja

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Secara umum kinerja PTK ini, diterapkannya metode demonstrasi bagi peningkatan keterampilan berpikir kreatif siswa dalam menyelesaikan masalah volum bangun ruang sisi lengkung. Indikator kinerjanya dapat diamati/ diukur dari aspek keterampilan berpikir kreatif siswa selama proses pembelajaran berlangsung di kelas. Indikator kinerja PTK ini adalah tercapainya 65% siswa aktif mencapai 65% rata- rata keterampilan berpikir kreatif sebagai target pencapaian.

2. Desain Penelitian

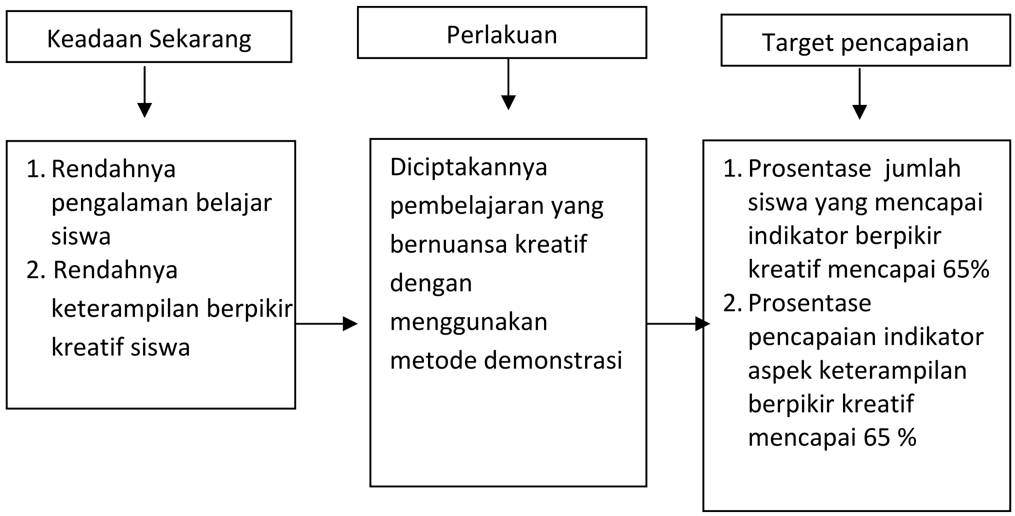


Gambar 3.1 Desain Penelitian

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

3. Kerangka Pemecahan Masalah

Kerangka pemecahan masalah dan gambar pola pemecahannya melalui tahapan sebagai berikut:



Gambar 3.2 Kerangka Pemecahan Masalah

III. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

A. Hasil Penelitian

Deskripsi Hasil penelitian Siklus I

Perencanaan (*Planning)*

Tim peneliti menyusun RPP dengan topik volum tabung

Pelaksanaan (*Acting)*

Kegiatan pembelajaaran dalam proses pemahaman konsep dan menemukan rumus volum tabung siswa diarahkan untuk mengaitkan konsep tabung dengan prisma. Dengan stimulus pertanyaan dari guru siswa mampu mengingat kembali konsep prisma, yaitu bangun ruang datar yang memiliki paling sedikit ada sepasang sisi yang sejajar kongruen. Dengan menggunakan alat peraga berupa tabung siswa mengidentifikasi bidang sisi tabung. Siswa mengenali ada sepasang sisi yang sejajar dan kongruen yaitu alas dan tutup tabung. Siswa menyimpulkan bahwa tabung merupakan sebuah prisma dengan bidang sisi lengkung. Siswa mengkoneksitas rumus volum tabung dengan rumus volum prisma yaitu luas alas dikalikan dengan tinggi. Karena alas tabung berbentuk lingkaran maka rumus:

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

volum tabung = luas lingkaran x tinggi tabung = $\pi r^2 xt$

Kegiatan pembelajaran pada proses elaborasi menekankan siswa untuk mampu menggunakan dan mengembangkan rumus volum tabung dalam menyelesaikan masalah. Siswa telah mampu menyelesaikan soal-soal pemahaman namun belum terampil dalam menyelesaikan soal terapan yang bersifat kontekstual. Hal ini disebabkan karena keterampilan berpikir kreatif siswa masih kurang terutama dalam aspek *elaboration* yang ditunjukkan dengan kurangnya kemampuan siswa dalam memgembangkan rumus, hal ini disebabkan karena kekakuan siswa terhadap rumus volum tabung yang mereka kenal untuk diterapkan dalam memecahkan masalah yang dihadapi.

Pengamatan (*Observation)*

Hasil observasi ketercapaian indikator aspek berpikir kreatif siswa selama siklus pertama dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 4.1 Ketercapaian indikator aspek berpikir kreatif pada siklus I

Aspek KBK	**Indikator Keterampilan Berpikir Kreatif**	**Persentase pencapaian (%)**	
Fluency (kefasihan)	a. Menjawab dengan sejumlah jawaban jika ada pertanyaan;	65	42
	b. Lancar mengungkapkan gagasan-gagasannya;	30	
	c. Dapat dengan cepat melihat kesalahan dan kelemahan dari suatu objek atau situasi.	30	
Flexibility (Keluwesan)	a. Memberikan bermacam-macam penafsiran terhadap suatu gambar, cerita, atau masalah;	30	18
	b. Jika diberi suatu masalah biasanya memikirkan bermacam cara yang berbeda untuk menyelesaikannya;	15	
	c. Menggolongkan hal-hal menurut pembagian (kategori) yang berbeda.	10	

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Originality (kebaruan/ keaslian)	a. Setelah membaca atau mendengar gagasan-gagasan, bekerja untuk menyelesaikan yang baru	8	8
Elaboration (mengembangkan gagasan yang sudah ada)	a. Mencari arti yang lebih mendalam terhadap jawaban atau pemecahan masalah dengan melakukan langkah langkah yang terperinci	25	12
	b. Mengembangkan atau memperkaya gagasan orang lain;	2	
	c. Mencoba/menguji detail-detail untuk melihat arah yang akan ditempuh;	10	
Rata- rata pencapaian indikator aspek keterampilan berpikir kreatif			20.1

Refleksi (*Reflecting*)

Berdasarkan deskripsi pelaksanaan tindakan pembelajaran siklus I, maka deskripsi hasil refleksi adalah pencapaian aspek keterampilan berpikir kreatif siswa rata- rata masih kurang.

Saran sebagai upaya untuk meningkatkan keterampilan berpikir kreatif sisiwa perlu dikembangkan metode pembelajaran demonstrasi dengan menggunakan alat peraga untuk mengurangi tingkat keabstrakan materi ajar sehingga siswa kaya akan pengalaman belajar.

Deskripsi Hasil Penelitian Siklus II

Perencanaan (*Planning)*

Menyusun RPP dengan topik volume kerucut

Pelaksanaan (Acting)

Kegiatan pembelajaaran dalam proses pemahaman konsep dan membuktikan rumus volum kerucut siswa diarahkan untuk menganalisis bangun ruang kerucut sehingga siswa mengenali bahwa kerucut bukan prisma, meskipun dalam proses membuktikan rumus volum kerucut siswa diarahkan untuk mengaitkannya dengan volum tabung. Berdasarkan hasil investigasi pada buku sumber belajar siswa mengetahui bahwa volum kerucut = $\frac{1}{3}\pi r^2 t$. Dalam tahap eksplorasi, guru menstimulus siswa dengan mengajukan pertanyaan yang menggiring pola pikir siswa kearah menemukan keterkaitan volum kerucut dengan volum tabung sehingga siswa memahami bahwa volum kerucut sama

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

dengan sepertiga volum tabung. Untuk membuktikan rumus volum kerucut = $\frac{1}{3}\pi r^2 t$ dilakukan melalui demonstrasi, siswa melakukan demonstrasi sesuai langkah- langkah yang ada pada Lembar Kegiatan Siswa (terlampir).

Kegiatan pembelajaran pada proses elaborasi menekankan siswa untuk mampu menggunakan rumus volum kerucut dalam menyelesaikan masalah.

Siswa telah mampu menggunakan rumus untuk menyelesaikan masalah- masalah terapan namun belum terlihat terampil dalam menyelesaikan masalah yang memerlukan kemampuan koneksitas/ mengaitkan antar konsep seperti membuktikan rumus/ formula.

Pengamatan (*Observation)*

Hasil observasi ketercapaian indikator aspek berpikir kreatif siswa selama siklus kedua dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 4.2 ketercapaian indikator aspek berpikir kreatif siswa Pada Siklus II

Aspek KBK	**Indikator Keterampilan Berpikir Kreatif**	**Persentase pencapaian(%)**	
Fluency	a. Menjawab dengan sejumlah jawaban jika ada pertanyaan;	70	57
	b. Lancar mengungkapkan gagasan-gagasannya;	50	
	c. Dapat dengan cepat melihat kesalahan dan kelemahan dari suatu objek atau situasi.	50	
Flexibility	a. Memberikan bermacam-macam penafsiran terhadap suatu gambar, cerita, atau masalah;	40	30
	b. Jika diberi suatu masalah biasanya memikirkan bermacam cara yang berbeda untuk menyelesaikannya;	30	
	c. Menggolongkan hal-hal menurut pembagian (kategori) yang berbeda.	20	
Originality	a. Setelah membaca atau mendengar gagasan-gagasan, bekerja untuk menyelesaikan yang baru	10	10

Elaboration	a. Mencari arti yang lebih mendalam terhadap jawaban atau pemecahan masalah dengan melakukan langkah langkah yang terperinci	50	50
	b. Mengembangkan atau memperkaya gagasan orang lain;	50	
	c. Mencoba/menguji detail-detail untuk melihat arah yang akan ditempuh;	50	
Rata- rata pencapaian indikator aspek keterampilan berpikir kreatif			36.8

Refleksi (*Reflecting*)

Berdasarkan deskripsi pelaksanaan tindakan pembelajaran siklus II, peneliti bersama dua orang observer mengidentifikasi masalah-masalah yang terjadi selama proses pembelajaran untuk dijadikan perbaikan (refleksi). Kategori pencapaian aspek keterampilan berpikir kreatif masih kurang pada aspek fleksibility dan originality yang mengindikasikan bahwa kreativitas siswa masih kurang. Saran- saran sebagai upaya untuk meningkatkan keterampilan berpikir kreatif sisiwa adalah sebagai berikut:

1. Lebih mengembangkan lagi kegiatan demonstrasi alat peraga
2. Siswa terlibat aktif dalam membuat alatperaga yang akan digunakan.
3. Dalam menyelesaikan masalah yang sangat abstrak siswa menggunakan alat peraga sebagai alat bantú untuk mengurangi sifat keabstrakannya.

Deskripsi Hasil Penelitian Pada Siklus III

Perencanaan (*Planning)*

Menyusun RPP dengan topik volum bola.

Pelaksanaan (Acting)

Kegiatan pembelajaaran dalam proses pemahaman konsep dan membuktikan rumus volum bola. Dari hasil investigasi buku sumber beklajar siswa mengetahui bahwa rumus volum bola $= \frac{4}{3}\pi r^3$. Dalam tahap eksplorasi, guru menstimulus siswa dengan mengajukan pertanyaan yang menggiring pola pikir siswa kearah menemukan keterkaitan volum kerucut dengan volum bola sehingga siswa memahami bahwa volum kerucut sama dengan empat kali volum kerucut.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Untuk membuktikan rumus volum bola dilakukan dengan demonstrasi. Siswa dilibatkan aktif dalam membuat alat peraga. Siswa menganalisis rumus volum kerucut untuk mengidentifikasi unsure- unsure masing- masing alat peraga yaitu kesesuaian antara bola dan kerucut yang akan digunakan.

Pengamatan (*Observation)*

Hasil observasi ketercapaian indikator aspek berpikir kreatif siswa selama siklus ketiga dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 4.3 ketercapaian indikator aspek berpikir kreatif siswa

Pada Siklus III

Aspek KBK	**Indikator Keterampilan Berpikir Kreatif**	**Persentase Pencapaian (%)**	
Fluency	a. Menjawab dengan sejumlah jawaban jika ada pertanyaan;	75	75
	b. Lancar mengungkapkan gagasan-gagasannya;	70	
	c. Dapat dengan cepat melihat kesalahan dan kelemahan dari suatu objek atau situasi.	80	
Flexibility	a. Memberikan bermacam-macam penafsiran terhadap suatu gambar, cerita, atau masalah;	75	68
	b. Jika diberi suatu masalah biasanya memikirkan bermacam cara yang berbeda untuk menyelesaikannya;	60	
	c. Menggolongkan hal-hal menurut pembagian (kategori) yang berbeda.	70	
Originality	a. Setelah membaca atau mendengar gagasan-gagasan, bekerja untuk menyelesaikan yang baru	40	40
Elaboration	a. Mencari arti yang lebih mendalam terhadap jawaban atau pemecahan masalah dengan melakukan langkah langkah yang terperinci	70	72
	b. Mengembangkan atau memperkaya gagasan orang lain;	75	

	c. Mencoba/menguji detail-detail untuk melihat arah yang akan ditempuh;	70	
Rata- rata pencapaian indikator aspek keterampilan berpikir kreatif			65,5

Refleksi (*Reflecting*)

Berdasarkan deskripsi pelaksanaan tindakan pembelajaran siklus III, peneliti bersama dua orang observer mengindentifikasi masalah-masalah yang terjadi selama proses pembelajaran untuk dijadikan perbaikan (refleksi). Refleksi didasarkan pada lembar observasi dan informasi hasil wawancara dengan siswa.

Pada umumnya jika dibandingkan dengan hasil refleksi pada siklus-siklus sebelumnya, refleksi tindakan pembelajaran siklus III sudah banyak mengalami peningkatan pada setiap aspek keterampilan berpikir kreatif. Meskipun pada aspek *originality* kenaikannya masih sedikit namun secara keseluruhan indikator pencapaian telah tercapai dengan telah dicapainya. Kenaikan pencapaian aspek *flexybility* dan *originality* terjadi pada saat siswa membuat alat peraga berupa kerucut yang memenuhi syarat sebagai alat takar untuk mengukur volum bola. Hal ini ditunjukkan dengan cepat tanggapnya siswa terhadap kekeliruan yang dilakukan dalam kegiatan kelompoknya, siswa dengan pantang menyerah bekerja keras menemukan cara untuk mampu membuat kerucut sesuai dengan yang diharapkan.

Pada siklus III ini rata- rata pencapaian indikator aspek keterampilan berpikir kreatif sebesar 65,5% dengan kategori baik, dengan demikian target indikator kinerja penelitian telah dipenuhi maka siklus dalam penelitian tindakan kelas ini dihentikan.

B. Analisis Hasil Penelitian

1. Aktivitas Kegiatan Siswa pada Siklus I , siklus II, dan Siklus III

Dari hasil analisis terhadap pencapaian indikator aspek keterampilan berpikir kreatif siswa dapat terlihat adanya peningkatan dan perubahan persentase pencapai indikator aspek berpikir kreatif dan persentase rata-rata pencapai indikator aspek berpikir kreatif yang berimbas pada adalanya peningkatan kualitas setiap aspek berpikir kreatif dan peningkatan kualitas berpikir kreatif secara keseluruhan.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Tabel 4.4 ketercapaian indikator aspek berpikir kreatif siswa Pada Siklus I, II, dan III.

Aspek KBK	Indikator Keterampilan Berpikir Kreatif	Persentase Pencapaian Aspek Keterampilan Berpikir Kreatif Pada Siklus					
		I	II	III	I	II	III
Fluency	a. Menjawab dengan sejumlah jawaban jika ada pertanyaan;	65	70	75	42	57	75
	b. Lancar mengungkapkan gagasan-gagasannya;	30	50	70			
	c. Dapat dengan cepat melihat kesalahan dan kelemahan dari suatu objek atau situasi.	30	50	80			
Flexibility	a. Memberikan bermacam-macam penafsiran terhadap suatu gambar, cerita, atau masalah;	30	40	75	18	30	68
	b. Jika diberi suatu masalah biasanya memikirkan bermacam cara yang berbeda untuk menyelesaikannya;	15	30	60			
	c. Menggolongkan hal-hal menurut pembagian (kategori) yang berbeda.	10	20	70			
Originality	a. Setelah membaca atau mendengar gagasan-gagasan, bekerja untuk menyelesaikan yang baru	8	10	40	8	10	40
Elaboration	a. Mencari arti yang lebih mendalam terhadap jawaban atau pemecahan masalah dengan melakukan langkah langkah yang terperinci	25	50	70	12	50	72
	b. Mengembangkan atau memperkaya gagasan orang lain;	2	50	75			
	c. Mencoba/menguji detail-detail untuk melihat arah yang akan ditempuh;	10	50	70			

Rata- rata pencapaian indikator aspek keterampilan berpikir kreatif	22.5	42	68.5	20.1	36.8	65.5

Untuk lebih representatif kenaikan presentase pencapaian aspek keterampilan berpikir kreatif pada tiap siklus dinyatakan dalam diagram batang berikut ini.

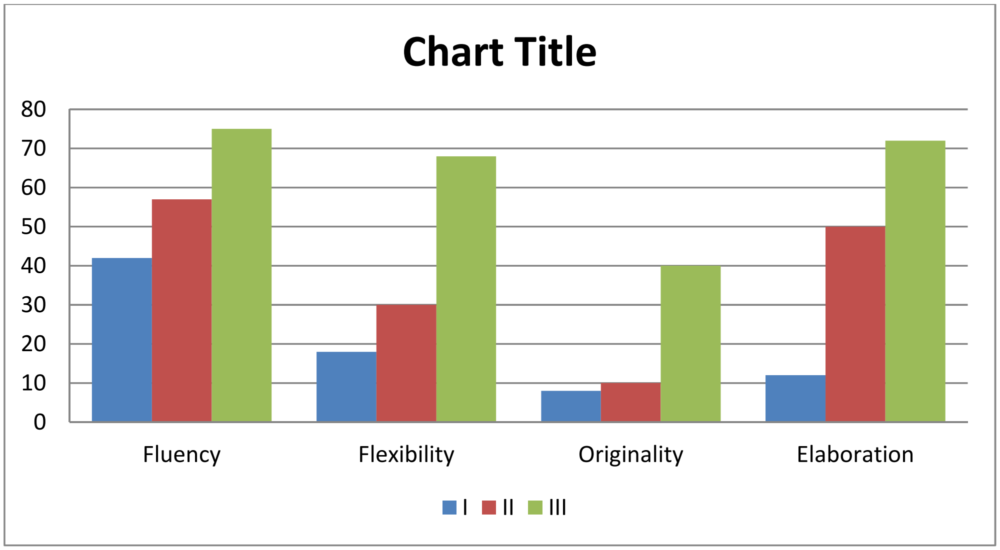


Diagram 4.1 Kenaikan presentase pencapaian aspek keterampilan berpikir kreatif siswa pada siklus I, II, dan III

Tabel 4.5 ketercapaian kategori aspek berpikir kreatif siswa Pada Siklus I, II, dan III.

Aspek KBK	**Indikator Keterampilan Berpikir Kreatif**	**Siklus**					
		I	**II**	**III**	**I**	**II**	**III**
Fluency	a. Menjawab dengan sejumlah jawaban jika ada pertanyaan;	Baik	Baik	Baik	Cukup	Cukup	Baik
	b. Lancar mengungkapkan gagasan-gagasannya;	Kurang	Cukup	Baik			
	c. Dapat dengan cepat melihat kesalahan dan kelemahan dari suatu objek atau situasi.	Kurang	Cukup	Sangat baik			

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Flexibility	a. Memberikan bermacam-macam penafsiran terhadap suatu gambar, cerita, atau masalah;	Kurang	Cukup	Baik	Sangat kurang	Kurang	Baik
	b. Jika diberi suatu masalah biasanya memikirkan bermacam cara yang berbeda untuk menyelesaikannya	Sangat kurang	Kurang	Baik			
	c. Menggolongkan hal-hal menurut pembagian (kategori) yang berbeda.	Sangat kurang	Kurang	Baik			
Originality	a. Setelah membaca atau mendengar gagasan-gagasan, bekerja untuk menyelesaikan yang baru	Sangat kurang	Sangat kurang	Cuk up	Sangat kurang	Sangat kurang	Cuk up
Elaboration	a. Mencari arti yang lebih mendalam terhadap jawaban atau pemecahan masalah dengan melakukan langkah langkah yang terperinci	Kurang	Cukup	Baik	Sangat kurang	Cukup	Baik
	b. Mengembangkan atau memperkaya gagasan orang lain;	Sangat Kurang	Cukup	Baik			
	c. Mencoba/menguji detail-detail untuk melihat arah yang akan ditempuh;	Sangat kurang	Cukup	Baik			
Rata- rata pencapaian indikator aspek keterampilan berpikir kreatif		Kurang	Cukup	Baik	Kurang	Kurang	Baik

Berdasarkan Tabel 4.12 diatas dapat terlihat adanya peningkatan persentase pencapaian aspek keterampilan berpikir kreatif siswa serta peningkatan kualitas kategori keterampilan berpikir kreatif siswa, yakni pada siklus I pencapaian aspek *fluency* 42% dengan kategori kurang, aspek *flexibility* 18% dengan kategori cukup, aspek *originality* 8% dengan kategori sangat kuarang dan aspek *elaboration* 12% dengan kategori sangat kurang. Pada siklus II pencapaian aspek *fluency* 57% dengan kategori cukup, aspek *flexibility* 30% dengan kategori kurang, aspek *originality* 10% dengan kategori sangat kurang dan aspek *elaboration* 50% dengan kategori cukup. Pada siklus III pencapaian aspek *fluency* 75% dengan kategori baik, aspek *flexibility* 68% dengan kategori baik, aspek *originality* 40% dengan kategori kurang dan aspek *elaboration* 72% dengan kategori baik. Secara keseluruhan rata- rata pencapaian aspek keterampilan berpikir kreatif pada siklus III mencapai 65,5% dengan kategori baik.

C. Pembahasan

Penelitian yang telah dilakukan ini adalah penelitian tindakan kelas yang bertujuan untuk mengetahui apakah penerapan metode demonstrasi efektif dalam meningkatkan keterampilan berpikir kreatif siswa.

Menurut Martinis Yamin (2003: 65) menyatakan bahwa, penggunaan metode demonstrasi dapat diterapkan dengan syarat baik guru maupun siswa harus memiliki keahlian untuk mendemonstrasikan penggunaan alat peraga atau melaksanakan kegiatan tertentu seperti kegiatan sesungguhnya. http://repository.upi.edu/operator/upload/s_pgsd_0905099_chapter2.pdf.

Berdasarkan pendapat tersebut maka dengan diterapkannya metode demonstrasi menuntut guru dan siswa untuk memiliki kreativitas.

Sementara itu kelebihan metode demonstrasi yaitu antara lain:

1. Melalui metode demonstrasi terjadinya verbalisme akan dapat dihindari, sebab siswa disuruh langsung memperhatikan bahan pelajaran yang dijelaskan.
2. Proses pembelajaran akan lebih menarik, sebab siswa tak hanya mendengar, tetapi juga melihat peristiwa yang terjadi.
3. Dengan cara mengamati secara langsung siswa akan memiliki kesempatan untuk membandingkan antara teori dan kenyataan. Dengan demikian siswa akan lebih meyakini kebenaran materi pembelajaran.

http://education-mantap.blogspot.com/2010/05/metode-demonstrasi.html

Keterampilan berfikir kreatif yang diukur mencakup empat aspek (William dalam Munandar, 1987: 88-91) yaitu: (1) *fluency* (berpikir lancar), (2) *flexibility* (berpikir luwes), (3) *originality* (orisinalitas berpikir), (4) *elaboration* (penguraian). Dengan demikian berdasarkan uraian di atas, secara umum penerapan metode demonstrasi efektif untuk meningkatkan keterampilan berpikir kreatif siswa.

IV. SIMPULAN DAN SARAN

Hasil analisis menunjukkan adanya peningkatan persentase pencapaian aspek keterampilan berpikir kreatif yang meliputi aspek *fluency*, *flexibility*,

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

originality dan *elaboration* pada tiap siklus. Maka dapat disimpulkan bahwa penerapan metode demontrasi pada pokok bahasan Volume Bangun Ruang Sisi lengkung efektif dalam meningkatkan keterampilan berpikir kreatif siswa.

Oleh karena itu mengingat keterampilan berpikir kreatif sangat diperlukan dalam mempelajari materi matematika pada khususnya maupun dalam menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari- hari maka penulis menyarankan penerapan metode demonstrasi menjadi salah satu alternative penyelesaian masalah kurangnya keterampilan berpikir kreatif siswa. Dalam pelaksanaannya tentu menuntut guru untuk memiliki keterampilan berpikir kreatif dalam mendesain pembelajaran sehingga tercapai pembelajaran yang berorientasi pada paradigma *student centre* .

V. DAFTAR PUSTAKA

Arikunto, S. (2006). *Prosedur Penelitian Suatu Pendekatan Praktik* (*Edisi Revisi* VI, *Cetakan Ketigabelas)*. Jakarta : Rineka Cipta

Munandar, U. (1987). *Mengembangkan Bakat dan Kreativitas Anak Sekolah*. *Jakarta*:Gramedia

Saemmiawan, Conny.1985.Pendekatan Ketrampilan Proses.Jakarta:Gramedia Widiasarana Indonesia

Sanjana, Wina .2007.Strategi Pembelaajaran. Jakarta: Kencana, Prenada Media Group.

Sunaryo, Hari.2002.Strategi belajar Mengajar. Malang: UMM Press

http://education-mantap.blogspot.com/2010/05/metode-demonstrasi.html

http://repository.upi.edu/operator/upload/s_pgsd_0905099_chapter2.pdf.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Pengembangan Hipotesis Trayektori Pembelajaran Untuk Konsep Pecahan

Oleh:
Elisabet Ayunika Permata Sari
Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Sanata Dharma Yogyakarta

ABSTRACT

Different meanings of fraction are one of many causes of difficulties on fraction learning. Although students could represent shaded area with a fraction properly, it does not mean that they grasped the meanings of fraction. Students should be given opportunities to explore the meanings of fractions found in contextual situations. Realistic mathematics approach is in line with such a paradigm. Contextual problems are not merely as the field of concept application but as the starting point to construct or extend the understanding of concept. Mathematical ideas which are potential to be constructed from contextual situations are developed into a hypothetical learning trajectory. This paper will discuss a hypothetical learning trajectory to extend understanding in learning fractions.

Keywords: *hypothetical learning trajectory, fractions, realistic mathematics*

I. Pendahuluan

Banyak penelitian tentang pembelajaran pecahan berangkat dari kenyataan bahwa konsep pecahan adalah salah satu konsep yang cukup sulit untuk dipahami oleh para siswa khususnya siswa SD. Menurut Ma (1999), kesulitan tidak hanya ditemui dalam mempelajari pecahan tetapi juga dalam mengajarkan konsep pecahan. Walaupun siswa dapat menyatakan daerah arsiran dengan pecahan secara benar, hal tersebut tidak lantas menjadi bukti bahwa mereka telah memahami pecahan secara utuh. May (1998) mengusulkan pentingnya pembelajaran pecahan yang lebih memberi kesempatan pada siswa untuk aktif melakukan partisi obyek. Pendapat tersebut mengandung konsekuensi bahwa pembelajaran lebih befokus pada siswa (*students centred learning*).

Dalam kenyataannya, khususnya di Indonesia, pembelajaran yang berfokus pada guru lebih banyak dijumpai di kelas. Siswa-siswa juga cenderung menjadi pasif dengan hanya menerima penjelasan dari guru tanpa aktif mengkonstruksi pemahamannya sendiri (Mujib, 2010). Salah satu gerakan reformasi yang giat dilakukan untuk menjawab keprihatinan tersebut adalah Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI). PMRI yang sejalan dengan paham konstruktivisme mencoba mewujudkan pembelajaran matematika yang lebih bermakna dengan siswa sebagai pusat pembelajaran. Walaupun beberapa sekolah telah mulai menerapkan PMRI, usaha meningkatkan kompetensi guru dalam membangun pembelajaran matematika yang realistik masih merupakan tantangan yang cukup berat (Sembiring, 2010). Guru banyak membutuhkan dukungan misalnya berupa contoh model pembelajaran matematika realistik. Salah satu alat bantu dalam membangun

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

pembelajaran matematika realistik adalah dengan mengembangkan hipotesis trayektori pembelajaran.

Makalah ini akan membahas tentang bagaimana mengembangkan hipotesis trayektori pembelajaran berbasis matematika realistik untuk memperluas pemahaman siswa mengenai konsep pecahan. Tujuan pengembangan ini adalah untuk membantu guru dalam membangun hipotesis trayektori pembelajaran.

II. Hipotesis Trayektori Pembelajaran pada Pengenalan Konsep Pecahan

Pengembangan hipotesis trayektori pembelajaran merupakan suatu cara untuk menjabarkan aspek-aspek pedagogik dalam pembelajaran matematika yang berorientasi pada pemahamaman konsep. Hipotesis trayektori pembelajaran terdiri dari tujuan pembelajaran, masalah-masalah matematika yang akan digunakan untuk mendukung pemahaman siswa dan hipotesis mengenai proses pembelajaran siswa (Simon, 1995 dalam Simon & Tzur, 2004). Menurut Bakker (2004), hipotesis trayektori pembelajaran merupakan jembatan antara teori instruksional pembelajaran dan proses pembelajaran di kelas sesungguhnya. Berdasarkan teori instruksional pembelajaran, dirumuskan berbagai ide matematis yang menjadi fokus dalam tahap pembelajaran. Masalah-masalah kontekstual yang bersesuaian dengan ide-ide matematis tersebut kemudian dikembangkan untuk pembelajaran di kelas.

Dalam pembelajaran mengenai pengenalan konsep pecahan, pengembangan hipotesis trayektori pembelajaran dimulai dari mengidentifikasi konsep pecahan yang ingin dibangun dan merumuskan tujuan pembelajaran. Berdasarkan Lamon (2001, dalam Anderson & Wong, 2007), pecahan dapat diinterpretasikan sebagai berikut:

Interpretasi	**Contoh pada Pecahan $\frac{3}{4}$**
Bagian dari keseluruhan	3 bagian dari 4 bagian yang sama besar dari suatu objek atau sekumpulan objek
Pengukuran	$\frac{3}{4}$ sebagai jarak 3 unit (unit $\frac{1}{4}$-an) dari bilangan 0 pada garis bilangan
Hasil bagi	3 dibagi 4 orang, $\frac{3}{4}$ adalah bagian yang diperoleh tiap orang
Operator	$\frac{3}{4}$ dari suatu objek
Rasio	3 bagian semen banding 4 bagian pasir

Tabel 1. Interpretasi Pecahan (Lamon 2001, dalam Anderson & Wong, 2007)

Siswa dikatakan memiliki pemahaman yang utuh tentang makna pecahan jika ia dapat membangun hubungan antara berbagai interpretasi pecahan. Aspek lain dari pemahaman mengenai makna pecahan adalah kemampuan membangun hubungan antara representasi pecahan yang berbeda-beda (Cathcart, Pothier, Vance, & Bezuk,

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

2006 dalam Anderson & Wong, 2007). Representasi tersebut meliputi simbol lisan atau tulisan, benda manipulasi, gambar dan situasi dunia nyata. Selain interpretasi dan representasi pecahan, ide-ide matematis lainnya yang penting untuk dibangun oleh siswa antara lain, bahwa bagian-bagian yang menyatakan pecahan tidak harus kongruen untuk dapat dikatakan sama besar (Fosnot & Dolk, 2002).

Setelah tujuan pembelajaran dan ide-ide matematis teridentifikasi, masalah-masalah kontekstual yang bersesuaian dengan tujuan pembelajaran didesain. Sesuai dengan karakteristik matematika realistik, pemberian masalah-masalah kontekstual bertujuan agar siswa dapat aktif mengkonstruksi pemahamannya sendiri dengan lebih bermakna. Hipotesis trayektori pembelajaran yang didesain berdasarkan teori-teori di atas dijabarkan dalam tabel di bawah ini:

Tujuan Pembelajaran	Ide Matematis	Masalah Kontekstual
1. Siswa dapat mengkonstruksi makna pembagian adil	• Dalam pembagian adil, bagian tidak harus kongruen untuk dapat dikatakan sama besar • Semakin banyak suatu objek dibagi, semakin kecil setiap bagian yang diperoleh • Dalam membandingkan pecahan, ukuran keseluruhan objek harus sama	• Masalah 1: Membagi sebuah kue untuk 4 orang • Masalah 2: Menambah banyak orang yang terlibat dalam pembagian adil
2. Siswa dapat menentukan pecahan sederhana sabagai hasil dari pembagian adil	• Pecahan sebagai bagian dari suatu keseluruhan objek • Pecahan sebagai hasil bagi • Pecahan biasa sebagai perulangan dari pecahan satuan	• Masalah 3: Membagi 3 kue untuk 4 orang • Masalah 4: Menentukan $\frac{3}{4}, \frac{1}{4}$ dan $\frac{1}{2}$ bagian dari sejumlah coklat
3. Siswa dapat menggunakan pecahan sebagai satuan pengukuran	Pecahan biasa sebagai pecahan satuan	• Masalah 5: Menentukan posisi semut menggunakan pecahan satuan

Tabel 2. Hipotesis Trayektori Pembelajaran untuk Konsep Pecahan (Sari, 2011)

Telah dikemukakan sebelumnya bahwa hipotesis trayektori pembelajaran juga terbangun atas hipotesis tentang proses pembelajaran di kelas. Berikut ini contoh hipotesis tentang proses pembelajaran sebagai bagian dari hipotesis trayektori pembelajaran pada Tabel 2.

Diskusi kelas:
Dalam diskusi kelas, topic pertama diskusi adalah tentang strategi siswa dalam membagi secara adil. Masing-masing kelompok mengkin menggunakan strategi yang berbeda dalam membagi kue. Siswa diminta untuk menilai apakah setiap kelompok membagi kue secara adil. Diskusi selanjutnya adalah tentang representasi dan interpretasi hasil pembagian adil. Interpretasi pecahan dapat dieksplorasi dengan mengajukan pertanyaan-pertanyaan, misalnya "Bagaimana caramu memperoleh $\frac{1}{4}$?", "Apa yang kamu maksud dengan '3' dan '4' dalam $\frac{3}{4}$?".

Gambar 1. Contoh Hipotesis tentang Proses Pembelajaran (Sari, 2011)

III. Metode Penelitian

Pengembangan hipotesis trayektori pembelajaran ini merupakan bagian dari sebuah penelitian desain yang berjudul "Supporting Students' Development of Early Fraction Learning". Subyek penelitian ini adalah 28 siswa kelas 3 sebuah sekolah

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

dasar di Surabaya. Terdapat 3 tahap dalam penelitian ini, yaitu (1) persiapan, (2) pembelajaran di kelas, dan (3) analisis.

Dalam pengumpulan data, aktivitas siswa dalam memecahkan masalah-masalah kontekstual dan diskusi kelas direkam untuk menguji hipotesis trayektori pembelajaran yang telah dibuat. Pengumpulan data juga dilakukan melalui hasil kerja siswa, hasil pretes dan postes serta hasil wawancara dengan siswa. Proses pembelajaran di kelas dilakukan sebanyak 6 pertemuan.

Transkrip data video, transkrip wawancara dengan siswa dan hasil kerja siswa dianalisis secara kualitatif dan retrospektif. Analisis secara retrospektif merujuk pada analisis data dengan membandingkan hipotesis trayektori pembelajaran dengan pembelajaran di kelas. Analisis secara retrospektif dilakukan tidak hanya setelah seluruh proses pembelajaran di kelas selesai tetapi dilakukan selama proses pembelajaran berlangsung. Berdasarkan hasil analisis pembelajaran dalam suatu pertemuan, dimungkinkan adanya perubahan terhadap hipotesis trayektori pembelajaran untuk pertemuan selanjutnya. Hal tersebut dilakukan apabila proses pembelajaran yang terjadi pada siswa ternyata jauh berbeda dengan trayektori pembelajaran yang telah direncanakan.

IV. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Dalam pelaksanaan proses belajar mengajar di kelas, hipotesis trayektori pembelajaran diuji dengan melihat kesesuaiannya dengan proses belajar siswa. Prediksi yang telah dibuat mengenai strategi siswa maupun jawaban siswa tidak selalu tepat. Hal tersebut merupakan hal yang wajar karena siswa memiliki pemahaman yang berbeda-beda terhadap suatu konsep maupun dalam memandang solusi dari sebuah masalah. Salah satu contoh hasil kerja siswa ditunjukkan pada Gambar 2. Dengan memberikan masalah kontekstual yang cukup terbuka, terlihat bahwa kontribusi siswa terhadap proses belajar mereka sendiri ternyata cukup kaya. Beberapa siswa bahkan menunjukkan proses belajar yang sudah lebih jauh daripada yang diperkirakan, misalnya ada siswa yang telah menggunakan notasi penjumlahan pecahan.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Gambar 2. Contoh Hasil Kerja Siswa dalam Masalah Membagi 3 Kue untuk 4 Anak (Sari, 2011)

Dengan menyusun sebuah hipotesis trayektori pembelajaran, guru juga mendapatkan gambaran mengenai pertanyaan-pertanyaan yang akan diajukan kepada siswa dalam memfasilitasi mereka membangun ide-ide matematis pada konsep pecahan. Hal itu sesuai dengan pendapat Hadi (2005) bahwa guru seharusnya tidak mentransfer konsep matematis tetapi menyediakan pengalaman belajar yang menstimulasi akivitas siswa dalam membangun konsep-konsep matematis. Gambar 3 menunjukkan cuplikan percakapan antara guru dan siswa di mana guru memberikan pertanyaan kepada siswa untuk menstimulasi pemahaman siswa terhadap notasi pecahan yang digunakan.

Ocha,

imana

ıpat 4

Gambar 3. Penjelasan Siswa pada Jawaban Masalah Membagi Kue (Sari, 2011)

Berdasarkan hasil analisis data, disimpulkan bahwa hipotesis trayektori pembelajaran yang telah disusun, bersesuaian terhadap proses pembelajaran di kelas dan mendukung siswa dalam memperluas pemahaman mengenai konsep pecahan. Hal itu ditunjukkan antara lain, siswa-siswa dapat memberikan alasan saat dalam pembagian adil, walau bentuk potongan yang dihasilkan berbeda, potongan-potongan tersebut sama besar karena pecahan yang dihasilkan tetap sama. Untuk membandingkan pecahan, siswa-siswa juga lebih menyadari bahwa dalam merepresentasikan perbandingan pecahan, ukuran keseluruhan objek yang dibandingkan harus sama besar. Dengan melibatkan diskret objek dalam masalah pembagian adil, siswa-siswa juga mengkonstruksi makna pecahan yang melibatkan diskret objek.

V. Penutup

Membangun sebuah hipotesis trayektori pembelajaran memang membutuhkan kejelian dan pemahaman terhadap proses belajar yang sedang dialami para siswa. Bertitik tolak dari pemahaman awal siswa, berbagai ide matematis diidentifikasi untuk semakin memperluas pemahaman siswa terhadap suatu konsep. Melalui permasalahan kontekstual, siswa-siswa diharapkan mengkonstruksi secara aktif ide-ide matematis tersebut. Dalam hal ini, peranan guru adalah memfasilitasi proses belajar siswa dengan menciptakan proses belajar yang interaktif dan memberikan kesempatan seluas-luasnya pada siswa untuk aktif memberikan kontribusi terhadap proses belajarnya sendiri (Hadi, 2005). Dalam mengajar, guru diharapkan tidak hanya terpaku pada kurikulum tetapi juga berinisiatif untuk menjembatani kurikulum dengan situasi nyata yang dihadapi siswa.

Daftar Pustaka

Anderson, J., & Wong, M. (2007). Teaching common fractions in primary school: Teachers' Reactions to a New Curriculum. In P. L. Jeffery (Ed) *Proceedings of Australian Association for Research in Education 2006. Engaging Pedagogies* (Vol 1 pp. 1-13). Adelaide, (27-30 Nov 2006).

Bakker, A. (2004). *Design Research in Statistics Education: On Symbolizing and Computer Tools.* Utrecht: CD-β Press.

Fosnot, T.F. & Dolk, M. (2002). *Young Mathematicians at Work: Constructing Fractions, Decimals, and Percents.* Portsmouth: Heinemann.

Hadi, S. (2005). *Pendidikan Matematika Realistik dan Implementasinya.* Banjarmasin: Tulip.

Ma, L. (1999). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States.* New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

May, L. (1998). A Sense of Fractions. *Teaching pre K-8*, 28(6), 17, 2/3p.

Mujib. (2010). Perbandingan antara Proses Pembelajaran Matematika dan Strategi Menyelesaikan Masalah tentang Pecahan oleh Siswa Sekolah Dasar di Sekolah yang Mengimplementasikan PMRI dan yang Tidak Mengimplementasikan PMRI. Mathematics Education Master Thesis. Universitas Sebelas Maret Surakarta.

Sari, E. Ayunika P. (2011). *Supporting Students' Development of Early Fraction Learning.* Master Thesis. Surabaya: Universitas Negeri Surabaya.

Simon, M. & Tzur, R. (2004). Explicating the Role of Mathematical Tasks in Conceptual Learning: An Elaboration of the Hypothetical Learning Trajectory. *Mathematical Thinking and Learning,* 6, 91-104.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 19

Pengembangan Perangkat Pembelajaran Teori Peluang Berbasis RME Untuk Meningkatkan Pemahaman, Penalaran, Dan Komunikasi Matematik Siswa SLTA

Oleh :
Ervin Azhar
UHAMKA Jakarta
Prof. H. Yaya S. Kusumah, Ph.D
UPI Bandung

Abstrak

Perangkat pembelajaran adalah sejumlah bahan, alat, media, petunjuk dan pedoman yang akan digunakan dalam proses pembelajaran. Dalam pembelajaran teori peluang berbasis RME perangkat pembelajaran yang perlu dipersiapkan meliputi Bahan Ajar berupa kumpulan LKS dan RPP. Pengembangan Perangkat Pembelajaran ini memperhatikan filosofi, ketiga prinsip, dan kelima karakteristik RME. Pengembangan perangkat pembelajaran ini mengacu pada model pengembangan bahan ajar umum dari Tjeerd Plomp (1997) yang terdiri dari beberapa fase yaitu (1) fase investigasi awal, (2) fase desain, (3) realisasi, serta (4) fase tes, evaluasi, dan revisi. Pada fase ke-1 peneliti menganalisis kurikulum dan berdiskusi dengan para guru untuk memperoleh gambaran tentang apa yang realistik bagi siswa SLTA terkait dengan materi ini. Pada fase ke-2 peneliti merancang Bahan Ajar dan RPP yang sesuai dengan philossofi, prinsip, dan karakteristik RME untuk Materi Teori Peluang. Pada fase ke-3 diadakan evaluasi terhadap rancangan Bahan Ajar dan RPP yang didesain oleh peneliti. Fase terakhir adalah fase uji coba. Uji coba pertama dilakukan di SMA Sejahtera Depok dari tanggal 15 Juli -26 Agustus 2011, berdasarkan interaksi yang terekam dalam video, ternyata RPP sudah layak dipakai, sedangkan Bahan Ajar perlu sedikit revisi. Pada uji coba kedua di MAN 2 Jakarta dari tanggal 12 September – 10 Oktober 2011. Dari hasil uji coba ini ternyata Perangkat Pembelajaran yang meliputi Bahan Ajar dan RPP sudah layak pakai.

Kata kunci : Perangkat Pembelajaran, Teori Peluang, RME.

PENDAHULUAN

Latar Belakang

Kemampuan siswa menyelesaikan masalah materi “peluang ” merupakan hal yang perlu dikuasai siswa SLTA sebagai prasarat materi statistik yang sangat banyak digunakan dalam merancang penelitian dan mengolah data hasil penelitian dari berbagai cabang ilmu. Menurut para Guru Matematika SLTA yang mengikuti PLPG tahun 2009 Rayon 037 dan Rayon 035 yang berasal dari Prop. DKI Jakarta dan beberapa Daerah Tingkat II di Jawa Barat (Kab.Bogor, Kota Bogor, Kab.Sukabumi, dan Kota Sukabumi), materi yang paling sulit bagi para siswa mereka adalah kaidah pencacahan yang merupakan subpokok bahasan materi peluang. Jika di daerah DKI dan Jawa Barat yang dari segi fasilitas pendidikan sudah lebih maju dari daerah lainnya, tentu tidak tertutup kemungkinan kesulitan juga dirasakan di daerah Indonesia lainnya. Kesulitan tentang materi kaidah pencacahan tidak hanya dirasakan di Indonesia tetapi juga di negara maju. Hal ini dapat dilihat dalam penelitian Pratt (2000:612-621) yang berjudul “*Making*

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Sense of The Total of Two Dice", dan penelitian Abrahamson (2006: 1-7) yang berjudul *The Odds of Understanding The Law of Large Number*. Penelitian Pratt menceritakan kesulian siswa menentukan banyak cara muncul sebuah bilangan bilangan dari jumlah mata dua dadu yang dilempar, sedangkan penelitian Abrahamson menceritakan kesulitan siswa memahami konsep kombinasi. Kedua penelitian ini terkait dengan kemampuan pemahaman, penalaran, dan komunikasi matematik untuk materi Kaidah Pencacahan yang merupakan subpokok bahasan peluang.

Untuk mengatasi hal ini, pendekatan realistik atau yang dikenal dengan *Realistic Mathematics Education* (RME) menawarkan solusi. RME adalah pendekatan pembelajaran matematika dari hal yang ril bagi siswa. Pendekatan ini pertama kali dikembangkan tahun 1971 oleh Institut Freudenthal di Negeri Belanda, berdasarkan pandangan Freudenthal yang menyatakan "*mathematics as a human activity*" (dalam Gravemeijer: 1995).

Pembelajaran dengan RME telah berhasil meningkatkan hasil belajar pada beberapa SD dan SMP di Indonesia, ini dapat dilihat dalam penelitian Fauzan (2002), Team PMRI Bandung (2003), Armanto (2003), Saragih (2007). Hal yang sama juga terjadi di Turki, Uzel (2005) dan di Inggris, lihat Dosen Manchester Metropolitan University (2007).

Namun apakah pendekatan realistik dapat juga meningkatkan kemampuan pemahaman, penalaran, dan komunikasi matematik materi peluang siswa di SLTA masih perlu dipertanyakan. Untuk melaksanakan pembelajaran teori peluang berbasis RME, perlu terlebih dahulu disiapkan perangkat pembelajaran teori peluang yang berbasis RME yang saat ini belum ada yang terpublikasi secara luas di Jabotabek. Oleh karena itu perlu dikembangkan perangkat pembelajaran materi peluang berbasis RME untuk digunakan dalam upaya meningkatkan kemampuan pemahaman, penalaran, dan komunikasi matematik siswa SLTA. Perangkat pembelajaran yang akan dikembangkan meliputi bahan ajar siswa berupa kumpulan lembar kerja siswa, dan Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP). Kedua hal tersebut di sesuaikan dengan filosofi, ketiga prinsip, dan kelima karakteristik RME.

Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan di atas, masalah yang diteliti berfokus pada bagaimana mengembangkan perangkat pembelajaran teori peluang berbasis RME untuk meningkatkan pemahaman, penalaran, dan komunikasi matematik siswa SLTA. Proses pengembangan perangkat pembelajaran ini mengacu pada filosofi, ketiga prinsip, dan kelima karakteristik RME.

Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas penelitian ini mengembangkan perangkat pembelajaran matematika berbasis RME untuk level SLTA yang belum ada terpublikasi secara luas di Jakarta. Penelitian dengan maksud mengembangkan bahan ajar teori peluang berbasis RME yang dapat digunakan untuk meningkatkan pemahaman, penalaran dan komunikasi matematik siswa SLTA.

Manfaat Penelitian

Berdasarkan tujuan khusus tersebut beberapa manfaat yang dapat diperoleh dari penelitian ini yaitu:

1. bagi siswa, dapat meningkatkan kemampuan pemahaman, penalaran, dan komunikasi matematika terutama untuk materi peluang;
2. bagi guru, mendapatkan perangkat pembelajaran teori peluang berbasis RME sebagai bahan untuk meningkatkan pemahaman, penalaran, dan komunikasi matematik siswa;
3. bagi peneliti, sebagai bagian pengembangan perangkat pembelajran berbasis RME yang masih langka di SLTA; dan
4. pengembang pendidikan di Indonesia, sebagai salah satu inovasi pembelajaran.

METODE PENELITIAN

Prosedur Penelitian

Penelitian ini adalah penelitian pengembangan yang produk berupa perangkat pembelajaran teori peluang berbasis RME yang akan digunakan untuk meneliti peningkatan pemahaman, penalaran, dan komunikasi matematik siswa SLTA dengan pendekatan RME. Terdapat 3 perangkat pembelajaran yang dikembangkan yaitu buku ajar siswa berupa kumpulan Lembar Kerja Siswa (LKS), dan Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) di kelas.

Pengembangan perangkat pembelajaran ini mengacu pada model pengembangan bahan ajar umum dari Tjeerd Plomp (1997) yang terdiri dari beberapa

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

fase yaitu (1) fase investigasi awal, (2) fase desain, (3) realisasi, serta (4) fase tes, evaluasi, dan revisi. Adapun perincian dari keempat fase tersebut akan diuraikan sebagai berikut.

1. Fase investigasi awal

   Dalam fase ini peneliti menganalisis kurikulum, berdiskusi dengan para guru matematika untuk menentukan bahan ajar yang seperti apa yang realistik bagi siswa mereka. Selain itu peneliti juga meminta masukan dari siswa lewat wawancara secara langsung atau tidak langsung (melalui guru mereka).
2. Fase desain

   Dalam fase ini peneliti membuat perangkat pembelajaran dan instrumen yang digunakan untuk mengukur efektivitas perangkat pembelajaran. Perangkat permbelajaran melitputi buku ajar siswa berupa kumpulan Lembar Kerja Siswa (LKS), dan Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) di kelas. Sedangkan instrumen yang digunakan adalah Lembar Validasi dan Lembar Observasi.
3. Fase realisasi

   Dalam fase ini tersusun perangkat pembelajaran teori peluang berbasis RME yang selanjutnya di sebut prototipe 1. Perangkat pembelajaran ini meliputi Bahan Ajar dan RPP.
4. Fase tes, evaluasi, dan revisi

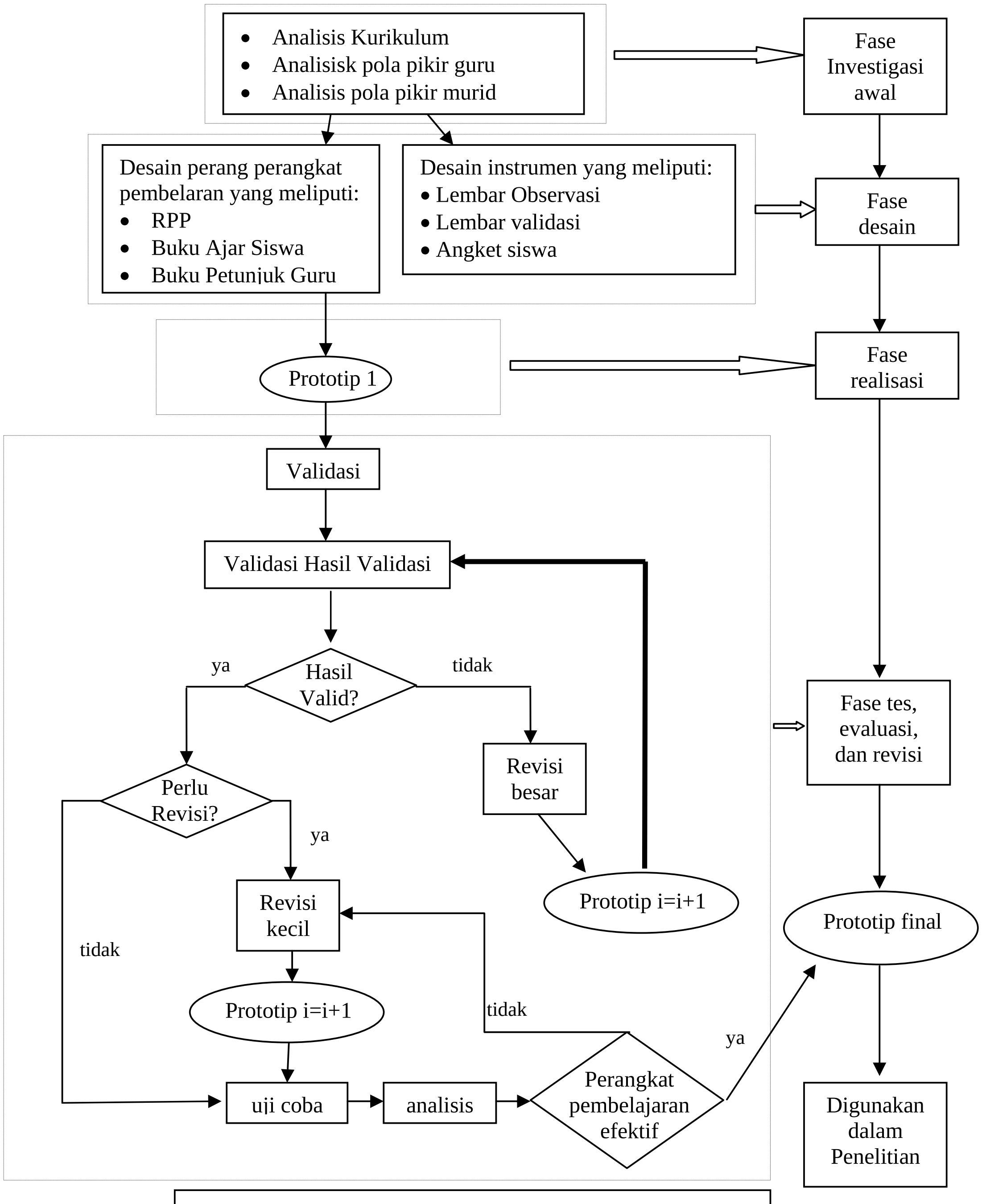
   Fase ini dimaksudkan untuk mengetahui dua hal, yakni: (1) apakah perangkat pembelajaran sudah layak menurut para ahli; (2) apakah perangkat pembelajaran ini secara praktis dapat diterapkan di kelas. Untuk menjawab kedua pertanyaan tersebut berikut akan di uraikan aktivitas-aktivitas yang dilakukan selama fase ini.

   (1) Untuk melihat kelayakan dari propotipe 1 yang di buat pada fase desain, kegiatan yang dilakukan adalah meminta pertimbangan para ahli dan guru matematika. Para ahli yang dimaksud adalah seorang ahli dalam bidang RME, 2 orang ahli berlatar belakang S3 pendidikan matematika, 2 orang guru dari sekolah standar, dan 2 orang guru dari sekolah berstandar nasional. Kemudian dilakukan analisis terhadap penilaian para ahli tersebut. Hasil analisis menunjukkan bahwa perangkat pembelajaran yang meliputi Bahan Ajar dan RPP layak dipakai dengan sedikit revisi. Revisi diperlukan hanya untuk Bahan Ajar yang merupakan kumpulan LKS, sedangkan RPP sudah layak di pakai sebagai pedoman dalam pembelajaran "Teori Peluang dengan Pendekatan RME.

   (2) Untuk melihat apakah perangkat pembelajaran dapat digunakan secara praktis di kelas, maka perangkat pembelajaran di ujicobakan di kelas. Setelah uji coba, dilakukan analisis untuk melihat apakah tujuan sudah tercapai. Jika hasil analisis menunjukkan belum mencapai tujuan, maka dilakukan revisi dan kembali melakukan uji coba. Pada saat ini juga kemungkinan terjadi siklus.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Siklus akan berhenti jika sudah diperoleh perangkat pembelajaran yang sesuai dengan yang diharapkan yaitu sampai diperoleh prototip final yang memenuhi kriteria yang



Gambar1 : Fase pengembangan perangkat pembelajaran

(3) diharapkan. Dari hasil uji coba pertama di SMA Sejahtera Depok dari tanggal 15 Juli -26 Agustus 2011 berdasarkan interaksi yang terekam dalam video,

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

ternyata RPP sudah layak dipakai, sedangkan Bahan Ajar perlu sedikit revisi. Selanjutnya dilakukan uji coba kedua di MAN 2 Jakarta dari tanggal 12 September – 10 Oktober 2011. Dari hasi uji coba

ini ternyata Perangkat Pembelajaran yang meliputi Bahan Ajar dan RPP sudah layak pakai.

*Kee*mpat fase pengembangan perangkat pembelajaran ini dapat dilihat pada gambar 1.

Pengembangan Instrumen

Ada 3 instrumen yang di kembangkan dalam penelitian ini, yaitu: (1) lembar validasi perangkat pembelajaran, (2) Video Pembelajaran , dan (3) angket respon siswa terhadap pembelajaran.

Lembar validasi digunakan untuk mendapatkan data tentang kevalidan perangkat pembelajaran. Lembar validasi ini diisi oleh adalah tiga orang ahli, seorang ahli dalam bidang RME, 2 orang ahli berlatar belakang S3 pendidikan matematika, orang guru SLTA. Sedangkan video pembelajaran di buat oleh guru sekolah tempat uji coba berlangsung.

Teknik Analsis Data

Data yang diperoleh dianalisis dan diarahkan untuk menjawab pertanyaan apakah Model Pembelajaran dengan RME dan perangkat pembelajaran yang sedang dikembangkan sudah valid, praktis, dan efektif atau belum. Data hasil validasi dianalisis untuk menjawab apakah model pembelajaran dan perangkat pembelajaran valid atau tidak dan apakah secara teoretis model dan perangkat pembelajaran yang sedang dikembangkan dapat dilaksanakan di kelas atau tidak. Hasil validasi terhadap pendekatan pembelajaran dapat secara langsung memvalidasi perangkat pembelajaran. Sedangkan data hasil uji coba di kelas digunakan untuk menjawab apakah perangkat pembelajaran dapat meningkatkan motivasi siswa dalam belajar yang terekam dalam video yang diambil oleh guru mereka.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

HASIL DAN PEMBAHASAN

Untuk memudahkan siswa memahami materi peluang yang mencakup aturan perkalian, permutasi, dan kombinasi, pendekatan realistik atau yang dikenal dengan *Realistic Mathematics Education* (RME) menawarkan solusi. Untuk melaksanakan pembelajaran teori peluang berbasis RME perlu terlebih dahulu mempersiapkan perangkat pembelajaran teori peluang yang berbasis RME yang saat ini belum ada yang terpublikasi secara luas di DKI Jakarta.

Pengembangan perangkat pembelajaran ini mengacu pada model pengembangan bahan ajar umum dari Tjeerd Plomp (1997) yang terdiri dari beberapa fase yaitu (1) fase investigasi awal, (2) fase desain, (3) realisasi, serta (4) fase tes, evaluasi, dan revisi.

Pada fase investigasi peneliti menganalisis kurikulum dan berdiskusi dengan para guru untuk memperoleh gambaran tentang apa yang realistik bagi siswa SLTA terkait dengan materi ini. Dalam kurikulum yang berlaku saat ini ada 3 Kompetensi Dasar (KD) yang terkait materi ini yaitu:

1. Menggunakan aturan perkalian, permutasi, dan kombinasi dalam pemecahan masalah
2. Menentukan ruang sampel suatu percobaan
3. Menentukan peluang suatu kejadian dan penafsirannya

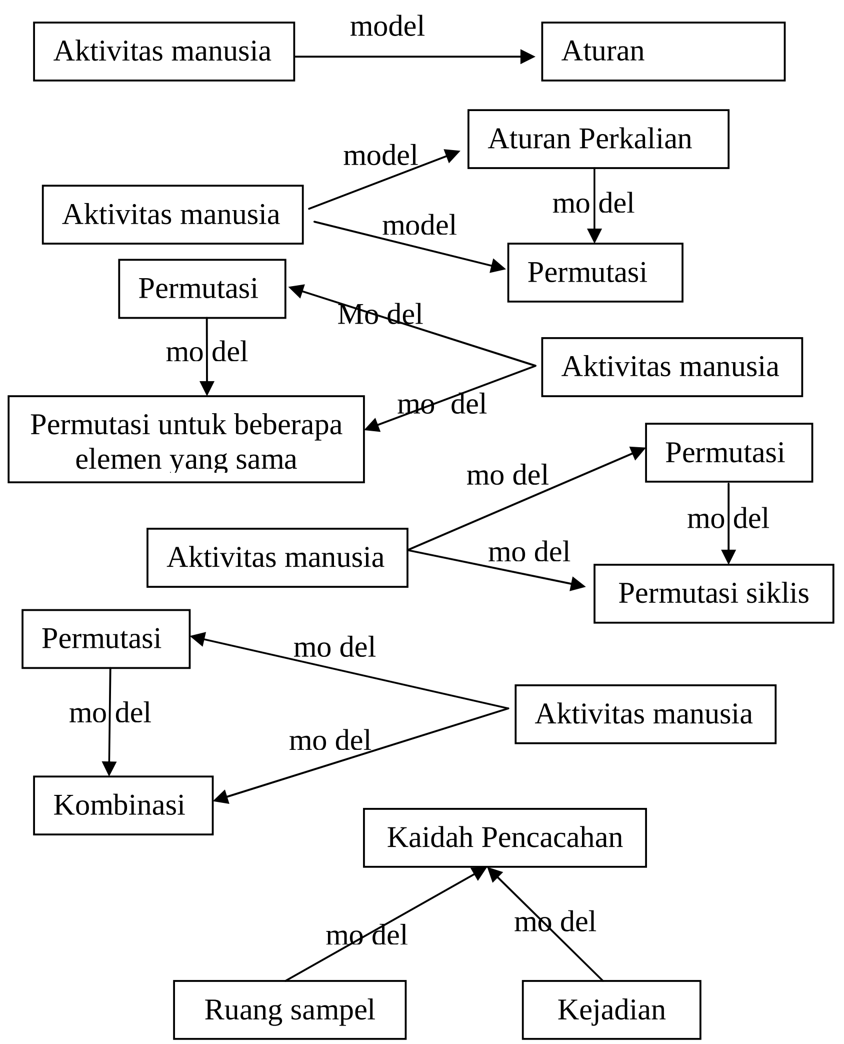
Berdasarkan ketiga KD ini dapat dikembangkan 6 indikator yaitu :

1. Kemampuan siswa menggunakan aturan perkalian dalam pemecahan masalah,
2. Kemampuan siswa menggunakan aturan permutasi dalam pemecahan masalah,
3. Kemampuan siswa menggunakan aturan kombinasi dalam pemecahan masalah,
4. Kemampuan menentukan ruang sampel dari suatu percobaan,
5. Kemampuan menentukan peluang suatu kejadian, dan
6. Kemampuan penafsiran peluang

Berdasarkan diskusi dengan para guru SLTA, disepakati tambahan dua indikator lagi yaitu: (1) Kemampuan siswa menggunakan aturan permutasi untuk beberapa elemen yang sama dalam pemecahan masalah, dan (2) Kemampuan siswa menggunakan aturan permutasi siklis dalam pemecahan masalah.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Pada fase kedua peneliti merancang Bahan Ajar dan RPP yang sesuai dengan filosofi, prinsip, dan karakteristik RME untuk Materi Teori Peluang. Desian awal dapat di gambarkan dengan gambar berikut.



Gambar 2: Desain Pembelajaran dengan Pendekatan RME

Berdasarkan desain ini dibuat Bahan Ajar dan Rencana Pelaksanaan Pembelajaran disebut prototip 1.

Pada fase ketiga diadakan evaluasi terhadap rancangan Bahan Ajar dan RPP yang didesain oleh peneliti. Dari hasil evaluasi oleh para ahli yang disebutkan dalam Bab 3 maka, RPP sudah layak pakai, sedangkan Bahan Ajar perlu sedikit revisi.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Fase terakhir adalah fase uji coba. Uji coba pertama dilakukan di SMA SEJAHTERA DEPOK dari tanggal 15 Juli -26 Agustus 2011 berdasarkan interaksi yang terekam dalam video, ternyata RPP sudah layak dipakai, sedangkan Bahan Ajar perlu sedikit revisi.

Selanjutnya dilakukan uji coba kedua di MAN 2 Jakarta dari tanggal 12 September – 10 Oktober 2011. Dari hasil uji coba ini ternyata Perangkat Pembelajaran yang meliputi Bahan Ajar dan RPP sudah layak pakai.

SIMPULAN DAN SARAN

Simpulan

Kemampuan siswa menyelesaikan masalah materi "peluang " merupakan hal yang perlu dikuasai siswa SLTA sebagai prasarat materi statistik yang sangat banyak digunakan dalam merancang penelitian dan mengolah data hasil penelitian dari berbagai cabang ilmu. Kesulitan siswa memahami materi ini dirasakan di Jabotabek. Kalau di Jabotabek yang dari fasilitas pendidikan sudah lebih maju dari sebagian besar daerah lain, tidak tertutup kemungkinan daerah lain di Indonesia mengalami hal yang sama. Rupanya kesulitan terhadap materi ini juga terjadi diluar negeri, seperti terera dalam penelitian Pratt dan Abrahamson (.

Untuk mengatasi hal ini, pendekatan realistik atau yang dikenal dengan *Realistic Mathematics Education* (RME) menawarkan solusi. Pembelajaran dengan RME telah berhasil meningkatkan hasil belajar pada beberapa SD dan SMP di Indonesia. Hal yang sama juga terjadi di Turki dan di Inggris. Namun apakah pendekatan realistik dapat juga meningkatkan kemampuan pemahaman, penalaran, dan komunikasi matematik materi peluang siswa di SLTA masih perlu dipertanyakan.

Untuk melaksanakan pembelajaran teori peluang berbasis RME perlu terlebih dahulu mempersiapkan perangkat pembelajaran teori peluang yang berbasis RME yang saat ini belum ada yang terpublikasi secara luas. Oleh karena itu perlu di kembangkan perangkat pembelajaran materi peluang berbasis RME untuk digunakan di SLTA. Perangkat permbelajaran yang akan dikembangkan meliputi bahan ajar siswa berupa kumpulan lembar kerja siswa, dan Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP). Kedua hal tersebut di sesuaikan dengan filosofi, ketiga prinsip, dan kelima karakteristik RME.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Pengembangan perangkat pembelajaran ini mengacu pada model pengembangan bahan ajar umum dari Tjeerd Plomp (1997) yang terdiri dari beberapa fase yaitu (1) fase investigasi awal, (2) fase desain, (3) realisasi, serta (4) fase tes, evaluasi, dan revisi.

Saran

Bahan ajar yang di kembangkan peneliti berguna untuk melaksanakan Pembelajaran Teori Peluang Berbasis RME yang telah dapat meningkatkan hasil belajar siswa SD dan SLTP. Namun untuk SLTA masih perlu penelitian, yang dapat menggunakan perangkat pembelajaran yang di kembangkan ini.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 20

Mengejar Perkembangan Teknologi Dengan Media Pembelajaran Animasi Deskriptif Aplikatif

Oleh:
Fahisal Afif Abidin
Mahasiswa S1 Pendidikan Matematika UIN Sunan Kalijaga

A. PENDAHULUAN

Kemajuan teknologi mesin sudah sedemikian pesatnya, namun bangsa Indonesia sebagai bangsa yang besar dari sisi wilayah dan jumlah penduduk belum mampu menjadi trendsetter di bidang ini. Bila dilihat dari segi SDM, tentu sudah ada cikal bakal ilmuwan-ilmuwan yang nantinya akan mampu mengembangkan keilmuwan ini. Lihat saja perlombaan-perlombaan sains tingkat internasional, tentu bangsa ini sudah punya nama.

Akan tetapi dibalik itu semua, sudah selayaknya kita berkaca diri. Bila melihat fenomena pendidikan yang sebenarnya, kita akan temukan suatu kondisi paradigm, motivasi dan karakter siswa yang sangat buruk. Dimana siswa hanya mampu memahami ilmu yang diajarkan oleh gurunya, tanpa tahu harus diapakan. Dan masih banyak lagi yang hanya berorientasi pekerjaan.

Kondisi seperti ini harus segera diperbaiki, dalam jenjang sekolah di Indonesia dikenal adanya SMK Teknik Pemesinan. Dimana siswa diajarkan tentang dasar-dasar teknik permesinan. Bila meminjam argument seorang kajur Teknik Pemesinan SMK Muhammadiyah 2 Sragen, beliau berpendapat “kalian tidak akan bisa sepenuhnya menguasai permesinan hanya dalam sekolah ini, bahkan 4 tahun waktu kuliah sarjana. Semua butuh proses dan waktu yang sangat panjang”. Bila dilihat dari argument ini,

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

bisa disimpulkan bahwa di bangku SMK, siswa hanya dibekali kemampuan-kemampuan dasar permesinan. Belum mencapai tahap pengembangan yang sebenarnya.

Namun, bila dilihat realitas yang ada, siswa cenderung pragmatis. Menilai bahwa bangku SMK adalah perjalanan terakhir dari proses pendidikan dan lebih menitik beratkan pada pekerjaan pasca lulus. Sehingga siswa SMK tidak begitu mementingkan mata pelajaran didalamnya (kecuali maple Jurusan). Apalagi pelajaran matematika yang notabene menjadi momok bagi siswa, dan dinilai sangat tidak relevan dengan bidang yang ditekuninya. Keadaan seperti ini tidak boleh berlarut-larut mengingat pentingnya matematika sebagai penopang pengemabngan teknologi pemesinan.

Maka dari itu, perlu diadakanya suatu metode baru dalam pembelajaran matematika. Yaitu penggunaan media pembelajaran berupa Animasi Deskriptif Aplikatif. Dimana dalam pembelajaran matematika, siswa ditunjukkan suatu animasi yang bertujuan agar siswa lebih memahami konsep yang disajikan dan mengetahui aplikasi matematis dalam pengambangan permesinan. Sehingga diharapkan motivasi siswa bisa terbangun dan siswa menikmati pembelajaran yang dilakukan

B. PEMBELAJARAN MATEMATIKA.

Belajar adalah modifikasi atau memperteguh kelakuan melalui pengalaman (learning is denifed as the modification or strengthening of behavior through experiencing).[1] Menurut pengertian ini, belajar merupakan proses, suatu kegiatan atau bukan suatu hasil atau tujuan. Belajar bukan hanya mengingat, tetapi lebih luas dari itu, yakni mengalami. Hasil belajar bukan suatu penguasaan hasil latihan melainkan perubahan kelakuan. Pengertian ini sangat berbeda dengan pengertian lama tentang

[1] Hamalik, Oemar. Proses Belajar Mengajar. Jakarta. Bumi Aksara, 2007. hal 27.

belajar yang menyatakan bahwa belajar adalah latihan-latihan pembentuksn kebiasaan secara otomatis dan seterusnya

Sedangkan pembelajaran adalah membelajarkan siswa menggunakan asas pendidikan maupun teori belajar merupakan penentu utama keberhasilan pendidikan. Pembelajaran merupakan komunikasi dua arah, mengajar dilakukan oleh pihak guru, sedangkan belajar dilakukan oleh peserta didik. Pembelajaran mempunyai dua karakteristik yaitu:[2]

1. Dalam proses pembelajaran melibatkan proses mental siswa secara maksimal, bukan hanya menuntut siswa sekedar mendengar, mencatat, tapi menghendaki aktivitas siswa dalam proses berpikir.
2. Dalam pembelajaran membangun suasana dialogic dan proses tanya jawab terus-menerus yang diarahkan untuk memperbaiki dan meningkatkan kemampuan berpikir

Matematika adalah pola berfikir, pola mengorganisasikan pembuktiaan yang logis, matematika itu bahasa, bahasa yang menggunakan istilah yang didefinisikan secara cermat, jelas, akurat dengan simbul yang padat, lebih bahasa simbol mengenai arti daripada bunyi. Matematika adalah ilmu tentang pola atau ide dan matematika adalah suatu seni, keindahanya terdapat pada keterurutan dan keharmonisan[3] .Matematika merupakan ilmu universal yang mendasari perkembangan teknologi modern, sehingga matematika mempunyai peran yang penting dalam berbagai disiplin dan memajukan daya pikir manusia.[4]

---

[2] Sagala, Syaiful. Konsep dan makna belajar untuk membantu memecahkan problematika belajra dan mengajar. Bandung. Alfabeta. 2009, hlm 61-63

[3] Jihad, Asep. Pengembangan kurikulum matematika (tinjaauan teoritis dan Historis). Yogyakarta:Multi Presindo.hlm152

[4] Ibrahim dan Suparni, *Strategi Pembelajaran Matematika, (Yogyakarta:Bidang Akademik Sunan Kalijaga,2008),hlm.36-36*

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Sehingga pembelajaran matematika adalah membelajarkan siswa menggunakan asas pendidikan maupun teori belajar dengan komunikasi dua arah yang menghendaki aktivitas siswa dalam proses berpikir guna memperoleh penguasaan matematika

C. MATEMATIKA SMK TEKNIK PEMESINAN

Matematika merupakan ilmu universal yang mendasari perkembangan teknologi modern, mempunyai peran penting dalam berbagai disiplin dan mengembangkan daya pikir manusia. Perkembangan pesat di bidang teknologi informasi dan komunikasi dewasa ini dilandasi oleh perkembangan matematika di bidang teori bilangan, aljabar, analisis, teori peluang dan matematika diskrit. Untuk menguasai dan mencipta teknologi di masa depan diperlukan penguasaan matematika yang kuat sejak dini[5].

Penguasaan mata pelajaran Matematika memudahkan peserta didik untuk melatih berfikir logis, analitis, sistematis, kritis, kreatif dan inovatif yang difungsikan untuk mendukung pembentukan kompetensi program keahlian.

Standar kopetensi yang harus dikuasai siswa SMK Teknik Permesinan adalah:

1. Memecahkan masalah berkaitan dengan konsep operasi bilangan riil
2. Memecahkan masalah berkaitan dengan konsep aproksimasi kesalahan
3. Memecahkan masalah berkaitan sistem persamaan dan pertidaksamaan linier dan kuadra
4. Memecahkan masalah berkaitan dengan konsep matriks
5. Menyelesaikan masalah program linier
6. Menerapkan logika matematika dalam pemecahan masalah yang berkaitan dengan pernyataan majemuk dan pernyataan berkuantor

[5] Permendiknas th2006 tentang standar isi

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

7. Menerapkan perbandingan, fungsi, persamaan, dan identitas trigonometri dalam pemecahan masalah
8. Memecahkan masalah yang berkaitan dengan fungsi, persamaan fungsi linier dan fungsi kuadrat
9. Menerapkan konsep barisan dan deret dalam pemecahan masalah
10. Menentukan kedudukan, jarak, dan besar sudut yang melibatkan titik, garis, dan bidang dalam ruang dimensi dua
11. Menentukan kedudukan, jarak, dan besar sudut yang melibatkan titik, garis, dan bidang dalam ruang dimensi tiga
12. Menerapkan konsep vektor dalam pemecahan masalah
13. Memecahkan masalah dengan konsep teori peluang
14. Menerapkan aturan konsep statistik dalam pemecahan masalah
15. Menerapkan konsep irisan kerucut dalam memecahkan masalah
16. Menggunakan konsep limit fungsi dan turunan fungsi dalam pemecahan masalah
17. Menggunakan konsep integral dalam pemecahan masalah

Perlu di ingat bahwa matematika dibangun dari pengalaman manusia, sebuah hasil karya manusia. Sehingga bisa dikatakan bahwa matematika merupaka kebudayaan manusia.[6] Sehingga sudah selayaknya anggapan akan matematika yang kering nan jauh dari aktivitas manusia dihilangkan.

D. ANIMASI DESKRIPTIF APLIKATIF

Pengertian Animasi Menurut Ibiz Fernandes dalam bukunya Macromedia Flash Animation & Cartooning: A creative Guide, animasi definisikan sebagai berikut : *“Animation is the process of recording and playing back a sequence of stills to achieve*

[6] Ibrahim dan Suparni, *Strategi Pembelajaran Matematika, (Yogyakarta:Bidang Akademik Sunan Kalijaga,2008),hlm.13-14*

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

the illusion of continues motion" (Ibiz Fernandez McGraw- Hill/Osborn, California, 2002) Yang artinya kurang lebih adalah : "Animasi adalah sebuah proses merekam dan memainkan kembali serangkaian gambar statis untuk mendapatkan sebuah ilusi pergerakan." Berdasarkan arti harfiah, Animasi adalah menghidupkan. Yaitu usaha untuk menggerakkan sesuatu yang tidak bisa bergerak sendiri.

Animasi bisa dibuat dengan beragam cara, diantaranya menggunankan Adobe Flash CS3, Macromedia Flash, Swift 3D dan lain sebagainya. Animasi deskriptif yang dimaksud adalah animasi yang dibuat se-deskriptif mungkin dengan suatu bahasan konsep matematika dan animasi aplikatif adalah animasi yang dibuat se-aplikatif mungkin dengan kegunaaanya dalam pengembangan teknologi permesinan. Hal ini bertujuan untuk memberikan tambahan motivasi siswa dalam belajar matematika. Sehingga paradigm siswa menjadi lebih jauh kedepan tentang seorang ilmuwan yang mampu mengangkat derajat bangsa.

E. PENUTUP

Kegunaan matematika dalam berbagai bidang tak terpungkiri lagi, sehingga matematika-pun dijuluki ratu ilmu pengetahuan. namun diperlukan suatu usaha ekstra untuk benar-benar membelajarkan esensi matematika.

Keadaan infrastruktur sekolah yang sudah semakin maju, bisa diberdayakan untuk pembelajaran menggunakan Animasi. Dimana konsep matematika yang dianggap abstrak bisa di bawa ke bentuk 3D, sehingga siswa bisa lebih menikmati pembelajaran dan memperoleh esensi matematika. Lebih dari itu, ketikaa siswa mengetahui esensi dan aplikasi matematika dalam bidang teknologi mesin yang mereka tekuni. Tentu akan membakar semangat siswa SMK Teknik Pemesinan untuk lebih semangat belajar matematika mengingat kegunaanya dalam pengembangan pemesinan yang mereka tekuni. Sehingga harapan munculnya ilmuwan-ilmuwan agen pembangun bangsa masa depan bisa terwujud. Bukan sekedar buruh pabrik kapitalisme yang angkuh.

F. DAFTAR PUSTAKA

Retnoningsih, era. *Animasi WEB Tiga Dimensi Menggunakan SWIFT 3D*. Yogyakarta:PD Anindya

Sagala, Syaiful. *Konsep Dan Makna Belajar Untuk Membantu Memecahkan Problematika Belajra Dan Mengajar*. Bandung. Alfabeta. 2009, hlm 61-63

Jihad, Asep. *Pengembangan Kurikulum Matematika (Tinjaauan Teoritis Dan Historis)*. Yogyakarta:Multi Presindo.hlm152

Ibrahim dan Suparni, *Strategi Pembelajaran Matematika*, (Yogyakarta:Bidang Akademik Sunan Kalijaga,2008),hlm.36-36

http://id.shvoong.com/internet-and-technologies/software/2040864-definisi-animasi/#ixzz1ezKVOTxj diakses 18 november 2011

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 21

Mengasah Kemampuan Berpikir Kreatif dan Rasa Ingin Tahu Melalui Pembelajaran Matematika dengan Berbasis Masalah (Suatu Kajian Teoritis)

Fransiskus Gatot Iman Santoso
Program Studi Pendidikan Matematika
Universitas Katolik Widya Mandala Madiun

ABSTRAK

Memasuki era globalisasi dan kemajuan teknologi yang maju pesat pada saat ini, banyak sekali permasalahan yang muncul di sekitar siswa. Permasalahan yang muncul ini berragam, bahkan dalam menghadapi permasalahan itu membuat siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikan permasalahan yang sedang hadapi. Apalagi sekarang yang dihadapi siswa adalah kemajuan teknologi yang ada pada saat ini. Kurangnya informasi yang diperoleh siswa tentang kemajuan teknologi pada saat itu, akan membuat siswa mengalami kesulitan dalam menyesuaikan diri terhadap teknologi pada saat itu. Untuk menghadapi permasalahan ini, maka siswa memerlukan suatu kemampuan yang baik dan mumpuni supaya permasalahan yang sedang dihadapi siswa dapat terselesaikan dengan baik. Kemampuan yang dimaksud di antaranya kemampuan berpikir kreatif dan kemampuan rasa ingin tahu. Kemampuan ini tidak dapat muncul dengan sendirinya, perlu sarana untuk mengasah kemampuan ini agar dapat tumbuh dengan baik. Sarana yang digunakan untuk mengasah kemampuan ini melalui pembelajaran matematika dengan berbasis masalah.

Kata Kunci : Kemampuan Berpikir Kreatif, Rasa Ingin Tahu, Pembelajaran Matematika dengan Berbasis Masalah

I. PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Matematika merupakan ilmu universal yang mendasari perkembangan teknologi modern. Matematika mempunyai peran penting dalam berbagai disiplin ilmu dan memajukan daya pikir manusia. Perkembangan pesat di bidang teknologi informasi dan komunikasi dewasa ini tidak lepas dari hasil perkembangan matematika. Untuk menguasai dan menciptakan teknologi di masa depan diperlukan penguasaan matematika yang kuat sejak dini. Permbelajaran matematika diharapkan dapat berperan dalam menyiapkan, meningkatkan dan membekali individu dan masyarakat di era yang penuh perubahan.

Mengajarkan matematika tidaklah mudah, karena fakta menunjukkan bahwa para siswa mengalami kesulitan dalam mempelajari matematika. Perlu kiranya dibedakan antara matematika dan matematika sekolah. Agar pembelajaran matematika dapat memenuhi tuntutan inovasi pendidikan pada umumnya, Ebbutt dan Straker (1995), mendefinisikan matematika sekolah yang selanjutnya disebut matematika, sebagai berikut : (1) Matematika sebagai kegiatan penelusuran pola dan hubungan; (2)

Matematika sebagai kreativitas yang memerlukan imajinasi, intuisi dan penemuan; (3) Matematika sebagai kegiatan pemecahan masalah (*problem solving*); dan (4) Matematika sebagai alat komunikasi.

Pada dasarnya objek pembelajaran matematika adalah abstrak. Walaupun menurut teori Piaget bahwa anak sampai umur SMP dan SMA sudah berada pada tahap operasi formal, namun pembelajaran matematika masih perlu diberikan dengan menggunakan alat peraga karena sebaran umur untuk setiap tahap perkembangan mental dari Piaget masih sangat bervariasi. Mengingat hal-hal tersebut di atas, pembelajaran matematika di sekolah tidak bisa terlepas dari sifat-sifat matematika yang abstrak dan sifat perkembangan intelektual siswa. Karena itu perlu memperhatikan karakteristik pembelajaran matematika di sekolah (Suherman, 2003) yaitu (1) pembelajaran matematika berjenjang (bertahap); (2) pembelajaran matematika mengikuti metoda spiral; (3) pembelajaran matematika menekankan pola pikir deduktif; dan (4) pembelajaran matematika menganut kebenaran konsistensi.

Memasuki era globalisasi dan kemajuan teknologi yang maju pesat pada saat ini, banyak sekali permasalahan yang muncul di sekitar siswa. Permasalahan yang muncul ini berragam, bahkan dalam menghadapi permasalahan itu membuat siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikan permasalahan yang sedang hadapi. Apalagi sekarang yang dihadapi siswa adalah kemajuan teknologi yang ada pada saat ini. Kurangnya informasi yang diperoleh siswa tentang kemajuan teknologi pada saat itu, akan membuat siswa mengalami kesulitan dalam menyesuaikan diri terhadap teknologi pada saat itu. Untuk menghadapi permasalahan ini, maka siswa memerlukan suatu kemampuan yang baik dan mumpuni supaya permasalahan yang sedang dihadapi siswa dapat terselesaikan dengan baik. Kemampuan yang dimaksud di antaranya kemampuan berpikir kreatif dan kemampuan rasa ingin tahu.

Berpikir merupakan suatu kegiatan mental yang dialami seseorang bila mereka dihadapkan pada suatu masalah atau situasi yang harus dipecahkan. Di dalam berpikir, seseorang dapat memecahkan suatu masalah, membuat suatu keputusan, atau memenuhi hasrat keingintahuan. Hal ini menunjukkan bahwa ketika seseorang merumuskan suatu masalah, memecahkan masalah, ataupun ingin memahami sesuatu, maka ia melakukan suatu aktivitas berpikir.

Berpikir sebagai suatu kemampuan mental seseorang dapat dibedakan menjadi beberapa jenis, antara lain berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, dan kreatif. Berpikir kreatif merupakan salah satu perwujudan dari berpikir tingkat tinggi (higher *order thinking*). Berpikir kreatif adalah suatu aktivitas mental untuk membuat hubungan-hubungan (*conections*) yang terus menerus (kontinu), sehingga ditemukan kombinasi yang "benar" atau sampai seseorang itu menyerah. Asosiasi kreatif terjadi melalui kemiripan-kemiripan sesuatu atau melalui pemikiran analogis. Asosiasi ide-ide membentuk ide-ide baru. Jadi, berpikir kreatif mengabaikan hubungan-hubungan yang sudah mapan, dan menciptakan hubungan-hubungan tersendiri. Berpikir kreatif dapat juga dipandang sebagai suatu proses yang digunakan ketika seorang individu mendatangkan atau memunculkan suatu ide baru. Ide baru tersebut merupakan gabungan ide-ide sebelumnya yang belum pernah diwujudkan. Dengan demikian, dapat diartikan bahwa berpikir kreatif merupakan suatu kegiatan mental yang digunakan seseorang untuk membangun ide atau gagasan baru.

Berpikir kreatif dalam matematika mengacu pada pengertian berpkir kreatif secara umum. Bishop (dalam Pehkonen, 1997) menjelaskan bahwa seseorang memerlukan 2 model berpkir berbeda yang komplementer dalam matematika, yaitu, berpikir kreatif yang bersifat intuitif dan berpikir analitik yang bersifat logis. Pandangan ini lebih berpikir kreatif sebagai suatu pemikiran yang inuitif daripada yang logis. Pengertian ini menunjukkan bahwa berpikir kreatif tidak didasarkan pada pemikiran logis tetapi lebih sebagai pemikiran yang tiba-tiba muncul, tak terduga, dan di luar kebiasaan.

Guilford dengan analisis faktornya menemukan ada lima ciri yang menjadi sifat kemampuan berpikir. Pertama, kelancaran *(fluency)* yaitu kemampuan untuk memproduksi banyak gagasan. Kedua, keluwesan (*flexibilit*y) yaitu kemampuan untuk mengajukan bermacam-macam pendekatan dan/atau jalan pemecahan terhadap masalah. Ketiga, keaslian *(originality)* yaitu kemampuan untuk melahirkan gagasan-gagasan asli sebagai hasil pemikiran sendiri dan tidak klise. Keempat, penguraian *(elaboration)* yaitu kemampuan untuk menguraikan sesuatu secara terperinci. Kelima, perumusan kembali *(redefinition)* yaitu kemampuan untuk mengkaji atau menilik kembali suatu persoalan melalui cara dan perseptif yang berbeda dengan apa yang sudah lazim.

Rasa ingin tahu, ingin mengerti yang merupakan kodrat manusia membuat manusia selalu bertanya-tanya “ini apa?”. Kemudian menyusul pertanyaan-pertanyaan “mengapa begini?”, “mengapa begitu?”, dan selanjutnya pertanyaan kita berkembang menjadi pertanyaan-pertanyaan seperti “bagaimana hal itu bisa terjadi?”, “bagaimana memecahkannya?”, dan seterusnya. pertanyaan ini muncul sejak manusia mulai bisa berbicara dan dapat mengungkapkan isi hatinya. Makin jauh jalan pikirannya, makin banyak pertanyaan yang muncul, makin banyak usahanya untuk mengerti. Jika jawaban dari pertanyaan-pertanyaan tersebut mencapai alasan atau dasar, sebab atau keterangan yang sedalam-dalamnya, maka puaslah dia dan tidak akan bertanya lagi. Akan tetapi, jika jawaban dari pertanyaan itu belum mencapai dasar, maka manusia akan mencari lagi jawaban yang dapat memuaskannya.

Manusia harus memiliki hasrat ingin tahu. Rasa ingin tahu membuat manusia dapat memecahkan setiap permasalahan dan pemikiran yang ada di dalam fikirannya. Apabila rasa ingin tahu ini dapat dimanfaatkan dengan baik maka akan membawa manusia semakin mengerti dirinya sendiri. Lewat rasa ingin tahu membuat manusia mengetahui kebenaran. Segala sesuatu yang tampak nyata dalam hidup tidak sepenuhnya selalu benar. Apabila seseorang yang pikirannya dipenuhi dengan rasa ingin tahu maka dia tidak akan menerima mentah-mentah omongan seseorang, mereka akan selalu menggunakan pikirannya untuk mencari kebenaran dari omongan tersebut. Seorang yang memiliki rasa ingin tahu yang tinggi akan mencari informasi detail tentang segala sesuatu yang mereka pertanyakan. Lewat rasa ingin tahu kita, kita akan berusaha untuk memecahkan setiap pertanyaan dibenak kita. Hal ini akan membuat kita merasakan pengalaman baru.

Pengalaman baru ini akan menstimulasi pikiran kita dan melepaskan emosi yang kreatif. Pikiran yang selalu ingin tahu membuat kita dapat menembus batas penalaran yang biasa kita terima dan akan membongkar setiap detail yang menggerakkan sebuah proses. Semakin kita mengerti detail, maka semakin kita mengerti prosesnya. Hal inilah yang akan membuat kita menjadi lebih produktif. Kita sebagai manusia akan terus belajar lebih banyak saat rasa ingin tahu menyelimuti kita. Kita akan menembus batas-batas pemikiran kita. Semakin banyak yang kita pelajari, semakin banyak pula yang akan kita tahu. Dengan rasa ingin tahu yang kita miliki kita akan melihat berbagai hal

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

dari sudut pandang yang berbeda. Sehingga kita akan selalu memikirkan dan menemukan cara alternatif dalam menyelesaikan masalah yang kita hadapi.

Apabila kita tidak mengerti akan suatu hal, atau tidak terbiasa akan suatu hal, mudah sekali untuk menghilangkan pikiran tersebut dari otak kita. Hanya jika kita mengerti akan sesuatu, maka kita akan menghargainya, karena manusia akan lebih positif pada sesuatu yang mereka ketahui. Rasa ingin tahu lah yang membuat pikiran kita lebih luas dan menambahkan pengertian yang lebih mendalam sehingga kita sebagai manusia akan menjadi lebih positif menyikapi segala sesuatu.

Ilmu pengetahuan berawal dari kekaguman manusia akan alam yang didiaminya dan dihadapinya. Karena manusia merupakan makhluk yang dapat berpikir lewat karunia akal pikiran yang diberikan oleh Tuhan, maka mereka memiliki hasrat ingin tahu. Rasa ingin tahu yang kemudian ditindak lanjuti dengan penggunaan akal untuk memecahkan masalah tersebut, adalah perbedaan mendasar kita dengan hewan. Jadi, setiap orang harus memiliki rasa ingin tahu, karena selama rasa ingin tahu ada dalam pikiran kita maka manusia akan terus belajar dan memanfaatkan otaknya bukan hanya sebagai pengisi volume batok kepala. Selama manusia dapat mengembangkan rasa ingin tahunya itu dengan cara-cara yang positif, maka ilmu akan terus berkembang.

Kemampuan berpikir kreatif dan kemampuan rasa ingin tahu ini tidak dapat muncul dengan sendirinya, perlu sarana untuk mengasah kemampuan ini agar dapat tumbuh dengan baik. Sarana yang digunakan untuk mengasah kemampuan ini melalui pembelajaran matematika dengan berbasis masalah.

Pembelajaran Berbasis Masalah (PBM) adalah suatu pembelajaran yang menggunakan masalah dunia nyata sebagai suatu konteks bagi siswa untuk belajar tentang cara berfikir kritis dan keterampilan pemecahan masalah, serta untuk memperoleh pengetahuan dan konsep yang esensial dari materi pelajaran. PBM didasari oleh hasil karya John Dewey melalui kelas berorientasi-masalah, didukung aspek psikologis melalui konsep konstruktivisme oleh Jean Piaget dan Lev Vygotsky, serta dukungan teoretis *discovery learning* oleh Jerome Bruner. PBM digunakan untuk merangsang berfikir tingkat tinggi dalam situasi berorientasi masalah, termasuk didalamnya belajar bagaimana belajar. Peran guru dalam pembelajaran berbasis masalah adalah menyajikan masalah, mengajukan pertanyaan, dan memfasilitasi penyelidikan dan dialog.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

PBM merupakan suatu pembelajaran yang melibatkan siswa untuk memecahkan masalah melalui tahap-tahap metode ilmiah sehingga siswa dapat mempelajari pengetahuan yang berhubungan dengan masalah tersebut dan sekaligus memiliki keterampilan untuk memecahkan masalah. Proses pembelajaran ini dimulai dari titik awal pembelajaran berdasarkan masalah dalam kehidupan nyata dan lalu dari masalah ini siswa dirangsang untuk mempelajari masalah ini berdasarkan pengetahuan dan pengalaman baru. Secara garis besar pembelajaran berbasis masalah terdiri dari menyajikan kepada siswa situasi masalah yang autentik dan bermakna yang dapat memberikan kemudahan kepada mereka untuk melakukan penyelidikan dan inkuiri.

Para pengembang pembelajaran berbasis masalah (Ibrahim dan Nur, 2000) telah mendeskripsikan karaketeristik model pembelajaran berbasis masalah sebagai berikut : (1) pengajuan pertanyaan atau masalah; (2) berfokus pada keterkaitan antar disiplin, (3) penyelidikan autentik**;** (4) menghasilkan produk/karya dan memamerkannya**;** dan (5) Kerjasama**.**

Menurut Ibrahim (2005), dalam pembelajaran berbasis masalah terdapat lima tahapan utama, yakni: (1) Orientasi siswa terhadap masalah, (2) Mengorganisasi siswa untuk belajar, (3) Membimbing penyelidikan individual maupun kelompok, (4) Mengembangkan dan menyajikan hasil karya, dan (5) Menganalisis dan mengevaluasi proses pemecahan masalah.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, maka masalah dirumuskan adalah bagaimana mengasah kemampuan berpikir kreatif dan rasa ingin tahu melalui pembelajaran matematika dengan berbasis masalah?

C. Tujuan

Sesuai dengan rumusan masalah di atas, maka tujuan yang akan dicapai adalah untuk mengetahui proses mengasah kemampuan berpikir kreatif dan rasa ingin tahu melalui pembelajaran matematika dengan berbasis masalah.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

D. Manfaat

Adapun manfaat dalam penulisan ini adalah sebagai salah satu strategi yang dapat digunakan guru atau pendidik dalam pembelajarannya agar dapat mengembangkan kemampuan rasa ingin tahu dan kemampuan berpikir kreatif siswa

II. PEMBAHASAN

Tahapan pertama pembelajaran matematika dengan berbasis masalah adalah (1) orientasi siswa terhadap masalah. Pada tahapan awal ini, kegiatan utama guru adalah (1) guru menjelaskan tujuan pembelajaran, menjelaskan perangkat yang dibutuhkan, memotivasi siswa agar terlibat pada aktivitas pemecahan masalah yang dipilihnya. Melalui penjelasan awal dari ini guru, menjadikan siswa tahu pembelajaran yang akan dilalui siswa, dan siswa dapat terlibat lebih aktif dalam memecahkan suatu masalah. Tujuan utama awal pembelajaran ini tidak hanya mengajak siswa untuk mempelajari sejumlah informasi baru tetapi juga mengajak siswa untuk melakukan penyelidikan atas masalah-masalah yang akan diajukan guru dan membuat siswa menjadi belajar mandiri. Permasalahan yang akan diselidiki ini tidak selalu memiliki jawaban yang mutlak "benar" dan sebagian besar permasalahan kompleks yang memiliki banyak solusi yang kadang-kadang saling bertentangan. Selama penyelidikan, siswa didorong untuk menyampaikan pertanyaan dan mencari informasi dari berbagai sumber. Hal ini, menuntut siswa untuk tahu dengan berbagai cara sesuai kemampuan siswa. Di sini, siswa diasah kemampuan rasa ingin tahunya untuk berkembang dan digunakan untuk menyelesaikan masalah yang akan diajukan guru dan untuk penyelidikan dan mencari informasi. Rasa ingin tahu ini dapat diperoleh melalui bertanya pada guru, pada teman dan melalui berbagai sumber dari buku yang dimiliki siswa. Diharapkan pada tahapan awal ini, kemampuan rasa ingin tahu siswa berkembang guna memicu kemampuan berpikir kreatif siswa.

Tahapan kedua dan tahapan ketiga pembelajaran matematika dengan berbasis masalah adalah (2) mengorganisasi siswa untuk belajar atau meneliti masalah matematika dan (3) membimbing penyelidikan individual dan kelompok. Kegiatan utama guru pada tahap kedua dan ketiga ini adalah (2) guru membantu siswa mendefinisikan dan mengorganisasikan tugas belajar yang berhubungan dengan masalah tersebut, serta (3) guru mendorong siswa untuk mengumpulkan informasi yang

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

sesuai dan melaksanakan eksperimen untuk mendapatkan penjelasan serta pemecahan masalahnya. Pada tahap ini guru diajak untuk mengembangkan keterampilan bekerjasama di antara siswa dan membantu siswa untuk menyelidiki masalah secara bersama-sama. Setelah rasa ingin tahu diasah pada tahap pertama, selanjutnya rasa ingin tahu ini diasah lagi guna melakukan penyelidikan terhadap suatu masalah matematika. Melalui penyelidikan ini dituntut siswa untuk bekerjasama antar siswa dalam satu kelompok, membuat perencanaan kooperatif, mengumpulkan data dan eksperimental, mengembangkan hipotesis, menjelaskan dan membuat solusi atas masalah matematika yang dibahas atau yang diajukan guru. Pada tahap ini siswa diberi kesempatan untuk berpikir berbeda dengan siswa yang lainnya dalam kelompoknya. Berpikir berbeda dengan siswa yang lainnya ini mengajak siswa untuk menemukan ide-ide penyelesaian masalah matematika yang berbeda dengan siswa yang lainnya. Ide-ide yang berbeda ini memicu siswa untuk berkreativitas melalui imajinasi, intuisi dan penemuannya sendiri. Sehingga melalui tahapan ini, siswa mulai dituntut dan diasah untuk berpikir kreatif setelah pada tahap pertama siswa diasah kemampuan rasa ingin tahunya. Diharapkan pada tahapan ini kemampuan berpikir kreatif siswa berkembang dengan baik untuk menyelesaikan masalah matematika melalui suatu penyelidikan.

Tahap keempat pembelajaran matematika dengan berbasis masalah adalah (4) mengembangkan dan menyajikan hasil karya dari masalah matematika. Kegiatan utama guru pada tahap ini adalah (4) guru membantu siswa merencanakan dan menyiapkan karya yang sesuai seperti laporan, video, dan model, serta membantu siswa berbagi tugas dengan temannya. Pada tahapan penyelidikan diikuti dengan pembuatan hasil karya dari masalah matematika. Hasil karya ini dibuat oleh siswa berdasarkan masalah matematika yang akan diselesaikan. Dalam pembuatan hasil karya ini siswa dituntut untuk berkreasi agar hasil karya yang akan dipresentasikan atau dipamerkan dapat dipahami oleh siswa yang lain. Sehingga dalam pembuatan hasil karya ini, siswa diasah kerjasamanya dengan temannya dalam satu kelompok, serta kreativitas siswa dalam kelompok tersebut. Selain itu pula, siswa dalam satu kelompok diasah juga keluwesan (*flexibility*) antar siswa dalam mengajukan bermacam-macam pendekatan pemecahan terhadap masalah matematika. Dalam membuat hasil karya, siswa dalam satu kelompok juga diasah keaslian (*originality*) dari hasil karyanya. Siswa dalam kelompoknya dituntut melahirkan gagasan-gagasan asli sebagai hasil pemikiran kelompok tersebut, sehingga hasil karya satu kelompok berbeda dengan kelompok lainnya. Setelah hasil karya dibuat siswa dalam kelompoknya, kemudian hasil karya ini dipresentasikan atau dipamerkan di depan kelas. Di dalam mempresentasikan atau memamerkan hasil karya kelompoknya di depan kelas, siswa sudah diasah untuk menjelaskan atau menguraikan hasil karyanya secara terperinci agar siswa dalam kelompok yang lain dapat paham hasil karya yang dipresentasikan atau dipamerkan. Dengan demikian, pada tahapan keempat ini siswa diasah kemampuannya untuk bekerjasama, keluwesan, keaslian, dan penguraian dalam membuat dan mempresentasikan hasil karya. Kemampuan-kemampuan yang diasah pada siswa ini merupakan kemampuan-kemampuan yang ada pada berpikir kreatif. Jadi pada tahapan ini, siswa sudah diasah kemampuan berpikir kreatifnya.

Selanjutnya, pada tahapan kelima pembelajaran matematika dengan berbasis masalah adalah (5) menganalisis dan mengevaluasi proses pemecahan masalah matematika. Kegiatan utama guru pada tahap ini adalah (5) guru membantu siswa melakukan refleksi atau evaluasi terhadap penyelidikan mereka dan proses-proses yang siswa gunakan. Pada tahapan terakhir pembelajaran ini melibatkan kegiatan-kegiatan untuk membantu siswa menganalisis dan mengevaluasi proses berpikirnya sendiri maupun keterampilan penyelidikan dan keterampilan intelektual yang siswa gunakan. Selama tahapan ini, guru meminta siswa untuk merekontruksikan pikiran dan kegiatan siswa selama berbagai tahapan pembelajaran, Kapan siswa mulai mencapai pemahaman yang jelas tentang situasi masalah itu? Kapan siswa mulai merasa yakin terhadap penyelesaian tertentu? Mengapa siswa lebih mudah menerima penjelasan tertentu dibanding yang lainnya? Mengapa siswa menolak penjelasan tertentu? Mengapa siswa mengadobsi penyelesaian akhirnya? Apakah siswa mengubah pikirannya tentang situasi masalah itu selama proses penyelidikan? Apa yang menyebabkan terjadinya perubahan itu? Apa yang akan siswa lakukan dengan cara yang berbeda di masa yang akan datang? Pertanyaan-pertanyaan yang diajukan guru ini ditujukan untuk siswa menganalisis dan mengevaluasi proses pemecahan masalah matematika. Siswa diajak berpikir dan merefleksikan atau mengevaluasi terhadap hasil yang siswa peroleh selama proses pembelajaran. Dengan demikian, pada tahapan terakhir ini siswa masih diasah untuk berpikir kreatif dan masih juga diasah rasa ingin tahunya. Jadi pada tahapan kelima ini, siswa tetap diasah kemampuan rasa ingin tahu siswa dan kemampuan berpikir kreatif siswa dalam menyelesaikan masalah matematika.

Berdasarkan tahapan-tahapan yang dilaksanakan pada pembelajaran matematika dengan berbasis masalah diharapkan kemampuan rasa ingin tahu siswa dan kemampuan berpikir kreatif siswa dapat berkembang dengan baik dan semakin meningkat, sehingga kemampuan ini dapat terasah dengan baik.

III. SIMPULAN DAN SARAN

A. Simpulan

Berdasarkan tahapan-tahapan yang dilaksanakan pada pembelajaran matematika dengan berbasis masalah bahwa kemampuan rasa ingin tahu siswa dan kemampuan berpikir kreatif siswa dapat berkembang dengan baik dan semakin meningkat pada diri siswa, sehingga kedua kemampuan ini dapat terasah dengan baik melalui pembelajaran ini.

B. Saran

Untuk mengasah kemampuan rasa ingin tahu siswa dan kemampuan berpikir kreatif siswa pada pembelajaran matematika dengan berbasis, diharapkan diperhatikan terlebih dahulu kemampuan awal siswa, serta kecerdasan majemuk yang dimiliki siswa.

DAFTAR PUSTAKA

Amir, M. Taufiq. 2009. *Inovasi Pendidikan Melalui Problem Based Learning : Bagaimana Pendidik Memberdayakan Pemelajar di Era Pengetahuan*. Jakarta:Kencana.

Arends, Richard I. 2008. *Learning To Teach (Belajar Untuk Mengajar) Buku Dua*. Yogyakarta:Pustaka Pelajar

Ebbutt, S and Strakter, A. 1995. *Children and Mathematics: Mathematics in Primary School*. Part 1. London:Collins Educational

Ibrahim, Muslimin. 2005. *Pembelajaran Berbasis Masalah. Latar Belakang, Konsep Dasar, dan Contoh Implementasinya.* Surabaya:Unesa University Press.

Ibrahim, Muslimin dan Mohamad Nur. 2000. *Pembelajaran Berdasarkan Masalah.* Surabaya:Unesa University Press.

Mahmudi, Ali. 2010. *Mengukur Kemampuan Berpikir Kreatif Matematis*. Makalah disajikan pada Konferensi Nasional Matematika XV UNIMA Manado, 30 Juni – 3 Juli 2010

Pehkonen, Erki. 1997. *The State-of-Art in Mathematical Creativity*. http://www.fiz.karlsruhe.de/fiz/publications/zdm ZDM Volume 29.June 1997.Number 3.Electronic Edition ISSN 1615-679X

Siswono, Tatag Yuli Eko. 2009. *Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreatif Siswa*. Diakses dari http://suaraguru.wordpress.com/2009/02/23/meningkatkan-kemampuan-berpikir-kreatif-siswa/ pada tanggal 12 November 2010

-------------------------------. 2011. *Pembelajaran Matematika Berbasis Pengajuan dan Pemecahan Masalah (JUCAMA) Untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreatif Siswa*. Makalah Utama pada Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika di Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Surabaya tanggal 22 Oktober 2011

Suherman dkk, 2003. *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. Bandung:Universitas Pendidikan Indonesia JICA.

Suryadi, Didi. 2010. *Penelitian Pembelajaran Matematika Untuk Pembentukan Karakter Bangsa*. Makalah Utama pada Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika di Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta tanggal 27 Nopember 2010

Wahidin, Didin. 2009. *Berpikir Kreatif*. Diakses dari http://didin-uninus.blogspot.com/2009/03/berpikir-kreatif.html/ pada tanggal 12 November 2010

Widodo. 2010. *Peran Penelitian Matematika Dalam Upaya Pembentukan Karakter Bangsa*. Makalah Utama pada Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika di Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta tanggal 27 Nopember 2010

http://andinurdiansah.blogspot.com/2010/10/karakteristik-pembelajaran-matematika.html/

http://dindinglestari.blogspot.com/2011/02/rasa-ingin-tahu-manusia-yang merupakan.html?zx=5c1bbc1b481ca04b/

http://leevanews.com/1417/ciri-ciri-pembelajaran-berbasis-masalah/

http://matematika-ipa.com/model-pembelajaran-problem-based-learning-pbl/

http://p4tkmatematika.org/2011/10/peran-fungsi-tujuan-dan-karakteristik-matematika-sekolah/

http://www.psikologizone.com/menggali-rasa-ingin-tahu-anak/06511984/

P – 22

Identifikasi Kemampuan Berpikir Matematis Rigor Siswa SMP Berkemampuan Matematika Sedang dalam Menyelesaikan Soal Matematika

Harina Fitriyani

Universitas Ahmad Dahlan
rin_najmi@yahoo.co.id

Abstrak

Berpikir matematis rigor (*Rigorous mathematical thinking*) merupakan suatu aktivitas berpikir matematis yang melibatkan penggunaan beberapa fungsi kognitif dimana dalam penggunaanya berpikir matematis rigor dikategorikan dalam 3 level yaitu level 1 (level berpikir kualitatif), level 2 (level berpikir kuantitatif), dan level 3 (level berpikir relasional abstrak). Penelitian ini bertujuan mengidentifikasi kemampuan berpikir matematis rigor siswa SMP berkemampuan matematika sedang dalam menyelesaikan soal matematika. Pendekatan yang digunakan dalam penelitian ini adalah pendekatan kualitatif dan teknik pengumpulan datanya dilakukan dengan pemberian tes dan wawancara. Subjek dalam penelitian ini adalah satu orang siswa kelas VII SMPN 1 Lamongan yang kemampuan matematikanya termasuk dalam kategori sedang. Analisis data dalam penelitian ini dilakukan dengan langkah-langkah yaitu reduksi data, penyajian data dan penarikan simpulan. Sedangkan untuk mendapatkan data penelitian yang valid, dalam penelitian ini digunakan triangulasi waktu. Berkaitan dengan tujuan penelitian yang telah dipaparkan, hasil penelitian menunjukkan bahwa kemampuan berpikir matematis rigor siswa berkemampuan matematika sedang berada pada level 1 atau level berpikir kualitatif.

Kata-kata Kunci: *Berpikir matematis rigor, fungsi kognitif, kemampuan matematika.*

1. Pendahuluan

Setiap individu pernah melakukan aktivitas berpikir selama hidupnya. Dalam berpikir tentu melibatkan kehadiran fungsi kognitif. Kinard (2007) mendefinisikan fungsi kognitif sebagai sebuah proses mental yang memiliki makna khusus. Ketika seorang individu berpikir untuk menyelesaikan soal-soal berkaitan dengan matematika maka tidak menutup kemungkinan bahwa individu tersebut sedang melakukan aktivitas berpikir matematis. Sumarmo (2010) mendefinisikan berpikir matematis sebagai cara berpikir dalam menyelesaikan tugas matematika baik yang sederhana maupun yang kompleks. Di dalam belajar dan menyelesaikan soal matematika, perlu adanya ketepatan, sedangkan prasyarat untuk menjadi tepat dan logis adalah rigor. Kinard (2007) mengungkapkan bahwa berpikir matematis mensitesis dan memanfaatkan proses kognitif yang meningkatkan level abstraksi lebih tinggi, oleh karenanya ia haruslah rigor sifatnya. Berkaitan dengan keharusan adanya rigor dalam mensintesis dan memanfaatkan proses kognitif untuk meningkatkan level fungsi abstraksi maka diperlukan adanya berpikir matematis rigor.

Teori tentang berpikir matematis rigor (*rigorous mathematical thinking*) pertama kali dicetuskan oleh James T. Kinard melalui sebuah naskah yang tidak dipublikasikan pada tahun 2000. Berpikir matematis rigor dicirikan dengan adanya tiga level fungsi kognitif diantaranya fungsi kognitif untuk berpikir kualitatif, fungsi kognitif untuk berpikir kuantitatif, dan fungsi kognitif untuk berpikir relasional abstrak (Kinard dan Kozulin, 2008). Ketiga level fungsi kognitif itu secara bersama-sama mendefinisikan proses mental dari keterampilan kognitif umum ke fungsi kognitif matematis khusus tingkat lebih tinggi. Ketiga level fungsi kognitif tersebut dipaparkan pada Tabel 1 berikut.

Tabel 1 : Tiga level fungsi kognitif berpikir matematis rigor

Level fungsi kognitif	Fungsi Kognitif	Keterangan
Level 1: Berpikir kualitatif	Pelabelan (*Labeling*)	memberi suatu nama bangun berdasarkan atribut kritisnya (misalnya simbol sejajar, sama panjang, siku-siku)
	Visualisasi (*visualizing*)	menkonstruk gambar (bangun) dalam pikiran atau menghasilkan konstruk yang terinternalisasi dari sebuah objek yang namanya diberikan.
	Pembandingan (*Comparing*)	mencari persamaan dan perbedaan (dalam hal ciri atau atribut kritisnya) antara dua atau lebih objek.
	Pencarian secara sistematis untuk mengumpulkan dan melengkapi informasi (*Searching systematically to gather clear and complete information)*	memperhatikan (misal gambar) dengan seksama, terorganisir, dan penuh rencana untuk mengumpulkan dan melengkapi informasi.
	Penggunaan lebih dari satu sumber informasi (*Using more than one source of information)*	bekerja secara mental dengan lebih dari satu konsep pada saat yang sama (warna, ukuran, bentuk atau situasi dari berbagai sudut pandang)
	Penyandian (*Encoding*)	memaknai (objek) ke dalam kode/simbol
	Pemecahan kode (*Decoding)*	mengartikan suatu kode/simbol suatu objek
Level 2 : Berpikir kuantitatif dengan ketelitian	Pengawetan ketetapan (*Conserving constancy)*	mengidentifikasi apa yang tetap sama dalam hal atribut, konsep atau hubungan sementara beberapa lainnya berubah.
	Pengukuran ruang dan hubungan spasial (*Quantifying space and*	menggunakan referensi internal/eksternal sebagai panduan untuk mengatur, menganalisis hubungan spasial berdasarkan hubungan keseluruhan ke

	spatial relatinships)	sebagian.
	penganalisisan (*Analyzing)*	memecahkan keseluruhan atau menguraikan kuantitas ke dalam atribut kritis atau susunannya.
	Pengintegrasian (*Integrating)*	membangun keseluruhan dengan menggabungkan bagian-bagian atau atribut kritisnya
	penggeneralisasian *(Generalizing)*	mengamati dan menggambarkan sifat suatu objek tanpa merujuk ke rincian khusus ataupun atribut kritisnya
	ketelitian (*Being precise)*	menyimpulkan/ memutuskan dengan fokus dan tepat
Level 3 : Berpikir relasional abstrak	Pengaktifan pengetahuan matematika sebelumnya (*Activating prior mathematically related knowledge)*	menghimpun pengetahuan sebelumnya untuk menghubungkan dan menyesuaikan aspek yang sedang dipikirkan dengan aspek pengalaman sebelumnya.
	Penyediaan bukti matematika logis (*Providing mathematical logical evidence)*	memberikan rincian pendukung, petunjuk, dan bukti yang masuk akal untuk membuktikan kebenaran suatu pernyataan.
	Pengartikulasian (pelafalan) kejadian matematika logis (*Articulating mathematical logical evidence)*	membangun dugaan, pertanyaan, pencarian jawaban, dan mengkomunikasikan penjelasan yang sesuai dengan aturan matematika.
	Pendefinisian masalah (*defining the problem)*	mencermati masalah dengan menganalisis dan melihat hubungan untuk mengetahui secara tepat apa yang harus dilakukan secara matematis.
	Berpikir hipotesis (*Hypothetical thinking)*	membentuk proposisi matematika atau dugaan dan mencari bukti matematis untuk mendukung atau menyangkal proposisi atau dugaannya tersebut.
	Berpikir inferensial *(Inferential thinking)*	mengembangkan generalisasi dan bukti yang valid berdasarkan sejumlah kejadian matematika.
	Pemroyeksian dan perestrukturisasian hubungan (*Projecting and restructuring relationships)*	membuat hubungan antara objek atau kejadian yang tampak dan membangun kembali keberadaan hubungan antara objek atau kejadian untuk memecahkan masalah baru.
	Pembentukan hubungan kuantitatif proporsional (*forming proportional quantitative relationships)*	menetapkan hubungan kuantitatif yang menghubungkan konsep A dan konsep B dengan menentukan beberapa banyaknya konsep A dan hubungannya dengan konsep B.
	Berpikir induktif matematis *(mathematical inductif*	mengambil aspek dari berbagai rincian matematis yang diberikan untuk membentuk pola, mengkategorikan ke dalam hubungan atribut

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

	thinking)	umum dan mengatur hasilnya untuk membentuk aturan matematika umum, prinsip, panduan.
	Berpikir deduktif matematis (*mathematical deductive thinking)*	menerapkan aturan umum atau rumus untuk situasi khusus.
	Berpikir relasional matematis (*mathematical relational thinking)*	mempertimbangkan proposisi matematika yang menyajikan hubungan antara dua objek matematika, A dan B, dengan proposisi matematika kedua yang menyajikan hubungan antara konsep A dan C dan kemudian menyimpulkan hubungan antara B dan C.
	Penjabaran aktivitas matematika melalui kategori kognitif (*elaborating mathematical activity through cognitive categories)*	merefleksikan dan menganalisis aktivitas matematika.

Berdasar pada paparan fungsi kognitif untuk berpikir matematis rigor di atas, maka dapat ditarik pengertian bahwa berpikir matematis rigor dalam penelitian ini yaitu suatu aktivitas berpikir matematis yang melibatkan penggunaan beberapa fungsi kognitif dimana dalam penggunaannya berpikir matematis rigor dikategorikan dalam tiga level yaitu level satu (level berpikir kualitatif), level dua (level berpikir kuantitatif) dan level tiga (level berpikir relasional abstrak).

Setiap individu bisa dipastikan memiliki kemampuan yang berbeda-beda, karena setiap individu sudah terlahir dengan keunikan dan karakteristik tersendiri yang membedakannya dengan individu lainnya meskipun keduanya terlahir secara kembar sekalipun. Begitu juga dengan siswa di kelas, pada umumnya kemampuan matematika siswa di kelas dapat dikelompokkan dalam tiga jenis, yaitu kelompok kemampuan tinggi, sedang dan rendah. Berdasarkan pemikiran yang diuraikan diatas maka tujuan dari penulisan makalah ini adalah untuk mengidentifikasi kemampuan berpikir matematis rigor siswa SMP berkemampuan matematika sedang dalam menyelesaikan soal matematika.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

2. Metode Penelitian

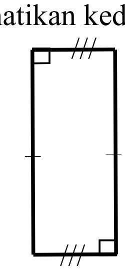
Penelitian yang dilakukan ini merupakan penelitian deskriptif eksploratif dengan menggunakan pendekatan kualitatif. Dalam penelitian ini, subjek penelitiannya adalah satu orang siswa kelas VII SMPN 1 Lamongan yang termasuk dalam kategori kelompok kemampuan matematika sedang dengan kriteria pengelompokkannya adalah jika skor tes kemampuan matematika yang diperolehnya : $66 \leq$ skor tes < 86. Selain dengan memperhatikan skor tes yang diberikan, penulis juga mempertimbangkan informasi dari guru terkait dengan kemampuan komunikasi dan kemampuan matematika siswa sehari-hari.

Instrumen utama dalam penelitian ini adalah peneliti sendiri dan instrumen bantunya berupa soal tes kemampuan matematika, tes matematika dan pedoman wawancara. Analisis data yang digunakan dalam penelitian ini dengan langkah-langkah reduksi data, penyajian data dan penarikan simpulan. Sedangkan untuk mendapatkan data penelitian yang valid, dalam penelitian ini digunakan triangulasi waktu.

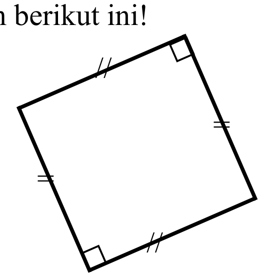
3. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Soal matematika yang diberikan dalam penelitian adalah sebagai berikut:

Soal 1 : Perhatikan kedua gambar bangun berikut ini!



Gambar 1



Gambar 2

Berdasarkan ciri yang dimiliki oleh kedua gambar bangun di atas;

a) Menurut pendapat Kamu, disebut apakah bangun geometri yang ada di gambar 1?

b) Menurut pendapat Kamu, disebut apakah bangun geometri yang ada di gambar 2?

c) Apakah ada ciri-ciri yang sama dari kedua bangun di atas? Jelaskan jawabanmu!

Soal 2 : Bolehkah persegi disebut persegi panjang?

- Jika boleh, berikan alasannya!
- Jika tidak, mengapa?

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Berdasarkan hasil tes tertulis dan wawancara berbasis tugas untuk soal di atas diperoleh bahwa :

Selama menyelesaikan soal matematika yang diberikan, subjek telah menggunakan fungsi kognitif yang termasuk dalam kriteria fungsi kognitif level 1 (berpikir kualitatif), diantaranya: pelabelan yakni subjek memberi nama kedua bangun yang tersaji pada soal berdasarkan ciri-ciri yang teramati dari gambar; visualisasi yakni subjek mengkonstruk gambar persegipanjang berdasar ukuran yang telah ditentukan; pembandingan yakni subjek mencari ciri-ciri yang sama antara bangun persegi dan persegipanjang yang selanjutnya ciri-ciri yang sama/beda tersebut digunakannya untuk menentukan hubungan antara kedua bangun; pencarian secara sistematis untuk mengumpulkan dan melengkapi informasi yakni subjek memperhatikan gambar yang tersaji pada soal dengan seksama untuk mengumpulkan dan melengkapi informasi yang diperlukan dalam menyelesaikan soal serta subjek mengamati gambar belah ketupat yang dibuat peneliti dengan seksama untuk mengumpulkan dan melengkapi informasi yang diperlukan dalam mendefinisikan persegi; penggunaan lebih dari satu sumber informasi yakni subjek menggunakan konsep sisi dan sudut dalam mencari ciri-ciri yang sama antara persegi dan persegipanjang; penyandian yakni subjek mencantumkan simbol "/" dan "//" untuk menyandikan sisi-sisi yang sama panjang pada saat mengkonstruk gambar persegipanjang; pemecahan kode yakni subjek mampu mengartikan simbol "/", "///" , serta "∟"yang tercantum pada dua gambar yang tersaji pada soal.

Fungsi kognitif pada level 2 berpikir matematis rigor yang telah digunakan oleh subjek diantaranya: pengawetan ketetapan yakni subjek mampu mengidentifikasi apa yang tetap sama dari suatu gambar bila digeser posisinya/arah orientasinya; analisis yakni subjek menguraikan keseluruhan bangun geometri pada gambar di soal (dalam hal ini gambar persegi dan persegipanjang) ke dalam susunannya; integrasi yakni subjek membangun keseluruhan nama bangun pada kedua gambar yang tersaji di soal dengan menggabungkan ciri-ciri atau bagian-bagiannya; penggeneralisasian yakni subjek menggeneralisasikan besar sudut yang tidak ada simbol "∟" pada gambar yang terdapat pada soal yaitu 90^0 karena kaki-kaki sudutnya saling tegak lurus; ketelitian yakni subjek memutuskan dengan fokus dan tepat dalam menjawab soal. Fungsi kognitif pada level 2

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

berpikir matematis rigor yang belum tampak digunakan oleh subjek adalah fungsi kognitif pengukuran ruang dan hubungan spasial.

Fungsi kognitif pada level 3 berpikir matematis rigor yang telah digunakan oleh subjek antara lain: pengaktifan pengetahuan matematika sebelumnya yakni subjek mampu menghimpun dan menggunakan pengetahuan matematika sebelumnya untuk menyelesaikan soal; penyediaan bukti matematis logis yakni subjek mampu memberikan rincian pendukung untuk membuktikan kebenaran pernyataannya; pendefinisian masalah yakni subjek membaca soal berulang-ulang dan mencermati soal dengan menganalisis dan melihat hubungan untuk mengetahui secara tepat langkah apa yang digunakan untuk menyelesaikan soal; berpikir hipotesis-inferensial yakni subjek mampu membentuk dugaan (bahwa persegi tidak boleh disebut persegipanjang) dan mencari bukti untuk mendukung kebenaran dugaannya tersebut dan kemudian mengembangkan generalisasi berdasarkan sejumlah bukti yang ada; pembentukan hubungan kuantitatif proporsional yakni subjek mampu menetapkan hubungan antara banyaknya sisi dan sudut pada bangun persegi dan persegipanjang; berpikir deduktif matematis yakni subjek menggunakan rumus luas persegi dan persegipanjang untuk membuktikan pernyataannya bahwa persegi tidak boleh disebut persegipanjang meskipun penjelasannya hanya menyatakan bahwa rumus untuk menghitung luas kedua bangun itu berbeda; berpikir relasional abstrak secara implisit sudah ada dengan ditandai oleh kemampuannya mempertimbangkan hubungan antara persegi dan ciri-cirinya dengan persegipanjang dan ciri-cirinya untuk menyimpulkan hubungan antara persegi dengan persegipanjang, namun secara eksplisit fungsi kognitif ini masih belum nampak; penjabaran aktivitas matematika melalui kategori kognitif yakni subjek mampu merefleksikan dan menganalisis aktivitas matematika pada jawabannya. Fungsi kognitif pada level 3 berpikir matematis rigor yang belum tampak digunakan oleh subjek antara lain: pengartikulasian kejadian matematis logis; pemroyeksian dan perestrukturisasian hubungan; berpikir induktif matematis.

Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa subjek menggunakan fungsi kognitif pelabelan, yaitu memberi suatu nama bangun berdasarkan atribut kritisnya. Nama bangun yang diberikan oleh subjek yaitu persegipanjang untuk bangun pada gambar 1 dan persegi

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

untuk bangun pada gambar 2 pada soal. Interpretasi garis menurut subjek masih bergantung pada arah atau posisi garis tersebut didepannya. Ketika suatu garis diletakkan dengan arah miring jika dilihat dari sudut pandang subjek, maka ia menyatakan bahwa garis tersebut serong, bukan garis lurus lagi. Tapi jika posisinya diubah mendatar atau tegak maka ia bisa menyatakan bahwa garis tersebut lurus. Sehingga menurutnya suatu garis itu bisa serong ataupun lurus tergantung arah orientasinya. Hal ini menunjukkan terjadi konflik dalam pikiran subjek akan makna garis dalam geometri. Di dalam buku-buku geometri, suatu garis lurus cukup dinyatakan dengan istilah garis karena ia memiliki ciri lurus sempurna. Artinya jika garis tersebut diubah arah orientasinya, maka ia tetaplah garis dalam artian garis lurus.

Subjek juga telah menggunakan fungsi kognitif analisis dan pemecahan kode dalam menjelaskan ciri bangun gambar 2 pada soal sehingga ia menamainya dengan persegi. Ciri yang dinyatakan oleh subjek untuk bangun gambar 2 pada soal adalah keempat sisi-sisinya sama panjang. Secara eksplisit ciri yang diungkapkan oleh subjek memiliki interpretasi bias karena ciri tersebut juga bisa cenderung kearah belahketupat karena bangun tersebut juga memiliki empat sisi yang sama panjang. Interpretasi seperti inilah yang mungkin menyebabkan konflik dalam pikiran subjek tentang nama suatu bangun jika gambar 2 pada soal dirubah arah orientasinya, antara persegi dan belahketupat. subjek kurang mencermati ciri-ciri lainnya dari bangun gambar 2 pada soal yakni berkaitan dengan besar sudut-sudutnya, padahal pada soal telah tersaji simbol "∟" yang bermakna sudutnya siku-siku.

Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa subjek hanya menganalisis susunan dari kedua gambar yang diberikan tanpa melakukan pengamatan secara lebih cermat dan seksama lagi serta tanpa menggunakan fungsi kognitif pemecahan kode untuk memaknai simbol-simbol yang ada pada kedua gambar bangun. Dalam menentukan hubungan antara persegi dan persegipanjang, hasil penelitian ini menunjukkan bahwa subjek menyatakan bahwa persegi tidak boleh disebut persegipanjang karena menurutnya kedua bangun memiliki ciri yang berbeda. Syarat suatu bangun boleh disebut bangun lain menurutnya ciri-ciri kedua bangun tersebut haruslah sama persis, termasuk cara untuk menghitung

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

rumusnya juga harus sama. Subjek membedakan antara sisi dengan panjang ataupun lebar pada suatu bangun dimana pada persegi tidak memiliki panjang atau lebar.

Secara keseluruhan selama mengerjakan soal yang diberikan, hasil penelitian menunjukkan bahwa kemampuan berpikir matematis rigor subjek hanya mampu memenuhi level 1 (berpikir kualitatif) dan telah menggunakan sebagian fungsi kognitif pada level 2 (berpikir kuantitatif) dan level 3 (berpikir relasional abstrak) berpikir matematis rigor. Pada level 2 (level berpikir kuantitatif) berpikir matematis rigor, hasil penelitian telah menunjukkan bahwa subjek belum menggunakan fungsi kognitif pengukuran ruang dan hubungan spasial. Sedangkan pada level ketiga (level berpikir relasional) berpikir matematis rigor, hasil penelitian menunjukkan bahwa subjek masih belum menggunakan fungsi kognitif pemroyeksian dan perestrukturisasian hubungan, berpikir induktif matematis, berpikir relasional meskipun secara implisit telah digunakannya namun secara eksplisit masih belum.

4. Simpulan dan Saran

Berdasarkan proses yang dilakukan dalam menyelesaikan soal matematika yang diberikan dalam penelitian ini, dapat disimpulkan kemampuan berpikir matematis rigor subjek berkemampuan sedang berada pada kategori level 1 (berpikir kualitatif). Berdasarkan simpulan hasil penelitian tersebut maka disarankan untuk didesain suatu pembelajaran matematika yang melibatkan intervensi paradigma berpikir matematis rigor.

7. Daftar Pustaka

Depdiknas, 2006. *Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP*).

Evans, J.S.B.T. 2007. *Hypothetical Thinking: dual processes in reasoning and judgement.* New York: Psychology Press. Buku online diakses pada 20 April 2011 dari http://books.google.co.id/.

Fitriyani, H. 2011. Profil Berpikir Matematis Rigor Siswa SMP dalam Memecahkan Masalah Matematika Ditinjau dari Perbedaan Kemampuan Matematika. Tesis : Unesa Surabaya

Kinard, J.T. 2001.*Creating Rigorous Mathemaical Thinking*: *A Dynamic that Drives Mathematical and Science Conceptual Development.* Retrieved on October 21, 2009 from www.umanitoba.ca/unevoc/conference/ papers/ kinard .pdf.

___________. 2007. *Method and Apparatus for Creating Rigorous Mathemaical Thinking*. Retrieved on 24 March 2010 from http://www.freepatentsonline.com

Kinard, J. T., & Kozulin, A. 2008. *Rigorous Mathematical Thinking : Conceptual Formation in the Mathematics Classroom*. New York : Cambridge University Press.

______________________. 2005. *Rigorous Mathematical Thinking*: *Mediated Learning and Psychological Tools*. Focus on learning Problem in Mathematics 27.3 (Summer, 2005) :1(29). Academic OneFile. Gale. Universitas Negeri Surabaya. Retrieved on 20 Oct. 2009 from http://find.galegroup.com

Ratumanan, T.G dan Laurens, T. (2003). *Evaluasi Hasil Belajar yang Relevan dengan Kurikulum Berbeasis Kompetensi.* Surabaya : Unesa University Press.

Sugiyono. 2008. *Metode Penelitian Pendidikan (Pendekatan Kuantitaif, Kualitatif, dan R & D).* Bandung : Alfabeta

Sumarmo, U. 2010. *Berpikir dan Disposisi Matematika : Apa, Mengapa, dan Bagaimana Dikembangkan pada Peserta Didik.* FMIPA UPI. Dunduh pada 1 April 2011 dari http://math.sps.upi.edu

Sunardi, 2011. *Pembelajaran Geometri Sekolah dan Problematikanya*. Makalah disajikan pada Seminar Nasional Matematika dan pendidikan matematika di Universitas Jember pada tanggal 23 Juli 2011.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 23

Pengembangan Bahan Ajar dan Instrumen untuk Meningkatkan Berpikir Reflektif Matematis Berbasis Pendekatan Metakognitif pada Siswa Sekolah Menengah Atas (SMA)

Hepsi Nindiasari
Staf Pengajar Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan PMIPA, FKIP, Universitas Sultan Ageng Tirtayasa, Banten

Kampus Pakupatan, Jl. Raya Jakarta Km 4 Serang, Banten
E-mail: hepsinindiasari@yahoo.co.id

ABSTRAK

Penelitian ini dilatarbelakangi kemampuan berpikir reflektif matematis yang sangat penting peranannya dalam kegiatan pemecahan masalah matematis. Berdasarkan hasil studi pendahuluan, terdapat 60% siswa salah satu SMA Kabupaten Tangerang Banten masih lemah di dalam beberapa indikator kemampuan berpikir reflektif matematis. Berpikir reflektif matematis dengan kemampuan metakognitif seseorang. Kemampuan metakognitif adalah suatu kemampuan yang menyadari akan pemikirannya, kemampuan untuk melihat dirinya sendiri sehingga apa yang dilakukan dapat terkontrol secara optimal. Oleh karenanya untuk meningkatkan kemampuan berpikir reflektif diperlukan bahan ajar dan instrumen yang baik pula. Tujuan penelitian ini adalah menghasilkan bahan ajar dan instrumen berbasis pendekatan pembelajaran metakognitif untuk meningkatkan berpikir reflektif matematis. Metode penelitian ini menggunakan metode pengembangan. Kegiatannya meliputi studi pendahuluan (penelusuran pustaka, observasi, wawancara terhadap guru), pengembangan produk (bahan ajar dan instrumen, uji ahli (ahli matematika dan pendidikan matematika), Uji terbatas kepada siswa di 3 SMA di Kabupaten Tangerang yang tergolong sekolah tinggi, sedang, dan rendah. Penelitian ini menyimpulkan bahwa bahan ajar, instrumen kemampuan berpikir matematis layak untuk digunakan. Instrumen berpikir reflektif matematis memiliki 8 indikator dengan 11 soal.

Kata Kunci: Bahan ajar, Instrumen, Berpikir Reflektif, Metakognitif

PENDAHULUAN

Berpikir reflektif matematis salah satu proses berpikir yang diperlukan di dalam proses pemecahan masalah matematis. Proses berpikir reflektif diantaranya adalah kemampuan seseorang untuk mampu mereviu, memantau dan memonitor proses solusi di dalam pemecahan masalah. Kemampuan berpikir ini jarang sekali dikembangkan di tingkat Sekolah Menengah Atas (SMA). Hal ini mengakibatkan kemampuan proses berpikir tersebut rendah. Berdasarkan studi pendahuluan di sekolah, guru dalam mengajar tidak terbiasa untuk mengembangkan kemampuan berpikir siswanya. Hal ini terlihat dengan guru memberikan rumus-rumus jadi dalam menjelaskan suatu konsep matematika, dan siswa tidak diajak untuk berpikir bagaimana memperoleh konsep matematika tersebut. Hasil pengamatan Harel & Sowder (2000), menyatakan bahwa guru dalam mengajar seringkali memfokuskan pada cara-cara memahami tetapi tidak membantu siswa untuk membangun cara-cara efektif untuk berpikir dari cara-cara memahami. Berdasarkan hasil observasi pula yang dilakukan di salah satu SMA yang

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

terdapat di Kabupaten Tangerang Propinsi Banten, setiap indikator kemampuan berpikir reflektif belum menunjukkan hasil yang memuaskan. Hampir lebih 60% siswa belum menunjukkan hasil yang memuaskan dalam mengerjakan soal-soal yang memuat indikator proses berpikir reflektif matematis. Hal tersebut menunjukkan proses berpikir reflektif masih belum dibiasakan siswa dan jarang dibiasakan guru untuk diberikan. Berdasarkan wawancara dengan guru dari hasil studi pendahuluan ternyata siswa masih belum nampak mampu memotivasi dirinya dan mengatur strategi rencana untuk mencapai tugas dengan baik dan mengadaptasikan metakognitifnya.

. Permasalahan mengenai berpikir reflektif matematis haruslah segera diatasi, mengingat pentingnya kemampuan berpikir reflektif matematis dalam mengembangkan kemampuan berpikir matematis tingkat tinggi, berpikir kritis dan kreatif matematis yang bermanfaat dalam kesuksesannya dalam belajar.

Pendekatan yang dapat mendorong kemampuan berpikir reflektif diantaranya adalah pendekatan metakognitif. Hal ini dikarenakan pembelajaran dengan pendekatan metakognitif ditawarkan pula beberapa langkah-langkah yang sejalan dengan indikator-indikator pada berpikir reflektif matematis.

Keterkaitan berpikir reflektif dengan kemampuan metakognitif dapat dirujuk dari pendapat beberapa ahli diantaranya Given (Vezzuto, 2005) dan Bruning, *et al* (Jiuan, 2007). Given (Vezzuto, 2005) mengatakan bahwa berpikir reflektif meminta siswa untuk memikirkan tentang proses berpikir mereka, misal dengan mempertimbangkan keberhasilan dan kegagalan pribadi seseorang tentang proses belajarnya, menanyakan apa yang sudah dikerjakan, apa yang tidak, dan apa yang memerlukan perbaikan. Bruning, *et al* (Jiuan, 2007) menyatakan bahwa proses berpikir reflektif ini melibatkan kemahiran berpikir seperti menafsirkan masalah, membuat kesimpulan, menilai, menganalisis, kreatif dan aktivitas metakognitif.

Pendekatan pembelajaran dengan menggunakan pendekatan metakognitif telah diupayakan oleh beberapa ahli dalam mengembangkan kemampuan pemecahan masalah, penalaran, dan komunikasi matematis. Di antara ahli-ahli tersebut yang mengembangkan pemecahan masalah, penalaran, dan komunikasi matematis berturut-turut adalah Mevarech & Kramarski (1997), Kramarski & Mevarech (2003) Elawar (1992&1995), Tee & Kiong (2002), Biryukov (2003), Mevarech dan Kramarski (2004), Mohamed & Nai (2005), Kramarski (2000&2004) dan Picolo, *et al* (2008).

Tujuan khusus penelitian ini adalah menghasilkan bahan ajar berbasis pendekatan metakognitif untuk meningkatkan kemampuan berpikir reflektif matematis. Tujuan khusus lainnya adalah menghasilkan suatu instrumen untuk mengukur berpikir reflektif.

METODE PENELITIAN

Prosedur penelitiannya menggunakan metode penelitian pengembangan. Hal ini dikarenakan penelitian ini akan menghasilkan suatu produk model bahan ajar dan instrumen beserta rubrik penilaian untuk mengembangkan berpikir reflektif matematis dan kemandirian belajar berbasis pendekatan metakognitif. Metode penelitian meliputi beberapa tahap seperti langkah-langkah yang dikembangkan Sukmadinata, dkk (2006), terdiri atas 3 tahap, yaitu: 1. Studi pendahuluan, 2. Pengembangan produk bahan ajar dan instrumen serta rubrik penilaian 3. Uji Coba Ahli dan Terbatas. Subyek Penelitiannya adalah siswa SMA.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Hasil Penelitian

a. Studi Pendahuluan

Kegiatan-kegiatan pada studi pendahuluan adalah: Studi kepustakaan dan survei lapangan. Hasil dari studi kepustakaan diantaranya berguna untuk menambah wawasan kajian mengenai materi-materi yang diangkat dalam penelitian ini dan berguna untuk penyusunan bahan ajar, membuat indikator – indikator untuk instrumen dan penyusunan rubrik penilaian. Survei lapangan dilakukan di tiga sekolah mewakili sekolah tinggi, sedang, dan rendah yang ada di Kabupaten Tangerang.

Hasil Studi Pustaka dan survei lapangan dapat dilihat pada uraian berikut ini:

a.1 Studi Kepustakaan

Kegiatan ini dilakukan dengan menganalisis artikel-artikel dari beberapa jurnal, buku-buku yang terkait dengan berpikir reflektif, metakognitif, dan teori-teori lain yang menunjang. Hasil dari kegiatan ini dihasilkan indikator-indikator dan definisi operasional dari berpikir reflektif matematis dan metakognitif. Indikator berpikir reflketif matematis digunakan untuk mengembangkan draft instrumen dan sebagai acuan pembuatan bahan ajar. Pengertian Metakognitif yang diperoleh digunakan untuk membuat definisi operasional pendekatan pembelajaran metakognitif yang akan diterapkan.

Penetapan indikator berpikir reflektif mengalami beberapa perubahan, Berdasarkan studi pustaka indikator awal berpikir Reflektif matematis adalah:

a) Siswa mampu menginterpretasi fakta atau kejadian.
b) Mengindentifikasi apa yang dipelajari
c) Mengubah suatu gagasan ke gagasan lain yang mengacu pada konsep

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

d) Mengajukan pertanyaan dan menjawab untuk mengklarifikasi proses solusi
e) Membuat kesimpulan.

Indikator-indikator di atas kemudian mengalami perubahan setelah didiskusikan kembali dengan para pembimbing. Indikator yang baru diperoleh dengan mengacu pada indikator yang sudah dibuat sebelumnya. Adapun indikator berpikir reflektif matematis yang dipakai untuk pengembangan bahan ajar dan instrumen adalah:

a) Dapat menginterpretasi suatu kasus berdasarkan konsep matematika yang terlibat.
b) Dapat mengindentifikasi konsep dan atau rumus matematika yang terlibat dalam soal matematika yang tidak sederhana.
c) Dapat mengevaluasi / memeriksa kebenaran suatu argumen berdasarkan konsep/sifat yang digunakan
d) Dapat menarik analogi dari dua kasus serupa.
e) Dapat menganalisis dan mengklarifikasi pertanyaan dan jawaban
f) Dapat menggeneralisasi dan menganalisis generalisasi
g) Dapat mengindentifikasi dan mengevaluasi asumsi
h) Dapat membedakan antara data yang relevan dan tidak relevan
i) Dapat memecahkan masalah matematis

Indikator berpikir reflektif matematis di dalamnya memuat indikator berpikir kritis matematis. Hal ini dikarenakan berdasarkan kajian pustaka berdasarkan beberapa ahli yaitu Phan (Mezirow, 2006), Shermis, dan Ennis menunjukkan berpikir kritis dan reflektif terdapat keterkaitan.

Phan (Mezirow, 2006) menyatakan 4 tahapan berpikir reflektif yaitu: tindakan kebiasaan, pemahaman, refleksi (*reflection*), dan refleksi kritis. Phan juga mengatakan bahwa berpikir kritis sebagai tahapan tertinggi pada berpikir reflektif. Kemudian Shermis mengatakan berpikir reflektif terdiri dari: Mengindentifikasi kesimpulan; mengindentifikasi alasan dan bukti; mengindentifikasi asumsi dan konflik yang bernilai; mengindentifikasi asumsi-asumsi deskriptif; mengevaluasi penalaran; megindentifikasi informasi yang dihilangkan. Bila melihat pendapat shermis maka kemampuan berpikir reflektif ini memiliki kecirian yang sama dengan kemampuan berpikir kritis. Dari pendapat Shermis dan Phan ini dapat ditunjukkan bahwa terdapat keterkaitan antara keterampilan berpikir kritis dengan berpikir reflektif .

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Pendapat lain dari Ennis (1981) berpikir kritis adalah berpikir reflektif beralasan atau masuk akal yang memfokuskan untuk memutuskan apa yang diyakini atau dilakukan. Pendapat ini menunjukkan bahwa berpikir reflektif beralasan atau masuk akal itu disebut berpikir kritis.

Dengan demikian berdasarkan uraian di atas dapat dikatakan berpikir reflektif yang masuk akal dan beralasan merupakan berpikir kritis. Jadi dapat dikatakan bahwa seseorang yang telah mampu berpikir kritis maka sudah mampu berpikir reflektif, tetapi tidak untuk sebaliknya.

Pendapat-pendapat tersebut memperkuat untuk memasukkan komponen-komponen berpikir kritis ke dalam berpikir reflektif. Kedua kemampuan berpikir tersebut muncul bersamaan. Indikator berpikir reflektif yang awalnya memuat lima komponen akhirnnya bertambah 4 sehingga menjadi 9 komponen.

a.2 Survei lapangan

Survei lapangan ini dilakukan di 3 sekolah SMA Negeri yang ada di Kabupaten Tangerang mewakili level sekolah tinggi, sedang, dan rendah. Survei lapangan ini meliputi wawancara terhadap 4 guru dari 3 sekolah tersebut dan observai di kelas Wawancara yang diberikan menggunakan pedoman wawancara. Hasil wawancara ini dijadikan bahan untuk membuat bahan ajar dan instrumen yang sesuai. Adapun hasil wawancara dari keempat guru tersebut adalah sebagai berikut:

a) Materi matematika yang dianggap sulit pada semester ganjil kelas XI IPA adalah Peluang dan Trigonometri. Pada materi peluang siswa masih merasa bingung membedakan kejadian saling lepas dan bebas, kondisi permutasi dan kombinasi, dan penerapan binomial. Siswa merasa kesulitan pada materi trigonometri tentang pembuktian trigonometri.
b) Alasan kesulitan tersebut dikarenakan siswa rendah dalam materi prsyarat. siswa malas mengulang materi dan mengerjakan latihan soal, soal dirubah sedikit saja tidak seperti conoh yang dberikan siswa akan merasa kesulitan, motivasi belajar kurang. Hal ini menunjukkan bahwa konsep dasar siswa dan kemandirian belajar lemah.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

c) Usaha yang telah dilakukan guru-guru tersebut untuk mengatasi masalah tersebut adalah dengan memberikan motivasi, ada yang telah memberikan umpan balik tetapi ketiga guru jarang memberikannya, dan memperbanyak latihan soal.
d) Guru selama ini memberikan bantuan secara lisan dalam bentuk pengajuan pertanyaan untuk memperkuat pemaham materi tetapi tidak terlalu sering.
e) Model pembelajaran dan pendekatan yang diberikan: Ceramah, diskusi, Cooperative Learning.
f) Soal yang sering diberikan dalam bentuk pilhan ganda dan uraian. Soal-soal yang sering diberikan menuntut kemampuan: Pemahaman, berkaitan dengan kehidupan sehari-hari tetapi jarang yang menuntut kemmapuan berpikir kritis dan kemampuan untuk berefleksi serta mereviu dan kemampuan mengamati dan mengenali masalah. Hal ini menunjukkan bahwa guru jarang mengasah kemampuan berpikir kritis dan reflektif.
g) Guru menggunakan sumber belajar dari beberapa buku penerbit dan LKS dari penerbit. Hal ini menujukkan bahwa guru jarang membuat LKS sendiri dan kita ketahui LKS yang ada tidak mencerminkan LKS yang semestinya. LKS penerbit hanya menuntut latihan-latihan biasa tanpa mengembangkan kemampuan pemahaman, kritis dan reflektif. Guru – guru tersebut menginginkan LKS memuat: penanaman konsep, melalui LKS anak dituntut dapat belajar mandiri, untuk menyelesaikan contoh soal perlu ada penyelesaian dari siswa sendiri.
h) Bahan ajar yang diinginkan guru adalah bahan ajar yang mudah dipahami siswa dan siswa mampu mengkonstruk pengetahuannya sendiri.
i) Tugas-tugas yang sering diberikan guru berupa tugas latihan soal yang berasal dari buku pegangan dan berbagai sumber. Terdapat guru memberikan tugas kelompok dan soal pengayaan untuk dikerjakan di rumah
j) Terdapat guru memberikan umpan balik dengan kuis dalam waktu 5 – 10 menit (1 soal) tidak tiap pertemuan, anak tidak diberitahu terlebih dahulu. PR sellau dibahas oleh guru.
k) Siswa di dalam kemandirian belajar belum nampak.

b. Pembuatan Draft Awal

Draft awal dibuat berdasarkan hasil wawancara, observasi dan permasalahn yang selama ini ada. Bahan Ajar dibuat dalam bentuk Lembar Aktivitas Siswa yang memuat

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

materi Peluang dan Trigonometri. Bahan ajar yang dibuat meliputi pemahaman konsep dan latihan. Pertanyaan-pertanyaan metakognitif sudah diajukan pada bahan ajar tersebut ketika siswa di dalam pemahaman konsep. Pertanyaan metakognitif tersebut berupa pertanyaan what? How? dan why? berkaitan dengan penekanan pemahaman konsep. Begitupula hal tersebut dilakukan di saat latihan soal, agar siswa mampu menyelesaikan soal dengan baik diantaranya mampu memahami makna soal, mampu merencanakan, mampu menyelesaikan, dan mampu mengecek kembali solusi yang telah dibuat, siswa diajukan beberapa pertanyaan ke arah sana. Kesemua itu bertujuan agar siswa mampu mengontrol kognitifnya dengan pengajuan pertanyaan metakognitif yang diajukan di dalam bahan ajar tersebut. Bahan ajar ini disusun dengan kalimat yang mudah dipahami oleh siswa..

Instrumen yang dibuat bertujuan untuk mengukur kemampuan siswa dalam berpikir reflektif matematis. Sebelum instrumen ini dibuat terlebih dahulu dikembangkan kisi-kisi dengan indikator yang telah dibuat pada bagian studi pustaka. Indikator instrumen tersebut berjumlah 10 dari kemampuan berpikir reflektif matematis dengan jumlah soal sebanyak 15 soal.

c. Uji Ahli

Kegiatan ini dilakukan setelah draft bahan ajar, instrumen kemampuan berpikir reflektif matematis tersusun dan siap untuk divalidasi oleh beberapa ahli. Ketiganya memvalidasi dari beberapa aspek yaitu isi, bahasa, dan tampilan. Hasil dari kegiatan ini adalah:

Untuk Bahan Ajar, terdapat beberapa kalimat yang harus diperbaiki dan menyarankan agar latihan disesuaikan kembali dengan indikator tujuan yang akan dikembangkan yaitu kemampuan berpikir reflektif matematis. Bahan ajar juga harus menekankan pemahaman konsep.

Saran-saran ahli pada kegiatan uji ahli untuk instrumen berpikir reflektif matematis diantaranya berkaitan dengan indikator no 2, 6, dan no 9.

Berdasarkan masukan mengenai indikator ini maka jumlah indikator menjadi 8 dan terdapat perubahan nomor soal. Hal ini disebabkan nomor soal 13 dan 14 dihilangkan. Berkaitan dengan saran dari sisi kebahasaan kalimat soal dan konten dapat diuaraikan di bawah ini:

<u>Saran Kebahasaan dan Isi Soal</u>

Soal Nomor 1: terdapat perubahan tata kalimat seperti .... 3 anak menderita alergi dan panas tubuh anak lainnya menjadi normal.... disarankan menjadi .....3 anak menderita alergi sedangkan sisanya memiliki panas tubuh yang normal.......kemudian kata ....analisislah pernyataan berikut.... diganti menjadi .....Berdasarkan informasi tersebut, perhatikan pernyataan berikut! Kemudian berikan komentar .....

Selain itu saran yang lain untuk nomor ini adalah, pada 1a kata kasus “diganti” laporan dan kata “tersebut: diganti penurun panas. Pada 1b kata “cenderung” diganti “relatif”. Nomor 1c disarankan untuk dihilangkan karena kurang tajam.

Soal nomor 2, ditambahkan kalimat awal ....di sebuah taman kanak-kanak terdapat papan luncur. Soal pada nomor ini masih campur antara *real world* dan konsep matematika maka disarankan untuk disusun kembali dengan mengetengahkan real world dulu baru ke konsep matematika.

Soal nomor 3, terdapat masukan perubahan kata seperti: setelah kalimat tujuh lembar kain ditambahkan kata “masing-masing” . kata “satu bendera” diganti menjadi “sebuah bendera”. Agar siswa tidak bingung maksud bendera yang diinginkan soal maka perlu diperjelas bentuk dan ukuran dari bendera tersebut. Nomor 5: kata “kasus” diganti menjadi “permasalahan” Nomor 6: kata “bangun” pada nomor 6a diganti dengan kata “bentuk”, kata “dasar” digantidengan “sederhana”. Untuk Nomor 6b tidak jelas. Berdasarkan saran ini nomor 6b dihilangkan. Nomor 7: dihilangkan nomor 7a diganti dengan bentuk soal yang lain. Nomor 8: disarankan untuk dihilangkan saja. Saran secara umum: bila ada simbol variabel sebaiknya dimiringkan.

Berdasarkan saran-saran di atas maka dilakukan perbaikan. Hasil perbaikannya adalah indikator soal menjadi 8 buah dan soal menjadi 13 soal Kata-kata yang disarankan untuk diganti sudah diperbaiki. Hasil perbaikannya kemudian diperlihatkan kembali kepada tim ahli. Selanjutnya, tim ahli merekomendasikan instrumen tersebut untuk diuji cobakan. Adapun instrumen dan kisi-kisi berpikir reflektif matematis yang telah diperbaiki adalah sebagai berikut:

Tabel 1
Draft Kisi-Kisi Soal Berpikir Reflektif Matematis Siswa Setelah divalidasi

No	Indikator Berpikir Reflektif Matematis
1.	Dapat menginterpretasi suatu kasus berdasarkan konsep matematika yang terlibat
2.	Dapat mengindentifikasikan konsep atau rumus matematika yang terlibat dalam soal matematika yang

	tidak sederhana
3.	Dapat mengevaluasi/memeriksa kebenaran suatu argumen berdasarkan konsep/sifat yang digunakan
4.	Dapat menarik analogi dari dua kasus serupa.
5.	Dapat menganalisis dan mengklarifikasi pertanyaan, dan jawaban
6.	Dapat mengeneralisasi dan menganalisis generalisasi
7.	Dapat membedakan antara data yang relevan dan yang tidak relevan
8.	Dapat memecahkan masalah matematis

d. Uji Skala Terbatas

Bahan ajar dan semua instrumen setelah direkomendasikan oleh tim ahli untuk digunakan pada uji berikutnya, kemudian dilanjutkan Uji Skala Terbatas. Sebelum uji skala terbatas ini dilakukan, terlebih dahulu meminta pertimbangan validasi berkaitan isi dan muka kepada para pemerhati pendidikan matematika dan guru. Kegiatan tersebut bertujuan untuk memastikan kembali bahwa bahan ajar dan instrumen telah layak untuk dipakai dilihat dari sisi guru dan pemerhati pendidikan yang mengetahui juga bagaimana kondisi di lapangan. Validasi dari pemerhati pendidikan matematika dan guru dilakukan oleh 5 orang yang terdiri dari 1 orang berpredikat doktor, lainnya dosen pendidikan matematika yang sedang mengikuti tugas belajar S3, dan guru. Pertimbangan ini diolah pula dengan menggunakan uji *Cochran*. Untuk instrumen kemampuan berpikir reflektif matematis semua penimbang baik dari isi dan muka menyatakan valid.

Ho diterima karena nilai Cochran Q = 5,333 lebih kecil daripada nilai *chi*-kuadarat tabel $(\alpha = 0{,}05; 4)$ = 9,448. Sehingga dapat disimpulkan kelima penimbang memberikan nilai yang sama (seragam). Sedangkan untuk validasi isi dengan pengajuan hipotesis:

H_0 : Para penilai memberikan penilaian yang sama atau seragam

H_1 : Para penilai memberikan penilaian yang tidak sama atau tidak seragam

Ho diterima karena nilai Cochran Q = 4,000 lebih kecil daripada nilai chikuadarat tabel $(\alpha = 0{,}05; 4)$ = 9,448. Sehingga dapat disimpulkan kelima penimbang memberikan

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Berdasarkan uraian di atas maka instrumen kemampuan berpikir reflektif matematis sudah layak dipakai. Begitupula dengan bahan ajar yang dibuat sudah dapat diberikan kepada siswa. Kegiatan selanjutnya adalah melakukan uji skala terbatas. Uji ini meliputi beberapa kegiatan yaitu:

a) Uji keterbacaan bahan ajar, instrumen berpikir reflektif matematis. Uji ini diberikan kepada beberapa siswa SMA yang mewakili sekolah dengan kategori tinggi, sedang, dan rendah. Hasil uji coba ini menyimpulkan bahwa semua memahami maksud dari kalimat yang terdapat pada bahan ajar dan instrumen.
b) Uji terbatas di kelas yang meliputi uji bahan ajar untuk 1 kali pertemuan pada salah satu sekolah dan uji instrumen kemampuan berpikir reflektif matematis pada beberapa siswa di kelas.

Untuk reliabilitas tes diperoleh 0,86, menurut J.P Guilford (Suherman dan Sukjaya, 1990) termasuk kategori sangat tinggi. Sedangkan validitas soal secara keseluruhan adalah 0,75. Angka tersebut menurut J.P Guilford (Suherman dan Sukjaya, 1990) termasuk validitas tinggi (baik). Bila dilihat dari hasil pengukuran validitas setiap nomor butir soal, nomor 1 dan 4 tidak valid. Kedua nomor soal itu juga kurang baik dalam daya pembeda. Dengan demikian berdasarkan hasil kegiatan uji coba ini disimpulkan bahwa instrumen kemampuan berpikir reflektif matematis sudah baik. Hal tersebut ditunjukkan dengan validitas secara keseluruhan tinggi. Untuk soal nomor 1 dan 4 daya pembeda dan validitas item tidak begitu bagus, oleh karenanya soal-soal tersebut tidak terpakai .

PEMBAHASAN

Bahan ajar dan instrumen kemampuan berpikir reflektif matematis merupakan seperangkat alat yang akan digunakan di dalam kegiatan meningkatan kemampuan berpikir reflektif matematis melalui pendekatan metakognitif. Perangkat-perangkat tersebut harus layak dipakai melalui kegiatan serangkaian uji coba agar hasil di dalam penelitian baik. Hal ini dikarenakan instrumen penelitian merupakan nafas dari penelitian. Seperti yang dikatakan Arikunto (Riduwan, 2007) bahwa instrumen penelitian merupakan sesuatu yang terpenting dan strategis kedudukannya di dalam keseluruhan kegiatan penelitian. Instrumen yang baik akan berdampak kepada mutu

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

data yang dikumpulkan. Hubungan ini sejalan dengan pendapat Riduwan (2007) bahwa hubungan instrumen dengan data adalah sebagai jantungnya penelitian.

Bahan ajar merupakan suatu perangkat pembelajaran harus mencerminkan pendekatan yang akan kita gunakan dan tujuan atau kompetensi apa yang diharapkan. Bahan ajar juga harus mampu dipahami oleh siswa, menimbulkan ketertarikan untuk di baca. Dengan demikian berdasarkan uraian di atas bahan ajar yang dikembangkan sekarang sudah memenuhi komponen-komponen yang ditentukan. Bahan ajar yang dikembangkan ini sudah mencerminkan penanaman konsep melalui pendekatan metakognitif dan latihan-latihan untuk mengasah berpikir reflektif matematis. Berdasarkan uji coba yang dilakukan di kelas untuk satu kali pertemuan, bahan ajar yang dikembangkan menggiring siswa di dalam kegiatan aktivitas mengontrol strategi kognitifnya. Hal ini dikarenakan anak saat memaham materi melalui bahan ajar yang diberikan di ajukan beberapa pertanyaan bersifat bantuan oleh gurunya sekitar penakanan pemahaman konsep. Pertanyaan tersebut membuat siswa sadar apa yang harus dilakukan ketika dia memahami materi tersebut begitupula saat mengerjakan latihan soal. Bahan ajar yang dikembangkan ini memuat pula tugas dan pertanyaan – pertanyaan sebagai pengingat untuk diajukan sendiri bila siswa sulit memahami materi. Hal ini diusahakan sebagai bentuk penanaman kemampuan metakognitif dan kemndirian belajarnya.

Instrumen kemampuan berpikir reflektif matematis bertujuan untuk mengukur kemampuan reflektif matematis. Hasil pengembangan instrumen ini menghasilkan indikator yang diujicobakan ke beberapa siswa mampu dikerjakan, walaupun ada 2 soal yang tidak valid. Kedua soal tersebut adalah soal-soal dari indikator yang memiliki lebih dari 2 soal. Dengan demikian walaupun 2 soal tersebut tidak valid terdapat soal lain yang mewakili indikator yang dimaksud. Instrumen ini memang belum jarang dikembangkan tidak seperti instrumen lainnya yaitu komunikasi matematis, pemecahan masalah matematis, kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematis, dan kemampuan-kemampuan lainnya.

SIMPULAN DAN SARAN

SIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis, temuan, dan pembahasan yang diuraikan pada bagian sebelumnya dapat disimpulkan:

a) Bahan ajar, Instrumen kemampuan berpikir reflektif yang dihasilkan telah memenuhi standar.
b) Bahan ajar harus memuat pendekatan yang digunakan dan soal latihan mendukung tujuan peningkatan kemampuan yang dikembangkan.
c) Instrumen berpikir reflektif matematis memuat 8 indikator yang terdiri dari 11 soal.

SARAN

Berdasarkan kesimpulan dari penelitian ini, selanjutnya dikemukakan saran-saran sebagai berikut:

a) Perangkat bahan ajar dan instrumen yang dikembangkan agar dapat dipakai untuk meningkatkan kemampuan berpikir reflektif matematis.
b) Bagi peneliti lain untuk dikembangkan skala disposisi berpikir reflektif matematis dan model pembelajaran berbasis kemandirian belajar.

DAFTAR PUSTAKA

Kramarski, B. (2000). *The Effects of Different Instructional Methods on the Ability to Communicate Mathematical Reasoning. Tersedia pada:* Kramab@mail.biu.ac.il. Diakses tanggal: 3 November 2009.

Kramarski, B. & Mevarech, Z. (2002). *Metacognitive Discourse in Mathematics Clasroom*. Tersedia Pada: **http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings/Groups/TG8/TG8_Kramarski_cerme3.pdf.** Diakses tanggal: 18 November 2009 .

Kramarski, B. & Mizrachi, N. (2004). *Enhancing Mathematical Literacy with the Use of Metacognitive Guidence in Forum Discussion*. Makalah pada *: Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Matmehatics Education*, 2004, Vol 3 pp 169-176 Tersedia pada: http://www.emis.de/proceedings/PME28/RR/RR306_Kramarski.pdf. Diakses tanggal: 9 November 2009

Mevarech, Z. R & Amrny, C.(2008). The *Effects Metacognitive Instruction on Students Mathematics Achievement and Regulation of Cognition*. Tersedia Pada: tsg.icme11.org/document/get/58. Diakses tangal: 3 November 2009

Mevarech, Z.R & Fridkin,S.(2006). *The Effects of IMPROVE on mathematical knowledge, mathematical reasoning and meta-cognition. M*eta-cognition Learning, 1, 85-97.

Mevarech, Z & Kramarski, B. (2004). *Mathematical Modeling and Meta Cognitive Instruvtion*. Tersedia Pada: *www.icme-organisers.dk/tsg18/S32MevarechKramarski.pdf - Diakses Tanggal: 3 November 2009.*

Mohamed & Ten Nai, T. (2005). *The Use of Metacognitive Process in Learning.* Makalah pada The Mathematics Education into the 21st Century Project University Teknologi Malaysia

Phan, H.P. (2006). *Examination of student learning approaches, reflective thinking, and epistemological beliefs: A latent variables approach. Electronic Journal of Research in Educational Psychology, No. 10 Vol4(3),2006,pp:557-610. Tersedia pada:* http://www.investigacion-psicopedagogica.org/revista/articulos/10/english/Art_10_141.pdf *.Diakses Tanggal: 4 November 2010.*

Piccolo, D, *et al*.(2002). *Quality if Instruction: Examining Discourse in Middle School Mathematics Instruction. Makalah Tersedia Pada:* Jurnal of Advanced Academics (JAA), Volume 19 Number 3 2008, hal.376-410.

Riduwan. (2007). *Skala Pengukuran Variabel-Variabel Penelitian*. Bandung: ALFABETA

Sabandar. (2010). *Thinking Clasroom. Dalam Pembelajaran Matematika di Sekolah*. Tersedia pada: *math.sps.upi.edu/.../**Thinking-Classroom**-dalam-Pembelajaran-Matematika-di-Sekolah.pdf*. Diakses tanggal 15 Maret 2010.

Schraw, *et al.* (2006). *Promoting Self-Regulation in Science Education: Metacognition as Part of a Broader Persoective on Learning*. Jurnal : Research in Scinece Education (2006) 36:111-139. Springer.

Suherman , E dan Sukjaya, Y. (1990). *Petunjuk Praktis untuk Melaksanakan Evaluasi Pendidikan Matematika*. Bandung : Wijaya Kusumah 157.

Sukmadinata, dkk . (2006). *Metode Penelitian Pendidikan*. Bandung : PT Remaja Rosdakarya.

Utari-Sumarmo. (2008). *Berfikir Matematik: Apa, Mengapa, dan Bagaimana cara Mempelajarinya*. Tersedia pada. *math.sps.upi.edu/?p=58* . Diakses tanggal 1 Januari 2010.

Winne & Perry (2005). *Measuring Self Regulation Learning. In Hand Book Of Self Regulation*, h. 532-564 (Boekaerts,et.al, ed). Amerika:Academic Press

Zimmerman,B.(1990).*Self-Regulated Learning and Academic Achievement: An Overview. Educational Psyhologist*, 25(1),3-17.Tersedia pada: www.unco edu/cebs/pschology/kevinpugh/motivation_project/recources/Zimmerman90.Diakses tanggal: 4 Mei 2010

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 24

Interaksi Siswa dan Buku Ajar dalam Pembelajaran Matematika Topik Kaidah Pencacahan dengan Menggunakan Buku Ajar di Kelas XI IPA SMA Kolese De Britto

Heribertus Antok Krisdyanto
Mahasiswa S1 Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sanata Dharma
Kampus III USD Paingan Maguwoharjo Yogyakarta
micky.sm4rt@yahoo.co.id

M. Andy Rudhito
Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sanata Dharma
Kampus III USD Paingan Maguwoharjo Yogyakarta
email: arudhito@yahoo.co.id

H.J. Sriyanto
Guru Matematika SMA Kolese De Britto
Jl. Laksda Adisucipto 161 Yogyakarta
hj_sriyanto@yahoo.co.id

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui interaksi yang terjadi antara siswa dan buku ajar dalam proses pembelajaran matematika topik Kaidah Pencacahan dengan menggunakan buku ajar "Matematika Kontekstual untuk SMA/MA Kelas XI Program Studi Ilmu Pengetahuan Alam" di Kelas XI IPA$_3$ SMA Kolese De Britto Tahun Ajaran 2011/2012. Metode penelitian yang digunakan adalah penelitian kualitatif deskriptif. Data penelitian dikumpulkan dengan cara observasi langsung dan observasi tidak langsung. Kegiatan analisis data dilakukan dalam tiga langkah, yaitu reduksi data, kategorisasi data, dan penarikan kesimpulan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa secara umum interaksi siswa dengan buku ajar untuk setiap pertemuan adalah sebagai berikut: (1)siswa menggunakan buku ajar untuk melihat materi maupun contoh-contoh, (2)siswa menggunakan buku ajar untuk mengerjakan soal-soal yang ada di buku ajar, (3)siswa menggunakan buku ajar untuk menjelaskan jawaban dari soal yang ada di buku ajar.

Kata-kata kunci: Kaidah pencacahan, Buku Ajar, Pembelajaran Matematika, Interaksi Siswa.

1. Pendahuluan

Di dalam proses pembelajaran di kelas, ada tiga pihak yang berperan sebagai sumber belajar yakni guru, buku ajar, dan siswa itu sendiri.

Di dalam kelas, siswa lebih banyak menerima ilmu dari guru dibandingkan dengan berusaha sendiri untuk menggunakan buku ajar. Selama ini sebagian besar siswa jarang menggunakan buku ajar sebagai sumber informasi dan belajar, terkecuali jika hanya ada tugas atau latihan.

Dalam proses pembelajaran berdasarkan pendekatan konstruktivisme, siswa memegang peranan besar dalam proses pembelajaran. Peranan guru hanya sebagai motifator. Sehingga, siswa harus bisa lebih aktif dalam proses pembelajaran.

Penelitian difokuskan pada bagaimana rangkaian interaksi yang terjadi antara kegiatan siswa dalam penggunaan buku ajar di dalam kelas secara klasikal, sehingga rumusan

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

masalahnya adalah sebagai berikut : Bagaimanakah interaksi yang terjadi antara siswa dan buku ajar dalam pembelajaran matematika topik kaidah pencacahan dengan menggunakan buku ajar ”Matematika Konseptual untuk SMA / MA Kelas XI Program Studi IPA” di kelas XI IPA SMA Kolese de Britto tahun ajaran 2011/2012.

Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui / mendeskripsikan interaksi yang terjadi antara siswa dan buku ajar dalam pembelajaran matematika topik kaidah pencacahan dengan menggunakan buku ajar ”Matematika Konseptual untuk SMA / MA Kelas XI Program Studi IPA” di kelas XI IPA SMA Kolese de Britto tahun ajaran 2011/2012.

Manfaat penelitian ini bagi peneliti adalah dapat mengetahui bagaimana interaksi yang terjadi antara siswa dan buku ajar pembelajaran matematika di SMA Kolese de Britto. Sedangkan bagi guru diharapkan dapat sebagai bahan pertimbangan dalam menyusun buku ajar dan melaksanakan proses pembelajaran di dalam kelas dengan menggunakan buku ajar.

2. Metode Penelitian

Jenis penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah penelitian kualitatif deskriptif. Penelitian digunakan untuk mendeskripsikan rangkaian interaksi yang terjadi antara siswa dan buku ajar di dalam kelas pada mata pelajaran matematika secara klasikal.

Subjek penelitian ini adalah siswa kelas XI IPA 3 SMA Kolese De Britto pada semester satu tahun ajaran 2011/2012. Gejala-gejala yang diamati adalah penggunaan buku ajar yang digunakan siswa selama kegiatan pembelajaran secara klasikal.

Penelitian dilaksanakan pada jam pelajaran matematika di sekolah dan dilaksanakan di dalam ruangan kelas XI IPA 3 SMA Kolese De Britto. Pengambilan data dilaksanakan pada bulan Agustus – September 2011.

Data penelitian ini dikumpulkan dengan cara observasi langsung dan observasi tidak langsung. Observasi langsung dilakukan dengan mengamati kegiatan yang terjadi selama pelaksanaan pembelajaran. Sedangkan observasi tidak langsung dilakukan dengan mengamati hasil perekaman kegiatan pembelajaran yang telah direkam dengan menggunakan alat perekam ‘handy-cam’ secara menyeluruh. Kegiatan pembelajaran dilaksanakan selama enam kali . Pada tiap-tiap pertemuan diamati kegiatan yang dilakukan siswa dalam penggunaan buku ajar selama pembelajaran di dalam kelas. Materi pembelajaran adalah kaidah pencacahan di kelas XI IPA SMA Kolese de Britto semester satu.

Instrumen yang digunakan dalan penelitian ini berupa rekaman video, rekaman suara. Data-data yang dikumpulkan pada penelitian ini meliputi data pelaksanaan pembelajaran pada materi statistika kelas XI IPA SMA Kolese de Britto, dan data pengamatan rangkaian kegiatan siswa selama pembelajaran secara klasikal berlangsung. Data tentang pelaksanaan pembelajaran dan data pengamatan rangkaian kegiatan siswa tersebut dikumpulkan melalui sebuah proses perekaman dengan menggunakan alat perekam 'handy-cam' dan 'voice recorder', dan melalui sebuah proses pengamatan secara langsung dan tidak langsung dengan mengamati perilaku siswa selama kegiatan pembelajaran.

Kegiatan analisis data meliputi tiga langkah, yaitu reduksi data, kategorisasi data, dan penarikan kesimpulan.

a. Reduksi data adalah proses membandingkan bagian-bagian data untuk menghasilkan topik-topik data. Reduksi data dapat dirinci menjadi dua kegiatan yaitu:

1. Transkripsi

Transkripsi adalah penyajian kembali sesuatu yang tampak dan terdengar dalam hasil rekaman video dalam bentuk narasi tertulis.

2. Penentuan topik-topik data

Topik data adalah deskripsi secara ringkas mengenai bagian data yang ada di transkripsi yang mengandung makna tertentu yang diteliti. Sebelum menentukan topik-topik data peneliti menentukan makna-makna apa saja yang terkandung dalam penelitian. Berdasarkan makna-makna tersebut peneliti membandingkan bagian-bagian data tertentu pada hasil transkripsi sesuai makna yang terkandung di dalamnya dan membuat suatu rangkuman bagian data, yang selanjutnya disebut topik-topik data.

b. Penentuan kategori data

Penentuan kategori data merupakan proses membandingkan topik-topik data satu sama lain untuk menghasilkan kategori-kategori data. Kategori data adalah gagasan abstrak yang mewakili makna tertentu yang terkandung dalam sekelompok topik data.

c. Penarikan kesimpulan

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Penarikan kesimpulan adalah proses mendeskripsikan fenomena yang diteliti dengan cara menemukan dan mensintesakan hubungan-hubungan di antara kategori-kategori data.

3. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Reduksi Data

Dalam bagian ini bagian-bagian data dibandingkan untuk mendapatkan topik-topik data deskripsi interaksi antara siswa dan buku ajar. Reduksi data deskripsi interaksi siswa dan buku ajar dapat dirinci menjadi dua bagian yakni transkripsi data dan penentuan topik-topik data deskripsi interaksi antara siswa dan buku ajar.

Contoh topik data pada pertemuan I dapat dilihat pada tabel 1 berikut ini. Sedangkan untuk topik data – topik data pertemuan II sampai pertemuan VI serupa dengan topik data pertemuan I

Tabel 1. Contoh Topik Data Pertemuan I

Nomor	Topik Data	Bagian Data
1	Beberapa siswa mulai membuka buku ajar	I.6
2	Seluruh siswa membuka buku ajar dan membaca materi	I.202
3	siswa melihat latihan 1 halaman 58 pada buku ajar dan mengerjakannya	I.283-284
4	Salah satu dari siswa menunjukkan soal yang ada pada buku ajar	I.316
5	Salah satu dari siswa mengerjakan soal di buku ajar lalu menjelaskannya	I.320

Kategorisasi Data

Topik-topik data deskripsi interaksi siswa dan buku ajar dibandingkan untuk menghasilkan kategori-kategori data seperti disajikan dalam tabel 2 berikut ini

Tabel 2. Kategorisasi Data Interaksi Siswa dan Buku Ajar

Pertemuan	Nomor	Kategori Data	Topik data
I	1	Siswa membaca buku ajar	
		a. Siswa membaca materi	Seluruh siswa membuka buku ajar dan membaca materi
		b. Siswa membaca soal	Siswa membaca soal latihan yang ada pada buku ajar
	2	Siswa mengerjakan soal	Siswa mengerjakan soal yang

			ada pada buku ajar
	3	Siswa menjelaskan jawaban dari soal	Salah satu siswa maju mengerjakan jawaban dari soal yang ada di buku ajar
II	1	Siswa mengerjakan soal	Siswa mengerjakan soal-soal yang ada pada buku ajar
	2.	Siswa membaca buku ajar	
		a. Siswa melihat materi	Siswa membuka buku ajar dan melihat materi kaidah
		b. Siswa membaca contoh soal	Salah satu siswa membacakan contoh soal yang terdapat pada buku ajar
		c. Siswa membaca soal	Salah satu siswa membacakan soal yang tedapat pada buku ajar.
III	1	Siswa mengerjakan soal	Siswa mengerjakan soal-soal yang ada pada buku ajar
	2	Siswa menjelaskan jawaban dari soal	Salah satu siswa maju ke depan kelas untuk menjelaskan jawaban soal dengan membawa buku ajar
IV	1	Siswa membaca buku ajar	
		a. siswa membaca contoh soal	siswa membaca contoh soal yang terdapat pada buku ajar
	2	Siswa mengerjakan soal	Siswa mengerjakan soal-soal yang ada pada buku ajar
V	1	Siswa membaca buku ajar	
		a. Siswa membaca materi	Siswa melihat dan membaca materi yang ada pada buku ajar
		b. Siswa membaca contoh soal	Siswa melihat dan membaca contoh yang ada di buku ajar
	2	Siswa mengerjakan soal	Seluruh siswa mengerjakan soal yang ada pada buku ajar
VI	1	Siswa membaca buku ajar	
		a. siswa membaca contoh soal	Siswa melihat dan membaca contoh soal yang ada pada buku ajar
		b. siswa membaca soal	Siswa melihat dan membaca soal yang ada pada buku ajar

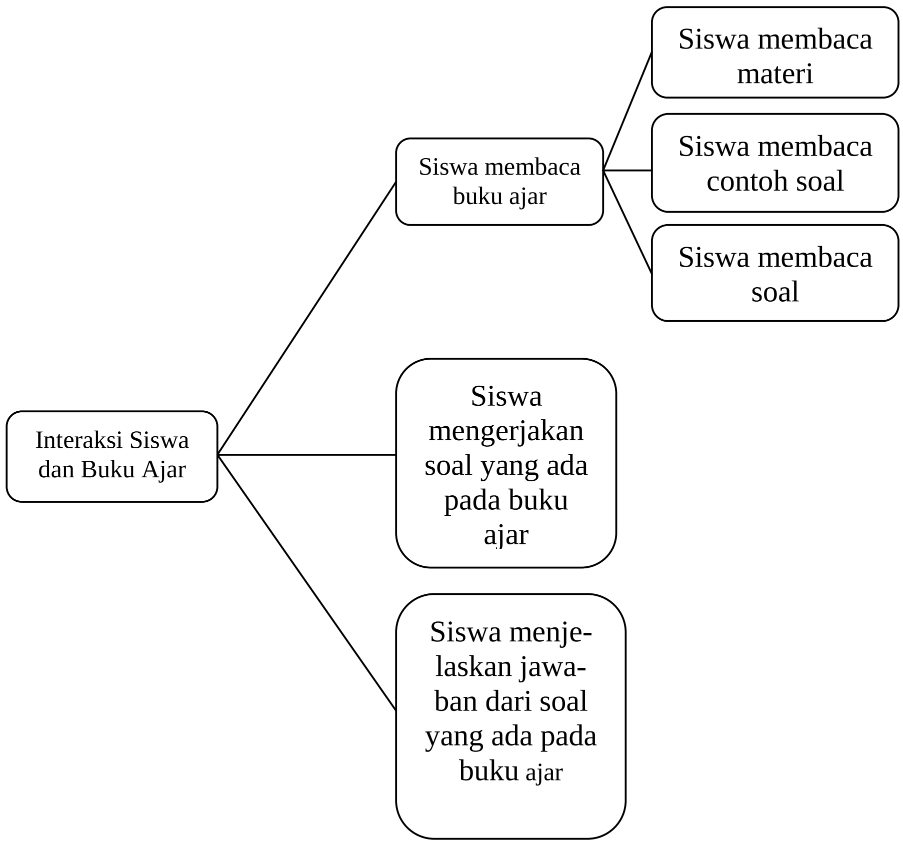
Penarikan Kesimpulan

Kategori-kategori data di atas selanjutnya dibandingkan dan dikontraskan untuk menemukan hubungan interaksi antara siswa dan buku ajar dalam setiap pertemuan. Dari sini diperoleh hubungan umum interaksi siswa dan buku ajar. Hubungan secara

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

umum kategorisasi data interaksi siswa dan buku ajar disajikan dalam diagram berikut ini.

Diagram 1. Kategorisasi Data Interaksi Siswa dan Buku Ajar



Menurut Idianto (dalam Indrayana, 2009: 12) mengemukakan bahwa ”Interaksi adalah hubungan timbal balik antara individu dengan lingkungan.” Selain itu, Caplin (dalam Indrayana, 2009: 12) mengemukakan bahwa ”Interaksi merupakan pertalian sosial antara individu sedemikian rupa sehingga individu yang bersangkutan saling mempengaruhi satu sama lain.” Pada dasarnya interaksi bukan hanya berupa hubungan, tetapi adanya proses timbal balik (*stimulus respon*) antara individu dengan lingkungannya. Proses saling mempengaruhi bersifat dinamis dan berpengaruh terhadap perubahan si-

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

kap dari individu. Hal tersebut sesuai dengan definisi interaksi yang dikemukakan oleh Suherland (dalam Indrayana, 2009: 12) mengemukakan bahwa ”Interaksi adalah saling mempengaruhi secara dinamis dari kekuatan-kekuatan, dimana kontak diantara pribadi dan kelompok menghasilkan perubahan-perubahan sikap dan tingkah laku”. Dapat dikatakan bahwa interaksi antara siswa dan buku ajar adalah hubungan timbal balik antara siswa dan buku ajar dalam proses pembelajaran dalam bentuk saling memberikan aksi dan reaksi antara kedua belah pihak tersebut yang berkaitan dengan makna / gagasan matematika.

Dari kategori-kategori data dan diagram pohon kategori data tampak bahwa secara umum interaksi yang saling memberikan aksi dan reaksi antara siswa dan buku ajar di dalam kelas secara klasikal untuk setiap pertemuan adalah sebagai berikut: (1)siswa menggunakan buku ajar untuk melihat dan membaca materi maupun contoh-contoh serta soal-soal, (2)siswa menggunakan buku ajar untuk mengerjakan soal-soal yang ada di buku ajar, (3)siswa menggunakan buku ajar untuk menjelaskan jawaban dari soal yang ada di buku ajar.

4. Simpulan dan Saran

Penelitian ini menghasilkan deskripsi interaksi siswa dan buku ajar dalam pembelajaran matematika topik kaidah pencacahan dengan menggunakan buku ajar ”Matematika Konseptual untuk SMA / MA Kelas XI Program Studi IPA” di kelas XI IPA SMA Kolese de Britto tahun ajaran 2011/2012. Interaksi yang terjadi adalah pada saat siswa melihat dan membaca materi ataupun contoh-contoh serta latihan-latihan soal, serta pada saat siswa mengerjakan dan menjelaskan jawaban soal-soal yang ada di buku ajar.

Untuk penelitian yang akan datang, disarankan untuk memilih topik lain yang ada dalam buku ajar ”Matematika Konseptual untuk SMA / MA Kelas XI Program Studi IPA” Selain itu penelitian yang akan datang diharapkan dalam pengambilan data tidak hanya terfokus pada proses pembelajaran matematika secara klasikal, melainkan secara menyeluruh dan terperinci.

5. Daftar Pustaka

Indrayana, I. D. 2009. *Hubungan Interaksi Belajar Mengajar Guru Dan Siswa Dengan Hasil Belajar Siswa Pada Mata Pelajaran Gambar Teknik Di Smk Negeri 2 Kota Bandung*. Skripsi S1. Bandung : Universitas Pendidikan Indonesia

Sriyanto & Catur Supatmono. *Matematika Kontekstual untuk SMA / MA Kelas XI Program Studi Ilmu Pengetahuan alam*. Klaten : PT Intan Pariwara.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 25

Pembelajaran Matematika dengan Differentiated Instruction untuk Mengembangkan Karakter Positif Siswa

Ika Wulandari, S,Pd.Si[1)] Laela Sagita, M.Sc [2)]

1) SMK N 2 Wonosari
Jl. KH. Agus Salim, Wonosari, e-mail : ariensuharyono@yahoo.co.id
2) Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas PGRI Yogyakarta,
Jl. PGRI No.1 Sonosewu, Yogyakarta, e-mail : laela_sagita@yahoo.co.id

Abstrak

Setiap pribadi peserta didik memiliki karakteristik yang berbeda. Perbedaan karakter berpengaruh pada *gaya belajar (learning style)*, *tingkat kesiapan (readiness)*, dan *ketertarikan (interest)* dari masing-masing peserta didik. Dalam hal ini, salah satu tugas seorang guru adalah untuk memfasilitasi peserta didik agar mendapatkan hasil belajar yang maksimal serta mengembangkan *karakter positif* dengan mengoptimalkan potensi dalam diri peserta didik.

Pendekatan pembelajaran yang tidak sesuai dengan karakter peserta didik akan menghasilkan pembelajaran yang kurang maksimal. Oleh karena itu, dalam belajar matematika diperlukan penyesuaian terhadap *gaya belajar (learning style)*, *tingkat kesiapan (readiness)*, dan *ketertarikan (interest)* . Salah satu pendekatan pembelajaran matematika yang merespon berbagai kebutuhan sesuai karakteristik siswa adalah *Differentiated Instruction*. Langkah-langkah dalam menerapkan pembelajaran *Differentiated Instruction* diawali dengan mengidentifikasi *gaya belajar (learning style)*, *tingkat kesiapan (readiness)*, dan *ketertarikan (interest)* peserta didik, selanjutnya dengan melakukan proses pembelajaran dengan menyiapkan perencanaan pembelajaran sesuai kebutuhan siswa. Prinsip-prinsip pada pendekatan *Differentiated Instruction* sesuai dengan prinsip-prinsip *Pengembangan Pendidikan Budaya* dan *Karakter Bangsa* melalui integrasi dalam mata pelajaran matematika. Prinsip yang dimaksud adalah proses belajar yang berkelanjutan, dengan mengembangkan karakter positif yang dimiliki peserta didik secara aktif dan menyenangkan, sesuai dengan kebutuhan masing-masing peserta didik.

Melalui integrasi pendekatan *Differentiated Instruction* dengan *Pendidikan Budaya dan Karakter Bangsa* diharapkan mampu memberikan hasil belajar berupa *kemampuan akademik* dan *karakter positif* yang optimal.

Katakunci:
Belajar matematika, Differentiated Instruction, learning style, readiness, interest, Pendidikan Budaya dan Karakter Bangsa.

1. Pendahuluan

Masalah actual yang sedang dihadapi bangsa Indonesia adalah krisis moral multi dimensi. Persoalan yang muncul seperti siswa yang gemar mencontek (plagiat) serta tawuran, kehidupan ekonomi yang konsumtif, kejahatan seksual, kehidupan politik yang tidak produktif, masyarakat yang anarkhis, sampai korupsi dikalangan pejabat, selalu menarik untuk dibahas. Krisis moral multi dimensi inilah yang memicu keresahan bangsa Indonesia sehingga muncul wacana mengatasi masalah tersebut melalui langkah preventif dalam dunia pendidikan.

Pendidikan dianggap sebagai alternatif yang bersifat preventif karena pendidikan membangun generasi baru suatu bangsa menjadi lebih baik. Sebagai alternative yang bersifat preventif, pendidikan diharapkan dapat mengembangkan kualitas

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

generasi muda bangsa dalam berbagai aspek yang dapat memperkecil dan mengurangi penyebab berbagai masalah budaya dan karakter bangsa. Salah satu langkah nyata dilaksanakannya Pendidikan Budaya dan Karakter Bangsa di sekolah adalah dengan pengintegrasian dalam mata pelajaran. Nilai-nilai Budaya dan Karakter Bangsa dicantumkan dalam silabus dan RPP. Pengembangan nilai-nilai itu dalam silabus ditempuh melalui cara-cara berikut ini:

a. Mengkaji Standar Komptensi (SK) dan Kompetensi Dasar (KD) pada Standar Isi (SI) untuk menentukan apakah nilai-nilai budaya dan karakter bangsa yang tercantum itu sudah tercakup di dalamnya;
b. Memperlihatkan keterkaitan antara SK dan KD dengan nilai dan indikator untuk menentukan nilai yang akan dikembangkan;
c. Mencantumkankan nilai-nilai budaya dan karakter bangsa dalam silabus maupun RPP.
d. Mengembangkan proses pembelajaran peserta didik secara aktif yang memungkinkan peserta didik memiliki kesempatan melakukan internalisasi nilai dan menunjukkannya dalam perilaku yang sesuai;

Pelaksanaan Pendidikan Budaya dan Karakter Bangsa memerlukan berbagai perubahan dalam pelaksanaan proses pendidikan yang terjadi di sekolah. Perubahan yang diperlukan tidak mengubah kurikulum yang berlaku tetapi menghendaki sikap baru dan keterampilan baru dari para guru, kepala sekolah dan konselor sekolah.

Perlu konsep dan persiapan yang matang untuk mengintegrasikan Pendidikan Budaya dan Karakter Bangsa dalam pembelajaran. Guru sebagai ujung tombak pelaksana pendidikan, mengambil peran yang sangat penting dalam pengembangan Pendidikan Budaya dan Karakter Bangsa. Guru dituntut mampu berinovasi, membangun paradigma pendidikan modern yaitu Pendidikan yang Menyenangkan dan Bermakna (*Joyfull learning and Meaningfull*).

Inovasi dalam dunia pendidikan antara lain yaitu pada pendekatan pembelajaran. Umumnya pelaksanaan proses pembelajaran masih disamakan untuk setiap siswa. Pembelajaran untuk anak yang pandai serta bermotivasi tinggi, disamakan dengan pembelajaran untuk anak yang berkesulitan belajar serta rendah motivasinya. Selain itu perbedaan *learning style* yang dimiliki siswa belum mendapatkan pembelajaran yang sesuai, sehingga semua bakat yang dimiliki oleh peserta didik tidak dapat terakomodasi dengan optimal. Tingkat kesiapan siswa (*readiness*) untuk menerima materi selanjutnyapun belum dipertimbangkan dengan kusus, sehingga kemampuan siswa untuk menghubungkan kaitan materi satu dengan yang lain, masih rendah. Akibatnya hasil belajar tidak maksimal, bahkan matematika menjadi pelajaran yang dihindari dan ditakuti. Maka pembelajaran perlu mempertimbangkan perbedaan karakter dalam diri siswa, diantaranya perbedaan: *learning style* (gaya belajar), *readiness* (kesiapan), *dan interest* (ketertarikan).

Tomlinson (2004) mengungkapkan bahwa berdasarkan penelitian, keberhasilan dalam mengatasi perbedaan individu akan (1) meningkatkan motivasi siswa untuk belajar sambil mendorong mereka untuk tetap berkomitmen dan tetap positif dan (2) siswa belajar efektif ketika tugas-tugas yang cukup menantang, tidak terlalu sederhana atau terlalu rumit. Selain itu berdasarkan penelitian bahwa mengabaikan perbedaan karakteristik ini dapat mengakibatkan sebagian siswa kehilangan motivasi dan gagal untuk berhasil (Tomlinson dan Kalbfleisch , 1998). Jika Guru tidak memahami tugasnya, serta tidak membuka wawasannya untuk terus belajar mengembangkan diri dan berinovasi, sangat mungkin yang terjadi <u>*bukanlah proses membangun karakter positif, melainkan justru pembunuhan karakter secara massal*</u> di kelas.

Seperti yang dikatakan oleh Gardner dalam Rose dan Nicholl (2009) otak manusia memiliki 7 kecerdasan, dan tidak semua kecerdasan tersebut dapat digunakan oleh manusia untuk mempelajari sebuah topik. Dari 7 kecerdasan berbeda yang dimiliki otak manusia menghasilkan *learning style* dan komunikasi yang berbeda dari tiap manusia. Sebagian besar topik bisa didekati dengan sejumlah cara, dalam hal ini subjek-subjek pelajaran dapat didekati dan dipelajari dari berbagai perspektif, sehingga saat siswa belajar dapat mengoptimalkan *learning style.* Dengan demikian diharapkan siswa akan menemukan bahwa belajar itu mudah dan menyenangkan.

Berdasarkan perbedaan karakteristik yang dimiliki peserta didik, idealnya proses pembelajaran tidak disamakan. Salah satu tugas pendidik adalah untuk memfasilitasi semua peserta didik untuk mencapai potensi maksimal. Salah satu langkah yang dapat dilakukan dalam proses pembelajaran adalah menggunakan berbagai teknik yang mengakomodasi berbagai kebutuhan peserta didik.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Differentiated Instruction merupakan pendekatan pembelajaran yang mempertimbangkan perbedaan kebutuhan peserta didik untuk mencapai tujuan belajar yang maksimal. Dengan merancang kegiatan pembelajaran yang sesuai dengan kebutuhan siswa, diharapkan kesulitan yang dialami siswa dapat teratasi, sehingga motivasi belajarnya tinggi. Pembelajaran yang melibatkan siswa dengan motivasi tinggi, akan membangun karakter positif yang kuat dalam diri siswa.

2. Pendidikan Karakter

Karakter bangsa Indonesia adalah karakter yang dimiliki warga negara bangsa Indonesia berdasarkan tindakan-tindakan yang dinilai sebagai suatu kebajikan berdasarkan nilai yang berlaku di masyarakat dan bangsa Indonesia. Proses pembelajaran Pendidikan Budaya dan Karakter Bangsa dilaksanakan melalui proses belajar aktif. Sesuai dengan prinsip pengembangan nilai harus dilakukan secara aktif oleh peserta didik (dirinya subyek yang akan menerima, menjadikan nilai sebagai miliknya dan menjadikan nilai-nilai yang sudah dipelajarinya sebagai dasar dalam setiap tindakan) maka posisi peserta didik sebagai subyek yang aktif dalam belajar adalah prinsip utama belajar aktif.

Tujuan pendidikan budaya dan karakter bangsa adalah:

1) mengembangkan potensi kalbu/nurani/afektif peserta didik sebagai manusia dan warganegara yang memiliki nilai-nilai budaya dan karakter bangsa;
2) mengembangkan kebiasaan dan perilaku peserta didik yang terpuji dan sejalan dengan nilai-nilai universal dan tradisi budaya bangsa yang religius;
3) menanamkan jiwa kepemimpinan dan tanggung jawab peserta didik sebagai generasi penerus bangsa;
4) mengembangkan kemampuan peserta didik menjadi manusia yang mandiri, kreatif, berwawasan kebangsaan; dan
5) mengembangkan lingkungan kehidupan sekolah sebagai lingkungan belajar yang aman, jujur, penuh kreativitas dan persahabatan, serta dengan rasa kebangsaan yang tinggi dan penuh kekuatan (*dignity)*.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Tabel 1. Nilai dan Deskripsi Nilai Pendidikan Budaya dan Kaarakter Bangsa

NILAI	DESKRIPSI
1. Religius	Sikap dan perilaku yang patuh dalam melaksanakan ajaran agama yang dianutnya, toleran terhadap pelaksanaan ibadah agama lain, dan hidup rukun dengan pemeluk agama lain.
2. Jujur	Perilaku yang didasarkan pada upaya menjadikan dirinya sebagai orang yang selalu dapat dipercaya dalam perkataan, tindakan, dan pekerjaan.
3. Toleransi	Sikap dan tindakan yang menghargai perbedaan agama, suku, etnis, pendapat, sikap, dan tindakan orang lain yang berbeda dari dirinya.
4. Disiplin	Tindakan yang menunjukkan perilaku tertib dan patuh pada berbagai ketentuan dan peraturan.
5. Kerja Keras	Perilaku yang menunjukkan upaya sungguh-sungguh dalam mengatasi berbagai hambatan belajar dan tugas, serta menyelesaikan tugas dengan sebaik-baiknya.
6. Kreatif	Berpikir dan melakukan sesuatu untuk menghasilkan cara atau hasil baru dari sesuatu yang telah dimiliki.
7. Mandiri	Sikap dan perilaku yang tidak mudah tergantung pada orang lain dalam menyelesaikan tugas-tugas.
8. Demokratis	Cara berfikir, bersikap, dan bertindak yang menilai sama hak dan kewajiban dirinya dan orang lain.
9. Rasa Ingin Tahu	Sikap dan tindakan yang selalu berupaya untuk mengetahui lebih mendalam dan meluas dari sesuatu yang dipelajarinya, dilihat, dan didengar.
10. Semangat Kebangsaan	Cara berpikir, bertindak, dan berwawasan yang menempatkan kepentingan bangsa dan negara di atas kepentingan diri dan kelompoknya.
11. Cinta Tanah Air	Cara berfikir, bersikap, dan berbuat yang menunjukkan kesetiaan, kepedulian, dan penghargaan yang tinggi terhadap bahasa, lingkungan fisik, sosial, budaya, ekonomi, dan politik bangsa.
12. Menghargai Prestasi	Sikap dan tindakan yang mendorong dirinya untuk menghasilkan sesuatu yang berguna bagi masyarakat, dan mengakui, serta menghormati keberhasilan orang lain.
13. Bersahabat/ Komuniktif	Tindakan yang memperlihatkan rasa senang berbicara, bergaul, dan bekerja sama dengan orang lain.
14. Cinta Damai	Sikap, perkataan, dan tindakan yang menyebabkan orang lain merasa senang dan aman atas kehadiran dirinya.
15. Gemar Membaca	Kebiasaan menyediakan waktu untuk membaca berbagai bacaan yang memberikan kebajikan bagi dirinya.
16. Peduli Lingkungan	Sikap dan tindakan yang selalu berupaya mencegah kerusakan pada lingkungan alam di sekitarnya, dan

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

NILAI	DESKRIPSI
	mengembangkan upaya-upaya untuk memperbaiki kerusakan alam yang sudah terjadi.
17. Peduli Sosial	Sikap dan tindakan yang selalu ingin memberi bantuan pada orang lain dan masyarakat yang membutuhkan.
18. Tanggung-jawab	Sikap dan perilaku seseorang untuk melaksanakan tugas dan kewajibannya, yang seharusnya dia lakukan, terhadap diri sendiri, masyarakat, lingkungan (alam, sosial dan budaya), negara dan Tuhan Yang Maha Esa.

Sumber: Buku Panduan Budaya dan Karakter Bangsa, Depdiknas 2010

Prinsip-prinsip Pengembangan Pendidikan Budaya dan Karakter Bangsa:

1). **Berkelanjutan*;*** mengandung makna bahwa proses pengembangan nilai-nilai budaya dan karakter bangsa merupakan sebuah proses panjang, dimulai dari awal peserta didik masuk sampai selesai dari suatu satuan pendidikan.

2). **Melalui semua mata pelajaran, pengembangan diri, dan budaya sekolah;** mensyaratkan bahwa proses pengembangan nilai-nilai budaya dan karakter bangsa dilakukan melalui setiap mata pelajaran, dan dalam setiap kegiatan kurikuler dan ekstrakurikuler.

3). **Nilai tidak diajarkan tapi dikembangkan;** mengandung makna bahwa materi nilai budaya dan karakter bangsa harus dipraktekkan, dibiasakan, dan dikembangkan.

4). **Proses pendidikan dilakukan peserta didik secara aktif dan menyenangkan;** prinsip ini menyatakan bahwa proses pendidikan nilai budaya dan karakter bangsa dilakukan oleh peserta didik bukan oleh guru.

3. Differentiated Instructions

Para praktisi pendidikan mengembangkan pendekatan pembelajaran yang disebut pembelajaran dengan instruksi yang terdiferensiasi (*Differentiated Instructions*). Pendekatan ini menghendaki agar kebutuhan pendidikan peserta didik berbakat dilayani di dalam kelas regular serta menawarkan serangkaian pilihan belajar pada peserta didik dengan tujuan menggali dan mengarahkan pengajaran pada tingkat kesiapan (*readiness*), minat (*interest*), dan gaya belajar yang berbeda-beda (*learning style*).

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Differentiated Instructions adalah suatu proses pembelajaran dimana guru atau dosen melakukan pembelajaran dengan cara menyesuaikan instruksi dan penilaian untuk setiap perbedaan karakteristik peserta didik. *Differentiated Instructions* memungkinkan semua siswa untuk mengakses kurikulum kelas yang sama dan disesuaikan dengan kebutuhan siswa (Hall, 2002). Dalam pendekatan pembelajaran dengan *Differentiated Instructions*, seorang guru dapat memodifikasi instruksi yang digunakan, yaitu: (a) beragam cara agar siswa dapat mengeksplorasi **isi** kurikulum, (b) beragam kegiatan atau **proses** yang masuk akal sehingga siswa dapat mengerti dan memiliki informasi dan ide, serta (c) beragam pilihan di mana siswa dapat mendemonstrasikan apa yang telah mereka pelajari (**produk**) (Tomlinson, 1995).

a. **Isi.** *Differentiated Instructions* ditinjau dari segi isi proses pembelajaran, dimana guru harus bertanggung jawab untuk memastikan bahwa semua siswa mempelajari dan menguasai materi pelajaran yang telah tertuang dalam kurikulum. Namun dalam pembelajaran dengan menggunakan pendekatan *Differentiated Instructions*, guru tidak harus mengajarkan materi pelajaran tersebut pada semua siswa.

b. **Proses**

   Banyak kegiatan yang bisa dilakukan oleh guru untuk memodifikasi proses pengajaran dan pembelajaran, antara lain dengan:

   1) **Mengembangkan kecakapan berpikir**. Siswa berbakat perlu untuk mengembangkan kecakapan berpikir analitis, organisasional, kritis dan kreatif. Guru dapat mengajarkan secara langsung kecakapan ini, atau memadukannya dalam materi pelajaran. Kecakapan berpikir juga bisa dikembangkan melalui teknik bertanya.
   2) **Studi mandiri**, merupakan alternatif lain dalam memodifikasi proses. Sebagian siswa berbakat senang bekerja sendiri, mulai dari menentukan topik yang menjadi fokus studi, menentukan cara dan waktu penyelesaian, menentukan sumber untuk melakukan studi hingga menentukan format produk akhir studi. Guru dapat memfasilitasi studi mandiri dengan cara mengelompokkan siswa berdasarkan minat yang sama. Bila seorang siswa ingin lebih mendalami suatu topik, guru bisa menawarkan satu kontrak studi mandiri bagi siswa yang bersangkutan.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

c. **Produk.** *Differentiated Instructions* melalui modifikasi produk, dimana siswa dapat memilih tugas yang bervariasi yang mencerminkan kemampuan dan kreativitas siswa. Setiap siswa bekerja dengan isi dan proses yang sama seperti yang lain, tetapi memiliki titik akhir individu yang berbeda. *Differentiated Instructions* dengan modifikasi produk hanya dibatasi oleh kendala waktu dan imajinasi guru.

4. Implementasi *Differentiated Instructions* dalam proses pembelajaran

Belajar adalah proses perkembangan, proses belajar merupakan proses yang kompleks. Dengan kata lain proses belajar dipengaruhi jenis kelamin siswa, budaya lingkungan sekitar, pengalaman siswa, minat siswa, serta pendekatan dalam pembelajaran yang dilakukan oleh guru. Berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh (Fischer dan Rose, 2001), ditemukan bahwa individu tidak belajar dengan cara yang sama. Menurut (Brandt, 1998) dalam (Harta: 2011) bahwa seorang pembelajar akan tertarik apabila berada dalam beberapa kondisi berikut : (1) Apa yang siswa pelajari secara individu lebih bermakna, (2) Apa yang mereka pelajari adalah menantang, dan mereka menerima tantangan, (3) Mereka belajar sesuai dengan tingkat perkembangan mereka, (4) Mereka dapat belajar dengan cara mereka sendiri, memiliki pilihan, dan merasa di kontrol, (5) Mereka menggunakan apa yang mereka ketahui untuk membangun pengetahuan baru, (6) Mereka memiliki kesempatan untuk interaksi sosial, (7) Mereka mendapatkan umpan balik yang membantu, (8) Mereka memperoleh dan menggunakan strategi, (9) Mereka mengalami iklim emosional yang positif, dan (10) Lingkungan mendukung pembelajaran. Oleh karena itu, perlu di sadari oleh berbagai pihak bahwa ruang kelas terdiri atas peserta didik yang semua berbeda.

Berikut ini beberapa langkah yang dapat digunakan untuk mengimplementasikan penggunaan *Differentiated Instructions* dalam proses pembelajaran.

1. Sebelum melaksanakan pembelajaran dengan pendekatan *Differentiated Instructions* , seorang guru harus memiliki informasi berikut:
   a. *Readiness* siswa. *Readiness* mengacu pada tingkat keterampilan dan pengetahuan latar belakang siswa. Tingkat readiness siswa dapat diketahui melalui informasi guru pengampu matematika tahun sebelumnya, serta

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

dengan *pre-assesment* yaitu mengujikan materi pra-syarat yang harus dikuasai siswa.

b. Interest (Minat) siswa. Minat mengacu pada topik yang ingin dieksplorasi atau yang akan memotivasi mereka. Mengenai minat dapat diketahui dengan menyebar angket, wawancara, maupun diskusi kelas untuk membuat kesepakatan tentang topik-topik kontekstual yang akan diangkat dalam materi.

c. *Learning style* siswa. Hal ini termasuk seberapa cepat siswa belajar (belajar cepat atau lambat), gaya belajar (visual, auditori, atau kinestetik peserta didik), dan preferensi pengelompokan (individu, kelompok kecil, atau kelompok besar). Leraning style dapat diketahui dengan mengadakan tes *Learning style* sederhana.

2. Strategi berikut dapat digunakan saat pembelajaran *differentiated instruction* :

a. *Tiered assigment*. Sebuah tugas yang dirancang untuk menginstruksikan perbedaan siswa sesuai dengan **tingkat kesiapan** siswa, meskipun isi dan tujuan pembelajaran sama.

b. Pemadatan materi. Strategi lain yang berfokus pada **kesiapan siswa**, dengan memperhitungkan penguasaan siswa pada materi sebelumnya.

c. Minat Siswa. Strategi ini berfokus pada dua hal, kesiapan dan minat siswa, dengan memilih topik yang didasarkan pada minat siswa akan memotivasi mereka untuk lebih mengeksplorasi materi.

d. Kerja kelompok (*Cooperative Learning*). Strategi ini berfokus pada kesiapan, minat, dan profile belajar siswa. Strategi ini juga memungkinkan dalam pembentukan kelompok-kelompok siswa yang berbeda tergantung pada tugas dan atau konten pembelajaran.

e. Kontrak Belajar. Strategi ini dimulai dengan kesepakatan antara guru dan siswa tentang keterampilan yang diperlukan dan komponen yang diperlukan saat penugasan. Setiap siswa mengidentifikasi metode untuk menyelesaikan tugas. Strategi ini akan (1) memungkinkan siswa untuk bekerja pada kecepatan yang sesuai dengan kemampuan individu, (2) didasarkan pada gaya belajar siswa, dan (3) membantu siswa bekerja secara mandiri. Fokus

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

dari strategi ini adalah kesiapan dan profil belajar. (Tomlinson & Eidson, 2003).

5. Karakter Yang Dibangun dalam *Differentiated Instructions*

No.	Teknik dalam Differentiated Instructions	Karakter
1	Kooperatif learning	Kerjasama, saling menghargai, toleransi.
2	Problem solving	Kreatif, inovatif, Rasa ingin tahu.
3	Game, Joyfull learning & meaningfull	Kreatif, inovatif, disiplin,
4	Inductive-deductive	Kreatif, logis, inovativ
5	Tutor sebaya	Percaya diri, kreatif
6	Kompetisi individu, colaborativ, kerja indipendent harus seimbang	Mampu menempattkan diri sesuai kondisi, disiplin,
7	Pengembangan masalah kontekstual	Logism, kreatif, inovatif
8	Merancang proyek untuk Produk individu	Kreatif, pantang menyerah, inovatif,
9	Multiple intelegensi / leaarning style	Menghargai potensi diri
10	Refleksi, berfikir positif	Introspeksi diri

6. Kesimpulan

Dari berbagai uraian diatas dapat disimpulkan bahwa:

1) Berbagai pendekatan dalam pembelajaran matematika pada dasarnya telah memenuhi adanya pengembangan karakter, yaitu antara lain: teliti, pantang menyerah, jujur, rasa ingin tahu, dll.
2) Kelemahan berbagai pendekatan tersebut adalah bahwa penerapannya terhadap masing-masing individu masih disamakan, sehingga belum bisa mengatasi masalah individu siswa yaitu tentang kesulitan belajar yang disebabkan oleh berbagai faktor.
3) *Differentiated Instructions* merupakan pendekatan pembelajaran yang menggunakan berbagai teknik pengembangan *joyfull learning* dan *meaningfull,* dengan prinsip: membedakan instruksi (secara bertahap sesuai level) pada *isi, proses, dan produk* sesuai dengan kebutuhan siswa.
4) Instruksi yang dibedakan tersebut berdasarkan perbedaan karakter peserta didik yang meliputi: *kesiapaan siswa (readiness), learning style, interest.*
5) Tomlinson (2004) mengungkapkan bahwa berdasarkan penelitian, keberhasilan dalam mengatasi perbedaan individu akan (1) meningkatkan motivasi siswa untuk belajar sambil mendorong mereka untuk tetap berkomitmen dan tetap

positif dan (2) siswa belajar efektif ketika tugas-tugas yang cukup menantang, tidak terlalu sederhana atau terlalu rumit.

6) Berdasarkan penelitian bahwa mengabaikan perbedaan karakteristik ini dapat mengakibatkan sebagian siswa kehilangan motivasi dan gagal untuk berhasil (Tomlinson dan Kalbfleisch , 1998).
7) Jika Guru tidak memahami tugasnya, serta tidak membuka wawasannya untuk terus belajar mengembangkan diri dan berinovasi, sangat mungkin yang terjadi *bukanlah proses membangun karakter positif, melainkan justru pembunuhan karakter secara massal* di kelas.

Daftar Pustaka

Dimyati dan Mudjiono. (2002). *Belajar dan Pembelajaran*. Jakarta: Rineka Cipta.

Djamarah dan Syaiful Bahri. (1999). *Psikologi Belajar*. Jakarta : Rineka Cipta.

Harta Idris. (2011). *Differentiated Instructions : What, Why, and How?*. SEAMO QITEP in Mathematics. Yogyakarta

Rose, C dan Nicholl Malcolm J. (2009). *Accelerated Learning for the 21st Century*. Bandung : Nuansa.

Sudjana. (2005). *Metoda Statistika*. Bandung: Tarsito.

Suprijono, A. (2010). *Cooperatif Learning, Teori dan Aplikasi Paikem*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.

Tomlinson, C.A. (2001). *How to differentiate instruction in mixedability classrooms.* Alexandria, VA: ASCD.

Tomlinson, C.A & Eidson, C.C. (2003). *Differentiation in Practice A Resource Buide for Differentiating Curriculum*. Alexandra, VA: ASCD

Tomlinson, C. A. (2004). *Research evidence for differentiation.* School Administrator, 61(7), 30.

Kemendiknas. (2010). *Pengembangan Pendidikan Budaya dan Karakter Bangsa*. Badan Penelitian dan Pengembangan Pusat Kurikulim.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 26

Interaksi Guru dan Siswa dalam Pembelajaran Matematika Topik Kaidah Pencacahan dengan Menggunakan Buku Ajar di Kelas XI IPA SMA Kolese De Britto

Indah Permatasari
Mahasiswa S1 Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sanata Dharma
Kampus III USD Paingan Maguwoharjo Yogyakarta
email: indah_sza@yahoo.co.id

M. Andy Rudhito
Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sanata Dharma
Kampus III USD Paingan Maguwoharjo Yogyakarta
email: arudhito@yahoo.co.id

H.J. Sriyanto
Guru Matematika SMA Kolese De Britto
Jl. Laksda Adisucipto 161 Yogyakarta
hj_sriyanto@yahoo.co.id

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui interaksi yang terjadi antara guru dan siswa dalam proses pembelajaran matematika topik Kaidah Pencacahan dengan menggunakan buku ajar ”Matematika Kontekstual untuk SMA/MA Kelas XI Program Studi Ilmu Pengetahuan Alam” di Kelas XI IPA$_3$ SMA Kolese De Britto Tahun Ajaran 2011/2012. Metode penelitian yang digunakan adalah penelitian kualitatif deskriptif. Data penelitian dikumpulkan dengan cara observasi langsung dan observasi tidak langsung. Kegiatan analisis data dilakukan dalam tiga langkah, yaitu reduksi data, kategorisasi data, dan penarikan kesimpulan. Hasil penelitian menunjukkan bahwa interaksi guru dan siswa yang terjadi adalah sebagai berikut. Pertemuan I: Guru bersama siswa membahas materi dan latihan soal dari buku ajar dengan tanya jawab dan siswa bertanya saat guru berkeliling memeriksa pekerjaan siswa. Pertemuan II: Guru memberi latihan soal untuk dikumpulkan, guru dan siswa membahas materi dengan tanya jawab, dan siswa meminta latihan soal. Pertemuan III: Guru membagi siswa dalam kelompok untuk mengerjakan soal dari buku ajar, siswa berdiskusi, dan siswa bertanya saat guru berkeliling memeriksa pekerjaan siswa. Pertemuan IV: Guru bersama siswa membahas materi dan latihan soal dari buku ajar dengan tanya jawab, siswa bertanya saat guru menjelaskan materi dan saat guru berkeliling memeriksa pekerjaan siswa. Pertemuan V: Guru bersama siswa membahas materi dan latihan soal dari buku ajar dengan tanya jawab, siswa bertanya saat guru menjelaskan materi dan saat guru berkeliling memeriksa pekerjaan siswa. Pertemuan VI: Guru dan siswa membahas materi dan latihan soal dari buku ajar dengan tanya jawab, siswa bertanya saat guru berkeliling memeriksa pekerjaan siswa dan siswa maju ke depan saat guru duduk di kursi guru.

Kata-kata kunci: Kaidah Pencacahan, Buku Ajar, Pembelajaran Matematika, Interaksi Guru dan Siswa.

PENDAHULUAN

Dalam kegiatan pembelajaran, proses interaksi selalu terjadi. Apalagi dalam pembelajaran matematika di sekolah. Dalam kegiatan belajar di kelas, terjadilah interaksi belajar mengajar, yaitu interaksi yang berlangsung dalam suatu ikatan untuk tujuan pendidikan dan pengajaran (Sardiman, 1986). Salah satu interaksi dapat terjadi antara guru dan siswa melalui diskusi dan tanya jawab. Dalam proses belajar mengajar di sekolah, salah satu sarana yang digunakan sebagai sumber belajar adalah buku ajar.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Buku ajar yang digunakan sebagai sarana pembelajaran di sekolah adalah buku ajar yang sesuai dengan kurikulum dan melibatkan siswa untuk berpikir aktif dan kreatif.

Buku ajar merupakan salah satu sarana pembelajaran yang sangat penting dan strategis untuk menentukan keberhasilan dalam proses pembelajaran siswa di sekolah dan dirumah. Dari buku pelajaran kita dapat memperoleh berbagai informasi dan pengetahuan (Wardani, 2010). Sedangkan menurut Tarigan (1986), buku teks adalah buku pelajaran dalam bidang studi tertentu, yang merupakan buku standar yang disusun oleh pakar dalam bidang itu buat maksud-maksud dan tujuan instruksional yang diperlengkapi dengan sarana-sarana pengajaran yang serasi dan mudah dipahami oleh para pemakainya di sekolah-sekolah dan perguruan tinggi sehingga dapat menunjang sesuatu program pengajaran.

Dalam pembelajaran matematika di sekolah, dilakukan berbagai upaya agar siswa lebih mudah memahami matematika dan menghubungkan matematika dengan sesuatu yang nyata sehingga siswa lebih mudah membayangkan dan memahami matematika. Salah satu upaya yang digunakan adalah menggunakan buku ajar matematika kontekstual (Sriyanto & Supatmono, 2011). Buku ajar matematika kontekstual ini merupakan salah satu sarana pembelajaran yang dikembangkan oleh guru SMA Kolese De Britto untuk menunjang keberhasilan dalam proses pembelajaran siswa.

Penelitian ini bertujuan untuk mendiskripsikan interaksi antara guru dan siswa dalam pembelajaran matematika menggunakan buku ajar ”Matematika Kontekstual untuk SMA/MA Kelas XI Program Studi Ilmu Pengetahuan Alam” pada topik kaidah pencacahan di Kelas XI IPA SMA Kolese De Britto Tahun Ajaran 2011/2012. Pertanyaan yang ingin dijawab dalam penelitian ini adalah: bagaimana interaksi antara guru dan siswa dalam pembelajaran matematika topik kaidah pencacahan menggunakan buku ajar ”Matematika Kontekstual untuk SMA/MA Kelas XI Program Studi Ilmu Pengetahuan Alam” di Kelas XI IPA SMA Kolese De Britto Tahun Ajaran 2011/2012. Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan suatu acuan kepada pengajar saat melakukan pembelajaran di kelas menggunakan buku ajar agar tercipta interaksi belajar mengajar yang efektif.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

METODE

Jenis penelitian yang digunakan adalah penelitian kualitatif deskriptif. Penelitian ini digunakan untuk mendeskripsikan interaksi guru dan siswa yang terjadi dalam pembelajaran matematika menggunakan buku ajar.

Subyek penelitian dalam penelitian ini adalah seorang guru mata pelajaran matematika dan siswa di kelas XI IPA_3 SMA Kolese De Britto yang berjumlah 28 siswa, pada semester satu tahun ajaran 2011/2012. Adapun gejala-gejala yang akan diamati adalah interaksi antara guru dan siswa dalam pembelajaran matematika menggunakan buku ajar "Matematika Kontekstual untuk SMA/MA Kelas XI Program Studi Ilmu Pengetahuan Alam" di kelas XI IPA_3 SMA Kolese De Britto. Kegiatan pembelajaran dilakukan sebanyak enam kali pertemuan dan dilaksanakan di dalam kelas.

Data penelitian diperoleh dengan cara observasi langsung dan observasi tidak langsung. Observasi langsung dilakukan dengan mengamati kegiatan yang terjadi selama pembelajaran di kelas. Sedangkan observasi tidak langsung dilakukan dengan mengamati hasil rekaman kegiatan pembelajaran yang telah direkam menggunakan alat perekam "*handy-cam*" secara menyeluruh dan perekam suara yang dibawa oleh guru sendiri yang selalu menyala saat pembelajaran berlangsung. Kegiatan pembelajaran dilaksanakan selama enam kali pertemuan, tiap pertemuan berlangsung maksimal 2 jam pelajaran (1JP=45menit). Materi pembelajaran yang diamati adalah kaidah pencacahan di kelas XI IPA_3 SMA Kolese De Britto.

Kegiatan analisis data meliputi tiga langkah, yaitu reduksi data, kategori data, dan penarikan kesimpulan. Reduksi data adalah proses membandingkan bagian-bagian data untuk menghasilkan topik-topik data. Reduksi data terdiri dari transkripsi dan penentuan topik-topik data. Transkripsi adalah penyajian kembali sesuatu yang tampak dan terdengar dalam hasil rekaman video dalam bentuk narasi tertulis. Sedangkan penentuan topik-topik data adalah deskrispsi secara ringkas mengenai bagian data yang mengandung makna tertentu yang diteliti. Penetuan kategori data merupakan proses membandingkan topik-topik data satu sama lain untuk menghasilkan kategori-kategori data. Kategori data adalah gagasan abstrak yang mewakili makna tertentu yang terkandung dalam sekelompok topik data. Penarikan kesimpulan adalah proses

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

mandiskripsikan fenomena yang diteliti dengan cara menemukan dan mensintesakan hubungan-hubungan di antara kategori-kategori data.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Reduksi data

Dalam bagian ini data dibandingkan untuk menghasilkan topik-topik data deskripsi interaksi guru dan siswa. Interaksi guru dan siswa merupakan interaksi yang terjadi selama proses pembelajaran menggunakan buku ajar. Beberapa contoh topik data dapat dilihat pada Tabel 1 berikut.

Tabel 1. Contoh Topik Data Interaksi Guru dan Siswa

Topik Data	Bagian Data
Guru mengucapkan selamat pagi dan bertanya apakah sudah berdoa. Siswa membalas salam dan menjawab bahwa sudah berdoa.	I.1-6
Guru meminta siswa membaca buku ajar halaman 53-54 tentang penggunaan peluang dalam Hukul *Mendel* dan sejarah ilmu hitung peluang.	I.202-203
Salah satu siswa belum paham dengan penjelasan contoh soal 20 dan bertanya pada guru. Guru kemudian menjelaskan kembali contoh soal 20 kepada seluruh siswa.	V.136-151
Guru menuliskan soal-soal latihan yang dibuat guru. Siswa diminta mencatat dan mengerjakannya.	VI.275-296
Guru meminta siswa mengerjakan latihan soal dari buku ajar dengan nomor soal yang sudah ditentukan. Guru berkeliling memeriksa pekerjaan siswa. Beberapa siswa bertanya saat guru menghampiri siswa.	IV.426-449
Beberapa siswa bertanya pada guru dengan maju ke depan saat guru duduk di kursi guru. Guru membimbing dan menjelaskan kepada siswa yang bertanya ke depan.	VI.232-385
Guru mengajak siswa membahas soal nomor 5-9 yang belum dibahas untuk dibahas bersama. Guru juga membahas beberapa cara menyelesaikan masalah kaidah pencacahan. Guru meminta beberapa siswa maju mengerjakan kemudian menjelaskannya. Siswa kemudian maju mengerjakan.	III.11-33
Guru mengajak siswa lain maju mengerjakan nomor berikutnya tapi siswa tidak ada yang maju, sehingga guru memberi masukan bahwa hal itu adalah kebiasaan jelek. Kalau siswa tidak menyelesaikan soal dengan tuntas maka akan berdampak pada hasil ulangan karena tidak semua soal akan dibahas di kelas. Siswa harus aktif mengerjakan di depan bila diberi kesempatan dan bertanya yang tidak tahu.	II.12
Guru membagi kelas dalam 6 kelompok, di mana tiap kelompok diminta mengerjakan satu soal pada buku ajar yaitu nomor 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 18. Guru memberikan waktu kepada siswa untuk berdiskusi. Siswa terlihat berdiskusi dengan kelompoknya.	III.49-56
Guru menunggu beberapa siswa selesai mengerjakan di papan tulis sambil berkeliling melihat diskusi dari kelompok lain yang belum maju. Pada saat berkeliling siswa kelompok yang mengerjakan nomor 18 bertanya bagaimana menyelesaikan soal dengan cara tabel. Guru kemudian membimbing siswa tersebut.	III.105-122
Guru mengajak siswa yang mengerjakan nomor 13 maju menjelaskan. Kemudian siswa yang mengerjakan nomor 13 maju ke depan menjelaskan kepada siswa lain yaitu tentang menyusun 9 rumah dimana 6 rumah di salah satu sisi, sedangkan 3 rumah di sisi lainnya. Siswa tersebut meralat jawabannya, maka guru meminta siswa menyampaikan kepada siswa lain kalau jawabannya telah dia ralat.	III.326-332
Guru menjelaskan kembali kepada siswa agar lebih jelas dan meminta siswa membandingkan dengan soal nomor 10 b latihan 1 agar tahu bedanya.	III.333

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Guru meminta siswa melanjutkan untuk mengerjakan soal nomor 4 karena belum dibahas. Guru juga menyampaikan materi yang akan dibahas pada pertemuan selanjutnya yaitu *filling slot*.	I.420-421

Kategorisasi Data

Topik-topik data di atas dibandingkan untuk menghasilkan kategori-kategori data interaksi guru dan siswa, seperti disajikan dalam Tabel 2 berikut.

Tabel 2. Kategori dan Subkategori Data Interaksi Guru dan Siswa

No	Kategori dan Subkategori	Topik Data
1	Guru membuka pelajaran dengan menyapa siswa dan siswa menjawab salam.	Guru mengucapkan selamat pagi dan bertanya apakah sudah berdoa. Siswa membalas salam dan menjawab bahwa sudah berdoa.
2	Guru dan siswa membahas materi	
	a) Guru meminta siswa membaca materi maupun contoh soal pada buku ajar	Guru meminta siswa membaca buku ajar halaman 53-54 tentang penggunaan peluang dalam Hukul *Mendel* dan sejarah ilmu hitung peluang.
	b) Siswa bertanya materi atau contoh soal yang belum dipahami kemudian guru dan siswa membahas bersama dengan tanya jawab	Salah satu siswa belum paham dengan penjelasan contoh soal 20 dan bertanya pada guru. Guru kemudian menjelaskan kembali contoh soal 20 kepada seluruh siswa.
3	Guru dan siswa membahas latihan soal	
	a) Guru meminta siswa mengerjakan latihan soal baik dari buku ajar maupun soal dari guru	Guru menuliskan soal-soal latihan yang dibuat guru. Siswa diminta mencatat dan mengerjakannya.
	b) Siswa bertanya pada guru saat guru berkeliling melihat pekerjaan siswa	Guru meminta siswa mengerjakan latihan soal dari buku ajar dengan nomor soal yang sudah ditentukan. Guru berkeliling memeriksa pekerjaan siswa. Beberapa siswa bertanya saat guru menghampiri siswa.
	c) Siswa maju ke depan menuliskan jawabannya kemudian menjelaskan dan dibahas kembali oleh guru	Beberapa siswa bertanya pada guru dengan maju ke depan saat guru duduk di kursi guru. Guru membimbing dan menjelaskan kepada siswa yang bertanya ke depan.
4	Guru dan siswa membahas latihan soal pekerjaan rumah	
	a) Siswa maju ke depan menuliskan jawabannya kemudian menjelaskan kepada siswa lain	Guru mengajak siswa membahas soal nomor 5-9 yang belum dibahas untuk dibahas bersama. Guru juga membahas beberapa cara menyelesaikan masalah kaidah pencacahan. Guru meminta beberapa siswa maju mengerjakan kemudian menjelaskannya. Siswa kemudian maju mengerjakan.
	b) Guru menegur agar siswa aktif mengerjakan soal	Guru mengajak siswa lain maju mengerjakan nomor berikutnya tapi siswa tidak ada yang maju, sehingga guru memberi masukan bahwa hal itu adalah kebiasaan jelek. Kalau siswa tidak menyelesaikan soal dengan tuntas maka akan berdampak pada hasil ulangan karena tidak semua soal akan dibahas di kelas. Siswa harus aktif mengerjakan di depan bila diberi kesempatan dan bertanya yang tidak tahu.
5	Guru memandu diskusi kelompok	

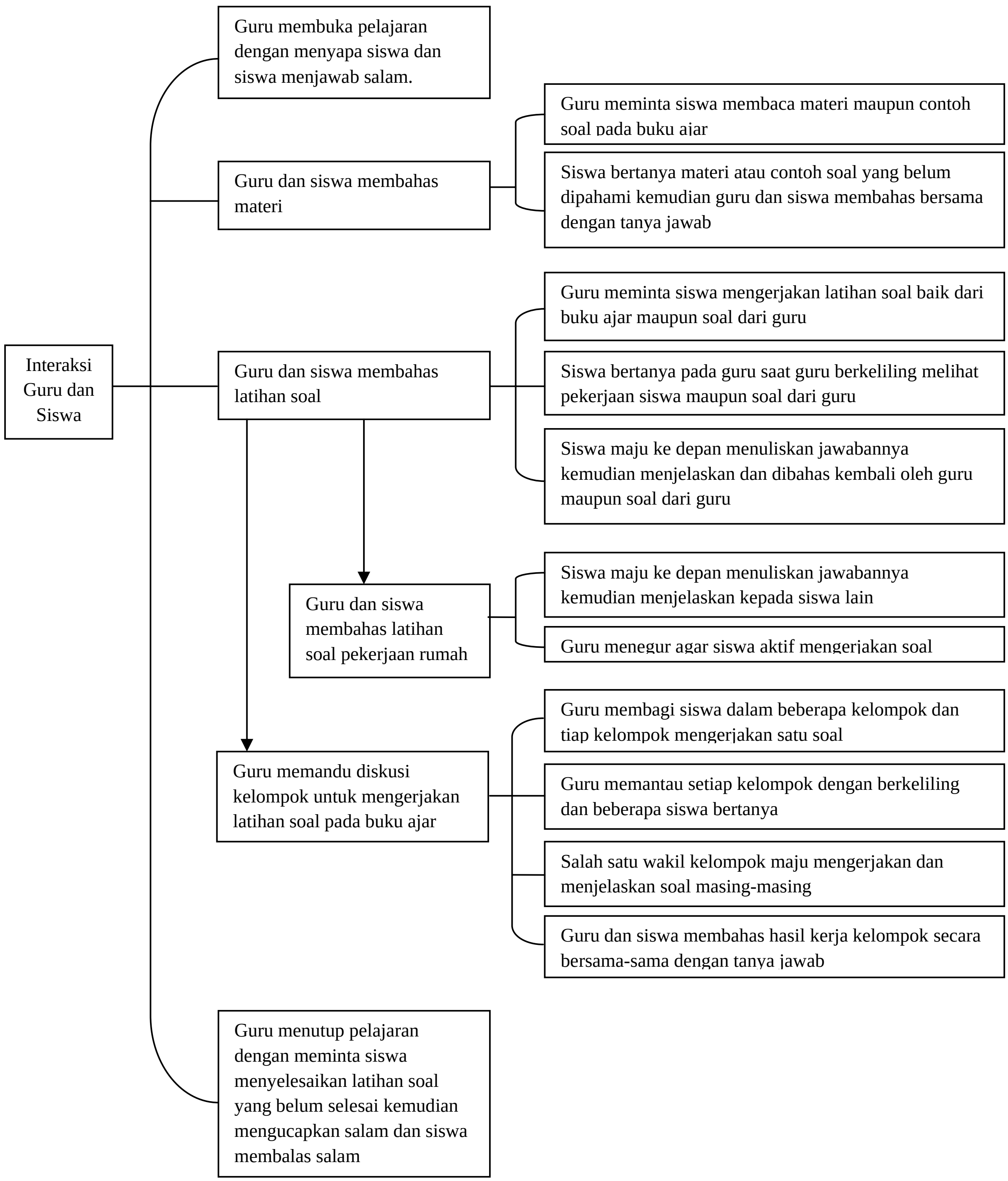
	untuk mengerjakan latihan soal pada buku ajar	
	a) Guru membagi siswa dalam beberapa kelompok dan tiap kelompok mengerjakan satu soal	Guru membagi kelas dalam 6 kelompok, di mana tiap kelompok diminta mengerjakan satu soal pada buku ajar yaitu nomor 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 18. Guru memberikan waktu kepada siswa untuk berdiskusi. Siswa terlihat berdiskusi dengan kelompoknya.
	b) Guru memantau setiap kelompok dengan berkeliling dan beberapa siswa bertanya	Guru menunggu beberapa siswa selesai mengerjakan di papan tulis sambil berkeliling melihat diskusi dari kelompok lain yang belum maju. Pada saat berkeliling siswa kelompok yang mengerjakan nomor 18 bertanya bagaimana menyelesaikan soal dengan cara tabel. Guru kemudian membimbing siswa tersebut.
	c) Salah satu wakil kelompok maju mengerjakan dan menjelaskan soal masing-masing	Guru mengajak siswa yang mengerjakan nomor 13 maju menjelaskan. Kemudian siswa yang mengerjakan nomor 13 maju ke depan menjelaskan kepada siswa lain yaitu tentang menyusun 9 rumah dimana 6 rumah di salah satu sisi, sedangkan 3 rumah di sisi lainnya. Siswa tersebut meralat jawabannya, maka guru meminta siswa menyampaikan kepada siswa lain kalau jawabannya telah dia ralat.
	d) Guru dan siswa membahas hasil kerja kelompok secara bersama-sama dengan tanya jawab	Guru menjelaskan kembali kepada siswa agar lebih jelas dan meminta siswa membandingkan dengan soal nomor 10 b latihan 1 agar tahu bedanya.
6	Guru menutup pelajaran dengan meminta siswa menyelesaikan latihan soal yang belum selesai kemudian mengucapkan salam dan siswa membalas salam	Guru meminta siswa melanjutkan untuk mengerjakan soal nomor 4 karena belum dibahas. Guru juga menyampaikan materi yang akan dibahas pada pertemuan selanjutnya yaitu *filling slot*.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Penarikan Kesimpulan

Dari kategori-kategori data ditemukan hubungan-hubungannya. Kesimpulan dapat disampaikan dalam bentuk diagram pohon pada Diagram 1 berikut.

Diagram 1. Kategori dan Subkategori Interaksi Guru dan Siswa



ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

PEMBAHASAN

Interaksi Belajar Mengajar

Menurut Sudjana (1995), interaksi belajar mengajar dapat dilihat dalam empat hal yaitu tanya jawab atau dialog antara guru dengan siswa atau antara siswa dengan siswa, bantuan guru terhadap siswa yang mengalami kesulitan belajar, baik secara individu maupun kelompok, teguran guru, dan peran guru sebagai fasilitator.

Keempat interaksi belajar mengajar telah tampak pada pembelajaran pertama sampai dengan pertemuan keenam. Adapun interaksi yang terjadi berupa tanya jawab guru dengan siswa saat membahas materi dan contoh soal, guru membantu siswa dengan menjelaskan saat siswa bertanya baik individu maupun kelompok, guru menegur siswa yang tidak mengerjakan pekerjaan rumah dan yang tidak mau maju mengerjakan di depan, dan guru memfasilitasi pengalaman belajar siswa dengan buku ajar.

Buku Ajar Membantu dalam Kegiatan Belajar Mengajar

Menurut *National Center for Vocational Education Research Ltd/National Center for Competency Based Training*, bahan ajar adalah segala bentuk bahan yang digunakan untuk membantu guru/instruktor dalam melaksanakan kegiatan belajar mengajar di kelas. Buku ajar merupakan salah satu bahan ajar yang penting dalam kegiatan belajar mengajar (Majid, 2009).

Dari hasil penelitian ini, buku ajar telah membantu guru dalam melaksanakan kegiatan belajar mengajar di kelas. Adapun interaksi yang terjadi menggunakan buku ajar dalam pertemuan pertama sampai dengan pertemuan keenam sebagai berikut: Guru meminta siswa membuka buku ajar dan membaca materi maupun contoh soal kemudian dibahas guru dan siswa membahas bersama, siswa bertanya pembahasan contoh soal pada buku ajar yang belum dipahami kemudian guru menjelaskan, guru membawa buku ajar sambil menuliskan materi atau soal di papan tulis, siswa membawa buku ajar saat maju ke depan mengerjakan di papan tulis untuk melihat soal, guru meminta siswa mengerjakan latihan soal yang terdapat pada buku ajar kemudian dibahas bersama, guru memberi pekerjaan rumah dari latihan soal yang terdapat pada buku ajar, siswa melakukan refleksi dari pertanyaan-pertanyaan yang terdapat pada buku ajar.

Hasil penelitian menunjukkan buku ajar telah membantu guru dalam melaksanakan kegiatan belajar mengajar di kelas karena dapat menuntun siswa belajar. Namun dari hasil penelitian ini, dapat dilihat bahwa guru hanya berpedoman pada buku ajar baik dari penyampaian materi, contoh soal, dan latihan soal sehingga siswa kurang begitu aktif menyampaikan pendapat. Guru cenderung banyak menggunakan metode ceramah dalam pertemuan pertama sampai dengan pertemuan keenam. Hal ini perlu dipikirkan kembali agar interaksi yang terjadi lebih bervariasi dan tidak membosankan.

SIMPULAN DAN SARAN

Penelitian ini menghasilkan deskripsi interaksi antara guru dan siswa dalam pembelajaran matematika menggunakan buku ajar ”Matematika Kontekstual untuk SMA/MA Kelas XI Program Studi Ilmu Pengetahuan Alam” pada topik kaidah pencacahan di Kelas XI IPA SMA Kolese De Britto Tahun Ajaran 2011/2012. Dari hasil penelitian dapat disimpulkan interaksi guru dan siswa yang terjadi adalah sebagai berikut. Pertemuan I: Guru bersama siswa membahas materi dan latihan soal dari buku ajar dengan tanya jawab dan siswa bertanya saat guru berkeliling memeriksa pekerjaan siswa. Pertemuan II: Guru memberi latihan soal untuk dikumpulkan, guru dan siswa membahas materi dengan tanya jawab, dan siswa meminta latihan soal. Pertemuan III: Guru membagi siswa dalam kelompok untuk mengerjakan soal dari buku ajar, siswa berdiskusi, dan siswa bertanya saat guru berkeliling memeriksa pekerjaan siswa. Pertemuan IV: Guru bersama siswa membahas materi dan latihan soal dari buku ajar dengan tanya jawab, siswa bertanya saat guru menjelaskan materi dan saat guru berkeliling memeriksa pekerjaan siswa. Pertemuan V: Guru bersama siswa membahas materi dan latihan soal dari buku ajar dengan tanya jawab, siswa bertanya saat guru menjelaskan materi dan saat guru berkeliling memeriksa pekerjaan siswa. Pertemuan VI: Guru dan siswa membahas materi dan latihan soal dari buku ajar dengan tanya jawab, siswa bertanya saat guru berkeliling memeriksa pekerjaan siswa dan siswa maju ke depan saat guru duduk di kursi guru.

Untuk penelitian dan implementasi lebih lanjut di masa datang, diberikan beberapa saran berikut. (i) Pengambilan data pada saat guru melakukan tanya jawab di depan kelas belum maksimal, dikarenakan jarak antara alat perekam suara yang dibawa guru dengan siswa terutama siswa yang duduk di belakang cukup jauh dan suara siswa

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

pada saat menjawab kurang keras, sehingga alat perekam tidak dapat menangkap dengan jelas apa yang dikatakan siswa. Oleh sebab itu untuk penelitian yang akan datang, disarankan guru bisa menjelaskan kepada siswa agar siswa menyampaikan pendapatnya dengan lebih keras sehingga alat perekam suara dapat menangkap suara siswa. (ii) Penggunaan instrumen penelitian berupa lembar pengamatan belum begitu efisien, dikarenakan saat melakukan pengamatan peneliti menulis semua kegiatan dan peristiwa yang terjadi saat kegiatan pembelajaran berlangsung. Oleh sebab itu, pada penelitian yang akan datang lebih baik peneliti menyiapkan hal-hal apa saja yang akan diamati sehingga apa yang peneliti tulis dapat terpakai semua dan penulisan dalam lembar pengamatan akan menjadi lebih efisien.

DAFTAR PUSTAKA

Majid, Abdul. 2009. *Perencanaan Pembelajaran: Mengembangkan Standar Kompetensi Guru*. Bandung: PT Remaja Rosdakarya.

Sardiman, A. M. 1986. *Interaksi dan Motivasi Belajar-Mengajar*. Jakarta: Rajawali.

Sudjana, Nana. 1995. *Penilaian Hasil Proses Belajar Mengajar*. Bandung: PT. Remaja Rosdakarya.

Sriyanto, Catur Supatmono. *Matematika Kontekstual untuk SMA / MA Kelas XI Program Studi Ilmu Pengetahuan alam*. Klaten : PT Intan Pariwara.

Tarigan, H.G. & Tarigan,D. 1986. *Telaah Buku Teks Bahasa Indonesia*. Bandung : Angkasa.

Wardani, Wahyu. 2010. *Analisis Teks Buku Sekolah Elektronik (BSE) IPS Terpadu Kelas VII SMP/MTS terbitan DEPDIKNAS pada Kompetensi Dasar Mendiskripsikan Gejala Atmosfer dan Hidrosfer serta Pengaruhnya bagi Kehidupan*. Malang : Universitas Negeri Malang.

P – 27

Peningkatan Hasil Belajar Melalui Metode Guided Discovery Bermuatan Karakter Berbantuan CD Pembelajaran Materi Bangun Datar Kelas 5

Oleh :
Isticharoh
SDSN Batursari 6
Email : isticharohspd@gmail.com

Dalam Undang-Undang Sistem Pendidikan Nasional Bab V Pasal 13 ayat 1 ditetapkan bahwa pendidikan dasar diselenggarakan untuk mengembangkan dan membekali peserta didik dengan IPTEK dan IMTAQ. Khusus untuk mengembangkan IMTAQ, pendidikan karakter diperlukan terutama pada pembelajaran matematika.

Pelajaran matematika merupakan salah satu mata pelajaran yang dirasa cukup sulit dan tidak menarik bagi siswa, terutama pada materi bangun datar. Hal ini berdampak buruk bagi prestasi/ hasil belajar siswa, terbukti dari belajar siswa kelas VA SDSN Batursari 6 dalam 2 tahun terakhir. Tahun 2009/2010 rata-rata ulangan harian 5,8 dari KKM 6,7 dengan prosentase ketuntasan klasikal 54%. Tahun 2010/2011 rata-rata ulangan harian 6,0 dari KKM 6,7 dengan prosentase ketuntasan klasikal 59%. Merujuk pendapat Hamdani (2011:60) dengan ketuntasan individual 75 dan ketuntasan klasikal 85 % jelas jauh dari berhasil.

Untuk mengatasi hal itu peneliti berusaha mencari solusi dengan mengembangkan pembelajaran menggunakan metode guied discovery berbasis karakter dengan berbantuan CD Pembelajaran. Karena pembelajaran ini memiliki kelebihan : siswa aktif, mampu menemukan konsep sendiri, mampu berpikir analisis serta mampu membentuk karakter kejujuran dan kerjasama.

Penelitian ini dengan 1 kelas kontrol dan 1 kelas eksperimen sebagai subyek penelitian. Kelas subjek penelitian diberikan perlakuan pembelajaran menggunakan metode guied discovery berbasis karakter dengan berbantuan CD pembelajaran dan kelas kontrol dengan pembelajaran konvensional.

Dari penelitian ini didapat data adanya peningkatan hasil belajar dari 6,0 dengan ketuntasan klasikal 59% menjadi 7,6 ketuntasan individual dan 83% ketuntasan klasikal.

Dari analisis data penelitian dapat disimpulkan bahwa metode guided discovery bermuatan Karakter berbantuan CD Pembelajaran dapat meningkatkan hasil belajar pada Materi Bangun Datar kelas V.

Keyword : pembelajaran guided discovery, pendidikan karakter, CD pembelajaran

BAB I PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Pendidikan dasar dan wajib belajar 9 tahun, merupakan salah satu upaya mening katkan mutu sumber daya manusia Indonesia. Dalam Undang-Undang Nomor 2 Tahun 1989 tentang Sistem Pendidikan Nasional Bab V Pasal 13 ayat 1 ditetapkan bahwa pendidikan dasar diselenggarakan untuk mengembangkan kemampuan serta memberikan pengetahuan dan keterampilan dasar yang diperlukan untuk hidup dalam masyarakat serta mempersiapkan peserta didik yang memenuhi persyaratan untuk mengikuti pendidikan menengah. Dari pernyataan di atas terdapat dua sasaran pada pendidikan dasar yaitu sebagai berikut.

1. Membekali peserta didik dengan IPTEK dan IMTAQ untuk hidup di masyarakat.
2. Mempersiapkan peserta didik untuk melanjutkan ke jenjang pendidikan menengah.

Tujuan Umum matematika ini relevan dengan nilai-nilai pendidikan karakter yang akhir-akhir ini dibahas baik di Lembaga Penjaminan Mutu Pendidikan, Kampus maupun dinas pendidikan terkait sehingga memberikan peluang dimasukkannya nilai pendidikan karakter dalam pembelajaran matematika.Pendidikan karakter dapat dilakukan dengan berbagai pendekatan dan dapat berupa berbagai kegiatan yang dilakukan secara interakurikuler maupun ekstrakurikuler. Dalam kegiatan interakurikuler karakter dapat diintegrasikan dalam setiap mata pelajaran , sedangkan kegiatan ekstra kurikler dilakukan di luar jam pelajaran (Kemendiknas, 2011)

Pelajaran matematika merupakan salah satu mata pelajaran yang dirasa cukup sulit dan tidak menarik bagi banyak siswa di sekolah. Hal ini berdampak buruk bagi prestasi/ hasil belajar siswa. Adanya bukti dari hasil evaluasi pelajaran matematika tiap semester maupun ujian akhir masih sering di bawah standart mata pelajaran lain. Keadaan ini sungguh sangat memprihatinkan. Salah satu cara dalam mengatasi keadaan ini adalah bagaimana agar siswa mampu berperan secara aktif dalam mengembangkan kemampuan yang dimilikinya untuk bisa memahami, mengerti,mengamati,merencanakan, melaksanakan, mengkomunikasikan hasil dan lain sebagainya.

Bukti lain menujukkan rendahnya penguasaan dan pemahaman materi Bangun datar adalah prestasi belajar siswa kelas VA SDSN Batursari 6 dalam 2 tahun terakhir dibawah KKM yang ditetapkan 6,7 seperti disajikan pada tabel 1.1.

Tahun Pelajaran	Rata-rata Ulangan Harian	Ketuntasan Klasikal	JumlahResponden
2009 / 2010	5,8	27 siswa (54%)	48 siswa
2010 /2011	6,0	31 siswa (59%)	52 siswa

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Hal itu perlu adanya strategi guru dalam proses belajar mengajarnya yaitu melalui metode atau model yang digunakan dalam proses pembelajarannya yang sesuai dengan materi yang akan diajarkan,karena selama ini lebih cenderung ke teacher-centered. Usaha perbaikan pembelajaran di sekolah secara profesional harus dimiliki oleh guru . Berbagai upaya yang dapat dilakukan guru untuk meningkatkan pembelajaran , antar lain: menigkatkan aktivitas / kreativitas peserta didik , meningkatkan prestasi belajar dan peningkatan motivasi belajar siswa. Motivasi merupakan dorongan dasar yang menggerakkan seseorang yang bertingkah laku (Uno,2009 : 1) Motivasi yang kuat muncul pada diri siswa akan ditunjukkan melalui intensitas kerja kelompok dalam melakukan suatu tugas , terlibat dalam aktivitas pembelajaran.

Bangun datar merupakan salah satu materi yang diajarkan pada jenjang Sekolah Dasar. Di kelas 5 Semester 1 bangun datar difokuskan pada pembahasan luas daerah. Secara umum materi geometri ini akan diteruskan pembahasannya di tingkat SMP maupun SMA, oleh karena itu pembahasan di tingkat SD akan menjadi dasar dan pondasi bagi siswa terutama pada bab geometri. Untuk meningkatkan hasil belajar siswa ini terutama dalam hal geometri, dapat dimulai dari penanaman konsep yang benar tentang geometri itu sendiri sehingga tidak terjadi salah tafsir.

Siswa kelas VA SDSN Batursari 6 masih cukup banyak yang mengalami kesulitan ketika mempelajari materi bangun datar, salah satunya mencari luas bangun datar dengan rata-rata tingkat ketuntasan belajar hanya berkisar antara 60% sampai 70% saja.

Peneliti berusaha mencari solusi untuk mengatasi masalah tersebut di atas dengan menggunakan metode guied discovery berbasis karakter dengan berbantuan CD Pembelajaran.

1.2. Rumusan Permasalahan

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, maka dapat dirumuskan permasalahan adalah sebagai berikut.

1.Apakah motivasi siswa kelas V SDSN Batursari 6 akan meningkat melalui metode Guided Discovery Bermuatan Karakter Berbantuan CD Pembelajaran Materi Bangun Datar Kelas 5 sehingga meningkat pula hasil belajar siswa?

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

2. Bagaimana meningkatkan kreativitas siswa kelas V SDSN Batursari 6 melalui metode Guided Discovery Bermuatan Karakter Berbantuan CD Pembelajaran Materi Bangun Datar Kelas 5 sehingga akan meningkatkan hasil belajar siswa?

1.3. Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah :

Sesuai dengan rumusan masalah penelitian ini , Peningkatan hasil belajar metode Guided Discovery bermuatan karakter berbantuan CD Pembelajaran materi bangun datar mempunyai tujuan penelitian sebagai berikut :

1. Meningkatkan motivasi siswa kelas V SDSN Batursari 6 melalui metode Guided Discovery Bermuatan Karakter Berbantuan CD Pembelajaran Materi Bangun Datar Kelas 5 sehingga meningkatkan hasil belajar siswa.
2. Meningkatkan kreativitas siswa kelas V SDSN Batursari 6 melalui metode Guided Discovery Bermuatan Karakter Berbantuan CD Pembelajaran Materi Bangun Datar Kelas 5 sehingga meningkat pula hasil belajar siswa.

1.4. Manfaat Penelitian

Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat antara lain sebagai berikut.

1. Bagi guru dan sekolah, mendapat masukan tentang penggunaan metode discovery bermutan karakter dengan bantuan CD Pembelajaran , sehingga dapat meningkatkan motivasi siswa dan kreativitas belajar siswa, pada khususnya serta meningkatkan mutu pendidikan pada umumnya.

2. Bagi siswa memperoleh cara belajar matematika yang lebih aktif dan kreatif , yang dapat meningkatkan kemampuan siswa dalam memahami materi yang diajarkan guru.

3.Bagi peneliti menambah wawasan, pengetahuan dan ketrampilan peneliti, khususnya yang terkait dangan penelitian yang menggunakan metode guided discovery bermuatan pendidikan karakter dengan berbantuan CD Pembelajaran.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

BAB II . KAJIAN TEORI

2.1. Pembelajaran Matematika

Bruner (Suherman, 2003:170), dengan mengenal konsep dan struktur yang terdapat dalam bahan yang sedang dibicarakan, siswa akan mampu memahami materi yang harus dikuasai. Jadi dalam proses pembelajaran siswa belajar aktif untuk menemukan prinsip-prinsip dan mendapatkan pengalaman, sedangkan peran guru untuk mendorong dan memberikan fasilitas belajar bagi siswa dalam melakukan aktivitasnya.

2.2. Teori Belajar yang mendukung Penelitian

2.2.1. Teori Belajar Bruner

Salah satu model kognitif yang sangat berpengaruh adalah model dari Jerome Bruner (1966) yang dikenal dengan nama belajar penemuan (*discovery learning*). Bruner menganggap bahwa belajar penemuan sesuai dengan pencarian pengetahuan secara aktif oleh manusia dan dengan sendirinya memberikan hasil yang paling baik. Bruner menyarankan agar anak hendaknya belajar melalui berpartisipasi aktif dengan konsep-konsep dan prinsip-prinsip agar mereka dianjurkan untuk memperoleh pengalaman dan melakukan eksperimen-eksperimen yang mengizinkan mereka untuk menemukan konsep dan prinsip itu sendiri.

2.2.2. Teori Belajar Van Hiele

Crowley (1987:7-12) menjelaskan aktivitas-aktivitas yang dapat digunakan untuk tiga tahap:

1. Aktivitas Tahap 0 (Visualisasi) : bangun-bangun geometri diperhatikan berdasarkan penampakan fisik sebagai suatu keseluruhan.
2. Aktivitas Tahap 1 (Analisis): dapat mengungkapkan sifat-sifat bangun geometri
3. Aktivitas Tahap 2 (Deduksi Informal) : mampu mempelajari keterkaitan antara sifat-sifat dan bangun geometri yang dibentuk.

2.2.3. Teori Belajar Vygotsky

Pengaruh karya Vygotsky (dalam Irwanto) terhadap dunia pengajaran dijabarkan oleh Smith *et al.* (1998).Anak tetap dilibatkan dalam pembelajaran aktif, guru harus secara aktif mendampingi setiap kegiatan anak-anak. Dalam istilah teoritis, ini berarti anak-anak bekerja dalam zona perkembangan proksimal dan guru menyediakan scaffolding bagi anak selama melalui ZPD.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Dari ketiga teori belajar Bruner dan Vygotsky serta Van Hiele menyarankan agar anak hendaknya belajar melalui berpartisipasi aktif dengan konsep-konsep dan prinsip-prinsip agar mereka memperoleh pengalaman dan melakukan eksperimen-eksperimen yang mengizinkan mereka untuk menemukan konsep dan prinsip itu sendiri.

2.3. Pembelajaran Metode Guided Discovery

Pembelajaran *discovery* ialah suatu pembelajaran yang melibatkan siswa dalam proses kegiatan mental melalui tukar pendapat, dengan berdiskusi, membaca sendiri dan mencoba sendiri, agar anak dapat belajar sendiri. Beberapa keunggulan metode penemuan juga diungkapkan oleh Suherman, dkk (2001: 179) sebagai berikut:

2.4. Pendidikan Karakter

Prinsip pembelajaran yang digunakan dalam pengembangan pendidikan budaya karakter bangsa mengusahakan agar peserta didik mengenal dan menerima nilai-nilai budaya dan karakter bangsa sebagai milik mereka dan bertanggung jawab atas keputusan diambilnya melalui tahapan mengenal pilihan, menilai pilihan, menentukan pendirian, danselanjutnya menjadikan suatu nilai sesuai dengan keyakinan diri. Dengan prinsip ini, peserta didik belajar melalui proses berpikir, bersikap, dan berbuat. (Kemendiknas , 2010 : 11)

2.5. Pembelajaran berbantuan CD Pembelajaran

Pendekatan dalam pembelajaran dimaksudkan sesuatu jalan, cara, atau kebijaksanaan yang ditempuh oleh guru atau siswa dalam pencapaian tujuan pembelajaran jika dilihat dari cara proses pembelajaran atau materi pembelajaran dikelola (Depdiknas, 2004). Strategi pembelajaran pada penelitian ini berdasar pemilihan kompetensi dasar seperti yang dijabarkan di atas akan memilih pendekatan yang memerankan tugas terstruktur dengan CD pembelajaran.

2.6. Materi Bangun Datar

Bangun datar adalah bagian dari bidang datar yang dibatasi oleh garis-garis lurus atau lengkung (Imam Roji, 1997).Bangun datar dapat didefinisikan sebagai bangun yang rata yang mempunyai dua demensi yaitu panjang dan lebar, tetapi tidak mempunyai tinggi atau tebal (Julius Hambali, Siskandar, dan Mohamad Rohmad, 1996).Berdasarkan pengertian tersebut dapat ditegaskan bahwa bangun datar merupakan bangun dua demensi yang hanya memiliki panjang dan lebar, yang dibatasi oleh garis lurus atau lengkung

2.7. Kreativitas belajar, Motivasi Belajar , Hasil Belajar Matematika

KreativitasBelajar

Seseorang dikatakan kreatif tentu ada indikator-indikator yang menyebabkan seseorang itu disebut kreatif. Indikator yang sebagai ciri dari kreativitas dapat diamati dalam dua aspek yakni aspek aptitute dan nonaptitute. Ciri-ciri aptitute adalah ciri-ciri yang berhubungan dengan kognisi atau proses berpikir, sedangkan ciri-ciri nonaptitute adalah ciri-ciri yang lebih berkaitan dengan sikap atau perasaan. Berdasarkan hasil penelitian yang menunjukan indikator kreativitas dikemukan oleh (Munandar, S. C. U, 1992) sebagai berikut :

1.Dorongan ingin tahu besar.
2. Sering mengajukan pertanyaan yang baik
3. Memberikan banyak gagasan atau usul terhadap suatu masalah
4. Bebas dalam menatakan pendapat
5. Mempunyai rasa keindahan
6.Menonjol dalam salah satu bidang
7. Mempunyai pendapat sendiri dan dapat mengungkapkannya, tidak mudah terpengaruh oleh orang lain
8.Mempunyai rasa humor
9. Daya imajinasi yang kuat
10. Keaslian (orisinalitas) tinggi (tampak dalam ungkapan gagasan, karangan, dan sebagainya; dalam pemecahan masalah menggunakan cara-cara orisinal, yang jarang diperlihatkan orang lain.
11.Dapat mencoba sendidri
12. Senang mencoba hal-hal baru

Motivasi

Motivasi berasal dari kata motive yang artinya adalah faktor- faktor dalam diri seseorang yang mendorong terjadinya jenis tingkah laku tertentu.Proses timbulnya motif ini disebut motivasi .Ada beberapa rumusan motivasi antara lain :

a.Motivasi adalah kekuatan mental yang mendorong seseorang untuk belajar (Dimyati dan Mudjiono,2006 : 80)

b.Motivasi adalah segala sesuatu yang mendorong sesorang untuk bertindak melakukan sesuatu (Ngalim Purwanto,1992 : 60). Dalam penelitian ini yang dimaksud motivasi adalah suatu usaha yang disadari untuk mempengaruhi tingkah laku siswa agar tergerak hatinya untuk bertindak melakukan sesuatu sehingga mencapai hasil belajar yang diinginkan

Hasil Belajar

Sementara itu,Arikunto , 1990: 133 (dalam Zhalabe) mengatakan bahwa hasil belajar adalah hasil akhir setelah mengalami proses belajar, perubahan itu tampak dalam perbuatan yang dapat diaamati, dan dapat diukur". Nasution (1995 : 25) mengemukakan bahwa hasil adalah suatu perubahan pada diri individu. Perubahan yang dimaksud tidak halnya perubahan pengetahuan, tetapi juga meliputi perubahan kecakapan, sikap, pengertian, dan penghargaan diri pada individu tersebut.

2.8. Kerangka Berfikir

Kesulitan siswa dalam pembelajaran bangun datar menyebabkan mencari solusi untuk mengatasi.Pembelajaran dengan Metode GD bermuatan pendidikan karakter dimana siswa dalam pembelajaran ditanamkan karakter kejujuran, kerjasama dan rasa ingin tahu, pada materi bangun datar dengan berbantuan CD Pembelajaran merupakan upaya mengarahkan peserta didik untuk berpikir konkrit. Belajar secara konkrit lebih menyenangkan, mengaktifkan, dan mudah dipahami,serta meningkatkan kreativitas dan motivasi. Perlakuan tersebut diberikan kepada kelas Eksperimen sedangkan kelas Kontrol diberikan pembelajaran secara konvensional. Metode Discovery diharapkan siswa akan menemukan konsep secara kreatif dan meningkatakan motivasi belajar sehingga meningkat pula hasil belajar siswa.

2.9. Hipotesis

Dari uraian di atas dapat dikemukakan hipotesis .

Metode Guided Discovery Bermuatan Karakter Berbantuan CD Pembelajaran dapat meningkatkan kreativitas dan motivasi siswa SDSN Batursari 6 materi Bangun Datar Kelas 5 sehingga meningkat pula hasil belajar siswa

BAB III METODE PENELITIAN

3.1. Jenis Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian eksperimen dengan dua kelas 1 kelas kontrol dan 1 kelas eksperimen sebagai subyek penelitian. Kelas subjek penelitian diberikan perlakuan pembelajaran menggunakan metode guied discovery bermuatan penididikan karakter dengan berbantuan CD pembelajaran dan kelas kontrol dengan pembelajaran konvensional.

3.2.Instrumen Penelitian

Instrument penelitian yang dikembangkan dalam penelitian ini meliputi : lembar pengamatan motivasi siswa, lembar pengamatan kreativitas siswa , Lembar Penilaian Hasil Belajar kelas Kontrol dan Kelas Eksperimen, RPP dan Silabus yang bermuatan karakter.

3.3.Setting Penelitian

Tempat : SDSN Batursari 6

Waktu : Penelitian dimulai bulan September 2011- November 2011

3.4.Subjek Penelitian

Peserta didik SDSN Batursari 6 kelas V A sebagai kelas Eksperimen dan VB sebagai kelas Kontrol .

3.5 .Indikator Kinerja

Pembelajaran aktif adalah suatu pembelajaran yang memungkinkan peserta didik untuk dapat belajar dengan mudah , menyenangkan dan dapat tercapai tujuan pembelajaran sesuai dengan harapan. Pembelajaran dikatakan aktif jika setelah diujicobakan pada kelas eksperimen memperoleh hasil : (1) rata-rata presentasi motivasi lebih dari atau sama dengan 75 % (2) rata-rata kelas hasil belajar kelas eksperimen mencapai KKM 6,7 (3) Rata-rata hasil belajar kelas eksperimen lebih baik daripada kelas kontrol.(4) Terdapat pengaruh positif motivasi dan kreativitas siswa terhadap hasil belajar.

3.6.Tehknik analisis data uji ketuntasan

Hasil belajar yang hendak diuji ketuntasannya dalam penelitian ini ada tiga jenis yaitu motivasi siswa, kreativitas siswa, dan hasil belajar siswa.

Uji Ketuntasan Hasil Belajar Siswa

Uji ketuntasan prestasi belajar digunakan untuk mengetahui ketercapaian ketuntasan siswa pada materi bangun datar dibandingkan dengan Kriteria Ketuntasan Minimal SDSN Batursari 6 dengan ketuntasan klasikal 70%.

Analisa uji ketuntasan prestasi secara klasikal juga dapat menggunakan program SPSS. Dalam penelitian ini olah data menggunakan *One Sample Test.*

Selanjutnya hasil tersebut dibandingkan dengan nilai t table menggunakan $dk = n-1$ dan $\alpha = 5\%$. Terima Ho jika $-t_{1-\frac{1}{2}\alpha, n-1} < t < t_{1-\frac{1}{2}\alpha, n-1}$.

Sedangkan untuk uji ketuntasan hasil belajar individual digunakan uji proporsi dua pihak. Hipotesis statistiknya sebagai berikut:

Hipotesis Ho : $\pi = 67\%$

H_1 : $\pi \neq 67\%$

Rumus yang digunakan untuk menghitung ketuntasan hasil belajar individual (Sudjana, 2005: 233-234) adalah sebagai berikut:

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$$z = \frac{\frac{x}{n} - \pi_0}{\sqrt{\frac{\pi_0(1-\pi_0)}{n}}}$$

BAB IV
HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Penelitian ini menggunakan dua kelas yaitu kelas kontrol dan kelas eksprimen , kelas kontrol dengan pembelajaran konvensional dan kelas eksperimen metode guided discovery berbantuan CD Pembelajaran bermuatan karakter dengan hasil tindakan berupa hasil pengamatan kreativitas, motivasi dan hasil belajar kelas eksperimen dan hasil belajar kelas kontrol.Dengan One T-Test sebagai berikut :

T-Test MOTIVASI

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Motivasi	49	78.265	8.0072	1.1439

One-Sample Test

	Test Value = 80					
	t	Df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
Motivasi	-1.516	48	.136	-1.7347	-4.035	.565

Pembahasan :

Interpretasi output:

$H_0 : \bar{x} = 80$

$H_1 : \bar{x} \neq 80$

Terlihat pada output sig 13,6 = 13,6 % > 5 % maka H0 diterima artinya motivasi pembelajaran tersebut mencapai rataan 80. Jadi dengan menggunakan metode Guided Discoveri berbantuan CD Pembelajaran kelas VA dalam pembelajaran Bangun Datar dapat mencapai skor yang cukup tinggi.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

T-Test KREATIVITAS

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Kreativitas	49	66.739	7.7564	1.1081

One-Sample Test

	Test Value = 68					
	T	Df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
Kreativitas	-1.138	48	.261	-1.2612	-3.489	.967

Pembahasan :

Interpretasi output:

$$H_0 : \bar{x} = 68$$

$$H_1 : \bar{x} \neq 68$$

Terlihat pada output sig 26,1 = 26,1 % > 5 % maka H0 diterima artinya kreativitas pembelajaran tersebut mencapai rataan 68. Jadi dengan menggunakan metode Guided Discoveri berbantuan CD Pembelajaran kelas VA dalam pembelajaran Bangun Datar dapat mencapai skor yang cukup tinggi.

T-Test HASIL BELAJAR KELAS EKSPERIMEN

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Kelas Eksp	49	8.286	1.5275	.2182

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

One-Sample Test

	Test Value = 67					
	t	Df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference Lower	Upper
Kelas Eksp	-269.063	48	.000	-58.7143	-59.153	-58.276

Interpretasi output:

$H_0 : \bar{x} = 6{,}7$

$H_1 : \bar{x} \neq 6{,}7$

Terlihat pada output sig = 0,000 = 0,00% < 5 % maka H0 ditolak dan menerima H1. Jadi rataan hasil belajar tidak sama dengan 6,7. Penyelidikan lanjut melihat rataan empiris adalah 8,286 merupakan nilai yang lebih besar dari 6,7. Jadi dengan menggunakan metode Guided Discovery berbantuan CD Pembelajaran kelas VA dalam pembelajaran Bangun Datar dapat mencapai skor yang cukup tinggi dapat dibenarkan.

T-Test HASIL BELAJAR KELAS KONTROL

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Kelas kontrol	45	5.978	2.0504	.3057

One-Sample Test

	Test Value = 67					
	T	Df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference Lower	Upper
Kelas kontrol	-199.646	44	.000	-61.0222	-61.638	-60.406

Interpretasi output:

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$H_0 : \bar{x} = 6{,}7$

$H_1 : \bar{x} \neq 6{,}7$

Terlihat pada output sig = 0,000 = 0,00% < 5 % maka H0 ditolak dan menerima H1. Jadi rataan hasil belajar tidak sama dengan 6,7. Penyelidikan lanjut melihat rataan empiris adalah 5,978 merupakan nilai yang kurang dari 6,7. Jadi pada kelas Konvensional tanpa menggunakan metode Guided Discovery berbantuan CD Pembelajaran kelas VB dalam pembelajaran Bangun Datar belum mencapai skor dapat dibenarkan.

T-Test Hasil Uji Banding Berpasangan Variabel Hasil Belajar Kelas Eksperimen dengan Kelas Kontrol

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	Kls Eksp	7.556	45	2.1273	.3171
	Kls kontrol	5.978	45	2.0504	.3057

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	Kls Eksp& Kls kontrol	45	-.034	.827

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower	Upper			
Pair 1	Kls Eksp Klas kontrol	1.5778	3.0037	.4478	.6754	2.4802	3.524	44	.001

Interpretasi output:

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$ (*rataan prestasi belajar kelas eksperimen dan kelas kontrol sama*)

$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ (*rataan prestasi belajar kelas eksperimen dan kelas kontrol beda*)

Terlihat pada output sig = 0,001 = 0,1% < 5%, maka H0 ditolak dan H1 diterima artinya bahwa rataan hasil belajar kelas eksperimen dan hasil belajar kelas kontrol keduanya berbeda. Jadi Variable hasil belajar kelas eksperimen lebih baik daripada hasil belajar kelas kontrol.

BAB V PENUTUP

C. Simpulan

Berdasarkan perolehan hasil pengamatan dan hasil penelitian dapat dikemukakan bahwa:

1.Proses pembelajaran dengan metode GD dan alat bantu CD Pembelajarn ternyata efektif. Kreativitas dan motivasi peserta didik ditunjukkan dengan skor nilai pengamatan 78.265 % dan 66.739 % kriteria amat baik.

2.Dengan metode *GD bermuatan Karakter* dan alat bantu belajar CD Pembelajaran efektivitas pembelajaran tinggi, indikator kerja yang diharapkan dapat dipenuhi, rata-rata perolehan nilai kelas eksperimen 8.286 % dan kelas kontrol 5.978 %

DAFTAR PUSTAKA

Anthony Herrington,dkk, Journal of Mathematics Teacher Education , *Learning to teach and Assess Mathematics using Multimedia* : A Teacher Development Project ,Kluwer Academic Publisher 1 : 89-112 Vol 1,1998, Nedherlands

Benedict O. Emunemu ,(Volume 6, Number 4 (2008) *Private Sector Participation in Education and Skills* Dept. of Educational Management, University of Ibadan, Ibadan, Nigeria

Bobango, J.C.. 1993. Geometry for All Student: Phase-Based Instruction. Dalam Cuevas (Eds). *Reaching All Students With Mathematics*. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics,Inc.

Crowley, M.L. 1987. The van Hiele Model of the Geometric Thought.. Dalam Linquist, M.M. (eds) *Learning ang Teaching Geometry*, K-12. Virginia: The NCTM, Inc

Hudojo, Herman (2003). *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*.Malang: Jurusan Pendidikan Matematika, FMIPA Universitas Negeri Malang

Kemendiknas BPPK,2010 *Pengembangan Pendidikan Budaya dan Karakter Bangsa Pedoman Sekolah* , Jakarta

Kemendiknas. 2010. *Pengembangan Pendidikan Budaya dan Karakter Bangsa*. Jakarta

Kemendiknas. 2011. *Pedoman Pelaksanaan Pendidikan Karekter*. Jakarta

Ngalim Purwanto. 1992. *Psiklogi Pendidikan*. Bandung. PT Remaja Rosdakarya

Murman. 2010. *Indikator Ketuntasan Nilai Efektif dan Kreativitas.* http://blogspot.com/2010/07

Paerun,Irwanto. 2011. Teori Piaget, Vygotsky, dan Bruner. http://irwantop.blogspot.com/2011/03/teori-piaget-vygotsky-danbruner.html

Perkins, D. N. (1988). *Creativity in the Quest for Mechanism in the R. J.* Strernberg And E. E. Smith (Eds.). The Psychology of Human thuoght (pp, 309-336). New York: Cambridge University Press.

Peraturan Menteri Pendidikan Nasional No. 22 Tahun 2006 tanggal 23 Mei 2006 tentang Standar Isi.

Russefendi,E.T.2005.*PengantarMultimedia*http://www.ex.ac.lecturer.ukdw.ac.id/anton/ download/multimedia1.pdf.diakses 15 februari 2007

Suherman, dkk. 2001. *Common TexBook Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. Bandung: Jurusan Pendidikan Matematika UPI Bandung.

Supinah,dkk. 2011. *Pengembangan Pendidikan Budaya dan Karakter Bangsa melalui Pembelajaran Matematika di SD* . Jogjakarta: P4TK

Tarko, A. J. 1995. *Creativity in the Classroom School of Curious Delight*. New York : Longman Publishers USA.

Tatag Yuli Eko Siswono, (2009)*Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreatif Siswa* FMIPA Universitas Negeri Surabaya

Tom J.Chalko 1, NU Journal of Discovery. *Earth explode as a result of Global Warming* Vol 3, May 2001. page 1 of 9

Uno,H.B. 2009. Model *Pembelajaran Menciptakan Proses Belajar Mengajar yang Kreatif dan Efektif*. Jakarta : PT Bumi Aksara

Zhalabe. 2011. *Belajar dan Hasil Belajar*.http://zhalabe.blogspot.com./ 2011/11/belajar dan hasil belajar.html

P – 28

Implementasi Pendekatan *Problem Posing* Untuk Meningkatkan Kemampuan Penyelesaian Masalah, Berpikir Kritis Serta Mengeliminir Kecemasan Matematika

Oleh :
Ketut Sutame
Mahasiswa Pasca Sarjana UNY Prodi Pendidikan Matematika

Salah satu tujuan pembelajaran matematika, diantaranya adalah memecahkan masalah (NCTM :2000). Berpikir kritis juga merupakan elemen yang tidak dapat dipisahkan dari kemampuan pemecahan masalah (Marcut, Christensen & Martin (Killen, 2009:248), Glazer (2001: 14)).Suasana pembelajaran matematikapun harus menyenangkan untuk siswa (Depdiknas nomor 41 tahun 2007). Fakta pembelajaran matematika masih berorentasi pada *teacher centered* (Ahmad Fauzan (2002), Ho (Kaur & Yeap Ban Har, 2009: 6)). Akibat pembelajaran *teacher centered*, siswa hanya mampu menyelesaikan masalah rutin yang berimbas pada rendahnya kemampuan berpikir kritis (PISA(2009), TIMSS (2007)) serta munculnya kecemasan matematika (*math anxiety*) (Arem (2003: 19), Wu (Thijsse: 2002), Sabri et al (2009)). Pendekatan problem posing mampu mengeliminir kecemasan matematika (Brown & Walter, 2005: 166-167), komponen penting dalam pemecahan masalah (Brown & Walter, 2005: 2), Menstimulus siswa untuk berpikir dengan kualitas tinggi (De Lange (Lin: 2004)).
Kata kunci: Problem posing, Kemampuan penyelesian masalah, kemampuan berpikir kritis, kecemasan matematika.

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Matematika memiliki peranan yang sangat penting dalam perkembangan dan kemajuan IPTEK. Hal ini dipahami karena matematika merupakan sebuah disiplin ilmu yang mengkombinasikan antara fakta dan kemampuan berpikir logis, sistematis, analitis, kritis dan kreatif. Menurut *National Council of Teachers of Mathematics* atau NCTM (2000:52) menyatakan bahwa "*problem solving is an integral part of all mathematics learning, and so it should not be an isolated part of the mathematics program*". *Problem solving* merupakan bagian integral dari matematika. Pembelajaran matematika yang menyenangkan salah satu indikatornya adalah siswa tidak mengalami kecemasan dalam pembelajaran. Menurut Sabri *et al* (2009), munculnya kecemasan saat pelajaran matematika dapat disebabkan oleh strategi pembelajaran tidak tepat yang digunakan oleh guru. Selanjutnya Rossnan (2006) menjelaskan, jika siswa mengalami kecemasan terhadap matematika, akan menyebabkan siswa tersebut tidak mampu menggunakan matematika untuk kehidupan sehari-harinya.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Pembelajaran yang dirancang oleh guru hendaknya mampu mengembangkan potensi yang dimiliki oleh siswa diantanya adalah kemampuan penyelesian masalah. NCTM menegaskan problema solving harus menjadi fokus dalam kurikulum matematika. *"Problem solving should be the central focus of the mathematics curriculum"*. Menurut Bell (1978:311) pemecahan masalah dapat membantu siswa belajar fakta matematika, keterampilan, konsep dan prinsip-prinsip dengan menggambarkan aplikasi dari objek matematika dan saling keterkaitan antara objek yang lain.

Kemampuan menyelesaikan masalah berkaitan dengan kemampuan berpikir kritis. Paul & Elder (2008) menegaskan pentingnnya berpikir kritis. Hal ini dikarenakan aktivitas berpikir kritis memiliki beberapa keistewemaan diantaranya adalah mengumpulkan dan menilai informasi yang relevan.

Tututan idealisme dari pemerintah dan pihak lain yang fokus pada upaya peningkatan kualitas pembelajaran matematika di Indonesia cenderung bermasalah. Berdasarkan laporan *Programme for International Student Assessment* (*PISA*) pada tahun 2009 dan *Trends In Internasional Mathematics And Science Study* (TIMSS) tahun 2007 memberikan gambaran rendahnya kemampuan siswa Indonesia untuk dalam menyelesaikan soal yang berkarakter *problem solving*. Data tersebut juga memberikan gambaran tentang rendahnya kemampuan siswa dalam berpikir kritis. Aktivitas berpikir kritis diperlukan dalam *problem solving* (Marcut:2005, Christensen & Martin (Killen, 2009:248)

Rendahnya kemampuan menyelesaikan masalah yang dihadapi oleh siswa secara langsung berimplementasi pada rendahnya kemampuan berpikir kritis. Menurut Moore & Stanley (2010: 6) aktivitas berpikir kritis melibatkan komponen análisis, síntesis dan evaluasi. Menurut Glazer (2001: 14) kemampuan berpikir kritis akan dilibatkan oleh siswa, jika siswa menghadapi situasi (masalah) non rutin atau tidak familier. Masalah yang non rutin adalah karakter dari problema solving (Clark, 2009: 1).

Ahmad Fauzan (2002), menggambarkan pembelajaran matematika di kelas sebagai berikut. "*The teachers become the centres of almost all activities in the classrooms in which the pupils are treated as an 'empty box' that needs to be filled. This situation is certainly not conducive either for mathematics teaching or for the* *learning process*". Guru menjadi pusat pembelajaran pada setiap aktivitas pembelajaran dengan menjadi siswa sebagai kotak kosong. Keadaan yang demikian tidak kondusif untuk pembelajaran proses. Ho (Kaur & Yeap Ban Har, 2009: 6) menemukan dalam pembelajaran guru masih sangat dominan (*teacher centered*). Menurut Barr & Tagg (Weissinger, 2004: 40), guru hanya menyampaikan pesan berupa informasi tidak menyentuh pada hal-hal yang merangsang siswa untuk berpikir kritis.

Menurut NCTM (2000: 357) menyebutkan bahwa, "*problem posing and problem solving led to a deeper understanding of both content and process*". Pembelajaran yang melibatkan pendekatan problem posing dan problem solving akan memunculkan pemahaman yang lebih baik terhadap materi dan proses pembelajaran.

Perasaan tertekan atau kecemasan dalam pembelajaran matematika (*math anxiety*) dapat diatasi dengan menggunakan pendekatan *problem posing* (Brown & Walter, 2005: 166-167). Menurut hasil peneltian Akay & Boz (2010) menunjukan bahwa *problem posing* dapat memunculkan sikap positif terhadap pembelajaran matematika.*Problem posing* merupakan komponen yang penting dalam *problem solving* (Brown & Walter, 2005: 2). De Lange (Lin:2004) merokomendasikan pendekatan *problem posing* sebagai pendekatan pembelajaran yang mestimulus siswa untuk berpikir dengan kualitas tinggi. Penggunaan problem posing dalam pembelajaran matematika mampu meningkatkan *children's mathematical development* (mengembangkan kematematikaan pada siswa) dan siswa dapat fokus pada sebuah masalah (English & Halford , 1995: 304).

Berbagai macam kelebihan dalam pendekatan *problem posing* mampu mengatasi permasalahan-permasalahan di atas. *Problem posing* dapat menstimulus siswa untuk berpikir kritis, mengeliminir *math anxiety* dan juga membantu siswa untuk menyelesaikan permasalahan matematika.

B. Tujuan

Tujuan dari makalah ini adalah untuk mendeskripsikan keefektifan pendekatan *problem posing* ditinjau dari kemampuan menyelesaikan masalah matematika, kecemasan matematika dan kemampuan berpikir kritis .

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

C. Manfaat

Adapun manfaat atau kegunaan yang nantinya dapat dipetik dari studi eksperimental ini adalah sebagai berikut:

1. Manfaat teoretik

   Secara teoritik, penelitian ini dapat membantu perkembangan pengetahuan khususnya yang terkait dengan pendekatan pembelajaran dalam pembelajaran matematika.

2. Manfaat praktis

   Bagi Guru Matematika Memberikan pendekatan pembelajaran alternatif yang dapat digunakan dalam proses pembelajaran khususnya matematika dalam rangka meningkatkan kemampuan siswa dalam menyelesaikan masalah matematika, berpikir kritis serta meminimalis kecemasan belajar matematika.

BAB II
LANDASAN TEORI

A. Pendekatan Problem Posing

Problem posing memiliki beberapa istilah ada beberapa istilah yang diperkenalkan oleh peneliti atau penulis dalam medefinisikan problem posing. Souto-Manning (2010: 38) menyimpulkan bahwa problem posing merupakan aktivitas "*pose problem as they try to understand a situation*". Siswa mengajukan pertanyaan dari situasi yang telah ia pahami. Menurut Silver (1994), "*problem posing refers to both the generation of new problems and the re-formulation,of given problem*". Problem posing merupakann aktivitas pembelajaran yang melibatkan pembentukan masalah dan meformulasikan masalah yang diberikan. Menurut Leung (Kar et al, 2010) problem posing adalah pembentukan masalah baru dari permasalahan yang diberikan. Abu-Elwan (2000) mendefinisikan problem posing merupakan sebuah proses pembelajaran yang meliputi aktivitas membuat masalah dari masalah yang diberikan, membuat strategi untuk menyelesaikan masalah baru dan mengaitkan informasi berdasarkan permasalahan yang telah diberikan.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Berdasarkan beberapa pendapat mengenai definisi dari problem posing, ada beberapa aspek yang terdapat dalam problem posing yakni, masalah yang diberikan, pengajuan masalah berdasarkan pemahaman terhadap situasi yang diberikan, dan aktivis menyelesaikan masalah baru yang diajukan.

Pendekatan pembelajaran problem posing memiliki karakter pembelajaran berbasis konstruktisme. Menurut Silver (Priest, 2009), aktivitas siswa dalam pembelajaran menggunakan pendekatan problem posing mengacu pada salah satu dari tiga aktivitas matematika. Aktivitas matematika yang dimaksud adalah sebagai berikut.

1) *Pre-solution posing.* Siswa mengajukan permasalahan dari situasi yang diberikan oleh guru. Situasi yang diberikan oleh guru dapat berupa situasi terbuka atau berupa gambar. Siswa diharapkan merespon dari situasi yang diberikan oleh guru.

2) *Within-solution posing*. Masalah diajukan oleh siswa ketika siswa sedang menyelesaikan permasalahan yang diberikan oleh guru. Guru memberikan masalah untuk diselesaikan oleh siswa. Kemudian siswa mengajukan masalah baru ketika menyelesaikan permasalahan yang diberikan oleh guru.

3) *Post-Solution Posing*. Guru memberikan masalah untuk diselesaikan oleh siswa. Kemudian siswa menyelesaikan permasalahan tersebut. Setelah siswa menyelesaikan masalah tersebut, kemudian siswa mengajukan masalah baru.

Pengajuan masalah baru oleh siswa dapat dibantu dengan menggunakan strategi untuk mempermudah pengajuan masalah tersebut. Brown & Walter (2005: 64-65), mendesain rancangan strategi dalam pemngajuan masalah baru oleh siswa. Strategi itu disebut dengan "*What If Not*". Strategi ini menekan pada manipulasi beberapa elemen dalam masalah beserta dampaknya. Strategi ini mengharuskan siswa melaluli lima tahapan atau level.*Pertama*, level 0 adalah *choosing a starting point*. Level ini mengharuskan siswa memulai memilih masalah apa yang akan diajukan. Masalah yang diajukan dapat berupa teorema atau aplikasi matematika. Kedua, Level I adalah *listing attributes*. Langkah kedua ini, siswa mendaftar sifat-sifat atau atribut dari permasalah yang

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

diberikan oleh guru. Ketiga, level II adalah *what-if-not*.Aktivitas pada level ini adalah siswa melakukan manipulasi dari beberapa fakta yang dilis. Keempat, level III adalah *question asking or problem posing*. Level ini, siswa mengajukan permasalahan baru dari permaslahan yang diberikan. Kelima, level IV adalah *analyzing the problem*. Siswa pada level ini menganalisis atau menyelesaikan pertanyaan dari permasalahan baru.

Guru tidak hanya memberika strategi dalam mengajukan masalah baru, tetapi guru harus mengenali situasi dari masalah yang diberikan. Situasi yang harus dikenali oleh guru menyangkut isi dari matematika itu sendiri, level dari siswa, tujuan akhir dari pembelajaran yang ingin diraih serta tipe berpikir matematika yang ingin diukur. Menurut Stoyanova (1996), problem posing dapat dikalisifikasiakan berdasarkan situasi menjadi 3 tipe, yaitu *free problem posing situation* (situasi problem posing bebas), *semi-structured problem posing situation* (situasi problem posing semi-terstruktur), dan *structured problem posing situation* (situasi problem posing terstruktur). Struktur problem posing berdasarkan situasi, dijelaskan sebagai berikut.

1) *Free problem posing situation* (situasi problem posing bebas). Siswa diminta untuk membuat soal secara bebas berdasarkan situasi kehidupan sehari-hari baik dalam sekolah maupun luar sekolah mereka. Siswa diminta mengajukan masalah. Siswa dipandu dengan menggunakan kalimat ”buatlah soal yang sederhana atau kompleks”, buatlah soal yang kamu sukai.tipe ini cocok digunakan untuk mengembangkan tingkat berpikir siswa.

2) *Semi-structured problem posing situation* (situasi problem posing semi-terstruktur).Siswa diberikan suatu situasi “*open-ended*” dan siswa diajak untuk mengeksplorasinya dengan menggunakan pengetahuan, keterampilan, atau konsep yang telah mereka miliki. Bentuk soal yang dapat diberikan adalah soal terbuka (*open-ended problem*), masalah berdasarkan teorema yang spesifik, masalah berdasarkan gambar, serta soal cerita.

3) *Structured problem posing* (problem posing terstruktur). Siswa diminta untuk membuat masalah baru berdasarkan masalah yang diberikan oleh guru. Strategi yang digunakan siswa dalam merancang masalah baru dengan pendekatan polya. Menurut Polya (Stoyanova, 1996), strategi itu yakni:

pertama, mengubah data; *kedua*, merubah situasinya; dan *ketiga*, mengubah data dan situasinya.. Brown dan Walter merancang formula pembuatan soal berdasarkan soal-soal yang telah diselesaikan dengan mevariasikan kondisi atau tujuan dari masalah yang diberikan. Pembelajaran dengan menggunakan pendekatan problem posing mengharuskan guru benar-benar kaya akan strategi untuk mengajak siswa aktif dalam pembebelajaran.

B. Kecemasan Matematika (*Math anxiety*)

Kecemasan merupakan perasaan yang muncul secara manusiawi.Kecemasan muncul merupakan sebuah reaksi dari suatu keadaan. Menurut Mayer (2008: 4), Kecemasan didefinisikan sebagai keadaan agitasi intens, firasat, ketegangan,dan ketakutan, yang terjadi dari ancaman nyata atau dianggap bahaya yang akan datang. Dregen & Aiken (Hellum & Alexander, 2010) mendefinisikan bahwa *math anxiety* merupakan adanya sindrom yang diakibatkan oleh respon emosional dari pelajaran matematika. Sheffield & Hunt (2007) menyertakan pengaman yang buruk dalam matematika, seperti ungkapannya "*math anxiety is the feelings of anxiety that some individuals experience when facing mathematical problems*". Maksudnya adalah kecemasan matematika merupakan perasaan cemas yang muncul dari pengalaman yang tidak menyenangkan dalam pembelajaran matematika.

Ashcraft & Faust (Sheffield & Hunt, 2007) menjelaskan lebih lanjutnya tentang *math anxiety*."*feelings of tension, apprehension, or even dread that interferes with the ordinary manipulation of number and the solving of mathematical problems*". Perasaan ketegangan, ketakutan, atau bahkan ketakutan yang mengganggu dalam manipulasi matematika biasaya dalam pemecahan masalah matematika. Hal yang sama juga disampaikan oleh Richardson & Suinn (Thijsse: 2002), bahwa kecemasan matematika adalah perasaan tegang dan cemas yang hadir ketika berkaitan dengan pemecahan masalah dalam metematika. Luo, Wang & Luo (2009) menjelaskan "*mathematics anxiety refers to such unhealthy mood responses which occur when some students come upon mathematics problems and manifest*". Kecemasan matematika mengacu pada perasaan yang tidak menyenagkan berkaitan dengan ketika siswa dihadapkan dengan masalah matematika dan

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

turunannnya. Posamentier (2010: 5) menjelaskan bahwa kecemasan matematika merupakan respon (siswa) terhadap tekanan sepanjang waktu dalam pembelajaran dalam kelas berupa kegiatan tes, persaingan dalam keluarganya, atau di tempat kerja. Jadi kecemasan matematika adalah respon negatif terhadap matematika yang disebabkan oleh rendahnya kemampuan dalam menyelesaikan permasalahan matematika (tes), adanya pengalaman buruk pada saat pembelajaran matematika yang berakibat pada kecemasan, stres, dan ketegangan mental dan fisik.

C. Kemampuan Berpikir Kritis

Berpikir kritis merupakan komponen yang penting dalam kehidupan manusia. Berpikir kritis akan diperlukan dalam suasana yang tidak biasa. Biasanya muncul jika manusia dihadapkan dalam pengambilan keputusan. Menurut Irwin, Nardone & Wallace (2008: 1) mendefinisikan berpikir kritis merupakan istilah umum yang digunakan untuk berbagai keterampilan kognitif dan disposisi intelektual yang dibutuhkan untuk secara efektif mengidentifikasi, menganalisis, dan mengevaluasi argumen dan klaim kebenaran, untuk menemukan dan mengatasi prasangka dan bias pribadi, untuk merumuskan dan menyajikan alasan yang meyakinkan mendukung kesimpulan; dan untuk membuat masuk akal, keputusan cerdas tentang apa yang harus percaya dan apa yang harus dilakukan. Definisi berpikir kritis secara sosial dikenalkan oleh Paul & Elder (2002: 15) mendefinisikan berpikir kritis adalah cara berpikir (tentang topik apapun, konten, atau masalah) di mana pemikir meningkatkan kualitas pemikiran-nya dengan terampil mengambil alih dari struktur yang melekat dalam berpikir dan menerapkan standar intelektual atas mereka.

Berpikir kritis yang berkaitan dengan matematika memiliki pengkhususan, jika dibandingkan dengan definisi berpikir kritis secara umum. Glazer (2001: 13) Kemampuan berpikir kritis dalam matematika didefinisikan oleh Glazer (2001: 13), berpikir kritis dalam matematika adalah kemampuan dan disposisi untuk menggabungkan pengetahuan sebelumnya, penalaran matematika, dan strategi kognitif untuk menggeneralisasi, membuktikan, atau mengevaluasi situasi matematika yang asing dengan cara reflektif. Jadi berkritis adalah sebuah proses berpikir kognitif dengan berbagai keterampilan untuk mengidentifikasi,

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

menganalisis, dan mengevaluasi argumen dan klaim kebenaran, pencarian elemen untuk menarik kesimpulan, dan kemampuan untuk menjelaskan penalaran dalam situasi tertentu.

D. Kemampuan Penyelesaian Masalah

Masalah dalam matematika memiliki makna yang berbeda dengan makna masalah dalam kehidupan sehari-hari. Masalah dalam matematika lebih cenderung memiliki makna kematimatikaan. Jonanassen (2004: 3) mendefinisikan masalah dalam dua konteks. *Pertama*, masalah sebagai sesuatu yang bersifat entitas dalam beberapa konteks (*problem is an unknown entity in some context*). *Kedua*, masalah merupakan menemukan dan menyelesaikan dari yang tidak diketahui yang berbasis pada sosial, kultural atau bernilai intelektual *(problem is finding or solving for the unknown must have some social, cultural, or intellectual value*). Menurut Lester (Shumway, 1980: 287) mendefinisikan masalah sebagai situasi dimana perorangan ataupun grup diminta untuk menyelesaikan sebuah tugas yang belum tersedia algoritma yang sesuai sebagai metode penyelesaian. Masalah dalam matematika merupakan soal-soal matematika yang belum diketahui prosedur pemecahannya oleh siswa sehingga tidak secara otomatis mengetahui solusi yang tepat untuk menyelesaikannya.

BAB III
KESIMPULAN

Isu pendidikan matematika dunia pada abad ini berkaitan dengan meningkatkan kemampuan siswa dalam implementasi dalam kehidupan sehari-hari. Kemampuan yang dimaksud adalah penyelesaian masalah dan berpikir kritis. Siswa akan mampu mengembangkan potensi yang dimilikinya sesuai dengan tuntutan kurikulum, jika siswa tidak mengalami kecemasan dalam belajar matematika.

Para ahli merekomendasikan pendekatan problem posing sebagai salah satu alternatif untuk meningkatkan kemampuan menyelesaikan masalah, kemampuan berpikir kritis dan mengeliminir kecemasan matematika. Karakter pendekatan problem posing yang unik memiliki kecenderungan mampu menampilankan pembelajaran matematika yang bermakna bagi siswa.

DAFTAR PUSTAKA

Ahmad Fauzan. (2002). Applying Mathematics Education (RME) In Teaching Geometry In Indonesia Primary Schools.*Thesis University Of Twete*: Ducth

Bell, F. H. (1981). *Teaching and learning mathematics (In secondary school),* Second Printing, Lowa: Wm, C. Browm Company Publisher.

Brown, S. I. & Walter, M. I. (2005). *The Art of Problem Posing*. Lawrence Erlbaum Associates, Inc: New Jersey

Clark, A. (2009). *Problem solving in singapore math.* Artikel Pendidikan Matematika. Singapore : Houghton Mifflin Harcourt Publishers

English, L.D. (1997). *Promoting a Problem-Posing Classroom* (Versi Elektronik). Diambil pada tanggal 8 Oktober 2011 dari http://www.highbeam.com/doc/1G1-20476716 .html.

English, L.D. & Halford, G. S. (1995). *Mathematics Education: Models And Processes*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associatesm,Inc.

Gonzales & Nancy, A. (1998). *Blueprint Problem Posing* (versi elektronik). Diambil pada tanggal 12 Oktober dari http://findarticles.com/p/articles/mi_qa3667/is_199812/ai_n 8817521/

Glazer, E. (2001). *Using Internet Primary Sources To Teach Critical Thinking Skills In Mathematics*. London: Greenwood Press.

Jonassen, D.H. (2004). *Learning To Solve Problem An Instructional Design Guided*. USA: John Weley & Sons, Inc.

Kaur, B & Har, Y.B. (2009). *Mathematical Problem Solving Yearbook 2009, association of Mathematics Educators.* Singapura: World Scientific Publising Co. Pte. Ltd.

Kar, T. Et al. (2010). The Relation Between The Problem Posing And Problem Solving Skills Of Prospective Elementary Mathematics Teachers. *Procedia Social And Behavioral Sciences* 2, pp. 1577-1583.

Lin, P. (2004). Sopporting teachers on Designing Problem-Posing Task as a Tool of Assessment to Understand Students' Mathematical Learning. *Proceeding of the 28th Conference of The International Group for The Psychology of Mathematics Education. Vol. 3, pp. 257-264.* National Hsi-Chu Teachers College; Taiwan.

Mayer, P.D. (2008). *Overcoming School Anxiety*. New York: AMACOM

Muijs, D., & Reynolds, D. (2005). *Effective teaching evidence and practice*. (2nd ed.). London: SAGE Publication.

OECD. (2010). *PISA 2009 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Reading, Mathematics and Science (Volume I).* Diunduh tanggal 7 Agustus 2011, dari www.oecd.org/publishing/corrigenda.

Posamentier, A. S. & Stepelman, J. (1986). *Teaching secondary school mathematics: techniques and enrichment units (2th ed)*. Colombus, Ohio: Merrill Publishing Company.

Posamentier, A.S., Stepelman, J. & Smith, B.S. (2010). *Teaching secondary mathematics: Techniques and Enrichment*. USA: Pearson

Rossnan, S. (2008). Overcoming Math Anxiety. Diunduh tanggal 29 Juni 2011 di http://www.coe.fau.edu/centersandprograms/mathitudes/Math%20Anxiety%20Research%20Paper%202.pdf.

Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematics: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. Dalam D. A. Grouws, (Eds.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (p. 334-366). New York: Macmillan Publishing Company.

Shumway R. J. (Eds.). (1980). *Research in mathematics education*. Reston: National Council Teachers of mathematics

Silver, E. A. (1994). *On Mathematical Problem Posing* (Versi Elektronik). Diambil tanggal 3 Oktober 2011, dari http://www.jstor.org/pss/40248099.

Silver, E. A. & Cai, J. 1996. *An Analysis of Aritmatic Problem Posing by Middle school Students*. Journal for Research in Mathematis Education, V.2, N.5. November 1996, p.521 – 539.

Stoyanova, E. (1996). A Framework for the Classification of Problem-posing Situations in Mathematics Classrooms (Versi elektronik). Diambil tanggal 12 Oktober 2011 dari http://compasstech.com.au/ARNOLD/PAGES/stoya2.htm.

Thijsse, L.J. (2002). The Effects Of A Structured Teaching Method On Mathematics Anxiety And Achievement Of Grade Eight Learners. Thesis Master of Education. University of South Africa.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 29

Pengaruh Model Pembelajaran *Cooperative* Tipe *Group Investigation* (GI) Dan STAD Terhadap Prestasi Belajar Matematika Ditinjau Dari Kemandirian Belajar Siswa

Laila Fitriana
Staf pengajar Pendidikan Matematika Universitas Ahmad Dahlan Yogyakarta
Email: lailaherman@yahoo.com

ABSTRAK

Hasil survey *Programme for International Student Assessment* (PISA) 2000/2001 menunjukkan bahwa siswa lemah dalam geometri, khususnya dalam pemahaman ruang dan bentuk. Sebagai ilustrasi, siswa menghadapi kesukaran dalam membayangkan suatu balok yang berongga di dalamnya. kelemahan penguasaan bahan ajar geometri oleh siswa disebabkan oleh : 1) Kelemahan guru dalam memahami konsep, 2) Model yang digunakan kurang melibatkan aktivitas siswa, 3) Kekeliruan dalam buku penunjang.

Berawal dari masalah tersebut diatas, maka dilakukan penelitian dengan tujuan untuk mengetahui: 1) Menelaah efektifitas model pembelajaran *cooperative* dengan model pembelajaran group investigation (GI) dan model pembelajaran STAD terhadap prestasi belajar geometri. 2) Apakah prestasi belajar matematika siswa yang mempunyai kemandirian belajar tinggi lebih baik daripada prestasi belajar matematika siswa yang mempunyai kemandirian belajar sedang maupun rendah? 3) Apakah terdapat interaksi antara model pembelajaran *cooperative* dengan kemandirian belajar siswa terhadap prestasi belajar?

Jenis penelitian ini adalah penelitian eksperimen semu. Sampel penelitian ini diperoleh dengan gabungan *Stratified Random Sampling* dan *Cluster Random Sampling*. Sampel dalam penelitian ini adalah siswa SMP Negeri 9, SMP Negeri 16, SMP Negeri 24. Pengumpulan datanya dilakukan dengan metode dokumentasi, metode tes, dan metode angket.

Dari Hasil penelitian ini dapat dijelaskan bahwa: 1) Prestasi belajar matematika siswa dengan model pembelajaran cooperative tipe GI lebih baik dari pada model pembelajaran cooperative tipe STAD 2) Prestasi belajar matematika siswa yang mempunyai kemandirian belajar tinggi lebih baik daripada prestasi belajar matematika siswa yang mempunyai kemandirian belajar sedang maupun rendah. 3) Tidak terdapat interaksi antara model pembelajaran cooperative dengan kemandirian belajar siswa terhadap prestasi belajar matematika pada pokok bahasan bangun ruang sisi datar.
Kata kunci : Geometri, STAD, GI dan Kemandirian Belajar

PENDAHULUAN

Masalah yang dihadapi dalam pembelajaran matematika di Indonesia adalah penguasaan mata pelajaran matematika yang masih sangat kurang. Rendahnya penguasaan matematika oleh para siswa Indonesia tercermin dalam rendahnya prestasi siswa Indonesia baik di tingkat internasional maupul di tingkat nasional. Prestasi siswa Indonesia di tingkat internasional masih tertinggal di bandingkan dengan negara-negara lain. Berdasarkan ranking TIMSS 2007, Indonesia menempati rangking ke 36 dari 48 negara yang berpartisipasi dalam kompetisi matematika. Sedangkan untuk rangking PISA 2006, Indonesia menempati rangking 52 dari 57 negara.

Di tingkat nasional, pelaksanaan UN dimulai pada tingkat sekolah menengah pertama (SMP), matematika bersama tiga mata pelajaran lainnya yakni bahasa

Indonesia bahasa Inggris dan IPA diujikan dalam ujian nasional (UN) untuk mengukur kompetensi kelulusan siswa. Rendahnya kompetensi matematika siswa Indonesia juga tercermin dari hasil ujian nasional (UN). Selama beberapa tahun penyelenggaraan, nilai terendah dari hasil UN tingkat SMP/MTs, dicapai oleh mata pelajaran matematika (http://www.puslitjaknov.org/data/file/2008/makalah_peserta/)

Ujian Nasional tahun ajaran 2005/2006 dan 2006/2007, memiliki standar nilai kelulusan yang berbeda. Di tahun ajaran 2005/2006, standar nilai minimal kelulusan adalah 4,50 dengan tidak ada nilai pada mata pelajaran apapun yang dibawah 4,25. Sedangkan untuk tahun ajaran 2006/2007, standar nilai minimal kelulusannya adalah 5,00 dengan dua pilihan. Pilihan pertama adalah rata-rata minimal 5,00 dan tidak ada nilai dibawah 4,25. Pilihan kedua adalah diperbolehkan ada satu mata pelajaran yang mendapatkan nilai 4,00 tetapi dua mata pelajaran lainnya harus mendapatkan nilai minimal 6. Dengan standar tersebut, pencapaian UN pada dua tahun ajaran 2005/2006 dan 2006/2007 masih cukup baik, seperti ditunjukkan oleh Tabel 1.1

Tabel 1.1 Hasil Ujian Nasional SMP

	2005/2006			2006/2007		
	Matematika	**Bahasa Indonesia**	**Bahasa Inggris**	**Matematika**	**Bahasa Indonesia**	**Bahasa Inggris**
Rata-rata Standar Minimal Kelulusan	4,50			5		
Rata-rata Nilai UN	7,08	7,39	6,61	6,92	7,31	6,70
Niai UN Terendah	0,67	0,80	0,80	0,33	0,60	0,40
Nilai UN Tertinggi	10	10	10	10	10	10

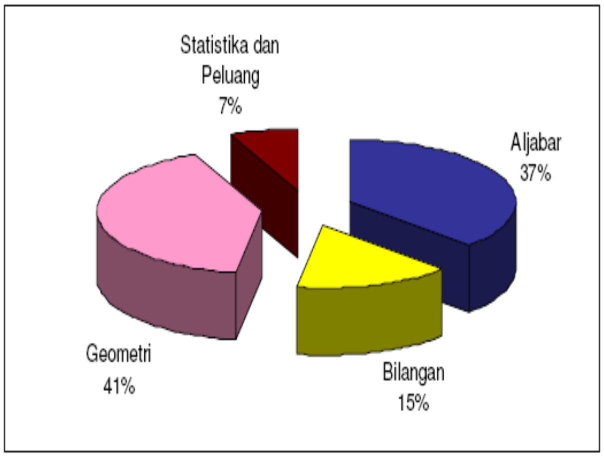
Source: Laporan hasil UN, http://puspendik.com

Aspek topik yang dimaksud dalam penelitian ini adalah standar kompetensi dalam kurikulum. Kurikulum satuan pendidikan SMP/MTs untuk mata pelajaran matematika mempunyai aspek-aspek topik sebagai berikut:

1) Bilangan, 2) Aljabar, 3) Geometri, dan 4) PengukuranStatistika dan Peluang

Penyebaran topik kurikulum matematika tingkat SMP/MTs, disajikan dalam Gambar 1.1.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3



Gambar 1.1. Sebaran Topik Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan Untuk Mata Pelajaran Matematika SMP/MTs

(Sumber: http://www.puslitjaknov.org/data/file/2008/makalah_peserta/)

Hasil pemetaan kurikulum matematika tingkat SMP/MTs menunjukkan bahwa topik geometri mencakup aspek topik paling besar yaitu sebesar 41%. Topik aljabar mencakup 37% dari aspek topik, bilangan 15% dan
statistika dan peluang sebesar 7%.

Geometri ruang telah diajarkan sejak SD, namun ternyata kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal-soal dimensi tiga masih rendah. Sebagai contoh, kadang-kadang siswa tidak dapat mengidentifikasi gambar limas persegi hanya karena penyajian dalam gambar mengharuskan bentuk persegi menjadi bentuk jajargenjang. Dalam kehidupan sehari-hari sebetulnya siswa banyak menjumpai bentuk bangun-bangun ruang, akan tetapi pada kenyataannya siswa masih kesulitan untuk mengimajinasikan bangun ruang tersebut.

Berkenaan dengan pembelajaran geometri, dijelaskan oleh Kerans dalam Kisworo (2000 : 3), bahwa kelemahan penguasaan bahan ajar geometri oleh siswa disebabkan oleh :

1) Kelemahan guru dalam memahami konsep, 2) Model yang digunakan kurang melibatkan aktivitas siswa, 3) Kekeliruan dalam buku penunjang.

Keberhasilan belajar siswa dipengaruhi oleh banyak faktor, dapat berasal dari diri siswa maupun dari guru sebagai pengajar. Seorang guru antara lain harus memiliki kompetensi yang cukup sebagai pengelola pembelajaran. Seorang guru yang memiliki kompetensi diharapkan akan lebih baik, dan mampu menciptakan suasana dan lingkungan belajar yang efektif, sehingga hasil belajar siswa akan optimal. Hal ini dijelaskan oleh Ruseffendi (1991 : 8) bahwa di samping faktor penyebab yang sebagian tergantung pada siswa, terdapat pula faktor yang berasal dari guru, antara lain kemampuan (kompetensi), suasana belajar dan kepribadian guru sebagai manusia model.

Pertanyaan yang timbul adalah bagaimana upaya guru menciptakan pembelajaran dengan komunikasi multi arah, meningkatkan aktivitas, meningkatkan penguasaan konsep, meningkatkan kemampuan pemecahan masalah, dan meningkatkan prestasi belajar siswa? Upaya-upaya yang dapat dilakukan guru untuk meningkatkan aktivitas dan prestasi belajar siswa di antaranya adalah memilih dan menggunakan model pembelajaran yang relevan

Model pembelajaran yang menempatkan siswa sebagai pusat belajar diantaranya adalah model *cooperative learning*. *Cooperative learning* merupakan strategi pembelajaran yang menitikberatkan pada pengelompokan siswa dengan tingkat kemampuan akademik yang berbeda kedalam kelompok-kelompok kecil (Saptono, 2003:32). Zakaria, E. dan Zanaton I, 2007: 37dalam penelitiannya yang berjudul *Promoting cooperative learning in science and mathematics Education* menyatakan penggunaan model pembelajaran *cooperative* pada matematika dan ilmu sains sangat efektif. Ada 5 model yang termasuk dalam model pembelajaran *cooperative*, yaitu: *Group investigation* (GI), *Student Team Achievement Division* (STAD), *Jigsaw*, *Think pair and share*, dan *Make a match.*

Model pembelajaran *cooperative* yang bisa digunakan untuk membelajarkan geometri diantaranya adalah GI dan STAD. Dengan pembelajaran *cooperative* model GI dan STAD siswa belajar bersama, saling membantu, dan berdiskusi bersama-sama dalam menemukan dan menyelesaikan masalah.

Dalam pembelajaran *cooperative*, model GI adalah tipe belajar yang paling sulit diterapkan bila dibandingkan dengan tipe *cooperative* lainnya, seperti *Student Team Achievement Division* (STAD) ataupun Jigsaw. Pada model pembelajaran GI, mengharuskan guru menyiapkan masalah untuk sekelompok siswa pada jenjang kemampuan tertentu. Siswa menghadapi masalah yang kemudian diarahkan kepada menemukan konsep atau prinsip. Karena siswa secara bersama-sama menemukan konsep atau prinsip, maka diharapkan konsep tersebut tertanam dengan baik pada diri siswa yang pada akhirnya siswa menguasai konsep atau prinsip yang baik pula.

Di samping ketepatan penggunaan model pembelajaran, kemandirian belajar siswa akan menentukan keberhasilan studi siswa. Kebanyakan dari siswa belum mampu secara mandiri untuk menemukan, mengenal, memerinci hal-hal yang berlawanan dan menyusun pertanyaan-pertanyaan yang timbul dari masalahnya. Sebab siswa awalnya hanya menurut yang disajikan oleh guru atau masih bergantung pada guru. Keberhasilan belajar tidak boleh hanya mengandalkan kegiatan tatap muka dan tugas terstruktur yang diberikan oleh guru, akan tetapi terletak pada kemandirian belajar. Untuk menyerap dan menghayati pelajaran jelas telah diperlukan sikap dan kesediaan untuk mandiri, sehingga sikap kemandirian belajar menjadi faktor penentu apakah siswa mampu menghadapi tantangan atau tidak.

KAJIAN TEORI

1. Prestasi Belajar Matematika

Prestasi adalah hasil yang telah dicapai (dilakukan, dikerjakan) (Tim Penyusun KBBI, 1993 : 700). Menurut Oemar Malik (2003:159) prestasi adalah hasil yang merupakan indikator adanya dan derajat perubahan tingkah laku siswa. Belajar adalah suatu kegiatan yang tidak dapat dipisahkan dalam kehidupan manusia pada umumnya dan pendidikan pada khususnya baik sengaja maupun tidak sengaja. Hal ini sesuai dengan kodrati manusia ingin selalu maju ke arah optimalisasi menurut tuntutan perkembangan jaman. Untuk mencapai semua itu, maka belajar sangat mutlak diperlukan. Belajar adalah suatu proses perubahan tingkah laku individu melalui interaksi dengan lingkungan (Hamalik, 2001:28). Prestasi belajar matematika adalah hasil yang telah dicapai siswa setelah mengikuti pelajaran matematika baik berupa perubahan perilaku maupun kecakapan yang dinyatakan dengan simbol, angka maupun huruf

2. Pembelajaran *Cooperative*

Menurut Slavin, belajar *cooperative* (*cooperative learning*) adalah suatu model pembelajaran dimana siswa belajar dan bekerja dalam kelompok-kelompok kecil secara kolaboratif yang anggotanya empat sampai enam orang, dengan struktur kelompok heterogen. Sunal & Hans (dalam Hariyanto, 2000: 18) mengatakan bahwa model *cooperative learning* yaitu suatu cara atau pendekatan atau serangkaian strategi yang

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

khusus dirancang untuk memberi dorongan kepada peserta didik agar bekerja sama selama berlangsungnya proses pembelajaran.

Pemakain model pembelajaran *cooperative* sudah dimulai diteliti dan dikembangkan pada pertengahan tahun 1960an (Johnson, David W., 2000) hal ini terlihat pada alur pengembangan dan penelitian pembelajaran *cooperative* pada Tabel 2.

Tabel 2. Alur pengembang dan penelitian tentang pembelajaran *cooperative*

RESEARCHER - DEVELOPER	DATE	METHOD
Johnson & Johnson	Mid 1960s	*Learning Together & Alone*
DeVries & Edwards	Early 1970s	*Teams-Games-Tournaments (TGT)*
Sharan & Sharan	Mid 1970s	*Group Investigation*
Johnson & Johnson	Mid 1970s	*Constructive Controversy*
Aronson & Associates	Late 1970s	*Jigsaw Procedure*
Slavin & Associates	Late 1970s	*Student Teams Achievement Divisions (STAD)*
Cohen	Early 1980s	*Complex Instruction*
Slavin & Associates	Early 1980s	*Team Accelerated Instruction (TAI)*
Kagan	Mid 1980s	*Cooperative Learning Structures*
Stevens, Slavin, & Associates	Late 1980s	*Cooperative Integrated Reading & Composition (CIRC)*

3. *Student Team Achievement Divisions* (STAD)

STAD merupakan salah satu model pembelajaran *cooperative* yang paling sederhana. STAD terdiri dari lima komponen utama yaitu presentasi kelas, tim, kuis, skor kemajuan individual dan rekognisi tim. Lima komponen tersebut adalah:

a. Presentasi Kelas

Materi dalam STAD pada awalnya dipresentasikan dalam presentasi di dalam kelas. Presentasi dimanfaatkan untuk menyampaikan materi pelajaran melalui pembelajaran langsung, diskusi pelajaran yang dipimpin oleh guru atau malalui audiovisual. Dengan cara ini siswa akan lebih menyadari bahwa meraka harus benar-benar memberi perhatian penuh selama proses presentasi kelas karena akan sangat

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

membantu mereka dalam mengerjakan kuis-kuis dan skor kuis mereka akan menentukan skor tim mereka.

b. Tim

Anggota tim terdiri dari empat atau lima siswa yang heterogen baik prestasi maupun jenis kelamin. Fungsi utama dari tim ini adalah memastikan bahwa semua anggota tim benar-benar belajar, dan lebih khusus lagi adalah untuk mempersiapkan anggotanya untuk dapat mengerjakan kuis dengan baik. Setelah guru selesai menyampaikan materinya, seluruh anggota tim berkumpul untuk mempelajari lembar kegiatan atau materi lainnya.

Pada hari pertama kerja tim dalam STAD, guru harus menjelaskan kepada siswa apa artinya bekerja dalam tim. Khususnya, sebelum memulai kerja tim bahaslah aturan tim sebagai berikut:

1) Para siswa punya tanggung jawab untuk memastikan bahwa teman satu tim mereka telah mempelajari materinya.
2) Tak ada yang boleh berhenti belajar sampai semua teman satu tim menguasai pelajaran tersebut.
3) Mintalah bantuan dari semua teman satu tim untuk membantu temannya sebelum teman mereka itu bertanya kepada guru.
4) Teman satu tim boleh saling berbicara satu sama lain dengan suara pelan

c. Kuis

Setelah sekitar satu atau dua periode setelah guru memberikan presentasi dan sekitar satu atau dua periode praktik tim, para siswa akan mengerjakan kuis individual. Para siswa tidak diperbolehkan untuk saling membantu dalam mengerjakan kuis. Sehingga tiap siswa bertanggung jawab secara individual untuk memahami materinya.

d. Skor Kemajuan Individual

Gagasan dari skor kemajuan individual adalah untuk memberikan kepada tiap siswa tujuan kinerja yang akan dapat dicapai apabila mereka bekerja lebih giat dan memberikan kinerja yang lebih baik daripada sebelumnya. Tiap siswa dapat memberikan kontribusi poin maksimal kepada timnya dalam sistem skor ini, tetapi tak ada siswa yang dapat melakukannya tanpa memberikan usaha mereka yang terbaik. Tiap siswa diberikan skor awal yang diperoleh dari rata-rata kinerja sebelumnya dalam mengerjakan kuis yang sama. Siswa selanjutnya akan mengumpulkan poin untuk tim mereka berdasarkan tingkat kenaikan skor kuis mereka dibandingkan dengan skor awal mereka. Bagi tim yang memperoleh skor kemajuan yang tinggi diberikan penghargaan yang akan diberikan oleh guru.

e. Rekognisi tim

Tim akan mendapatkan sertifikat atau bentuk penghargaan yang lain apabila skor rata-rata mereka mencapai kriteria tertentu. Skor tim dihitung berdasarkan skor kemajuan yang dibuat oleh anggota tim. Sesuai dengan rata-rata skor kemajuan kelompok , diperoleh kriteria rata-rata nilai tim dan penghargaanyaseperti tercantum pada Tabel 3. berikut :

Tabel 3 Kriteria Tingkat Penghargaan Kelompok

Kriteria (rata-rata tim)	Penghargaan
15	TIM BAIK
20	TIM SANGAT BAIK
25	TIM SUPER

Dari beberapa penelitian yang telah dilakukan mengenai pembelajaran *cooperative* model STAD menunjukkan bahwa penggunaan metode STAD mampu meningkatkan prestasi belajar siswa. Amstrong, Scott (1998 : 4), dalam penelitiannya tentang penggunaan metode STAD pada siswa tingkat 12 di daerah pinggiran kota Mississippi, menyatakan bahwa dengan penggunaan metode STAD pembelajaran menjadi menyenangkan dan materi pelajaran menjadi mudah dipahami. Adesoji, Francis. A dan Tunde L (2009 : 23), dalam penelitianya tentang efek penerapan STAD dan pengetahuan matematik terhadap hasil akhir pembelajaran kimia kinetik, menyatakan penerapan STAD mempunyai potensi potensi dapat meningkatkan asil akhir pembelajaran di sekolah menengah kimia.

4. Model Pembelajaran *Group Investigation* (GI)

Model pembelajaran ini dikembangkan oleh Sharan & Sharan pada tahun 1970. Model ini merupakan pendekatan yang paling kompleks dan paling sulit diterapkan, bila dibandingkan dengan STAD dan Jigsaw. Siswa dilibatkan dalam perencanaan baik pada topik yang akan dipelajari dan cara-cara untuk memulai investigasi mereka. Hal ini memerlukan norma-norma dan struktur kelas yang lebih canggih bila dibandingkan dengan penggunaan pendekatan lain. Pendekatan ini juga menuntut bahwa siswa diajarkan komunikasi dan keterampilan-keterampilan proses kelompok sebelum mereka menggunakan strategi ini (Killen, 1998: 99).

Guru yang menggunakan investigasi kelompok biasanya membagi kelasnya ke dalam kelompok-kelompok yang heterogen yang terdiri lima hingga enam anggota. Namun dalam beberapa hal kelompok dapat dibentuk berdasarkan persahabatan atau ketertarikan pada topik tertentu. Kedudukan guru dalam model pembelajaran ini, dijelaskan oleh Joyce & Weil (1980: 240) bahwa guru berperan sebagai fasilitator yang mengarahkan proses yang terjadi dalam kelompok (membantu siswa merumuskan rencana, melaksanakan, mengelola kelompok). Ia berfungsi sebagai pembimbing akademik.

Di dalam kelas yang menerapkan model investigasi kelompok, guru lebih berperan sebagai konselor, konsultan, dan pemberi kritik yang bersahabat. Dalam rangka ini guru seyogyanya membimbing dan mengarahkan kelompok melalui tiga tahap (Suherman, 1992: 63):

a. Tahap pemecahan masalah,
b. Tahap pengelolaan kelas,
c. Tahap pemaknaan secara perseorangan.

Menurut Soedjadi (1999: 162), model belajar “investigasi” sebenarnya dapat dipandang sebagai model belajar “pemecahan masalah” atau model “penemuan”. Tetapi model belajar “investigasi” memiliki kemungkinan besar berhadapan dengan masalah yang divergen serta alternatif perluasan masalahnya. Sudah barang tentu dalam pelaksanaannya selalu perlu diperhatikan sasaran atau tujuan yang ingin dicapai, mungkin tentang suatu konsep atau mungkin tentang suatu prinsip.

Di dalam investigasi kelompok, enam tahap yang dikemukakan oleh Slavin (1995: 113-114) yaitu: 1) identifikasi topik dan mengatur siswa kedalam kelompok, 2) merencanakan tugas belajar, 3) melaksanakan tugas investigasi, 4) mempersiapkan laporan akhir, 5) menyajikan laporan akhir, dan 6) evaluasi.

5. Pembelajaran Geometri

Geometri merupakan salah satu komponen penting dalam kurikulum matematika sekolah. Pengetahuan tentang hubungan, dan pemahaman secara mendalam tentang bangun geometris serta sifat-sifatnya, berguna dalam berbagai situasi dan berkaitan dengan topik-topik matematika dan pelajaran lain di sekolah. Studi tentang geometri dapat membantu anak merepresentasikan kemampuannya dan mencapai pandangan tertentu tentang dunianya. Penguasaan model-model geometrik serta sifat-sifatnya dapat memberikan suatu perspektif bagi siswa, sehingga ia dapat menganalisis dan memecahkan masalah yang terkait dengan bangun-bangun geometri.

Sekolah sebagai lembaga pendidikan formal, bertugas memberikan layanan dan kesempatan yang seluas mungkin kepada siswa untuk dapat mengembangkan dirinya secara optimal. Pengembangan ini harus sesuai dengan bakat, minat, kemampuan, dan keadaan siswa. Kenyataan di sekolah, masih sering dijumpai siswa yang mengalami kesulitan dalam belajar matematika khususnya geometri. Hal ini dikemukakan oleh Soedjadi (1992 : 31), bahwa kelemahan peserta didik dalam belajar matematika pada jenjang sekolah adalah memahami geometri. Masih banyak siswa-siswa sekolah dasar dan menengah yang belum menguasai konsep materi geometri seperti :

a. sukar membedakan sudut dan pojok serta penerapannya.
b. Sukar menentukan apakah suatu sudut siku-siku ataukah tidak.
c. Sukar memahami adanya konservasi suatu bangun geometri misal sudut siku-siku persegipanjang.
d. Sukar mengenali dan memahami bangun-bangun geometri, terutama bangun-bangun ruang serta unsur-unsurnya.

6. Kemandirian Belajar Dalam Matematika

Matematika mempunyai arti yang beragam, bergantung kepada siapa yang menerapkannya. Beberapa pengertian matematika di antaranya adalah: 1) Sebagai suatu kegiatan manusia dan merupakan proses yang aktif, dinamik, dan generatif; 2) Sebagai ilmu yang menekankan proses deduktif, penalaran logis dan aksiomatik, memuat proses induktif penyusunan konjektur, model matematika, analogi, dan generalisasi; 3) Sebagai ilmu yang terstruktur dan sistimatis; 4) Sebagai ilmu bantu dalam ilmu lain/ kehidupan sehari-hari; 5) Sebagai ilmu yang memiliki bahasa simbol yang efisien, sifat keteraturan

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

yang indah, kemampu-an analisis kuantitatif; 6) Sebagai alat untuk mengembangkan kemampuan berfikir kritis, serta sikap yang terbuka dan obyektif (Sumarmo, Utari).

METODOLOGI PENELITIAN

1. Pendekatan Penelitian

Penelitian ini termasuk penelitian eksperimental semu karena peneliti tidak mungkin mengontrol atau memanipulasi semua variabel yang relevan kecuali beberapa dari variabel-variabel yang diteliti. Hal ini sesuai dengan pendapat Budiyono (2003 : 82) bahwa "Tujuan penelitian eksperimental semu adalah untuk memperoleh informasi yang merupakan perkiraan bagi informasi yang dapat diperoleh dengan eksperimen yang sebenarnya dalam keadaan yang tidak memungkinkan untuk mengontrol dan/atau memanipulasikan semua variabel yang relevan".

Manipulasi variabel dalam penelitian ini dilakukan pada variabel bebas yaitu model pembelajaran *cooperative* tipe STAD pada kelas kontrol dan model pembelajaran *cooperative* tipe *Group Investigation* pada kelas eksperimen. Kedua kelompok tersebut diasumsikan sama dalam segi yang relevan dan hanya berbeda dalam perlakuan yang diberikan. Untuk variabel bebas yang lain adalah kemandirian belajar peserta didik dijadikan sebagai variabel yang ikut mempengaruhi variabel terikat.

2. Rancangan Penelitian

Rancangan yang digunakan adalah rancangan faktorial 2 x 3 dengan sel tak sama. Rancangan eksperimen dalam penelitian ini adalah dengan pola sebagai berikut :

Tabel 4 Rancangan Penelitian

Kelompok (a)	Kemandirian Belajar (b)		
	Rendah (b_1)	Sedang (b_2)	Tinggi (b_3)
Eksperimental (a_1)	a_1b_1	a_1b_2	a_1b_3
Kontrol (a_2)	a_2b_1	a_2b_2	a_2b_3

3. Populasi dan Teknik Pengambilan Sampel

a. Populasi

Dalam penelitian ini populasinya adalah siswa kelas VIII SMP/MTs di Kota Surakarta semester genap tahun pelajaran 2009/2010 yang terdiri dari 78 SMP/MTs di Kota Surakarta

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

b. Teknik Pengambilan Sampel

Sampel yang terambil dari sekolah kategori tinggi adalah SMP Negeri 9, Sekolah ketegori sedang adalah SMP Negeri 16 dan Sekolah kategori Rendah adalah SMP Negeri 24 Surakarta. Dari masing-masing sekolah diambil secara random 2 kelas yang dijadikan sebagai subyek penelitian. Satu kelas sebagai kelompok eksperimen dengan model pembelajaran *cooperative* tipe GI dan satu kelas sebagai kelompok control dengan model pembelajaran *cooperative* tipe STAD

HASIL DAN ANALISIS DATA

1. Data Penelitian

Data penelitian yang digunakan dalam pembahasan ini adalah data prestasi belajar matematika pada materi Bangun Ruang Sisi Datar dengan sampel siswa SMP Negeri 9 Surakarta, SMP Negeri 16 Surakarta dan SMP Negeri 24 Surakarta. Data induk penelitian disajikan pada Lampiran 19. Data tersebut dikategorikan ke dalam tingkat tinggi, sedang, dan rendah.

a. Data Prestasi Belajar Matematika Berdasarkan Kelompok Model Pembelajaran

Tabel 4.Deskripsi Data Prestasi Belajar Berdasarkan Kelompok Model Pembelajaran

Model Pembelajaran	n	Ukuran Tendensi Sentral			Ukuran Dispersi			
		$\bar{X}$	Mo	Me	Min	Mak	R	s
GI	118	72,01	70	73,33	46,67	100	53,33	11,572
STAD	120	69,00	63,3	70,00	46,67	93,3	46,67	10,686

b. Data Prestasi Belajar Matematika Berdasarkan Tingkat Kemandirian Belajar Siswa

Tabel 5 Deskripsi Data Prestasi Belajar Berdasarkan Tingkat Kemandirian belajar Siswa

Kemandirian Belajar	n	Ukuran Tendensi Sentral			Ukuran Dispersi			
		$\bar{X}$	Mo	Me	Min	Maks	R	s
Tinggi	72	74,44	80	76,67	50	100	50	11,27
Sedang	90	69,70	73,33	70	46,67	96,67	50	11,38
Rendah	77	67,37	73,33	68,33	46,67	86,67	40	9,53

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

c. Data Prestasi Belajar Matematika Berdasarkan Tingkat Kemandirian Belajar Siswa Pada Model Pembelajaran *Cooperative* Tipe STAD dan Tipe GI

Tabel 6. Deskripsi Data Prestasi Belajar BerdasarkanTingkat Kemandirian Belajar Siswa Pada Model Pembelajaran *Cooperative* Tipe STAD dan Tipe GI

Model	Tingkat Kemandirian Belajar	n	Ukuran Tendensi Sentral			Ukuran Dispersi			
			$\bar{X}$	Mo	Me	Min	Mak	R	s
STAD	Tinggi	38	71,75	63,3	71,67	50	93,33	43,3	11,409
	Sedang	46	68,62	73,3	70	46,67	86,67	40	10,876
	Rendah	36	66,57	73,3	66,67	46,67	86,67	40	9,1716
GI	Tinggi	34	77,45	83,3	80	60	100	40	10,478
	Sedang	44	71,36	73,3	70	46,67	96,67	50	12,374
	Rendah	40	68,08	73,3	70	46,67	83,33	36,67	9,8965

d. Data Angket Kemandirian Belajar Siswa Berdasarkan Kelompok Model Pembelajaran

Tabel 7. Deskripsi Data Angket Kemandirian belajar Siswa Berdasarkan Kelompok Model Pembelajaran.

Model pembelajaran	n	Ukuran Tendensi Sentral			Ukuran Dispersi			
		$\bar{X}$	Mo	Me	Min	Maks	R	s
GI	118	159,0678	166	160,5	123	205	82	20,21243115
STAD	120	158,925	147	158,5	123	202	79	17,42506767

e. Data Angket Kemandirian belajar Siswa Berdasarkan Tingkat Kemandirian belajar

Tabel 8. Deskripsi Angket Berdasarkan Tingkat Kemandirian Belajar Siswa.

Kemandirian Belajar	n	Ukuran Tendensi Sentral			Ukuran Dispersi			
		$\bar{X}$	Mo	Me	Min	Maks	R	s
Tinggi	72	180,8194	175	178	169	205	36	10,2040
Sedang	90	159,7559	168	160	150	168	18	5,5835
Rendah	77	137,4211	147	137	123	148	25	7,3453

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

f. Data Angket Kemandirian Belajar Siswa Berdasarkan Tingkat Kemandirian Belajar Siswa Pada Model Pembelajaran *Cooperative* tipe STAD dan GI

.

Tabel 9. Deskripsi Data Angket Berdasarkan Tingkat Kemandirian Belajar Siswa Pada Model Pembelajaran *Cooperative* Tipe STAD dan Tipe GI

Model	Tingkat Kemandirian Belajar	n	Ukuran Tendensi Sentral			Ukuran Dispersi			
			$\bar{X}$	Mo	Me	Min	Mak	R	s
STAD	Tinggi	38	178,3947	169	175	169	202	33	9,62973
	Sedang	46	158,8268	168	158	150	168	18	5,69718
	Rendah	36	138,5	147	139,5	123	148	25	7,20515
GI	Tinggi	34	183,5294	178	180,5	170	205	35	10,2815
	Sedang	43	160,7272	166	161	150	168	18	5,35425
	Rendah	40	136,45	136	136	123	148	25	7,42466

2. Pembahasan Hasil Analisis Data

a. Hipotesis Pertama

Berdasarkan hasil perhitungan pada analisis variansi dua jalan dengan ukuran sel tak sama, untuk sumber variansi model pembelajaran diperoleh nilai $F_a = 5,534 > 3,88185 = F_{0,05;1,232}$, sehingga $F_a \in$ DK. Oleh karena itu H_{0A} ditolak, ini berarti terdapat perbedaan rerata yang signifikan dari faktor model pembelajaran terhadap prestasi belajar matematika pada materi Bangun Ruang Sisi Datar .

Dengan demikian dapat diambil kesimpulan untuk hipotesis pertama bahwa model pembelajaran *cooperative* tipe GI menghasilkan prestasi belajar lebih baik dibandingkan dengan model pembelajaran *cooperative* tipe STAD dalam pembelajaran matematika materi Bangun Ruang Sisi Datar.

b. Hipotesis Kedua

Berdasarkan hasil analisis variansi dua jalan dengan ukuran sel tak sama untuk kategori kemandirian belajar diperoleh $F_b = 9,090 > 3,0347 =$ F0,05;2,232, sehingga $F_b \in$ DK. Oleh karena itu H_{0B} ditolak, ini berarti terdapat perbedaan rerata yang signifikan

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

dari kategori kemandirian belajar terhadap prestasi belajar matematika pada materi Bangun Ruang Sisi Datar.

Dari uji komparasi rataan antar kolom dengan Schaffe dan DK = { F | F > 2F0,05;2;232} = { F| F > 6,0694 }diperoleh hasil sebagai berikut :

1) $F_{.1-.2}$ = 6,8761923 > 6,0694 = $2F_{0,05;2;232}$ dan $F_{.1-.2}$ ∈ DK, berarti H_0 ditolak

Hal ini berarti terdapat perbedaan rerata yang signifikan antara kemandirian belajar tinggi dengan kemandirian belajar sedang terhadap prestasi belajar matematika pada materi bangun ruang sisi datar.

2) $F_{.2-.3}$ = 2,37113526 < 6,0694 = $2F_{0,05;2;232}$ dan $F_{.2-.3}$ ∉ DK, berarti H_0 diterima

Hal ini berarti, tidak terdapat rerata yang signifikan antara siswa-siswa yang mempunyai kemandirian belajar sedang dengan siswa-siswa yang mempunyai kemandirian belajar rendah terhadap prestasi belajar matematika pada materi bangun ruang sisi datar.

3) $F_{.1-.3}$ = 15,83811 > 6,0694 = 2F0,05;2;232 dan $F_{.1-.3}$ ∈ DK, berarti H_0 ditolak

Hal ini berarti terdapat perbedaan rerata yang signifikan antara kemandirian belajar tinggi dengan kemandirian belajar rendah terhadap prestasi belajar matematika pada materi bangun ruang sisi datar.

c. Hipotesis Ketiga

Berdasarkan hasil perhitungan pada analisis varianasi dua jalan dengan ukuran sel tak sama untuk sumber variansi interaksi antara model pembelajaran dengan kemandirian belajar diperoleh nilai F_{ab} = 0,777 < 3,0347= $F_{0,05;2,232}$, sehingga F_{ab} ∉ DK. Oleh karena itu H_{0B} diterima, ini berarti tidak terdapat interaksi antara model pembelajaran matematika dengan kemandirian belajar siswa terhadap prestasi belajar matematika pada materi bangun ruang sisi datar.

1) Perbandingan rataan antar sel pada baris yang sama

Dapat dilihat dari hasil penelitian H_{0AB} diterima, karena tidak terdapat interaksi maka karakteristik perbedaan kemandirian belajar akan sama pada setiap model pembelajaran dan akan sama pula dengan karakteristik marginalnya.

2) Perbandingan rataan antar sel pada kolom yang sama

Untuk siswa-siswa yang mempunyai kemandirian belajar tinggi, mereka yang diberi pembelajaran dengan model pembelajaran *cooperative* tipe GI lebih

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

baik prestasinya dibandingkan dengan mereka yang diberi pembelajaran dengan model pembelajaran *cooperative* tipe STAD.

KESIMPULAN, IMPLIKASI DAN SARAN

1. Kesimpulan

a. Terdapat pengaruh model pembelajaran terhadap prestasi belajar matematika materi Bangun Ruang Sisi Datar. Pada siswa-siswa yang diberi pembelajaran dengan model pembelajaran *cooperative* tipe GI lebih baik prestasi belajarnya dibandingkan dengan siswa-siswa yang diberi pembelajaran dengan model pembelajaran *cooperative* tipe STAD.

b. Terdapat pengaruh kemandirian belajar terhadap prestasi belajar matematika materi Bangun Ruang Sisi Datar. Pada mereka yang mempunyai kemandirian belajar tinggi lebih baik prestasi belajarnya dibandingkan dengan mereka yang mempunyai kemandirian belajar sedang maupun yang mempunyai kemandirian belajar rendah, dan mereka yang mempunyai sedang sama prestasi belajarnya dibandingkan dengan mereka yang mempunyai kemandirian belajar rendah.

c. Tidak terdapat interaksi antara model pembelajaran *cooperative* dengan kemandirian belajar siswa terhadap prestasi belajar geometri pokok bahasan bangun ruang sisi datar siswa SMP/MTs di Kota Surakarta.

2. Saran

Berdasarkan kesimpulan dan implikasi diatas, dan dalam rangka turut mengembangkan pemikiran untuk meningkatkan prestasi belajar matematika, maka disampaikan beberapa saran berikut:

a. Siswa diharapkan selalu kreatif dalam mengikuti kegiatan pembelajarn untuk bertukar pikiran atau pendapat dalam diskusi tentang materi pelajaran yang sedang diajarkan.

b. Guru hendaknya lebih banyak melibatkan peran siswa secara aktif dalam melaksanakan kegiatan pembelajaran matematika, dimana siswa mengkonstruksi pengetahuan mereka sendiri sehingga pembelajaran lebih bermakna. Cara yang dilakukan antara lain, memilih model pembelajaran yang lebih menekankan pada keterlibatan siswa secara optimal, misalnya model pembelajaran *cooperative* tipe GI.

DAFTAR PUSTAKA

Amstrong, Scot. 1998. *Student Teams Achivement Divisions (STAD) in a Twelfth Grade Classroom: Effect on Student Achievement and attitude.* Journal and social research. Vol 2/7

Damai, IW. 2000. *Penelusuran Kesalahan Jawab Siswa Kelas I SMU Keristen Petra 5 Surabaya dalam Menyelesaikan Soal Kubus, Balok, dan Prisma.*Tesis. Surabaya : PPS Universitas Negeri Surabaya.

Hamzah, 2003. *Pembelajaran Matematika* Menurut *Teori Belajar konstruktivisme*, http://www.depdiknas.go.id, diakses 7 juli 2003.

Hendra Gunawan. dkk.. 2006. *Kemampuan Matematika Siswa 15 Tahun di Indonesia.* Jakarta : Puspendik Depdiknas.

Hargis, J. 2000 *The Self-Regulated Learner Advantage: Learning Science on the Internet.* Electronic Journal of Science Education. Vol.4 no.4. (http:/www.jhargis.co/).

Johnson, David W. et al. 2000. *Cooperative Learning Methods: A Meta-analysis.* Minnesota.

Lesmawan. 1997. *Pengembangan Model* Belajar *Kooperative Learning dalam Pembelajaran IPS di Sekolah Dasar.* Tesis. Bandung : PPS IKIP Bandung.

Markaban, dkk. 2007. *Laporan Hasil Kegiatan Training Need Assessment (TNA) dan Rekruitmen Calon Peserta Diklat Guru Matematika SMP*. Yogyakarta: PPPPTK Matematika.

Mudjiman, Haris. 2002. Belajar Mandiri. Surakarta: UNS Press

Paris, Scott G. dan Alison H. Paris. 2001. Classroom Applications of Research on Self-Regulated Learning. Educational Psychologist, 36(2), 89–101.

Pintrich, Paul R. dan Elisabeth V. De Groot. 1999. Motivational and Self-Regulated Learning Components of Classroom Academic Performance. Journal of Educational Psychology 1990, Vol. 82, No. 1,33-40

Pintrich Paul R. 1999. The role of motivation in promoting and sustaining self-regulated learning. International Journal of Educational Research 31 (1999) 459-470.

Ruseffendi, E.T. 1991. Pengantar Kepada Membantu Guru Mengembangkan Kompetensinya dalam Pengajaran Matematika untuk Meningkatkan CBSA. Bandung : Tarsito.

Setyawan. 1995. Diagnosis Kesulitan Belajar pada Topik Geometri di Kelas V Sekolah Dasar. Tesis. Malang : PPS IKIP Malang.

Slavin. 1995. Cooperative Learning : Theory, Research and Practice. Second Edition. Massachusetts : Allyn and Publishers.

Soedjadi. 1999. Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia. Jakarta : Depdiknas. Suherman, E. (1992). Strategi Belajar Mengajar Matematika. Depdikbud. Jakarta : Proyek Peningkatan Guru.

Zakaria, Effandi dan Zanaton Iksan. 2007. Promoting Cooperative Learning in Science and Mathematics Education: A Malaysian Perspective. Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education, 3(1), 35-39

http://www.puslitjaknov.org/data/file/2008/makalah_peserta/18_Yuyun%20Yunengsih, %20Dkk_%20UN%20dapatkah%20menjadi%20tolak%20ukur.pdf . Diakses tanggal 21 Desember 2009.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 30

Upaya Meningkatkan *Self-Confidence* Siswa Dalam Pembelajaran Matematika Melalui Model Inkuiri Terbimbing

Oleh :
Mahrita Julia Hapsari, S. Pd
Mahasiswa Pasca Sarjana Pendidikan Matematika UNY

ABSTRAK

Standar Proses pembelajaran telah diatur dalam Peraturan Menteri Pendidikan Nasional No. 41 tahun 2007. Peraturan tersebut menyatakan proses pembelajaran pada satuan pendidikan diselenggarakan secara interaktif, inspiratif, menyenangkan, menantang, memotivasi peserta didik untuk berpartisipasi aktif, serta memberikan ruang yang cukup bagi prakarsa, kreativitas, dan kemandirian sesuai dengan bakat, minat, dan perkembangan fisik serta psikologi peserta didik. Dengan penyelenggaraan proses pembelajaran demikian maka salah satu faktor penting agar siswa dapat berpartisipasi aktif, kreatif dan mandiri adalah rasa percaya diri yang dimiliki siswa. Faktor penting lainnya adalah guru sebagai fasilitator dalam menerapkan pendekatan, model dan metode pembelajaran sehingga terciptalah suasana pembelajaran seperti yang diinginkan dalam Permendiknas No. 41 tahun 2007 tersebut. Akan tetapi, pada kenyataannya kegiatan pembelajaran yang dilaksanakan masih didominasi oleh guru dengan metode ceramah dan menuliskan di papan tulis latihan soal untuk siswa yang merupakan warisan turun temurun dan dianggap paling baik (Iwan Zahar, 2009: 4). Siswa hanya pasif mendengarkan karena tidak ada instruksi untuk melakukan suatu kegiatan selain mencatat materi dan contoh soal yang dituliskan guru. Akibatnya siswa tidak akan belajar matematika sesuai dengan kebutuhannya. Mereka juga tidak mempunyai kesempatan untuk belajar matematika yang berarti (Ahmad Fauzan, 2002: 27). Ini menyebabkan kepercayaan diri siswa rendah karena salah satu indikator dari kepercayaan diri adalah rasional dan realistis. Terbukti dari hasil TIMSS juga menunjukkan bahwa *self-confidence* siswa Indonesia masih rendah yaitu dibawah 30 % (TIMSS, 2007: 181). Model pembelajaran inkuiri terbimbing adalah salah satu model pembelajaran yang melibatkan partisipasi aktif siswa dalam mengeksplorasi dan menemukan sendiri pengetahuan mereka. Instruksi dalam kelompok pada pembelajaran inkuiri terbimbing akan membantu siswa meningkatkan kompetensi penelitian dan subjek pengetahuan dalam berbagai keterampilan yang dapat digunakan dalam kehidupannya (Kuhlthau, Maniotes & Caspari, 2007: 2). Salah satu tahap dalam inkuiri terbimbing adalah tahap mempresentasikan apa yang di dapat dari proses investigasi, pada tahap inilah *self-confidence* siswa dapat ditumbuhkan.

Kata kunci : *Self-confidence*, pembelajaran matematika, inkuiri terbimbing.

PENDAHULUAN

Bergesernya paradigma pendidikan dari proses belajar mengajar ke proses pembelajaran membawa beberapa perubahan tujuan kompetensi yang diharapkan dapat dimiliki siswa setelah proses pembelajaran juga peran dan tanggung jawab guru dalam menghantarkan siswa mencapai kompetensi-kompetensi hidup. Melaui Peraturan Menteri Pendidikan Nasional No. 41 tahun2007 tentang standar proses pembelajaran pada satuan pendidikan diselenggarakan secara interaktif, inspiratif, menyenangkan, menantang, memotivasi peserta didik untuk berpartisipasi aktif, serta memberikan ruang yang cukup bagi prakarsa, kreativitas, dan kemandirian sesuai dengan bakat, minat, dan perkembangan fisik serta psikologi peserta didik. Menjalankan amanat Permendiknas

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

tersebut memerlukan beberapa faktor penting, di antaranya adalah faktor kepercayaan diri siswa agar siswa dapat berpartisipasi aktif, kreatif dan mandiri selama proses pembelajaran. Faktor penting lainnya adalah faktor kemampuan guru dalam menerapkan model, pendekatan ataupun metode pembelajaran sehingga dapat menciptakan suasana pembelajaran interaktif, inspiratif, menyenangkan, menantang dan memotivasi peserta didik agar dapat berpartisipasi aktif, kreatif dan mandiri selama proses pembelajaran.

Tidak mudah mewujudkan proses pembelajaran seperti yang diamanatkan permendiknas no.41 tahun 2007 tersebut. Hal ini terbukti dari hasil TIMSS yang menunjukkan bahwa *self-confidence* siswa Indonesia masih rendah yaitu dibawah 30 % (TIMSS, 2007: 181). Rendahnya indeks *self-confidence* siswa ini jika dikaitkan dengan faktor guru disebabkan kegiatan pembelajaran yang dilaksanakan masih didominasi oleh guru dengan metode ceramah dan menuliskan di papan tulis latihan soal untuk siswa yang merupakan warisan turun temurun dan dianggap paling baik (Iwan Zahar, 2009: 4). Siswa hanya pasif mendengarkan karena tidak ada instruksi untuk melakukan suatu kegiatan selain mencatat materi dan contoh soal yang dituliskan guru. Akibatnya siswa tidak akan belajar matematika sesuai dengan kebutuhannya. Mereka juga tidak mempunyai kesempatan untuk belajar matematika yang berarti (Ahmad Fauzan, 2002: 27). Ini menyebabkan kepercayaan diri siswa rendah karena salah satu indikator dari kepercayaan diri adalah rasional dan realistis.

Matematika adalah salah satu pelajaran yang diajarkan di sekolah. Matematika merupakan mata pelajaran yang penting baik untuk bidang lain maupun matematika itu sendiri. Menurut Chambers (2008: 7-9) matematika adalah fakta-fakta objektif, sebuah studi tentang alasan dan logika, sebuah sistem di sekitar kita yang murni dan cantik, bebas dari pengaruh sosial, berdiri sendiri, dan mempunyai struktur yang saling berhubungan. Selain itu, matematika adalah studi tentang pola-pola abstrak di sekitar kita, sehingga apapun yang kita pelajari di dalam matematika dapat diaplikasikan secara luas. Matematika dikarakteristikkan sebagai sebuah alat untuk menyelesaikan masalah, tiang penyokong ilmu pengetahuan dan teknologi, dan menyediakan jalan untuk memodelkan situasi yang nyata.

Siswa yang memiliki *self-confidence* bisa sukses dalam belajar matematika. Menurut Hannula, Maijala & Pehkonen (2004) kepecayaan siswa pada matematika dan

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

pada diri mereka sebagai siswa yang belajar matematika akan memberikan peranan penting dalam pembelajaran dan kesuksesan mereka dalam matematika. Pengertian matematika yang telah disebutkan di atas memerlukan siswa untuk berpikir rasional, realistis dan objektif yang kesemuanya adalah beberapa indikator dari kepercayaan diri.

Upaya yang dapat ditempuh guru dalam meningkatkan *self-confidence* siswa dalam belajar matematika adalah menerapkan model inkuiri terbimbing dalam proses pembelajaran. Model pembelajaran inkuiri terbimbing adalah salah satu model pembelajaran yang melibatkan partisipasi aktif siswa dalam mengeksplorasi dan menemukan sendiri pengetahuan mereka. Instruksi dalam kelompok pada pembelajaran inkuiri terbimbing akan membantu siswa meningkatkan kompetensi penelitian dan subjek pengetahuan dalam berbagai keterampilan yang dapat digunakan dalam kehidupannya (Kuhlthau, Maniotes & Caspari, 2007: 2). Salah satu tahap dalam inkuiri terbimbing adalah tahap mempresentasikan apa yang di dapat dari proses investigasi, pada tahap inilah *self-confidence* siswa dapat ditumbuhkan.

PEMBAHASAN

Pembelajaran Matematika

Pembelajaran matematika mengajak siswa untuk berpikir dan berbuat untuk mengerjakan matematika dan menghubungkan ide abstrak matematika dengan kehidupannya. Hal ini sesuai dengan pendapat Chambers (2007: 8-9) bahwa matematika adalah fakta-fakta objektif, sebuah studi tentang alasan dan logika, sebuah sistem di sekitar kita yang murni dan cantik, bebas dari pengaruh sosial, berdiri sendiri, dan mempunyai struktur yang saling berhubungan. Selain itu, matematika adalah studi tentang pola-pola abstrak di sekitar kita, sehingga apapun yang kita pelajari di dalam matematika dapat diaplikasikan secara luas. Matematika dikarakteristikkan sebagai sebuah alat untuk menyelesaikan masalah, tiang penyokong ilmu pengetahuan dan teknologi, dan menyediakan jalan untuk memodelkan situasi yang nyata.

Pendapat yang hampir sama juga dikemukakan oleh Gagne (Bell, 1978: 108-109), ada empat objek yang dipelajari dalam matematika, yaitu:

a. *Fact* (fakta)
   Fakta adalah sembarang kesepakatan-kesepakatan dalam matematika seperti halnya simbol-simbol matematia. Misal “2” untuk “dua” dalam kata.
b. *Skill* (keterampilan)

Merupakan operasi dan prosedur dimana siswa diharapkan dapat memeriksanya dengan cepat dan akurat, misalnya algoritma.

c. *Concept* (konsep)
Konsep dalam matematika adalah ide abstrak yang dapat digunakan seseorang untuk mengklasifikasi objek atau kejadian yang dia adalah contoh atau bukan contoh dari ide abstrak tersebut.

d. *Principle* (prinsip)
Prinsip merupakan rangkaian konsep disertai dengan keterkaitan antar konsep-konsep itu. Biasanya berupa teorema atau dalil.

Pernyataan di atas menunjukkan bahwa disamping sebagai simbol-simbol dan ide abstrak, matematika juga memiliki prosedur-prosedur untuk menghubungkan ide-ide abstrak tadi ke dalam simbol-simbol hingga menjadi suatu konsep dan konsep-konsep tadi saling berkaitan membentuk suatu teorema atau dalil. Oleh sebab itu, berdasarkan objek-objek yang terkandung dalam matematika tersebut, guru yang profesional harus benar-benar menguasai materi pelajaran, guru juga mampu memilih pendekatan atau strategi pembelajaran yang tepat guna, efisien dan efektif untuk memberikan kemudahan dan motivasi siswa untuk mempelajari matematika.

Pembelajaran matematika bagi siswa dilaksanakan secara menyeluruh agar memperoleh pengetahuan dan keterampilan-keterampilan berpikir dengan memperhatikan faktor lingkungan siswa, karakteristik siswa, objek-objek penting matematika, serta strategi pembelajaran baik penyampaian, pengelolaan kelas maupun penilaiannya. Tujuan dari dilaksanakan secara menyeluruh tadi adalah tercapainya tujuan yang diinginkan dan tercapainya kompetensi-kompetensi yang dapat digunakan siswa dalam kehidupan dan pada bidang lain.

Self-Confidence

Definisi *self-confident* menurut *Cambridge Dictionaries Online* yaitu "*behaving calmly because you have no doubts about your ability or knowledge*", maknanya adalah bersikap tenang karena tidak memiliki keraguan tentang kemampuan atau pengetahuan. Menurut Fishbein & Ajzen (Parsons, Croft, & Harrison, 2011: 53), "*self-confidence is a belief*", kepercayaan diri adalah sebuah keyakinan. Keyakinan menurut Scoenfeld (Hannula, Maijala, & Pehkonen, 2004: 17) adalah pemahaman dan perasaaan individu yang membentuk cara bahwa konsep individu dan terlibat dalam perilaku matematika. *"Feelings of seelf-confidence are very motivating to student who have not enjoyed many successes in school"* (Zimmerman, Bonner, & Kovach, 1996:42 – 43) yang maknanya

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

bahwa perasaan dari kepercayaan diri sangat memotivasi kepada siswa yang belum menikmati banyak keberhasilan di sekolah.

Kepercayaan diri adalah unsur penting dalam meraih kesuksesan. Menurut Molloy (2010: 138) bahwa kepercayaan diri adalah merasa mampu, nyaman dan puas dengan diri sendiri, dan pada akhirnya tanpa perlu persetujuan dari orang lain. Sedangkan kepercayaan diri menurut Nur Ghufron dan Rini R.S (2011: 35), adalah keyakinan untuk melakukan sesuatu pada diri subjek sebagai karakteristik pribadi yang di dalamnya terdapat kemampuan diri, optimis, objektif, bertanggung jawab, rasional dan realistis.

Pembentuk utama dari kepercayaan diri siswa dalam pembelajaran matematika adalah interaksi siswa dan guru juga siswa dengan sesama siswa (Jurdak: 2009: 111). Guru dan metode pembelajaran yang diterapkannya di kelas akan berpengaruh langsung pada kepercayaan diri siswa, saat siswa dihadapkan pada situasi yang menantang dan perasaan yang menyenangkan maka kepercayaan diri siswa pun akan meningkat (Jossey-Bass Teacher, 2009: 4).

Menurut Lauster (Nur Ghufron & Rini R.S., 2011: 35-36), aspek-aspek kepercayaan diri adalah sebagai berikut:

1) Keyakinan kemampuan diri
   Keyakinan kemampuan diri adalah sikap positif seseorang tentang dirinya merupakan keyakinan kemampuan diri. Ia mampu secara sungguh-sungguh akan apa yang dilakukannya.
2) Optimis
   Optimis adalah sikap positif yang dimiliki seseorang yang selalu berpandangan baik dalam menghadapi segala hal tentang diri dan kemampuannya.
3) Objektif
   Seseorang yang memandang permasalahan sesuai dengan kebenaran yang semestinya, bukan menurut dirinya.
4) Bertanggung jawab
   Bertanggung jawab adalah kesediaan seseorang untuk menanggung segala sesuatu yang telah menjadi konsekuensinya.
5) Rasional dan realistis
   Rasional dan realistis adalah analisis terhadap suatu masalah, sesuatu hal, dan suatu kejadian dengan menggunakan pemikiran yang dapat diterima oleh akal dan sesuai dengan kenyataan.

Preston (2007: 14) menyebutkan aspek-aspek pembangun kepercayaan diri adalah *self-awareness* (kesadaran diri), *intention* (niat), *thinking* (berpikir positif dan rasional), *imagination* (berpikir kreatif pada saat akan bertindak), *act* (bertindak). Menurut Hendra Surya (2010: 261-264), aspek psikologis yang mempengaruhi dan membentuk percaya diri, yaitu gabungan unsur karakteristik citra fisik, citra psikologis, citra sosial, aspirasi, prestasi, dan emosional, antara lain: 1) *Self-Control* (Pengendali diri), 2) suasana hati yang sedang dihayati, 3) citra fisik, 4) citra sosial, dan 5) *self-image* (citra diri) ditambah aspek keterampilan teknis, yaiu kemampuan menyusun kerangka berpikir dan keterampilan berbuat dalam menyelesaikan masalah.

Berdasarkan beberapa pendapat di atas, maka *self-confidence* adalah keyakinan yang membentuk pemahaman dan perasaan siswa tentang kemampuannya dalam aspek-aspek: *self-awareness* (kesadaran diri), berpikir positif, optimis, objektif, bertanggung jawab dan mampu menyelesaikan masalah.

Inkuiri terbimbing

Model inkuiri dielaborasi oleh Jerome Bruner dalam sebuah pendekatan instruksi pada saat dia meluncurkan prase *discovery learning* pada tahun 1961. *Discovry learning*, *inqiury-based learning* dan *problem-based learning* semuanya menggambarkan pengalaman siswa saat bergulat dengan pertanyaan atau masalah, berpartisipasi dalam langkah-langkah menyelesaikan masalah dan mengkomunikasikan apa yang mereka temukan kepada orang lain (Dell'Olio & Tony Donk, 2007: 320)

Inkuiri adalah model pembelajaran dimana siswa menemukan dan menggunakan berbagai macam sumber-sumber informasi dan ide-ide untuk menambah pemahaman mereka tentang suatu masalah, topik atau isu (Kuhlthau, Maniotes & Caspari, 2007: 2). Kuhlthau menambahkan jika inkuiri dilaksanakan tanpa bimbingan maka akan terjadi kekacauan. Sehingga pembelajaran inkuiri yang dilaksanakan bisa optimal dengan bimbingan dari instruktur atau guru yang diistilahkan dengan *guided inquiry* (inkuiri terbimbing).

Alberta learning, suatu lembaga riset di bidang pembelajaran dan pengajaran di Canada mendefinisikan pembelajaran berbasis inkuiri adalah suatu proses di mana siswa terlibat dalam pembelajaran mereka, membuat pertanyaan, penyelidikan yang mendalam, dan kemudian membangun pemahaman, definisi dan pengetahuan baru (Alberta, 2004: 1). Fase-fase dalam model inkuiri menurut *Alberta Learning* (2004: 11-

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

13) yaitu: 1) fase perencanaan, 2) fase *retrieving*, 3) fase memproses, 4) Fase menciptakan, 5) fase *sharing*, dan 6) fase evaluasi Pada fase pertama yaitu *Planning Phase* (fase perencanaan) maka siswa harus memahami bahwa diadakannya pembelajaran inkuiri dengan tujuan untuk membangun kemampuan belajar mandiri, hal ini dimulai dengan ketertarikan atau keingintahuan siswa tentang topic pembelajaran. Siswa mulai berpikir tentang informasi yang dia miliki dan yang dia perlukan dengan mengeksplorasi dan berpikir, aktivitas ini dilakukan pada fase *retrieving.* Pada fase *Processing* (memproses), siswa sudah menemukan focus dari topic dan memulai investigasi dengan membandingkan, membedakan dan mensintesis data yang ada. *Creating Phase* (fase menciptakan) menuntun siswa untuk mengorganisasi informasi dan menempatkan informasi yang didapat dari hasil investigasi ke dalam satu kata atau istilah baru. Pada fase ini juga siswa membuat sebuah format presentasi yang akan digunakan pada fase selanjutnya. Siswa merasa lebih percaya diri dan ingin mengikutsertakan hasil penemuan mereka dalam pembelajaran. Fase berikutnya adalah *Sharing Phase*, siswa membagi hasil penemuan mereka kepada siswa yang lain. Terakhir adalah fase evaluasi, inilah yang menandakan bahwa proyek penelitian sudah lengkap. Pada fase ini siswa mendapatkan kemampuan baru dan pemahaman, dan mereka ingin untuk merefleksikan dengan mengevaluasi produk dan proses inkuiri mereka.

Kaitan model inkuiri terbimbing dengan *self-confidence* siswa

Model inkuiri terbimbing adalah model pembelajaran yang ruh nya adalah konstruktivis dengan menitikberatkan pada proses penemuan oleh siswa tentang pengetahuan baru atau konsep baru. Fase-fase dalam pembelajaran inkuiri terbimbing membuat siswa berpartisipasi aktif dan memiliki *self-confidence* yang tinggi agar dapat menemukan dan mengkomunikasikan ide, pengetahuan atau konsep baru yang dia temukan. Melalui model inkuiri terbimbing diharapkan *self-confidence* siswa dapat meningkat. Mengingat kebutuhan akan *self-confidence* sendiri tidak hanya pada pembelajaran matematika tetapi juga dalam kehidupan sehari-hari untuk menyelesaikan masalah.

PENUTUP

Proses pembelajaran matematika menuntut guru untuk dapat menghantarkan siswa agar dapat meraih kompetensi-kompetensi hidup. Di antara kompetensi hidup itu adalah kemampuan berpikir logis, analitis dalam memecahkan masalah. Siswa akan dapat meraih kemampuan tersebut dengan memiliki *self-confidence*. Model inkuiri terbimbing adalah salah sau model yang dapat diterapkan guru untuk meningkatkan *self-confidence* siswa.

REFERENSI

Ahmad Fauzan. (2002). *Applting Realistic Mathematics Education (RME) in Teaching Geometry in Indonesian Primary Schools.* Thesis Megister, Den Haag: PrintPartners Ipskamp – Enschede.

Alberta Learning. (2004). *Focus on Inquiry*. Canada: Alberta Learning.

Bell, F. H. (1978). *Teaching and learning mathematics (In secondary school).* USA: Wm, C. Browm Company Publisher.

Cambridge Dictionaries Online. Diambil dari http://dictionary.cambridge.org/ dictionary/british /self-confident?q=self-confident+ tanggal 12 Oktober 2011.

Chambers, P. (2008). *Teaching Mathematics Developing as a Reflective Secondary Teacher.* London: SAGE Publications Ltd.

Dell'Olio, J.M. & Donk, T. (2007). *Models of Teaching Connecting Student Learning With Standars.* USA: SAGE Publications Ltd.

Hannula, M.S., Maijala, M. & Pehkonen, E. (2004). Development of Understanding Self-Confidence in Mathematics; Grades 5 – 8. *Group for the Psychology of Mathematics Education.* Vol. 3, pp 17-24.

Hendra Surya. (2010). *Rahasia Membuat Anak Cerdas dan Manusia Unggul*. Jakarta: PT. Elex Media Komputindo.

Iwan Zahar. (2009). *Belajar Matematikaku Pembelajaran Matematika secara Visual dan Kinestetik.* Jakarta: Gramedia.

Jossey-Bass Teacher. *Mega-Fun Math Games and Puzzles for the Elementary Grades*. USA: John Wiley & Sons, Inc.

Jurdak, M. (2009). *Toward Equity in Quality in Mathematics Education*. New York: Springer Science+Business Media, LI.C.

Kuhlthau, C.C., Maniotes, L.K., & Caspari, A.K. (2007). *Guided Inquiry*. USA: British Library Cataloguing.

Molloy, A. (2010). *Coach Your Self Mimpi Tercapai, Target Terpenuhi.* (Terjemahan Retnadi Nur'aini dari ASPIRATIONS: 8 Easy Steps to Coach Yourself to Succes). Jakarta: Raih Asa Sukses.

Nur Ghufron & Rini R.S. (2011). *Teori-Teori Psikologi.* Jogjakarta: Ar-Ruzz Media.

Parson, S., Croft, T. & Harrison, M. (2011). Engineering students self-confidence in mathematics mapped onto Bandura's self-efficacy. *Engineering Education*. Vol: 6 issue 1, pp: 52-61

Peterson, P., Baker, E. & McGaw, B. (2011). S*ocial and Emotional Aspects of Learning.* UK: Elsevier, Ltd.

Preston, D.L. (2007). *365 Steps to Self-Confidence*. UK: How To Books Ltd.

Pritchard, A. & Woollard, J. (2010). *Psychology for the Classroom: Constructivism and Social Learning.* New York: Routledge.

TIMSS. (2008). *TIMSS 2007 International Mathematics Report: Findings from IEA's Trends in International Mathematics and Science Study the Fourth and Eight Grades*. Boston: TIMSS & PIRLS International Study Center.

Zimmerman, B.J., Bonner, S. & Kovach, R. (1996). *Developing Self-Regulated Learners beyond Achievement to Sef-Efficacy (Psychology in the Classroom).* USA: American Psychological Association).

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 31

Kemampuan Berfikir Matematis Mahasiswa Difabel Netra Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta Pada Matakuliah Statistika

Muhamad Abdorin
Program Study Pendidikan Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sunan Kalijaga, Yogyakarta.
abed.avatar@yahoo.com Hp. 087826201572

Hasil observasi ini bertujuan untuk mendeskripsikan kemampuan matematis para mahasiswa difabel dan untuk mengetahui kesulitan-kesulaitan yang dialaminya agar dapat dicarikan tawaran untuk mengatasinya. Layanan pendidikan difabel UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta merupakan salah satu layanan yang diperuntukan bagi mahasiswa yang memiliki kebutuhan khusus (penyandang cacat) untuk melanjutkan pendidikan di perguruan tinggi di UIN Sunan Kalijaga. Kebanyakan mahasiswa difabel yang ada di UIN Sunan Kalijaga adalah mahasiswa tuna netra, dan sebagian dari mereka mengambil program study pendidikan agama islam. Meskipun para mahasiswa difabel menempuh pendidikan pada program study Pendidikan Agama Islam, bukan berarti mereka tidak mendapat mata kuliah matematika. Mata kuliah statistika merupakan mata kuliah yang wajib di tempuh oleh setiap mahasiswa, termasuk para mahasiswa difabel sebagai bekal untuk melakukan penelitian. Pada mata kuliah lain yang notabennya bukan matematika para mahasiswa difabel bisa mengikutinya. Tetapi pda mata kuliah statistika mereka kesulitan untuk mengikutinya, terutama dalam memahami data dalam bentuk grafik.

Kata kunci : mahasiswa difabel, statistik, kemampuan matematis

1. Pendahuluan

1.1 Latar Belakang

Difabel merupakan kepanjangan dari "*differently abled*" (perbedaan kemampuan) merupakan tema baru yang digags untuk mengganti istilah "penyandang cacat". Istilah difabel banyak digunakan oleh organisasi-organisasi dan gerakan difabel di seputar Yogyakarta dan Jawa Tengah. Layanan difabel dalam perguruan tinggi terhitung masih sangat sedikit. Kesamaan akses bagi difabel hanya bisa terwujud dengan tersedianya kebijakan, layanan institusi terhadap mahasiswa difabel serta modifikasi belajar. Dengan kata lain, akses difabel pada perguruan tinggi menuntut adanya perubahan system berupa modifikasi berbagai aspek pendidikan diantaranya kurikulum, proses pembelajaran, evaluasi, serta sarana dan prasarana lainnya.

Layanan difabel yang ada di UIN Sunan Kalijaga secara garis besar terdiri dari dua jenis yaitu *direct services* dan *indirect services*. Direct services berkaitan dengan pendampingan secara langsung terhadap mahasiswa difabel, bersifat jangka pendek, praktis, teknis dan layanan *day-to-day*. Indirect services berkaitan secara tidak

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

langsung dengan pendampingan secara teknis, berkaitan dengan inisiatif advokasi yang berdampak jangka panjang srhingga bernilai strategis.

Mahasiswa difabel yang kuliah di UIN Sunan Kalijaga kebanyakan adalah mahasiswa tuna netra. Mereka berasal dari berbagai daerah di seluruh Indonesia. Semangat dari para mahasiswa difabel dalam menuntut ilmu sangatlah tinggi. Meskipun mereka memiliki kekurangan dalam penglihatan, tetapi mereka tidak merasa minder dengan teman-teman lainny yang normal.

Salah satu ilmu yang selalu dibutuhkan dalam semua bidang adalah matematika. Meskipun para mahasiswa difabel tidak mengambil program study yang berkaitan dengan sains bukan berarti mereka terbebas dari matematika. Mereka masih membutuhkan mata kuliah statistika sebagai dasar untuk melakukan penelitian skripsi. Di jenjang pendidikan sebelum perguruan tinggi menurut para guru matematika materi statistik merupakan maeri yang sulit dipahami oleh siswa tuna netra. Di perguruan tinggi pun tidak jauh berbeda, mahasiswa difabel merasa kesulitan terutama dalam memahami grafik, dan diagram.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah tersebut, dapat dirumuskan masalahnya, yaitu:

a. Apa kesulitan-kesulitan yang dialami mahasiswa difabel dalam proses perkuliahan pada mata kuliah statistik?
b. Bagaiman peranan Pusat Study dan Layanan Difabel (PSLDV) UIN Sunan Kalijaga untuk mengatasi kesulitan mahasiswa tuna netra?
c. Bagaiman kemampuan matematis mahasiswa difabel netra pada mata kuliah statistik?

1.3 Tujuan dan Manfaat

Tujuan dari hasil kajian ini dintaranya untuk:

a. Mengetahui kesulitan-kesulitan yang dialami mahasiswa difabel netra pada mata kuliah statistik.
b. Mengetahui peranan Pusat Study dan Layanan Difabel (PSLDV) UIN Sunan Kalijaga dalam mengatasi kesulitan mahasiswa tuna netra.
c. Mengetahui kemampuan matematis mahasiswa bifabel pada mata kuliah statistik.

Manfaat dari hasil kajian ini diantaranya:

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

a. Untuk mencari solusi terhadap kesulitan-kesulitan yang dialami mahasiswa difabel netra pada mata kuliah statistik.
b. Menjadikan bahan pertimbangan bagi dosen yang mengampu mata kuliah statistik agar melakukan pembelajaran yang mudah diterima para mahasiswa difabel netra.

2. Pembahasan

2.1 Kesulitan-Kesulitan Yang Dialami Mahasiswa Difabel Dalam Proses Perkuliahan Pada Mata Kuliah Statistik.

Matematika adalah disiplin ilmu yang tidak bisa dipisahkan dari kehidupan kita, apalagi darikehidupan para pelajar dan mahasiswa. Di perguruan tinggi, meskipun tidak mengambil program study sains, mahasiswa tetap memperoleh mata kuliah matematika yaitu statistika. Statistik adalah matakuliah wajib yang harus dipelajari oleh mahasiswa yang mengambil program studi sains, pendidikan dan ekonomi/akuntansi sebagai bekal dalam melakukan penelitian, termasuk mahasiswa difabel netra yang ada di Fakultas Tarbiyah UIN Sunan Kalijaga.

Di sekolah menengah statistik merupakan mata pelajaran yang sulit dipahami oleh para siswa. Di perguruan tinggi pun mata kuliah statistika merupakan salah satu mata kuliah yang dianggap sulit oleh para mahasiswa tuna netra. Hal ini disebabkan karena dalam statistika terdapat banyak gambar-gambar yang tentunya sulit untuk dipahami oleh orang yang memiliki gangguan dalam penglihatan. Selain itu, kurangnya sumber belajar yang bisa diakses oleh mehasiswa tuna netra membuat mereka semakin kesulitan untuk memahami materi yang diajarkan oleh dosen.

Selama belum tersedianya sumber belajar yang bisa diakses oleh mahasiswa tuna netra maka selama itu juga mereka tidak akan bisa belajar mandiri. Mahasiswa tuna netra sangat tergantung pada mahasiawa normal dalam proses pembelajarannya. Hal ini berarti tujuan dari terciptanya pendidikan inklusif di perguruan tinggi tidak akan tercapai.

Kesulitan yang dihadap mahasiswa dalam mempelajari matematika khususnya statistik tidak semata-mata terjadi di tingkat perguruan tinggi, tetapi jenjang pendidikan sebelumny pun berpengaruh besar. Matematika merupakan ilmu yang sistematis, materinya berkaitan antara yang satu dengan yang lainnya. Jadi ketika seseorang tidak mampu menguasai suatu materi dalam matematika, maka dia akan mengalami kesulitan untuk memahami materi dengan jenjang yang lebih tinggi.

2.2 Peranan Pusat Study dan Layanan Difabel (PSLDV) UIN Sunan Kalijaga untuk Mengatasi Kesulitan Mahasiswa Tuna Netra.

Belun adanya kebijakan pemerintah yang mengikat perguruan tinggi untuk menyelenggarakan pendidikan inklusif membuat peranan unit layanan difabel sangat penting untuk memenuhi hak mahasiswa difabel. Hal ini disebabkan karena tidak semua pengajar yang ada memahami bagaimana cara melakukan pembelajaran yang baik di kelas inklusif. Layanan divabel yang ada di UIN Sunan Kalijaga berfungsi untuk membantu para mahasiswa yang memiliki kebutuhan khusus dalam belajar.

Dalam prakteknya, unit layanan difabel dibantu oleh beberapa relawan yang dengan sabar membantu setiap kesulitan belajar yang dialami oleh para mahasiswa tuna netra. Para relawan ini berasal dari mahasiswa normal yang memiliki keperdulian tinggi terhadap mahasiswa difabel.

Ada beberapa pelayanan yang diberikan oleh unit layanan difabel UIN Sunan Kalijaga dalam mengatasi kesulitan yang dialami oleh mahasiswa dalam pembelajaran, diantaranya:

a. Pelayanan fasilitas belajar adaptif yaitu menyediakan computer bicara, scanner, buku digital, al-Quran brailed an lain-lain.
b. Notetaking adalah layanan membuat catatan kuliah. Karena kurangnya bahan ajar yang aksesibel untuk mahasiswa difabel, maka layanan difabel memberikan sosialisasi kepada mahasiswa awas untuk berbagi catatan. Selanjutnya relawan menulis catatan tersebut ke dalam computer agar dapat diakses oleh mahasiswa difabel. Selai itu bentuk lain dari layanan ini adalah relawan yang mendampingi mahasiswa difabel dan membuat catatan untuknya.
c. Reading Asistence adalah layanan membaca. Relawan di PSLD memiliki tugas membacakan bahan ajar dari dosen yang belum adaptif.
d. Library Research Asistance yaitu pendampingan di perpustakaan. Layanan bertugas mendampingi mahasiswa difabel yang ingin mengakses layanan dan informasi di perpustakaan yang belum adaptif.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

e. Pendampingan ujian adalah layanan pendampingan yang perlu untuk dilakukan oleh relawan ketika kampus belum bisa menyediakan layanan ujian mandiri. Relawan bertugas untuk membacakan soal ujian dan menuliskan jawaban mahasiswa difabel.

f. Mobility Assistence program yaitu layanan asistensi mobilitas. Relawan mengedukasi mahasiswa difabel mengenai hal-hal yang berkaitan dengan lokasi suatu tempat dan bagaimana cara menjangkau dan mengenali lokasi tersebit.

g. Peer Tutoring merupakan layanan yang menempatkan relawan sebagai tutor sebaya. Tutor bertugas untuk memberi pendampingan belajar mahasiswa difabel.

Layanan di atas akan teus menerus diberikan kepada mahasiswa difabel sampai mereka luaus dari perguruan tinggi.

2.3 Kemampuan Matematis Difabel Netra Pada Mata Kuliah Statistik.

Matematika diperlukan sebagai pendidikan dasar dan bekal untuk berpikir secara ilmiah. Sebagian besar orang berfikir bahwa belajar matematika identik dengan belajar berhitung, tetapi sesungguhnya dalam matematika kita diajarkan untuk berfikir secara sistematis. Pada saat ini banyak sekali permasalahan-permasalahan yang berkaitan dengan pembelajaran matematika yang belum dapat kita carikan solusinya.

Pada dasarnya kemampuan mahasiswa difabel dalam memahami matematika, khususnya mata kuliah statistik tidak jauh berbeda dengan mahasiswa normal. Tetapi karena keterbatasan penglihatan yang mereka miliki membuat kemampuan yang mereka miliki tidak berkembang dengan maksimal karena kurangnya latihan dalam memecahkan masalah matematika. Hal ini disebabkan karena pada saat belajar mahasiswa difabel pada saat-saat tertentu memerlukan bantuan dari para relawan dalam belajar. Bantuan ini tentunya tidak bisa diberikan setiap saat, karenaketrbatasan waktu yang dimiliki oleh para relawan.

Meskipun matakuliah statistik oleh sebagian mahasiswa difabel adalah mata kuliah yang sulit, tetapi mereka berusaha untuk tidak menganggap bahwa statistika itu sulit. Menurut mahasiswa difabel, anggapan bahwa statistik itu sulit hanya akan menghambat perkembangan kemampuan mereka. Dalam mempelajari statistik

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

hanya dibutuhkan latihan secara terus menerus. Hal ini bertujuan untuk menguatkan ingatan yang dimiliki oleh mahasiswa difabel.

Pada saat melakukan pembelajaran di kelas, tidak semua dosen dapat memberikan perlakuan yang khusus pada mahasiswa tuna netra jika mereka mengalami kesulitan. Mahasiswa difabel diperlakukan sama dengan mahasiswa normal lainnya baik dalam pembelajaran, materi dan waktu unian dan lain sebagainya. Sebenarnya, sumber belajar yang memungkinkan mahasiswa difabel untuk belajar mandiri seperti buku dengan tulisan braile sudah tersedia di PSLD. Tetapi karena jumlahnya yang masih terbatas membuat siswa difabel banyak yang memilih didampingi ketika sedang belajar baik itu di kampus ataupun di rumah.

Berdasarkan hasil kajian yang dilakukan sebelumnya didapat anggapan bahwa matematika hanyalah mata pelajaran wajib yang wajib ditempuh, bukan mata pelajaran yang nantinya akan mendukung profesi mereka. Anggapan ini pun ditanggapi beragam oleh mahasiswa difabel. Sebagian mahasiswa menganggap bahwa hal tersebut memang benar, mereka beralasan bahwa pada saat itu mereka memang tidak membutuhkan matematika, tetapi ketika ditanya bagaimana suatu saat nanti mereka tidak bisa mnjawabnya.

Sebagian mahasiswa difabel lainnya tidak setuju dengan anggapan demikian. Mereka beralasan bahwa manusia hidup selalu membutuhkan dan menggunakan matematika. Meskipun mahasiswa difabel tidak mengambil program studi MIPA, tetapi matematika tetap penting bagi mereka. Mereka masih membutuhkan statistika untuk melakukan penelitian, dan membutuhkan oprasi aritmatika dalam kehidupan sehari-hari.

Para mahasiswa difabel memiliki motivasi yang luar biasa untuk menghadapi kehidupan ini. Meskipun mereka memiliki kekurangan dalam penglihatan, tetapi mereka tidak pernah menyerah dalam mengarungi kehidupan dan tetap semangat dalam menuntut ilmu. Mahasisaw difabel tidak ingin dikasihani oleh orang lain, melainkan mereka ingin dianggap sebagai pribadi yang bermartabat selayaknya manusia yang normal.

3. Penutup

3.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil kajian yang dilakukan, maka dapat diambil kesimpulan bahwa:

a. Mahasiswa difabel merasa kesulitan dalam memahami materi statistik yang berkaitan dengan grafik dan diagram.

b. Selama belum adanya sumber belajar bagi mahasiswa difabel, maka mereka tidak bisa belajar mandiri.
c. Secara garis besar peranan PSLD UIN Sunan Kalijaga untuk mengatasi kesulitan belajar mahasisaw difabel terbagi menjadi dua, yaitu *direct services* dan *indirect services*. Direct services berkaitan dengan pendampingan secara langsung terhadap mahasiswa difabel, dan indirect services berkaitan secara tidak langsung dengan pendampingan secara teknis, berkaitan dengan inisiatif advokasi yang berdampak jangka panjang srhingga bernilai strategis
d. Kemampuan matematis mahasiswa difabel pada mata kuliah statistik tidak jauh berbeda dengan mahasiswa normal lainnya. Hanya saja keterbatasan penglihatan yang dimilikunya membuat perkembangannya sedikit terhambat.

3.2 Saran

Berdasarkan kesimpulan tersebut di atas, dapat diajukan beberapa hal yang diharapkan dapat diimplikasikan dalam pengembangan ilmu pengetahuan dan dalam pengambilan kebijakan pendidikan. Dengan hasil kajian yang menemukan bahwa masih terdapat kesulitan yang dialami mahasiswa difabel dalam mempelajari matematika khususnya statistik, maka peneliti menyarankan kepada berbagai pihak agar :

a. Para dosen yang mengampu mata kuliah khususnya mata kuliah statistik di kelas yang didalamnya terdapat mahasiswa difbel harus lebih memberikan perhatian pada mereka juka mengalami kesulitan.
b. Dosen yang mengampu mata kuliah di kelas yang didalamnya terdapat mahasiswa difbel hendaknya mengerti mengenai pendidikan inklusif agar makna “education for all” benar-benar dapat terwujud.
c. Jika diperlukan hendaknya dosen yang mengampu mata kuliah di kelas yang didalamnya terdapat mahasiswa difbel membuat program pembelajaran indifidual (PPI) untuk mahasiswa difabel agar mereka dapat belajar mandiri.

Daftar Putaka

Hidayat, Wahyu dan Muhamad Abdorin. 2011. “*Profil Kemampuan Matematis Anak Berkebutuhan Khusus (Tuna Netra) Di Yaketunis Yogyakarta*”. Makalah

Disampaikan dalam Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika tanggal 22 Oktober 2011 di Universitas Negeri Surabaya.

Ro'fah. dkk. 2010. "*Inklusi Pada Perguruan tinggi*". Yogyakarta: Pusat Study dan Layanan Difabel.

Ro,fah. dkk. 2010. "*Membangun Kampus Inklusif*". Yogyakarta: Pusat Study dan Layanan Difabel.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 32

Analisis Kesulitan Matematika Siswa SMP Negeri Di Pacitan Pada Ujian Nasional Tahun 2009/2010

Oleh :

Nely Indra Meifiani

Jurusan Pendidikan Matematika Program Pascasarjana Universitas Negeri Yogyakarta

Kampus Karangmalang Yogyakarta, Indonesia

Email : themiracleofmath@yahoo.com

ABSTRAK

Hasil Ujian Nasional 2009/2010 SMP Negeri di Pacitan yang rendah merupakan alasan untuk dilaksanakan penelitian ini. Pemilihan sampel dilakukan dengan menggunakan teknik *stratified proportional random sampling*. Pengumpulan data dilakukan dengan menggunakan tes tulis di mana soal pilihan ganda telah dikemas kembali ke dalam bentuk uraian dan dilengkapi dengan wawancara terhadap subjek untuk memperjelas jenis dan faktor kesulitan siswa. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa jenis kesulitan yang dialami siswa SMP N di Kabupaten Pacitan dalam menyelesaikan soal-soal matematika UN tahun pelajaran 2009/2010 adalah kesulitan membaca, pemahaman, transformasi, proses, menarik kesimpulan, dan kecerobohan. Sedangkan faktor kesulitan siswa meliputi siswa tidak menguasai operasi aljabar dan menghitung bilangan bulat. Siswa tidak bisa membaca pecahan dan menghitung pecahan. Siswa tidak menguasai bagaimana menentukan model matematika. Siswa tidak bisa membaca simbol pada notasi pembentuk himpunan dan simbol ∪. Siswa tidak menguasai bagaimana menyajikan himpunan. Siswa tidak menguasai dalam menentukan keanggotaan suatu himpunan. Siswa tidak menguasai operasi gabungan dan irisan. Siswa tidak memahami konsep luas dan keliling. Siswa tidak menguasai menentukan ukuran bangun. Siswa kesulitan menentukan satuan panjang, luas, dan volum. Siswa tidak paham arti simbol ∥ dan ∨ pada gambar. Siswa tidak menguasai keliling gabungan. Siswa tidak memahami jenis-jenis diagonal pada sebuah bangun ruang.

Kata kunci: Analisis, Kesulitan, Ujian Nasional SMP

I. PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

UN merupakan salah satu proses pengukuran hasil belajar yang telah dilaksanakan secara nasional di Indonesia mulai tahun 1985. UN merupakan salah satu jenis penilaian yang diselenggarakan pemerintah guna mengukur keberhasilan belajar siswa. Dalam beberapa tahun ini, kehadirannya menjadi perdebatan dan kontroversi di

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

masyarakat. Bentuk soal UN adalah pilihan ganda. Bentuk ini sangat efektif untuk mengukur tercapai tidaknya tujuan belajar mengajar dan dapat mencakup seluruh bahan pembelajaran. Penilaian item pilihan ganda yang pada umumnya hanya untuk melihat jawaban benar atau jawaban salah. Dalam penelitian ini tidak hanya melihat jawaban yang benar saja, namun jawaban salah juga. Karena penilaian juga harus mempertanyakan alasan siswa memperoleh jawaban yang salah. Untuk mengetahui alasan siswa menjawab salah, maka soal dapat diubah menjadi bentuk uraian. Oleh karena itu pada penelitian ini kesulitan siswa dalam mengerjakan soal dilihat dari kesalahan yang dilakukan siswa pada saat mengerjakan soal UN tahun 2009/2010.

Berdasarkan hasil dari Badan Standar Nasional Pendidikan (BSNP), Kabupaten Pacitan dari 5475 siswa yang mengikuti UN sekitar 24.07% yaitu 1318 siswa dinyatakan tidak lulus. Rata-rata nilai semua mata pelajaran UN Kabupaten Pacitan berada pada peringkat terbawah yaitu peringkat 38 dari 38 kabupaten yang mengikuti UN di Jawa Timur. Dari hasil BSNP juga diperoleh rata-rata nilai matematika Kabupaten Pacitan terendah se Jawa Timur yaitu 6.01 jauh di bawah rata-rata nilai tertinggi 9.01, sekaligus di bawah rata-rata nilai matematika provinsi yaitu sebesar 7.69. Dan rata-rata nilai UN 4 tahun terakhir menunjukkan bahwa rata-rata UN tahun 2009/2010 adalah yang terendah. Rendahnya hasil belajar yang dicapai siswa SMP N di Kabupaten Pacitan mungkin saja disebabkan siswa banyak melakukan kesalahan dalam menyelesaikan soal.

Hasil daya serap keluaran dari BSNP pada UN tahun pelajaran 2009/2010 di Kabupaten Pacitan, dari 40 item soal matematika yang diujikan, ditemukan beberapa kemampuan yang diujikan belum dikuasai siswa. Di mana masing-masing sekolah yang dijadikan sampel penelitian memiliki kesulitan yang berbeda. Item soal yang berada di bawah nilai 5 inilah yang bisa dikatakan nilai daya serap dianggap rendah. Kemudian dari soal yang terpilih diiriskan sehingga ditemukan 10 item soal untuk diteskan.

B. Rumusan Masalah

1. Hampir seperempat dari jumlah siswa di Kabupaten Pacitan yang mengikuti UN tahun pelajaran 2009/2010 tidak lulus UN.
2. Rata-rata nilai keempat mata pelajaran Kabupaten Pacitan pada UN tahun pelajaran 2009/2010 dibandingkan Kabupaten yang lainnya adalah terendah.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

3. Rata-rata nilai matematika Kabupaten Pacitan pada UN tahun pelajaran 2009/2010 dibandingkan Kabupaten lainnya di Jawa Timur adalah yang terendah.
4. Hasil belajar siswa dalam pelajaran matematika pada umumnya rendah dari pada mata pelajaran lain yang diujikan pada UN yaitu 6.01.
5. Berdasarkan rata-rata nilai matematika UN 4 tahun terakhir, UN tahun pelajaran 2009/2010 adalah yang terendah sehingga dianggap prestasi siswa rendah
6. Daya serap terhadap matematika yang dicapai siswa pada kompetensi tertentu masih rendah, khususnya pada materi yang dianggap sulit.
7. Setiap sekolah memiliki kesulitan yang berbeda dalam menyelesaikan soal matematika pada UN tahun pelajaran 2009/2010.

C. Tujuan Penulisan

1. Menganalisis jenis kesulitan apa saja yang dialami siswa SMP N di Kabupaten Pacitan dalam menyelesaikan soal-soal matematika pada UN tahun pelajaran 2009/2010.
2. Menganalisis faktor yang menyebabkan kesulitan siswa SMP N Kabupaten Pacitan dalam menyelesaikan soal-soal matematika pada UN tahun pelajaran 2009/2010.

D. Manfaat Penulisan

1. Bagi siswa

   Sebagai bahan belajar bagi siswa dalam mempersiapkan diri menghadapi UN yang akan datang.
2. Bagi Sekolah
   a. Upaya perbaikan pembelajaran matematika setelah diketahui letak kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal-soal matematika.
   b. Sebagai bahan masukan bagi guru, untuk dapat memperbaiki pembelajaran matematika, terutama pada kompetensi yang daya serapnya rendah.
   c. Sebagai bahan masukan bagi pihak sekolah dalam rangka meningkatkan mutu kelulusan di tahun berikutnya.
3. Bagi Pemerintah
   a. Sebagai bahan masukan dan umpan balik bagi tim pembuat soal dalam rangka melakukan revisi dan penyempurnaan berdasarkan temuan hasil penelitian.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

b. Dapat melakukan kegiatan pembinaan kepada guru matematika SMP N di Kabupaten Pacitan untuk dapat meningkatkan profesionalisme guru.

II METODE PENELITIAN

A. Jenis Penelitian

Penelitian ini analisisnya menggunakan pendekatan kualitatif deskriptif.

B. Subjek Penelitian

Subjek penelitian ini adalah siswa kelas VIII SMP N di Pacitan. Jumlah sekolah negeri di Kabupaten Pacitan adalah 41 sekolah. Pengambilan sampel dilakukan dengan menggunakan teknik *stratified proportional random sampling* atau sampel acak proporsional berstrata. Jumlah sampel yang terpilih sebanyak 5 sekolah yaitu 1 sekolah pada kategori tinggi, 2 sekolah pada kategori sedang, dan 2 sekolah pada kategori rendah.

C. Teknik Pengumpulan Data

a) Analisis dokumen
   1) Menentukan irisan soal-soal yang daya serapnya rendah
   2) Membuat soal uraian sebanyak 10 butir soal yang setara dengan soal UN
   3) Melakukan tes tulis
   4) Menganalisis LJS.

b) Wawancara

   Metode ini digunakan jika dalam menyelesaikan tes uraian peneliti kurang mendapatkan informasi dari hasil jawaban siswa. Wawancara dilakukan jika jawaban dari hasil tes tulis siswa tidak terbaca kesalahan yang dilakukan siswa. Wawancara dilakukan secara terbuka tidak terstruktur dan merekam hasil tanya jawab antar peneliti dengan subyek kemudian mencatat hal-hal yang penting.

D. Instrumen Pengumpulan Data

Instrumen dalam penelitian ini adalah soal bentuk soal uraian sebanyak 10 butir soal dan pedoman wawancara.

E. Teknik Analisis Data

Analisis data dilakukan selama dan setelah pengumpulan data, agar data yang diperoleh tersusun secara sistematis dan lebih mudah menafsirkan sesuai dengan

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

rumusan masalah. Langkah-langkah analisis dan penafsiran data dilakukan dengan tahapan sebagai berikut:

1. Mengumpulkan dan memformulasikan semua data yang diperoleh dari lapangan.
2. Menganalisis lebih dalam lagi tentang jenis kesulitan siswa pada setiap item soal untuk menentukan faktor yang mempengaruhi kesulitan siswa. Kegiatan yang dilakukan pada tahap ini adalah dengan menentukan faktor yang mempengaruhi kesulitan siswa berdasarkan jenis kesulitan yang ditemukan dari hasil tes dan wawancara.
3. Menarik kesimpulan

   Pada tahap ini diadakan penarikan kesimpulan berdasarkan analisis terhadap data yang telah dikumpulkan, baik melalui tes maupun wawancara.

III HASIL PENELITIAN

A. Deskripsi Data

Data yang diperoleh dari penelitian ini terdiri atas dua jenis yaitu data kuantitatif dan data kualitatif. Teknik analisis data yang digunakan adalah teknik analisis data kualitatif dengan data kuantitatif dan data kualitatif. Analisis data kuantitatif dilakukan dengan memeriksa jawaban peserta tes dilanjutkan dengan menghitung banyaknya kesalahan yang dilakukan oleh peserta tes dalam menyelesaikan soal. Dalam pemeriksaan jawaban, tidak diberikan nilai terhadap jawaban peserta tetapi cukup dengan memberikan kode untuk mengetahui benar salahnya. Kode B untuk jawaban benar, kode S untuk jawaban salah, dan kode TM untuk soal yang tidak menjawab sama sekali. Kode ini dimaksudkan untuk memudahkan merekap banyaknya kesalahan yang dilakukan siswa. Data hasil jawaban siswa disajikan pada Tabel 1 di bawah ini.

Tabel 1
Hasil Jawaban 41 Siswa
dalam Menyelesaikan 10 Soal Matematika dilihat dari Strata

	Strata					
	Rendah	%	Sedang	%	Tinggi	%
B	19	21.11	68	30.91	17	17
S	71	78.89	148	67.27	81	81
TM	0	0	4	1.82	2	2
Jumlah	90	100	220	100	100	100

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Data hasil jawaban siswa untuk setiap soal disajikan pada Tabel 2 di bawah ini.

Tabel 2
Hasil Jawaban 41 Siswa untuk Setiap Soal

No	Jawaban	Nomor Soal (%)									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Benar	39.02	58.54	0	7.32	4.88	7.32	17.07	43.9	0	75.61
2	Salah	60.98	41.46	100	87.80	92.68	92.68	82.93	56.1	95.12	21.95
3	Tidak Menjawab	0	0	0	4.88	2.44	0	0	0	4.88	2.44
Jumlah		100	100	100	100	100	100	100	100	100	100

Hasil analisis data kualitatif diperoleh dengan melihat langkah-langkah penyelesaian soal yang dituliskan oleh siswa dan dilengkapi dari hasil wawancara. Analisis data kualitatif merupakan analisis terhadap jawaban siswa atas soal yang diberikan melalui tes dipadukan dengan hasil wawancara, guna menelusuri jenis kesalahan yang dilakukan siswa dan faktor yang mempengaruhi kesalahan tersebut.

1. Jenis Kesalahan

   Data hasil jawaban siswa dilihat dari setiap strata disajikan pada Tabel 3 di bawah ini.

Tabel 3
Jenis Kesalahan Siswa
dalam Menyelesaikan Soal dilihat dari Strata

No	Jenis Kesalahan	Persentase		
		Rendah	Sedang	Tinggi
1	Kesalahan Membaca	11.11	9.55	9
2	Kesalahan Pemahaman	53.33	33.64	49
3	Kesalahan Transformasi	46.67	49.09	50
4	Kesalahan Proses	70	66.36	66
5	Kesalahan Menarik Kesimpulan	94.44	85.45	93
6	Kesalahan Karena Kecerobohan	12.22	15.46	8

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Jenis kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal nomor 1 dengan kompetensi menentukan hasil operasi hitung campuran $(+, -, \times, \text{atau} :)$ pada bilangan bulat, dapat diidentifikasi pada Tabel 4 di bawah ini.

Tabel 4
Hasil Jawaban untuk Soal Nomor 1 dilihat dari Strata

No	Jenis Kesalahan	Subjek Penelitian (Siswa no …)	Jumlah	%
1	Kesalahan transformasi	24	1	2.44
2	Kesalahan proses	1, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 20, 22, 23, 24, 27, 28, 29, 32, 34, 37, 38, 39, 41	25	60.98
3	Kesalahan dalam menarik kesimpulan	1, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 20, 21, 22, 23, 24, 27, 28, 29, 32, 33, 34, 36, 37, 38, 39, 40, 41	29	70.73
4	Kesalahan karena kecerobohan	1, 14, 22, 24	4	9.76

2. Faktor yang menyebabkan kesulitan dilihat dari strata
   a. Faktor-faktor yang menyebabkan kesulitan soal nomor 1.

Tabel 5
Faktor yang Menyebabkan Kesulitan Siswa untuk Soal Nomor 1

No	Faktor	Strata					
		Rendah		Sedang		Tinggi	
			%		%		%
1.	Siswa tidak menguasai operasi aljabar $(+, -, \times, \text{atau} :)$yang seharusnya didahulukan.	0	0	1	4.5	0	0
2.	Siswa tidak menguasai dalam mengoperasikan aljabar.	5	55.56	8	36.36	3	30
3.	Siswa tidak menguasai perhitungan bilangan bulat.	4	44.44	7	31.82	4	40

B. PEMBAHASAN

1. Analisis jenis kesulitan siswa

Jawaban siswa jika dilihat dari strata berdasarkan Tabel 1, menunjukkan tingkat kesulitan yang dihadapi siswa pada setiap tahun ajaran bisa berubah. Belum

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

tentu selamanya sekolah yang berada pada peringkat tinggi jika dilakukan tes kembali hasilnya selalu yang terbaik. Begitu juga sebaliknya, sekolah yang berada pada strata rendah hasilnya tidak selamanya adalah selalu yang terendah.

Hasil analisis dari 10 soal tes yang diujikan, telah diperoleh hasil bahwa setiap soal memiliki tingkat kesulitan yang berbeda-beda. Hal itu bisa dilihat pada Tabel 2. Pada Tabel 2 ditunjukkan persentase kesalahan dan tidak menjawab soal yang dilakukan siswa pada setiap nomor sebagian besar berbeda-beda. Dari hasil tersebut dapat dikatakan bahwa peringkat pertama kesulitan soal didapatkan pada soal nomor 3 dan soal nomor 9. Pada soal ini didapatkan 100% siswa yang tidak dapat menjawab dengan benar. Peringkat kedua kesulitan soal terjadi pada soal nomor 5. Pada soal ini hanya 4.88% siswa yang mampu menjawab dengan benar, 92.68% siswa lainnya salah dalam mengerjakan soal dan 2.44% lainnya tidak mengerjakan soal sama sekali. Peringkat ketiga kesulitan soal terjadi pada nomor 4 dan soal nomor 6. Dari kedua nomor tersebut hanya ada 7.32% siswa yang mampu menjawab dengan benar. Sisanya untuk soal nomor 6, 92.68% salah dalam mengerjakan soal. Untuk soal nomor 4, 87.80% siswa salah dalam mengerjakan soal dan 4.88% siswa tidak mengerjakan soal sama sekali. Peringkat keempat kesulitan soal terjadi pada soal nomor 7. Pada soal ini hanya 17.07% siswa yang mampu menjawab dengan benar. Sisanya 82.93% siswa salah dalam mengerjakan soal. Peringkat kelima adalah soal nomor 1. Pada soal ini hanya 39.02 % siswa yang mampu menjawab dengan benar. Sisanya 60.98% siswa salah dalam menjawab soal. Peringkat keenam adalah soal nomor 8. Pada soal ini hanya 43.9% yang mampu menjawab dengan benar. 56.1% siswa salah dalam mengerjakan soal. Peringkat ketujuh adalah soal nomor 2. Pada soal ini hanya 58.54% yang mampu menjawab dengan benar. 41.46% siswa salah dalam mengerjakan soal. Peringkat terakhir adalah peringkat delapan yaitu soal nomor 10. Pada soal ini 75.61% siswa mampu menjawab dengan benar. 21.95% siswa salah dalam mengerjakan soal dan 2.44% siswa tidak mengerjakan soal sama sekali.

Setelah menganalisis kesulitan soal dari segi benar, salah, dan tidak mengerjakan, selanjutnya bisa dilakukan analisis kesulitan lebih dalam lagi dengan melihat jenis-jenis kesalahan yang dilakukan siswa. Hasil analisis jenis kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal jika dilihat dari strata berdasarkan Tabel 3 diperoleh bahwa kesalahan membaca tertinggi dilakukan siswa pada strata rendah sebesar

11.11%, kemudian disusul oleh siswa pada strata sedang sebesar 9.55%, dan disusul siswa pada strata tinggi sebesar 9%. Kesalahan pemahaman tertinggi dilakukan siswa pada strata rendah sebesar 53.33%, kemudian disusul oleh siswa pada strata tinggi sebesar 49%, dan disusul siswa pada strata sedang sebesar 33.64%. Kesalahan transformasi tertinggi dilakukan siswa pada strata tinggi sebesar 50%, kemudian disusul siswa pada strata sedang sebesar 49.09%, dan disusul oleh siswa pada strata rendah sebesar 46.67%. Kesalahan proses tertinggi dilakukan oleh siswa pada strata rendah sebesar 70%, kemudian disusul siswa pada strata sedang sebesar 66.06%, dan disusul oleh siswa pada strata tinggi sebesar 66%. Kesalahan menarik kesimpulan dilakukan oleh siswa pada strata rendah sebesar 94.44%, kemudian disusul siswa pada strata tinggi sebesar 93%, dan disusul oleh siswa pada strata sedang sebesar 85.45%. dan terakhir adalah kesalahan karena kecerobohan tertinggi dilakukan siswa pada strata sedang sebesar 15.46%, dan kemudian disusul oleh siswa pada strata rendah sebesar 12.22%, dan disusul oleh siswa pada strata tinggi sebesar 8%.

Alasan yang menyebabkan kesalahan menarik kesimpulan menjadi kesalahan tertinggi yaitu karena pada tahap ini merupakan tahap terakhir dalam proses analisis sebuah jawaban siswa. Karena tahap ini menampung seluruh kesalahan yang telah terjadi pada tahap-tahap sebelumnya. Disamping itu telah ditelusur ada faktor lain yang juga menyebabkan kesalahan, yaitu salah dalam menentukan jawaban akhir, tidak bisa menentukan jawaban akhir, salah dalam menentukan kesimpulan, tidak bisa menentukan kesimpulan, salah menentukan satuan dari jawaban akhir, dan tidak bisa menentukan satuan dari jawaban akhir.

Setelah menganalisis jenis kesalahan siswa secara umum, selanjutnya akan dilakukan analisis jenis kesalahan untuk masing-masing soal. Untuk soal nomor 1, kesalahan tertinggi adalah kesalahan menarik kesimpulan. Penyebab pertama pada tahap ini adalah siswa melakukan kesalahan pada langkah sebelumnya. Penyebab kedua adalah siswa salah dalam menentukan jawaban akhir. Kesalahan selanjutnya adalah kesalahan proses, penyebab pertama adalah siswa tidak bisa mengoperasikan aljabar misalnya perkalian negatif dengan positif hasilnya positif, perkalian negatif dengan negatif hasilnya negatif, penjumlahan negatif dengan positif hasilnya positif padahal nilai negatifnya lebih besar dari nilai positifnya. Penyebab kedua adalah siswa salah dalam menghitung bilangan bulat, misalnya $12:2=24$; $-7\times2=5$; $-7\times2=-5$; -

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

14+6=-20 dan sebagainya. Penyebab ketiga adalah siswa salah dalam menentukan sistematika penyelesaian, misalnya $(-7 \times 2) + (12{:}\,2) - (-7) = 14 + 6 = 20 - (-7) = 27$; $(-5) + (6) - (-7) = (-5) + (-7) - (6)$; $(-7 \times 2) + (12{:}\,2) — 7 = -7 \times 2 = -14 = 12{:}\,2 = 6 = -14 + 6 = 9 = 9 - \; -7 = 16$ dan lain sebagainya. Dan penyebab keempat adalah siswa salah pada langkah sebelumnya. Kesalahan selanjutnya adalah kesalahan karena kecerobohan, kesalahan yang terjadi apabila siswa salah menyelesaikan soal saat tes, tetapi ketika wawancara siswa dapat menjawab dengan benar. Pada tahap ini siswa dapat menemukan solusi dari soal. Kemudian kesalahan terakhir adalah kesalahan transformasi, yaitu siswa salah dalam menentukan operasi mana yang harus didahulukan. Adapun kesalahan yang dilakukan siswa adalah $(-7 \times 2) + (12{:}\,2) — 7 = (-7) \times 2 + (12{:}\,2) - (-7) = (-7 - (-7) \times 2 + (12{:}\,2) = 14 \times 2 + 6 = 28 + 6$.

Menurut hasil analisis dari semua strata didapatkan bahwa tidak selamanya sekolah pada strata rendah selalu mengalami kesulitan dalam mengerjakan soal UN. Dan belum tentu sekolah pada strata tinggi selamanya selalu berhasil atau tidak pernah mengalami kesulitan dalam mengerjakan soal UN. Dan belum tentu setiap strata mengalami kesulitan yang sama pada setiap UN. Semua itu bergantung pada kesalahan-kesalahan yang dilakukan siswa dalam mengerjakan soal. Mengingat bahwa kesulitan dapat dilihat dari kesalahan yang dilakukan siswa, dapat diasumsikan jika siswa sering melakukan kesalahan dalam mengerjakan soal, maka itu merupakan pertanda bahwa siswa benar-benar mengalami kesulitan.

2. Faktor penyebab kesulitan

Berdasarkan hasil analisis jenis kesalahan yang telah dilakukan sebelumnya, telah ditentukan faktor-faktor yang menyebabkan kesulitan siswa dalam menyelesaikan soal UN. Oleh karena itu pada bagian ini akan dibahas bahwa setiap soal memiliki faktor-faktor berbeda yang menyebabkan kesulitan.

Hasil analisis soal nomor 1 untuk faktor-faktor yang menyebabkan kesulitan siswa telah didapatkan persentase yang berbeda-beda pada setiap stratanya. Untuk strata rendah ada 2 faktor yang menyebabkan kesulitan siswa, yaitu siswa tidak menguasai dalam mengoperasikan aljabar sebesar 55.56% dan siswa tidak menguasai perhitungan bilangan bulat sebesar 44.44%. Untuk strata sedang ada 3 faktor yang menyebabkan kesulitan siswa, yaitu siswa tidak menguasai operasi aljabar $(+, -, \times$

$, \text{atau} :)$ yang seharusnya didahulukan sebesar 4.5%, siswa tidak menguasai dalam mengoperasikan aljabar sebesar 36.36%, dan siswa tidak menguasai perhitungan bilangan bulat sebesar 31.82%. Sedangkan untuk strata tinggi ada 2 faktor yang menyebabkan kesulitan siswa, yaitu siswa tidak menguasai dalam mengoperasikan aljabar sebesar 30% dan siswa tidak menguasai perhitungan bilangan bulat sebesar 40%.

BAB IV SIMPULAN DAN SARAN

1. Jenis kesulitan yang dialami siswa SMP N di Kabupaten Pacitan dalam menyelesaikan soal-soal matematika UN tahun pelajaran 2009/2010, di mana soal pilihan ganda telah dikemas kembali ke dalam bentuk uraian adalah ditandai dengan adanya kesalahan pada jawaban tes siswa. Jenis kesulitannya adalah sebagai berikut:
   a. Siswa kesulitan dalam operasi hitung campuran $(+, -, \times, \text{atau} :)$ pada bilangan bulat dikarenakan siswa kesulitan dalam transformasi, proses, menarik kesimpulan, dan kecerobohan.
2. Faktor-faktor yang menyebabkan kesulitan siswa SMP N di Kabupaten Pacitan dalam menyelesaikan soal-soal matematika pada UN tahun pelajaran 2009/2010 adalah:
   a. Pada kompetensi menentukan hasil operasi hitung campuran $(+, -, \times, \text{atau} :)$ pada bilangan bulat yaitu:
      1) Siswa tidak menguasai operasi aljabar $(+, -, \times, \text{atau} :)$ yang seharusnya didahulukan.
      2) Siswa tidak menguasai dalam mengoperasikan aljabar.
      3) Siswa tidak menguasai perhitungan bilangan bulat.

DAFTAR PUSTAKA

Cooney, T.J., Davis, E.V., Henderson, K.B.1975. *Dinamics of Teaching Secondary School Mathematics*. Boston: Houghton Mifflin Company.

Cronbach, L.J., (1984). *Essential of psikological testing*, *Fourth Edition*. New York: Harper & Kow, Publisher.

Gronlud, N.E. (1976). *Measurement and evaluation in Teaching (3rd.ed)*. New York: Macmillan Publishing. Co, Inc.

Joseph, Kai Kow. (2004). *Secondary 2 Students' Difficulties in Solving Non-Routine Problems*. Singapura: Nanyang Technological University.

Badrun Kartowagiran. (2008). *Validasi Dimensionalitas Perangkat Tes Ujian Akhir Nasional SMP Mata Pelajaran Matematika 2003-2006.* Jurnal Penelitian dan Evaluasi pendidikan nomor 2, tahun XXI, 2008.

Natcha prakitipong & Satoshi Nakamura. (2006). *Analysis of Mathematics Performance of Grade Five Student in Thailand Using Newan Procedure.* Journal international cooperation in education vol.9, No.1(2006). Diakses tanggal 15 Agustus 2010 dari http://home.hiroshima-u.ac.jp/cice/9-1prakitipongnakamura.pdf

Woolfolk, A. (2007). *Educational psychology (10th ed.)*. Boston: Allyn & Bacon.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 33

Optimalisasi Sumber Belajar
Dalam Peningkatan Apresiasi Siswa Terhadap Matematika

Niken Wahyu Utami
Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UPY
Jl. PGRI 1 Sonosewu Yogyakarta 55182, e-mail: asa_ku2004@yahoo.com

Abstrak

Matematika merupakan mata pelajaran yang penting dan banyak aplikasinya dalam kehidupan, sehingga siswa diharapkan dapat apresiatif terhadap matematika, Untuk itu, guru perlu menciptakan pembelajaran yang menumbuhkembangkan sikap apresiatif siswa terhadap matematika. Hal-hal yang dapat meningkatkan apresiasi diantaranya dilakukan dengan menggunakan masalah-masalah kontekstual yang disesuaikan dengan materi pembelajaran, menggunakan aktivitas pembelajaran yang memberikan pengalaman belajar yang menyenangkan, dan menggunakan alat peraga visual yang menarik perhatian dan mengkonstruk pemahaman siswa. Oleh karena itu, kita dapat mengoptimalkan sumber belajar dalam menumbuhkembangkan sikap apresiatif siswa, misalnya untuk menyajikan masalah-masalah kontekstual, menjadikannya alat peraga visual, ataupun mengkondisikan siswa dalam kegiatan-kegiatan yang dapat memberikan pengalaman belajar.

Key word: apresiasi siswa, sumber belajar

PENDAHULUAN

Matematika merupakan mata pelajaran yang penting dan banyak aplikasinya dalam kehidupan. Kennedy, Tipps, & Johnson (2008: 289) menyatakan bahwa matematika mempunyai berbagai manfaat praktis dalam kehidupan sehari-hari "…. *to arrange furniture, pack luggage, and park cars. They also use …. in art, architecture, design, graphics, animation, and dozens of other vocational and recreational settings*". Meskipun demikian, sebagian siswa belum menyadari sepenuhnya pentingnya penguasaan matematika sehingga kurang apresiatif dalam mengikuti pembelajaran matematika.

Sikap apresiatif tersebut diantaranya ditunjukkan jika siswa mengetahui ataupun ingin tahu hubungan materi matematika yang dipelajari dengan materi matematika sebelumnya, mengetahui ataupun ingin tahu kegunaan matematika, merasa senang dalam mempelajari ataupun menggunakan matematika, berpartisipasi aktif, perhatian terhadap matematika, dan mampu menyelesaikan masalah sehari-hari yang berhubungan dengan matematika,

Apresiasi siswa terhadap matematika dapat ditumbuhkembangkan dengan perencanaan pembelajaran yang dilakukan guru. Berbagai hal yang dapat meningkatkan

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

apresiasi perlu disadari guru sehingga dapat menciptakan pembelajaran yang membuat siswa apresiatif terhadap matematika.

PEMBAHASAN

Pengertian Apresiasi

Apresiasi, kata yang sering kita dengar dalam dunia seni, dan sastra. Meskipun demikian, apresiasi juga ada dalam bidang yang lain, misal fisika, kimia, matematika, dan lain-lain. Apresiasi menurut arti katanya dalam *The Words of Mathematics, An Etymological Dictionary of Mathematical Terms, Used in English* (Schwartzman, 1994: 27) adalah ”*price, worth, value*”. Schwartzman (1994: 27) menyatakan bahwa apresiasi tersebut di Perancis disebut sebagai *appraise* dan *precious.*

Untuk memahami pengertian dari apresiasi, berikut kita kaji mengenai pengertian apresiasi berdasarkan pendapat ahli. Alfred North Whitehead (Jarrett, 1991: 157) mengemukakan bahwa dalam kegiatan pengapresiasian terhadap sesuatu yang dilakukan seseorang adalah suatu kegiatan yang dilakukan untuk memperoleh sesuatu (untuk memahami sesuatu), berpartisipasi di dalamnya, dan penilaian secara keseluruhannya. Jarret sendiri menyatakan bahwa apresiasi dapat berupa perhatian (*attention*) terhadap sesuatu (Jarrett, 1991: 153). Lebih lanjut, Jarrett (1991: 156) juga menyatakan bahwa pengapresiasian terhadap sesuatu tersebut dapat berupa ketertarikan (*interesting*), pemanfaatan (*worthwhile*), dan kesenangan (*enjoyment*) dalam mempelajarinya.

Pendapat lain mengenai apresiasi juga dikemukakan oleh G. H. Hardy (Hardy, 2005: 15) yang mengungkapkan seseorang yang *appreciate* terhadap sesuatu maka orang tersebut menikmati (*enjoy*) sesuatu tersebut (*enjoyment*), dan John Dewey (Dewey, 2001: 248) yang menyatakan bahwa apresiasi dapat dimaknai sebagai menikmati suatu pengalaman atau kesenangan (*enjoyment*) terhadap sesuatu. Dalam buku yang sama, John Dewey (Dewey, 2001: 262) juga mengungkapkan ”*...appreciation; that is, to understanding and enjoyment of...*”, yang mana apresiasi dapat dimaknai sebagai pemahaman (*understanding*) dan kesenangan (*enjoyment*) terhadap sesuatu. Leih lanjut, John Dewey menyatakan bahwa pemanfaatan (*worth*) merupakan bagian yang penting dari apresiasi. Kegiatan pemanfaatan tersebut dapat berupa kegiatan pengulangan pengalaman dengan penuh makna (Dewey, 2001: 242).

Berdasarkan berbagai pendapat tersebut, terdapat berbagai makna dari apresiasi, tergantung darimana kita melihat apresiasi tersebut. Secara garis besar, yang disebut sebagai apresiasi adalah suatu kegiatan yang di dalamnya melibatkan suatu pemahaman, pemanfaatan, ketertarikan, kesenangan, perhatian, dan partisipasi.

Penggolongan Apresiasi

Apresiasi mengandung makna yang beraneka ragam seperti yang telah kita kaji dalam bahasan di atas. Selanjutnya, mengenai penggolongan apresiasi, Chand (2006: 132-133) membagi apresiasi ke dalam 4 tipe, yaitu:

a. *appreciation of the beautiful*

   Apresiasi terhadap keindahan biasanya didiskusikan di bawah dimensi estetika. Alam, seni, musik, sastra, dan tari adalah sumber utama dari apresiasi estetika. Jenis apresiasi ini melibatkan kesenangan emosional dan reaksi yang disebabkan oleh keindahan sesuatu tersebut.

b. *appreciation of human nature*

   Apresiasi terhadap sifat manusia menunjukkan apresiasi terhadap penghargaan kehidupan manusia, misalnya tentang tokoh-tokoh besar, dan sebagainya. Beberapa penulis mengklasifikasikan tipe apresiasi ini ke dalam perasaan moral. Perasaan ini dirangsang oleh studi seperti mata pelajaran sastra dan ilmu sosial yang berhubungan dengan kehidupan manusia

c. *appreciation of the humorous*

   Apresiasi humor memiliki banyak karakteristik dari dua tipe apresiasi yang telah disebutkan di atas. Webster mendefinisikan humor sebagai apresiasi terhadap hal-hal yang lucu atau menggelikan dari suatu ide, situasi, kejadian, atau tindakan

d. *appreciation of the intellectual powers*

   Jenis apresiasi ini mengekpresikan sesuatu yang terjadi karena keinginan individu untuk mengetahui (*to know*) dan mengalami (*to experience*) rasa kepuasan terhadap sesuatu. Secara singkat, apresiasi intelektual adalah sikap atau perasaan terhadap pertanyaan-pertanyaan tentang kebenaran.

Selanjutnya, hal yang harus kita ingat adalah apresiasi berada dalam dimensi afektif. Meskipun demikian, apresiasi berada tetap melibatkan intelektual seseorang, yang mana lebih berada dalam dimensi emosional daripada kognitif, yang tumbuh dari sikap aktif atau emosinya (Chand, 2006: 132). Oleh karena itu, pada artikel ini, apresiasi yang dimaksud termasuk dalam tipe *appreciation of the intellectual powers* karena

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

ditimbulkan oleh keinginan untuk mengetahui/mempelajari sesuatu ilmu, yaitu matematika. Oleh karena itu, pembahasan apresiasi dikhususkan pada tipe tersebut.

Hal-hal yang Dapat Meningkatkan Apresiasi

Pada bagian atas telah dibahas mengenai pengertian apresiasi dan penggolongan apresiasi. Pada bahasan selanjutnya akan dikaji mengenai hal-hal yang dapat dilakukan untuk meningkatkan apresiasi siswa terhadap matematika.

Apresiasi dalam matematika dapat dibangun dengan menerapkan prinsip-prinsip tertentu yang seharusnya dilakukan guru dalam pembelajaran matematika. Prinsip-prinsip yang dapat dilakukan guru dalam membangun apresiasi siswa dikemukakan oleh Chan (2006: 133-136), yaitu:

a. Guru harus membuat persiapan awal yang intensif dan menyeluruh
b. Guru sendiri harus mengapresiasi materi yang diajarkan.
c. Guru harus menggunakan motivasi dalam mengembangkan apresiasi
d. Guru harus membuat pengetahuan dasar apresiasi
e. Guru harus menetapkan standar yang pasti dari apresiasi yang harus diikuti atau dicapai
f. Guru harus memberikan kesempatan yang luas untuk mengembangkan apresiasi
g. Guru harus memastikan bahwa pembelajaran yang dilakukan sesuai dengan umur dan pengalaman siswa
h. Guru memberikan nilai atas kesuksesan pekerjaan siswa (memberikan penghargaan) sehingga siswa berminat mengikuti pelajaran di kelas
i. Guru harus mengarahkan emosi dan membangkitkan minat pada tujuan aktivitas, sehingga memungkinkan siswa untuk keuntungan dengan aplikasi *law effect*
j. Guru harus menggunakan kedua metode langsung dan tidak langsung dalam mengajar atau mengembangkan apresiasi

Kemudian, hal-hal yang dapat meningkatkan apresiasi, menurut beberapa ahli diuraikan sebagai berikut.

a. Cooper (http://onlinedb.terc.edu/PME2003/PDF/RR_cooper.pdf) menyatakan bahwa *"When realistic problems are open ended in nature as well as contextual, they have an added advantage. They draw on the same content but allow the possibility of the students investigating the situation for themselves and so coming to a better appreciation of the concept as a result of their own thingking"* .

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

b. Penelitian Schultes and Shannon (1997: 231) dalam Arishmendi (http://www.rpi.edu/~eglash/isgem.dir/texts.dir/ ejap.htm) yang menemukan bahwa sebagian besar siswa meningkat pesat apresiasinya terhadap matematika setelah dilakukan pembelajaran menggunakan kebudayaan yang ada dalam masyarakat (*a cultural perspective*) yang telah dikenal siswa.
c. Haynes, Ben, Ensign (2003 : 37) yang menyatakan bahwa pembelajaran yang menggunakan cara (metode) yang beragam dapat meningkatkan apresiasi siswa.
d. Ismail, Kasmin, dan Alias (http://math.unipa.it/~grim/21_project/21_malasya_Ismail115-118_ 05.pdf) yang mengungkapkan hal yang dapat meningkatkan apresiasi adalah dengan memberikan pengalaman dan aktivitas pembelajaran yang menyenangkan dan penuh makna.
e. Brophy (http://www.informaworld.com/openurl?genre=article&id=doi:10.1080/00461520701756511) yang mengungkapkan bahwa pembelajaran yang menumbuhkan apresiasi memerlukan pembelajaran yang memberikan gambaran kebermanfaatan pembelajaran yang dilakukan, menunjukkan nilai-nilai isi pembelajaran dan aplikasinya dalam kehidupan, dan memberikan aktivitas yang memberikan pengalaman belajar bagi siswa.
f. Rule, Arthur, Dunham, etc, (2007: 50) mengungkapkan hal yang dapat dilakukan untuk meningkatkan apresiasi adalah dengan memberikan tampilan yang berwarna
g. Chand (2006: 130) mengemukakan bahwa “*Visual aids should be used only when the lesson presented does furnish a basis for appreciation.* Mengenai alat peraga visual (*visual aids*) ini, Chand menambahkan bahwa pembelajaran yang dilakukan menggunakan alat peraga visual dapat membuat lebih menarik (*interesting*) dan memberikan materi menjadi lebih konkret dalam pemahaman (*understanding*) siswa. Lebih dari itu, alat peraga visual dapat meningkatkan perhatian (*attention*) siswa terhadap pembelajaran yang dilakukan (Chand, 2006: 130).
h. NCTM (http://www.k12academics.com/education-reform/principles-standards-school-mathematics/math-appreciation-culture) menyatakan bahwa “*Students should have numerous and varied experiences related to the cultural, historical,*

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

and scientific evolution of mathematics so that they can appreciate the role of mathematics in the development of our contemporary society".

Berdasarkan berbagai pendapat tersebut dapat disimpulkan mengenai hal-hal yang dapat meningkatkan apresiasi siswa terhadap matematika, dapat dilakukan dengan:

a. Menggunakan metode pembelajaran yang bervariasi, yang sesuai dengan tujuan pembelajaran
b. Menggunakan masalah-masalah kontekstual yang disesuaikan dengan materi pembelajaran
c. Memberikan motivasi belajar kepada siswa.
d. Aktivitas pembelajaran yang memberikan pengalaman belajar yang menyenangkan
e. menggunakan alat peraga visual (dapat berupa gambar-gambar yang menarik perhatian dan mengkonstruk pemahaman siswa)

Sumber Belajar

Sumber belajar dalam arti sempit adalah semua sarana pengajaran yang dapat menyajikan pesan secara auditif maupun visual saja, misalnya OHP, slides, video, film, dan perangkat keras lainnya (Sudjana &Rivai, 2003: 76). Sedangkan Edgar Dale (Sudjana &Rivai, 2003: 76) menyatakan pengertian sumber belajar secara lebih luas yaitu pengalaman adalah sumber belajar. Hal ini mempunyai makna bahwa segala sesuatu yang dialami dianggap sebagai sumber belajar, sepanjang hal itu membawa pengalaman yang menyebabkan belajar.

Penggolongan sumber belajar menurut Sudjana &Rivai (2003:79-80) dapat berupa pesan, manusia, bahan atau media, peralatan, teknik/metode, dan lingkungan. Pesan merupakan informasi yang harus disalurkan oleh komponen lain berbentuk ide, fakta, pengertian, data. Manusia dalam hal ini adalah orang yang menyimpan atau menyalurkan informasi, bisa guru atau siswa. Bahan (media) merupakan barang yang mengandung pesan untuk disajikan melalui pemakaian alat atau peralatan, atau peralatan adalah barang yang menyaluran pesan untuk disajikan yang ada di dalam bahan. Sedangkan teknik/metode merupakan prosedur yang disiapkan dalam mempergunakan bahan pelajaran, peralatan, situasi, dan orang untuk menyampaikan

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

pesan; dan lingkungan adalah situasi sekitar di mana pesan tersebut disalurkan/ditransmisikan.

Berbagai sumber belajar yang ada dapat dipandang sebagai suatu sistem karena merupakan satu kesatuan yang di dalamnya terdapat komponen-komponen dan faktor-faktor yang berhubungan dan saling berpengaruh satu sama lainnya Sudjana &Rivai (2003:79-81). Sumber belajar tersebut, jika dilihat dari pengembangan sumber belajar terdiri dari 2 macam (Sudjana &Rivai, 2003: 77), yaitu sumber belajar yang dirancang atau sengaja dibuat untuk membantu kegiatan pembelajaran (misal: buku, video, *slides*, *tape*, *film*) dan sumber belajar yang ada di sekeliling yang dimanfaatkan guna memberi kemudahan dalam belajar (*learning resources by utilization*), misal: pasar, toko, museum.

Optimalisasi Sumber Belajar dalam Peningkatan Apresiasi Siswa

Pada umumnya sumber belajar saat ini terbatas pada guru dan buku paket, padahal banyak sumber belajar lainnya baik di dalam maupun di luar kelas , antara lain dapat berupa benda nyata (sebagai model), poster, lingkungan alam dan sosial, yang dapat dimanfaatkan dalam mengoptimalkan proses dan hasil belajar. Optimalisasi sumber belajar dapat dilakukan dengan memaksimalkan fungsi sumber belajar, diantaranya:

a. Pesan

   Pesan merupakan informasi yang harus disalurkan dalam bentuk ide, fakta, ataupun pengertian. Optimalisasi pesan perlu dilakukan dengan identifikasi tujuan pembelajaran berdasarkan SK-KD dan dirancang sedemikian rupa sehingga penyampaiannya dapat dilakukan melalui aktivitas belajar yang memberikan pengalaman belajar. Selain itu, optimalisasi juga dilakukan dengan menganalisis masalah-masalah kontekstual yang dapat diberikan, baik itu sebagai apersepsi maupun sebagai motivasi dalam pembelajaran.

b. Manusia

   Manusia dalam hal ini adalah guru atau siswa yang menyimpan atau menyalurkan informasi. Kegiatan penyaluran informasi dalam kegiatan pembelajaran saat ini, sebagian besar dilakukan dalam ruang kelas yang teratur secara klasikal. Siswa duduk berbaris dan lebih banyak mendengarkan guru.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Sumber belajar dalam hal ini dapat optimal apabila pengelolaan kelas terencana dengan baik. Pengelolaan kegiatan siswa dirancang secara lebih bervariasi, termasuk kerja kelompok, kerja perorangan ataupun klasikal. Hal yang dapat dilakukan guru dalam menyusun pengelolaan pembelajaran yang sesuai, dapat dibantu dengan mengisi kolom seperti dalam Tabel 1 berikut.

Tabel 1. Contoh Perencanaan Pengelolaan Kegiatan Pembelajaran

Jenis Pengelolaan	Jenis Kegiatan
Klasikal	apersepsi, motivasi, presentasi kelas dari diskusi, refleksi penarikan kesimpulan.
Kelompok	pengamatan, percobaan, diskusi, pemecahan masalah
Perorangan	evaluasi, kuis

c. Bahan atau media

Bahan atau media dapat diberikan menggunakan alat peraga visual yang berupa gambar-gambar yang menarik perhatian dan mengkonstruk pemahaman siswa, benda-benda di sekitar kelas sebagai model dari bangun datar atau bangun ruang, pajangan kelas, dan lain-lain.

Untuk mengidentifikasi bahan atau media di sekitar yang dapat digunakan dalam pembelajaran, dapat dibantu dengan mengisi Tabel 2 berikut.

Tabel 2. Contoh Bahan atau Media dalam Kegiatan Pembelajaran

Jenis Bahan	Penggunaan
Buku	Permukaannya sebagai contoh model persegi panjang
Pintu	Permukaannya sebagai contoh model persegi panjang
Kotak Kapur	Model dari balok
Pajangan Foto	Permukaannya sebagai contoh model persegi panjang; skala pengukuran
…	…
…	…

d. Peralatan

Penggunaan peralatan dapat menyesuaikan penggunaan taknik/metode dan menyesuaikan tujuan pembelajaran yang ingin dicapai. Peralatan dapat digunakan untuk menyajikan informasi secara lebih menarik, misalnya menggunakan OHP,

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

LCD, dsb sehingga dapat menyajikan gambar-gambar yang menarik perhatian dan mengkonstruk pemahaman siswa.

e. Teknik/metode

Berdasarkan analisis yang dilakukan terhadap tujuan, tugas, pesan yang akan disampaikan dll, dapat dirancang metode yang sesuai yang bervariasi sesuai tujuan pembelajaran. Selain disesuaikan dengan tujuan pembelajaran, penggunaan metode yang bervariasi ini juga untuk menghilangkan kejenuhan sehingga dapat meningkatkan apresiasi siswa. Teknik/metode juga dirancang untuk bisa memberikan aktivitas belajar yang memberikan pengalaman belajar.

f. lingkungan

Apabila kita mengajar menggunakan lingkungan sebagai sumber belajarnya maka hal itu akan lebih bermakna dan bernilai, sebab siswa diharapkan dengan peristiwa dan keadaan yang sebenarnya, sehingga lebih nyata, lebih faktual, dan kebenarannya lebih dapat dipertanggungjawabkan. Untuk mengidentifikasi lingkungan di sekitar yang dapat digunakan dalam pembelajaran, dapat dibantu dengan mengisi Tabel 3 berikut.

Tabel 3. Contoh Lingkungan dalam Kegiatan Pembelajaran

Lingkungan	Kegiatan
Kantin	Jual beli, diskon
Taman	Menentukan keliling taman, dsb
…	…
…	…
…	…

SIMPULAN DAN SARAN

Pembelajaran matematika yang dirancang dengan baik, memperhatikan hal-hal yang dapat meningkatkan apresiasi seperti penggunaan teknik/metode pembelajaran yang bervariasi yang sesuai dengan tujuan pembelajaran, masalah-masalah kontekstual, aktivitas pembelajaran yang memberikan pengalaman belajar yang menyenangkan, menggunakan bahan-bahan di sekitar siswa sehingga menarik perhatian, dan sebagainya. Pembelajaran yang demikian perlu dilakukan sehingga siswa dapat mengapresiasi matematika secara lebih baik.

DAFTAR PUSTAKA

Aminudin. (2009). *Pengantar Apresiasi Karya Sastra*. Bandung: Sinar Baru Algesindo.

Arishmendi . (2001). *Comparison Of The Final Grades Of Students In Intermediate Algebra Taught With And Without An Ethnomathematical Pedagogy*. Diambil pada 14 Februari 2010 dari: (http://www.rpi.edu/~eglash/isgem.dir/texts.dir/ejap.htm)

Brophy, Jere. (2008). ***Educational Psychologist, v43 n3 p132-141 Jul 2008*.** Diambil pada tanggal 14 Februari 2010 dari: http://www.informaworld.com/openurl?genre=article&id=doi:10.1080/00461520701756511

Chand, Tara.(2006). *Educational Technology*. India: J. L. Kumar for Anmol Publications Pvt. Ltd

Cooper. (2003). Diambil pada 15 Oktober 2009 dari (http://onlinedb.terc.edu/PME2003/PDF/RR_cooper.pdf)

Erman Suherman, Turmudi, Didi Suryadi, dkk. (2003). *Strategi Pembelajaran Matematika* Kontemporer. Bandung : UPI.

Ernest, Paul. (2000). *Why Teach Mathematics?.* Diambil pada tanggal 12 Februari 2010 dari: http://people.exeter.ac.uk/PErnest/why.htm

Hardy, G.H. (2005). *A Mathematician's Apology*. Alberta :University of Alberta Mathematical Sciences Society

Kozulin, A., Gindis,B, Vlamir,S.A., et all. (2007). *Vygotsky's educational theory in cultural context.* USA: Cambridge University Press.

Ismail, Z., Kasmin, M K., and Alias, N., *The Mathematics Carnival: A Platform to Appreciate Mathematics.* Diambil pada 18 Juli 2009 dari http://math.unipa.it/~grim/21_project/21_malasya_Ismail115-118_05.pdf

Jarrett, James I. (1991). *The Teaching of Values Caring and Appreciation*. USA: Chapman andHall, Inc.

Whitehead, A.N. (1925). *Science and The Modern Word* .USA: The Macmillan Company

_____________. (…….).*The Aims of Education.*

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 34

Implementasi Model Pembelajaran *Learning Cycle 5E* Untuk Meningkatkan Kemampuan Komunikasi Matematis Siswa Kelas IX B SMP Negeri 2 Sleman

Oleh
Nina Agustyaningrum, S.Pd.Si.
Jurusan Pendidikan Matematika, Pascasarjana Universitas Negeri Yogyakarta
Email: agustyaningrum_uny@yahoo.co.id

ABSTRAK

Penelitian ini merupakan penelitian tindakan kelas (PTK) yang bertujuan untuk mengetahui bagaimana proses pelaksanaan pembelajaran *Learning Cycle 5E* yang dapat meningkatkan kemampuan komunikasi matematis siswa kelas IX B SMP Negeri 2 Sleman tahun ajaran 2010/2011. Kemampuan komunikasi matematis yang akan diukur terdiri dari tiga aspek, yaitu (1) kemampuan menyatakan ide-ide matematis melalui lisan, tulisan, serta menggambarkan secara visual; (2) kemampuan menginterpretasikan dan mengevaluasi ide-ide matematis baik secara lisan maupun tertulis; (3) kemampuan dalam menggunakan istilah-istilah, simbol-simbol matematika, dan struktur-strukturnya untuk memodelkan situasi atau permasalahan matematika. Tahap-tahap pembelajaran *Learning Cycle 5E* yang dapat meningkatkan kemampuan komunikasi matematis siswa kelas IX B SMP Negeri 2 Sleman terdiri dari 5 tahap pembelajaran yaitu: (1) tahap *engagement* yang menekankan pada pemberian materi apersepsi dan pengetahuan awal siswa; (2) tahap *exploration* yang menekankan pada optimalisasi diskusi kelompok; (3) tahap *explanation* yang menekankan pada kemampuan siswa dalam mempresentasikan atau mengungkapkan hasil pemikiran mereka; (4) tahap *elaboration* yang menekankan pada kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal pemecahan masalah; dan (5) tahap *evaluation* yang menekankan pada pemberian soal *quiz* atau *open-ended question* untuk mengetahui bagaimana hasil belajar yang dicapai siswa.

Kata kunci: komunikasi matematis, *Learning Cycle 5E*

A. Pendahuluan

Komunikasi merupakan komponen yang penting dalam proses pembelajaran tak terkecuali dalam pembelajaran matematika. karakteristik matematika yang abstrak, sarat dengan istilah dan simbol, mengakibatkan banyak siswa yang hanya menelan mentah saja semua meteri tersebut tanpa mencoba untuk memahami informasi apa yang terkandung di dalamnya. Kebanyakan siswa menerapkan metode menghafal rumus untuk belajar matematika, padahal esensi dari pembelajaran matematika bukanlah menghafal melainkan seperti yang tercantum dalam permen nomor 22 tahun 2006.

Tujuan pembelajaran matematika poin keempat yang tercantum dalam permen nomor 22 tahun 2006 adalah agar siswa mampu mengomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah. Dengan demikian, jelas bahwa komunikasi matematis merupakan salah satu kemampuan penting yang harus dikembangkan dalam diri siswa.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Namun beberapa hasil penelitian menunjukkan bahwa kemampuan komunikasi matematis di Indonesia masih kurang baik. Survei yang dilakukakan *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS) menunjukkan bahwa penekanan pembelajaran matematika di Indonesia lebih banyak pada penguasaan keterampilan dasar, hanya sedikit sekali penekanan penerapan matematika dalam konteks kehidupan sehari-hari, berkomunikasi secara matematis, dan bernalar secara matematis. Selanjutnya, hasil penelitian Tim Pusat Pengembangan Penataran Guru Matematika juga mengungkapkan bahwa di beberapa wilayah Indonesia yang berbeda, sebagian besar siswa kesulitan dalam menyelesaikan soal-soal pemecahan masalah dan menerjemahkan soal kehidupan sehari-hari ke dalam model matematika (Fadjar Shadiq, 2007: 2-3). Hal ini menunjukkan bahwa kemampuan komunikasi dan pemecahan masalah matematis siswa Indonesia masih kurang baik.

Selanjutnya, observasi yang dilakukan oleh peneliti di SMP Negeri 2 Sleman juga menunjukkan bahwa rendahnya kemampuan komunikasi matematis juga dialami oleh siswa kelas IX B di SMP Negeri 2 Sleman. Hal-hal yang mengindikasikan masih rendahnya kemampuan komunikasi matematis siswa dalam pembelajaran yaitu: (1) siswa kurang percaya diri dalam mengomunikasikan gagasannya dan masih ragu-ragu dalam mengemukakan jawaban ketika ditanya oleh guru; (2) ketika ada masalah yang disajikan dalam bentuk soal cerita siswa masih bingung bagaimana menyelesaikannya, mereka kesulitan dalam membuat model matematis dari soal cerita tersebut; (3) siswa belum mampu mengomunikasikan ide atau pendapatnya dengan baik, pendapat yang disampaikan oleh siswa sering kurang terstruktur sehingga sulit dipahami oleh guru maupun temannya. Berdasarkan uraian di atas maka perlu dilakukan penelitian yang bertujuan untuk meningkatkan kemampuan komunikasi matematis siswa. Cara meningkatkan kemampuan komunikasi matematis yang digunakan dalam penelitian ini adalah dengan mengimplementasikan model pembelajaran *Learning Cycle 5E*.

B. Komunikasi Matematis

Komunikasi matematis merupakan suatu cara siswa untuk mengungkapkan ide-ide matematis baik secara lisan, tertulis, gambar, diagram, menggunakan benda, menyajikan dalam bentuk aljabar, atau menggunakan simbol matematika. Siswa yang memperoleh kesempatan dan dorongan untuk berbicara, menulis, membaca, dan mendengarkan dalam pembelajaran matematika mendapatkan dua hal sekaligus, yaitu berkomunikasi untuk mempelajari matematika (*communicate to learn mathematics*) dan belajar untuk berkomunikasi secara matematis (*learn to communicate mathematically*) (NCTM, 2000: 60). Dalam (Depdiknas, 2004: 24) juga disebutkan bahwa komunikasi matematis merupakan kesanggupan atau kecakapan siswa untuk menyatakan dan menafsirkan gagasan matematis secara lisan, tertulis, atau mendemonstrasikan apa yang ada dalam persoalan matematika.

Demikian pentingnya komunikasi matematis dalam pembelajaran matematika ini, sehingga dalam *Principles and Standards for School Mathematics* dari NCTM tahun 2000 disebutkan bahwa program-program pembelajaran matematika dari pra-TK hingga kelas 12 hendaklah memberikan kesempatan kepada seluruh siswa untuk (1) Mengatur dan menggabungkan pemikiran matematis mereka melalui komunikasi; (2) Mengomunikasikan pemikiran matematis mereka secara logis dan jelas kepada teman-teman, guru, dan orang lain; (3) Menganalisis dan mengevaluasi pemikiran serta strategi-strategi matematika orang lain; (4) Menggunakan bahasa matematika untuk mengekspresikan ide-ide matematis dengan tepat (NCTM, 2000: 60).

Berdasarkan *Principles and Standards for School Mathematics* dari NCTM tahun 2000 (Yonandi, 2010: 276) kemampuan komunikasi matematis siswa dapat dilihat dari beberapa aspek berikut:

1. Kemampuan menyatakan ide-ide matematis melalui lisan, tulisan, serta menggambarkan secara visual. Kemampuan ini menekankan pada kemampuan siswa dalam menjelaskan, menulis, maupun membuat sketsa atau gambar tentang ide-ide matematis yang dimiliki untuk menyelesaikan masalah. Siswa hendaknya diberi kesempatan untuk berdiskusi bersama siswa lain untuk berbicara tentang matematika. Hal ini sesuai dengan pendapat John A. Van de Walle (2008: 4-5) yang mengatakan bahwa diskusi antarsiswa akan dapat mengeksplorasi ide-ide matematis dari berbagai sudut pandang siswa sehingga dapat menambah pemahaman matematika mereka. Selain itu, mengubah satu penyajian ke dalam bentuk penyajian lain seperti gambar merupakan cara penting untuk menambah pemahaman terhadap suatu ide karena dapat memperluas interpretasi nyata dari suatu soal.
2. Kemampuan menginterpretasikan dan mengevaluasi ide-ide matematis baik secara lisan maupun tertulis.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Dalam *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000: 271) disebutkan bahwa "*Teachers should identify and use tasks that afford students opportunities to interpret and justify mathematical ideas*." Jadi untuk aspek yang kedua ini meliputi dua kemampuan yaitu:

a. Kemampuan siswa dalam menginterpretasikan (menafsirkan) ide-ide matematis yang terdapat dalam persoalan matematika. Artinya siswa harus dapat memahami dengan baik apa yang dimaksudkan dari suatu soal dan dapat merumuskan kesimpulan dari masalah yang diberikan. Siswa dapat saling bertukar ide mengenai pokok permasalahan yang dimaksudkan dalam soal. Siswa juga dapat menuliskan informasi-informasi yang terdapat dalam soal untuk memperjelas masalah dan selanjutnya siswa akan dapat membuat kesimpulan yang benar di akhir jawabannya.
b. Kemampuan siswa dalam mengevaluasi ide-ide matematis tercantum dalam *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000: 349) yaitu "*High school students should be good critics and good self-critics*." Lebih lanjut Yackel dan Cobb (1996) dalam NCTM (2000: 268) juga menyatakan bahwa "*Explanations should include mathematical arguments and rationales, not just procedural descriptions or summaries*." Jadi kemampuan ini menekankan pada kemampuan siswa dalam menjelaskan dan memberikan alasan tentang benar tidaknya suatu penyelesaian.

3. Kemampuan dalam menggunakan istilah-istilah, simbol-simbol matematika, dan struktur-strukturnya untuk memodelkan situasi atau permasalahan matematika.

   Menurut Widiarti dan Pamuntjak (1999: 1) pemodelan matematis adalah suatu cara untuk mendeskripsikan beberapa fenomena kehidupan nyata dalam istilah matematika (secara matematika). Selanjutnya dalam (NCTM, 2000: 349) disebutkan "… *the students should use mathematical language and symbols correctly and appropriately*." Jadi kemampuan ini menekankan pada kemampuan siswa dalam melafalkan maupun menuliskan istilah-istilah, simbol-simbol matematika, dan struktur-strukturnya dengan tepat untuk memodelkan permasalahan matematika.

Pendapat lain yang hampir senada diungkapkan oleh Utari Sumarmo (2003: A19-4) yang menyatakan bahwa indikator yang dapat mengungkapkan kemampuan komunikasi matematis antara lain:

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

1. Merefleksikan benda-benda nyata, gambar, dan diagram ke dalam ide matematis.
2. Membuat model situasi atau persoalan menggunakan metode lisan, tertulis, konkrit, grafik, dan aljabar.
3. Menyatakan peristiwa sehari-hari dalam bahasa atau simbol matematika.
4. Mendengarkan, berdiskusi, dan menulis tentang matematika.
5. Membaca dengan pemahaman suatu presentasi matematika tertulis.
6. Membuat konjektur (dugaan), menyusun argumen, dan membuat generalisasi.

Sementara itu Bansu Irianto Ansari (2003: A42-2) menelaah kemampuan komunikasi matematis dari dua aspek yaitu komunikasi lisan (*talking*) dan komunikasi tulisan (*writing*). Komunikasi lisan diungkap melalui intensitas keterlibatan siswa dalam kelompok kecil selama berlangsungnya proses pembelajaran. Sedangkan yang dimaksud dengan komunikasi tulisan (*writing*) adalah kemampuan siswa menggunakan kosa kata (*vocabulary*), notasi, dan struktur matematika untuk menyatakan hubungan dan gagasan serta memahaminya dalam memecahkan masalah. Kemampuan komunikasi matematis secara tertulis dapat diungkap melalui representasi matematis. Representasi matematis siswa menurut Cai Jakabscin (Bansu Irianto Ansari, 2003) diklasifikasikan dalam tiga kategori yaitu: (1) Pemunculan model konseptual, seperti gambar, diagram, tabel, dan grafik (aspek *drawing*); (2) Membentuk model matematika (aspek *mathematical expression*); (3) Argumentasi verbal yang didasari pada analisis terhadap gambar dan konsep-konsep formal (aspek *written text*).

Dari beberapa pendapat ahli di atas peneliti menyimpulkan bahwa kemampuan komunikasi matematis siswa pada dasarnya dapat ditinjau dari kemampuan komunikasi lisan dan tulisan. Dalam penelitian ini aspek yang digunakan untuk mengungkap kemampuan komunikasi matematis mengacu pada pendapat NCTM karena dianggap lebih jelas dalam mendeskripsikan setiap aspek-aspeknya. Aspek kemampuan komunikasi matematis yang akan diukur dalam penelitian ini meliputi:

1. Kemampuan menyatakan ide-ide matematis melalui lisan, tulisan, serta menggambarkan secara visual.
2. Kemampuan menginterpretasikan dan mengevaluasi ide-ide matematis baik secara lisan maupun tertulis.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

3. Kemampuan dalam menggunakan istilah-istilah, simbol-simbol matematika, dan struktur-strukturnya untuk memodelkan situasi atau permasalahan matematika.

C. *Learning Cycle 5E*

Learning Cycle merupakan suatu model pembelajaran sains yang berbasis konstuktivistik. Model ini dikembangkan oleh J. Myron Atkin, Robert Karplus dan Kelompok SCIS (*Science Curriculum Improvement Study*), di Universitas California, Berkeley, Amerika Serikat sejak tahun 1967 (Dean Zollman & N. Sanjay Rebello, 1998:1). Teori konstruktivisme memandang bahwa belajar merupakan suatu proses membangun pengetahuan sedikit demi sedikit, yang kemudian hasilnya diperluas melalui konteks yang terbatas dan tidak sekonyong-konyong. Pengetahuan bukanlah seperangkat fakta, konsep, atau kaidah yang siap untuk diambil atau diingat. Manusia harus mengonstruksi pengetahuan itu dan memberi makna melalui pengalaman nyata (Baharuddin dan Esa Nur Wahyuni, 2007: 115-116).

Menurut Soebagio, dkk (2001: 50) *learning cycle* merupakan suatu model pembelajaran yang memungkinkan siswa menemukan konsep sendiri atau memantapkan konsep yang dipelajari, mencegah terjadinya kesalahan konsep, dan memberikan peluang kepada siswa untuk menerapkan konsep-konsep yang telah dipelajari pada situasi baru. Implementasi model pembelajaran *learning cycle* dalam pembelajaran sesuai dengan pandangan kontruktivisme dimana pengetahuan dibangun pada diri peserta didik. Beberapa keuntungan diterapkannya model pembelajaran *learning cycle* adalah (1) Pembelajaran bersifat *student centered*; (2) Informasi baru dikaitkan dengan pengetahuan yang telah dimiliki siswa; (3) Orientasi pembelajaran adalah investigasi dan penemuan yang merupakan pemecahan masalah; (4) Proses pembelajaran menjadi lebih bermakna karena mengutamakan pengalaman nyata; (5) Menghindarkan siswa dari cara belajar tradisional yang cenderung menghafal; dan (6) Membentuk siswa yang aktif, kritis, dan kreatif

Thomas E. Lauer (2003: 518) menuturkan *learning cycle* pada mulanya terdiri dari tiga tahap yaitu *exploration*, *concept introduction* dan *concept application* (E-I-A). Tiga tahap tersebut saat ini berkembang menjadi lima tahap yang dikenal dengan nama *5E* (*engagement, exploration, explanation, elaboration/extention,* dan *evaluation*). Langkah-langkah dalam setiap tahap pembelajaran *learning cycle 5e* dijelaskan oleh Anthony W. Lorsbach (2002) sebagai berikut: (1) Tahap *engagement*. Pada tahap ini

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

guru menyiapkan atau mengondisikan siswa untuk belajar, membangkitkan minat siswa pada pelajaran matematika, dan melakukan tanya jawab dalam mengeksplorasi pengetahuan awal siswa; (2) Tahap e*xploration*. Pada tahap ini siswa bekerja sama dalam kelompok-kelompok kecil untuk mengerjakan LKS tanpa pengajaran langsung dari guru. Siswa mempelajari konsep sendiri dari berbagai sumber yang dimiliki dan mendiskusikan dengan teman kelompoknya. Dalam hal ini guru berperan sebagai fasilitator; (3) Tahap *explanation*. Tahap ini merupakan tahap diskusi klasikal. Pada tahap ini siswa menjelaskan konsep hasil temuan kelompoknya dengan kata-kata mereka sendiri, menunjukkan bukti dan klarifikasi dari penjelasan mereka, serta membandingkan argumen yang mereka miliki dengan argumen dari siswa lain; (4) Tahap *elaboration.* Pada tahap ini siswa mengaplikasikan konsep yang mereka dapatkan untuk menyelesaikan soal-soal pemecahan masalah; dan (5) Tahap *evaluation*. Evaluasi dapat dilakukan melalui pemberian tes (*quiz*) atau *open-ended question* di akhir pembelajaran untuk mengetahui sejauh mana tingkat pemahaman siswa terhadap konsep yang dipelajari.

Setiap tahap yang terstruktur dalam *learning cycle 5e* memiliki manfaat yang positif bagi siswa karena mengindikasikan pembelajaran yang bersifat *student-centered*. Proses pembelajaran bukan lagi sekedar transfer pengetahuan dari guru ke siswa, tetapi merupakan proses pemerolehan konsep yang berorientasi pada keterlibatan siswa secara aktif dan langsung. Proses pembelajaran demikian akan lebih bermakna, menghindarkan siswa dari cara belajar tradisional yang cenderung menghafal, dan menjadikan skema dalam diri siswa yang setiap saat dapat diorganisasi oleh siswa untuk menyelesaikan masalah-masalah yang dihadapi.

D. Metode penelitian

Penelitian ini merupakan Penelitian Tindakan Kelas (PTK) dengan subjek penelitian adalah siswa kelas IX B SMP Negeri 2 Sleman yang berjumlah 36 siswa yang terdiri dari 19 siswa laki-laki dan 17 siswa perempuan dengan karakteristik yang berbeda, baik kemampuan prestasi maupun tingkat sosial ekonomi. Subjek penelitian ditentukan setelah peneliti melakukan observasi dan berkonsultasi dengan guru matematika kelas IX. Kelas IX B dipilih karena berdasarkan observasi yang dilakukan, dalam kelas inilah yang mengindikasikan kemampuan komunikasi matematis yang masih rendah.

Penelitian ini mengacu pada model penelitian tindakan kelas spiral dari Kemmis dan Taggart. Menurut Kemmis dan Taggart (Rochiati Wiriaatmadja, 2006: 66), terdapat empat tahapan dalam setiap siklus penelitian tindakan kelas yaitu perencanaan, pelaksanaan tindakan, observasi, dan refleksi. Siklus akan berakhir jika hasil penelitian yang diperoleh telah memenuhi indikator keberhasilan yang ditetapkan. Sedangkan teknik pengumpulan data pada penelitian ini adalah observasi dan tes. Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini meliputi: (1) Tes tertulis; (2) Lembar observasi kemampuan komunikasi matematis; (3) Lembar observasi keterlaksanaan pembelajaran; (4) Rubrik penilaian hasil tes kemampuan komunikasi matematis; dan (5) Catatan lapangan.

Data berupa catatan lapangan, hasil observasi, dan tes tertulis dianalisis menggunakan analisis deskriptif kualitatif. Analisis data dalam penelitian ini dilakukan melalui tiga tahap yaitu: (1) Reduksi data, yaitu kegiatan pengelolaan data (mulai dari *editing*, koding, hingga tabulasi data). Hasil pengumpulan data dipilah-pilah ke dalam satuan konsep tertentu, kategori tertentu, atau tema tertentu (Burhan Bungin, 2005: 70); (2) Penyajian data, yaitu mengorganisasikan data ke dalam suatu bentuk tertentu sehingga terlihat bentuk datanya secara lebih utuh (Burhan Bungin, 2005: 70), dan (3) Triangulasi atau pemeriksaan keabsahan data dengan memanfaatkan sesuatu yang lain di luar data itu untuk keperluan pengecekan atau sebagai pembanding terhadap data itu (Lexy J. Moleong, 1996: 178). Dalam penelitian ini triangulasi dilakukan dengan menggunakan teknik pengumpulan data yang berbeda yaitu observasi, tes, dan catatan lapangan.

E. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Hasil penelitian menunjukkan bahwa penerapan pembelajaran *Learning Cycle 5E* yang dapat meningkatkan kemampuan komunikasi matematis siswa kelas IX B SMP Negeri 2 Sleman terdiri dari 5 tahap pembelajaran yaitu: (1) tahap *engagement* yang menekankan pada pemberian materi apersepsi dan pengetahuan awal siswa; (2) tahap *exploration* yang menekankan pada optimalisasi diskusi kelompok; (3) tahap *explanation* yang menekankan pada kemampuan siswa dalam mempresentasikan atau mengungkapkan hasil pemikiran mereka; (4) tahap *elaboration* yang menekankan pada kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal pemecahan masalah; dan (5) tahap *evaluation* yang menekankan pada pemberian soal *quiz* atau *open-ended question* untuk

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

mengetahui bagaimana hasil belajar yang dicapai siswa. Dengan pelaksanaan pembelajaran tersebut, persentase kemampuan komunikasi matematis yang berhasil dicapai siswa meningkat dari 56,50% di sklus I menjadi 69,21% di siklus II (telah mencapai kategori tinggi menurut lembar observasi) dan menurut hasil tes, kemampuan komunikasi matematis siswa juga mengalami peningkatan dari 63,58% di siklus I menjadi 70,11% di siklus II (telah mencapai kategori baik).

Dari tahap-tahap pembelajaran *Learning Cycle 5E*, kemampuan komunikasi matematis siswa secara lisan dioptimalkan pada tahap *exploration* dan *explanation*. Pada tahap *exploration* dan *explanation*, kegiatan siswa dalam diskusi kelompok maupun diskusi klasikal dapat menunjang kemampuan komunikasi matematisnya secara lisan. Pada tahap ini siswa diberi kesempatan seluas-luasnya untuk mengungkapkan gagasan-gagasan matematis yang dimiliki. Mereka dapat saling bertukar ide secara leluasa dalam menyelesaikan permasalahan. Sedangkan untuk meningkatkan kemampuan komunikasi matematis siswa secara tertulis, lebih dioptimalkan pada tahap *elaboration*. Pada tahap ini siswa mengerjakan soal-soal pemecahan masalah sehingga sangat penting untuk memperhatikan langkah-langkah pengerjaan siswa. Siswa dilatih untuk dapat menyusun jawaban yang terstruktur dengan baik. Penulisan simbol, istilah, dan struktur kalimat matematika juga penting untuk diperhatikan. Hal ini tentunya dapat mendukung pengembangan kemampuan komunikasi matematis siswa secara tertulis.

Namun tidak dapat dipungkiri bahwa hasil yang diperoleh memang masih belum optimal dan kenaikan persentase hasil pencapaian komunikasi matematis siswa yang terjadi tidak terlalu signifikan walaupun sudah mencapai kategori tinggi dan baik. Salah satu penyebabnya adalah keterbatasan waktu. Karena model pembelajaran *learning cycle 5e* merupakan salah satu model pembelajaran kooperatif maka jelas dibutuhkan waktu yang lebih lama dalam proses pembelajarannya dibandingkan dengan model pembelajaran konvensional. Dalam pelaksanaannya sering dibutuhkan tambahan waktu untuk menyelesaikan setiap tahap pembelajaran dari waktu yang telah ditetapkan. Hal ini mengakibatkan tahap-tahap pembelajaran *learning cycle 5e* kadang-kadang tidak dapat dilaksanakan dalam satu kali tatap muka. Selain itu kemampuan (cepat atau lambatnya) siswa yang berbeda-beda dalam memahami suatu materi sehingga hasil yang diperoleh tidak merata bagi semua siswa. Ada siswa yang mengalami peningkatan,

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

ada pula yang mengalami penurunan. Maka sebaiknya penelitian ini masih dilanjutkan ke siklus berikutnya untuk melihat apakah hasil yang diperoleh konsisten atau tidak. Namun karena keterbatasan waktu dan izin dari pihak sekolah maka penelitian ini hanya dapat dilakukan sebanyak dua siklus saja.

F. Simpulan dan Saran

Berdasarkan pembahasan di atas, secara umum dapat disimpulkan bahwa pembelajaran matematika menggunakan model pembelajaran *Learning Cycle 5E* telah mampu membuat siswa kelas IX B SMP Negeri 2 Sleman memiliki kemampuan komunikasi matematis yang baik. Tahapan-tahapan dalam model pembelajaran *Learning Cycle 5E* yang dapat meningkatkan kemampuan komunikasi matematika pada siswa kelas IX B SMP Negeri 2 Sleman dapat diuraikan sebagai berikut:

1. Tahap *Engagement*. Pada tahap ini yang perlu diperhatikan adalah pemberian apersepsi dan pengetahuan awal siswa tentang materi. Dalam hal ini guru harus mempertimbangkan kemampuan akademik siswa sehingga dapat mengatur kedalaman penyampaian materi sebagai pengetahuan awal siswa.
2. Tahap *Exploration*. Siswa bekerja sama dalam kelompok-kelompok kecil untuk mempelajari konsep dari berbagai sumber. Guru sebagai fasilitator dapat memotivasi, mengawasi, dan mendampingi siswa agar siswa lebih aktif dalam kelompok.
3. Tahap *Explanation*. Siswa mengungkapkan hasil pemikiran mereka dengan kata-kata mereka sendiri, menunjukkan bukti dan klarifikasi dari penjelasan mereka, serta membandingkan argumen yang mereka miliki dengan argumen yang dari siswa lain. Pada tahap ini guru harus dapat menumbuhkan rasa percaya diri siswa agar lebih berani dalam mengungkapkan hasil pemikirannya.
4. Tahap *Elaboration*. Siswa menerapkan konsep dan keterampilan yang telah mereka kuasai dalam situasi yang baru dengan mengerjakan soal-soal pemecahan masalah. Soal-soal yang dirasa sulit kemudian dibahas dengan bimbingan guru. Dalam menentukan jumlah dan tingkat kesukaran soal harus disesuaikan dengan waktu dan kemampuan siswa.
5. Tahap *Evaluation.* Untuk mengetehui sejauh mana pemahaman siswa terhadap konsep yang dipelajari guru dapat memberikan soal *quiz* atau *open-ended question*.

Selanjutkan, berdasarkan temuan di atas dikemukan saran berikut: (1) Model pembelajaran *Learning Cycle 5E* dapat digunakan guru sebagai salah satu alternatif cara untuk meningkatkan kemampuan komunikasi matematis siswa; (2) Agar pelaksanaan pembelajaran *Learning Cycle 5E* dapat berjalan dengan efektif guru perlu memberikan batasan waktu yang tegas dalam pelaksanaan setiap tahapan pembelajarannya; (3) Guru harus selalu memotivasi siswa untuk aktif dalam kegiatan diskusi selama pembelajaran sehingga kemampuan komunikasi matematis siswa khususnya secara lisan dapat semakin berkembang; dan (4) Karena peningkatan kemampuan komunikasi matematis yang terjadi termasuk kecil maka perlu dilakukan penelitian lanjutan untuk melihat berapa lama pembelajaran *learning cycle 5e* diimplementasikan agar dampaknya terhadap peningkatan kemampuan komunikasi matematis termasuk tinggi atau signifikan.

A. Daftar Pustaka

Anthony W. Lorsbach. 2002. *The Learning Cycle as a Tool for Planning Science Instruction*. Illionis State University. Tersedia di http://coe.ilstu.edu/scienceed/lorsbach/257lrcy.htm (diakses tanggal 23 Februari 2010)

Baharudin dan Esa Nur Wahyuni. 2007. *Teori Belajar dan Pembelajaran*. Yogyakarta : Ar-Ruzz Media.

Bansu Irianto Ansari. 2003. *Menumbuh Kembangkan Kemampuan Pemahaman dan Komunikasi Matematika Siswa SMU melalui Strategi Think-Talk-Write*. Makalah *National Seminar On Science And Mathematics*. FMIPA-UPI *in cooperation with* JICA. Dirjen Dikti Depdiknas. 25 Agustus 2003.

Burhan Bungin. 2005. *Analisis Data Penelitian Kualitatif*. Jakarta: PT. Raja Grafindo Persada.

Depdiknas. 2004. *Materi Pelatihan Terintegrasi Buku 3 Matematika*. Jakarta: Departemen Pendidikan Nasional.

Dean Zollman & N. Sanjay Rebello. 1998. *Learning Cycles – Curricula Based on Research. Physics Education Research Conference*. University of Nebraska – Lincoln. August 1-2, 1998. Tersedia di: http://web.phys.ksu.edu/papers/concepts/LCIntro.pdf (diakses tanggal 20 Januari 2010)

Fajar Shadiq. 2007. *Laporan Hasil Seminar dan Lokakarya Pembelajaran Matematika 15–16 Maret 2007 di P4TK (PPPG) Matematika*. Yogyakarta. Tersedia di:

http://fadjarp3g.files.wordpress.com/2008/06/07-lapsemlok_limas.pdf (diakses tanggal 10 Oktober 2010)

John A. Van de Walle. 2008. *Matematika Sekolah Dasar dan Menengah* (Dr. Suyono, M. Si. Terjemahan). Jakarta: Penerbit Erlangga.

Lexy J. Moleong. 1996. *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Bandung: PT. Remaja *Rosdakarya*.

The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). 2000. *Principles and Standards for School Mathematics.* Reston, VA: NCTM.

Thomas E. Lauer. *Conceptualizing A Learning Cycle Approach*. The American Biology Teacher, 65(7), 518-522. Published by: National Association of Biology Teachers. Tersedia di: http://www.jstor.org/pss/4451551 (diakses tanggal 23 Februari 2010)

Permen No. 22 Tahun 2006

Soebagio, Soetarno, dan Wiwik H. 2001. *Penggunaan Daur Belajar Untuk Peningkatan Kualitas Pembelajaran dan Pemahaman Konsep Sel Elektrolisis Pada Siswa Kelas III SMU Negeri 2 Jombang*. Media Komunikasi Kimia. Jurnal Ilmu Kimia dan Pembelajarannya. 5 Pebruari 2001.

Utari Sumarmo. 2003. *Pembelajaran Keterampilan Membaca Matematika Pada Siswa Sekolah Menengah.* Makalah *National Seminar On Science And Mathematics*. FMIPA-UPI *in cooperation with* JICA. Dirjen Dikti Depdiknas. 25 Agustus 2003.

Widiarti, S. dan Pamuntjak, R. J. 1999. *Persamaan Differensial Biasa*. Jakarta: Departemen Pendidikan dan Kebudayaan.

Yonandi, M. T. 2010. *Meningkatan Kemampuan Komunikasi Dan Pemecahan Masalah Matematik Melalui Pembelajaran Berbantuan Komputer* (*Computer-Assisted Instructions*). Makalah Seminar Nasional Pendidikan Matematika FMIPA UNY. Yogyakarta 17 April 2010.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 35

Eksperimentasi Model Pembelajaran TPS (*Think Pair Share*) Terhadap Prestasi Belajar Matematika Ditinjau Dari Kemampuan Komunikasi Matematika Siswa Kelas VII SMP Se-Kecamatan Purworejo

Qisthiani Nasikhah & Mujiyem Sapti
Prodi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Muhammadiyah Purworejo
Jalan KHA. Dahlan 3 Purworejo
***e-mail*: saptimoedji@umpwr.ac.id**

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui apakah pembelajaran menggunakan model pembelajaran tipe TPS (*Think Pair Share*) menghasilkan prestasi belajar matematika yang lebih baik daripada tipe NHT (*Numbered Head Together*) pada sub materi pokok persegi panjang dan persegi ditinjau dari kemampuan komunikasi matematika siswa.

Penelitian ini merupakan penelitian eksperimen semu Populasi penelitian ini adalah siswa kelas VII SMP se-Kecamatan Purworejo Kabupaten Purworejo tahun pelajaran 2010/2011 sejumlah 10 SMP. Pengambilan sampel menggunakan *Stratified Cluster Random Sampling.* Sampel penelitian ini 69 responden terdiri dari 32 siswa kelompok eksperimen dan 37 siswa kelompok kontrol. Instrumen penelitian ini berupa tes prestasi pada pelajaran matematika sub materi pokok persegi panjang dan persegi dan lembar observasi siswa. Uji hipotesis menggunakan uji t pihak kanan. Uji prasyarat menggunakan uji normalitas dengan metode *Lilliefors* dan uji homogenitas menggunakan metode *Bartlett* pada taraf signifikansi 0,05.

Analisis data dengan $= 5\%$ menunjukkan nilai pada variabel model pembelajaran yaitu $= 2{,}168$ dan pada variabel komunikasi matematika $= 5{,}080$. Dari nilai $= 1{,}645$, diperoleh $= \{ \ | \ > 1{,}645\}$ maka $_0$ ditolak.Uji hipotesis menunjukkan bahwa (1) pembelajaran menggunakan model pembelajaran tipe TPS (*Think Pair Share*) menghasilkan prestasi belajar matematika yang lebih baik daripada tipe NHT (*Numbered Head Together*) pada sub materi pokok persegi panjang dan persegi siswa kelas VII SMP se-Kecamatan Purworejo Tahun Pelajaran 2010/2011 dan (2) prestasi belajar matematika siswa yang mempunyai kemampuan komunikasi matematika tinggi lebih baik daripada siswa yang kemampuan komunikasinya sedang pada sub materi pokok persegi panjang dan persegi siswa kelas VII SMP se-Kecamatan Purworejo Tahun Pelajaran 2010/2011.

Kata kunci : *TPS*, *NHT*, komunikasi matematika.

Pendahuluan

Matematika merupakan bahasa simbolis yang berfungsi untuk mengkomunikasikan hubungan kuantitatif dan keruangan dalam konteks nyata. Siswa dapat memahami konsep secara jelas dan memudahkan dalam berpikir dengan belajar matematika. Dalam kegiatan belajar mengajar, siswa berperan sebagai subjek dan objek dari kegiatan pembelajaran. Tujuan pembelajaran akan tercapai jika siswa berusaha aktif baik secara fisik maupun

Menurut Schoenfeld dalam Uno (2007: 130) belajar matematika berkaitan dengan apa dan bagaimana menggunakan matematika dalam membuat keputusan-keputusan untuk menyelesaikan masalah.aktif secara mental kejiwaan yang ditunjukkan dengan penguasaan dalam pembelajaran. Dalam belajar matematika dituntut untuk mampu membaca konsep-konsep matematika yang penuh dengan simbol-simbol, selanjutnya memahami makna yang terkadung dalam simbol itu ke dalam satu konsep yang utuh, dan menyusun konsep itu ke dalam bahasa sendiri sesuai dengan tingkat perkembangan intelektualnya. Dalam proses pembelajaran, keterkaitan antara konsep matematika dengan pengalaman anak sehari-hari perlu ditekankan dan selanjutnya diaplikasikan pada kehidupan sehari-hari atau pada bidang lain.

Untuk memahami konsep dan benar-benar mengerti dalam menerapkan ilmu pengetahuan, siswa harus berusaha memecahkan masalah, menemukan sesuatu bagi diri sendiri dan selalu bergulat dengan ide-ide. Dalam penerapan konsep matematika yang dipelajari, didukung oleh kemampuan penalaran dan komunikasi yang relevan. Komunikasi yang dimaksud adalah kemampuan dalam menafsirkan gagasan matematika baik secara lisan, tertulis juga demonstrasi. Menurut Iwao Kusida dalam Roestiyah (1994: 34), komunikasi adalah proses atau peristiwa terjadinya tukar menukar ide, pandangan, pemikiran dan perasaan antara sesama pribadi yaitu komunikator dan komunikan. Ketika sebuah konsep informasi matematika diberikan oleh seorang guru kepada siswa ataupun siswa mendapatkannya sendiri melalui bacaan, maka saat itu sedang terjadi transformasi informasi matematika dari komunikator kepada komunikan. Respon yang diberikan komunikan merupakan interpretasi komunikan tentang informasi tadi. Dalam matematika, kualitas interpretasi dan respon itu seringkali menjadi masalah istimewa. Hal ini sebagai salah satu akibat dari karakteristik matematika itu sendiri yang sarat dengan istilah dan simbol. Karena itu, kemampuan berkomunikasi dalam matematika menjadi tuntutan khusus.

Komunikasi merupakan bagian penting dalam pembelajaran matematika, karena melalui komunikasi siswa dapat berbagi ide dan membangun pemahaman. NCTM atau *National Council of Teachers of Mathematic* (2000: 60) menyebutkan bahwa

> *Comunication is an assential part of mathematics and mathematics education. It is a way of sharing ideas and clarifiying understanding. Through communication, ideas become object of reflection, refinement, discussionm and amendement. The communication process also helps build meaning. When students are challenged to think and reason abaut mathematics and to communicate the result of their thinking to the other orally or in writing, they learn to be clear an convincing.*

Maknanya, komunikasi merupakan bagian penting dari matematika dan pendidikan matematika. Komunikasi adalah cara untuk berbagi ide dan mengklarifikasi suatu pemahaman. Melalui komunikasi, ide menjadi objek refleksi, perbaikan, diskusi, dan perubahan. Proses komunikasi juga membantu membangun pemahaman. Ketika siswa tertantang untuk berpikir dan berpendapat tentang matematika dan mengkomunikasikan hasil pemikirannya kepada orang lain baik secara lisan maupun tulisan, mereka berlatih untuk menjelaskan dan meyakinkan. Hal tersebut sejalan dengan pendapat dalam *NCTM*, menurut Silver, Kilpatrick, dan Schlesinger dalam *NCTM* (2000: 61),

> komunikasi dapat mendukung pembelajaran siswa dalam menemukan konsep matematika yang baru misalnya mereka memahami situasi, menggambarkan, menggunakan benda, memberikan perhitungan secara lisan serta menjelaskan, menggunakan diagram, menuliskan dan menggunakan simbol matematika. Ketidakpahaman konsep dapat diidentifikasi dan diketahui. Segi manfaatnya, komunikasi matematika mengingatkan siswa bahwa mereka memiliki tanggung jawab kepada guru untuk belajar memahami mata pelajaran.

NCTM (2000: 128) menyebutkan standar komunikasi yang menunjukkan kemampuan komunikasi matematika yang dimiliki semua siswa adalah sebagai berikut:

a. mengorganisasikan dan menggabungkan ide matematika mereka dalam berkomunikasi;
b. mengkomunikasikan ide matematika yang sesuai/masuk akal dan menyelesaikan bersama teman, guru serata lainnya;
c. menganalisis dan mengevaluasi ide matematika dengan ide-ide/strategi lainnya; dan
d. menggunakan bahasa matematika untuk mengungkapakan pendapat secara dengan tepat.

Kemampuan komunikasi siswa dapat diukur menggunakan tugas baik tertulis maupun lisan. Dalam memberikan tugas guru harus memperhatikan keterdapatan aspek komunikasi di dalamnya. Komunikasi seharusnya difokuskan dalam pemberian tugas matematika yang bermanfaat. NCTM (2000: 271) menyatakan bahwa guru sebaikanya mengidentifikasi tugas yang diberikan, sebagai berikut:

a. menceritakan ide penting atau ide pokok matematika;
b. dapat diperoleh macam-macam metode/rumus dalam penyelesaian;
c. dapat memberikan berbagai gambaran; dan
d. memberikan kesempatan siswa untuk menafsirkan, menyampaikan alasan, dan memperkirakan.

Kemampuan komunikasi matematika dalam penelitian ini dibatasi pada kemampuan siswa dalam menuangkan idenya ke bentuk tulisan dan lisan. Kemampuan menyampaikan ide atau gagasannya dengan menuliskan dan mengungkapkan dengan kata-kata yang komunikatif. Aspek komunikasi yang dimaksud adalah: a) kemampuan dalam merefleksikan ide-ide metematika yang dituangkan dalam algoritma dengan bahasa tulis dan lisan; b) kemampuan mengubah pernyataan sehari-hari berbentuk soal cerita ke dalam model matematika yang sesuai; c) kemampuan menyelesaikan permasalahan matematika disertai dengan alasan yang relevan; d) merefleksikan benda-benda nyata, gambar, atau ide-ide matematika; e) membuat model situasi atau persoalan ke dalam bentuk tertulis, kongkrit, grafik, dan aljabar; f) menggunakan keahlian membaca, menulis, dan menelaah untuk menginterpretasikan dan mengevaluasi ide-ide, simbol, istilah, serta informasi matematika; dan g) merespon suatu pernyataan atau persoalan dalam bentuk argumen yang meyakinkan.

Siswa yang pandai mengerjakan soal belum tentu pandai mengemukakan pendapat secara lisan ataupun tulisan. Untuk mencapai tujuan mengembangkan kemampuan siswa dalam mengkomunikasikan gagasannya, maka guru harus dapat memilih model pembelajaran yang tepat. Penggunaan model pembelajaran yang kurang tepat dapat menimbulkan kebosanan yang akhirnya pembelajaran tidak berlangsung efektif dan efisien sehingga dapat berpengaruh pada prestasi belajar siswa.

Berdasarkan wawancara terhadap beberapa guru matematika SMP di Kecamatan Purworejo, guru kurang variatif dalam menggunakan model pembelajaran.. Hal ini telah membatasi komunikasi siswa karena proses pembelajaran hanya berlangsung satu arah dari guru terhadap siswa. Aktivitas siswa terbatas hanya mendengarkan penjelasan guru tanpa ada keterlibatan khusus dalam memecahkan suatu masalah. Untuk itu perlu dikembangkan suatu model pembelajaran yang dapat memacu perkembangan komunikasi dan prestasi siswa dalam belajar

Pembelajaran kooperatif merupakan pembelajaran yang menyenangkan yang dikemas dalam belajar berkelompok. Dalam penelitian ini diterapkan model pembelajaran kooperatif tipe *TPS (Think Pair Share)*. Arends (2008: 15) menyatakan *TPS* merupakan suatu cara yang efektif untuk membuat variasi suasana pola diskusi kelas. Semua diskusi yang terjadi membutuhkan pengaturan untuk mengendalikan kelas secara keseluruhan. Pembelajaran *TPS* salah satu model pembelajaran kooperatif yang memiliki prosedur yang diterapkan secara eksplisit. Siswa diberikan cukup banyak waktu untuk berfikir, merespon dan saling membantu satu sama lain. Dalam pembelajaran ini guru hanya berperan sebagai fasilitator, sehingga kesempatan guru untuk memberikan suatu materi dalam waktu pembahasan relatif singkat. Setelah itu dilanjutkan oleh siswa untuk memikirkan secara mendalam.

Model pembelajaran *TPS* merupakan pembelajaran kelompok yang hanya terdiri dari dua orang atau satu pasangan siswa. Diskusi yang terjadi hanya pada dua siswa yang saling bertukar pendapat untuk mencapai kesepakatan bersama. Dalam pembelajaran *TPS* siswa secara tidak langsung dididik untuk berlatih berbicara di depan umum yaitu dengan jalan siswa mengutarakan ide dan pendapatnya dengan pasangannya. Pendekatan personal guru terhadap siswa dituntut untuk membantu siswa dalam menentukan pendapat.

Numbered Heads Together (NHT) merupakan suatu model pembelajaran kooperatif dengan menggunakan pendekatan struktural yang dirancang untuk mempengaruhi pola interaksi siswa (Arends, 2008: 16). Pendekatan yang melibatkan lebih banyak siswa dalam review berbagai materi yang dibahas dalam sebuah pelajaran dan untuk memeriksa pemahaman mereka tentang isi pelajaran itu. Selain daripada memeriksa pemahaman siswa juga dibutuhkan kemampuan siswa untuk memberikan penjelasan kepada temannya.

NHT sering dikenal dengan sebutan "Kepala Bernomor", maksudnya setiap individu pada masing-masing kelompok diberi nomor. Model pembelajaran *NHT* merupakan model pembelajaran kooperatif yang terdiri cukup banyak anggota dalam tiap kelompoknya. Kerjasama kelompok sangat dibutuhkan untuk mencapai tujuan pembelajaran yang telah ditentukan. Semua anggota kelompok mempunyai peran untuk saling menjelaskan kepada anggota yang lain. Hal ini akan sangat membantu sisa dalam berlatih untuk berkomunikasi kepada orang lain.

Dari beberapa permasalahan tersebut dipilih dua permasalahan yang akan dikaji dalam penelitian ini yaitu penggunaan metode pembelajaran guru yang kurang bervariasi bersifat monoton sehingga menimbulkan kejenuhan pada siswa yang berpengaruh pada kemampuan komunikasi dan prestasi belajar matematika. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui apakah pembelajaran menggunakan model pembelajaran tipe TPS (*Think Pair Share*) menghasilkan prestasi belajar matematika yang lebih baik daripada tipe NHT (*Numbered Head Together*) pada sub materi pokok persegi panjang dan persegi ditinjau dari kemampuan komunikasi matematika siswa.

Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberi manfaat sebagai berikut:

1. menambah khasanah pustaka kependidikan yang selanjutnya dapat memberi motivasi penelitian tentang masalah sejenis;
2. menumbuhkan motivasi dan rasa percaya diri siswa dalam belajar;
3. memberikan keuntungan pada siswa kelompok rendah dalam bekerjasama menyelesaikan tugas akademis dengan kelompok atas;
4. melatih kecakapan kooperatif siswa yang merupakan bagian dari kecakapan hidup yang harus dimiliki siswa untuk digunakan dalam kehidupan nyata.

Metode Penelitian

1. Jenis Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian eksperimen semu. Pelaksanaan penelitian eksperimen ini menggunakan dua kelompok yaitu yang pertama sebagai kelas eksperimen dan kelompok yang kedua sebagai kelas kontrol. Kedua kelompok dalam penelitian ini akan dikenai perlakuan berupa penerapan model pembelajaran kooperatif dengan tipe yang berbeda. Pada kelompok eksperimen akan diterapakan model pembelajaran tipe *Think Pair Share*, sedangkan pada kelompok kontrol akan diterapkan model pembelajaran tipe *Numbering Head Together*. Tahap akhir dari penelitian ini yaitu masing-masing kelompok akan diberi tes untuk mengukur tingkat prestasi masing-masing kelompok dan akan dilihat kemampuan berkomunikasi melalui pengamatan.

2. Tempat dan Waktu

Penelitian ini dilaksanakan di SMP se-Kecamatan Purworejo Tahun Pelajaran 2010/2011 pada semester genap Tahun Pelajaran 2010/2011.Penelitian ini dilaksanakan selama 6 bulan dari bulan Februari sampai Juli 2011.

3. Populasi, Sampel, dan Teknik Sampling

Populasi penelitian ini adalah semua siswa kelas VII SMP se-Kecamatan Purworejo Tahun Pelajaran 2010/2011. Di Kecamatan Purworejo terdapat 5 SMP Negeri dan 5 SMP swasta. Sampel penelitian ini diambil dari dua SMP di Kecamatan Purworejo yaitu SMP Negeri 31 dan SMP Sultan Agung, masing-masing diambil satu kelas sebagai kelas eksperimen menggunakan model pembelajaran kooperatif tipe *Think Pair Share* dan kelas kontrol dengan model pembelajaran *Numbered Head Together.* Pengambilan sampel menggunakan teknik *Stratified Cluster Random Sampling*.

Sebelum perlakuan, dilakukan *uji matching* (uji keseimbangan) didasarkan pada nilai matematika Ujian Akhir Semester Gasal. Dengan uji kesamaan rerata diperoleh $t_{obs} = 1{,}599$ dan untuk $\alpha = 5\%$, $t_{tabel} = 1{,}960$. Karena $t_{obs} \notin DK$ maka kelompok eksperimen dan kelompok kontrol memiliki kemampuan sama bidang matematika atau dalam keadaan seimbang.

4. Variabel Penelitian

Dalam penelitian ini terdapat dua variabel yaitu model pembelajaran dan kemampuan komunikasi matematika.

5. Teknik Pengumpulan Data

Pengumpulan data menggunakan metode tes, observasi, dan dokumentasi. Metode tes digunakan untuk mengumpulkan data prestasi belajar dan kemampuan komunikasi matematika siswa dalam aspek tertulis dengan cara memberikan soal tes prestasi yang sama pada kedua sampel setelah diberi perlakuan. Metode observasi digunakan untuk memperoleh data mengenai kemampuan komunikasi matematika siswa. Observasi dilakukan oleh guru matematika di sekolah dan peneliti. Metode dokumentasi untuk mengumpulkan data prestasi belajar siswa sebelum perlakuan.

6. Instrumen Penelitian

Instrumen penelitian berupa lembar observasi siswa dan soal tes prestasi sub materi pokok persegi panjang dan persegi berupa soal tipe subjektif serta dokumen nilai siswa. Lembar observasi disusun dengan pengamatan beberapa aspek komunikasi baik secara lisan maupun tertulis untuk mengukur kemampuan komunikasi matematika siswa terdiri dari 5 aspek tertulis dan 5 aspek lisan. Sebelum LOS digunakan, dilakukan uji validitas menggunakan teknik validator ahli. Ujicoba terhadap 15 soal tipe subjektif menunjukkan: 4 soal tidak memenuhi kategori sedang. Dua butir soal dinyatakan kategori mudah yaitu nilai proporsinya lebih dari 0,70 yaitu sebesar 0,87 dan 0,92. Sedangkan dua butir soal lainnya memiliki nilai proporsi sebesar 0,28 dikategorikan sebagai soal yang sulit karena nilai proporsi kurang dari 0,30. Butir soal yang merupakan kategori mudah dan sukar yatu soal no 2, 4, 5, dan 9. Penulis menentukan soal dengan indeks daya pembeda bernilai positif digunakan sebagai instrumen dalam penelitian ini. Hasil perhitungan daya pembeda menunjukkan bahwa seluruh soal berfungsi sebagaimana mestinya. Seluruh butir soal yang disusun bertanda positif sehingga diartikan peserta tes yang mampu memperoleh skor tinggi dan peserta tes yang

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

kurang mampu memperoleh skor rendah. Dari 15 soal yang telah diuji tingkat kesukaran dan indeks daya pembedanya tersisa sebanyak 11 soal yang dapat diukur kevalidan soal tersebut. Peneliti mngambil 10 butir soal untuk menentukan koefisien validitas secara keseluruhan. Hasil uji validitas secara keseluruhan dari 10 soal dinyatakan valid yaitu sebesar 0,921. Hasil perhitungan reliabilitas soal tes prestasi dengan menggunakan rumus Alpha adalah sebesar 0,899. Karena $r_{11} \geq 0{,}60$, maka instrumen dinyatakan reliabel.

7. Teknik Analisis Data

Analisis menggunakan uji rataan t pihak kanan tanpa anava. Uji hipotesis dilakukan sebanyak dua kali pada masing-masing variabel bebas. Uji hipotesis menggunakan rumus:

$$\mathrm{t}_{\mathrm{observasi}} = \frac{(\overline{\mathrm{X}_1} - \overline{\mathrm{X}_2}) - \mathrm{d}_0}{\mathrm{s}_\mathrm{p}\sqrt{\frac{1}{\mathrm{n}_1} + \frac{1}{\mathrm{n}_2}}} \sim \mathrm{t}(\mathrm{n}_1 + \mathrm{n}_2 - 2)$$

Hasil dan Pembahasan

Hasil penelitian pendahuluan menunjukkan nilai maksimal dan minimal kelompok kontrol sebesar 85 dan 20. Nilai maksimal dan minimal kelompok kontrol sebesar 97 dan 32. Rerata nilai kelas kontrol 57,49 dengan standar deviasi 13,868, sedangkan rerata nilai kelas eksperimen adalah 65,16 dengan standar deviasi 15,738.

Sebelum diberikan perlakuan, terlebih dahulu dilakukan uji prasyarat yaitu uji normalitas dan homogenitas. Uji normalitas menggunakan uji *Lilliefors* pada taraf signifikansi 0,05. Pengujian normalitas menunjukkan bahwa L_{obs} pada kelas eksperimen = 0,1279 dan L_{obs}kelas kontrol = 0,1321 kurang dari $L_{tabel} = 0{,}156$. Jadi, H_0 diterima, artinya sampel penelitian berasal dari populasi yang berdistribusi normal. Uji homogenitas menggunakan uji Bartlett. Pada data awal, nilai ${\chi^2}_{obs}$ = 0,545 $<$ ${\chi^2}_{tabel} = 3{,}841$. Pada data akhir, nilai ${\chi^2}_{obs}$ = 0,504 $< {\chi^2}_{tabel} = 3{,}841$. Jadi kedua hipotesis diterima, artinya sampel penelitian berasal dari populasi yang homogen.

Analisis data menggunakan uji t pihak kanan. Pengujian dilakukan sebanyak dua kali pada masing-masing variabel yaitu variabel model pembelajaran dan variabel kemampuan komunikasi matematika. Taraf signifikansi yang dipakai sebesar 0,05.

Dalam pengujian hipotesis terdapat 2 pasang hipotesis yang perlu diuji. Hasil pengujian kedua hipotesis disajikan pada tabel berikut.

Tabel 1
Rangkuman Uji t Hipotesis

SUMBER	S_p	dK	t_{obs}	t_{tabel}	KEPUTUSAN
Model (A)	14,653	68	2,168	1,645	H_0 Ditolak
Kom Mtk (B)	12,900	68	5,080	1,645	H_0 Ditolak

Dari tabel tersebut diperoleh t_{obs} dari 2 pasang hipotesis sebagai berikut.

1. $\mathbf{t_{obs}} = 2{,}168$ dengan $DK = \{t|t > 1{,}645\}$, karena $F_a \in DK$ maka H_{0A} ditolak, artinya penerapan model pembelajaran yang berbeda mempengaruhi prestasi belajar siswa. Prestasi belajar antara siswa yang diterapkan dengan pembelajaran kooperatif tipe *Think Pair Share* lebih baik daripada pembelajaran *Numbered Head Together*.
2. $\mathbf{t_{obs}} = 5{,}080$, dengan $DK = \{t|t > 1{,}645\}$, karena $F_b \in DK$ maka H_{0B} ditolak, artinya kemampuan komunikasi matematika siswa mempengaruhi prestasi belajar siswa. Prestasi belajar siswa yang mempunyai kemampuan komunikasi matematika tinggi lebih baik daripada siswa yang kemampuan komunikasinya sedang.

Berdasarkan observasi data, tampak bahwa terdapat kombinasi efek antara model pembelajaran dan kemampuan komunikasi siswa. Oleh karena itu perbandingan prestasi belajar antara penerapan model pembelajaran *Think Pair Share* dan *Numbered Head Together* berbanding lurus dengan aspek kemampuan komunikasi matematika siswa. Dari pengambilan data diperoleh bahwa nilai tertinggi kelompok kontrol adalah 85 dan nilai terendah adalah 20. Sedangkan pada kolompok eksperimen nilai tertinggi adalah 97 dan nilai terendah 32. Selain itu, dari data juga diperoleh nilai rataan masing-masing sel. Nilai rataan pada kelompok kontrol dengan memperhatikan kemampuan komunikasi sedang dan tinggi masing-masing senilai 55,03 dan 73,2. Pada kelompok eksperimen masing-masing mempunyai nilai rataan sebesar 58,22 dan 74,07. Berdasarkan nilai rataan tiap sel menunjukkan bahwa nilai rataan pembelajaran dengan *Numbered Head Together* lebih rendah dibandingkan pembelajaran *Think Pair Share.* Nilai rataan tiap sel juga menunjukkan bahwa siswa yang kemampuan komunikasi matematikanya tinggi memiliki rataan yang lebih besar dibandingkan dengan siswa yang kmemilki kemampuan komunikasi sedang. Dari data tersebut kelompok kontrol dengan jumlah siswa 37 anak mempunyai nilai rerata marginal sebesar 57,49 sedangkan kelompok eksperimen yang terdiri dari 32 siswa memiliki nilai rerata marginal sebesar 65,16. Dengan memperhatikan rataan masing-masing sel dan rataan marginalnya dapat disimpulkan bahwa penerapan model pembelajaran *Think Pair Share* menghasilkan prestasi belajar yang lebih baik dibandingkan dengan penerapan model pembelajaran *Numbered Head Together* baik yang juga ditinjau dari kemampuan komunikasi matematika siswa.

Pengujian dua hipotesis dengan taraf signifikansi 0,05 menggunakan uji t menunjukkan bahwa dua pasang hipotesis diterima. Hipotesis pertama, penerapan pembelajaran dengan *Think Pair Share* lebih baik daripada pembelajarn dengan *Numbered Head Together* terhadap prestasi belajar matematika. Hipotesis kedua, siswa yang berkemampuan komunikasi matematika tinggi memperoleh prestasi belajar yang lebih baik dibandingkan dengan siswa berkemampuan komunikasi matematika sedang. Kedua variabel tersebut berpengaruh ketika proses pembelajaran secara maksimal yang menghasilkan prestasi belajar yang maksimal pula. Hal ini dapat diartikan bahwa penerapan penerapan model pembelajaran kooperatif tipe *Think Pair Share* menghasilkan prestasi belajar matematika yang lebih baik daripada penerapan model pembelajaran tipe *Numbered Head Together* yang ditinjau kemampuan komunikasi matematika siswa pada sub materi pokok persegi panjang dan persegi.

Hal ini juga didukung dengan temuan di lapangan dalam proses belajar mengajar menggunakan *Think Pair Share* siswa cenderung lebih aktif. Aktivitas belajar yang dilakukan siswa lebih banyak, siswa dituntut lebih keras untuk menemukan jawaban permasalahan secara mandiri. Hal ini terjadi pada proses *thinking*, semua siswa menyalurkan hasil pemikiran secara individu. Dengan demikian sistem kerja otak tiap siswa sudah terlatih untuk menyelesaikan masalah.

Pembelajaran *Numbered Head Together* juga mementingkan proses kerjasama di dalamnya sehingga terjadi interaksi antar siswa. Jika dibandingkan dengan pembelajaran *Think Pair Share*, dalam *Numbered Head Together* masih terjadi ketergantungan antar anggota kelompok sehingga pemikiran secara individu belum bekerja lebih makasimal. Siswa yang pandai akan terlihat maksimal dalam belajar,

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

tetapi untuk siswa yang kurang pandai akan menggantungkan pada siswa yang pandai tersebut. Siswa belum memiliki kesiapan penuh untuk berbagi kepada temannya tanpa bantuan seorang pengajar di dalamnya.

Pada pembelajaran *Think Pair Share* dan *Numbered Head Together* merupakan pembelajaran kooperatif. Kecenderungan guru untuk menjelaskan materi di kelas dengan ceramah akan berkurang, siswa lebih bisa untuk mengkonstruksikan pengetahuannya dengan saling bekerjasama dengan temannya. Dalam pembelajaran sangat dibutuhkan kemampuan komunikasi matematika terlebih pada *Think Pair Share*. Siswa yang kurang mampu dalam berkomunikasi menjadi kesulitan dalam memahami konsep matematika. Selain itu perbedaan prestasi belajar muncul karena siswa yang diberikan dengan pembelajaran *Think Pair Share* memiliki kesempatan lebih banyak untuk mempresentasikan pendapatnya dalam berbagai aspek komunikasi. Dalam *Think Pair Share* terdapat peran guru untuk memancing otak siswa dengan pertanyaan-pertanyaan yang dilontarkan. Guru juga masih membantu siswa menemukan jawaban atas permasalahan yang diberikan ketika siswa bekerjasama dengan teman sebangkunya dengan berkeliling di kelas ketika siswa sedang berdiskusi.

Dengan demikian dalam otak siswa akan tertanam dan tidak mudah lupa dengan apa yang dipelajari, khususnya pelajaran matematika pada sub materi pokok persegi panjang dan persegi. Hal ini menyebabkan prestasi belajar matematika dengan penerapan model pembelajaran *Think Pair Share* lebih baik dibandingkan dengan prestasi belajar matematika dengan pembelajaran *Numbered Head Together*. Dari pernyataan tersebut mendukung hipotesis dalam penelitian ini yang menyatakan bahwa penerapan model pembelajaran kooperatif tipe *Think Pair Share* menghasilkan prestasi belajar matematika yang lebih baik daripada dengan penerapan model pembelajaran tipe *Numbered Head Together* yang ditinjau kemampuan komunikasi matematika siswa pada sub materi pokok persegi panjang dan persegi.

Simpulan

Berdasarkan hasil penelitian yang diperoleh dapat diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

1. Penerapan model pembelajaran kooperatif tipe *Think Pair Share* menghasilkan prestasi belajar matematika yang lebih baik daripada dengan penerapan model pembelajaran tipe *Numbered Head Together* pada sub materi pokok persegi

panjang dan persegi siswa kelas VII SMP se-Kecamatan Purworejo Tahun Pelajaran 2010/2011.

2. Prestasi belajar matematika siswa yang memiliki kemampuan komunikasi tinggi lebih baik daripada siswa yang memiliki kemampuan komunikasi sedang pada sub materi pokok persegi panjang dan persegi siswa kelas VII SMP se-Kecamatan Purworejo Tahun Pelajaran 2010/2011.

Daftar Pustaka

Anitah, Sri. 2008. *Strategi Pembelajaran di SD*. Jakarta: Universitas Terbuka Depdiknas

Arends, Richard I. 2008. *Learning To Teach*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.

Asikin. 2001. *Komunikasi Matematika dalam RME*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.

Hamalik, Oemar. 2006. *Proses Belajar Mengajar.* Jakarta: Bumi Aksara.

Heruman. 2007. *Model Pembelajaran Matematika di SD*. Bandung: Remaja Rosdakarya

Lie. 2006. http://www.ilmukami.co.cc/2011/02/teknik-pembelajaran-numbered-heads.html. diakses tanggal 30 April 2011

National Council of Theachers of Mathematic. 2000. *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston Virgina: NCTM Inc.

Roestiyah. 1994. *Masalah Pengajaran sebagai Suatu Sistem*. Jakarta: Rineka Cipta.

Slavin, Robert E. 2009. *Cooperative Learning*. Bandung: Nusa Media.

Sugiyanto. 2009. *Model Model Pembelajaran Inovatif*. Surakarta: Mata Padi Pressindo.

Trianto. 2009. *Mendesain Model Pembelajaran Inovativ-Progresif.* Jakarta: Kencana Prenada Media Group.

Uno, Hamzah B. 2007. *Model Pembelajaran*. Jakarta: Bumi Aksara.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 36

Penanaman Pendidikan Karakter Melalui Pembelajaran Matematika Menuju Pribadi Manusia Indonesia Seutuhnya

Oleh:
Rifka Zammilah
Pendidikan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta
Alamat e-mail: almuzammil_rif@yahoo.com

Abstrak

Pendidikan di Indonesia masih dipandang secara parsial oleh kebanyakan pendidik. Para pendidik cenderung mengutamakan aspek kognitif yang *notabene* hanya akan menghasilkan ilmuwan yang kaya pengetahuan namun kurang berkarakter. Padahal, dunia di masa yang akan datang sangat membutuhkan manusia terpelajar yang berkarakter kuat sehingga mampu mengembangkan keilmuwannya dengan santun dan berdayaguna tinggi. Pendidikan karakter sebenarnya merupakan bagian dari pendidikan Indonesia, akan tetapi para pendidik seringkali lupa akan hal ini. Guru hanya mengajar tanpa mendidik (menanamkan pendidikan karakter) siswanya. Padahal, tugas guru tidak hanya mengajar tetapi juga mendidik siswanya agar menjadi insan yang seutuhnya, yakni manusia yang berkarakter serta mampu membaktikan diri dan ilmunya untuk masyarakat Indonesia. Matematika yang merupakan disiplin ilmu pasti mempunyai beberapa karakter khusus. Karakter khusus ini apabila kita kaji lebih dalam, maka dapat menjadi sebuah karakter yang positif. Melalui karakteristik matematika ini, muncul sebuah gagasan ditanamkannya pendidikan karakter melalui pembelajaran matematika.
Kata kunci: *Pendidikan karakter, pembelajaran matematika, manusia Indonesia seutuhnya.*

A. PENDAHULUAN

1. Latar Belakang

Berbicara tentang pendidikan di Indonesia, kita akan dihadapkan pada sebuah realita yang kurang menyenangkan. Refleksi dari pendidikan Indonesia saat ini masih terlihat buram dan jauh dari tujuan awalnya. Dari sisi kualitas, output pendidikan kita masih jauh dari tujuan pendidikan yang hendak dicapai oleh Indonesia.

Kurang berkualitasnya output pendidikan Indonesia dapat kita lihat dari kondisi masyarakat Indonesia. saat ini, banyak bermunculan para kaum terpelajar dengan tingkat intelektualnya yang tinggi, akan tetapi rendah dalam hal karakter positif. Akhirnya, muncul masalah kriminalitas yang didalangi oleh kaum terpelajar. Masalah-masalah tersebut antara lain adalah tidak tepatnya penerapan kebijakan yang menimbulkan tertindasnya kaum lemah. Selain itu, budaya korupsi semakin merajalela.

Berangkat dari hal inilah, diperlukan adanya pendidikan karakter yang bertujuan untuk membentuk manusia tidak hanya unggul dalam intelektual, akan

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

tetapi juga mempunyai karakter yang positif. Pendidikan karakter ini dapat kita sisipkan dalam pembelajaran di sekolah. Matematika, sebagai salah satu mata pelajaran wajib di sekolah merupakan sebuah mata pelajaran yang dapat kita integrasikan terhadap pendidikan karakter. Melalui pembelajaran matematika, dapat kita tanamkan karakter-karakter positif kepada anak didik.

2. Rumusan Masalah

Masalah yang akan dibahas dalam makalah ini adalah sebagai berikut:

1) Bagaimana menanamkan pendidikan karakter melalui pembelajaran matematika?
2) Bagaimana mewujudkan manusia Indonesia yang seutuhnya melalui pembelajaran matematika?

3. Manfaat Penulisan

Penulisan makalah ini bertujuan untuk mengungkap bagaimana upaya-upaya pendidikan karakter pada pembelajaran matematika di sekolah. Sehingga, makalah ini diharapkan menjadi sebuah pencerahan bagi para guru matematika dalam menanamkan karakter positif kepada setiap pembelajar matematika.

B. PEMBAHASAN

1. Pendidikan Karakter

Gagalnya pendidikan Indonesia membentuk karakter positif, mulai tampak. Banyaknya kriminalitas yang didalangi kaum terpelajar, korupsi pejabat, merupakan indikator ketidaksuksesan pendidikan kita. Hal yang senada juga diungkapkan oleh Ignas G. saksono (2010) yang mengatakan bahwa sistem pendidikan Indonesia masih belum dapat mencapai tujuan Indonesia. Pendidikan Indonesia sekarang semata-mata hanya bertujuan untuk menyiapkan manusia-manusia untuk terjun ke dalam pasar kerja. Padahal, yang menjadi tujuan pendidikan adalah mencerdaskan anak didik. Gagalnya pencapaian tujuan pendidikan ini menyebabkan terpuruknya nasib bangsa Indonsia hingga sekarang (Th.2010). berbagai problem yang dihadapi bangsa Indonesia adalah

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

hilangnya karakter atau kepribadian bangsa, merosotnya semangat nasionalisme, merosotnya solidaritas antar warga, timbulnya budaya konsumtif, dan korupsi yang semakin merajalela.

Berangkat dari inilah, mulai tahun 2010 pemerintah gencar mempromosikan pendidikan karakter di sekolah-sekolah. Pemerintah berharap, dengan dicanangkannya pendidikan karakter, masalah degradasi moral bangsa akan dapat tereduksi. Pendapat ini didukung oleh pernyataan Ellen G. Whitake yang dikutip oleh Sarumpaet (dalam M. Furqon Hidayatullah, 2009) mangemukakan bahwa pembangunan karakter adalah usaha paling penting yang pernah diberikan kepada manusia. Pembangunan karakter adalah tujuan luar biasa dari sistem pendidikan yang benar. Jika bukan mendidik dan mengasuh anak-anak untuk perkembangan tabiat yang luhur, buat apakah sistem pendidikan itu? Baik dalam pendidikan rumah tangga maupun pendidikan dalam sekolah, orang tua dan guru tetap sadar bahwa pembangunan tabiat yang luhur merupakan tugas mereka.

Menanggapi masalah ini, Ki Buntarsono (Nurul Zuriah, 2008) mengatakan bahwa pendidikan seharusnya diarahkan agar tidak hanya mengejar intelektual saja. Akan tetapi moral anak didiknya juga harus diperkuat. Jika yang dikejar hanya intelektualnya saja, maka dinamakan pengajaran. Tetapi apabila yang dikejar intelektual dan moralnya, maka hal itu bisa dikatakan sebagai pendidikan. Sedangkan Ki Hajar Dewantara (Nurul zuriah, 2008) memandang pendidikan tidak hanya sebagai proses penularan atau transfer ilmu pengetahuan belaka. Secara simultan, pendidikan juga merupakan proses penularan nilai dan norma serta penularan keahlian dan ketrampilan.

Pendidikan karakter dimaknai sebagai sebuah sistem yang menanamkan nilai-nilai karakter pada peserta didik, yang mengandung komponen pengetahuan, kesadaran individu, tekad, serta adanya kemauan dan tindakan untuk melaksanakan nilai-nilai, baik terhadap Tuhan Yang Maha Esa, diri sendiri, sesama manusia, lingkungan, maupun bangsa, sehingga akan terwujud insan kamil.

Pendidikan karakter sama pentingnya dengan pendidikan pada umumnya, karena sebenarnya pendidikan merupakan bagian tak terpisahkan dari pendidikan nasional Indonesia untuk mencapai tujuan pendidikan yang tertera dalam UU No. 20 Tahun 2003 tentang Sisdiknas, yaitu

> Pendidikan nasional berfungsi mengembangkan kemampuan dan membentuk watak serta peradaban bangsa yang bermartabat dalam rangka mencerdaskan kehidupan bangsa, bertujuan untuk berkembangnya potensi peserta didik agar menjadi manusia yang beriman dan bertakwa kepada Tuhan Yang Maha Esa, berakhlak mulia, sehat, berilmu, cakap, kreatif, mandiri, dan menjadi warga negara yang demokratis serta bertanggung jawab.

Mengingat pentingnya pendidikan karakter ini, maka tidak ada alasan lagi untuk meninggalkannya dan memisahkannya dengan pendidikan Indonesia. Maka, sudah selayaknya para guru menyampaikan pendidikan karakter untuk memperbaiki karakter generasi penerus Indonesia.

Dalam upaya pelaksanaan pendidikan karakter, terdapat 18 nilai pendidikan karakter yang hendak dikembangkan (Kemendiknas, 2010: 9), yaitu: (1) Religius (2) Jujur (3) Toleransi (4) Disiplin (5) Kerjakeras (6) Kreatif (7) Mandiri (8) Demokratis (9) Rasa ingin tahu (10) Semangat Kebangsaan (11) Cinta tanah air (12) Menghargai prestasi (13) Bersahabat/ komunikatif (14) Cinta damai (15)Gemar membaca (16)Peduli lingkungan (17)Peduli sosial (18)Tanggungjawab.

2. Deskripsi dan Karakteristik Matematika

Untuk merumuskan deskripsi matematika secara akurat, bukanlah suatu hal yang mudah. Hal ini disebabkan karena ada banyak sudut pandang yang dapat dipakai untuk mendeskripsikan matematika, dan tentu pendapat ilmuwan satu dengan lainnya tidaklah sama. Dalam buku panduan Lawrence University yang telah dikutip oleh Sumaji dari Susilo F (Sumardiyono,2004: 29) terdapat sebuah deskripsi yang indah. Adapun redaksi kalimatnya sebagai berikut:

> Lahir dari dorongan primitif manusia untuk menyelidiki keteraturan dalam alam semesta, matematika merupakan suatu bahasa yang terus menerus berkembang untuk mempelajari struktur dan pola. Berakar dalam, dan diperbaharui oleh realitas dunia, serta didorong oleh keingintahuan intelektual manusiawi, matematika menjulang tinggi menggapai alam abstraksi generalitas, tempat terungkapnya hubungan-

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

hubungan dan pola-pola yang tak terduga, menakjubkan, sekaligus bermanfaat bagi kehidupan manusia. Matematika adalah rumah yang alami baik bagi pemikiran-pemikiran yang abstrak maupun bagi hukum alam-alam semesta yang konkret. Matematika sekaligus merupakan logika yang murni dan seni yang kreatif.

Meskipun matematika dapat dideskripsikan dalam banyak cara, namun para ilmuwan telah menyepakati adanya karakteristik umum matematika. Adapaun karakteristik umum matematika yang telah disepakati adalah sebagai berikut (Sumardyono, 2004: 30):

1) Memiliki objek kajian yang abstrak

   Matematika memiliki objek kajian yang abstrak, namun tidak semua objek kajiannya bersifat abstrak. Abstrak disini mempunyai makna bahwa objeknya adalah konkret, tetapi ada di alam pikiran (imajinatif). Hal inilah yang seringkali membuat para siswa merasa sulit untuk mempelajari matematika, karena pada umumnya siswa belum dapat memvisualisasikan objek matematika ke dalam pikirannya.

2) Bertumpu pada kesepakatan

   Simbol-simbol yang kita kenal dalam matematika merupakan hasil dari kesepakatan para matematikawan. Karena adanya kesepakatan ini, ketika kita menemui simbol-simbol tersebut, maka ia akan mempunyai makna yang tunggal, karena telah didefinisikan terlebih dahulu. Kesepakatan ini juga akan nampak dalam penyelesaian soal. Pemisalan merupakan langkah yang hampir selalu dipakai. Pemisalan ini juga termasuk ke dalam kesepakatan.

3) Berpola pikir deduktif

   Pola pikir deduktif secara sederhana dapat diartikan sebagai pola pikir yang berpangkal dari suatu yang umum ke yang khusus. Karena sifatnya yang deduktif ini, maka pembuktian dalam matematika harus berlaku untuk semua (umum).

4) Konsisten terhadap sistem

   Konsisten di sini bermakna bebas dari kontradiksi terhadap dirinya. Suatu teorema ataupun definisi harus sesuai dengan apa yang telah disepakati bersama. Jika sejak awal digunakan simbol huruf X, maka seterusnya simbol yang digunakan adalah X.

5) Memiliki simbol yang kosong dari arti

Hal ini mempunyi makna bahwa simbol-simbol yang dipakai dalam matematika hanyalah model yang tidak mempunyai makna. Ia akan mempunyai makna apabila kita memberinya makna.

6) Memperhatikan semesta pembicaraan

Masih terkait dengan simbol, bahwa simbol itu akan bermakna tergantung dari semesta pembicaraannya. Penggunaan simbol yang sama akan mempunyai makna yang berbeda jika semesta pembicaraannya berbeda. Jadi, dalam matematika semesta pembicaraan menempati posisi yang sangat penting

3. Karakteristik matematika dalam pendidikan karakter

Dari beberapa karakteristik umum matematika di atas, apabila kita cermati lebih lanjut, maka terdapat nilai-nilai karakter positif yang dapat kita gunakan untuk membentuk karakter positif peserta didik. Di bawah ini akan dijelaskan bagaimana pencermatan penulis terhadap karakteristik umum matematika.

1) Kreatif

Sebagai ilmu yang mempunyai objek kajian yang abstrak, kita dapat belajar banyak hal dari matematika. Karena objeknya yang abstrak, maka secara otomatis kita pun dituntut untuk berpikir secara abstrak pula. Berpikir secara abstrak dapat diartikan sebagai berpikir diluar fakta yang ada, yakni dengan menaksir apa saja kemungkinan-kemungkinan lain yang bisa terjadi dari aktivitas yang akan kita kerjakan. Berpikir abstrak (melebihi fakta) menurut Nurla Isna Aunillah (2011) merupakan sebuah proses kreatif dan merupakan bagian dari pendidikan karakter yang perlu diajarkan kepada anak sejak dini. Dengan model berpikir seperti ini, anak akan mampu menaksir dan mempertimbangkan aktivitas mana yang lebih bermanfaat.

Simbol matematika kosong dari arti. Jika hal ini dibawa ke dalam pendidikan karakter, maka simbol dimaknai dengan setiap peristiwa yang

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

menimpa diri seseorang. Segala peristiwa tersebut tidak ada maknanya, sebelum kita memberinya makna (hikmah). Sehingga, karakteristik kelima ini mengajarkan kepada kita bahwa hendaknya kita senantiasa memberikan makna (hikmah) dari setiap apa yang kita alami. Pemberian makna ini akan mengantarkan kita kepada kehidupan yang lebih baik, yang mampu memberikan perbaikan bagi diri kita. Penggalian hikmah atas setiap peristiwa ini dinamakan sebagai proses kreatif seseorang dalam memandang kehidupannya.

2) Disiplin

Karakteristik yang kedua adalah matematika itu bertumpu pada kesepakatan, sehingga dalam matematika dilarang untuk melanggar kesepakatan yang telah dibuat. Dari karakteristik ini, dapat diambil menjadi sebuah pendidikan karakter yang dapat ditanamkan dalam dairi peserta didik, yaitu taat pada peraturan yang berlaku. Jika dalam matematika kita tidak boleh melanggar kesepakatan, maka dalam kehidupan kita pun tidak boleh melanggar peraturan (kesepakatan) yang telah disetujui bersama. Jika kita mengadopsi sikap ini, maka tidak mustahil kehidupan bermasyarakat akan menjadi teratur dan tertib, seperti yang ada dalam matematika.

3) Peduli Lingkungan dan Sosial

Karakteristik selanjutnya adalah matematika mempunyai pola pikir yang deduktif. Berpola pikir deduktif, dimaknai dengan berpikir secara umum dengan memperhatikan tercovernya masyarakat umum dan dapat menjangkau seluruh komponen yang ada. Pola pikir ini akan bekerja saat anak mengambil keputusan baik untuk menyelesaikan masalahnya sendiri maupun masalah banyak orang. Pola pikir deduktif akan sangat diperlukan, karena peserta didik juga berada dalam dimensi banyak (masyarakat). Pola pikir deduktif yang mempertimbangkan kepentingan umum ini akan mengantarkan peserta didik menjadi seseorang yang peduli sosial dan lingkungan.

4) Kerja Keras

Guru hendaknya juga menanmkan sikap konsisten yang menjadi karakteristik matematika ke dalam diri anak didiknya. Dalam Kamus Besar Bahasa Indonesia, konsisten sama maknanya dengan tetap, tidak berubah-ubah (ajeg), taat asa. Sikap konsisten (istiqomah) sangat diperlukan dalam upaya pencapaian kesuksesan. Jika seseorang konsisrten terhadap apa yang menjadi tujuannya, maka ia akan selalu berusaha untuk mencapai tujuannya (bekerja keras). Tanpa adanya sikap konsisten, seseorang akan mengalami kesulitan karena ia tidak mempunyai daya tahan yang kuat.

Matematika selalu memperhatikan semesta pembicaraannya. Ini mengajarkan kita bahwa kita harus pandai-pandai menempatkan diri kita sesuai dengan kondisi lingkungan (semesta). Pandai menempatkan diri, merupakan sebuah karakter positif yang bagus untuk dimiliki setiap orang. Dengan kemampuan ini, kita akan diterima baik oleh masyarakat dimana pun kita berada.

4. Pendidikan Karakter Melalui Pembelajaran Matematika

Proses pendidikan karakter melalui pembelajaran matematika dilakukan ketika pembelajaran matematika sedang berlangsung. Agar proses pendidikan karakter dapat berjalan dengan baik, maka di awal pembelajaran guru hendaknya mengenalkan matematika lebih jauh kepada siswany. Pengenalan lebih dekat ini bisa dilakukan dengan menyampaikan tentang karakteristik matematika yang unik. Kemudian disambung dengan menyampaikan karakter positif yang bisa diadopsi dari karakteristik matematika tersebut. Setelah peserta didik telah merasa lebih dekat, maka penanaman pendidikan karakter melalui pembelajaran matematika akan menjadi semakin mudah.

Matematika identik dengan penyelesaian masalah (soal). Maka, guru pun bertugas untuk mengajari bagaimana langkah-langkah untuk menyelesaikan masalah. Hal ini sangatlah diperlukan, karena dalam proses penyelesaian masalah juga mengandung unsur-unsur pendidikan karakter yang positif. Cooney (Herman Hudojo, 1979) mengatakan bahwa mengajar siswa untuk menyelesaikan masalah memungkinkan siswa itu menjadi lebih analitis di dalam mengambil keputusan di dalam kehidupan. Dengan kata lain, dengan mengajarkan penyelesaian masalah, berarti secara tidak langsung guru telah membentuk karakter analitis dalam diri siswa.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Pendidikan karakter yang dapat disampaikan ketika penyelesaian soal adalah tentang kesistematisan, keruntutan, serta keteraturan. Ketiga hal ini juga diprlukan dalam kehidupan sehari-hari. Untuk mencapai tujuan tertentu, diperlukan sebuah pengaturan sedemikian sehingga apa-apa yang ingin kita lakukan dalam rangka mencapai tujuan dapat terorganisir dan terlaksana dengan baik.

Selain itu, nilai yang dapat digali adalah tentang kegigihan. Dalam menyelesaikan persoalan yang rumit, diperlukan sebuah kegigihan. Jadi, mengerjakan soal yang rumit dapat diartikan sebagai terapi untuk membiasakan bersikap gigih (pantang menyerah). Dalam penyelesaian soal yang rumit juga dituntut untuk kreatif. Kreatif, menentukan cara yang tepat, dan kreatif untuk menuju hasil yang tepat. Sikap kreatif ini juga mutlak diperlukan di zaman yang semakin global agar dapat bersaing dengan orang lain. Tentu, yang dimaksud kreatif di sini adalah kreatif yang tidak keluar dari kesepakatan (konsisten).

Agar pendidikan karakter bisa terserap oleh peserts didik dengan baik, maka diperlukan adanya kontinuitas. Kontinuitas ini dapat dilakukan dengan secara periodik menyampaikan pendidikan karakter pada setiap pembelajaran matematika. Sebagai contoh, guru bisa memberikan hikmah-hikmah yang didapat dari setiap proses penyelesaian soal.

5. Manusia Indonesia Seutuhnya

Dari beberapa nilai-nilai pendidikan karakter yang dapat disampaikan melalui pembelajaran matematika, diharapkan siswa akan menjadi manusia Indonesia seutuhunya, sebagaimana yang disebut dalam tujuan pendidikan Indonesia yang termaktub dalam UU No. 20 Tahun 2003 tentang Sisdiknas yaitu manusia yang beriman dan bertakwa kepada Tuhan Yang Maha Esa, berakhlak mulia, sehat, berilmu, cakap, kreatif, mandiri, dan menjadi warga negara yang demokratis serta bertanggung jawab.

C. SIMPULAN DAN SARAN

1. Simpulan

Pendidikan karakter dapat diterapkan melalui pembelajaran matematika yaitu dengan menggali nilai-nilai pendidikan karakter yang terdapat dalam karakteristik matematika. Karakteristik matematika yang dapat digunakan sebagai sarana penyampaian pendidikan karakter adalah (1) objeknya yang abstrak, (2) bertumpu pada kesepakatan, (3) berpola pikir deduktif, (4) konsisten terhadap sistem, (5) memiliki simbol yang kosong dari makna, (6) memperhatikan semesta pembicaraan. Selain itu, guru juga bisa memberikan pendidikan karakter melalui pembelajaran. matematika dengan cara mengajarkan hikmah kehidupan dari setiap penyelesaian soal. Dengan menanamkan pendidikan karakter melalui pembelajaran matematika, maka diharapkan sedikit banyak akan membantu dalam mewujudkan manusia Indonesia yang seutuhnya.

2. Saran

Pendidikan karakter tidak akan dapat mencapai tujuannya apabila tidak adanya kerjasama antara seluruh komponen masyarakat. Oleh karena itu, pendidikan karakter harus disampaikan juga diluar pembelajaran matematika. Artinya, tidak hanya guru matemtika saja yang menyampaikan pendidikian karakter, tetapi juga guru-guru untuk mata pelajaran yang lain. Selain itu, hendaknya orangtua juga juga turut serta dalam pendidikan karakter, karena bagaimanapun juga keluarga merupakan pendidikan yang utama dan pertama. Esensi dari pendidikan karakter adalah keteladanan. Oleh karena itu, hendaknya para guru dan orangtua juga harus menjadi teladan yang baik bagi anak-anaknya.

DAFTAR PUSTAKA

Aunillah, Nurla Isna. 2011. *Panduan Menerapkan Pendidikan Karakter di Sekolah*. Yogyakarta: Diva Press.

Hidayatullah, M. Furqon. 2009. *Guru Sejati: Membangun Insan Berkarakter Kuat dan Cerdas.* Surakarta: Yuma Pustaka.

Hudojo, Herman. 1979. *Pengembangan Kurikulum Matematika dan Pelaksanaannya di depan Kelas.* Surabaya: Usaha Nasional.

Ibrahim dan Suparni. 2008. *Strategi Pembelajaran Matematika*. Yogyakarta: Bidang Akadenik UIN Sunan Kalijaga.

Saksono, Ignas G. 2010. *Tantangan Pendidik(an): Memecahkan Problem Bangsa Tanggapan Terhadap Pembatalan UU BHP*. Yogyakarta: Forkoma PMKR.

Sumardyono. 2004. *Paket Pembinaan Penataran: Karakteristik Matematika dan Implikasinya Terhadap Pembelajaran Matematika*. http://p4tkmatematika.org/downloads/ppp/PPP04_KarMtk.pdf. Didownload pada 25 November 2011.

Zuriah, Nurul. 2008. *Pendidikan Moral dan Budi Pekerti Dalam Perspektif Perubahan : Menggagas Platform Pendidikan Budi Pekerti secara Konstektual dan Futuristik*. Jakarta: Bumi aksara.

-------------------- . 2010. *Bahan Pelatihan: Penguatan Metodologi Pembelajaran Berdasarkna Nilai-Nilai Budaya untuk Membentuk Daya Saing dan Karakter Bangsa*. Kementrian Pendidikan Nasional. Jakarta.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Analisis Proses Pembelajaran Matematika Pada Anak Berkebutuhan Khusus (ABK) Tunanetra Kelas X Inklusi SMA Muhammadiyah 4 Yogyakarta

Risti Fiyana
Mahasiswa S1 Program Studi Pendidikan Matematika

Dr. Ibrahim, M.Pd*
Dosen Pendidikan Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga, Yogyakarta

Abstrak

SMA Muhammadiyah 4 Yogyakarta sebagai salah satu sekolah inklusi di Yogyakarta yang memberikan kesempatan kepada semua anak, termasuk Anak Berkebutuhan Khusus (ABK), belajar bersama-sama di sekolah dengan memperhatikan keberagaman dan kebutuhan individual. ABK yang bersekolah di SMA Muhammadiyah 4 seluruhnya adalah tunanetra, baik yang permanen ataupun *low vision.* Matematika merupakan pelajaran wajib bagi seluruh siswa SMA Muhammadiyah 4. Proses pembelajaran matematika untuk ABK tunanetra haruslah dirancang sesuai dengan kebutuhan, kemampuan dan karakteristik peserta didik, serta mengacu kepada kurikulum yang digunakan. Paradigma standarisasi pendidikan menyebabkan praktek pembelajaran matematika di SMA Muhammadiyah 4 dilaksanakan seperti sekolah reguler. Proses pembelajaran matematika di kelas inklusi masih bertumpu pada pola pembelajaran kelas reguler, sehingga mengakibatkan ABK tunanetra sulit mengimbangi kecepatan belajar kelas. Dari hasil kajian ini diharapkan mampu memberikan kontribusi dan wacana dalam mewujudkan pendidikan matematika inklusif.

Katakunci :

1. Anak Berkebutuhan Khusus (ABK) tunanetra
2. Proses pembelajaran matematika
3. Kelas Inklusi

1. Pendahuluan

Matematika merupakan ilmu yang mendasari perkembangan teknologi modern mempunyai peran penting dalam disiplin ilmu lain serta dalam kehidupan sehari-hari manusia. Perkembangan pendidikan matematika merupakan sesuatu yang dinamis dan memerlukan penyikapan yang tepat sesuai dengan perkembangannya. Salah satu inovasi baru dalam sistem layanan pendidikan yang sedang berkembang dan menuntut adaptasi dalam pendidikan matematika adalah pendidikan inklusif. Pendidikan inklusif merupakan konsekuensi lanjut dari kebijakan global *Education for All* yang dicanangkan oleh UNESCO 1990. Kebijakan *Education for All* itu sendiri merupakan upaya untuk mewujudkan hak asasi manusia dalam pendidikan yang dicanangkan dalam Deklarasi Universal Hak-Hak Asasi Manusia 1949. Konsekuensi logis dari hak ini adalah bahwa semua anak memiliki hak untuk menerima pendidikan yang tidak diskriminatif atas dasar hambatan fisik, etnisitas, agama, bahasa, jender dan kecakapan. Pendidikan inklusif merupakan keberagaman kebutuhan peserta didik melalui peningkatan partisipasi belajar, budaya, dan masyarakat, sedemikian sehingga mengurangi ketertinggalan dalam pendidikan.

Pendidikan inklusif di Indonesia (Subijanto,Balitbang Depdiknas) memiliki landasan yuridis yang kuat sesuai dengan UUD 1945 Pasal 31 bahwa seluruh warga negara berhak memperoleh pendidikan yang layak. Undang-undang No. 20/2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional juga mengamanatkan agar setiap warga negara memiliki hak yang sama untuk memperoleh pendidikan. Dengan demikian, tidak ada diskriminasi perlakuan pendidikan termasuk bagi anak penyandang ketunaan (tunanetra, tunarungu, tunagrahita, tunadaksa, dan tunalaras) dan anak yang berkesulitan belajar, seperti kesulitan membaca, menulis, dan menghitung.

SMA Muhammadiyah 4 Yogyakarta sebagai salah satu sekolah yang menyelenggarakan pendidikan inklusif memberikan kesempatan kepada semua anak, termasuk Anak Berkebutuhan Khusus (ABK) tunanetra, belajar bersama-sama di sekolah dengan memperhatikan keberagaman dan kebutuhan individual

2. Pembahasan

2.1 Potret Pembelajaran Matematika di SMA Muhammadiyah 4 Yogyakarta sebagai Sekolah Inklusif

Pembelajaran (Oemar Hamalik,1995) adalah suatu kombinasi yang tersusun meliputi unsur-unsur manusiawi, material, fasilitas, perlengkapan, dan prosedur yang saling mempengaruhi untuk mencapai tujuan pembelajaran. Sedangkan menurut Undang-undang Republik Indonesia nomor 20 tahun 2003 tentang sistem pendidikan nasional pembelajaran adalah proses interaksi peserta didik dengan pendidik dan sumber belajar pada suatu lingkungan belajar. Berdasarkan etimologis, perkataan matematika berarti “ilmu pengetahuan yang diperoleh dengan bernalar.” Matematika disebut ilmu deduktif, sebab dalam matematika tidak menerima generalisasi yang berdasarkan pada observasi, eksperimen, coba-coba

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

(induktif) seperti halnya ilmu pengetahuan alam dan ilmu pengetahuan umumnya. Jadi, pembelajaran matematika adalah proses interaksi siswa dengan guru dan sumber belajar pada suatu lingkungan belajar dengan berbagai model, metode, dan strateginya guna mencapai tujuan kurikulum pembelajaran matematika. Dalam Peraturan Menteri Pendidikan Nasional (Permen) Nomor 23 tahun 2006 disebutkan bahwa mata pelajaran Matematika bertujuan agar peserta didik memiliki kemampuan sebagai berikut:

a. Memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antar konsep dan mengaplikasikan konsep atau algoritma secara luwes, akurat, efisien dan tepat dalam pemecahan masalah.
b. Menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika.
c. Memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh.
d. Mengkomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah.
e. Memiliki sikap menghargai keguanaan matematika dalam kehidupan, yaitu memiliki rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari matematika, serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah.

Sejak tahun 2001 (Sumaryanta,2010), pemerintah mulai uji coba perintisan sekolah Inklusif seperti di Provinsi Daerah Istimewa Yogyakarta dengan 12 sekolah di daerah Gunung Kidul dan di Provinsi Daerah Istimewa Yogyakarta dengan 35 sekolah. SMA Muhammadiyah 4 Yogyakarta sebagai sekolah inklusif memberikan kesempatan kepada semua anak, termasuk Anak Berkebutuhan Khusus (ABK) tunanetra, belajar bersama-sama di sekolah dengan memperhatikan keberagaman dan kebutuhan individual. Keseluruhan ABK yang bersekolah di SMA Muhammadiyah 4 adalah tunanetra. Setiap sekolah inklusi dapat memilih model mana yang akan diterapkan, terutama bergantung pada jumlah anak berkebutuhan khusus yang akan dilayani, jenis kelainan masing-masing anak, gradasi (tingkat) kelainan anak, ketersediaan dan kesiapan tenaga kependidikan, serta sarana prasarana yang tersedia. Penempatan ABK di sekolah inklusi dapat dilakukan dengan berbagai model sebagai berikut :

a. Kelas reguler (inklusi penuh) yaitu ABK bersama anak lain (normal) belajar bersama sepanjang hari di kelas reguler dengan

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

kurikulum yang sama.

b. Kelas reguler dengan *cluster* yaitu ABK belajar bersama anak lain (normal) di kelas reguler dengn kelompok khusus.
c. Kelas reguler dengan *pull out* yaitu ABK belajar bersama dengan anak lain (normal) di kelas reguler namun dalam waktu-waktu tertentu ditarik dari kelas reguler ke ruang sumber untuk belajar dengan guru pembimbing khusus.
d. Kelas reguler dengan *cluster* dan *pull out* yaitu ABK belajar bersama anak lain (normal) di kelas reguler dengn kelompok khusus dan dalam waktu-waktu tertentu ditarik dari kelas reguler ke ruang sumber untuk belajar dengan guru pembimbing khusus.
e. Kelas khusus dengan berbagai perintegrasian yaitu ABK belajar di dalam kelas khusus pada sekolah reguler, namun dalam bidang-bidang tertentu dapat belajar bersama anak lain (normal) di kelas reguler.
f. Kelas khusus penuh yaitu ABK belajar di dalam kelas khusus pada sekolah reguler.

Penempatan kelas untuk ABK tunanetra di SMA Muhammadiyah 4 dilakukan dengan model kelas reguler (inklusi penuh) yang berarti ABK tunanetra bersama anak lain (normal), belajar bersama sepanjang hari di kelas reguler dengan kurikulum yang sama.

2.2 Kurikulum Pendidikan Inklusif untuk ABK Tunanetra

Sampai saat ini kurikulum untuk sekolah inklusi belum ada. Karena kurikulum merupakan pedoman utama guru dalam mengajar, maka keberadaannya mutlak diperlukan. Terlebih bagi guru yang mengajar di sekolah inklusi, yang kebanyakan atau bahkan seluruhnya, bukan berlatar belakang pendidikan Guru Pendidikan Luar Biasa, sehingga pengetahuan tentang ke-PLB-annya sangat minim.

Kurikulum pendidikan inklusif menggunakan kurikulum sekolah reguler yang dimodifikasi sesuai dengan tahap perkembangan anak berkebutuhan khusus, dengan mempertimbangkan karakteristik (ciri-ciri) dan tingkat kecerdasannya. Bagi ABK kurikulumnya perlu disesuaikan dengan kebutuhan peserta didik, karena hambatan dan kebutuhan yang dihadapi bervariasi satu sama lain. Penyesuaian kurikulum ini diimplementasikan dalam bentuk Program Pendampingan Individual (PPI), yaitu suatu program pembelajaran yang disusun untuk membantu ABK tunanetra sesuai dengan kemampuannya. Ada tiga jenis kurikulum yang digunakan : 1) kurikulum umum, 2) kurikulum modifikasi, yaitu perpaduan kurikulum umum

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

dan kurikulum PPI, 3) kurikulum yang diindividualisasikan, untuk ABK yang sama sekali tidak dapat mengikuti kurikulum umum. Pada penyusunan PPI materi belajar yang disajikan harus disesuaikan dengan kebutuhan dan kekhususan ABK. Di SMA Muhammadiyah 4 belum ada penerapan Program Pendampingan Individual (PPI), sehingga ABK tunanetra mengikuti kurikulum umum yang juga diikuti oleh siswa lainnya. Proses belajar mengajar di kelas yang masih bertumpu pada pola pembelajaran kelas reguler mengakibatkan ABK tunanetra sulit mengimbangi kecepatan belajar kelas.

2.3 Pelaksanaan Proses Pembelajaran Matematika di Kelas Inklusif

Upaya nyata yang sudah dilakukan di SMA Muhammadiyah 4 terkait dengan penyelenggaraan pendidikan inklusif adalah adanya ruangan inklusi. Ruangan inklusi ini memfasilitasi kebutuhan media pembelajaran untuk siswa ABK tunanetra baik yang total ataupun *low vision*. Contohya : komputer dengan *software* Jaws, komputer dengan *software* Braille, *tape recorder, talking book,* reglet dan *pen,* buku-buku Braille, AlQur'an Baille, kamus bicara, mesin tik Braille, *printer* Braille. Di SMA Muhammadiyah 4 terdapat seorang guru yang berasal dari Pendidikan Luar Biasa. Keberadaan beliau sangat membantu para ABK tunanetra dalam kegiatan belajar di sekolah, dan membantu guru kelas/guru mata pelajaran, seperti pada saat UTS/UAS, siswa ABK tunanetra yang menuliskan jawabannya dalam bentuk tulisan Braille diterjemahkan oleh beliau ke dalam bentuk tulisan normal kemudian diberikan kepada guru mata pelajaran untuk dievaluasi.

Pada proses pembelajaran di kelas inklusif, pelaksanaan kegiatan belajar mengajar seringkali tidak cukup didampingi oleh guru mata pelajaran atau guru kelas. Kebutuhan belajar ABK memerlukan penanganan yang spesifik sesuai dengan karakteristiknya. Oleh karena itu, dalam pembelajaran di kelas inklusif, termasuk pada pelajaran metematika, perlu dibantu dengan guru pembimbing khusus, yaitu guru dari Pendidikan Luar Biasa (PLB). Guru Pembimbing Khusus (GPK) ini bertugas membantu guru umum dalam proses belajar mengajar, dan bila perlu dapat memberikan bimbingan secara langsung pada ABK yang memang membutuhkannya. Namun pendampingan yang dilakukan GPK tidak selalu bisa membantu. Secara material, GPK tidak selalu kompeten dalam matematika.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Permasalahan teknis tentang materi matematika seringkali tidak dikuasai oleh GPK, terutama pada tingkat SMP dan SMA. Selain itu GPK dari PLB tidak selalu bisa mendampingi setiap kegiatan belajar mengajar di kelas inklusi, hal ini terkait dengan keterbatasan jumlah GPK yang ada. Permasalahan ini pun terjadi di SMA Muhammadiyah 4, hanya terdapat satu orang GPK. Perbandingan yang kurang sebanding dengan kelas inklusi yang ada. Jika pada jam pelajaran matematika GPK tidak datang maka pendampingan belajar dilakukan guru matematika saja.

Pelaksanaan pembelajaran matematika sering kali tidak cukup didampingi oleh guru matematika saja apalagi ketika dalam satu kelas terdapat ABK tunanetra lebih dari 2 siswa. Kebutuhan ABK tunanetra memerlukan penanganan yang spesifik sesuai dengan karakteristiknya masing-masing. Sebagai contoh pada saat pembelajaran materi Sistem Persamaan Linear di kelas XB, seluruh siswa hanya didampingi oleh satu guru matematika. Alur pembelajarannya, guru menjelaskan materi secara klasikal di papan tulis, ABK tunanetra hanya bisa mendengarkan penjelasan guru dan tidak melihat apa yang dituliskan guru. Setelah guru selesai menjelaskan materi, guru mendampingi ABK tunanetra untuk lebih memahamkan mereka. Namun kendala yang sering muncul adalah kurangnya alokasi waktu untuk mencapai seluruh indikator pada kegiatan pembelajaran saat itu. Upaya yang dilakukan guru untuk mengatasi hal tersebut adalah memberikan jam tambahan pelajaran kepada seluruh siswa, termasuk di dalamnya adalah ABK tunanetra.

3 Simpulan dan Saran

Upaya nyata yang sudah dilakukan SMA Muhammadiyah 4 terkait dengan penyelenggaraan pendidikan inklusif adalah adanya Guru Pembimbing Khusus (GPK) dari pendidikan luar biasa. Tetapi, jumlahnya belum sebanding dengan ABK tunanetra yang ada. Selain itu sudah adanya ruangan inklusi yang memfasilitasi kebutuhan media pembelajaran untuk siswa ABK tunanetra. Penempatan kelas untuk ABK tunanetra dilakukan dengan model kelas reguler (inklusi penuh) yang berarti ABK tunanetra bersama anak lain (normal) belajar bersama sepanjang hari di kelas reguler dengan kurikulum yang sama. Paradigma standarisasi pendidikan menyebabkan praktek pembelajaran matematika di SMA Muhammadiyah 4 dilaksanakan seperti sekolah reguler dimana ABK tunanetra masih mengikuti

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

kurikulum umum yang diikuti oleh siswa lainnya. Proses belajar mengajar di kelas yang masih bertumpu pada pola pembelajaran kelas reguler mengakibatkan ABK tunanetra sulit mengimbangi kecepatan belajar kelas.

Mengingat permasalahan-permasalahan yang timbul seiring dengan upaya mewujudkan pendidikan matematika inklusif, penulis berharap para tokoh dan pemerhati pendidikan matematika ikut perpartisipasi langsung dan mengambil peran konkret dalam upaya mewujudkan pendidikan matematika inklusif. Sekolah inklusi yang ideal seharusnya memiliki Guru Pembimbing Khusus (GPK) yang memiliki pemahaman, kemampuan dan pengalaman untuk membimbing ABK dalam setiap kegiatan belajar matematika, serta dapat menangani kesulitan yang dihadapi anak sesuai dengan jenis kekhususan anak tersebut. Kurikulum sekolah reguler seharusnya dimodifikasi sesuai dengan tahap perkembangan ABK, dengan mempertimbangkan karakteristik (ciri-ciri) dan tingkat kecerdasannya.

4 Daftar Pustaka

Direktorat Pendidikan Luar Biasa. *Pengembangan Kurikulum dalam Pendidikan Inklusif*. [online] tersedia http://www.ditplb.or.id/2006/index.php?menu=profile&pro=55 (diakses pada tanggal 10 Desember 20010 pukul 09.00 WIB)

Ibrahim dan Suparni (2008). *Strategi Pembelajaran Matematika.* Yogyakarta: Bidang Akademik UIN Sunan Kalijaga

Oemar Hamalik (1995). *Kurikulum dan Pembelajaran.* Jakarta: Bumi Aksara

Subijanto. *Pengembangan Pendidikan Terpadu di Sekolah*. Jakarta: Balitbang Depdiknas

Sumaryanta (2010). *Handout Pembelajaran Matematika Inklusif.* Yogyakarta: UIN Sunan Kalijaga

Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 20 Tahun 2003 Tentang Sistem Pendidkan Nasional.[online] tersedia di http://www.inherent-dikti.net/files/sisdiknas/pdf (diakses pada tanggal 22 November 2011 pukul 10.09 WIB).

P – 38

Pengaruh Integrasi Islam Dan Sains Terhadap Matematika

Oleh :
Siti Mahfudzoh
Prodi Mematika Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

ABSTRAK

Dewasa ini, banyak pakar dan ilmuwan menggembor-gemborkan tentang korelasi antara Islam (agama) dan sains. Banyak fakta menunjukan bahwa adanya keterkaitan antara ilmu agama yang didasarkan pada Al Quran, dengan ilmu sains/ilmu yang membahas seputar kejadian alam. Sebagai contoh seperti proses terjadinya hujan yang termaktub dalam Al Quran yang dimulai dari proses perkawinan angin hingga turun titik-titik air (hujan) kadar tertentu telah dibuktikan kebenarannya dalam sains. Begitu pula tentang bagaimana proses terbentuknya janin dalam kandungan seorang ibu hingga menjadi bayi, kemudian ASI yang merupakan sumber makanan terbaik bagi bayi. Dan masih banyak lagi fakta yang menunjukan hubungan keduannya yang sejalan, yang mendasari adanya integrasi Islam dan sains. Namun dalam penulisan ini, pokok bahasan yang diungkapakan bukanlah mengenai integrasi antara islam dan sains saja, namun lebih dari itu adakah pengaruh intergasi islam dan sains terhadap matematika? Meskipun sudah banyak fakta yang membuktikan bahwa ada hubungan yang sangat erat antara islam dan sains, namun tidak pernah terdengar adanya pengaruh yang signifikan dari integrasi islam dan sains itu terhadap matematika. Dengan latar belakang inilah penulis ingin mengkaji tentang pengaruh integrasi islam dan sains terhadap matematika.

Kata kunci: Integrasi islam dan sains, matematika

A. Pendahuluan

Pada abad ini banyak para ilmuwan yang membahas tentang korelasi antara agama(islam) dengan sains. Sains merupakan ilmu pengetahuan tentang alam semesta dan isinya. Sedangkan islam merupakan agama yang berpedoman kepada Al-Qur'an dan hadits. Banyaknya fakta yang menunjukkan adanya keterkaitan antara apa yang dijelaskan dalam Al-Qur'an dengan kenyataan kejadian di kehidupan nyata mendorong para ilmuwan untuk terus melakukan penelitian dalam mencari keterkaitan tersebut.

Sains memiliki beberapa bagian, dengan adanya integrasi islam dan sains tentunya berpengaruh terhadap bagian dari sains tersebut. Oleh karena itu penulisan tentang pengaruh integrasi islam dan sains terhadap matematika yang merupakan bagian sains adalah hal yang menarik untuk dikaji. Diharapkan nantinya kejelasan adanya pengaruh integrasi islam dan sains terhadap matematika dapat diketahui dengan adanya fakta tentang keterkaitan antara islam dan matematika.

Dalam penulisan ini, penulis akan mencoba merumuskan persoalan yaitu: Adakah pengaruh integrasi islam dan sains terhadap matematika? Bagaimana integrasi islam dan matematika? Dari rumusan masalah tersebut penulisan ini bertujuan untuk mengetahui adakah pengaruh integrasi islam dan sains terhadap matematika serta

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

mengetahi bagaimana integrasi islam dan matematika. Dengan penulisan makalah ini diharapkan penulis sendiri maupun pihak-pihak lain yang berkepentingan lebih memahami adanya pengaruh integrasi islam dan sains terhadap matematika dan mengetahui integrasi islam dan matematika sebagai salah satu ilmu sains.

B. Integrasi Islam dan Sains

Di dalam kamus bahasa Indonesia, W.J.S Poernawadarminta mengartikan kata integrasi dengan penyatuan supaya menjadi kebulatan atau menjadi utuh. Integrasi merupakan usaha untuk menjadikan dua atau lebih hal menjadi satu kesatuan yang tidak dapat dipisahkan. Integrasi secara umum dapat diartikan sebagai penyatuan/memadukan menjadi satu kesatuan yang utuh. Bentuk-bentuk integrasi keilmuan antara lain sebagai berikut:

1. Bentuk integrasi keilmuan berbasis filsafat klasik, yaitu berusaha menggali warisan filsafat islam klasik.
2. Bentuk integrasi keilmuan berbasis tasawuf, yakni islamisasi ilmu pengetahuan atau islamization of knowledge yang berarti pembahasan ilmu pengetahuan dari penafsiran yang berdasarkan ideologi, makna-makna, dan ungkapan-ungkapan sekuler.
3. Bentuk integrasi keilmuan berbasis fiqh, yakni islamisasi ilmu pengetahuan berangkat dari pemikiran ulama fiqh dalam menjadikan al-Quran dan as-Sunnah sebagai puncak kebenaran.

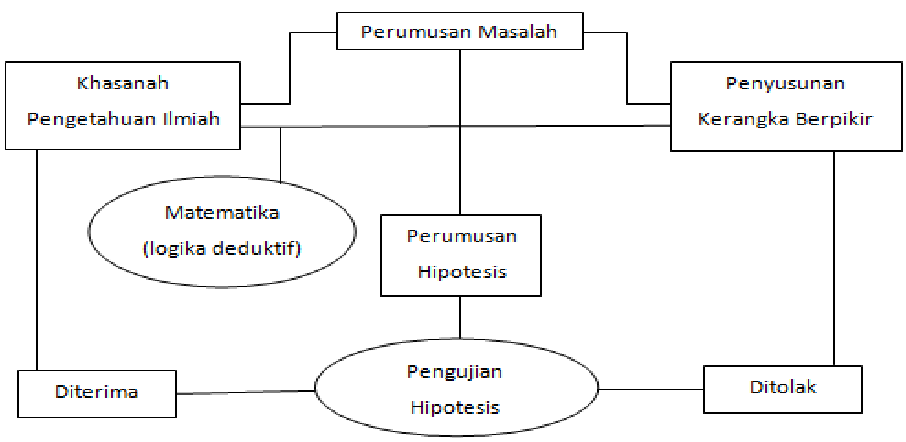
Adapun bentuk-bentuk kajian integrasi keilmuan diantaranya adalah:

1. Komparasi, yaitu membandingkan konsep atau teori sains dengan konsep atau wawasan agama mengenai gejala-gejala yang sama.
2. Induktifikasi, yaitu asumsi-asumsi dasar dari teori ilmiah yang didukung oleh temuan-temuan empirik dilanjutkan pemikirannya secara teoritis abstrak kearah pemikiran metafisik atau ghaib, kemudian dihubungkan dengan prinsip-prinsip agama dan al-Quran mengenai hal tersebut.
3. Verifikasi, yaitu mengungkapkan hasil-hasil penelitian ilmiah yang menunjang dan membuktikan kebenaran-kebenaran ayat-ayat Al-Qur’an.

Islam adalah agama yang dibawa oleh seorang Rasul yakni Nabi Muhammad SAW yang berpedoman kepada Al-Qur’an sebagai kitab suci.

Karakteristik keilmuan menjadikan sains merupakan suatu pengetahuan yang bersifat ilmiah (*scientific knowledge*). Mendefinisikan sains secara utuh tidaklah mudah, karena berbagai ilmuan mempunyai definisi sendiri-sendiri dalam mengartikan sains. Bagi para pengamat metodologi akan mengatakan bahwa sains adalah sistem pernyataan-pernyataan yang dapat dikaji/diuji oleh siapapun dan dimanapun. Para pengamat heuristik akan menyatakan bahwa sains adalah perkembangan lebih lanjut bakat manusia untuk menentukan orientasi terhadap lingkungannya serta menentukan sikap terhadapnya. Sains dapat pula didefinisikan sebagai himpunan rasionalitas kolektif insani yaitu himpunan pengetahuan manusia tentang alam yang diperoleh sebagai konsensus para pakar, pada penyimpulan secara rasional mengenai hasil-hasil analisis yang kritis terhadap data-data pengukuran yang diperoleh dari observasi pada gejala-gejala alam.

Sedangkan sebagian besar ilmuan mendefinisikan sains sebagai suatu hasil ekspeirimentasi, sehingga untuk mencapai suatu keberhasilan harus melalui kesimpulan logis dan pengamatan empiris melalui metode ilmiah dengan kegiatan ilmiah yang dapat digambarkan dalam skema berikut (gambar 1):



Gambar 1. Komponen kegiatan berpikir ilmiah

Dari penjelasan di atas dapat disimpulkan bahwa integrasi islam dan sains adalah usaha untuk menyatukan antara islam dan sains.

C. Terminologi Matematika

Secara bahasa (lughowi), kata "matematika" berasal dari bahasa Yunani yaitu "mathema" atau mungkin juga "mathematikos" yang artinya hal-hal yang dipelajari.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Bagi orang Yunani matematika tidak hanya meliputi pengetahuan mengenai angka dan ruang, tetapi juga mengenai musik dan ilmu falak (astronomi). Nasution (1980:12) menyatakan bahwa matematika berasal dari bahasa Yunani "mathein" atau "mathenein" yang artinya "mempelajari". Orang Belanda, menyebut matematika dengan wiskunde, yang artinya ilmu pasti. Sedangkan orang arab, menyebut matematika dengan 'ilmu al hisab, artinya ilmu berhitung. (Abdusyukur, M.Pd, 2007:5).

Secara istilah, sampai saat ini belum ada definisi yang tepat mengenai matematika. Para ahli filsafat dan ahli matematika telah mencoba membuat definisi matematika, tetapi sampai sekarang belum ada yang menyatakan bahwa jawabannya adalah terakhir. Belum ada definisi yang disepakati matemaika itu apa. Diantara definisi-definisi yang dibuat para ahli matematika adalah sebagai berikut:

1. Matematika adalah ilmu tentang bilangan dan ruang
2. Matematika adalah ilmu tentang besaran (kuantitas)
3. Matematika adalah ilmu tentang hubungan (relasi)
4. Matematika adalah ilmu tentang bentuk
5. Matematika adalah ilmu yang bersifat deduktif
6. Matematika adalah tentang struktur-struktur yang logik.

Definisi-definisi yang ada semuanya benar, berdasar sudut pandang tertentu.

D. Pembahasan

Seiring dengan perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi, maka penafsiran ayat-ayat Al-Qur'an yang berkaitan dengan masalah fenomena alam semesta pun semakin berkembang. Apabila para mufasir zaman dahulu menafsirkan ayat-ayat yang berkaitan dengan sains hanya sebatas menggunakan ayat-ayat yang lain atau hadis Nabi atau qoul sahabat, maka pada zaman sekarang sudah banyak sekali ilmuan yang menyingkap kandungan ayat-ayat Al-Qur'an melalui kajian ilmiahnya. Dalam pandangan Al-Qur'an, tidak ada peristiwa yang terjadi secara kebetulan. Semua terjadi dengan 'hitungan', baik dengan hukum-hukum alam yang telah dikenal manusia maupun yang belum. Bagi seorang matematikawan muslim, yang percaya bahwa adanya kodetifikasi alam semesta, baik kitab suci, manusia maupun objek di langit, adalah suatu 'keputusan tersendiri' jika dapat menemukan hubungan-hubungan tersebut. Berdasarkan pernyataan tersebut, ternyata memunculkan bahwa adanya dampak setelah kita membuat integrasi islam dan sains berpengaruh terhadap bagian dari sains tersebut salah satunya matematika.

Matematika merupakan ilmu pengetahuan dasar yang dibutuhkan semua manusia dalam kehidupan sehari-hari baik secara langsung ataupun tidak langsung. Matematika adalah disiplin ilmu yang penting dari kajian ilmiah Muslim. Begitu pentingnya sehingga Al-Kindi pernah mengatakan bahwa matematika adalah bidang ilmu yang harus dikuasai oleh seseorang yang hendak mempelajari filsafat. Ia adalah semacam ilmu alat untuk memahami filsafat. Filsafat banyak berkaitan dengan ide-ide abstrak yang kadang tidak ada kaitannya langsung dengan dunia fisik. Untuk bisa memahami ide-ide abstrak semacam itu, seorang sarjana dianjurkan untuk mempelajari matematika yang merupakan studi tentang ide-ide abstrak tingkat pertama, karena memang ide-ide atau konsep-konsep matematika abstrak dari benda-benda konkrit fisik. Ibn Kaldun membagi matematika kedalam 4 subdivisi:

1. Geometri, yaitu cabang matematika yang mengkaji tentang kuantitas (pengukuran) secara umum, yang bisa bersifat terputus karena terdiri dari angka-angka, atau berkesinambungan, seperti figur-figur geometris (bisa benda satu dimensi atau tiga dimensi).
2. Aritmatika, yaitu cabang matematika yang empelajari sifat-sifat esensial dan aksidental dari jumlah yang terputus, yang disebut bilangan.
3. Musik, yaitu cabang matematika yang mempelajari proporsi suara dan bentuk-bentuk (modus) nya. Hasilnya adalah pengetahuan tentang melodi-melodi musik.
4. Astronomi, yaitu cabang matematika yang menetapkan bentuk-bentuk bola-bola langit, menentukan posisi dan jumlah dari setiap planet dan bintang tetap.

Setelah kita mengetahui materi apa saja yang ada dalam matematika, kemudian kita akan menelaah apa yang terkandungan dalam Al-Qur’an yang berkaitan dengan matematika, yang hal ini merupakan upaya penyatuan antara islam dan matematika yang disebut dengan integrasi islam dan matematika sebagai akibat dari pengaruh integrasi islam dan sains.

Hasil integrasi islam dan matematika yang diperoleh oleh para pengkaji matematika dalam Al-Qur’an antara lain:

a. Himpunan dalam Al-Qur’an

Dalam surat al-Fathir ayat 1 dan surat an-Nur ayat 45 terdapat konsep matematika yang terkandung didalamnya yaitu kumpulan objek-objek yang mempunyai cirri-ciri yang sangat jelas. Inilah yang dalam matematika disebut dengan himpunan.

b. Bilangan dalam Al-Qur’an

Dalam Al-Qur’an disebutkan sebanyak 38 bilangan berbeda. Dari 38 bilangan tersebut, 30 bilangan merupakan bilangan asli dan 8 bilangan merupakan bilangan pecahan (rasional).

c. Pengukuran dalam Al-Qur’an

Al-Qur’an diturunkan sekitar abad ke 6 masehi, yang pada saat itu belum ditetapkan satuan-satuan baku pengukuran. Dengan demikian, jika Al-Qur’an berbicara masalah pengukuran, maka satuan ukur yang digunakan adalah satuan-satuan tradisional yang berlaku saat itu, khususnya di daerah Mekah dan Madinah. Pengukuran yang disebutkan dalam Al-Qur’an meliputi pengukuran panjang, waktu, luas dan berat.

d. Statistika dalam Al-Qur’an

Statistika adalah cabang matematika yang berkaitan dengan pengumpulan data, pengolahan data, penyajian data, analisis data, dan penarikan kesimpulan. Suatu kegiatan utama dalam statistic adalah pengumpulan data. Dalam masalah pengumpulan data yaitu mencatat atau membukukan data, Al-Qur’an juga membicarakannya. Surat al-Kahfi ayat 49, az-Zukhruf ayat 80 termasuk ayat yang menjelaskan memcatat dan membukukan data. Itulah sebagian dari matematika yang ada dalam Al-Qur’an, masih banyak kandungan Al-Qur’an yang berkaitan dengan matematika yang dapat dikaji lebih lanjut.

E. Kesimpulan dan Saran

Dari penjelasan di atas dapat diambil beberapa kesimpulan, antara lain:

1. Integrasi islam dan sains berpengaruh terhadap matematika hal ini merupakan implikasi karena matematika merupakan bagian dari sains. Namun pengaruh tersebut belum terasa oleh banyak para pengkaji matematika dikarenakan ayat yang menjelaskan matematika dalam Al-Qur’an tidak banyak seperti ilmu sains lainnya, dan matematika sendiri memang bersifat abstrak yang dalam memahaminya dibutuhkan penalaran yang lebih.
2. Adanya pengaruh integrasi islam dan sains terhadap matematika dapat diketahui dengan adanya fakta yang diperoleh dari integrasi islam dan matematika. Diketahi

bahwa Al-Qur'an memiliki keterkaitan dengan matematika. Matematika membantu umat islam untuk mengamalkan ilmu yang diajarkan dalam Al-Qur'an diantaranya ilmu faraidh.

Saran yang dapat disampaikan oleh penulis adalah sebagai berikut:

1. Mari pelajari islam secara kaffah karena sesungguhnya islam merupakan agama yang memiliki kitab suci yang merupakan kitab penyempurna atas kitab-kitab sebelumnya. Al-Qur'an merupakan kitab yang universal yang dapat dipelajari oleh semua umat manusia.
2. Dalam Al-Qur'an tersirat ayat yang menyuruh umat islam untuk mempelajari matematika, jadi hilangkanlah anggapan bahwa mempelajari matematika bukan merupakan ibadah. Matematika adalah ilmu, semua ilmu harus dipelajari oleh umat untuk mencapai kebahagiaan dan kesejahteraan hidup di dunia dan akhirat.
3. Kepada para pengkaji ilmu matematika diharapkan tidak melupakan Al-Qur'an yang diyakini sebagai sumber dasar semua ilmu. Begitu pula para pengkaji Al-Qur'an diharapkan tidak melupakan matematika yang merupakan ilmu yang terkandung dalam Al-Qur'an.

DAFTAR PUSTAKA

Abdusysyukur. 2007. *Ketika Kyai Mengajar Matematika.* Malang: UIN-Malang Press

A Partanto, Pius, Al Barry M Dahlan. *Kamus Ilmiah Populer.* Surabaya: Arkola.

Habib, Zainal. 2007. *Islamisasi Sains Mengembangkan Integrasi, Mendialogkan Perspektif*. Malang: UIN-Malang Press.

Kartanegara, Muyadhi. 2005. *Integrasi Ilmu Sebagai Rekonstruksi Holistik.* Jakarta: UIN-Jakarta Press.

Rahman, Afzalur. 1992. *Al-Qur'an Sumber Ilmu Pengetahuan.* Jakarta: Rineka Cipta.

Rahman, Hairur. 2007. *Indahnya Matematika dalam Al-Qur'an.* Malang: UIN-Malang Press.

Syafi'ie, Inu Kencana. 2004. *Ilmu Pemerintahan & Al-Qur'an.* Jakarta: Bumi Aksara.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Desain Pembelajaran Statistika Deskriptif Untuk Siswa SMA Dengan Pendekatan Kooperatif Learning Sebagai Upaya Penanaman Pendidikan Karakter

Siti Nur Rohmah
Universitas Ahmad Dahlan, Yogyakarta
email : xuety@yahoo.com

Abstrak

Salah satu model pembelajaran yang menarik yang dapat diterapkan kepada siswa adalah model pembelajaran kooperatif. Dengan menerapkan model kooperatif dalam pembelajaran matematika, diharapkan dapat meningkatkan pemahaman konsep matematika bagi siswa dan akhirnya akan berdampak pada kenaikan prestasi belajar siswa. Untuk itu, penulis mencoba membuat desain pembelajaran pada materi statistika deskriptif untuk siswa SMA dengan pendekatan kooperatif learning tipe STAD (Student Teams Achievement Divisions). Desain pembelajaran kooperatif learning tipe STAD ini merupakan desain pembelajaran yang lebih mengutamakan keaktifan siswa atau berpusat pada siswa (*students center*), agar tujuan dalam pembelajaran dapat tercapai lebih optimal. Selain itu dengan pembelajaran kelompok diharapkan siswa memiliki pengalaman belajar yang menarik karena adanya *sharing ideas* antar teman sekelompok dan siswa dapat belajar saling menghargai pendapat orang lain yang belum tentu sependapat dengan dirinya, hal ini merupakan salah satu upaya dalam pembentukan karakter positif siswa.
Kata kunci : Pembelajaran materi statistika deskriptif dengan pendekatan kooperatif learning tipe STAD (Student Teams Achievement Divisions).

A. PENDAHULUAN

1. Latar Belakang

Pendidikan nasional antara lain bertujuan mewujudkan learning society dimana setiap anggota masyarakat berhak mendapat pendidikan (education for all) dan menjadi pembelajar seumur hidup (long life education). Empat pilar pendidikan dari UNESCO, yaitu learning to know, learning to do, learning to live together, dan learning to be. Implementasi dalam pembelajaran matematika terlihat dalam pembelajaran dan penilaian yang sifatnya *learning to know* (fakta, skills, konsep, dan prinsip), *learning to do* (doing mathematics), *learning to be* (enjoy mathematics), dan *learning to live together* (cooperative learning in mathematics).

Khususnya pilar *learning to live together* menekankan pentingnya belajar memahami bahwa setiap orang hidup dalam suatu masyarakat terjadi interaksi dan komunikasi dengan orang lain. Implikasi pilar ini terhadap pembelajaran matematika, adalah memberi kesempatan kepada siswa agar bersedia bekerja dan belajar bersama, saling menghargai pendapat orang lain, menerima pendapat berbeda, belajar mengemukakan dan *sharing ideas* dengan teman dalam melaksanakan tugas-tugas matematika. Jadi belajar matematika yang berorientasi pada pilar ini, diharapkan siswa mampu bersosialisasi dan berkomunikasi dalam konteks matematika dengan teman lainnya.

Dalam membelajarkan matematika kepada siswa, apabila guru masih menggunakan paradigma pembelajaran lama dalam arti komunikasi dalam pembelajaran matematika cenderung berlangsung satu arah umumnya dari guru ke siswa, guru lebih mendominasi pembelajaran maka pembelajaran cenderung monoton sehingga mengakibatkan siswa merasa jenuh. Oleh karena itu dalam membelajarkan matematika kepada siswa , guru hendaknya lebih memilih berbagai variasi pendekatan, strategi, metode yang sesuai dengan situasi sehingga tujuan pembelajaran yang direncanakan akan tercapai.

Pada pembelajaran matematika di SMU kelas XI tentang materi statistika deskriptif, agar dalam pembelajaran sesuai dengan tujuan yang hendak dicapai serta sistem pembelajaran yang lebih mengutamakan keaktifan siswa atau berpusat pada siswa (*students center*), dalam hal ini penulis akan mencoba membuat desain pembelajaran statistika deskriptif dengan menggunakan pendekatan pembelajaraan kooperatif tipe STAD (Student Teams Achievement Divisions).

2. Rumusan Masalah

Dari uraian latar belakang masalah yang telah dibahas diatas, penulis mengidentifikasi masalah antara lain :

1. Pentingnya pembelajaran matematika yang menekankan pada kemampuan siswa dalam bersosialisasi dan berkomunikasi dalam konteks matematika dengan teman lainnya.
2. Pembelajaran matematika SMU khususnya materi statistika deskriptif yang cenderung monoton satu arah.

3. Tujuan

Tujuan penulisan makalah ini antara lain adalah membuat desain pembelajaran matematika tentang topik statistika deskriptif di kelas XI SMU dengan menggunakan pendekatan pembelajaran kooperatif tipe STAD.

B. PEMBELAJARAN KOOPERATIF

1. Pengertian Model Pembelajaran Kooperatif

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Posamentier (1999,12) secara sederhana menyebutkan *cooperative learning* atau belajar secara kooperatif adalah penempatan beberapa siswa dalam kelompok kecil dan memberikan mereka sebuah tugas atau beberapa tugas. Beberapa hal yang perlu diperhatikan ketika siswa bekerja dalam kelompok adalah sebagai berikut :

- Setiap anggota dalam kelompok harus merasa bagian dari tim dalam pencapaian tujuan bersama.
- Setiap anggota dalam kelompok harus menyadari bahwa masalah yang mereka pecahkan adalah masalah kelompok, berhasil atau gagal akan dirasakan oleh semua anggota kelompok.
- Untuk pencapaian tujuan kelompok, semua siswa harus bicara atau diskusi satu sama lain.
- Harus jelas bahwa setiap kerja individu dalam kelompok mempunyai efek langsung terhadap keberhasilan kelompok.

Oleh karena itu bukanlah suatu *cooperative environment* meskipun terdapat beberapa siswa duduk bersama akan tetapi bekerja secara individu dalam menyelesaikan tugas, atau seorang anggota kelompok menyelasaikan sendiri tugas kelompoknya. Pembelajaran kooperatif lebih merupakan upaya pemberdayaan teman sejawat, meningkatakan interaksi antar siswa, serta hubungan yang saling menguntungkan antar mereka. Karena siswa dalam kelompok akan belajar untuk mendengarkan ide atau gagasan dari teman yang lain, berdiskusi setuju atau tidak setuju dengan pendapat orang lain, menyampaikan atau menerima kritikan yang membangun, serta siswa tidak merasa terbebani ketika ternyata pekerjaannya belum tepat atau masih salah.

Slavin (1991) menyatakan bahwa dalam belajar kooperatif, siswa bekerja dalam kelompok saling membantu untuk menguasai bahan ajar. Pembelajaraan kooperatif merupakan metode pembelajaran dimana siswa diberi kesempatan untuk bekerja dalam kelompok kecil, membantu satu sama lain untuk mempelajari isi pelajaran.

Enam prinsip pembelajaran kooperatif menurut Robert E. Slavin adalah :

1. Tujuan kelompok
2. Tanggung jawab individu
3. kesempatan bersama-sama untuk sukses
4. Kompetisi antar team
5. Tugas khusus

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

6. Memperhatikan kebutuhan individu

Dalam pembelajaran kooperatif dikembangkan diskusi dan komunikasi dengan tujuan agar siswa saling berbagi kemampuan, saling belajar berpikir kritis, saling menyampaikan pendapat, saling memberi kesempatan menyalurkan kemampuan, saling membantu belajar, saling menilai kemampuan dan peranan diri sendiri maupun teman lain. Sehingga hasil belajar akademik siswa meningkat dan siswa dapat menerima berbagai keragaman dari temannya, serta adanya pengembangan ketrampilan sosial.
Terdapat 6 (enam) langkah dalam model pembelajaran kooperatif.

Langkah	Indikator	Tindakan Guru
Langkah 1	Menyampaikan tujuan dan memotivasi siswa.	Guru menyampaikan tujuan pembelajaran dan mengkomunikasikan kompetensi dasar yang akan dicapai serta memotivasi siswa.
Langkah 2	Menyajikan informasi.	Guru menyajikan informasi kepada siswa.
Langkah 3	Mengorganisasikan siswa ke dalam kelompok-kelompok belajar.	Guru menginformasikan pengelompokan siswa.
Langkah 4	Membimbing kelompok belajar.	Guru memotivasi serta memfasilitasi kerja siswa dalam kelompok belajar.
Langkah 5	Evaluasi	Guru mengevaluasi hasil belajar tentang materi pembelajaran yang telah dilaksanakan.
Langkah 6	Memberikan penghargaan.	Guru memberi penghargaan hasil belajar individual dan kelompok.

2. Langkah-langkah Penerapan Pembelajaran Kooperatif Tipe STAD

Langkah-langkah penerapan pembelajaran tipe STAD adalah sebagai berikut :

a. Guru menyampaikan materi pembelajaran atau permasalahan kepada siswa sesuai kompetensi dasar yang akan dicapai.
b. Guru memberikan tes/kuis kepada setiap siswa secara individual sehingga akan diperoleh skor awal.
c. Guru membentuk beberapa kelompok. Setiap kelompok terdiri dari 4-5 siswa dengan kemampuan yang berbeda-beda (tinggi, sedang dan rendah). Jika mungkin

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

anggota kelompok berasal dari ras, budaya, suku yang berbeda serta kesetaraan jender.

d. Bahan materi yang telah dipersiapkan didiskusikan dalam kelompok untuk mencapai kompetensi dasar. Pembelajaran kooperatif tipe STAD, biasanya digunakan untuk penguatan pemahaman materi (Slavin, 1995).
e. Guru memfasilitasi siswa dalam membuat rangkuman, mengarahkan dan memberikan penegasan pada materi pembelajaran yang telah dipelajari.
f. Guru memberikan tes/kuis kepada setiap siswa secara individual.
g. Guru memberi penghargaan pada kelompok berdasarkan perolehan nilai peningkatan hasil belajar individual dari skor dasar ke skor kuis berikutnya (terkini).

3. Pembentukan dan Penghargaan Kelompok

Dalam pembelajaran kooperatif, salah satu cara membentuk kelompok bardasarkan kemampuan akademik sebagai berikut :

Kemampuan	No	Nama	Rangking	Kelompok
Tinggi	1		1	A
	2		2	B
	3		3	C
	4		4	D
Sedang	5		5	D
	6		6	C
	7		7	B
	8		8	A
	9		9	A
	10		10	B
	11		11	C
	12		12	D
Rendah	13		13	D
	14		14	C
	15		15	B
	16		16	A

Menurut Slavin (1995) guru memberikan penghargaan pada kelompok berdasarkan perolehan nilai peningkatan hasil belajar dari nilai dasar (awal) ke nilai tes/kuis setelah siswa bekerja dalam kelompok.

Cara-cara penentuan nilai penghargaan kepada kelompok dapat dijelaskan langkah-langkahnya sebagai berikut :

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

1. Menentukan nilai dasar (awal) masing-masing siswa. Nilai dasar (awal) dapat berupa nilai tes/kuis awal atau menggunakan nilai ulangan sebelumnya.
2. Menentukan nilai tes/kuis yang telah dilaksanakan setelah siswa bekerja dalam kelompok, misal nilai kuis I, nilai kuis II, atau nilai rata-rata nilai kuis I dan kuis II kepada setiap siswa yang disebut nilai kuis terkini.
3. Menentukan nilai peningkatan hasil belajar yang besarnya ditentukan berdasarkan selisih nilai kuis terkini dan nilai dasar (awal) masing-masing siswa dengan menggunakan kriteria sebagai berikut ini.

C. DESAIN PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE STAD

1. Rencana Pelaksanaan Pembelajaran

Berikut ini ditampilkan contoh rancangan kegiatan pembelajaran pada topik statistika deskritif dengan model pembelajaran kooperatif tipe STAD.

Mata Pelajaran : Matematika
Pokok Bahasan : Statistika Deskriptif
Kelas / Program : XI , IPA, IPS dan Bahasa
Semester : I (pertama)
Alokasi Waktu : 90 menit (2 x 45 menit)

I. Standar Kompetensi

Menggunakan aturan statistika, kaidah pencacahan, dan sifat-sifat peluang dalam pemecahan masalah.

II. Kompetensi Dasar

Membaca data dalam bentuk tabel dan diagram batang, garis, lingkaran ,histogram dan penghitungan data.

III. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Memahami cara memperoleh data, menentukan jenis dan ukuran data, serta memeriksa, membulatkan, dan menyusun data untuk menyelesaikan masalah.
2. Menentukan data terbesar, terkecil, median, kuartil (kuartil pertama, kuartil kedua, kuartil ketiga), statistik lima serangkai (statistik minimum, statistik maksimum, median, kuartil pertama, kuartil ketiga), rataan kuartil, rataan tiga,

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

desil, jangkauan, jangkauan antar kuartil, dan jangkauan semi antar kuartil untuk data tunggal.

3. Membaca sajian data dalam bentuk diagram, meliputi diagram garis, diagram kotak garis, diagram batang daun, diagram batang dan diagram lingkaran , dan histogram.

IV. Tujuan Pembelajaran

1. Siswa dapat memahami cara memperoleh data, menentukan jenis dan ukuran data, serta memeriksa, membulatkan, dan menyusun data untuk menyelesaikan masalah.
2. Siswa dapat menentukan data terbesar, terkecil, median, kuartil (kuartil pertama, kuartil kedua, kuartil ketiga), statistik lima serangkai (statistik minimum, statistik maksimum, median, kuartil pertama, kuartil ketiga), rataan kuartil, rataan tiga, desil, jangkauan, jangkauan antar kuartil, dan jangkauan semi antar kuartil untuk data tunggal.
3. Siswa dapat membaca sajian data dalam bentuk diagram, meliputi diagram garis, diagram kotak garis (boxplot), diagram batang daun, diagram batang dan diagram lingkaran , dan histogram.

V. Kemampuan Prasyarat

Kemampuan prasyarat yang seharusnya dikuasai siswa sebelum belajar kompetensi dasar ini adalah siswa sudah dapat memahami :

1. Dasar-dasar penghitungan, seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian serta sifat-sifatnya.
2. Pengertian tentang statistic.
3. Pemahaman tentang pencacahan.
4. Penalaran dan pemahaman konsep.

VI. Materi Pembelajaran

Satistika Deskriptif

VII. Pendekatan dan Metode Pembelajaran

Pendekatan pembelajaran Kooperatif tipe STAD.

Metode pembelajaran : ceramah, diskusi kelompok, penugasan serta tanya jawab.

VIII. Langkah-langkah Kegiatan Pembelajaran

1. Kegiatan Pendahuluan.

a. Guru mengkomunikasikan tujuan belajar dan hasil belajar yang diharapkan akan dicapai oleh siswa.
b. Guru menginformasikan cara belajar yang akan ditempuh yaitu pembelajaran kooperatif STAD.
c. Dengan tanya jawab guru dan siswa mengecek kemampuan prasyarat siswa.

2. Kegiatan Inti.

a. Guru memberikan informasi dengan metode pembelajaran langsung mengenai pengertian statistika, cara memperoleh data, menentukan jenis dan ukuran data, serta memeriksa, membulatkan, dan menyusun data untuk menyelesaikan masalah.
b. Guru menginformasikan pengelompokan siswa (setiap kelompok terdiri dari 4 sampai dengan 5 siswa yang kemampuannya heterogen) dan membentuk kelompok belajar dengan anggota tiap kelompok seperti yang telah diinformasikan guru.
c. Guru membagikan bahan-bahan diskusi kelompok pada setiap kelompok untuk dikerjakan anggota setiap kelompok sedangkan guru memotivasi, memfasilitasi kerja siswa, membantu siswa yang mengalami kesulitan dan mengamati kerjasama setiap anggota dalam kelompok belajar.
d. Siswa mempresentasikan hasil diskusi kelompok. Guru bertindak sebagai fasilitator.
e. Guru memberikan tes/kuis kepada setiap siswa secara individual.
f. Guru memberikan penghargaan kepada kelompok melalui skor penghargaan berdasarkan perolehan nilai peningkatan individual dari skor dasar ke skor berikutnya setelah mereka melalui kegiatan kelompok.

3. Kegiatan Penutup.

a. Siswa yang ditunjuk secara acak mengkomunikasikan pengalamannya selama menyelesaikan kuis secara individual dan kelompok.
b. Guru memberikan pekerjaan rumah kepada siswa.

IX. Sumber Belajar

a. Buku Matematika SMU kelas XI semester I (pertama).
b. Buku Matematika yang relevan.
c. Bahan diskusi kelompok.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

d. Kuis individual.

e. Pengecekan kemampuan prasyarat.

f. Bahan pekerjaan rumah.

X. Penilaian Hasil

a. Penilaian kasil belajar siswa mencakup nilai aspek pemahaman konsep dari kuis individual yang dikerjakan setiap siswa.

b. Nilai akhir kompetensi dasar.

c. Nilai akhir kompetensi dasar (KD) = 50% nilai kuis individual + 50% nilai pekerjaan rumah.

d. Siswa yang nilai akhir KD nya dibawah Kriteria Ketuntasan Minimal (KKM) diberi fasilitas menempuh pembelajaran remidi dan dilakukan penilaian setelah pembelajaran remidi. Teknis pembelajaran dan penilaian setelah remidi disesuaikan kondisi pencapaian hasil belajar siswa sekelas. Hasil penilaian remidi diperhitungkan untuk menentukan nilai akhir KD.

2. Kegiatan Pembelajaran

I. Pada awal kegiatan pembelajaran guru melakukan tanya jawab dengan siswa, kegiatan ini dimaksudkan untuk mengetahui sejauhmana pengetahuan awal siswa serta menggali kompetensi dasar siswa, dalam hal ini kemampuan awal siswa yang harus dimiliki siswa dan menjadi syarat untuk belajar penyajian data dan pengolahan / penghitungan data adalah:

- Dasar-dasar penghitungan, seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian serta sifat-sifatnya.
- Pengertian tentang statistik.
- Pemahaman tentang pencacahan.
- Penalaran dan pemahaman konsep.

Untuk mengetahui kemampuan awal siswa dan sebagai apersepsi , guru memberikan pertanyaan terbuka mengenai pengetahuan dan pemahaman tentang statistik. Siswa diminta menyebutkan pengertian statistik.

Selanjutnya untuk mengetahui pemahaman konsep siswa tentang penyajian data dan pengolahan data, guru memberikan sebuah soal penghitungan data tunggal misalnya :

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Diberikan sebuah data tentang skor nilai ulangan matematika dari 15 siswa kelas XI IPA di MA Ali Maksum, misalnya : 75, 50, 65, 60, 70, 70, 90, 55, 85, 70, 60, 65, 70, 45, 75.

a. Hitunglah rata-ratanya.
b. Sebutkan angka yang sering muncul.
c. Susunlah data tersebut sesuai dengan urutannya.
d. Bagi data tersebut menjadi dua bagian dan empat bagian yang sama, dan sebutkan.
e. Gambarkan grafiknya.

Dengan pemahaman konsep yang telah dimiliki siswa sebelumnya (kompetensi dasar), kemungkinan jawaban dari siswa adalah:

a.

$$rataan = \frac{75+50+65+60+70+70+90+55+85+70+60+65+70+45+75}{15} = 67$$

b. Angka yang sering muncul : 70

c. Data setelah di urutkan : 45, 50, 55, 60, 60, 65, 65, 70, 70, 70, 70, 75, 75, 85, 90

d. Data dibagi menjadi dua bagian yang sama, yaitu:

45, 50, 55, 60, 60, 65, 65, * 70 *, 70, 70, 70, 75, 75, 85, 90

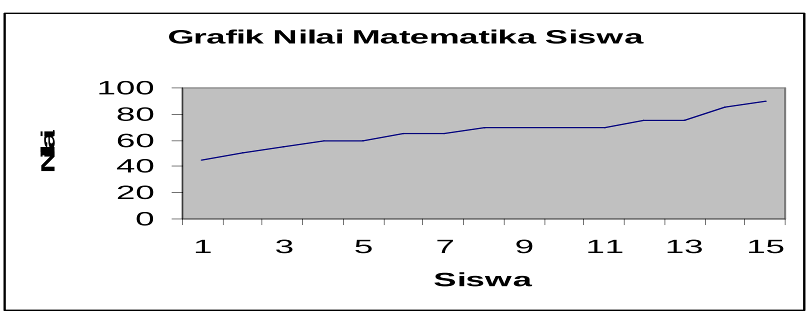
Nilai tengahnya 70.

Data dibagi menjadi empat bagian yang sama, yaitu:

45, 50, 55, * 60 *, 60, 65, 65, * 70 *, 70, 70, 70, * 75 * , 75, 85, 90

Angka-angkanya : pertama 60, kedua 70, ketiga 75.

e. Gambar grafik



Setelah kegiatan tanya jawab / pretest selesai guru menganalisis kemampuan siswa, jika ternyata diketahui mayoritas siswa belum memahami kemampuan awal yang disyaratkan, dan jika perlu pembahasan kembali guru dapat menjelaskan hal-hal

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

yang pokok. Tetapi jika mayoritas siswa sudah mempunyai kemampuan awal yang cukup maka guru dapat melanjutkan pada pembahasan materi.

II. Kegiatan selanjutnya adalah pembelajaran materi, yaitu:

Selanjutnya guru menyampaikan informasi tentang pengertian statistika.

Statistika adalah cabang dari matematika yang membahas metode-metode ilmiah untuk mengumpulkan data, penyajian data, analisis data, sampai penarikan kesimpulan sehingga keputusan yang diperoleh valid.

Dari uraian diatas, terdapat dua kegiatan pada statistika, yaitu :

a. mengumpulkan dan menyusun data, mengolah dan menganalisis data, serta menyajikan data dalam bentuk kurva atau diagram, yang disebut sebagai statistika deskriptif.
b. menarik kesimpulan, menafsirkan parameter, dan menguji hipotesa (dugaan) yang didasarkan pada hasil pengolahan data, yang disebut sebagai statistika inferensi.

Di dalam statistika keberadaan data sangat penting. Data-data tersebut dapat diperoleh dengan cara sebagai berikut.

- Penelitian langsung ke lapangan dengan *interview* (wawancara) atau dengan kuesioner. Interview yaitu memberikan pertanyaan-pertanyaan langsung kepada objek yang akan diteliti atau kepada orang yang tahu tentang objek tersebut. Kuesioner, yaitu memberikan pertanyaan-pertanyaan tertulis (lembar kuesioner) kepada orang yang tahu tentang objek tersebut.
- Pengambilan data dari pihak lain. Misalnya, data yang diperoleh dari suatu lembaga atau pihak yang telah memiliki data.

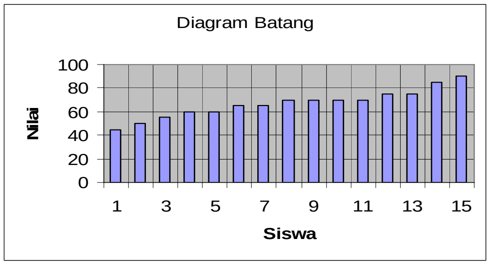
Kemudian guru menjelaskan tentang penyajian data. Dalam kegiatan ini guru lebih menekankan pemahaman dan penanaman konsep kepada siswa tentang penyajian data dalam bentuk tabel dan diagram. Data dapat disajikan dalam bentuk tabel, diagram batang, diagram batang dan daun, grafik, diagram lingkaran dan histogram.

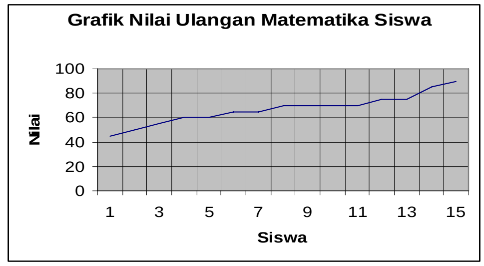
Dari data tentang skor nilai ulangan matematika siswa kelas XI IPA MA Ali Maksum

Data : 75, 50, 65, 60, 70, 70, 90, 55, 85, 70, 60, 65, 70, 45, 75.

Datum : 45, 50, 55, 60, 60, 65, 65, 70, 70,70, 70, 75, 75, 85, 90.

Diagram batang dan diagram garis dari data yang telah disusun.





Selanjutnya menjelaskan tentang hitungan statistik yaitu rata-rata (mean), median, modus, kuartil, desil, persentil, range, jangkauan , variansi, koefisien variansi, dan simpangan baku / standar deviasi untuk data mentah atau data berkelompok.

Misalkan diberikan data : $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ disusun menjadi datum : $x_{(1)}, x_{(2)}, x_{(3)}, ..., x_{(n)}$

$$rataan(\bar{x}) = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n}{N} = \frac{x_{(1)} + x_{(2)} + x_{(3)} + ... + x_{(n)}}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{N}$$

Rataan tersebut untuk data mentah, dengan N = banyaknya data dari 1,2,3,…,n.

Rataan dapat dinyatakan dengan $\bar{x}$ (dibaca “ x bar “).

Median adalah nilai datum yang ke $\frac{(n+1)}{2} = x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}$

Modus adalah nilai yang sering muncul.

Data yang telah disusun dan dibagi menjadi menjadi empat bagian yang sama disebut kuartil, atau Q_i adalah nilai datum yang ke $\frac{i(n+1)}{4} = x_{\left(\frac{i(n+1)}{4}\right)}$, i = 1,2,3.

III. Setelah guru menyampaikan materi pembelajaran tersebut, selanjutnya guru menginformasikan pengelompokan siswa (setiap kelompok terdiri dari 4 sampai dengan 5 siswa yang kemampuannya heterogen) dan membentuk kelompok belajar dengan anggota tiap kelompok seperti yang telah diinformasikan guru.

Kemudian guru membagikan soal sebagai bahan diskusi setiap kelompok, dalam kegiatan ini lebih menekankan pada pemahaman konsep, kelancaran berprosedur,

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

kompetensi strategi dan penalaran adaptif. Selanjutnya guru berperan sebagai fasilitator dan membimbing serta mengarahkan siswa dalam belajar kelompok.

Misalnya, dari permasalahan yang telah disampaikan diatas, siswa diminta untuk menghitung kuartil pertama, kuartil kedua dan kuartil ketiga, desil ke-5, persentil ke-50, range, jangkauan, variansi, koefisien variansi dan simpangan baku dengan menggunakan rumus-rumus dari pembahasan materi pada kegiatan sebelumnya.

Setelah siswa berdiskusi dalam kelompok, diharapkan salah satu siswa dari setiap kelompok dapat maju kedepan untuk mempresentasikan hasil diskusinya.

Kemungkinan jawaban dari siswa adalah :

Data : 75, 50, 65, 60, 70, 70, 90, 55, 85, 70, 60, 65, 70, 45, 75.

Datum : 45, 50, 55, 60, 60, 65, 65, 70, 70,70, 70, 75, 75, 85, 90.

Kuartil, Q_i adalah nilai datum yang ke $\frac{i(n+1)}{4} = x_{\left(\frac{i(n+1)}{4}\right)}$, i = 1,2,3.

Kuartil pertama (bawah) atau $Q_1 = x_{\left(\frac{1(15+1)}{4}\right)} = x_{\left(\frac{16}{4}\right)} = x_{(4)} = 60$

Kuartil kedua (median) atau $Q_2 = x_{\left(\frac{2(15+1)}{4}\right)} = x_{\left(\frac{32}{4}\right)} = x_{(8)} = 70$

Kuartil ketiga (atas) atau $Q_3 = x_{\left(\frac{3(15+1)}{4}\right)} = x_{\left(\frac{48}{4}\right)} = x_{(12)} = 75$

IV. Setelah siswa selesai berdiskusi dalam kelompoknya, diharapkan siswa memiliki pengalaman belajar dengan adanya sharing pendapat antar teman sekelompok serta adanya tukar pendapat/gagasan untuk memecahkan masalah yang dikemukakan. Selain itu dari proses pembelajaran tersebut siswa diharapkan dapat merefleksikan pengalaman belajarnya pada persoalan lain yang sejenis. Kemudian salah satu siswa dari setiap kelompok diminta untuk mempresentasikan hasil diskusi kelompoknya dan guru mengarahkan siswa untuk membuat kesimpulan dari apa yang telah dipelajari.

Selanjutnya pada akhir kegiatan pembelajaran ini guru memberikan beberapa soal latihan (kuis) secara individu.

V. Kegiatan selanjutnya, guru dapat mengevaluasi proses pembelajaran ini untuk memperbaiki hal-hal yang dirasakan kurang efektif yang terjadi pada proses pembelajaran tersebut.

D. KESIMPULAN

Desain pembelajaran kooperatif learning tipe STAD ini merupakan desain pembelajaran yang lebih mengutamakan keaktifan siswa atau berpusat pada siswa (*students center*), agar tujuan dalam pembelajaran dapat tercapai lebih optimal. Selain itu dengan pembelajaran kelompok diharapkan siswa memiliki pengalaman belajar yang menarik karena adanya *sharing ideas* antar teman sekelompok dan siswa dapat belajar saling menghargai pendapat orang lain yang belum tentu sependapat dengan dirinya. Sehingga dalam pembelajaran ini guru dapat menanamkan pendidikan karakter yaitu sikap saling menghargai dan kerjasama. Sedangkan metode belajar yang digunakan merupakan gabungan dari beberapa metode belajar, dan juga dalam segi waktu tidak begitu spesifik dijelaskan berapa kebutuhan waktu yang diperlukan.

Desain pembelajaran ini merupakan contoh desain yang dapat digunakan oleh para guru dalam proses pembelajaran, akan tetapi desain ini tidak bersifat mutlak sehingga para guru dapat menambah atau mengurangi beberapa langkah yang terdapat dalam desain ini disesuaikan dengan kondisi siswa dalam proses pembelajaran. Ataupun para guru dapat menerapkan desain pembelajaran ini pada pokok bahasan lainnya.

Desain pembelajaran ini diharapkan dapat menambah wawasan pengetahuan bagi para guru tentang rancangan pembelajaran, dan juga dapat memacu para guru untuk lebih kreatif dalam membuat desain pembelajaran sehingga dapat bermanfaat bagi perkembangan pendidikan di Indonesia. Serta bagi siswa dapat meningkatkan motivasi dalam belajar matematika baik belajar secara individu maupun kelompok.

E. DAFTAR PUSTAKA

Johanes, Kastolan, Sulasim, *Matematika Kelas 2 SMA Semester I*, Edisi 1, Yudhistira, 2004.

Ross, Sheldon M, *Simulation : Statistical Modeling and Decision Sci*ence, Edisi 2, California: Academic Press, 1997.

Slavin, R, *Cooperative Learning : Theory, Research and Practice*,Englewood Cliff, NJ: Prentice Hall, 1990.

Surjadi, P.A, *Pendahuluan Teori Kemungkinan dan Statistika*, Bandung: Penerbit ITB, 1983.

Tim PPPG Matematika, *Model Pembelajaran Matematika dengan Pendekatan Kooperatif* , Yogyakarta: Paket Pembinaan Penataran di PPPG Matematika, 2006.

Walpole, Ronald E. dan Myers, Raymond H., *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan,* Edisi 4, Bandung: Penerbit ITB, 1995.

Yulaelawati, Ella, *Kurikulum dan Pembelajaran*, Jakarta: Penerbit Pakar Raya, 2004.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Pengintegrasian Pendidikan Karakter Dalam Pembelajaran Matematika SD Yang Bernuansa PAKEM Menggunakan Kopermatik (Kotak Permainan Matematika Realistik)

Oleh
Sri Subarinah
Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Mataram

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mengimplementasikan Kopermatik dalam pembelajaran matematika di Sekolah Dasar. Kopermatik merupakan seperangkat alat peraga matematika yang dilengkapi LKS matematika realistik dan penggunaannya dirancang dalam bentuk permainan. Implementasi telah dilakukan di SDN 13 Ampenan kelas III dan V dan SDK Aletheia Ampenan kelas II dan IV, semuanya pada tahun ajaran 2011/2012. Model pembelajaran yang digunakan dalam implementasi adalah model kooperatif, siswa belajar berkelompok menggunakan Kopermatik yang dipandu dengan lembar kerja yang memuat penaman konsep dan pemahaman masalah realistik. Berdasarkan pengamatan di kelas, pembelajaran berlangsung secara dinamis, siswa melakukan aktivitas fisik maupun mental yang sinergis dengan penanaman nilai-nilai atau karakter, seperti keberanian, kemandirian, kebersamaan, kepedulian, dan tanggung jawab. Berdasarkan angket yang diisi siswa dan guru, pembelajaran matematika yang mengimplementasikan kopermatik mendapat apresiasi yang baik dari siswa, yaitu 94,2% siswa merasa senang selama pembelajaran dengan Kopermatik, 92,4% siswa merasa terbantu dalam belajar berkelompok, dan 81,2% siswa berani maju menyajikan hasil kerja kelompoknya. Sedangkan berdasarkan hasil evaluasi belajarnya, pemahaman konsep mencapai skor 84,2 dan sedangkan kemampuan memecahkan masalah realistik mencapai skor 78,8. Hasil ini menunjukkan bahwa pembelajaran matematika yang mengimplementasikan Kopermatik telah efektif dan dapat membantu dalam menanamkan nilai-nilai karakter berbudi luhur bagi siswa.

Kata-kata kunci: Kopermatik, pendidikan karakter, PAKEM, pemahaman konsep, masalah realistik, sekolah dasar.

A. PENDAHULUAN

Pemerintah Indonesia, khususnya Departemen Pendidikan Nasional terus berupaya meningkatkan kualitas pendidikan matematika, baik melalui peningkatan kualitas guru matematika melalui pelatihan-pelatihan, maupun peningkatan prestasi belajar siswa melalui peningkatan standar minimal nilai Ujian Nasional. Namun, pada kenyataannya prestasi belajar matematika siswa pada jenjang Pendidikan Dasar dan Menengah masih belum begitu menggembirakan. Menurut Setiawan (2006) rendahnya hasil pembelajaran matematika diakibatkan oleh bermacam-macam sebab, salah satu di antaranya adalah kurang tepatnya pendekatan pembelajaran yang dipilih guru yang bermuara pada kurang efektifnya pembelajaran yang dikembangkan di kelas. Proses belajar mengajar pada intinya tertumpu pada suatu persoalan yaitu bagaimana guru melibatkan siswa agar terjadi proses belajar yang efektif untuk mencapai hasil sesuai dengan tujuan.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Pengembangan sumber daya manusia yang berkualitas unggul sangat diperlukan untuk bangsa Indonesia sebagai pendukung utama dalam pembangunan bangsa. Untuk hal tersebut, pendidikan memiliki peranan yang sangat penting. Dalam UU No 20 Tahun 2003 tentang Sisdiknas pasal 3 disebutkan bahwa pendidikan nasional berfungsi mengembangkan kemampuan dan membentuk karakter serta peradaban bangsa yang bermartabat dalam rangka mencerdaskan bangsa. Fungsi pendidikan ini mengisyaratkan bahwa mutu pendidikan karakter siswa sangat penting untuk ditingkatkan. Terlebih lagi apabila kita perhatikan hasil penelitian di Harvard University Amerika Serikat (dalam Sudrajat, 2010b) yang menyatakan bahwa kesuksesan seseorang hanya diditentukan sekitar 20% oleh pengetahuan dan kemampuan teknis (*hard skill*), sedangkan sisanya yang 80% oleh kemampuan mengelola diri dan orang lain (*soft skill*).

Peningkatan kesesuaian dan mutu pendidikan karakter telah diupayakan oleh Kemendiknas dengan mengembangkan *grand design* pendidikan untuk setiap jalur, jenjang, dan jenis satuan pendidikan. Penanaman karakter atau nilai-nilai perilaku manusia yang berhubungan dengan Allah, diri sendiri, orang lain, lingkungan dan bangsa dapat diintegrasikan dalam pembelajaran matematika yang pembelajarannya dirancang secara komprehensip.

Pendidikan karakter adalah pendidikan budi pekerti plus, yaitu yang melibatkan aspek pengetahuan (*cognitive*), perasaan (*feeling*), dan tindakan (*action*). Tanpa ketiga aspek ini, pendidikan karakter tidak akan efektif (Suyanto, 2010). Pendidikan karakter yang diterapkan secara sistematis dengan berkelanjutan akan menjadikan anak cerdas secara emosi, sehingga anak akan lebih mudah dan berhasil menghadapi segala macam tantangan kehidupan, termasuk tantangan untuk berhasil secara akademis. Hal ini tentunya akan menjadi bekal penting untuk menyongsong masa depan. Lebih lanjut Suyanto (2010) menyatakan bahwa terdapat sembilan pilar karakter yang berasal dari nilai-nilai luhur universal, yaitu (1) cinta Tuhan dan segenap ciptaan-Nya, (2) kemandirian dan tanggung jawab,(3) kejujuran dan diplomatis, (4) hormat dan santun, (5) dermawan, suka tolong menolong dan gotong royong, (6) percaya diri dan pekerja keras, (7) kepemimpinan dan keadilan, (8) baik dan rendah hati, dan (9) toleransi, kedamaian dan kesatuan. Menurut Mendiknas Mohammad Nuh (dalam Sudrajat, 2010a) setidaknya ada tiga karakter atau budaya bangsa yang perlu ditumbuhkembangkan, yaitu (1) budaya apresiasif konstruktif, (2) obyektif komprehensif, dan (3) rasa penasaran intelektual. Ketiganya perlu dikembangkan dalam model-model pembelajaran yang menjadikan anak tidak hanya menghafal, tetapi lebih ditekankan pada kegiatan internalisasi atau penghayatan atau pemahaman dan pembentukan tingkah laku.

Pendidikan karakter akan berhasil efektif jika didukung dengan tujuan yang dirumuskan dengan jelas, target yang terukur, pelaksanaan yang terpantau efektivitasnya, dan evaluasi yang terlaksana secara berkala dan berkelanjutan sehingga menghasilkan data perkembangan karakter siswa. Pengembangan karakter siswa hendaknya tidak dipandang sebagai sesuatu yang terpisah dari pengembangan ilmu pengetahuan dan keterampilan. Semuanya harus terintegrasi sebagai proses perkembangan mental yang tidak terlepas dari pembawaan seseorang dengan pengaruh dari lingkungan (Rahmad, 2011). Menurut Sudrajat (2010b) pendidikan karakter dapat diintegrasikan dalam pembelajaran pada setiap mata pelajaran. Ini berarti bahwa nilai-nilai karakter tidak hanya pada tataran kognitif, tetapi menyentuh pada internalisasi dan pengamalan nyata dalam kehidupan anak sehari-hari di masyarakat. Jika ada orang yang pandai, namun kelakuannya tidak baik, maka dipastikan ia tidak memiliki disiplin dan kepatuhan pada ilmu yang telah dimilikinya. Itulah sebabnya penguasaan ilmu yang susah masih perlu ditindaklanjuti dengan pembiasaan untuk menerapkannya. Setelah melekat menjadi kebiasaan, kepatuhan itu akan melekat menjadi karakter.

Pendidikan karakter yang disisipkan dalam pembelajaran matematika dengan Kopermatik ini, hendaklah dipatuhi oleh seluruhnya, baik siswa maupun guru. Penanaman karakter melalui pembelajaran matematika sebaiknya dilakukan sedini mungkin, namun hal ini masih jarang dilakukan, termasuk di sekolah dasar. Hal ini tidak terlepas dari permasalahan-permasalahan pembelajaran matematika di SD yang umumnya tampak diantaranya adalah (1) siswa tidak tertarik (bahkan takut) untuk belajar matematika, (2) siswa merasa terbebani dan tegang selama belajar matematika di kelas, (3) nilai mata pelajaran matematika tidak bagus, dan (4) guru sulit mengajarkan konsep matematika selain dengan cara menghafalkan rumus dan memasukkan angka-angka untuk dihitung hasil operasinya. Permasalahan pembelajaran yang muncul banyak disebabkan oleh pendekatan yang digunakan dalam pembelajaran matematika masih sangat teoritik, memuat konsep yang abstrak dan rumus-rumus yang diperkenalkan tanpa memperhatikan konteks maknanya seperti aspek pengembangan penalaran logika, pemikiran dan pemahaman (Karnasih & Soeparno, 2000). Kondisi ini juga terjadi pada pembelajaran matematika di Kota Mataram, Bahri dan Prayitno (2005) menyatakan bahwa hanya 37% guru yang mampu melaksanakan pembelajaran yang berorientasi pada kegiatan siswa. Selebihnya guru mengajarkan matematika dengan cara ceramah dan latihan.

Perilaku dan gaya mengajar guru akan menghasilkan perbedaan penting pada proses belajar siswa (Marie, 2006). Gaya mengajar yang monoton cenderung memunculkan sikap bosan pada diri siswa. Pembelajaran yang bervariasi dengan dilengkapi dengan unsur permainan atau praktik akan lebih disukai oleh siswa. Oleh karena itu pembelajaran yang dikolaborasikan dengan permainan akan menjadi strategi pembelajaran yang efektif dan dapat diterima oleh siswa. Ini sesuai tuntutan dari kurikulum tingkat satuan pendidikan yang diberlakukan saat ini di jenjang SD, SLTP maupun SLTA. Salah satu tuntutan tersebut adalah perbaikan sistem pembelajaran di kelas yang selama ini lebih didominasi dengan penerapan metode ekspositori yang berorientasi pada hasil (*product oriented*). Pendekatan pembelajaran yang dapat dijadikan alternatif adalah dengan memberikan kesempatan kepada siswa untuk melakukan penemuan dan penciptaan (*reinvention*) selama proses belajar mengajar. Sugiman (2002) menyatakan bahwa model pembelajaran matematika sebaiknya menekankan adanya penemuan oleh siswa yang mengacu pada masalah nyata, dan menempatkan siswa sebagai pelaku belajar bukan sebagai obyek pembelajaran. Agar matematika dapat dipelajari oleh siswa sebagai kegiatan, pembelajaran matematika harus dimulai dengan menghadapkan siswa kepada masalah kontekstual, memanfaatkan media pembelajaran secara maksimal. Dalam penelitian ini dikembangkan media dalam bentuk alat-alat permainan matematika yang relastik dan disimpan dalam sebuah kotak. Media ini dinamakan Kopermatik.

Dalam penelitian ini, Implementasi Kopermatik ditujukan untuk membuat pembelajaran matematika di SD bernuansa PAKEM dan mendukung pendidikan karakter. Kopermatik merupakan seperangkat alat peraga matematika yang dirancang penggunaannya dalam bentuk permainan dan menggunakan LKS matematika realistik. Slogan yang diusung dalam pembelajaran Kopermatik adalah "Belajar Melalui Bermain", anak-anak dalam belajar melakukan aktivitas yang ada aturannya (bermain matematika) yang mengasyikan dan sesuai dunia mereka yang tanpa disadarinya mereka juga melakukan belajar matematika. Pengembangan Kopermatik sebagai alternatif sumber belajar siswa akan menjembatani jurang pemisah antara hakekat ilmu matematika yang abstrak dan karakteristik siswa SD yang taraf berpikirnya pada tingkat operasi kongkret.

B. METODE PENELITIAN

1. Jenis Penelitian

Jenis penelitian ini adalah penelitian dan pengembangan (bahasa Inggrisnya *Research and Development* atau *R&D*), yaitu penelitian yang dilakukan untuk menghasilkan produk tertentu, dan menguji keefektifan produk tersebut (Sugiyono, 2009). Adapun produk yang dikembangkan dan diuji efektifitasnya dalam pembelajaran di SD adalah Kopermatik, yaitu melalui penelitian yang dilakukan oleh Subarinah dan Prayitno (2009).

2. Populasi dan Sampel

Populasi penelitian ini adalah siswa SD Negeri 13 Ampenan dan SDK Aletheia Ampenan Mataram, propinsi Nusa Tenggara Barat. Sampel penelitian ditentukan dengan teknik *sampling purposive*, yaitu penentuan sampel dengan pertimbangan tertentu. Sampel penelitian ini adalah siswa kelas III dan V SDN 13 Ampenan, siswa kelas II dan IV SDK Aletheia, tahun pelajaran 2011/2012.

3. Variabel Penelitian

Variabel yang akan diukur dalam penelitian ini terkait dengan pembelajaran PAKEM yang akan diciptakan melalui penerapan Kopermatik. Variabel yang akan diukur dalam penelitian ini adalah

a. Hasil belajar
b. Sikap terhadap pembelajaran Kopermatik

Variabel hasil belajar digunakan untuk mengukur efektifitas pembelajaran, sedangkan variabel sikap digunakan untuk mengukur kesenangan dan aktifitas siswa selama pembelajaran matematika berlangsung.

4. Data dan Cara Pengambilannya

Data-data penelitian bersumber pada siswa-siswa SDN 13 Ampenan dan SDK Aletheia yang kelasnya diimplementasikan Kopermatik. Adapun data yang diperlukan dan cara pengambilannya adalah sebagai berikut:

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

a. data hasil belajar, diambil melalui tes tertulis berbentuk essay.
b. data sikap siswa terhadap pembelajaran Kopermatik, diambil melalui pengisian angket yang diberikan setelah satu pokok materi terselesaikan.
c. data sikap guru terhadap pembelajaran Kopermatik, diambil melalui pengisian angket setelah semua pokok materi diajarkan.

Selain kedua data utama, juga diambil data pengamatan kelas, melalui catatan pengamat berkaitan dengan dinamika kelas,terutama karakter-karakter yang muncul.

5. Analisis Data

Data-data yang telah dikumpulkan dilakukan analisis untuk keperluan penarikan kesimpulan secara deskriptif maupun kualitatif. Adapun analisis data yang dilakukan meliputi:

a. Analisis hasil belajar

   Hasil belajar siswa ditabulasi, kemudian dipilah dalam tiga komponen, yaitu nilai total, pemahaman konsep dan pemecahan masalah realistik. Nilai-nilai yang diperoleh kemudian dibandingkan dengan nilai Kriteria Ketuntasan Minimal mata pelajaran matematika yang telah ditetapkan sekolah sebelumnya, yaitu 70 untuk SDN 13 Ampenan dan 75 untuk SDK Aletheia.

b. Analisis sikap terhadap pembelajaran Kopematik

   Hasil angket ditabulasi, kemudian dipilah dalam tiga bagian, yaitu

   1) senang belajar menggunakan Kopermatik
   2) senang belajar secara berkelompok
   3) berani maju menyampaikan hasil kerja kelompok

   Masing-masing komponen dihitung prosentase ketercapaiannya. Data ini digunakan untuk mendeskripisikan sikap atau penilaian siswa terhadap proses belajar mengajar yang menerapkan Kopermatik.

c. Analisis penilaian guru terhadap pembelajaran Kopermatik
d. Mengidentifikasi karakter-karakter yang unggul dalam pembelajaran

C. HASIL PENELITIAN

Penelitian ini memfokuskan implementasi ABP Kopermatik yang telah diperoleh pada penelitian sebelumnya (Subarinah, 2009). ABP Kopermatik dan LKS

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

pendukung yang diimplementasikan telah diperbaiki berdasarkan evaluasi kegiatan ujicoba tahun 2009 dan 2010. Adapun hasil-hasil penelitian yang telah dicapai dikaji sebagai berikut.

1. Kopermatik yang diimplemetasikan

Dalam penelitian ini telah diperbaiki disain Kopermatik untuk kelas II, III, IV, dan V Sekolah Dasar. Masing-masing kelas telah dikembangkan Kopermatik untuk dua materi pokok. Adapun Kopermatik yang telah dikembangkan adalah sebagai berikut:

a. Kopermatik kelas II, meliputi:
    1) Penjumlah dan Pengurangan sampai 500, Kopermatik yang digunakan berupa tabung nilai tempat. Tiga tabung terbuat dari potongan paralon, masing-masing dicat dengan warna berbeda, yaitu merah (satuan), kuning (puluhan) dan hijau (ratusan).
    2) Menyelesaikan masalah berkaitan dengan waktu, Kopermatik yang digunakan adalah miniatur jam yang jarum-jarumnya bisa digerakkan oleh tangan.

b. Kopermatik kelas III, meliputi
    1) Memecahkan masalah perhitungan yang berkaitan dengan uang, Kopermatik yang digunakan adalah model uang yang bisa ditempel pada papan gabus ataupun papan magnet.
    2) Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan waktu, Kopermatik yang digunakan adalah miniatur jam analog terbuat kari ketas manila yang dilaminating dilengkapi jarum-jarum jam dan menit yang bisa digerakkan oleh tangan. ABP yang digunakan sama dengan di kelas dua, namun fasilitas pendukung berupa petunjuk lembar kerjanya berbeda dan lebih tajam permasalahan dibanding yang kelas dua.

c. Kopermatik Kelas IV, meliputi
    1) FPB dan KPK, Kopermatik yang digunakan berbentuk papan FPB dan KPK, Papan ini dibuat dari triplek, dilapisi seng, dan diatasnya ditempelkan bilangan 1 sampai dengan 40 yang ditulis dalam tabel’ sedangkan penunjuk bilangannya menggunakan magnet.
    2) Luas daerah segitiga, Kopermatik yang digunakan adalah berbentuk puzzle berpetak, yaitu potongan segitiga pada kertas berpetak diubah menjadi bentuk bangun persegi panjang.

d. Kopermatik kelas V, meliputi
   1) Luas daerah trapesium, Kopermatik yang digunakan adalah berbentuk puzzle berpetak, yaitu potongan trapesium pada kertas berpetak diubah menjadi bentuk bangun persegi panjang.
   2) Volume kubus dan balok, Kopermatik yang digunakan berupa model bangun ruang transparan dan kubus-kubus satuan pengisinya.

2. Hasil Belajar dari Pembelajaran Matematika dengan Kopermatik

Evaluasi pembelajaran Kopermatik dilaksanakan pada setiap akhir pokok materi. Analisis hasil belajar dilakukan terhadap nilai total, pemahaman konsep, dan pemecahan masalah realistik. Untuk setiap komponen analisis nilai diamati pada nilai rata-ratanya. Adapun hasil belajar yang dimaksud disajikan dalam tabel 1 dan 2 berikut.

Tabel 1. Hasil belajar siswa SDN 13 Ampenan setelah mengikuti pembelajaran Matematika yang mengimplementasikan Kopermatik

No	Kls	Materi Pokok	Kode	Nilai total	Pemahaman Konsep	Masalah Realistik
1	III	Uang	A3.1	82,1	83,2	79,8
2	III	Pengukuran waktu	A3.2	82,2	84,2	78,2
3	V	Trapesium	A5.1	77,0	78,6	73,8
4	V	Kubus dan Balok	A5.2	80,3	82,8	75,4
Rata-rata				80,4	82,2	76,8

Tabel 2. Hasil belajar siswa SDK Aletheia Ampenan setelah mengikuti pembelajaran Matematika yang mengimplementasikan Kopermatik

No	Kls	Materi Pokok	Kode	Nilai total	Pemahaman Konsep	Masalah Realistik
1	II	Penjumlahan dan Pengurangan	B2.1	86,4	88,2	82,8
2	II	Pengukuran waktu	B2.2	83,3	85,8	78,4
3	IV	FPB dan KPK	B4.1	83,9	84,2	83,2
4	IV	Segitiga	B4.2	84,0	86,6	78,8
Rata-rata				84,4	86,2	80,8

3. Hasil Angket Siswa Mengenai Sikapnya Terhadap Pembelajaran Kopermatik

Setelah Kopermatik diimplemetasikan, siswa diberi angket untuk mengetahui perasaannya selama mengikuti pembelajaran dengan Kopermatik. Hasil tabulasi angket siswa disajikan dalam tabel 2. berikut ini.

Tabel 2. Hasil Angket siswa untuk menilai sikap siswa terhadap pembelajaran Kopermatik

Substansi yang ditanyakan	Prosentase Capaian /Sekolah / Kelas				Rata-rata (%)
	SDN 13 Ampenan		SDK Aletheia		
	Kelas III	Kelas V	Kelas II	Kelas IV	
Senang belajar menggunakan Kopermatik (Alat peraga)	97,2	94,4	94,2	91	94,2
Senang belajar berkelompok dan menggunakan LKS	89,4	92,2	92,4	95,6	92,4
Berani maju menyampaikan hasil kerja kelompok	76,6	82,6	82,4	83,2	81,2

Berdasarkan hasil wawancara dengan siswa diperoleh informasi bahwa siswa-siswa senang belajar dengan ABP Kopermatik. Adapun alasan mereka adalah bahwa selama belajar, kegiatannya tidak membosankan sehingga belajarnya terasa lebih mudah dan lebih cepat dipahami. Di samping itu, belajar matematika dengan bermain Kopermatik, menurut mereka adalah mengasyikan, tidak membuat lelah dan menyenangkan. Akan tetapi masih ada sebagian kecil siswa yang tidak suka belajar secara berkelompok karena tidak cocok dengan teman kelompoknya yang suka main saja dan ngobrol, serta alatnya dikuasai satu orang saja.

4. Hasil Sikap Guru Terhadap Pembelajaran Kopermatik

Setelah implementasi Kopermatik di kelas, guru-guru diberi angket untuk menilai pembelajaran matematika dengan menggunakan Kopermatik. Adapun hal-hal yang ditanyakan dalam angket brkaitan dengan Kopermatik adalah kesenangan mengajar, kelancaran/keterbantuan, kemudahan menggunakan, kesesuaian dengan tujuan/kompetensi dasar, ketersediaan. Juga ditanyakan pendapat guru tentang apakah menurut pengamatan guru siswa tertarik, senang, kreatif, dan termotivasi saat kerja kelompok.

Hasil angket dari keempat guru yang mengimplementasikan Kopermatik semuanya mengapresiasi positif penggunaan Kopermatik. Komentar tertulis dari guru menyatakan bahwa pembelajaran menjadi lebih menarik karena interaksi antara siswa dan guru lebih intens, namun guru merasa kewalahan mengatur kelompok, terutama apabila banyak kelompok bertanya bersamaan tapi yang ditanyakan berbeda. Pengelolaan kelas menjadi faktor penting harus diperhatikan dengan baik, terutama pengaturan waktu untuk percobaan dan menyajikan hasil di depan kelas.

5. Karakter yang muncul selama pembelajaran dengan Kopermatik

Pembelajaran matematika dengan kopermatik bercirikan adanya kegiatan eksplorasi pengetahuan dengan bantuan alat peraga dan dikerjakan secara berkelompok. Dalam pembelajaran ini telah dirancang memunculkan karakter-karakter unggul untuk menunjang kuat daya saing bangsa di masa depan. Adapun karakter-karakter yang muncul selama pembelajaran diantaranya adalah

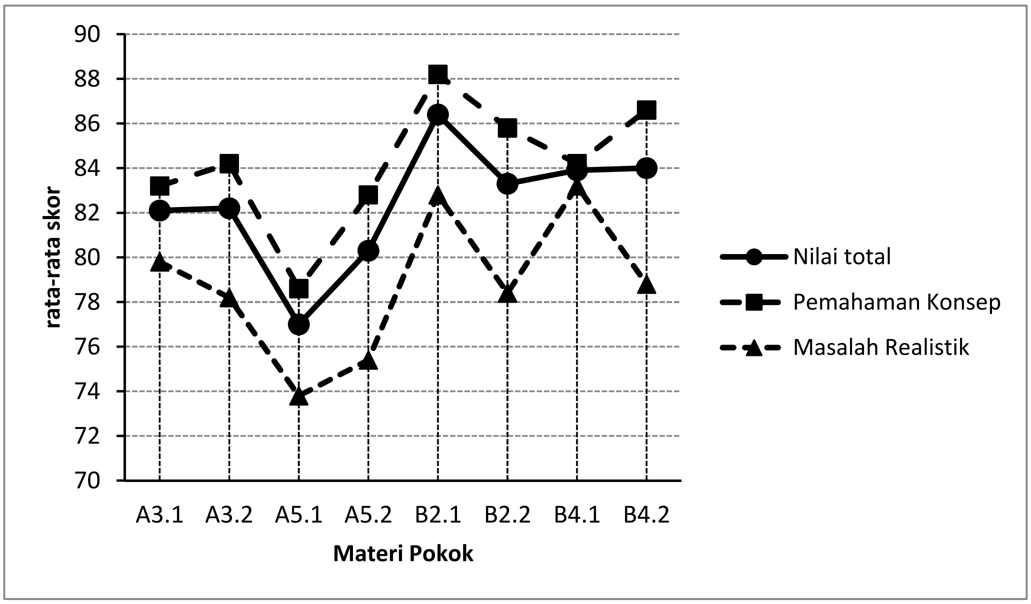
a. Keberanian, siswa belajar dengan melakukan percobaan-percobaan eksploratif sehingga siswa terbiasa *trial and error*. Hal ini membuat siswa semakin berani untuk bertanya, menjawab, dan bahkan tampil di depan kelas menyajikan hasil.
b. Kebersamaan dan kepedulian, siswa belajar dengan setting kooperatif, sehingga siswa-siswa belajar untuk bekerjasama dengan orang lain. Dalam kelompok, siswa harus mengatur stategi dan kompak agar pekerjaan yang ditugaskan dapat diselesaikan secara efisien dan efektif. Selama bekerja secara berkelompok, mereka juga harus peduli pada temannya yang mengalami kesulitan, sehingga nilai kepedulian dan kebersamaan terpupuk dengan baik
c. Kemandirian, kejujuran dan tanggung jawab, meskipun setting pembelajarannya berkelompok, pembelajaran dengan kopermatik memberi kesempatan semua siswa untuk mencobannya karena di setiap kelompok diberikan tugas sejenis dengan berbeda-beda situasi. Di samping itu, pada akhir pembelajaran siswa diminta menuliskan dan menampilkan hasil kerja kelompok baik secara kelompok maupun individual. Hal ini akan membuat siswa jujur akan kemampuannya, mandiri dan bertanggung jawab akan hal-hal yang telah dilakukan selama percobaan.

D. PEMBAHASAN

Implementasi Kopermatik dalam penelitian ini dilakukan pada dua sekolah model, yaitu SDN 13 Ampenan dan SDK Aletheia pada semester ganjil tahun pelajaran 2011/2012. Implementasi diawali dengan perbaikan desain kopermatik yang telah diujicobakan di SDN 44 Ampenan dua tahun bertutut-turut. Implementasi dilakukan pada empat kelas, dimana masing-masing diterapakn dua pokok materi. Oleh karenanya, ada delapan pokok materi yang dikembangkan Kopermatiknya pada penelitian ini. Hal-hal yang dikaji setelah implementasi adalah efektifitas pembelajaran yang ditunjukkan melalaui kemampuan pemahaman konsep dan penyelesaian masalah, dan (2) sikap belajar siswa melalui analisis hasil isian angket siswa.

Efektifitas pembelajaran Kopermatik dapat dikaji berdasarkan hasil evaluasi belajar siswa yang disajikan dalam tabel 1 dan 2. Secara klasikal, nilai rata-ratanya telah di atas nilai KKM, meskipun masih ada beberapa siswa yang belum tuntas. Analisis selanjutnya dikembangkan untuk mengkaji efektifitas pembelajaran Kopermatik pada aspek pemahaman konsep dan pemecahan masalah realistik. Data hasil evaluasi belajar siswa pada tabel 1 dan 2 dapat disajikan dalam bentuk diagram pada gambar 1 berikut.

Gambar 1. Komparasi hasil evaluasi belajar dalam pembelajaran Kopermatik berdasarkan rata-rata nilai total, pemahaman konsep dan pemecahan masalah realistik.



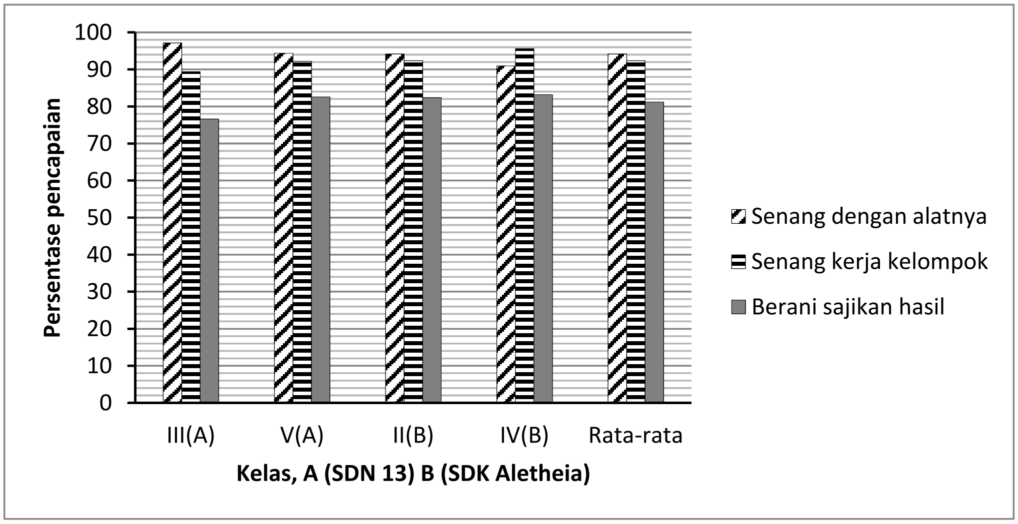
Berdasarkan gambar 1 dapat diamati bahwa rata-rata hasil belajar siswa secara klasikal telah di atas kriteria ketuntasan minimal (KKM) belajar Matematika, yaitu 70 untuk SDN 13 Ampenan dan 75 untuk SDK Aletheia. Untuk SDN 13 Ampenan (Kode A), skor pemahaman konsep berada pada rentang 78,6 sampai dengan 84,2, sedangkan skor pemecahan masalah realistik 73,8 sampai dengan 79,8. Sedangkan untuk SDK Aletheia (kode B), skor pemahaman konsep berada pada rentang 84,2 sampai dengan 88,2, sedangkan skor pemecahan masalah realistik 78,8 sampai dengan 83,2 Dari grafik pada gambar 1 dapat diamati bahwa skor pemecahan masalah realistik selalu dibawah pemahaman konsep, kecuali pada materi pokok B4.1 tentang FPB dan KPK. Hal ini

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

beralasan karena materi ini memang mudah diterapkan dalam kehidupan sehari-hari, sehingga kemampuan pemecahan masalah realistiknya setara dengan kemampuan pemahaman konsepnya.

Tanggapan siswa terhadap pembelajaran matematika dengan Kopermatik yang disajikan dalam tabel 3 dapat disajikan dalam bentuk diagram batang seperti pada gambar 2 berikut ini.

Gambar 2. Hasil angket sikap siswa terhadap pembelajaran Kopermatik



Hasil angket yang divisualkan dalam gambar 2 menunjukkan bahwa 94,2% siswa senang belajar menggunakan Kopermatik, 92,4% siswa senang belajar berkelompok dan 81,2% siswa berani maju menyampaikan hasil kerjanya. Ini menunjukkan bahwa pembelajaran matematika dengan Kopermatik yang ditata dalam bentuk pembelajaran kooperatif dapat diterima oleh siswa dengan baik.

Selain nuasa pembelajaran yang menyenangkan dan efektifitas yang diperoleh dari pembelajaran yang menerapkan Koopermatik, diperoleh pula dampak sampingan yang penting untuk menunjang kemajuan bangsa di masa depan. Dampak sampingan tersebut berupa nilai-nilai atau karakter-karakter unggul siswa tertanam selama pembelajaran seperti keberanian, kemandirian, kebersamaan, kepedulian, dan tanggung jawab. Nilai-nilai ini sangat penting dimiliki siswa agar mereka memiliki kepribadian yang baik dan mampu bersaing dengan bangsa lain dalam era globalisasi.

E. KESIMPULAN

Implementasi Kopermatik dalam pembelajaran matematika di SDN 13 Ampenan dan SDK Aletheia Ampenan menunjukkan bahwa Kopermatik mampu menciptakan pembelajaran matematika yang berpusat pada siswa dan menanamkan nilai-nilai atau karakter unggul pada siswa. Hal ini ditunjukkan dengan fakta-fakta hasil penelitian yang disimpulkan sebagai berikut:

1. Efektifitas pembelajaran dengan Kopermatik tergolong tinggi, yaitu hasil belajar siswa pada aspek pemahaman konsep mencapai skor 84,2 sedangkan pada aspek kemampuan menyelesaikan masalah realistik mencapai skor 78,8.
2. Sikap siswa terhadap pembelajaran Kopermatik sangat mendukung, yaitu 94,2% siswa senang belajar dengan alat peraga Kopermatik, 92,4% senang belajar berkelompok dan menggunakan LKS, dan 81,2% siswa yang berani untuk maju menyapaikan hasil kerjanya di depan kelas.
3. Pembelajaran matematika dengan memanfaatkan Kopermatik dapat menumbuhkan karakter-karakter unggul yang diperlukan di masa depan, seperti keberanian, kebersamaan, kepedulian, kemandirian, kejujuran, dan tanggung jawab.

DAFTAR PUSTAKA

Bahri, S. dan S. Prayitno (2005) *Evaluasi Penerapan Kurikulum Berbasis Kompetensi Pada Sekolah Menengah Pada Sekolah Menengah di Provinsi Nusa Tenggara Barat*. Proyek Penelitian Pengembangan Kapasitas Daerah (PPKD) NTB.

Karnasih, I. dan Soeparno (2000) *Pengajaran Matematika Berfokus pada Penalaran Logika*. Kompas, 17 Mei 2000.

Marie, C. O. dan J. Van Damme (2006) *Teacher Characteristics and Teaching Style of Effectiveness Enhancing factors of Classroom Practice*, Teaching and Teacher Education 22: www elsevier.com/locate/tate.

Rahmad (2011) *Merencanakan dan Melaksanakan Pendidikan Karakter*. Tersedia di http://gurupembaharu.com/home/?p=11041. diakses 5 sepetember 2011.

Subarinah, S. (2006) *Inovasi Pembelajaran Matematika Sekolah Dasar*. Jakarta: Direktorat P2TK dan KPT Dikti.

Subarinah, S. dan S. Prayitno (2009) *Pengembangan KOPERMATIK (Kotak Permainan Matematika Realistik) Untuk Mendukung PAKEM di Sekolah Dasar*. Universitas Mataram: Laporan Penelitian Hibah Bersaing Tahun 2009

Sudrajat, A. (2010a) *Sekolah sebagai Agen Penyebar Virus Positif Karakter*. http://ahmadsudrajat.wordpress.com/2010/01/28/sekolah-sebagai-agen-penyebar-virus-positif-karakter/. diakses 1 September 2011.

Sudrajat, A. (2010b) *Tentang Pendidikan Karakter*. http://ahmadsudrajat.wordpress.com/2010/08/20/pendidikan-karakter-di-smp/. diakses 1 September 2011.

Sugiman (2002) *Konstruktivisme Melalui Pendekatan Riilistik Dalam Pengajaran Matematika*, Proseding Seminar Nasional Pengembangan Pendidikan MIPA di Era Globalisasi, 6 Juli 2002, pp.165-170.

Sugiyono (2009) *Metode Penelitian Pendidikan, Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D*. Bandung: Alfabeta.

P – 41

Beberapa Bukti $0,999\ldots = 1$
(Pengajaran Matematika Sekolah Menengah)

Suprapto
SMP 1 Banguntapan, Bantul
suprapto_72@yahoo.com

Abstrak

Bilangan *0,999* ... dibuktikan sama dengan 1. Untuk membuktikan *0,999 ... = 1* digunakan empat metode (teknik) pembuktian yaitu dengan argumentasi numerik, pola bilangan, bentuk aljabar dan jumlah deret geometri.

Kata Kunci: bilangan *0,999* ..., numerik, pola bilangan , aljabar, deret geometri.

Abstrack

0,999 ... will proved egual to 1. To proof 0,999 ... = 1 used 4 methods of proof, there are numerical argument, numbers pattern, algebraic argument and sum of geometry series.

***Key Wards**: 0,999 ..., numerical, numbers pattern, algebraic, geometry series.*

1. Pendahuluan

Betulkah bahwa *0,999* ... sama dengan *1*? Dari hasil pengamatan (survey) penulis pada siswa di SMP 1 Banguntapan Bantul menunjukkan bahwa semua siswa kelas 3 tahun 2010 dan 2011(433 siswa) dan beberapa guru berpendapat bahwa $0,999\ldots \neq 1$. Mengubah pendapat di atas ($0,999\ldots \neq 1$), tidaklah mudah. Oleh karena itu dianggap perlu untuk membuktikan dengan metode (teknik) yang secara penalaran dan logika matematik dapat diterima. Bukti secara matematik (pengajaran matematik) akan membuktikan kebenaran argument tanpa mem-benar-kan atau men-salah-kan berdasarkan penalaran dan berpikir logis.

Tujuan utama dari paper ini adalah untuk menunjukkan kepada siswa bahwa matematika itu menarik (mathematics is beautiful). Diharapkan siswa dapat berpikir bahwa dengan pengetahuan matematika yang mereka dapatkan sebelumnya, ternyata dapat untuk membuktikan (menyelesaikan) masalah matematika yang mereka hadapi. Harapan ke depan, siswa akan menyukai dan dapat menikmati dengan pelajaran matematika yang selama ini dianggap sulit.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Bukti-bukti yang dipaparkan dalam paper ini memakai pengetahuan matematika yang telah siswa dapatkan sebelumnya. Paling tidak, siswa dapat mengikuti alur pembuktian dari bukti-bukti yang dipaparkan.

2. Beberapa Bukti

Berikut ini akan dibukti bahwa $0{,}999\ldots = 1$ dengan beberapa metode (teknik) yang dapat dipertanggungjawabkan secara matematik (pengajaran matematik) yaitu dengan argumentasi numerik, pola bilangan, bentuk aljabar, dan deret geometri. Diharapkan siswa dapat mengikuti alur dan pola pikir dari bukti-bukti berikut.

Bukti 2.1 Argumentasi Numerik

Jika $0{,}999\ldots \neq 1$, maka $0{,}999\ldots < 1$ atau $0{,}999\ldots > 1$. Jika $0{,}999\ldots < 1$ atau $0{,}999\ldots > 1$, maka terdapat bilangan $x, y \in \mathbb{R}$ sehingga $0{,}999\ldots + x = 1$ atau $0{,}999\ldots = y + 1$. Karena tidak dapat ditemukan bilangan $x, y \in \mathbb{R}$, maka terbukti $0{,}999\ldots = 1$.

Agar siswa dapat mengikuti alur pembuktian, hendaknya guru dapat menjelaskan (menerangkan) sesuai dengan pola pikir siswa.

Bukti 2.2 Pola Bilangan

Perhatikan pola bilangan berikut:

$\frac{1}{9} = 0{,}111\ldots$ $\quad\quad$ $\frac{5}{9} = 0{,}555\ldots$

$\frac{2}{9} = 0{,}222\ldots$ $\quad\quad$ $\frac{6}{9} = 0{,}666\ldots$

$\frac{3}{9} = 0{,}333\ldots$ $\quad\quad$ $\frac{7}{9} = 0{,}777\ldots$

$\frac{4}{9} = 0{,}444\ldots$ $\quad\quad$ $\frac{8}{9} = 0{,}888\ldots$

$$\frac{9}{9} = 0{,}999\ldots$$

Dari pola bilangan di atas, maka terbukti $0{,}999\ldots = 1$

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Dalam pembuktian ini diharapkan guru mengikutkan siswa dalam menghitung bilangan rasional yang diberikan, agar siswa merasa ikut membuktikan pernyataan di atas.

Bukti 2.3 Bentuk Aljabar

Misalkan $n = 0{,}999\ldots$, maka diperoleh

$$10n = 9{,}999\ldots \iff 10n - n = 9{,}999\ldots - 0{,}999\ldots = 9$$
$$\iff 10n - n = 9{,}999\ldots - 0{,}999\ldots = 9$$
$$\iff 9n = 9$$
$$\iff n = 1$$

Sehingga diperoleh $0{,}999\ldots = 1$.

Dalam pembuktian ini juga diharapkan guru dapat melibatkan siswa dalam menghitung bentuk aljabar yang diberikan, agar siswa juga merasa ikut membuktikan pernyataan di atas.

Bukti 2.4 Deret Geometri

Perhatikan deret geometri berikut;

$0{,}999\ldots = 0{,}9 + 0{,}09 + 0{,}009 + \cdots$ (deret geometri takhingga)

Menurut formula jumlah deret geometri dengan suku pertama $a = 0{,}9$ dan rasio $r = 0{,}1 < 1$, maka diperoleh;

$$0{,}999\ldots = 0{,}9 + 0{,}09 + 0{,}009 + \cdots = \frac{a}{1-r} = \frac{0{,}9}{1-0{,}1} = \frac{0{,}9}{0{,}9} = 1$$

Pada pembuktian ini, guru diharapkan sebelum pembuktian ini dilakukan, guru menugaskan kepada siswa untuk mencari formula atau rumus dari deret geometri takhingga. Sehingga siswa akan merasa lebih yakin dengan alur pembuktian yang dilakukan.

3. Kesimpulan

Dari pembahasan di atas, dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut,

1. Bahwa bukti matematika tidak bertujuan mem-benar-kan atau men-salah-kan suatu pendapat, melainkan mencari kebenaran dari suatu masalah berdasarkan penalaran,

logika berpikir, dan fakta matematika yang telah dimiliki siswa, sehingga siswa diharapkan tertarik dan menyukai bahasan yang diberikan. Ke depan diharapkan akan menyukai materi matematika secara keseluruhan yang selanjutnya siswa dapat memahami masalah matematika yang diberikan.

2. Bukti matematika tidak tunggal adanya. Hal ini untuk menunjukkan kepada siswa bahwa dalam menyelesaikan masalah matematika dapat dilakukan dengan berbagai cara/teknik/metode. Yang penting adalah langkah-langkah pembuktian yang dilakukan sesuai dengan logika matematika, alur pikir yang soheh, dan penalaran yang benar. Dari hal ini, diharapkan siswa dapat berpikir bahwa penyelesaian masalah matematika tidak tunggal adanya.
3. Secara materi matematika, dari bukti-bukti di atas dapat disimpulkan bahwa 0,999… = 1. Dari hal ini, diharapkan siswa dapat berpikir bahwa masalah matematika yang sebelumnya “tampak tidak sama” ternyata “benar-benar sama”. Selanjutnya diharapkan siswa dapat berpikir bahwa “masalah matematika yang tampak sulit/komleks” mungkin “dapat diselesaikan dengan mudah” dengan bekal pengetahuan matematika yang telah diperolehnya.

4. Referensi

1. Abdul Kodir, M., Drs., M.Sc., 1979, ***Matematika untuk SMA jilid 7, 8, 9 dan 10***, Jakarta, Departemen Pendidikan dan Kebudayaan.
2. Alders, C., J., 1981, ***Ilmu Aljabar jilid I dan II***, Jakarta, Pradnya Paramita.
3. Stripp, C., and French, D., 2001, ***Are You Sure? Learning about Proof***, London, United Kingdom, The Mathematical Association.
4. De Baan, M., A., dan Bos J., C., 1976, ***Ilmu Aljabar untuk Sekolah Lanjutan Tingkat Pertama jilid IIA dan IIB***, Jakarta, Pradnya Paramita.
5. Kusrin, Imam, Drs., et. al., 1992, ***Teori dan Penerapan Matematika jilid 1A, 1B, 2A, 2B, 3A dan 3B***, Jakarta, Erlangga.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 42

Jurus Jitu Meningkatan Kreativitas Siswa Menyelesaikan Soal Faktorisasi Bentuk Aljabar Menggunakan Potongan Kertas Persegipanjang Siswa Kelas VIII C SMP N 1 Paliyan Gunungkidul Tahun Pelajaran 2011/2012

Oleh:
Suswiyati
SMP NEGERI 1 PALIYAN GUNUNGKIDUL

Abstrak

Penelitian ini bertujuan meningkatkan kreativitas siswa dalam proses pembelajaran faktorisasi bentuk aljabar menggunakan media alat bantu potongan kertas persegipanjang di SMP N 1 Paliyan Gunungkidul.

Penelitian ini menggunakan pendekatan penelitian tindakan kelas (*Action Research*). Subjek dalam penelitian adalah siswa kelas VIIIC sebanyak 31 orang. Metode pengumpulan data pada penelitian ini adalah observasi, tes tertulis dan instrumen siswa meliputi kesiapan menerima pelajaran, kreativitas, dan angket untuk menjaring sikap, sedangkan guru menggunakan instrumen kinerja guru.

Hasil penelitian menunjukkan rata-rata pengembangkan kreativitas 54,84% pada siklus I, dan 69,76% pada siklus II. Rata-rata prestasi belajar sebelum menggunakan media persegipanjang 56,77, pada siklus I sebesar 95,30 dan siklus II sebesar 80,97. Peningkatan pengembangan kreativitas terjadi pada proses menemukan pola persegipanjang dan memberi dampak peningkatan prestasi belajar siswa. Berdasarkan hasil penelitian disimpulkan bahwa penggunaan media bangun persegipanjang meningkatkan kreativitas siswa menyelesaikan soal faktorisasi bentuk aljabar, dan meningkatkan prestasi belajar.

Kata Kunci : *Media pembelajaran potongan kertas persegipanjang, kreativitas.*

PENDAHULUAN

A. Latar belakang masalah

Bentuk aljabar dipelajari siswa SMP kelas VIII semester 1. Materi ini merupakan materi yang *urgen*. Ujian Nasional selalu memunculkan soal bentuk aljabar yang membutuhkan pemecahan masalah menggunakan faktorisasi bentuk aljabar, selain itu bidang studi sains juga menggunakan konsep faktorisasi bentuk aljabar pada topik gerak peluru yang lintasannya berupa parabola untuk menentukan tinggi maksimum luncuran peluru, kapan dan dimana peluru sampai ke sasaran.

Penyajian materi bentuk aljabar berkenaan dengan konstanta, variabel, koefisien, perpaduan koefisien dan variabel yang dihubungkan dengan operasi hitung, operasi hitung bentuk aljabar, dan faktorisasi bentuk aljabar. Sajian ini bersifat abstrak dan sulit dipahami siswa, akibatnya siswa kurang tertarik perhatiannya ke pembelajaran, sehingga siswa banyak yang ngobrol, ramai, dan ada yang diam (tidak melakukan aktifitas yang berarti). Dampak dari perlakuan tersebut daya serap materi yang dikuasai siswa rendah akhirnya prestasi belajar yang diraih tidak mencapai KKM yang ditetapkan di SMP 1 Paliyan dengan pencapaian nilai rata-rata ulangan harian pada kompetensi dasar melakukan operasi aljabar sebesar 56,77.

Kenyataan yang ada siswa kelas VIIIC semester I tahun pelajaran 2011/2012 merupakan kelas yang rata-rata nilai bidang studi matematika paling rendah dibandingkan dengan kelas VIIIA, VIIIB, VIIID, VIIIE dan VIIIF. Karakter siswa cenderung pasif dan kurang kreatif. Melihat kenyataan ini strategi baru dengan memperhatikan karakter siswa perlu dimunculkan agar proses pembelajaran berlangsung kondusif. Pembelajaran dibuat dengan situasi menyenangkan, dan memperhatikan karakter siswa, yaitu : membangkitkan rasa ingin tahu, menumbuhkan motivasi dan kreativitas dalam belajar.

Jurus ini tepat diterapkan dalam pembelajaran faktorisasi bentuk aljabar yang materinya bersifat abstrak dan dianggap sulit bagi siswa sehingga membosankan. Implementasi jurus jitu pembelajaran melalui metode kelompok menggunakan alat bantu berupa potongan kertas persegipanjang. Pembelajaran diarahkan pada karakter mencari tahu dan berbuat dengan melakukan aktifitas menggerakkan tangan melalui potongan-potongan kertas persegipanjang disusun menjadi bangun persegipanjang, kemudian diinterpretasikan ke konsep luas untuk menjadikan bentuk faktor. Proses penyusunan yang didasarkan pada pengalaman yang diperoleh sendiri diharapkan siswa mendapatkan pemahaman konsep yang berbobot.

B. Rumusan Masalah

Permasalahan mendasar yang dihadapi siswa kelas VIIIC adalah pada karakter kurang kreatif. Guru menyajikan soal bentuk aljabar, perilaku siswa hanya melihat dan bengong tanpa melakukan aktivitas yang berarti (tidak mau berusaha untuk menyelesaikan soal). Terkait dengan permasalahan tersebut diajukan rumusan masalah penelitian: 1) Bagaimanakah peningkatan kreativitas siswa menyelesaikan soal faktorisasi bentuk aljabar menggunakan potongan-potongan kertas persegipanjang? 2) Bagaimana dampak kreativitas siswa menyelesaikan soal faktorisasi bentuk aljabar menggunakan potongan-potongan kertas persegipanjang terhadap prestasi belajar?

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

C. Tujuan Penelitian

Penelitian tindakan kelas ini mempunyai tujuan: 1) Meningkatkan kreativitas siswa menyelesaikan soal faktorisasi bentuk aljabar menggunakan alat bantu media pembelajaran berupa potongan-potongan kertas persegipanjang, 2) Meningkatkan rata-rata prestasi belajar siswa.

D. Manfaat Penelitian

Hasil penelitian tindakan kelas ini diharapkan dapat memberikan manfaat bagi : 1) siswa untuk menumbuhkan kreativitas siswa, memunculkan karakter rasa ingin tahu, memiliki rasa kepercayaan diri sendiri untuk menyampaikan pendapat berdasar gagasannya, dan meningkatkan prestasi belajar, 2). Guru untuk menindaklanjuti hasil penelitian dengan menerapkan penggunaan alat bantu potongan kertas persegipanjang dalam menyelesaikan soal faktorisasi bentuk aljabar pada proses pembelajaran untuk membangun konsep atas dasar temuan sendiri, 3) Sekolah untuk memberikan sumbangan yang positif karena dapat memberikan masukan kepada guru lain penggunaan alat bantu yang dapat menumbuhkan kreativitas siswa.

METODOLOGI PENELITIAN

A. Subjek, Lokasi dan Waktu Penelitian

Penelitian dilakukan di SMP 1 Paliyan Gunungkidul, dengan mengambil subjek penelitian siswa kelas VIIIC, terdiri atas 31 siswa. Pengambilan subjek didasari pada pengamatan dan catatan guru, bahwa karakter siswa kelas VIIIC tergolong kurang kreatif dalam ide, dan bila diberi permasalahan 80% siswa diam tidak melakukan aktivitas, ngobrol dengan teman sebangku. Rata-rata prestasi belajar matematika paling rendah bila dibandingkan kelas lain(VIIIA, VIIIB, VIIID, VIIIE, VIIIF) . Penelitian dilakukan mulai hari Sabtu tanggal 6 Agustus 2011 sampai dengan hari Selasa tanggal 16 Agustus 2011.

B. Prosedur Penelitian

Tindakan penelitian berupa membelajarkan siswa dengan cara menggerakkan kreativitas siswa melalui penyusunan potongan kertas menjadi bangun persegipanjang. Implementasinya siklus I perenungan meliputi mengidentifikasi masalah, mendesain

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

lembar observasi, angket siswa, RPP, dan memberi penugasan siswa membuat media bangun persegipanjang, dan melakukan sosialisasi dengan siswa. Perencanaan dilakukan oleh peneliti dan kolaborator memutuskan pembelajaran secara kelompok, terdiri atas siswa pandai, sedang, dan berkemampuan rendah berjumlah 4-5 orang, mendesain pelaksanaan siklus I melalui RPP, membagi tugas antara peneliti dan kolaborator. Tindakan siklus I melaksanakan berdasar perencanaan, yaitu pemberian motivasi berkaitan materi faktorisasi bentuk aljabar, mengingatkan konsep luas persegipanjang dengan mengambil contoh bangun dalam ruang kelas, memberikan aturan main media bangun persegipanjaang, mendemonstrasikan media bangun persegipanjang, membagikan kartu soal dan lembar kerja, diskusi kelompok, presentasi, dan penarikan kesimpulan dilakukan bersama antara siswa dan guru serta pemberian post test. Pelaksanaan siklus I pada fase observasi kolaborator mempunyai tugas mengamati pelaksanaan pembelajaran meliputi kegiatan siswa baik secara individual maupun kelompok dan melakukan pencatatan aspek pengembangan kreativitas siswa dalam menyelesaikan soal menggunakan potongan kertas persegipanjang. Hasil temuan siklus I didiskusikan pada kegiatan refleksi antara peneliti dan kolaborator untuk menentukan perbaikan pengajaran siklus II.

Teknik pengumpulan data dengan menggunakan observasi, angket, dan tes. Data penelitian diperoleh dengan melakukan pengamatan langsung pada fase tindakan di dalam kelas penelitian, meliputi kesiapan menerima pelajaran, kreativitas siswa, instrumen kinerja guru, sedangkan angket siswa dipakai untuk menjaring sikap siswa dalam pembelajaran dan tes untuk mengukur kemampuan siswa sesuai dengan kompetensi dasar yang harus dicapai siswa. Pengembangan aspek kreativitas siswa meliputi: 1) Bertanya sebelum/sesudah bertindak, 2) Bertindak (membaca soal dan mengambil keputusan model persegipanjang yang tersedia berdasar soal), 3) Menemukan masalah, 4) Berpikir, 5) Menyusun model,6) Menerapkan model persegipanjang, 7) Menginterpretasikan model ke bentuk faktor, 8) Menarik kesimpuan berdasar fakta temuan ke bentuk umum. Penilaian aspek dikelompokkan menjadi tiga yaitu aktif, cukup aktif dan tidak aktif. Pengukuran aktif bila siswa dapat mencapai aspek yang diharapkan, cukup aktif bila tidak mencapai aspek yang diharapkan dan tidak aktif bila tidak melakukan tindakan pada aspek yang diukur.

Teknik analisa data menggunakan pendekatan kuantitatif

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

A. Latar Penelitian

Hasil belajar yang dicapai siswa kelas VIIIC pada kompetensi dasar melakukan operasi aljabar rata-rata sebesar 56,77. Hasil belajar yang didapat masih jauh dari KKM KD untuk SMP 1 Paliyan yaitu sebesar 73. Rendahnya hasil belajar disebabkan sifat dari materi bentuk aljabar adalah abstrak sehingga sulit dipahami oleh siswa, di samping itu metode yang digunakan guru adalah metode ceramah dan tidak menggunakan media pembelajaran untuk mengantarkan materi yang bersifat abstrak tersebut. Karakter siswa VIIIC cenderung pasif , kurang kreatif dalam menyelesaikan soal. Pencapaian kompetensi dasar menguraikan bentuk aljabar menjadi faktor perlu adanya perubahan tindakan pembelajaran, yaitu bagaimana jurus jitu guru untuk mengatasi masalah di kelas VIIIC agar membangkitkan kreativitas siswa dalam menyelesaikan soal faktorisasi bentuk aljabar? Pendekatan pembelajaran yang digunakan adalah kontekstual yaitu membelajarkan siswa menggunakan media alat bantu berupa potongan-potongan kertas persegipanjang yang memudahkan siswa dalam memahami konsep berdasar pengalaman yang diperoleh, mudah dilaksanakan dan mudah didapat siswa.

Penelitian dilakukan mulai hari Sabtu tanggal 6 Agustus sampai Selasa tanggal 16 Agustus 2011, di kelas VIIIC. Pembelajaran dilakukan dengan memperhatikan aspek kreativitas siswa dalam menyelesaikan soal dengan menyusun model soal diubah menjadi bangun persegipanjang menggunakan potongan-potongan kertas warna berbentuk persegipanjang. Hasil observasi di kelas dicatat kemudian pada kegiatan refleksi dibahas dan dipakai sebagai dasar pertimbangan perbaikan dalam menentukan kegiatan pembelajaran di siklus selanjutnya.

Materi faktorisasi bentuk aljabar dibahas menjadi 4 kali pertemuan dengan masing-masing pertemuan durasinya 2 jam pelajaran. Pada siklus I membahas bentuk aljabar $ax^2 + bx$, dengan a,b anggota bilangan bulat. Penyusunan potongan-potongan kertas dari soal menjadi bangun persegipanjang dipilih a bilangan asli tujuannya memudahkan penyusunan menjadi bangun persegipanjang dan pemahaman konsep luas persegipanjang menjadi bentuk faktor. Siklus pertama terdiri dari 2 pertemuan, pertemuan pertama membahas penyusunan model, interpretasi, dan penarikan kesimpulan dari bentuk khusus ke bentuk umum, sedangkan pertemuan kedua membahas aplikasi dari penerapan konsep. Siklus II membicarakan faktor bentuk aljabar $ax^2 + bx + c$ dengan b,c anggota bilangan bulat dan a dipilih bilangan asli. Pertemuan ketiga membahas penyusunan model, interpretasi, dan penarikan kesimpulan dari bentuk khusus ke bentuk umum, sedangkan pertemuan keempat membahas aplikasi dari penerapan konsep.

Sikap siswa pada proses pembelajaran secara ringkas tercantum pada tabel 1.

Tabel 1. Ringkasan sikap siswa pada proses pembelajaran

NO	Aspek yang diamati	Jumlah siswa (%)					
		Siklus I			Siklus II		
		3	2	1	3	2	1
1	Suka pelajaran matematika	32,26	64,51	0	48,39	51,61	0
2	Suka bila guru menyampaikan tujuan pembelajaran	96,77	3,23	0	93,54	6,46	0
3	Mengikuti proses pembelajaran hingga tujuan tercapai	29,04	70,96	0	83,87	16,13	0
4	Menyusun bentuk aljabar menjadi bangun persegipanjang	22,58	77,42	0	77,42	22,58	0
5	Bila belum paham konsep mau bertanya	54,84	45,16	0	74,19	25,81	0
6	Saat mengalami kesulitan mau bertanya	70,96	29,04	0	51,61	48,39	0
7	Bila guru melontarkan pertanyaan berpartisipasi menjawab	16,13	83,87	0	35,48	64,51	0
8	Senang pembelajaran menggunakan model persegipanjang	67,74	29,03	3,23	54,84	45,16	0
9	Merasa tertantang menyusun model persegipanjang	45,16	54,84	0	51,61	48,39	0
10	Menyelesaikan soal bila tingkat kesukaran :						
	a. sedang	80,65	19,35	0	90,32	9,68	0
	b. rendah	67,74	29,03	0	70,96	29,03	0
	c. tinggi	29,03	51,61	19,35	41,94	45,16	12,90
11	Menulis rangkuman	29,03	58,06	12,90	29,03	67,74	0
12	Menyukai kerja kelompok	80,65	19,35	0	83,87	16,13	0
13	Merasa senang di kelas saat pembelajaran	70,96	25,81	3,23	90,32	9,68	0
14	Merasa nyaman di kelas	64,51	19,35	12,90	67,74	32,26	0

Keterangan : 3= aktif, 2= cukup aktif, 3= tidak aktif

Peningkatan rasa suka terhadap matematika dari siklus I ke siklus II muncul ketika pembelajaran menggunakan media potongan-potongan kertas persegipanjang. Hasil penelitian ini sependapat dengan Sudjana dan Rivai dalam Azhar Arsyad (2002:15) bahwa pembelajaran menggunakan media menjadikan siswa tertarik perhatiannya dan menumbuhkan motivasi, sehingga belajar menjadi lebih jelas dan mudah dipahami. Aktivitas siswa secara penuh terlibat baik tangan, mata, pikiran yang terpadu sehingga konsentrasi terpusat pada proses penyusunan menjadi bangun persegipanjang. Keterlibatan siswa dalam menyusun persegipanjang terjadi peningkatan dari siklus I ke siklus II ini menunjukkan bahwa kreativitas siswa sudah mulai banyak yang bangkit dalam menyelesaikan soal menggunakan media. Pertanyaan siswa juga mulai banyak bermunculan dari siklus I ke II terjadi peningkatan karena siswa sudah banyak mulai menemukan masalah dan rasa ingin tahu cukup besar, sedangkan rasa malu sudah terabaikan. Siswa merasa tertantang untuk menyelesaikan soal dengan menggunakan alat bantu media pembelajaran persegipanjang aktivitas pikiran mereka curahkan dengan melakukan diskusi kelompok, ada dua kelompok yang bisa secara aktif melakukan interaksi dalam kelompok, mereka terasa asyik mengemukakan argumen dan gagasan dalam menentukan posisi potongan-potongan kertas dengan tanpa malu, sungkan. Mereka melakukan diskusi terasa rileks tanpa ada rasa tekanan, dan diiringi dengan wajah yang ceria dan senyum dalam diskusi. Proses tantangan yang menimbulkan perdebatan mereka adalah proses di penambahan unsur nol dari model soal ke model bangun persegipanjang, juga pada proses penempatan posisi dari potongan-potongan kertas yang mereka dapatkan. Kelompok yang lain ditemukan ada siswa yang memang dalam kelompok belum bisa memecahkan masalah ada siswa yang berdiri dan berjalan menuju kelompok lain untuk mencari tahu proses terbentuknya, kemudian siswa tersebut kembali ke kelompoknya untuk mendiskusikan temuan yang diperoleh dan menyelesaikan. Interaksi terjalin antar anggota kelompok dan anggota kelompok ke kelompok lain, hal ini dapat terjadi tanpa ada rasa tekanan sehingga menimbulkan rasa senang, bila terjadi kesulitan diatasi dengan bertanya kepada teman baik teman dalam kelompok atau kelompok lain. Pengamatan yang paling mengejutkan peneliti, siswa yang biasanya terdiam dan hanya bengong tanpa melakukan aktivitas yang berarti dengan menggunakan media potongan kertas dapat menyusun bangun persegipanjang dengan benar dan dapat menafsirkan ke bentuk faktor melalui konsep luas persegipanjang. Kerja kelompok memberikan situasi yang menyenangkan pada proses pembelajaran menggunakan media persegipanjang karena gagasan dapat dikemukakan dengan bebas tanpa tekanan serasa seperti ngobrol dengan teman dan tercipta suasana yang menyenangkan dan membuat siswa merasa nyaman berada di dalam kelas saat pembelajaran pada siklus I 64,51%, maupun siklus II sebesar 67,74%. Rasa senang muncul saat pembelajaran berlangsung pada siklus I, II serta ada peningkatan rasa senang dari siklus I ke siklus II diindikasikan siswa dalam mempelajari faktorisasi bentuk aljabar menggunakan objek yang terkait langsung dengan benda yang gampang dipahami dan mudah dibuat siswa dengan menggunakan dua warna sehingga memunculkan daya tarik. Penggunaan objek berupa potongan-potongan kertas mudah dipahami siswa berdasar konsep yang telah dimiliki pengetahuan sebelumnya yaitu luas persegipanjang. Siswa mempelajari faktorisasi

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

aljabar menjadi lebih paham karena bentuk aljabar yang disajikan pada soal dapat dijelaskan oleh pengetahuan siswa sebagai luas persegipanjang. Proses selanjutnya siswa harus dapat menterjemahkan luas persegipanjang dalam bentuk aljabar tersebut diwujudkan menjadi bangun persegipanjang, kemudian diinterpretasikan menjadi faktor dengan konsep luas yaitu panjang dikali lebar.

Pada proses penyusunan dari soal yang disajikan guru sampai penyusunan dan interpretasi bangun persegipanjang menjadi bentuk faktor merupakan proses pengembangan kreativitas anak. Data pengembangan kreativitas berdasar hasil pengamatan selama proses pembelajaran di siklus I dan siklus II tercantum pada tabel 3.

Tabel 3. Pengembangan Kreativitas

NO	ASPEK PENGAMATAN	PERSENTASE JUMLAH SISWA					
		SIKLUS I			SIKLUS II		
		3	2	1	3	2	1
1	Bertanya sebelum/setelah bertindak	38,71	54,86	6,45	77,42	22,58	0
2	Bertindak (tidak semata-mata melihat, mendengar)	64,52	35,48	0	90,32	9,68	0
3	Menyusun model berdasar soal	83,87	16,13	0	100	0	0
4	Menemukan masalah	58,06	41,94	0	74,19	16,13	9,68
5	Berpikir (tindakan yang dilakukan)	83,87	16,13	0	58,06	29,03	16,13
6	Menerapkan model menjadi bentuk persegipanjang	51,61	48,39	0	38,71	61,29	0
7	Interpretasi model persegipanjang ke bentuk faktor	25,81	41,94	0	90,32	9,68	0
8	Penarikan kesimpulan bentuk umum	16,13	83,87	0	29,03	70,97	0
	Rata-rata	54,84	40,32	0,81	69,76	27,42	3,23

Keterangan : 3 = aktif 2=cukup aktif 1= tidak aktif

Siswa dikelompokkan dengan anggota 4 -5 orang untuk menyelesaikan tugas kelompok namun setiap individual mengerjakan pada lembar kerja yang telah dibagikan. Pada siklus I 38,71% dari jumlah siswa yang aktif bertanya, menanyakan penegasan atas temuan mereka dalam menyusun pola persegipanjang yang menurut mereka belum begitu banyak tantangan, sedangkan 54,86% cukup aktif bertanya karena pada kegiatan memadukan antara soal dan persediaan media masih belum lancar, masih belum memahami maksudnya. Guru memberikan arahan seperlunya, sedangkan 6,45% masih belum melakukan aktivitas yang berarti tidak mau bertanya dengan teman ataupun guru, perlakuan saat itu siswa didekati dan diberi pengarahan dalam kelompok dan bimbingan individual seperlunya. Proses menemukan masalah 58,06% berhasil, sedangkan

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

41,94% mendiskusikan dengan teman dan ada menanyakan pada teman yang telah berhasil, ada pula yang meminta bimbingan guru dalam rangka menemukan pola persegipanjang. Hasil dari proses berpikir menyusun model 51,61% berhasil menemukan pola dan 25,81% menginterpretasikan model ke bentuk faktor secara benar. Proses penarikan kesimpulan dari fakta-fakta yang ditemukan ditemukan pola untuk diambil kesimpulan secara umum berhasil dicapai oleh 16,13%.

Pada siklus II siswa mulai aktif bertanya sebanyak 77,42% . Siswa lancar dalam menyusun potongan kertas berdasar soal 90,32% aktif melakukan tindakan menyusun pola dan 58,06% siswa mampu menemukan unsur nol dan menerapkan potongan potongan kertas persegipanjang menjadi bangun persegipanjang. Namun masih ada yang kesulitan dalam menyusun potongan-potongan kertas, dan terjadi kesalahan-kesalahan dalam menempelkan posisi berdasar ukuran sisi sejenis maupun penempelan warna secara selang-seling hal ini yang menyebabkan kegagalan untuk menyusun bangun persegipanjang. Kreativitas nampak jelas pada penyusunan bangun persegipanjang, karena diperlukan menambahkan unsur nol dari model yang tersedia dan kemampuan untuk menempelkan menjadi bangun persegipanjang. Hasil bangun persegipanjang yang diperoleh pada kelompok bisa bervariasi, namun hasil interpretasinya bisa sama. Variasi tampilan model persegipanjang yang diperoleh muncul dari ide asli imajinasi siswa. Interpretasi dari model bangun persegipanjang dipahami oleh 90,32% siswa. Penarikan kesimpulan dari kondisi khusus ke umum masih dirasakan sulit oleh 70,97% siswa.

Presentasi kelompok pada siklus I siswa belum berani mengemukakan pendapat secara lisan, tampilan gambar model menggunakan lembar kerja siswa ditempelkan di papan tulis, namun hasil gambar tidak bisa jelas terlihat pada posisi siswa di bagian belakang. Hasil tampilan gambar berbeda untuk soal yang sama bisa dilihat dan dibahas hal ini menunjukkan hasil kreativitas siswa masing-masing. Pada siklus II tampilan presentasi untuk penyajian di depan disediakan guru dengan ukuran yang cukup besar sehingga dapat dilihat siswa di bagian belakang. Siswa sudah punya keberanian untuk menyajikan hasil dengan menjelaskan, dan mendapat respon dari siswa lain untuk mengemukakan hasil yang berbeda tampilan gambar namun faktornya sama.

Pada akhir siklus I dan II dilakukan tes untuk menguji kemampuan kompetensi dasar yang harus dicapai siswa, secara ringkas dimuat dalam tabel 3.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Tabel 3. Hasil tes belajar sebelum dan sesudah siklus I maupun siklus II

NO	NILAI	JUMLAH SISWA (%)		
		SEBELUM	SIKLUS I	SIKLUS II
1	1 _ 10	0	0	0
2	11 _ 20	0	0	0
3	21 _ 30	0	0	3,23
4	31 _ 40	19,35	0	0
5	41 _ 50	19,35	3,23	9,68
6	51 _ 60	16,13	0	6,45
7	61 _ 70	6,45	0	0
8	71 _ 80	19,35	6,45	29,03
9	81 _ 90	12,90	6,45	22,58
10	91 _ 100	6,45	70,96	29,03
RATA RATA NILAI		56,77	95,30	80,97

Kemampuan dasar yang dimiliki siswa VIIIC untuk mempelajari faktorisasi aljabar rendah yaitu sebesar 56,77 posisiya dibawah KKM yang diterapkan di SMP Paliyan sebesar 73. Pembelajaran dilakukan guru dengan mencoba membangkitkan kreativitas siswa menyelesaikan soal menggunakan potongan-potongan kertas persegipanjang dengan dua warna ternyata mampu memunculkan semangat belajar siswa dan menanamkan konsep pengetahuan dengan mendasarkan pengalaman yang diperoleh dan mengkaitkan pengetahuan yang dimiliki sehingga mampu membangun konsep atas temua mereka sendiri. Hasil tes pada siklus I dan siklus II berada di atas KKM yang telah ditetapkan. Hasil penelitian ini menunjukkan adanya peningkatan prestasi belajar, sebagai dampak dari pemakaian alat bantu media pembelajaran sehingga mampu membangkitkan motivasi dan merangsang kegiatan pembelajaran sehingga secara psikologis membantu menafsirkan dan memudahkan dalam menyelesaikan soal hal ini sesuai dengan pendapat Hamalik dalam Azhar Arsyad (2002, 15).

Jurus jitu mengatasi siswa yang diam tanpa melakukan aktivitas berarti, bengong ketika menghadapi soal yang abstrak (bentuk aljabar) yaitu pembelajaran yang menggunakan media sederhana berupa potongan-potongan kertas warna berbentuk persegipanjang mampu membangkitkan kreativitas siswa menyelesaikan soal bentuk abstrak karena berbentuk angka dan huruf mampu diserap siswa dengan mudah melalui konsep luas persegipanjang. Siswa yang memiliki nilai di bawah rata-rata dan tergolong kurang kreatif dalam menyelesaikan masalah, melalui alat bantu media

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

pembelajaran berupa potongan kertas dapat menumbuhkan kreativitasnya melalui gerakan padu antara mata, tangan dan pikiran untuk menyelesaikan soal bentuk aljabar yang diubah ke faktor, hal ini sependapat dengan Woolfolk bahwa guru dapat menumbuhkan kreativitas anak melalui mempercayai penilaian anak, mengakui usaha kreativitas anak, dan membuat rangsang bagi anak agar berpikir kreatif.

BAB V SIMPULAN DAN SARAN

A. Simpulan

Penggunaan media persegipanjang dapat meningkatkan kreativitas siswa dalam menyelesaikan soal melalui proses penyusunan pola persegipanjang, interpretasi susunan bangun persegipanjang ke bentuk faktor serta penarikan kesimpulan. Meningkatnya kreativitas siswa menyelesaikan soal dengan media alat bantu persegipanjang memberi dampak meningkatnya prestasi belajar siswa.

B. Saran

Dari hasil refleksi ditemukan penyebab kesulitan siswa terletak pada proses menyusun pola menggunakan media alat bantu potongan kertas persegipanjang adalah pada kegiatan siswa untuk memasang pola, yaitu ketidaksesuaian memasang sisi sejenis, kedua menyusun bangun dilakukan pemasangan dengan warna selang-seling maka kesalahan ini ditindaklanjuti oleh guru agar menuliskan pada lembar kerja aturan main secara jelas dan gamblang serta mendemonstrasikan kesalahan yang tidak boleh dikerjakan.

Hasil observasi siklus I dan II ditemukan hal yang menggembirakan bahwa siswa berkemampuan kurang dapat berhasil menyusun pola dan menafsirkan ke bentuk faktor karena pembelajaran faktorisasi bentuk aljabar mudah dipahami dengan menggunakan media alat bantu bangun persegipanjang. Tindak lanjutnya dalam pembelajaran materi faktorisasi bentuk aljabar disarankan guru menggunakan media pembelajaran alat bantu bangun persegipanjang untuk membangun konsep dasar berdasar pengalaman siswa lewat olah tangan melalui potongan-potongan kertas bangun persegi panjang, penglihatan dan pikiran yang terpadu untuk menyusun menjadi bangun persegipanjang dan menafsirkannya berdasar konsep luas, sehingga penguasaan konsep siswa menjadi berbobot.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

DAFTAR PUSTAKA

Anita E. Woolfolk, Lorraine McCune-Nicolic. (1984). *Educational psychology for teachers*. New Jersey: Prentice Hall.

Arief Sadiman. (1993). *Media pendidikan*. Jakarta: Rawali.

Azhar Arsyad. (2002). *Media pembelajaran*. Jakarta : PT Raja Grafindo Persada.

Elizabeth B. Hurlock. (1993). *Perkembangan anak*. Jakarta: Erlangga.

Herman Hudoyo. (1988). *Mengajar belajar matematika*. Jakarta: Depdikbud.

Kemmis, S and Taggart, R. (1988). *The action research planner*. Victoria : Deakin Univercity.

Russefendi. (1980). *Pengajaran matematika modern*. Bandung: Tarsito.

………….., (2002). *Pembinaan dan pengembangan klub bakat, minat, dan kreativitas Siswa Sekolah Lanjutan Pertama*: Departemen Pendidikan Nasional Direktorat Jendral Pendidikan Dasar dan Menengah Direktorat Pendidikan Lanjutan Pertama.

Slameto.(2010). *Belajar dan faktor-faktor yang mempengaruhinya*. Jakarta : Rineka Cipta.

Utami Munandar. (1992). *Mengembangkan bakat dan kreatifitas anak sekolah*. Jakarta : Gramedia.

W.S.Winkel. (1984). *Psikologi pendidikan dan evaluasi belajar*. Jakarta : Gramedia.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 43

Upaya Meningkatkan Prestasi Belajar Siswa Melalui Pembelajaran Matematika Realistik (PMR) Pada Kelas IX.E Semester Gasal MTSN Seyegan Tahun Pembelajaran 2011-2012

Oleh:
Dra. Sutarti, M.Pd. I
MTs N SEYEGAN

ABSTRAK

Pembelajaran matematika realistik merupakan pengembangan dari *Realistic Matematics Educations* yang pernah dikembangkan di Negeri Belanda, yang kini sedang dikembangkan di Indonesia, yang dikenal dengan PMR (Pembelajaran Matematika Realistik). Hal yang sangat menarik dari Pembelajaran Matematika Realistik (PMR) adalah teknik tersebut memiliki karakteristik yang meliputi: (a) pembelajaran kontekstual, (b) Menggunakan model, (c) menggunakan kontribusi siswa, (d) terjadinya komunikasi interaktif, (e) terintegrasi (mengarah pada tujuan yang diharapkan). Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui sejauh mana efektifitas tindakan peningkatan prestasi belajar melalui pembelajaran matematika realistik dalam pembelajaran matematika siswa kelas IX.E pada semester gasal MTs Negeri Seyegan tahun pembelajaran 2011-2012. Penelitian ini menggunakan model deskriptif sebagai metode pokok. Dari penelitian ini diketahui bahwa metode tersebut terbukti efektif sebagai upaya meningkatkan prestasi belajar dalam pembelajaran matematika siswa kelas IX.E pada semester gasal MTsN Seyegan tahun pembelajaran 2011-2012.

Dari hasil penelitian ini maka diharapkan: (a) guru matematika dapat memanfaatkan hasil penelitian ini (b) guru mau melakukan penelitian sederhana pada objek yang berbeda (c) siswa dapat mengikuti pembelajaran matematika dengan nyaman (d) siswa dapat memanfaatkan waktu sebaik-baiknya untuk saling bertukar pengalaman dalam pembelajaran matematika dalam kehidupan sehari-hari
Kata kunci : 1.Pendidikan 2. matematika realistik

ABSTRAK

Realistic Mathematics Education is the development of Realistic Mathematics Education that is ever developed in the Netherlands, Now it is developed in Contextual education Indonesia as PMR(Pembelajaran Matematika Realistik). The Characteristic of PMR are :
(1) Contextual education (2) the use of model (3) the use of student's contribution (4) there is interactive communication (5) integrated

The purpose of this observation is to know for the effectiveness of action in increasing learning achievement through PMR in IX.E class in Sem I of MTs Negeri Seyegan in 2011-2012.

The observation user descriptive model as the main method, From the observation it is know that this method proved effective as the way to in crease learning achievement in that class.

From the observation we hope :
(1) Mathematics teacher can use this observation (2) Mathematics teacher has desire to do simple observation with different object (3) Students can follow matematics education pleasantly (4) Students can use their time in sharing their experience in mathematics education in daily life.

Kunci : 1. Education
2 .Realistic Mathematics

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Pendidikan Matematika Realistik (PMR), di satu sisi, adalah suatu pendekatan atau teori tentang pembelajaran matematika di sekolah, yang dikembangkan mulai tahun 2000 di Indonesia, di sisi lain, PMRI adalah suatu gerakan untuk memperbaiki dan meningkatkan kualitas pendidikan matematika di Indonesia.

Sebagai suatu pendekatan atau teori, PMR pada mulanya merupakan adaptasi dari Realistic Mathematics Education (RME) yang dikembangkan di Belanda sejak sekitar tahun 1970, berdasarkan ide dari Freudenthal yang mengatakan bahwa matematika adalah aktivitas manusia (*human activity*) dan pembelajarannya (khususnya untuk siswa) dimulai dengan masalah-masalah yang dapat dibayangkan oleh siswa.

Untuk menindak lanjuti hasil belajar di atas penulis berupaya mengadakan penelitian sederhana yang disusun dalam bentuk penelitian tindakan kelas dengan judul "Upaya Meningkatkan Prestasi Belajar siswa Melalui Pembelajaran Matematika Realistik (PMR) Pada Kelas IX.E Semester gasal MTsN Seyegan Tahun Pembelajaran 2011-2012", Kecenderungan penulis untuk mengembangkan sistem pembelajaran Matematika realistik ini, bertitik tolak dari hasil penelitian yg dikembangkan oleh Dr. Darhim M.Si, Dosen Matematika Universitas Pendidikan Indonesia di Bandung Tahun 2004, yang kedua penelitian ini cukup menjanjikan keberhasilan pembelajaran Matematika di era sekarang maupun yang akan datang. Dengan demikian PMR dapat digunakan sebagai alternatif dalam upaya meningkatkan hasil belajar siswa dalam pembelajaran Matematika di sekolah. Hal yang sangat menarik dari Pembelajaran Matematika Realistik (PMR) tersebut, bahwa tehnik tersebut memiliki karakteristik yang meliputi :

- Menggunakan pembelajaran kontekstual
- Menggunakan model
- Menggunakan kontribusi siswa
- Terjadinya komunikasi interaktif
- Terintegrasi (mengarah pada tujuan yang diharapkan)

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Dengan melihat karakteristik tersebut berarti Pembelajaran Matematika Realistik (PMR) cukup memberikan motivasi pada siswa dalam belajar Matematika. Khususnya di Kelas IX.E Semester gasal MTsN Seyegan Tahun Pembelajaran 2011-2012

B. Rumusan Masalah.

Bertitik tolak dari latar belakang masalah, maka disini masalahnya dapat dirumuskan sebagai berikut :

"Apakah dengan Upaya Meningkatkan Prestasi belajar melalui Pembelajaran Matematika realistik dapat efektif untuk meningkatkan hasil belajar siswa dalam pembelajaran Matematika di Kelas IX.E Semester gasal MTsN Seyegan Tahun Pembelajaran 2011-2012?"

C. Tujuan Penelitian.

Penelitian ini dilakukan dengan tujuan: untuk mengetahui sejauh mana efektivitas belajar malalui pembelajaran matematika realistik terhadap Upaya peningkatan prestasi belajar siswa dalam pembelajaran matematika pada siswa kelas IX.E semester gasal MTsN Seyegan tahun pembelajaran 2011-2012.

D. Manfaat Penelitian.

Apabila penelitian ini dapat diselesaikan dan ternyata hasilnya dapat memberikan sumbangan terhadap kemajuan pendidikan, khususunya dalam pengelolaan belajar mengajar,maka diharapkan hasil penelitian ini berguna untuk:

1. Meningkatkan aktifitas belajar siswa, sebab pembelajaran tanpa dilakukan secara aktif, maka tujuan pembelajaran yang diharapkan juga tidak akan dapat dicapai secara maskimal.
2. Meningkatkan prestasi belajar siswa, sebab dengan pembelajaran yang dilakukan secara aktif juga akan mencapai hasil belajar yang lebih baik.
3. Meningkatkan kualitas pendidikan, sebab dengan meningkatnya prestasi belajar, secara otomatis juga meningkatkan kualitas pendidikan secara keseluruhan.
4. Menambah wawasan bagi setiap guru untuk mengembangkan profesinya malalui kegiatan-kegiatan penelitian sederhana, termasuk penelitian tindakan kelas.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

BAB II

A. METODOLOGI PENELITIAN

Metodologi penelitian merupakan istilah yang tersusun dari dua kata, yaitu "metodologi" dan "penelitian".

Markus Willy Dkk (1996 : 371) menjelaskan ; metodolgi adalah ilmu yang mempelajari tentang cara.

Sutrisno Hadi (1990) menyatakan : pertama metodologi adalah logika dari penelitian, kedua metodologi adalah studi terhadap prosedur dan tehnik penelitian, ketiga metodologi adalah suatu prosedur dan tehnik penelitian.

Winarno Surahmad (1982 : 121)) menyatakan ; metodologi adalah cara utama yang dipergunakan untuk mengadakan penelitian dalam mencapai tujuan, misalnya untuk menguji hipotesa dengan menggunakan tehnik serta alat.

Hasan Sadili (1986 : 23) menyatakan ; metodologi adalah cara pengajaran yang memberikan uraian penjelasan atau penentuan metode yang digunakan dalam penelitian keilmuan. Sedangkan penelitian dapat didefinisikan sebagai usaha manusia untuk menemukan, mengembangkan atau menguji ilmu pengetahuan dengan menggunakan metode ilmiah.

Sutrisno Hadi (1990 : 6) menjelaskan ; penelitian didefinisikan sebagai suatu metode manusia untuk menemukan, mengambangkan dan menguji kebenaran suatu pengetahuan dengan menggunakan metode ilmiah.

A. Metode Penelitian

Metodologi penelitian merupakan bagian dari rangkaian penelitian yg harus dipersiapkan dan dikuasai oleh peneliti sebelum penelitian dilaksanakan. Dalam penelitian ini sebagai metode pokok adalah metode deskriptif. Handari Nawawi (1983 : 63) menyatakan ; metode deskriptif adalah suatu prosedur pemecahan masalah yang diselidiki, menggambarkan keadaan subyek / obyek penelitian pada saat sekarang berdasarkan fakta-fakta tampak sebagai mana adanya.

Sugiyanto (1983 : 52) menyatakan : penelitian deskriptif adalah penelitian yang tertuju pada pemecahan-pemecahan masalah yang ada sekarang dan masih sangat aktual.

Dalam tehnik deskriptif, penggunaan metode tidak hanya terbatas pada pengumpulan data saja, akan tetapi mencakup seluruh tehnik deskriptif termasuk

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

menganalisa data dan menginterpretasikan data. Sedangkan dalam penelitian ini berkedudukan sebagai metode Bantu adalah mencakup metode ; dokumentasi, observasi, tanya jawab, duskusi, pemberian tugas, dan metode tes. Metode dokumentasi merupakan metode pengumpulan data oleh guru / sekolah.

Untuk dapat mengungkap seluruh aspek yang diteliti, maka diperlukan adanya pengembangan tindakan, yang dilakukan malalui tahap persiapan tahap persiapan dan tahap pelaksanaan.

a. Tahap Persiapan

Pada tahap persiapan ini kegiatan / aktifitas yang dilakukan meliputi:

- Studi pendahuluan termasuk mempelajari kurikulum dan membaca berbagai buku / literatur di perpustakaan, untuk menyusun perencanaan tindakan yang akandiberikan. - Menyiapkan instrumen penelitian, termasuk lembar kerja siswa, lembar observasi, rangkaian tes awal, rangkaian tes akhir dan lain sebagainya.
- Menyiapkan strategi pembelajaran dan penetapan materi pelajaran.
- Merencanakan tehnik analisa data
- Mempersiapkan kerangka rekumendasi untuk tindakan pada siklus berikutnya, yang didasarkan pada hasil tindakan yang telah dilaksanakan.

b. Tahap Pelaksanaan

Mengingat tindakan yang diberikan untuk mengetahui efektifitas tindakan yang diberikan, maka tindakan tidak hanya dilakukan satu kali saja, melainkan tindakan dilakukan malalui tiga kali putaran atau siklus, yaitu tindakan siklus pertama, kedua dan ketiga. Tiap-tiap tindakan yang dilakukan diberikan materi pelajaran yang berbeda, yaitu:

- Tindakan siklus pertama disampaikan materi / pokok bahasan tentang volum dan luas sisi bangun ruang.
-Tindakan siklus kedua disampaikan pokok bahasan tentang transformasi.
-Tindakan siklus ketiga disampaikan pokok bahasan tentang kesebangunan

Sedangkan dalam pelaksanaan masing-masing siklus tindakan dilakukan malalui tahap : perencanaan, pelaksanaan, evaluasi dan refleksi.

D.Metode Analisa Data

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Metode analisa data adalah suatu cara yang dipergunakan untuk mengolah dan menganalisa data yang telah terkumpul malalui kegiatan penelitian, untuk membuktikan kebenaran atau tidaknya hipotesa yang telah dirumuskan.

Dalam penelitian ini metode analisa data digunakan metode statistik. Dengan metode statistik peneliti akan bekerja dengan angka-angka sehingga hasilnya akan lebih meyakinkan. Sebab dengan menggunakan statistik, peneliti akan bertindak secara obyektif, menyajikan perhitungan-perhitungan apa adanya dan disamping itu dengan statistik, maka apa yang dilakukan oleh peneliti akan bersifat lebih universal, dalam arti metode statistik dapat dipergunakan diberbagai bidang keilmuan dan berbagai bentuk penelitian.

Dalam pelaksanaan analisa data hasil penelitian ini digunakan analisa statistik dengan mengembangkan analisa tabel dan prosentase yang dilakukan melalui langkah-langkah sebagai berikut :

- Menyusun data yang diperoleh dari subyek pertama hingga subyek terakhir.
- Menjumlah nilai yang dicapai oleh seluruh subyek dan membagi rata-rata dengan seluruh subyek.
- Menyusun nilai dalam bentuk distribusi nilai untuk mengetahui frekuensi nilai yang dicapai oleh masing-masing subyek.
- Membuat nilai yang dicapai oleh masing-masing subyek.
- Membuat bagan histogram untuk memperjelas distribusi frekuensi yang dicapai oleh setiap subyek pada tiap-tiap hasil tes.
- Menetapkan kriteria nilai baik, cukup dan sedang.

Dalam penelitian ini ditetapkan kriteria nilai sebagai berikut :

1. Kategori baik apabila siswa mencapai nilai 8 keatas.
2. Kategori cukup apabila siswa mencapai nilai 7 sampai 7,9
3. Kategori sedang apabila siswa mencapai nilai 6 sampai 6,9

E. Proses Menganalisa Data

Seperti dikemukakan sebelumnya bahwa dalam menganalisa data dalam penelitian ini digunakan analisa statistik dengan mengembangkan analisa tabel dan prosentase. Disamping itu juga dijelaskan bahwa tindakan kelas ini dilakukan malalui tiga kali putaran (siklus), dimana tiap siklus tindakan diberikan tes awal dan tes akhir, sehingga data yang akan dianalisis mencakup data :

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

- Tes awal sebelum tindakan siklus pertama
- Tes akhir setelah tindakan siklus pertama
- Tes awal sebelum tindakan siklus kedua
- Tes akhir setelah tindakan siklus kedua
- Tes awal sebelum tindakan siklus ketiga
- Tes akhir setelah tindakan siklus ketiga

Dalam menganalisa data-data diatas dilakukan langkah-langkah sebagai berikut :

- Menjumlah nilai yang dicapai seluruh siswa dan membaginya dengan jumlah siswa untuk memperoleh nilai rata-rata
- Menyusun nilai dalam bentuk distribusi nilai untuk mengetahui kedudukan nilai dari masing-masing siswa, dan mengetahui kedudukan nilai siswa diatas rata-rata dan kedudukan nilai siswa dibawah nilaia rata-rata.
- Membuat bagan histogram untuk memperjelas kedudukan nilai masing-masing siswa
- Menetapkan kriteria nilai baik, cukup dan sedang

B. Cara Mengambil Kesimpulan.

Kesimpulan diambil dengan cara membandingkan nilai rata-rata yang dicapai oleh seluruh obyek pada tiap-tiap siklus tindakan antara tes awal dengan tes akhir. Disamping itu juga diikuti membandingkan nilai yang dicapai oleh siswa yaitu nilai yang berada di atas nilai rata-rata antara tes awal dan tes akhir. Perbandingan juga dilakukan pada siswa yang mendapatkan nilai dibawah nilai rata-rata antara tes awal dan tes akhir pada tiap-tiap siklus tindakan. Apabila nilai rata-rata dan juga nilai diatas nilai rata-rata tes awal dan tes akhir lebih besar tes akhir, maka hipotesa diterima dan hasil penelitian disimpulkan bahwa tindakan yang diberikan efektif..

C. Pembahasan dan Pengambilan Kesimpulan

a.Pembahasan

1. Hasil dari analisa data tindakan siklus pertama diketahui :

Nilai rata-rata tes awal dengan nilai rata-rata tes akhir, lebih besar nilai rata-rata tes akhir pada tindakan siklus pertama.

Dengan demikian pada tindakan siklus pertama ini dinyatakan bahwa hipotesa dapat diterima.

2. Dari hasil analisa data tindakan diklus kedua diketahui :

Nilai rata-rata pada tes akhir lebih besar dari nilai rata-rata tes awal pada tindakan siklus kedua.

Dengan demikian berdasarkan analisa data tindakan siklus kedua, maka dapat dinyatakan hipotesa dapat diterima.

3. Dari hasil analisa data tindakan siklus ketiga diketahui :

Dengan demikian siswa yang mendapat nilai diatas nilai rata-rata tes akhir setelah tindakan siklus ketiga lebih besar dari nilai rata-rata pada tes awal sebelum tindakan siklus ketiga.

Dengan demikian berdasarkan hasil analisa data tindakan siklus ketiga dapat dinyatakan bahwa hipotesa dapat diterima

b.Pengambilan Kesimpulan

Dalam pembahasan dinyatakan :

- Hasil pembahasan tindakan siklus pertama, dinyatakan hipotesa dapat diterima.
- Hasil pembahasan tindakan siklus kedua, dinyatakan hipotesa dapat diterima.
- Hasil pembahasan tindakan siklus ketiga, dinyatakan hipotesa dapat diterima.

Berdasarkan pernyataan-pernyataan di atas, maka hasil penelitian ini dapat disimpulkan sebagai berikut :

Peningkatan prestasi belajar malalui pembelajaran matematika realistik efektif sebagai upaya meningkatkan prestasi belajar dalam pembelajaran matematika pada siswa kelas IX.E Semester gasal MTs Negeri Seyegan tahun pembelajaran 2011-2012.

BAB III

KESIMPULAN DAN SARAN-SARAN

A. Kesimpulan

Bertitik tolak dari hasil pembahasan dan penyusunan kesimpulan sementara, maka hasil penelitian ini disimpulkan sebagai berikut :

Peningkatan prestasi belajar malalui pembelajaran matematika realistik efektif sebagai upaya meningkatkan prestasi belajar dalam pembelajaran matematika pada siswa kelas IX.E Semester gasal MTs Negeri Seyegan tahun pembelajaran 2011-2012.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

B. Saran-Saran

Dengan berakhirnya penelitian ini dan ternyata hasilnya benar-benar dapat meningkatkan prestasi belajar khususnya dalam pembelajaran matematika, maka diakhir penelitian ini disarankan kepada :

1. Guru

a. Agar para guru dalam mengajarkan matematika selalu menghubungakn materi yang dipelajari selalu di hubungkan dengan kenyataan hidup sehari-hari para siswa.

b. Agar guru matematika dapat memanfaatkan hasil penelitian ini sebagai referensi dalam melaksanakan tugasnya sebagai guru matematika yang menyenangkan siswa.

c. Agar para guru matematika mau melakukan penelitian sederhana pada bidang pelajaran yang sama dengan obyek yang berbeda.

2. Siswa

a. Agar siswa dapat saling bertukar pengalaman dalam pembelajaran matematika dan menerapkan pelajaran matematika dalam kehidupan sehari-hari.

b. Agar siswa dapat mengikuti pembelajaran matematika realistik dengan mudah dan memanfaatkan waktu sebaik-baiknya.

c. Agar siswa dapat terbiasa berfikir kreatif dan bisa menemukan jawaban sendiri

DAFTAR PUSTAKA

Conny Semiawan (1989), *Pendekatan Ketrampilan Proses*, Penerbit: PT Gramedia, Jakarta.

Depdikbud (2002), *Menteri Penataran Kepala Sekolah*, Kanwil Depdikbud Propinsi Jawa Tengah, Semarang.

Handari Nawawi (1983), *Metodologi Penelitian Bidang Sosial*, Yogykarta: University Press.

Oemar Hamalik, (2004), *Proses Belajar Mengajar*, PT. Bumi Aksara, Jakarta.

Suharsimi Arikunto, Suhadjono, Supardi, (2009), *Penelitian Tindakan Kelas*, PT. Bumi Aksara, Jakarta.

Suharsimi Arikunto, Safrudin Abdul Jabar (2009), *Evaluasi Program Pendidikan*, PT. Bumi Aksara, Jakarta.

Sukarno (2009), *Penelitian Tindakan Kelas*, Media Perkasa, Surakarta.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Syaiful Bahri Djamarah, Aswan Zain, (2002), *Strategi Belajar Mengajar*, PT. Rineka Cipta, Jakarta.

Uzer Usman (1996), *Menjadi Guru Profesional*, PT. Remaja Rosda Karya, Bandung.

UU. No. 2 (1989), *Sistem Pendidikan Nasional*, Penerbit: PT. Sinar Grafika, Jakarta.

Sutarto Hadi (2005), *Pendidikan Matematika Realistik*..Banjarmasin: Tulip.

Suwarsono, St. 2001. *Beberapa Permasalahan yang Terkait dengan Implementasi Pembelajaran Matematika Realistik di Indonesia*. (makalah).

Permen No. 22 tahun 2006 tentang Standar Isi

Permen No. 24 tahun 2006 tentang Pelaksanaan Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan.

Marpaung, Y. 2006. *Pembelajaran Matematika dengan Model PMRI* (makalah yang disampaikan pada Seminar Lokakarya Nasional di PPPG Yogyakarta yang berlangsung dari tanggal 6 sampai 8 November 2006).

Ariyadi Wijaya,2011. Pendidikan Matematika Realistik, suatu alternatif Pendekatan Pembelajaran Matematika.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 44

Pengembangan Media Pembelajaran Berbasis Multimedia Interaktif Menggunakan Adobe Flash CS3 Dalam Pembelajaran Matematika Standar Kompetensi Memecahkan Permasalahan Yang Berkaitan Dengan Sistem Persamaan Linear Dan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel Pada Siswa Kelas X

Oleh:
Muh. Istiqlal
Pendidikan Matematika UIN Yogyakarta
Estina Ekawati
P4TK Matematika Yogyakarta
Syariful Fahmi
Pendidikan Matematika UAD

ABSTRAK

Penelitian ini merupakan penelitian pengembangan yang bertujuan untuk menghasilkan media pembelajaran matematika menggunakan *Adobe Flash CS3* standar kompetensi memecahkan permasalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dan pertidaksamaan linear satu variabel pada siswa MAN Yogyakarta I dan mengetahui kualitas dari CD pembelajaran matematika tersebut berdasarkan penilaian ahli media, ahli materi dan pembelajaran dan 32 siswa kelas X.

Model pengembangan yang digunakan adalah model pengembangan prosedural, yaitu model yang bersifat deskriptif, menggariskan langkah-langkah yang harus diikuti untuk menghasilkan produk. Pengembangan ini dimulai dengan cara analisis Standar Isi dilanjutkan dengan pengumpulan referensi media kemudian penyusunan rancangan media, dan membuat CD pembelajaran. CD pembelajaran matematika yang telah dibuat dikonsultasikan kepada dosen pembimbing agar mendapatkan masukan selanjutnya. Masukan selanjutnya digunakan untuk merevisi CD pembelajaran. Hasil revisi CD pembelajaran tersebut dinilaikan kepada ahli materi dan pembelajaran, ahli media, dan siswa kelas kecil dan kelas besar. CD pembelajaran ini memuat standar kompetensi memecahkan permasalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dan pertidaksamaan linear satu variabel pada siswa kelas X yang terdiri dari tujuh subbab, yaitu: Tokoh Matematika, Sistem Persamaan Linear Dua Variabel, Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel, Sistem Persamaan Linear dan Kuadrat, Sistem Persamaan Kuadrat dan Kuadrat, dan Video Contoh Pengerjaan Soal.

Penelitian ini telah berhasil mengembangkan CD pembelajaran matematika yang mempunyai kualitas **Sangat Baik (SB)** menurut penilaian ahli materi dan pembelajaran, ahli media, dan 32 siswa kelas X dengan skor 106,0313 dari skor maksimal 125, sedangkan persentase keidealannya 84,825 %, sehingga layak digunakan sebagai media pembelajaran.

Kata Kunci: Media Pembelajaran, *Adobe Flash CS3*, Sistem Persamaan Linear dan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel

A. Latar Belakang Masalah

Ketidakkonsistenan pemerintah dalam merenovasi pendidikan, berdampak buruk pada kualitas pendidikan Indonesia. Bahkan dari data terbaru UNESCO menyebutkan bahwa Indonesia mengalami penurunan empat tingkat dari 58 dunia menjadi 62 dari 130 negara di dunia dalam hal pendidikan. *Education Development Index* (EDI) kita adalah 0,935 di bawah Brunei (0,965) dan Malaysia (0,945).

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Teknologi terutama multimedia mempunyai peranan penting dalam proses pembelajaran. Banyak orang percaya bahwa multimedia dapat membawa pada situasi belajar yang menyenangkan, kreatif, dan tidak membosankan. Dalam proses pembelajaran, selain guru dan siswa, dua unsur yang sangat penting adalah metode pembelajaran dan media pembelajaran.

Penelitian Novan Setiabudi (2005), Rini Alfiah (2008) dan Eka Wijayanti Purbaya (2010) merupakan penelitian sejenis yang membahas pengembangan multimedia interaktif. Lima peneliti tersebut pada intinya menyimpulkan bahwa media pembelajaran yang interaktif dapat memberikan efektifias pada pembelajaran.

Kedudukan media pembelajaran ada dalam komponen mengajar sebagai salah satu upaya untuk mempertinggi proses interaksi guru-siswa dan interaksi siswa dan lingkungan belajarnya.

Adobe Flash CS3 merupakan salah satu software komputer yang bisa dijadikan sebagai media pembelajaran. Namun, masih banyak guru matematika yang belum memanfaatkan Adobe Flash CS3 sebagai media pembelajaran. Fungsi program Adobe Flash CS3 adalah membuat animasi, baik animasi interaktif maupun animasi non interaktif.

Peneliti mencoba mengembangkan media pembelajaran berupa CD animasi berbantuan komputer dengan menggunakan program *Adobe Flash CS3.* Media pembelajaran ini dapat digunakan sebagai media pembelajaran bagi siswa dan mempermudah guru dalam menyampaikan materi.

B. Rumusan Masalah

Adapun rumusan masalah pada penelitian ini, adalah:

1. Bagaimanakah mengembangkan media pembelajaran berbasis multimedia interaktif menggunakan Adobe Flash CS3 dalam pembelajaran matematika materi pokok sistem persamaan linear dan kuadrat pada siswa kelas X?
2. Bagaimana kesesuaian Media Pembelajaran Matematika yang dikembangkan?

C. Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah :

1. Untuk mengembangkan media pembelajaran berupa multimedia interaktif menggunakan Adobe Flash CS3 untuk pembelajaran matematika.

2. Untuk mendeskripsikan kesesuaian media pembelajaran matematika yang sudah dikembangkan tersebut.

D. Manfaat Penelitian

Hasil dari penelitian pengembangan CD pembelajaran ini diharapkan dapat memberikan manfaat:

1. Bagi siswa, sebagai pengalaman baru dalam pembelajaran matematika menggunakan media pembelajaran sehingga dapat menumbuhkan minat, dan motivasi dalam pembelajaran.
2. Bagi guru, sebagai masukan untuk lebih inovatif dan kreatif dalam menggunakan media pembelajaran, sehingga dapat membuat pembelajaran matematika menjadi pembelajaran yang menyenangkan.
3. Bagi peneliti, sebagai suatu pengalaman berharga bagi seorang calon guru profesional yang selanjutnya dapat dijadikan masukan untuk mengembangkan media pembelajaran.

E. Prosedur Pengembangan

Prosedur pengembangan merupakan penjelasan dari model pengembangan yang telah ditetapkan. Penulis menitikberatkan pada pengembangan media pembelajran matematika berupa CD pembelajaran interaktif. Langkah-langkah yang ditempuh dalam prosedur pengembangan antara lain:

1. Pendahuluan
   a. Studi pustaka.
   b. Merencanakan jenis media pembelajaran yang akan digunakan.
2. Pengembangan
   a. Menentukan standar kompetensi, kompetensi dasar dan materi pokok yang akan disajikan.
   b. Menyusun naskah (*story board*) Media Pembelajaran.
   c. Menyusun instrumen penelitian.
   d. Membuat media pembelajaran (produk) matematika yang nantinya akan divalidasi.
3. Validasi
   a. Uji Pengembangan Terbatas
   b. Uji Kelompok Kecil

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

c. Uji Coba Lapangan dan Kelayakan

F. Uji Coba Produk

1. Desain Uji Coba

Uji coba dilakukan untuk mendapatkan data yang digunakan sebagai dasar untuk merevisi produk. Sebelum diujicobakan, produk dievaluasi oleh beberapa ahli. Uji coba lapangan dilakukan setelah mendapat validasi dari ahli dan masukan yang diperoleh dijadikan sebagai dasar untuk merevisi produk. Tujuan dari uji coba adalah untuk mengetahui kelayakan dari media pembelajaran yang dikembangkan.

a. Subyek Uji Coba

Responden uji coba kelompok kecil adalah 12 orang siswa SMA kelas X yang mewakili kelompok dengan kemampuan tinggi, sedang dan kurang. Sedangkan responden uji coba lapangan adalah siswa SMA kelas X dalam suatu kelas besar.

G. Pengembangan CD Pembelajaran

Penelitian pengembangan ini mengikuti langkah-langkah prosedural sebagai berikut:

a. Tahap I
   1) Menganalisis standar kompetensi.
   2) Mengumpulkan referensi
   3) Merencanakan dan memilih jenis media pembelajaran yang akan digunakan.

b. Tahap II
   1) Pembuatan CD pembelajaran yang membahas tentang Standar Kompetensi Memecahkan Permasalahan yang berkaitan dengan Sistem Persamaan Linear dan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel.
   2) Mengkonsultasikan CD pembelajaran yang dibuat kepada dosen pembimbing untuk memberikan revisi dan masukan.
   3) Mengkonsultasikan kembali CD pembelajaran yang telah direvisi kepada ahli media dan guru matematika.

c. Tahap III

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Mengadakan validasi CD pembelajaran yang telah direvisi kepada ahli materi dan pembelajaran, ahli media, dan siswa (kelas besar dan kelas kecil) disertai instrumen penilaian kesesuaian media pembelajaran.

H. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Penelitian ini telah berhasil mengembangkan CD pembelajaran matematika menggunakan *Adobe Flash CS3* pada siswa kelas X pada Standar Kompetensi Memecahkan Permasalahan yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dan pertidaksamaan linear satu variabel. Di dalam CD pembelajaran, terdiri atas 7 subbab, yaitu Tokoh Matematika, Sistem Persamaan Linear Dua Variabel, Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel, Sistem Persamaan Linear dan Kuadrat, Sistem Persamaan Kuadrat dan Kuadrat, Merancang Model Matematika dan Video Contoh Pengerjaan Soal. Selain itu juga, di dalam CD pembelajaran tersebut terdapat evaluasi dan latihan soal.

Penelitian pengembangan ini menggunakan model pengembangan prosedural yaitu model yang bersifat deskriptif yang menggariskan langkah-langkah yang harus diikuti untuk menghasilkan produk. Tahap-tahap pengembangan prosedural antara lain tahap perencanaan, pelaksanaan, dan penilaian produk. CD pembelajaran tersebut sebelum dinilaikan kepada ahli materi dan pembelajaran, ahli media dan siswa (kelas besar dan kelas kecil) sebelumnya dikonsultasikan kepada dosen pembimbing, ahli media, dan guru matematika utuk mendapatkan masukan. Hasil masukan tersebut kemudian dijadikan bahan revisi. Setelah itu, dilanjutkan dengan menilaikan CD pembelajaran tersebut kepada ahli materi dan pembelajaran, ahli media dan siswa (kelas kecil dan kelas besar).

Berdasarkan teknik analisis data yang digunakan, maka data yang diperoleh dari penilaian ahli materi dan pembelajaran, ahli media, dan siswa (kelas besar dan kelas kecil) berupa data kualitatif diubah menjadi bentuk kuantitatif. Data kuantitatif yang dihasilkan kemudian ditabulasi dan dianalisis tiap aspek penilaian. Skor terakhir yang diperoleh, dikonversi menjadi tingkat kelayakan produk secara kualitatif dengan menggunakan kriteria penilaian ideal.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Penentuan kesesuaian CD pembelajaran yang telah dihasilkan didasarkan pada penilaian ahli materi dan pembelajaran, ahli media, dan siswa (kelas besar dan kelas kecil). Penilaian dilakukan dengan cara mengisi lembar penilaian atau instrumen penilaian CD pembelajaran. Data yang diperoleh dianalisis unruk menentukan kesesuaian CD pembelajaran tersebut.

1. Penilaian CD Pembelajaran Matematika Oleh Ahli Materi dan Pembelajaran, Ahli Media dan Siswa

Penilaian CD pembelajaran matematika dilakukan oleh 1 orang ahli materi dan pembelajaran, 2 orang ahli media, dan 32 orang siswa kelas X dengan mengisi instrumen penelitian yang telah disediakan.

a. Kesesuaian CD Pembelajaran Matematika Tiap Aspek Penilaian

1) Aspek pendidikan (materi dan pembelajaran)

Aspek pendidikan memperoleh skor rata-rata sebesar 38 (SB) dengan persentase keidealan sebesar 95%.

2) Aspek tampilan program

Aspek kedua ini memperoleh skor rata-rata 46,5 (B) dengan persentase keidealan sebesar 77,5%.

3) Aspek kualitas teknis

Aspek kualitas teknis ini memperoleh skor rata-rata 21,531(SB) dengan persentase keidealan sebesar 86,125%.

Secara keseluruhan, CD pembelajaran ini kesesuaiannya sangat baik dan dapat dijadikan sebagai media pembelajaran kelas X semester 1. Hal ini tentunya tidak terlepas dari masukan, saran dan tinjauan yang diberikan oleh dosen pembimbing, ahli materi dan pembelajaran, ahli media, dan siswa.

2. Penggunaan CD Pembelajaran

CD pembelajaran menggunakan model *tutorial* sehingga dapat digunakan untuk strategi belajar mandiri dengan model *one man one computer,* di mana siswa dapat belajar di manapun menggunakan CD pembelajaran jika terdapat perangkat komputer. CD pembelajaran ini berbasis multimedia interaktif sehingga siswa tidak kesulitan untuk menggunakan CD pembelajaran walaupun tidak didampingi oleh guru. Selain dapat digunakan untuk strategi belajar mandiri, CD pembelajaran ini juga dapat digunakan dalam proses belajar mengajar yang dilakukan di suatu kelas.

.

I. Kesimpulan

Kesimpulan yang diperoleh dari penelitian pengembangan ini adalah:

1. Media yang dihasilkan berupa CD pembelajaran matematika yang didalamnya membahas materi yang terdapat pada Standar Kompetensi Memecah Permasalahan yang berkaitan dengan Sistem Persamaan Linear dan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel untuk siswa kelas X semester 1.
2. Kesesuaian Media pembelajaran matematika adalah **Sangat Sesuai**, dengan skor 106,0313 dari skor maksimal ideal 125 dan persentase keidealan sebesar 84,825%. Berdasarkan penilaian tersebut, maka CD pembelajaran matematika ini layak digunakan sebagai media pembelajaran bagi siswa.

DAFTAR PUSTAKA

Alfiah, Rini. 2008. *Pengembangan Media Pembelajaran Matematika Menggunakan Macromedia Flash Profesional 8 sebagai Sumber Belajar bagi Siswa SMA/MA Kelas XII Semester 1 untuk Materi Pokok Tranformasi Geometri (Skripsi).*Yogyakarta: UIN Sunan Kalijaga, Program Studi Pendidikan Matematika.

Anderson, Ronald H. 1987. *Pemilihan dan Pengembangan Media untuk Pembelajaran*. Jakarta: Rajawali Pers.

Djamarah, Syaiful Bahri. 2002. *Psikologi Belajar.* Jakarta: Rineka Cipta.

Masykur. *Mathematical Intelegence Cara Cerdas Melatih otak dan Menanggulangi Kesulitan Brlajar*. Yogyakarta: Ar-Ruzzmedia

Munadi, Yudhi . 2008. *Media Pembelajaran, Sebuah Pendekatan Baru.*Jakarta: Gaung Persada Press.

Purbaya, Eka W. 2010. *Pengembangan CD Pembelajaran Kimia Menggunakan Adobe Flash CS3 Sebagai Sumber Belajar Bagi Siswa Sma/Ma Kelas X Semester 1 Materi Pokok Sistem Periodik Unsur* (Skripsi). Yogyakarta: UIN Sunan Kalijaga, Program Studi Pendidikan Kimia.

Putera, P. Bhairawa. 2009. *Potret Kini Pendidikan Kita* (http://www.padang-today.com/index.php?today=article&j=4&id=193 diakses pada tanggal 20 Oktober 2009, pukul *08.10 WIB)*

Sadiman, Arif S., dkk. 1993. *Media Pendidikan.*Jakarta: Raja Grafindo Persada

Setyabudi, Novian Wahyu. 2005. *Pengembangan Media Pembelajaran Berbasis Multimedia Untuk Mata Pelajaran Fisika Bahasan Kinematika Gerak Lurus (Skripsi).* Semarang: Program Studi S1-Teknik Elektro.

Soenarto, Sunaryo. 2009. *Pembelajaran Berbasis Multimedia sebagai Upaya Meningkatkan Kompetensi Hasil Belajar dan Prsepsi Mahasiswa (Penelitian).*

Sucipto, Endar dkk. 2004. *Matematika SMA untuk Kelas X.* Jakarta: Erlangga

Sudijono, Anas. 1987. *Pengantar Statistik Pendidikan*. Jakarta: Rajawali Press.

Sugiyono. 2009. *Metode Penelitian Pendidikan Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D.*Bandung: Alfabeta.

Suherman, Erman. 2001. *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. Bandung: JICAUPIO

Sumardyono. 2004. *Karakteristik Matematika dan Implikasinya terhadap Pembelajaran Matematika*. Yogyakarta: PPPG Matematika

Sumaryanta. 2008. *Matematika Apa dan Bagaimana (Handout).* Yogyakarta:UIN Sunan Kalijaga: Program Studi Pendidikan Matematika.

Suparni. 2009. *Perencanaan Pembelajaran Matematika (Handout)*. Yogyakarta: UIN Sunan Kalijaga: Program Studi Pendidikan Matematika.

Surya, Mohamad. 2004. *Psikologi Pembelajaran dan Pengajaran.* Bandung: Pustaka BaniQuraisy

Suryadi, Ace.*Reformasi Sistem Pembelajaran (artikel)*

Usman, Basyiruddin, dkk.2002. *Media Pembelajaran.*Jakarta: Ciputat Press

Wahono, Romi Satria . 2006. *Aspek dan Kriteria Penilaian Media Pembelajaran (*http://romisatriawahono.net/2006/06/21/aspek-dan-kriteria-penilaian-media-pembelajaran/ diakses pada tanggal 5 Maret 2011 pukul 07:38 WIB)

Wirodikromo, Sartono. 2002. *Matematika untuk SMA Kelas X.*Jakarta: Erlangga

Wirosari, Renati Winong, dkk. 2008. *Adobe Flash CS3 Untuk Pemula.*Yogyakarta: ANDI

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 45

Membangun Karakter Siswa Dalam Pembelajaran Matematika Melalui CTL Berbasis Kecerdasan Majemuk

Oleh:
Syukrul Hamdi, S.Pd
Mahasiswa PPS UNY Program Studi Pendidikan Matematika

Abstrak

Pendidikan karakter di Indonesia dirasakan amat perlu pengembangannya Penanaman karakter pada siswa sepatutnya menjadi solusi permasalahan yang sering dihadapi oleh bangsa dan negara. Karakter sangat dibutuhkan untuk memantapkan perkembangan jasmani dan rohani setiap siswa. Tanpa adanya karakter yang jelas maka siswa akan mengalami kebingungan terhadap keadaannya dan sulit untuk menentukan apa yang seharusnya dilakukan. Selain itu, mereka akan kesulitan pula menyemaikan jati diri mereka sehingga sulit untuk mengasah bakat atau kemampuan yang dimiliki karena kekakuan yang ada. Karakter siswa bisa dilatih dan dibangun melalui pembelajaran di kelas khususnya pada pembelajaran matematika.

Pembelajaran *Contextual Teaching and Learning* (CTL) berbasis kecerdasan majemuk, sangat cocok digunakan untuk membangun karakter siswa, karena dalam proses belajar guru menghadirkan dunia nyata ke dalam kelas dan mendorong siswa membuat hubungan antara pengetahuan yang dimilikinya dengan penerapannya dalam kehidupan mereka sehari-hari; sementara siswa memperoleh pengetahuan dan keterampilan dari konteks yang terbatas, sedikit demi sedikit, dan dari proses mengkonstruksi sendiri, sebagai bekal untuk memecahkan masalah dalam kehidupannya sebagai anggota masyarakat. Para guru CTL menyadari bahwa setiap anak memiliki tujuh kecerdasan yang disebutkan oleh Gardner, tetapi dengan tingkat yang berbeda-beda. Mengajarkan keseluruhan kecerdasan itu menjamin bahwa mereka yang unggul, misalnya pada pada kecerdasan musikal akan mendapat kesempatan untuk belajar menggunakan kecerdasan tersebut (Elaine B. Johnson, 2007: 252).

Di dalam makalah ini akan dibahas keunggulan pembelajaran matematika melalui *CTL* berbasis kecerdasan majemuk dalam membangun karakter siswa.

Kata kunci: **Karakter Siswa, Pembelajaran Matematika, CTL, Kecerdasan Majemuk**

Pendahuluan

Pendidikan merupakan manifestasi dan investasi dari nilai-nilai dasar yang dimiliki oleh bangsa agar tetap bertahan sejalan dengan berbagai perkembangan yang terjadi. Melalui pendidikan, sebuah bangsa mampu mencetak generasi yang kompeten dan siap bersaing dengan bangsa yang lain dengan mempertahankan identitas dan karakteristik bangsa. Oleh karena itu, proses pendidikan yang berjalan tidak bisa terlepas dari pijakan utama yang tertulis dengan jelas di dalam pancasila dan undang-undang dasar melalui dukungan semua kompenen bangsa berdasarkan kedudukan dan fungsi masing-masing.

Proses pembelajaran sebagai salah satu aspek penentu keberhasilan pendidikan harus diperhatikan dengan seksama. Hal itu dibutuhkan mengingat adanya beberapa materi yang terkait dengan disiplin ilmu tertentu mempunyai tingkat kesukaran yang

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

cukup tinggi namun sangat berperan dalam perkembangan kehidupan secara umum. Salah satunya adalah disiplin ilmu matematika. Matematika sebagai salah satu materi pokok yang bersifat mendasar harus dikemas dengan realistis agar siswa bisa mengambil pelajaran dari materi atau konsep yang ditanamkan. Sifat relistis yang diberikan nantinya bisa diarahkan dan disesuaikan dengan nilai-nilai kebenaran yang terkait dengan norma atau etika bangsa.

Materi pembelajaran matematika yang berkaitan dengan norma dan etika pada dasarnya tidak ditemukan secara langsung namun esensi dari materi itu bisa dieksplisitkan, dikaitkan dengan konteks kehidupan sehari-hari. Dengan demikian, pembelajaran nilai-nilai karakter tidak hanya pada tataran kognitif, tetapi menyentuh internalisasi dan pengalaman nyata peserta didik yang menjadi salah satu bagian dari keluarga dan masyarakat.

Dalam proses belajar mengajar, seorang pendidik harus teliti dan mempertimbangkan berbagai hal termasuk pendekatan pembelajaran yang digunakan. Pendidik harus mengenali dan memahami kecerdasan siswa karena setiap siswa memiliki kemampuan yang berbeda-beda. Perbedaan yang menjadi bukti kemajemukan tersebut harus dijadikan sebagai acuan untuk memperluas fokus dan transformasi mental pada siswa sehingga berdampak pada hasil akhir dalam wujud praktik atau implementasi terhadap apa yang telah didapatkan dalam kehidupan sehari-hari.

Apabila pendidik sudah memahami dan menghargai perbedaan yang ada maka secara tidak langsung memberikan contoh atau teladan yang baik pada siswa agar bisa saling memahami dan menghargai serta tidak menjadikan perbedaan sebagai alasan timbulnya perpecahan. Namun, realita dilapangan menunjukkan bahwa perbedaan sering menjadi pemicu tawuran antar pelajar/siswa. Inikah gambaran karakter sebagian pelajar\siswa Indonesia? Adakah yang salah dengan pembelajarannya?. Hal inilah yang menginspirasi penulis untuk mengangkat judul makalah membangun karakter siswa dalam pembelajaran matematika melalui CTL berbasis kecerdasan majemuk.

Pembahasan

a. Karakter Siswa dalam Pembelajaran Matematika

Menurut Muchlas Samani dan Hariyanto (2011: 41) karakter dimaknai sebagai cara berpikir dan berperilaku yang khas tiap individu untuk hidup dan bekerja sama, baik dalam lingkup keluarga, masyarakat, bangsa, dan negara. Karakter dapat dianggap sebagai nilai-nilai perilaku manusia yang berhubungam dengan Tuhan Yang Maha Esa, diri sendiri, sesama manusia, lingkungan, dan kebangsaan yang terwujud dalam pikiran, sikap, perasaan, perkataan, dan perbuatan berdasarkan norma-norma agama, hukum, tata karma, budaya, adat istiadat, dan estetika. Pendapat lain karakter adalah watak, sifat, atau hal-hal yang ada pada diri seseorang (Abdul Madjid dan Dian Andayani, 2011: 12). Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia (2002) karakter merupakan sifat-sifat kejiwaan, akhlak atau budi pekerti yang membedakan seseorang dengan yang lain.

Berdasarkan pendapat para ahli di atas penulis menyimpulkan, pendidikan karakter pada siswa dalam pembelajaran matematika harus dimulai dengan menamkan sifat jujur. Sifat jujur sangat dibutuhkan dan harus dimiliki oleh siswa karena kejujuran adalah kunci kesuksesan. Tanpa adanya sifat jujur maka seseorang akan sulit untuk bergaul dan lebih condong terkucilkan, dalam penerapannya terkait dengan materi pembelajaran pun sebagian siswa lebih cenderung mengharapkan hasil teman atau mencontek dan tidak terfokus pada bagaimana menemukan jawaban, menggunakan rumus atau pola yang sudah ada guna menggali potensi untuk menghasilkan kreativitas.

Pada dasarnya, sosok siswa yang jujur mempunyai kepribadian yang amanah. Kejujuran yang berbuah amanah itu nantinya akan menjadi perangsang lahirnya sikap kebal korupsi, kolusi dan nepotisme. Kondisi tersebut tentunya akan turut memberikan andil positif pula terhadap kemajuan bangsa dan tanah air karena para siswa akan menyadari kelebihan dan kekurangan yang dimiliki sehingga berpacu dalam memberi kontribusi berdasarkan keahlian tanpa meminimalisir rutinitas untuk terus belajar dengan saling mengisi antara yang satu dengan yang lainnya.

Menurut Winkel (1999: 59) belajar merupakan suatu aktivitas mental/psikis, yang berlangsung dalam interaksi aktif dan lingkungan yang mengakibatkan sejumlah perubahan dalam pengetahuan pemahaman, keterampilan dan nilai sikap, perubahan itu bersifat secara relatif konstan dan berbekas.

Berdasarkan pendapat di atas apabila dihubungkan dengan pembelajaran matematika maka pembelajaran matematika di sekolah harus mampu memberikan perubahan bagi siswa tanpa terbatas pada tataran konsep tetapi lebih kepada tataran aplikasi yang bisa dikembangkan dalam kehidupan mereka. Dari pembelajaran matematika siswa akan belajar membangun karakter melalui pembenaran terhadap dasar himpunan berupa angka-angka pasti yang tidak bisa diimplisitkan tanpa nilai kebenaran yang termaktub pada nilai kejujuran yang komplit di dalam menemukan jawaban yang diinginkan. Nilai kebenaran akan berkolaborasi dengan konsep pembelajaran untuk menghasilkan karakter peserta didik yang sesuai dengan harapan bangsa.

b. Pendekatan Pembelajaran CTL Berbasis Kecerdasan Majemuk

Pendekatan pembelajaran dapat berarti aturan pembelajaran yang berusaha meningkatkan kemampuan-kemampuan kognitif, afektif dan psikomotorik siswa dalam pengolahan pesan sehingga tercapai sasaran belajar (Dimyati dan Mudjiono, 2002: 185). Selanjutnya, Karso (1993: 45) mengemukakan bahwa pendekatan pembelajaran adalah arah suatu kebijaksanaan yang ditempuh guru atau siswa dalam mencapai tujuan pengajaran dilihat dari bagaimana materi disajikan. Dalam hal ini penulis memilih pendekatan pembelajaran kontekstual berbasis kecerdasan majemuk.

Pembelajaran Kontekstual atau *Contextual Teaching and Learning* (CTL) menurut Elaine B. Johnson (2007: 67) mengungkapkan bahwa CTL adalah sebuah proses pendidikan yang bertujuan menolong para siswa melihat makna di dalam materi akademik yang mereka pelajari dengan cara menghubungkan subjek-subjek akademik dengan konteks dalam kehidupan keseharian mereka, yaitu dengan konteks keadaan pribadi, sosial dan budaya mereka.

Sistem CTL mencakup delapan komponen berikut ini: membuat keterkaitan-keterkaitan yang bermakna, melakukan pekerjaan yang berarti, melakukan pembelajaran yang di atur sendiri, bekerja sama, berpikir kritis dan kreatif, membantu individu untuk tumbuh dan berkembang, mencapai standar yang tinggi, dan menggunakan penilaian yang autentik (Elaine B. Johnson, 2007: 65).

Dari pendapat di atas, dapat disimpulkan bahwa pembelajaran kontekstual adalah konsep belajar dimana guru menghadirkan dunia nyata ke dalam kelas dan mendorong siswa untuk membuat hubungan antara pengetahuan yang dimilikinya

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

dengan kehidupan mereka sehari-hari yang berbasis pada pengembang daya kritis dan nalar untuk memperoleh tambahan pengetahuan dan keterampilan dari konteks pembelajaran sesuai dengan meteri yang dicanangkan, mengkonstruksi sendiri apa yang sudah didapatkan dari pembelajaran sebagai bekal untuk memecahkan masalah dalam kehidupannya sebagai anggota masyarakat.

Sedangkan teori kecerdasan majemuk (KM) adalah validasi tertinggi gagasan bahwa perbedaan individu adalah penting. Pemakaiannya dalam pendidikan sangat tergantung pada pengenalan, pengakuan, dan penghargaan terhadap setiap atau berbagai cara siswa (pelajar) belajar, disamping pengenalan, pengakuan dan penghargaan terhadap setiap minat dan bakat masing-masing pembelajar. (Julia Jasmine, 2007: 11)

Menurut Gardner (2003: 23) ada tujuh kecerdasan, yaitu:

1. Kecerdasan Linguistik (berkaitan dengan bahasa)
2. Kecerdasan logis-matematis (berkaitan dengan nalar logika dan matematika)
3. Kecerdasan spasial (berkaitan dengan ruang dan gambar)
4. Kecerdasan musikal (berkaitan dengan musik, irama, dan bunyi/suara)
5. Kecerdasan badani-kinestik (berkaitan dengan badan dan gerak tubuh)
6. Kecerdasan interpersonal (berkaitan dengan hubungan antarpribadi, sosial)
7. Kecerdasan Intrapersonal (berkaitan dengan hal-hal yang sangat mempribadi)

Para guru CTL menyadari bahwa setiap anak memilki semua kecerdasan tersebut, tetapi dengan tingkat yang berbeda – beda. Mengajarkan keseluruhan kecerdasan itu menjamin bahwa mereka yang unggul, misalnya pada pada kecerdasan musikal akan mendapat kesempatan untuk belajar menggunakan kecerdasan tersebut (Elaine B. Johnson, 2007: 67).

c. Membangun Karakter melalui CTL Berbasis KM dalam Pembelajaran Matematika

Pendidikan karakter dalam pembelajaran matematika bisa dimulai dari hal-hal sederhana yang memiliki keterkaiatan dengan subjek pembelajar, misalnya dengan mengaitkan angka-angka dari himpunan tertentu yang memiliki tingkat signifikansi yang berterima dengan tingkat kemampuan berfikir siswa. Sebagai salah satu contoh yang memiliki korelasi yang begitu dekat dengan siswa adalah aritmatika sosial. Bagaimana siswa bisa menghitung untung rugi yang didapatkan

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

bisa dikaitkan dengan penanaman moral kejujuran dengan meneladani sifat siddik, amanah, tablig dan patonah yang dimiliki oleh Nabi Muhammad SAW. Berdasarkan metode pembelajaran yang diterapkan, siswa bisa merasakan langsung secara mental dan psikis bagaimana peran kejujuran terhadap kehidupan yang dijalani maka dengan sendirinya nilai moral dan etika yang lain pun akan meresap pada pribadi siswa.

Menteri Pendidikan Nasional Republik Indonesia, Muhammad Nuh (http://kemdiknas.go.id/kemdiknas/artikel_pendidikan_karakter) mengibaratkan nilai-nilai pada pendidikan karakter sebagai sebuah pohon. Ibarat pohon, pendidikan karakter itu memiliki akar yang karenanya pohon itu dapat tumbuh dan berkembang. Demikian pula seseorang bisa hidup dengan baik jika memiliki nilai-nilai inti karakter sebagai akar kehidupannya. Nilai inti tersebut terdiri dari empat aspek yaitu jujur, cerdas, bisa berteman dan bertanggung jawab.

Salah satu sumber ketidakefektifan proses belajar mengajar yang terjadi di kelas adalah pembelajaran yang bersifat klasikal. Dimana seorang guru cenderung menyampaiakn materi yang sama lengkap dengan metode dan evaluasi yang sama pula padahal siswa yang dihadapi lebih dari 20 siswa dengan karakter yang berbeda. Perlakuan seperti ini menafikan suatu kenyataan bahwa setiap siswa (individu) mempunyai perberbedaaan. Seharusnya pendidik mampu membuat variasi terkait dengan berbagai aspek penunjang dalam pembelajaran agar semua siswa bisa menegmbangkan cita, rasa dan karsanya secara utuh.

Gambaran umum penerapan kecerdasan majemuk dalam matematika seperti terlihat dalam Jangkauan Modalitas dikutip dari *Workshop Notebook: Portfolios and Other Alternative Assesment, Teacher created materials* (Julia Jasmine, 2007: 122)

Ranah kurikulum	: Matematika
Intrapersonal	: mintalah anak-anak untuk melakukan refleksi dan tulis kemajuan mereka dalam matematika
Interpersonal	: mulailah tutorial (bimbingan) lintas usia dengan kelas lain
Linguistik	: mintalah anak-anak untuk menulis sebuah cerita dari sudut pandang bilangan atau angka
Logis-matematis	: ajarlah anak-anak bagaimana memainkan “Othello” sebagai latihan dalam logika

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Visual-Spasial	: buatlah kota/gambar dengan hanya menggunakan persegi, segitiga dan lingkaran
Badani-Kinestetik	: berdirilah menyerupai sebuah bilangan. Suruhlah anak-anak mendekati bilangan dengan badan mereka dan mintalah mereka menyentuhnya.
Musikal	: cari dan tunjukkan sebuah video yang menjelaskan hubungan matematika dengan musik.

Membangun karakter siswa malalui CTL berbasis kecerdasan majemuk dalam pembelajaran matematika penulis paparkan dari tujuh komponen utama pembelajaran efektif yang dilibatkan dalam CTL, yakni konstruktivisme *(construktivism)*, bertanya *(questioning)*, menemukan *(inquiry)*, masyarakat belajar *(learning comunity)*, pemodelan *(modelling)*, refleksi *(reflection)*, dan penilaian sebenarnya *(authentic assessment)*. (Fadjar Shadiq, 2009: 28).

Pertama konstruktivisme, konsep ini menuntut siswa untuk menyusun dan membangun makna atas pengalaman baru yang didasarkan pada pengetahuan tertentu. Dalam menyusun dan membangun sebuah konsep, guru atau pendidik harus menghargai perbedaan yang ada terkait dengan tingkat kecerdasan siswa. hal itu akan dijadikan sebagai dasar untuk saling melengkapi dan membangun atau merekonstruksi nalar supaya bisa bermanfaat bagi masyarakat, bangsa dan negara. Dari sanalah nantinnya akan muncul rasa senang pada siswa untuk mempelajari matematika karena memiliki keterkaitan dengan apa yang dialami. Rasa senang yang ada secara otomatis manjadi doktrin yang mendorong lahirnya jiwa-jiwa siswa yang berkarakter.

Dalam membangun konsep siswa pada pembelajaran matematika bisa dicontohkan dalam pembuktian rumus harus melalui proses kejujuran dan keterbukaan yakni segala aspek yang terkait harus diungkapkan secara terbuka dan menyeluruh, termasuk akibat-akibat dari pembuktian tersebut. Jika kita merujuk pada tujuan pendidikan matematika yang terakhir yaitu menghargai kegunaan matematika maka sikap yang harus dimiliki oleh seorang yang sudah mengambil pelajaran dari pembelajaran matematika bukan hanya keterbukaan konsep melainkan keterbukaan dalam menerima masukan dan kritik.

Komponen kedua dari pembelajaran efektif yang dilibatkan dalam CTL adalah bertanya/tanya jawab, dalam konsep ini kegiatan tanya jawab yang dilakukan baik oleh guru maupun oleh siswa. Tanya jawab dapat diterapkan antara siswa dengan siswa, guru dengan siswa, siswa dengan guru, atau siswa dengan orang lain yang didatangkan ke kelas. Dari tanya jawab ini kita bisa melihat kecerdasan yang menonjol pada siswa sehingga guru dapat menggunakan metode atau cara mengajar yang tepat pada siswa yang beragam.

Dari bertanya pada dasarnya komponen ketiga dari CTL sudah dijalankan yaitu inkuiri/menemukan karena salah satu strategi untuk menemukan adalah dengan bertanya. Dalam inkuiri terdapat perpaduan beberapa kecerdasan yaitu kecerdasan matematis logis, intrapersonal dan interpersonal.

Keempat masyarakat belajar/komunitas belajar, adalah kelompok belajar atau komunitas yang berfungsi sebagai wadah komunikasi untuk berbagi pengalaman dan gagasan. Dalam hal ini maka kecerdasan linguistik dan interpersonal lebih ditonjolkan. Apabila dikaitkan dengan matematika maka komunitas belajar penulis bisa dianalogikan seperti semesta dalam matematika.

Menurut Suparni (2011: 11) dalam pembelajaran matematika disadari atau tidak terdapat contoh atau soal yang sangat memperhatikan semesta. Bila semesta yang ditetapkan tidak diperhatikan, maka akan sangat besar kemungkinan arti yang diberikan akan salah. Contohnya pada basis 2, berapakah 1 + 1 = ?, kita harus menyadari pada semesta berapakan kita bekerja. Di alam semesta ini, seluruh umat manusia diciptakan bersuku-suku, berbangsa-bangsa, berkelompok-kelompok dengan segala perbedaannya. Setiap kelompok mempunyai aturan-aturan tertentu yang wajib ditaati oleh segenap anggota kelompok. Dalam bersikap dan bertutur kata setiap siswa ataupun pendidik harus memperhatikan di mana mereka berada dan bagaimana aturan yang berlaku dalam kelompok tersebut. Secara umum, dimanapun mereka berada harus dapat menyesuaikan diri dengan lingkungan. Jadi dengan selalu menyadari semesta dalam matematika, pendidik dan siswa akan lebih menyadari kewajiban dan hak mereka sesuai dengan tempat atau lokasi di mana mereka berada berdasarkan apa yang berlaku dalam semesta tersebut.

Komponen kelima dari pembelajaran efektif yang dilibatkan dalam CTL adalah pemodelan, dalam konsep ini kecerdasan logis-matematis dan spasial serta badani kinestik dapat dipadukan. Ini bisa dilaksanakan dengan memberikan contoh-contoh soal matematika yang diturunkan dari kemampuan menghitung, menganalisis dan menulis tangga nada dari sebuah bunyi alat musik berdasarkan skala waktu tertentu dengan begitu ketiga konsep kecerdasan tersebut bisa direalisasikan dalam pembelajaran matematika SMP/SMA. Contoh lain mengajak anak-anak berhitung dengan irama yang bagus seperti pada TK ataupun SD kelas 1 dari pemodelan ini nantinya diikuti oleh kecerdasan-kecerdasan selain yang disebutkan. Namun harus diingat pendidik membuat model tidak menyimpang dari kesepakatan-kesepakatan para ahli matematika, kesepakatan yang terdapat dalam matematika dapat berupa simbol, istilah, definisi, ataupun aksioma.

Menurut Suparni (2011: 10) dalam kehidupan sehari-hari, kadang tanpa disadari ada banyak kesepakaan berupa norma-norma baik yang tertulis maupun yang tidak tertulis yang harus dipatuhi oleh warga masyarakat dalam lingkungan tertentu. Jika seseorang berperilaku tidak sesuai dengan kesepakatan yang ada maka dia akan dianggap melanggar aturan dan wajib mendapatkan sangsi tertentu berdasarkan kesepakatan yang ada. Seseorang yang telah dibiasakan belajar matematika yang penuh dengan kesepakatan yang harus ditaati, pastinya akan mudah memahami perlunya kesepakatan dalam hubungan sosial di masyarakat serta mempunyai kesadaran yang lebih tinggi untuk mentaati kesepakatan tersebut. Nilai inilah yang dapat ditanamkan dalam pembelajaran matematika.

Komponen selanjutnya adalah refleksi, refleksi merupakan cara berpikir atau respon tentang apa yang baru dipelajari atau berpikir kebelakang tentang apa yang sudah dilakukan dimasa lalu. Refleksi sangat erat kaitannya dengan komponen ketujuh yaitu penilaian karena dari hasil penilaian siswa bisa merefleksi apa yang sudah diperoleh dalam pembelajaran. Realisasinya dalam pembelajaran, guru menyisakan waktu sejenak agar siswa melakukan refleksi yang berupa pernyataan langsung tentang apa yang diperoleh hari itu. Apabila guru selalu memberikan waktu untuk refleksi maka siswa akan terbiasa dan mengaplikasikan dalam kehidupan sehari-hari. Dalam karakter refleksi sangat penting untuk mengetahui sejauhmana seseorang berbuat yang terbaik untuk dirinya dan orang lain.

Komponen terakhir dari pembelajaran efektif yang dilibatkan dalam CTL adalah penilaian autentik, dalam memberikan penilaian sebagai guru harus konsisten sesuai prosedur dan nanti ini bisa dijadikan sebagai acuan untuk merefleksi diri. Menurut Suparni (2011: 10) dalam matematika ada di kenal istilah

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

ketaatasasan/konsistensi adalah tidak dibenarkannya adanya kontradiksi sesuai dengan karakteristik dari matematika sendiri. Contohnya, untuk setiap anggota himpunan bilangan bulat, berlaku bahwa jumlah dari 2 bilangan bulat adalah bilangan bulat. Maka hasil dari 4 + 7 haruslah bilangan bulat. Dalam kehidupan sehari-hari sangat diperlukan adanya sikap dan nilai konsistensi ini, sehingga tidak akan banyak terjadi benturan-benturan dalam berhubungan dengan anggota masyarakat. Oleh karena itu, setiap materi dalam pembelajaran matematika harus dapat menanamkan nilai konsistensi ini untuk membentuk tata nalar dan kepribadian siswa.

Menurut Munif Chatib (2011: 155) teori *Multiple Intelegences* menawarkan perombakan yang cukup fundamental dalam penilaian sebagai output sebuah proses pembelajaran. Teori ini menganjurkan sistem yang tidak bergantung pada tes yang didasarkan pada nilai formal, tetapi lebih banyak di dasarkan pada penilaian autentik yang mengacu pada kriteria khusus dengan menggunakan tes yang memilki titik acuan spesifik dan *ipsative* (tes yang membandingkan prestasi siswa saat ini dengan prestasinya yang lalu).

Simpulan dan Saran

Pembelajaran matematika di sekolah harus mampu memberikan perubahan siswa bukan hanya pada tataran konsep tapi pada tataran aplikasi yang bisa dikembangkan dalam kehidupan sehari-hari. Pembelajaran CTL berbasis kecerdasan majemuk dapat menjadi solusi untuk memberikan perubahan siswa dan melengkapi antar kecerdasan yang ada pada siswa sehingga tujuan matematika terpenuhi yakni peserta didik memiliki kemampuan memahami konsep matematika, mengggunakan penalaran pada pola dan sifat, memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, mengkomunikasikan gagasan, dan memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan. Apabila tujuan matematika terpenuhi dalam pembelajaran maka secara tidak langsung karakter siswa akan terbangun.

Untuk mencapai tujuan tersebut sebaiknya guru lebih selektif dalam memilih metode pembelajaran supaya bisa disesuaikan dengan siswa yang memiliki berbagai karakter dan potensi. Guru harus memilih metode yang bisa dimanfaatkan secara maksimal oleh siswa untuk mengembangkan cipta, rasa dan karsa yang dimilki secara utuh. Pemerintah diharapkan menfasilitasi pelatihan guru atau memberikan dukungan kepada sekolah-sekolah untuk mengadakan pelatihan umum dan khusus bagi guru yang terkait dengan pendidikan secara kontinu dan sistematis karena sebaik apapun kurikulumnya, sulit berhasil apabila tidak dijalankan dengan strategi pembelajaran yang menarik dan menyenangkan siswa.

Daftar Pustaka

Abdul Madjid dan Dian Andayani,(2011). *Pendidikan Karakter Perspektif Islam*. Bandung: PT Remaja Rosdakarya

Dimyati dan Mudjiono. (2002). *Belajar dan Pembelajaran*. Jakarta: Rineka Cipta

Elaine.B.Johnson,. (2007). *Contextual Teaching and Learning*. Bandung: Mizan Learning Center

Fadjar Shadiq. (2009). *Model-Model Pembelajaran Matematika SMP*. Yogyakarta: Departemen Pendidikan Nasional Direktorat Jendral Peningkatan Mutu Pendidik dan Tenaga Kependidikan PPPPTK Matematika

Howard Gardner. (2003). *Kecerdasan Majemuk.* (Terjemahan Drs. Alexander Sindoro). Batam Centre :Interaksara

Ibnu Hamad. (2011). *Arti Pendidikan Karakter.* di ambil dari http://kemdiknas.go.id/kemdiknas/artikel_pendidikan_karakter pada 1 November 2011

Julia Jasmine (2007). *Mengajar dengan Metode Kecerdasan Majemuk Implementasi Multiple intelligences.* Bandung: Penerbit Nuansa

Karso. (1994). *Dasar-Dasar Pendidikan MIPA*. Jakarta: Depdikbud

Muchlas Samani dan Hariyanto, (2011). *Pendidikan Karakter*. Bandung: PT Remaja Rosdakarya

Munif Chatib. (2011). *Sekolahnya Manusia*. Bandung: Penerbit Kaifa

Suparni. (2011). *Peningkatan Keimanan dan Ketaqwaan dengan Pembelajaran Matematika*. Makalah disajikan dalam Diskusi Ilmiah Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

Tim Penyusun, (2002). *Kamus Besar Bahasa Indonesia* edisi ke 3 cetakan ke 2. Jakarta: Balai Pustaka

Winkel, W.S.. (1999). *Psikologi Pengajaran*. Yogyakarta: Media Abadin

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 46

Penguatan Metodologi Pembelajaran Matematika Untuk Menerapkan Pendidikan Budaya Dan Karakter Bangsa Secara Optimal

Oleh :
Totok Triyadi, S.Si.
Guru Matematika SMK Negeri 2 Depok Sleman Yogyakarta

ABSTRAK

Pencanangan pendidikan budaya dan karakter bangsa oleh pemerintah telah ditindaklanjuti oleh sekolah – sekolah dengan mengadakan serangkaian kegiatan. Mulai dari sosialisasi, penyesuaian kurikulum (silabus dan RPP), pelatihan pendidikan karakter untuk guru, penguatan kegiatan siswa (OSIS), pembenahan lingkungan dan lain sebagainya. Peran guru menjadi sangat penting, karena guru menjadi ujung tombak pelaksanaan pendidikan karakter di sekolah dan berhadapan langsung dengan siswa. Guru diharapkan selain mengadakan pembelajaran sesuai dengan mata pelajaran yang diampunya, namun juga mampu menyisipkan materi pendidikan budaya dan karakter bangsa dalam proses pembelajarannya tanpa mengurangi esensi dari pembelajaran utamanya. Matematika oleh sebagian siswa masih dianggap mata pelajaran yang sulit, dan sepertinya menjadi dilematis bagi guru bila diharapkan menyisipkan pendidikan budaya dan karakter bangsa ke dalam pembelajaran matematika. Namun, dengan mengadakan penguatan metodologi pembelajaran matematika selain untuk kepentingan pembelajaran matematika juga diharapkan dapat menerapkan pendidikan budaya dan karakter bangsa dalam pembelajaran matematika secara optimal.
Kata kunci : pendidikan budaya dan karakter bangsa, metodologi pembelajaran matematika

A. PENDAHULUAN

Belakangan ini marak diperbincangkan masalah pendidikan karakter. Pemerintah melalui institusi pendidikan, mencanangkan perlunya sisipan pendidikan budaya dan karakter bangsa dalam proses pembelajarannya.

Budaya diartikan sebagai keseluruhan sistem berpikir, nilai, moral, norma, dan keyakinan (*belief*) manusia yang dihasilkan masyarakat. Sedangkan karakter diartikan watak, tabiat, akhlak, atau kepribadian seseorang yang terbentuk dari hasil internalisasi berbagai kebajikan (*virtues*) yang diyakini dan digunakan sebagai landasan untuk cara pandang, berpikir, bersikap, dan bertindak.[1]

Dalam era globalisasi sekarang ini batas negara seakan tidak menjadi berarti. Semua arus informasi dapat masuk lintas batas negara tak terkendali. Di satu sisi hal ini sangat positif, berimbas pada era keterbukaan dan kebebasan arus informasi, sehingga setiap orang memiliki hak akses yang sama untuk menerima dan menyampaikan informasi. Namun disisi yang lain, ada hal yang perlu mendapat perhatian serius dari kita. Kebebasan arus informasi ini juga diikuti dengan pengaruh budaya asing yang diantaranya tidak sesuai dengan budaya Indonesia. Lambat laun hal ini dapat mempengaruhi lunturnya norma-norma luhur yang

[1] Sahid H.H., 2010:3

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

dirintis para pendahulu kita. dan penting bagi kita untuk memikirkan generasi-generasi muda yang akan menjadi penentu masa depan Indonesia.

Pendidikan menjadi pilihan bagi kita untuk menanamkan dan menjaga nilai budaya dan karakter bangsa. Pendidikan adalah investasi bagi generasi mendatang. Oleh karenanya dunia pendidikan menjadi pilihan pemerintah untuk memberi bekal dan mengembangkan nilai-nilai budaya dan karakter bangsa yang sudah ada sejak pendahulu kita. Adapun sumber-sumber nilai budaya dan karakter bangsa berasal dari[2] : agama, pancasila, budaya dan dari tujuan pendidikan nasional. Dari sumber-sumber tersebut diidentifikasi menjadi beberapa nilai dan deskripsinya sebagai berikut[3] :

Nilai	**Deskripsi**
Religius	Sikap dan perilaku yang patuh dalam melaksanakan ajaran agama yang dianutnya, toleran terhadap pelaksanaan ibadah agama lain, dan hidup rukun dengan pemeluk agama lain.
Jujur	Perilaku yang didasarkan pada upaya menjadikan dirinya sebagai orang yang selalu dapat dipercaya dalam perkataan, tindakan, dan pekerjaan.
Toleransi	Sikap dan tindakan yang menghargai perbedaan agama, suku, etnis, pendapat, sikap, dan tindakan orang lain yang berbeda dari dirinya.
Disiplin	Tindakan yang menunjukkan perilaku tertib dan patuh pada berbagai ketentuan dan peraturan.
Kerja Keras	Perilaku yang menunjukkan upaya sungguh-sungguh dalam mengatasi berbagai hambatan belajar dan tugas, serta menyelesaikan tugas dengan sebaik-baiknya.
Kreatif	Berpikir dan melakukan sesuatu untuk menghasilkan cara atau hasil baru dari sesuatu yang telah dimiliki.
Mandiri	Sikap dan perilaku yang tidak mudah tergantung pada orang lain dalam menyelesaikan tugas-tugas.
Demokratis	Cara berfikir, bersikap, dan bertindak yang menilai sama hak dan kewajiban dirinya dan orang lain.
Rasa Ingin Tahu	Sikap dan tindakan yang selalu berupaya untuk mengetahui lebih mendalam dan meluas dari sesuatu yang dipelajarinya, dilihat, dan didengar.
Semangat Kebangsaan	Cara berpikir, bertindak, dan berwawasan yang menempatkan kepentingan bangsa dan negara di atas kepentingan diri dan kelompoknya.
Cinta Tanah Air	Cara berfikir, bersikap, dan berbuat yang menunjukkan kesetiaan, kepedulian, dan penghargaan yang tinggi terhadap bahasa, lingkungan fisik, sosial, budaya, ekonomi, dan politik bangsa.

[2] Sahid H.H., 2010:8
[3] Sahid H.H., 2010:9

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Nilai	**Deskripsi**
Menghargai Prestasi	Sikap dan tindakan yang mendorong dirinya untuk menghasilkan sesuatu yang berguna bagi masyarakat, dan mengakui, serta menghormati keberhasilan orang lain.
Bersahabat/ Komuniktif	Tindakan yang memperlihatkan rasa senang berbicara, bergaul, dan bekerja sama dengan orang lain.
Cinta Damai	Sikap, perkataan, dan tindakan yang menyebabkan orang lain merasa senang dan aman atas kehadiran dirinya.
Gemar Membaca	Kebiasaan menyediakan waktu untuk membaca berbagai bacaan yang memberikan kebajikan bagi dirinya.
Peduli Lingkungan	Sikap dan tindakan yang selalu berupaya mencegah kerusakan pada lingkungan alam di sekitarnya, dan mengembangkan upaya-upaya untuk memperbaiki kerusakan alam yang sudah terjadi.
Peduli Sosial	Sikap dan tindakan yang selalu ingin memberi bantuan pada orang lain dan masyarakat yang membutuhkan.
Tanggung-jawab	Sikap dan perilaku seseorang untuk melaksanakan tugas dan kewajibannya, yang seharusnya dia lakukan, terhadap diri sendiri, masyarakat, lingkungan (alam, sosial dan budaya), negara dan Tuhan Yang Maha Esa.

Tabel 1. Nilai budaya dan karakter bangsa serta deskripsinya.

Dalam panduan[4], guru dapat menambahkan atau mengurangi sesuai dengan kebutuhan masyarakat yang dilayani sekolah dan hakekat materi SK/KD dan materi bahasan suatu mata pelajaran. Namun, diharapkan minimal memuat 5 nilai, yaitu nyaman, jujur, peduli, cerdas, dan tangguh/kerjakeras.

Dalam pelaksanaan pada pembelajaran matematika, sesuai karakteristik matematika baik langsung atau tidak langsung secara umum pembelajaran matematika sudah memuat pendidikan karakter. Pendidikan budaya dan karakter bangsa yang menonjol nilainya dalam pembelajaran matematika disajikan dalam tabel peta nilai berikut menurut jenjang kelas pendidikan dari kelas 1 SD sampai dengan kelas 12 SMA/MA/SMK.[5]

Jenjang kelas	**Nilai budaya & karakter**
1-3 (SD)	Teliti, Tekun, Kerja keras, Rasa ingin tahu, Pantang menyerah
4-6 (SD)	Teliti, Tekun, Kerja keras, Rasa ingin tahu, Pantang menyerah
7-9 (SMP)	Teliti, Kreatif, Patang menyerah, Rasa ingin Tahu
10-12 (SMA/MA/SMK)	Teliti, Kreatif, Pantang menyerah, Rasa ingin Tahu

[4] Sahid H.H., 2010
[5] Sahid H.H., 2010:42

Tabel 2. Peta nilai pendidikan budaya dan karakter bangsa pada pembelajaran matematika berdasarkan jenjang kelas

Pendidikan budaya dan karakter bangsa seharusnya memang tidak hanya berjalan parsial saja. Dalam konteks pendidikan di sekolah tidak hanya mengandalkan satu mata pelajaran saja, misalnya hanya mata pelajaran Agama dan Pendidikan Kewarganegaraan. Harus ada dukungan dari semua pihak di sekolah supaya tujuan pendidikan karakter dapat terwujud. Salah satunya adalah peranan penting seorang guru dalam pendidikan budaya dan karakter bangsa di sekolah. Hal ini sejalan dengan yang dikemukakan oleh Merle J. Schwartz dalam tulisannya yang berjudul "*Teacher Education for Moral and Character Education*"[6] yang mengemukakan bahwa pendidikan karakter dapat ditempuh melalui 10 jalan yaitu : Metodologi/Pedagogi, Psikologi/Sosiologi, Isu Kontemporer Pendidikan, Filosofi dan sejarah Pendidikan, Agama/Religi/Teologi, Manajemen/Etika Profesional, Pendidikan karakter/Pendidikan Nilai (Values) dan Kurikulum/Subject Specialties.

Sejalan dengan hal tersebut diatas, dengan harapan pendidikan budaya dan karakter bangsa dapat diterapkan melalui pembelajaran matematika maka salah satu hal yang dapat dilakukan oleh guru yaitu mengadakan penguatan metodologi pembelajaran matematika di kelas. Tentunya penguatan metodologi ini tidak mengabaikan esensi dari pembelajaran serta karakteristik ilmu matematika.

Dengan adanya upaya dari guru melakukan pemilihan dan penguatan metodologi pembelajaran khususnya pada mata pelajaran matematika maka diharapkan pembelajaran dapat seiring dan sejalan dengan pendidikan budaya dan karakter bangsa.

B. PENGUATAN METODOLOGI PEMBELAJARAN

Dari gambaran diatas, guru matematika juga dapat berperan aktif untuk menerapkan pendidikan budaya dan karakter. Peran aktifnya dapat dilakukan dengan berbagai jalan, salah satunya dengan penguatan metodologi pembelajaran matematika.

Penguatan ini diharapkan juga tidak mengabaikan esensi dari pembelajaran matematika itu sendiri. Melalui pemilihan yang tepat dan mempertimbangkan kesesuaian atara pokok materi dengan metodologi yang hendak dipilih, karena materi pembelajaran tertentu dimungkinkan tidak cocok bila menggunakan satu metode tertentu. Dan meskipun telah dikatakan oleh Nisbet[7] bahwa tidak ada cara belajar (tunggal) yang paling benar, dan cara mengajar yang paling baik, orang-orang berbeda dalam kemampuan intelektual, sikap, dan kepribadian sehingga merekamengadopsi pendekatan-pendekatan yang karakteristiknya berbeda untuk mengajar. Sehingga diharapkan guru juga memperhatikan berbagai faktor yang mempengaruhi pembelajaran.

[6] Nucci, L. Phd. & Narvaes, 2008:586
[7] Erman Suherman Ar, 2001:70

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Sebelum pembahasan lebih lanjut tentang penguatan metodologi dalam pembelajaran matematika ini untuk menerapkan pendidikan budaya dan karakter bangsa, maka kita perlu mengenal beberapa istilah yang kadang-kadang mempunyai pengertian yang hampir sama, dan dalam penggunaannya kadang-kadang kita rancu, yaitu penggunaan istilah metodologi, strategi, metode, pendekatan, teknik serta model dalam pembelajaran.

Istilah metodologi secara umum dalam kamus *Cambridge Advanced learner's dictionary 3th edition* diartikan sebagai sebuah sistem dari langkah-langkah/cara-cara untuk melakukan sesuatu. Karena sebuah sistem maka metodologi memuat beberapa hal yang saling terkait satu dengan yang lainnya.

Ruseffendi[8] mencoba memberikan klarifikasi tentang pengertian strategi, metode, pendekatan serta teknik masalah di atas, yang menurutnya:

1. *Metode mengajar* adalah cara mengajar secara umum yang dapat ditetapkan pada semua mata pelajaran, misalnya mengajar dengan ceramah, ekspositori, tanya jawab, penemuan terbimbing dan sebagainya.
2. *Strategi mengajar* adalah seperangkat kebijaksanaan yang terpilih, yang telah dikaitkan dengan faktor yang menentukan warna dari strategi pembelajaran tersebut:
   a. pemilihan materi pelajaran (guru dan murid)
   b. penyaji materi pembelajaran tersebut (perorangan, atau belajar mandiri)
   c. cara materi pelajaran disajikan (induktif atau deduktif, analitis atau sintetis, formal atau non formal)
   d. sasaran penerima materi pelajaran (kelompok, perorangan, heterogen atau homogen)
3. *Pendekatan* adalah jalan atau arah yang ditempuh oleh guru atau siswa dalam mencapai tujuan pembelajaran dilihat bagaimana materi itu disajikan. Misalnya memahami suatu konsep dengan pendekatan induktif atau deduktif, atau mempelajari operasi perkalian dengan pendekatan hasil kali Cartesius, demikian juga bagaimana siswa memperoleh, mengorganisasi dan mengkomunikasikan hasil belajarnya lewat pendekatan ketrampilan proses (*process skill)*
4. *Teknik mengajar* adalah penerapan secara khusus suatu metode pembelajaran yang disesuaikan dengan kemampuan dan kebiasaaan guru, ketersediaan media pembelajaran serta kesiapan siswa, sebagai misal teknik mengajarkan perkalian sebagai penjumlahan berulang.

Disamping 4 istilah diatas ada pula pengertian mengenai *Model Pembelajaran*.[9] Pengertiannya sangat dekat dengan strategi mengajar. Menurut Ismail, mengemukakan 4 ciri khusus model pembelajaran yang tidak dipunyai dalam strategi dan metode pembelajaran adalah :

a. Rasional teoritik yang disusun oleh penciptanya

[8] Setiawan, 2006:6
[9] Rachmadi Widdiharto, Drs. MA. 2004:4

b. Tujuan pembelajaran yang hendak dicapai
c. Tingkah laku mengajar yang diperlukan agar model tersebut berhasil
d. Lingkungan belajar yang diperlukan agar tujuan pembelajaran tercapai

Esensi dari makalah ini adalah untuk mengupas berbagai metode, strategi, pendekatan, teknik mengajar, dan model yang dimungkinkan dapat digunakan dalam pembelajaran matematika untuk menerapkan penddikan budaya dan karakter bangsa secara optimal. Dan bila ditemukan masalah perbedaan istilah-istilah pengertian tersebut diatas dan kemungkinan terjadinya tumpang tindih tidak akan dibahas di makalah ini. Sehingga selanjutnya kita memfokuskan diri pada bagaimana dengan penguatan metodologi pembelajaran matematika dapat digunakan untuk menerapkan pendidikan budaya dan karakter bangsa secara optimal.

Fokus penguatan metodologi ini kita mulai dari berbagai macam strategi, metode, pendekatan, teknik dan model yang dimungkinkan dapat digunakan dalam pembelajaran matematika serta mampu menerapkan pendidikan budaya dan karakter bangsa secara optimal. Dan karena masing-masing memiliki kelebihan serta kekurangannya maka sangat disarankan untuk mempertimbangkan berbagai faktor yang mempengaruhi pembelajaran, supaya fokus tujuan pembelajaran matematika dapat tercapai.

Penguatan pada pembelajaran matematika tersebut dapat disajikan dalam tabel sebagai berikut :

NILAI BUDAYA DAN KARAKTER BANGSA	**PENGUATAN[10]**
Relijius	Sisipan langsung, dapat dengan contoh atau soal cerita.
Jujur	Metode tanya-jawab Model proyek
Toleransi	Metode tanya-jawab Model cooperatif-learning Model investigasi
Disiplin	Pendekatan pemecahan masalah Metode ekspositori
Kerja Keras	Metode drill dan latihan Model proyek
Kreatif	Pendekatan pemecahan masalah Pendekatan open-ended Pendekatan Problem Posing Strategi membuat gambar/diagram Pendekatan (model) realistik/kontekstual

[10] diolah dari : Erman Suherman Ar (2001), Rachmadi Widdiharto, Drs. MA. (2004), Al Krismanto, M.Sc. (2003)

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

NILAI BUDAYA DAN KARAKTER BANGSA	PENGUATAN[10]
	Metode demonstrasi Metode penemuan Metode inkuiri
Mandiri	Metode penemuan (terbimbing) Metode pemberian tugas
Demokratis	Model cooperatif-learning
Rasa Ingin Tahu	Pendekatan (model) realistik/kontekstual Pendekatan pemecahan masalah Pendekatan Problem Posing Metode penemuan (terbimbing) Metode inkuiri
Semangat Kebangsaan	Sisipan langsung, dapat dengan contoh atau soal cerita.
Cinta Tanah Air	Sisipan langsung, dapat dengan contoh atau soal cerita.
Menghargai Prestasi	Metode penemuan (terbimbing) Metode inkuiri Metode demonstrasi
Bersahabat /Komunikatif	Model cooperatif-learning Metode tanya-jawab
Cinta Damai	Model cooperatif-learning
Gemar Membaca	Pendekatan pembelajaran berbasis sumber
Peduli Lingkungan	Sisipan langsung, dapat dengan contoh atau soal cerita.
Peduli Sosial	Model cooperatif-learning
Tanggung-jawab	Metode drill dan latihan Metode pemberian tugas Model proyek

Tabel 3. Penguatan metodologi pembelajaran matematika untuk menerapkan pendidikan budaya dan karakter bangsa.

Tabel diatas menunjukkan beberapa penguatan yang dapat dilakukan, dan kemungkinan dapat ditambahkan yang lain. Selain nilai yang termuat dalam nilai budaya dan karakter bangsa yang termuat diatas, dengan penguatan metodologi yang tepat diharapkan juga dapat menanamkan pendidikan karakter yang lain, sebagaimana tercantum dalam tabel berikut.

PENGUATAN	NILAI KARAKTER[11]
Metode Inkuiri	Inovatif
Metode drill dan latihan	Dapat diandalkan

[11] Diolah dari : Stevenson N (2006), Erman Suherman Ar (2001), Rachmadi Widdiharto, Drs. MA. (2004), Al Krismanto, M.Sc. (2003)

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

PENGUATAN	NILAI KARAKTER[11]
Metode pemberian tugas	Dapat diandalkan
Metode penemuan	Inovatif
Metode permainan	Menyenangkan/joyfull
Metode tanya jawab	Saling menghormati
Model kooperatif learning	Dapat bekerjasama dalam tim Berpikiran terbuka Rendah hati Saling menghormati Mudah beradaptasi Peduli Suka menolong
Model Proyek	Bertanggung jawab Dapat dipercaya Percaya diri Dapat diandalkan Bervisi/memiliki pandangan ke depan
Pendekatan Konstruktivisme	Fokus
Pendekatan open-ended	Banyak akal
Pendekatan Problem Posing	Banyak akal Percaya diri Berpikiran terbuka
Pendekatan Pemecahan masalah	Tegas Dapat diandalkan Cermat-teliti Berhati-hati Banyak akal
Pendekatan realistik	Inovatif

Tabel 4. Nilai karakter yang diharapkan dapat dicapai melalui penguatan metodologi tertentu

Dari tabel 3 dan tabel 4 diatas kiranya pembelajaran matematika selain dapat bermakna juga termuat pendidikan budaya dan karakter bangsa. Namun diharapkan penguatan tersebut tidak mengurangi esensi dari tujuan pembelajaran matematika itu sendiri.

C. PENUTUP.

Pada prinsipnya bahwa pendidikan budaya dan karakter bangsa sedikit banyak sudah termuat dalam proses pembelajaran matematika. Belajar matematika sendiri juga merupakan pendidikan karakter secara langsung maupun tidak langsung, diantaranya : rasa ingin tahu, mandiri, disiplin, dan kreatif. Dengan pemilihan dan penguatan metodologi tertentu diharapkan selain dapat membawa pembelajaran

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

matematika menjadi lebih bermakna juga sisipan pendidikan budaya dan karakter bangsa dapat diwujudkan dalam pembelajaran matematika secara optimal.

Di masa yang akan datang kiranya perlu adanya kajian-kajian dan penelitian-penelitian untuk mengungkap metodologi pembelajaran matematika mendukung pendidikan budaya dan karakter bangsa begitu pula sebaliknya.

D. DAFTAR PUSTAKA

Al Krismanto, M.Sc. “Beberapa teknik, model dan strategi dalam pembelajaran matematika”. Pengembangan dan Penataran Guru Matematika. Departemen Pendidikan Nasional. Yogyakarta. 2003.

Erman Suherman Ar, Drs. H., M.Pd. dkk. “Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer”. JICA – Universitas Pendidikan Indonesia, Bandung, 2001.

Nucci, L. Phd. & Narvaes, D, Phd. “Handbook of Moral and Character Education”. Published by Routledge, New York, 2008

Rachmadi Widdiharto, Drs. M.A. . “Model-model pembelajaran Matematika di SMP”. Pusat Pengembangan dan Penataran Guru Matematika. Departemen Pendidikan Nasional. Yogyakarta. 2004

Sahid Hamid Hasan, Prof. Dr. dkk; “Bahan Pelatihan Pengembangan Budaya dan Karakter bangsa – penguatan metodologi pembelajaran berdasarkan nilai-nilai budaya untuk membentuk daya saing dan karakter bangsa”. Badan Penelitian dan Pengembangan, Pusat Kurikulum Kementerian Pendidikan Nasional. 2010.

Setiawan, Drs.M.Pd. “Model pembelajaran matematika dengan pendekatan Investigasi”. Pusat Pengembangan dan Penataran Guru Matematika. Departemen Pendidikan Nasional. Yogyakarta. 2006

Stevenson N. “Young person’character education Handbook”. Published by JIST Life, an imprint of JIST Publishing, Inc. Indianapolis. 2006.

Walter, E, dkk. “Cambridge advanced learner’s dictionary 3th edition”. Cambridge University Press. 2008.

Westwood, peter. “What teacher need to know about teaching method”, Australian Council *for* Educational Research Ltd (ACER Press), 2008.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 47

Pembelajaran Kooperatif Dengan Pendekatan *Open Ended* Untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa Sekolah Menengah

Oleh :
Uhti
Mahasiswa S1 Program Studi Pendidikan Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga, Yogyakarta

ABSTRAK

Selama ini pembelajaran yang dilakukan berpusat pada guru dan penyelesaian matematika yang hanya terdiri dari satu jawaban. Hal ini menyebabkan kemampuan pemecahan masalah pada siswa rendah karena mereka hanya terpaku pada langkah-langkah yang digunakan oleh guru. Selain karena pentingnya kemampuan pemecahan masalah siswa yaitu sebagai tujuan pokok dalam pembelajaran matematika. Oleh karena itu, diperlukan sebuah usaha untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah siswa dengan memberikan yang aktifitas pembelajaran yang mendukung berkembangnya kemampuan tersebut. Pembelajaran kooperatif dengan pendekatan *open ended* merupakan salah satu pendekatan pembelajaran yang memungkinkan siswa untuk menumbuh kembangkan kemampuan pemecahan masalah dan membuat mereka untuk aktif dalam aktivitas kelas.

Kata kunci: pembelajaran kooperatif, pendekatan *open ended*, kemampuan pemecahan masalah

A. PENDAHULUAN

Berdasarkan kurikulum 2006, pemecahan masalah merupakan tujuan dari pembelajaran matematika yang harus dicapai oleh siswa. Pemecahan masalah bukanlah sekedar keterampilan untuk diajarkan dan digunakan dalam matematika, tetapi juga keterampilan yang akan dibawa pada masalah-masalah siswa dan situasi-situasi pembuatan keputusan. Dengan demikian, kemampuan pemecahan masalah membantu sesorang dalam kehidupannya.

Jika kita melihat, selama ini pembelajaran yang dilakukan berpusat pada guru dan penyelesaian matematika yang hanya terdiri dari satu jawaban. Hal ini menyebabkan kemampuan pemecahan masalah pada siswa rendah karena mereka hanya terpaku pada langkah-langkah yang digunakan oleh guru. Siswa hanya meniru dengan apa-apa yang disampaikan oleh guru. Hal ini menyebabkan siswa memiliki pemikiran yang hanya terpaku pada satu langkah jawaban dan ketika disajikan suatu permasalahan yang lain maka siswa akan bingung.

Salah satu langkah yang bisa dilakukan oleh guru untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah matematika siswa adalah memilih pendekatan serta model pembelajaran yang tepat dan berorientasi pada kompetensi siswa khususnya kemampuan pemecahan masalah matematika. Berdasarkan penelitian yang dilakukan

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

oleh Rafiq Zulkarnaen (2009) dan Fakhrudin (2010), pembelajaran dengan pendekatan *open ended* dapat meningkatkan kemampuan pemecahan masalah.

Pembelajaran kooperatif merupakan pembelajaran yang mengedapankan adanya kelompok-kelompok dalam pelaksanaan pembelajaran. Hal ini menyebabkan siswa akan berinteraksi dengan teman lain dalam proses pembelajaran. Sehingga diharapkan siswa akan lebih aktif dalam proses pembelajaran. Dalam upaya menumbuh kembangkan kemampuan pemecahan masalah matematis siswa maka diperlukan adanya pembelajaran kooperatif dengan suatu pendekatan, salah satunya adalah dengan pendekatan *open ended.*

Berdasarkan pemaparan di atas, maka diperlukan adanya studi tentang pembelajaran yang dapat meningkatkan kemampuan pemecahan masalah matematis siswa. Oleh karena itu, dalam tulisan ini akan diakaji mengenai pembelajaran kooperatif dengan pendekatan *open ended* yang dapat dijadikan sebagai alternatif pembelajaran, dimana dalam pembelajaran tersebut dapat meningkatkan kemampuan pemecahan masalah matematis siwa.

B. PEMBELAJARAN KOOPERATIF DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Widiyantini (2008), model pembelajaran kooperatif merupakan suatu model pembelajaran yang mengutamakan adanya kelompok-kelompok. Setiap siswa yang ada dalam kelompok mempunyai tingkat kemampuan yang berbeda-beda (tinggi, sedang dan rendah) dan jika memungkinkan anggota kelompok berasal dari ras, budaya, suku yang berbeda serta memperhatikan kesetaraan jender. Model pembelajaran kooperatif mengutamakan kerja sama dalam menyelesaikan permasalahan untuk menerapkan pengetahuan dan keterampilan dalam rangka mencapai tujuan pembelajaran.

Great Britain dalam Setiawan (2006), *The Crocoft Report* menyatakan bahwa dalam pembelajaran matematika pada semua jenjang pendidikan hendaknya meliputi aktivitas sebagai berikut:

a. Eksposisi dari guru
b. Diskusi antara guru dengan siswa dan diskusi antar siswa
c. Adanya kerja praktek (*practical work*)

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

d. Konsolidasi dan latihan berkenaan keterampilan fundamental dan rutin
e. Pemecahan masalah (*problem solving*) yang di dalamnya terkandung penerapan matematika dalam kehidupan sehari-hari.
f. Kegiatan investigasi *(investigational work*)

Dapat dilihat pada poin (b) yaitu dalam pembelajaran matematika harus memiliki aktifitas diskusi antara guru dengan siswa dan diskusi antar siswa. Hal ini menyatakan bahwa dalam pembelajaran matematika diperlukan pembelajaran yang siswa lebih banyak aktif yaitu berupa dalam kelompok atau yang disebut dengan pembelajaran kooperatif.

Sedangkan pada poin (e) yaitu pemecahan masalah yang didalamnya terkandung penerapan matematika dalam kehidupan sehari-hari. Hal ini menunjukkan bahwa dalam pembelajaran matematika diperlukan kemampuan pemecahan masalah, dimana pemecahan masalah tersebut dapat diaplikasikan dalam kehidupan sehari-hari. Pemecahan masalah dalam matematika merupakan kemampuan yang harus dicapai karena pemecahan dalam matematika tidak pernah lepas dari namanya masalah sehingga diperlukan keammpuan pemecahan maslah untuk memecahkan masalah yang disajikan.

Trianto (2010), pembelajaran kooperatif muncul dari konsep bahwa siswa akan lebih mudah menemukan dan memahami konsep yang sulit jika mereka saling berdiskusi dengan temannya. Siswa secara rutin bekerja dalam kelompok untuk saling membantu memecahkan, masalah-masalah yang kompleks. Agus Suprijono (2011), pada pembelajaran kooperatif lebih diarahkan kepada guru, dimana guru menetapkan tugas dan pertanyaan-pertanyan serta menyediakan bahan-bahan yang dirancang untuk membantu peserta didik menyelesaikan masalah yang dimaksud.

Muslimin dkk dalam Widyantini (2008), prinsip dasar dalam pembelajaran kooperatif sebagai berikut:

1. Setiap anggota kelompok bertanggung jawab atas segala sesuatu yang dikerjakan dalam kelompoknya.
2. Setiap anggota kelompok harus mengetahui bahwa semua anggota kelompok mempunyai tujuan yang sama.
3. Setiap anggota kelompok harus membagi tugas dan tanggung jawab yang sama diantara anggota kelompoknya.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

4. Setiap anggota kelompok akan dievaluasi.
5. Setiap anggota kelompok berbagi kepemimpinan dan membutuhkan keterampilan untuk belajar bersama selama proses belajarnya.

Selanjutnya Widyantini (2008) menyatakan bahwa ciri-ciri pembelajaran kooperatif sebagai berikut:

1. Siswa dalam kelompok secara kooperatif menyelesaikan materi belajar sesuai kompetensi dasar yang akan dicapai.
2. Kelompok dibentuk dari siswa yang memiliki kemampuan yang berbeda-beda, baik tingkat kemampuan tinggi, sedang, dan rendah. Jika mungkin, anggota kelompok berasal dari suku atau agama yang berbeda serta memperhatikan kesetaraan jender.
3. Penghargaan lebih menekankan pada kelompok daripada masing-masing individu.

Dalam pembelajaran kooperatif, memepunyai tiga tujuan penting yaitu hasil belajar akademik, penerimaan terhadap keragaman, pengembangan keterampilan sosial. Beberapa tipe model pembelajaran kooperatif seperti yang dikemukakan oleh ahli, ada beberapa tipe pembelajaran kooperatif yang dapat digunakan dalam pembelajran matematika diantaranya tipe jigsaw, tipe NHT (*Number Head Together)*, tipe STAD (*Student Teams Achivement Devision)*, tipe TAI (*Team Assited Individualization* atau *Team Acelerated Intruction)*, investigasi kelompok, dan pendekatan setruktural.

C. PENDEKATAN OPEN ENDED

Nohda dalam Jarwani, pendekatan *open ended* merupakan salah satu upaya inovasi pendidikan matematikayang pertama kali dilakukan oleh para ahli pendidikan matematika jepang. Pendekatan ini lahir sejak dua puluh tahun yang lalu dari penelitian yang dilakukan oleh Shigeru Shimada, Yoshiko Yashimoto, dan Kenichi Shibuya.

Dalam pembelajaran matematika, guru perlu mengembangkan kemampuan siswa untuk menyelesaikan masalah atau soal matematika. Tingkat soal pun berbeda-beda. Japar menyatakan bahwa pendekatan *open ended* sebagai salah satu pendekatan dalam pembelajaran matematika merupakan suatu pendekatan yang memungkinkan siswa untuk mengembangkan pola pikirnya sesuai dengan minat dan kemampuan masing-masing. Hal ini disebabkan karena pada pendekatan *open ended* formulasi masalah yang digunakan adalah masalah terbuka. Masalah terbuka adalah masalah yang diformulasikan memiliki multi jawaban (banyak penyelesaian) yang benar. Pada pendekatan *open ended* siswa tidak hanya dituntut menemukan solusi dari masalah yang diberikan tetapi juga memberikan argumentasitentang jawabannya serta menjelaskan bagaimana siswa bisa sampai jawaban.

Ali Mahmudi menyatakan bahwa aspek keterbukaan dalam soal terbuka dapat diklasifikasikan ke dalam tiga tipe yaitu : (1) terbuka proses penyelesaiannya, yakni soal memiliki beragam cara penyelesaian, (2) terbuka hasil akhirnya, yakni soal tersebut memiliki banyak jawaban yang benar, (3) pengembangan lanjutannya, yakni ketika siswa telah menyelesaikan sesuatu, selanjutnya mereka dapat mengembangkan soal baru dengan mengubah syarat atau kondisi pada soal yang telah diselesaikan.

D. KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH

Kata masalah tentunya tidak asing lagi bagi kita semua. Akan tetapi apakah masalah itu? Menurut Sumardiyono, kata "masalah atau *Problem*" memiliki makna khusus dan tidak setiap soal disebut dengan problem atau masalah. Ciri-ciri suatu soal disebut "*problem*" dalam perspektif ini paling tidak memuat 2 hal yaitu: (1). soal tersebut menantang pikiran (*challenging*) dan (2). soal tersebut tidak otomatis diketahui cara penyelesaiannya (*nonroutine*).

Berdasarkan diatas, maka dapat diambil kata kunci dari suatu soal yang disebut masalah yaitu menantang dan belum diketahui cara penyelesaiannya. Eman Suherman (2003) menyatakan bahwa sebuah masalah biasanya memuat situasi yang mendorong seseorang untuk menyelesaikannya, akan tetapi tidak tahu secara langsung apa yang harus dikerjakan untuk menyelesaikannya. Jika suatu masalah diberikan kepada seorang siswa dan siswa tersebut langsung mengetahui cara penyelesaiannya dengan benar, maka soal tersebut tidak dapat dikatakan lagi suatu masalah.

Sri Wardhani (2010), pemecahan masalah adalah proses menerapkan pengetahuan yang telah diperoleh sebelumnya ke dalam situasi baru yang belum dikenal. Menurut Polya dalam Atmiji Dhurori dan Markaban (2010), pemecahan masalah matematika adalah kemampuan siswa dalam menyelesaikan suatu soal pemecahan masalah dengan memperhatikan langkah-langkah sebagai berikut:

a. Memahami masalah

b. Merencanakan penyelesaiannya atau memilih strategi penyelesaiannya yang sesuai
c. Melaksanakan penyelesaian menggunkan strategi yang direncanakan
d. Memeriksa kembali kebenaran jawaban yang dipeoreh.

Dalam pembelajaran matematika banyak sekali akan penyajian permsalahan-permasalahan, dimana siswa harus bisa memecahkan permasalahan-permasalahan tersebut. Ketika dalam pemecahan masalah tersebut, alangkah akan lebih baik jika siswa lebih banyak yang aktif yaitu dalam artian siswa memecahkan permaslahan tersebut sendiri atau dengan diskusi dengan teman. Tetapi ketika kita melihat kondisi siswa sekarang, akan lebih efektif jika pemecahan masalah dengan berdiskusi dengan teman. Hal ini dikarenakan, siswa jika diberikan tugas atau disajikan permasalahan secara individu pada mereka justru enggan mengerjakannya justru mereka akan banyak bertanya kepada teman. Sehingga akan lebih efektif jika sejak awal pembelajaran di setting secara kooperatif agar kerja siswa semakin optimal.

Sri Wardhani (2010) menyatakan bahwasiswa dikatakan mampu mememcahkan masalah bila memiliki kemampuan memahami pemechan masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh. Dalam kaitan ini, pada penjelasan teknis Peraturan Dirjen Depdiknas Nomor 506/C/Kep/PP/2004 tanggal 11 November 2004 tentang rapor pernah menyatakan bahwa indicator siswa memiliki kemampuan dalam pemecahan masalah adalah mampu:

1. Menunjukkan pemahaman masalah
2. Mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam pemecahan masalah
3. Menyejikan masalah secara sistematik dalam berbagai bentuk
4. Memilih pendekatan dan metode pemecahan masalah secara tepat
5. Mengembangkan setrategi pemecahan masalah
6. Membuat dan menafsirkan model matematika dari suatu masalah
7. Menyelesaikan maslah yang tidak rutin.

E. PENDEKATAN *OPEN ENDED* TERHADAP PENINGKATAN KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH

Open ended merupakan salah satu pendekatan yang memberikan keluasan berpikir siswa secara aktif dan kreatif menyelesaikan suatu permasalahan. Tujuan dari *open ended* itu sendiri adalah siswa diharapkan bukan hanya mendapatkan jawaban tetapi lebih menekankan kepada cara bagaimana sampai pada suatu jawaban. Bambang Hudiyono (2008), pembelajaran *open ended* dalam pembelajaran matematika bertujuan untuk menciptakan suasana pembelajaran agar siswa memperoleh pengalaman dalam menemukan sesuatu yang baru dalam proses pembelajaran.

Dalam pembelajaran matematika ada karakteristik dan implementasi yaitu karakteristik yang petama adalah matematika sebagai kreativitas yang berimplementasi guru perlu menghargai penemuan diluar perkiraan sebagai hal yang bermanfaat daripada suatu hal kesalahan. Karakteristik kedua adalah matematika sebagai kegiatan pemecahan masalah yang berimplikasi guru perlu mengembangkan kemampuan dan keterampilan siswa untuk memecahkan masalah. Dalam pendekatan open-ended akan menggunakan kedua karakteristik tersebut dimana siswa akan menyelesaikan suatu permasalahan dengan kemampuan mereka sehingga kemungkinan besar akan mendapatkan penemuan-penemuan diluar perkiraan guru.

Rafiq Zulkarnaen (2009) dalam penelitiannya menyebutkan bahwa pada pembelajaran kooperatif dengan pendekatan open-ended, peningkatan kemampuan pemecahan masalah adalah 0,38 sedangkan pada pembelajaran konvensional adalah 0.32. hal ini dapat dilihat bahwa peningkatan kemampuan pemecahan masalah pada pemeblajaran kooperatif dengan pendektan open-ended lebih tinggi dibandingkan dengan pemeblajaran kovensional. Begitu juga respon siswa terhadap pembelajaran kooperatif dengan pendekatan *open ended* menunjukkan bahwa sikap dan minat siswa sangat positif karena tidak ada siswa yang berpendapat negatif terhadap pembelajaran.

Fakhrudin (2010) dalam penelitiannya juga menyebutkan bahwa peningkatan kemampuan pemecahan masalah pada kelompok eksperimen terdapt 55,88% yang mengalami peningkatan untuk kategori tinggi dan 44,22% untuk kategori sedang, dengan rata-rata peningkatan adalah 0.71 atau 71% dan ini termasuk peningkatan yang tinggi. Sedangkan pada kelas kontrol 14,71% untuk kategori tinggi dan 85,29% untuk kategori sedang dan rata-rata peningkatannya adalah 0,56 dan ini termasuk dalam peningkatan sedang. Hal ini mennujukkan bahwa peningkatan kemampuan pemecahan masalah dengan pembelajan *open ended* lebih tinggi daripada pembelajran konvensional. Selain itu, dalam penelitiannya juga mendapatkan hasil untuk penilaian sikap dan minat siswa yaitu sikap dan minat positif dari siswa terhadap soal-soal pemecahan masalah yang diberikan.

F. SIMPULAN

Kemampuan pemecahan masalah merupakan kemampuan yang sangat penting yang harus dimiliki oleh siswa. Salah satu cara untuk mengembangkan dan meningkatkan kemampuan pemecahan masalah siswa adalah dengan pembelajaran kooperatif dengan pendekatan open ended. Pembelajran koperatif dalam pembelajaran sangat diperlukan karena dalam pembelajaran matematika diperlukan adanya kerjasama antar siswa agar siswa tidak hany bisa terbantu dalam menyelesaikan pemecahan masalah tetapi juga membantu siswa dalam hal sosial. Berdasarkan penelitian-penelitian yang sudah ada diperoleh bahwa pembelajaran kooperatif dengan pendekatan *open ended* dapat meningkatkan kemampuan pemecahan masalah siswa.

G. DAFTAR PUSTAKA

Afgani, Jarnawi. 2010. *Pendekatan open ended dalam pembelajran matematika*. File UPI, http://file.upi.edu/Direktori/FPMIPA/JUR._PEND._MATEMATIKA/196805111991011JARNAWI_AFGANI_DAHLAN/Perencanaan_Pembelajaran_Matematika/open-ended_3.pdf diakses pada tanggal 28 November 2011 pukul 12.00

Eman Suherman. 2003. *Strategi pembelajaran matematika kontemporer*. Bandung: UPI

Fakhrudin. 2010. *Peningkatan kemampuan pemecahan masalah matematik siswa melalui pembelajaran dengan pendekatan open-ended* . Tesis UPI, http://abstrak.digilib.upi.edu/Direktori/TESIS/PENDIDIKAN_MATEMATIKA/0908806_ FAKHRUDIN/ diakses pada tanggal 21November 2011 pukul 20.00

Hudiyono, Bambang. 2008. *Pembudayaan pendekatan open-ended problem solving dalam pengembangan daya representasi matematik pada siswa sekolah* *menengah pertama*. Jurnal pendidikan dasar UPI, http://jurnal.upi.edu diakses tanggal 25 November 2011 pukul 19.30

Japar. *Pembelajran matematika dengan pendekatan open ended*. Lipi, http://isjd.pdii.lipi.go.id/admin/jurnal/51085361.pdf diakses pada tanggal 28 November 2011 pukul 22.00

Mahmudi, Ali. 2008. *Pengembangan soal terbuka (open ended problem) dalam pembelajaran matematika.* File UNY, http://staff.uny.ac.id/sites/default/files/penelitian/Ali%20Mahmudi,%20S.Pd,%20M.Pd,%20Dr./Makalah%2002%20PIPM%202008%20_Mengembangkan%20Soal%20Terbuka_.pdf diakses pada 28 November 2011 pukul 12.15

Setiawan. 2006. *Model pembelajaran matematika dengan pendekatan investigasi*. Yogyakarta: PPPPTK Matematika

Slavin, Roberta. 2010. *Cooperative learning, teori, riset dan praktik.* Bandung: Nusa Media

Sri Wardhani. 2010. *Analisis SK/KD matematika dan tujuan pembelajaran matematika SMP/MTs: Training on subjeck content upgrading and clssroom teaching metodelogi for math.* Yogyakarta: PPPPTK

Sumardiyono. 2011. *Pengertian dasar problem solving.* PPPPTK, http://p4tkmatematika.org/

Suprijono, Agus. 2011. *Cooperative learning, teori dan aplikasi paikem.*Yogyakarta: Pustaka Pelajar

Trianto. 2010. *Mendesain model pembelajaran inovatif-progresif(konsep, landasan, dan implementasi pada Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP))*. Jakarta: Kencana

Widyantini. 2008. *Penerapan pembelajarankooperatif STAD dalam pembelajaran matematika SMP*. Yogyakarta: PPPPTK Matematika

Zulkarnaen, Rafiq. 2009. *Meningkatkan kemampuan pemecahan masalah dan komunikasi matematis siswa SMA melalui pendekatan open ended dengan pembelajran kooperatif tipe coop-coop*. Bandung: Tesis UPI http://abstrak.digilib.upi.edu/Direktori/TESIS/PENDIDIKAN_MATEMATIKA/0705384_%20RAFIQ%20ZULKARNAEN/ diakses pada tanggal 21 November 2011 pukul 20.15

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 48

Pembelajaran Persentase Yang Bermakna Melalui Pembelajaran Matematika Realistik

Oleh:
Veronika Fitri Rianasari
Universitas Sanata Dharma Yogyakarta

Abstrak

Banyak penelitian mengungkapkan bahwa para siswa sering mengalami kesulitan untuk memahami persentase walaupun mereka dapat mengungkapkan bahwa persen adalah 'per seratus' dan dapat melakukan perhitungan secara benar. Hal ini mungkin terjadi karena pembelajaran persentase cenderung berfokus pada prosedur-prosedur tanpa mengeksplorasi pemahaman yang mendasar mengenai persentase itu sendiri. Menyadari hal tersebut, diperlukan paradigma baru yang berfokus pada perkembangan pemahaman siswa. Makalah ini akan membahas ide-ide untuk mendukung pemahaman siswa mengenai persentase melalui pembelajaran matematika realistik.

Prinsip utama dari pendidikan matematika realistik adalah bahwa matematika harus bermakna bagi siswa. Hal ini dapat dicapai dengan penggunaan situasi yang bermakna, baik dalam bentuk permasalahan maupun aktivitas sebagai landasan kegiatan pembelajaran. Oleh karena itu, beberapa permasalahan kontekstual mengenai persentase dieksplorasi untuk digunakan sebagai titik awal pembelajaran persentase. Norma sosial kelas (*classrooms social norms)* dan norma sosial matematika (*socio-mathematical norms*) dalam proses pembelajaran sangat penting dibangun untuk mendukung berlangsungnya proses pembelajaran yang bermakna.

Kata kunci: persentase, pemahaman yang bermakna, pendidikan matematika realistik, norma kelas

1. Pendahuluan

Matematika adalah ilmu pengetahuan yang digunakan secara luas dalam kehidupan sehari-hari dan memegang peranan penting dalam kurikulum untuk hampir seluruh ilmu pengetahuan alam maupun pengetahuan sosial. Persentase adalah salah satu topik matematika yang banyak digunakan dalam kehidupan sehari-hari dan memegang peranan penting dalam kurikulum sekolah. Menyadari pentingnya persentase dalam kehidupan sehari-hari, persentase sudah diajarkan sejak sekolah dasar. Namun, banyak soal-soal persentase di sekolah mengindikasikan bahwa pembelajaran cenderung difokuskan pada prosedur-prosedur (Van den Hauvel-Panhuizen, 1994). Banyak siswa dapat dengan cepat belajar bagaimana menghitung persentase secara benar melalui prosedur perhitungan namun mereka kesulitan untuk menjelaskan persentase itu sendiri. Hal itu dapat terjadi karena konsep matematika diberikan pada siswa di sekolah langsung pada level formal dan diberikan sebagai konsep yang terpisah dari permasalahan kontekstual (Van de Walle & Folk, 2005). Armanto (2002) juga mengungkapkan bahwa matematika di Indonesia cenderung diajarkan pada level

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

formal; guru menjelaskan operasi dan prosedur-prosedur matematika, dan memberi contoh, kemudian menyuruh murid untuk mengerjakan soal yang serupa.

Menyadari hal itu, sebaiknya matematika tidak langsung diajarkan pada level formal. Pembelajaran matematika harus berfokus pada pembelajaran yang bermakna bagi siswa. Berbagai penelitian menunjukkan bahwa pembelajaran matematika yang bermakna menuntut peran aktif siswa dalam belajar. Pendekatan Pembelajaran Matematika Realistik (*Realistic Mathematics Education*) memandang bahwa siswa perlu mengalami proses belajar matematika sebagai suatu kegiatan penemuan kembali (*re-inventin*) suatu konsep matematika. *Realistic Mathematics Education* (RME) didasarkan pada pemikiran Hans Freudenthal yang menyatakan bahwa matematika merupakan aktivitas manusia, bukan sebagai ilmu pengetahuan yang harus dipindahkan dari guru ke siswa (Freudenthal, 1991).

Dalam pembelajaran matematika realistik, siswa diberi kesempatan untuk mengeksplorasi berbagai masalah kontekstual sehingga pembelajaran dibangun dari pengetahuan informal siswa (Van den Hauvel-Panhuizen, 2003). Dengan mengaitkan matematika dengan kehidupan nyata, diharapkan siswa dapat mengkonstruksi pengetahuan yang bermakna dan tidak hanya sekedar ingatan prosedural. Oleh karena itu, permasalahan utama yang akan dibahas dalam makalah ini adalah mengenai bagaimana mendukung siswa untuk memperoleh pemahaman yang bermakna khususnya pada topik persentase.

Berdasarkan rumusan masalah di atas, tujuan penelitian ini adalah untuk mengembangkan suatu teori instruksional local (*local instructional theory*) yang mendukung siswa untuk memperoleh pemahaman yang bermakna khususnya pada topik persentase. Manfaat penelitian dapat di kategorikan dalam dua hal yaitu kemanfaaatan secara praktis dan kemanfaatan secara teoritis. Secara teoritis, penelitian ini memberi kontribusi bagi sebuah teori instruksional yang mendasar (*grounded instructional theory*) dalam pembelajaran persentase. Secara praktis, penelitian ini memberikan gambaran bagi guru-guru dan peneliti-peneliti tentang bagaimana mendesain suatu pembelajaran yang menekankan pemahaman khususnya pada topik persentase.

2. Pendidikan Matematika Realistik Indonesia

Pendidikan Matematika Realistik didasarkan pada pemikiran Freudenthal mengenai matematika sebagai aktivitas manusia (Gravemeijer, 1994). Berdasarkan

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

pemikiran Freudenthal, matematika harus terkait dengan realita, dekat dengan dunia siswa dan harus relevan dengan kehidupan sosial. Kata "realistik" tidak hanya berarti suatu kenyataan, tetapi "realistik" berarti sesuatu yang bermakna bagi siswa. Dalam pembelajaran matematika realistik, permasalahan kontekstual yang dipakai harus bermakna bagi siswa. Pada pendekatan mekanistik, permasalahan kontekstual juga dipakai dalam pembelajaran permasalahan kontekstual, tetapi permasalahn kontekstual diberikan di akhir pembelajaran sebagai suatu bentuk penerapan dari konsep yang dipelajari. Sedangkan pada pendekatan realistik, permasalahan kontekstual digunakan sebagai titik awal pembelajaran (pondasi) dan juga aplikasi dari suatu konsep matematika (Van den Heuvel-Panhuizen, 2003).

Pendekatan RME akan lebih lanjut dijelaskan dengan mengelaborasi lima karakteristik dari Pendidikan Matematika Realistik yang dijelaskan oleh Treffers (1987), yaitu:

1. Eksplorasi Fenomenologis

Dalam pembelajaran matematika realistik, siswa diberi kesempatan untuk mengeksplorasi fenomena dalam kehidupan sehari-hari yang bermakna bagi siswa. Dari kegiatan eksplorasi fenomena kehidupan sehari-hari ini, pengetahuan informal siswa kemudian dikembangkan menjadi pengetahuan matematika formal.

2. Penggunaan model dan simbol untuk matematika progresif

Dalam pembelajaran matematika realistik, model-model dan symbol-simbol digunakan, dieksplorasi, dan dikembangkan untuk menjembatani perbedaaan level dari level konkrit ke level formal.

3. Penggunaan hasil kerja siswa

Memberikan kesempatan kepada siswa untuk mengeksplorasi dan memberikan kontribusi mengenai berbagai strategi dapat mendukung perkembangan individu siswa. Dalam pembelajaran realistik, siswa dituntut lebih aktif dan kreatif dalam mengembangkan ide-ide dan strategi-strategi.

4. Interaktivitas

Interaksi antara siswa dan antara siswa dan guru dapat mendukung proses belajar siswa. Interaksi ini didukung oleh suasana kelas yang kondusif. Oleh karena itu, salah satu tugas utama seorang guru adalah membangun suasana kelas yang diharapkan

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

(Gravemeijer & Cobb, 2006). Interaksi sosial ini juga dapat menstimulasi siswa untuk mempersingkat proses belajar mereka.

5. Keterkaitan

Dalam merancang aktivitas instruksional, penting bagi guru untuk melakukan integrasi antar topik baik dalam bidang matematika maupun antar bidang ilmu lainnya. Hal ini menunjukkan bagaimana manfaat dan peran suatu topik atau konsep terhadap topik yang lain

3. Pemahaman dalam Pembelajaran Persentase

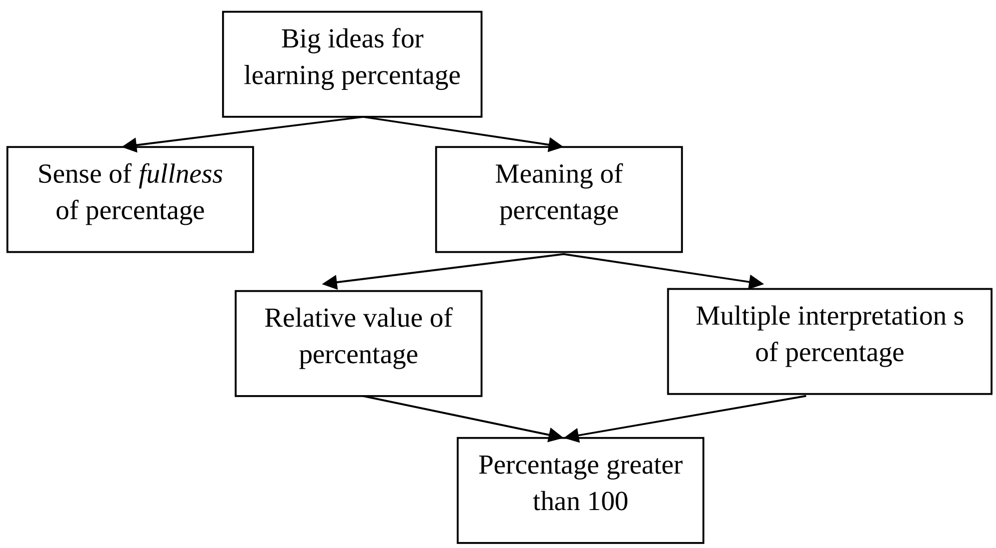
Dalam matematika dikenal berbagai istilah mengenai pemahaman, termasuk diantaranya pemahaman instrumental dan pemahaman relasional (Skemp, 1987). Carpenter dan Lehrer (1999) menegaskan bahwa pemahaman adalah suatu proses. Pemahaman sendiri dibangun tidak hanya dengan sekedar menghubungkan pengetahuan baru dengan pengetahuan sebelumnya, tetapi juga melibatkan suatu proses membangun struktur pengetahuan dan hubungan yang mencerminkan gagasan dan prinsip dasar dalam matematika (*big ideas*).

Berikut akan dibahas suatu kasus tentang pemahaman persentase pada penelitian di kelas V SD (siswa-siswa yang terlibat merupakan siswa yang sudah pernah belajar persentase di sekolah). Seorang siswa yaitu Doni (nama samaran) mengalami kebingungan dalam membuat arsiran yang menyatakan 90%. Pada waktu pembelajaran, guru menyuruh Doni untuk mengarsir suatu persegi panjang yang merupakan suatu model dari sawah. Guru menceritakan bahwa 90% dari sawah tersebut akan ditanami padi dan guru tersebut kemudian menyuruh Doni untuk mengarsir bagian sawah yang akan ditanami padi. Hal yang sangat mengejutkan terjadi saat Doni hanya mengarsir kurang lebih seperempat dari persegi panjang tersebut. Pada kesempatan lain, pada saat Doni dihadapkan pada situasi dimana ia harus menghitung suatu jumlah jika persentase dan jumlah keseluruhan diketahui (contoh: menghitung 10% dari 20), ia dapat mengerjakan soal tersebut dengan benar dengan menggunakan algoritma prosedural.

Apa yang dialami oleh Doni merupakan indikasi terbatasnya pemahaman Doni mengenai persentase. Pengetahuan Doni mengenai persentase hanya terbatas pada perhitungan prosedural dan masih terlepas dari gagasan dasar (*big ideas*) mengenai persentase seperti nilai relatif suatu bagian dari suatu jumlah. Banyak penelitian mengungkapkan bahwa persentase diajarkan hanya sebagai cara lain merepresentasikan notasi pecahan. Oleh karena itu, siswa hanya belajar sekilas mengenai persentase dan hanya menguasai algoritma prosedural untuk menghitung persentase. Kesalahan yang dilakukan Doni mungkin terkait dengan pembelajaran persentase yang hanya cenderung menekankan mengenai perhitungan tanpa membangun gagasan-gagasan (*big ideas*) tentang persentase.

Fosnot & Dolk (2002) menyatakan bahwa persentase adalah hubungan yang berdasarkan pada perseratusan; sehingga persentase menyatakan nilai relatif bagian dari suatu keseluruhan dan bukan menyatakan nilai absolut. Siswa-siswa tidak perlu menjelaskan pengertian tersebut, tetapi mereka harus menunjukkan menyadari bahwa persentase selalu terkait dengan suatu satuan (jumlah) dan persentase tidak dapat dibandingkan tanpa merujuk pada suatu satuan (jumlah) (Van den Heuvel-Panhuizen, 1994).

Beberapa konsep dasar yang terkait dengan pembelajaran pecahan dirangkum dalam bagan sebagai berikut:



Dalam pembelajaran tersebut, hal yang penting yang mendasari pembelajaran adalah pengeksplorasian berbagai permasalahan kontekstual yang dekat dengan dunia siswa. Berbagai permasalahan kontekstual yang digunakan dalam penelitian di SD di Yogyakarta dan Surabaya yaitu *loading bar* , diskon, konsentrasi gula dalam minuman, dan sebagainya. Selain itu, keguanaan konsep persentase dalam kehidupan sehari-hari hendaknya dikenalkan kepada siswa. Kegunaan persentase terletak pada kemudahannya

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

dalam membandingkan proporsi. Galen et al (2008) menyatakan bahwa persentase bukan hanya suatu cara lain dalam menyatakan notasi pecahan. Persentase muncul karena keterbatasan yang dimiliki pecahan; pecahan sulit untuk dibandingkan satu sama lain, dan skala yang dimiliki tidak jelas.

4. Norma Kelas

Sebagai dampak dari proses reformasi dalam bidang pendidikan matematika, peran guru dalam pembelajaran bergeser menjadi fasilitator belajar. Sebagai fasilitator belajar, salah satu tugas penting guru yaitu menyiapkan sarana belajar termasuk membangun norma kelas (*classrooms norms*) sehingga proses belajar dapat berjalan dengan melibatkan siswa secara aktif dalam proses mengkonstruksi pengetahuan. Norma kelas yang dimaksud disini adalah norma sosial (*social norms*) dan norma sosial matematika (*socio-mathematical norms*). Yackel & Cobb (1999) menekankan bahwa membangun norma sosial dan norma sosial matematika sangat penting dalam proses pembelajaran yang menanamkan pemahaman.

Yackel & Cobb (1999) mengemukakan bahwa norma sosial (*social norms*) penting dibangun demi terwujudnya budaya kelas yang kondusif; yang menekankan partisipasi siswa secara aktif. Gravemeijer & Cobb (2006) memberikan beberapa contoh norma sosial yang penting dibangun dalam suatu pembelajaran, yaitu siswa menjelaskan dan memberikan argument (justifikasi), siswa mendengarkan dan mencoba memahami penjelasan yang dberikan oleh siswa lain, serta siswa memberikan pendapat atau komentar yang menginformasikan bahwa ia sependapat atau tidak sependapat dengan pendapat siswa lain.

Selanjutnya, menurut Yackel & Cobb (1999) mengemukakan bahwa norma sosial mendukung terciptanya norma sosial matematika (norma-norma yang secara khusus mendukung pemikiran matematika di dalam pembelajaran). Contoh-contoh norma sosial matematika (*socio-mathematical norms*) yaitu siswa mencoba memberikan berbagai strategi dan penyelesaian, siswa mencoba untuk memberikan penjelasan atau justifikasi atas suatu ide matematika, guru membimbing siswa untuk mengevaluasi atau mengkritisi suatu penyelesaian matematika.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

5. Metode Penelitian

5.1. Metodologi Penelitian Desain (*Design Research Methodology*)

Sehubungan dengan tujuan penelitian, metodologi yang digunakan dalam penelitian ini adalah penelitian desain (*design research*). *Design research* adalah suatu jenis metode penelitian yang bertujuan untuk mengembangkan teori mengenai proses dan sarana belajar yang mendukung proses pembelajaran (Gravemeijer & Cobb, 2006). Tiga tahapan dalam *design research* menurut Gravemeijer & Cobb (2006), yaitu:

1. Tahap persiapan dan perancangan
2. Tahap eksperimen
3. Tahap analisis retrospektif

Bakker (2004) menjelaskan bahwa alat yang terbukti sangat berguna dalam semua tahapan *design research* yaitu hipotesis trayektori pembelajaran (*hypothetical learning trajectory*). *A hypothetical learning trajectory* (HLT) adalah jembatan antara teori dan pelaksanaan pembelajaran di kelas. Simon (1995, in Simon and Tzur, 2004) menjelaskan bahwa HLT teridiri dari tujuan pembelajaran bagi siswa, masalah atau tugas matematika, dan hipotesis atau dugaan mengenai proses belajar siswa.

5.2. Subyek Penelitian

Penelitian ini dilakukan di kelas V SD di Surabaya dan di Yogyakarta.

5.3. Pengumpulan Data

Pengumpulan data pada penelitian ini dilaksanakan dengan mengumpulkan dua jenis data sbb:

- Video

  Pada penelitian ini, data video merupakan data utama. Video merekam seluruh aktivitas dan diskusi saat pembelajaran di kelas, diskusi di kelompok-kelompok kecil, serta merekam wawancara peneliti dengan guru dan siswa.
- Data tertulis

  Data tertulis mencakup hasil pekerjaan siswa, lembar observasi, pre test dan post test, serta catatan-catatan lain yang dikumpulkan selama penelitian.

5.4. Reliabilitas dan Validitas

Reliabilitas terkait dengan kualitas pengukuran. Dalam penelitian ini, untuk meyakinkan reliabilitas penelitian diupayakan dua cara yaitu triangulasi data dan interpretasi silang. Interpretasi silang dilakukan untuk meminimalkan subyektivitas peneliti.

Validitas internal merujuk pada suatu kualitas kumpulan data yang diperoleh dan penalaran yang kuat yang melandasi kesimpulan. Dalam penelitian ini, validitas internal diuapayakan dengan dua cara yaitu dengan melakukan pengujian dugaan dan juga *trackability* dari kesimpulan.

6. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Berdasarkan penelitian yang dilakukan dibangun sebuah teori instruksional lokal untuk pembelajaran persentase di kelas V yang dirangkum dalam sebuah tabel berikut.

Permasalahan kontekstual/ media	Aktivitas	Tujuan	Gagasan Matematika
Loading process (program aplikasi mengenai *loading process*)	Memperkirakan besarnya persentase dari suatu proses *loading*	Siswa menyadari bahwa jika persentase mendekati 100 itu berarti 'hampir seluruhnya' dan jika persentase mendekati 0 itu berarti 'hampir tidak ada'.	*The fullness of percentage*
Permasalahan mengenai luas (kertas berpetak)	Menggambar sketsa suatu rumah	Siswa menyadari bahwa jika seseorang membagi suatu total dalam seratus bagian, maka satu bagian kecil menyatakan 1% dari jumlah total, atau jika seseorang membagi suatu total dalam seratus bagian, maka sepuluh bagian kecil menyatakan 10%.	Persen berarti beberapa bagian dari 100 bagian keseluruhan.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Permasalahan kontekstual/ media	Aktivitas	Tujuan	Gagasan Matematika
Permasalahan mengenai jumlah permen (potongan-potongan kertas)	Menentukan jumlah bagian dari benda diskrit dari suatu keseluruhan.	Siswa menyadari pentingnya persentase-persentase sederhana yang bisa menjadi suatu patokan (*benchmark percentages*) seperti 5%, 10% yang diperoleh dari membagi suatu objek menjadi beberapa bagian yang sama.	Persen berarti beberapa bagian dari 100 bagian keseluruhan.
Diskon (gambar diskon penjualan suatu produk di dua toko berbeda)	Membandingkan dua diskon yang berbeda	Siswa mengetahui bahwa seseorang tidak dapat membandingkan persentase-persentase secara absolut.	Persentase merupakan nilai relatif
Konsentrasi sari jeruk (beberapa gelas minuman sirup jeruk)	Mengurutkan tingkat kemanisan minuman	Siswa mengetahui penggunaan persentase untuk mempermudah dalam membandingkan proporsi.	Persentase merupakan nilai relatif
Suatu produk dengan tambahan ekstra gratis	Menggambar suatu produk yang memiliki tambahan ekstra gratis dan menentukan beratnya.	Siswa mengetahui bahwa persentase lebih dari 100 mengindikasikan bahwa ada peningkatan.	Persentase lebih besar dari 100
Berat dan luas	Menyelesaikan permasalahn yang melibatkan persentase lebih dari 100.	Siswa mengetahui bahwa terdapat banyak cara dalam menyelesaikan persoalan yang melibatkan persentase lebih dari 100.	Persentase lebih besar dari 100

7. Simpulan dan Saran

Secara umum, pembelajaran yang didesain dapat mendukung siswa dalam memahami persentase. Permasalahan kontekstual yang dirancang dalam pembelajaran membantu siswa untuk dapat lebih memaknai persentase sehingga siswa tidak hanya sekedar menguasai perhitungan formal yang biasa diperkenalkan di sekolah. Penggunaan media pembelajaran seperti aplikasi *loading prosess* ,kertas berpetak, serta model-model konkret lainnya juga membantu siswa untuk lebih memahami konsep persentase. Namun, tidak semua siswa mampu mengeksplorasi dan memahami semua gagasan matematika yang ada. Masih ada siswa yang sangat terpaku pada algoritma prosedural sehingga sangat sulit untuk menyelesaikan beberapa persoalan non-rutin yang disajikan.

Merancang pembelajaran yang bermakna dan mengajak siswa untuk dapat lebih memaknai matematika bukanlah sesuatu yang mudah untuk dilaksanakan. Tetapi hal tersebut sangat mungkin dilaksanakan dalam pembelajaran. Dalam proses pembelajaran yang menanamkan pemahaman, pemahaman siswa dibangun lewat diskusi bersama. Oleh karena itu, tugas utama guru di kelas yaitu membangun budaya kelas yang menekankan partisipasi aktif dari siswa. Pembelajaran yang bermakna patut diupayakan demi meningkatkan kualitas pembelajaran matematika di Indonesia.

8. Daftar Pustaka

Armanto, D. (2002). *Teaching Multiplication and Division Realistically in Indonesian Primary Schools: A Prototype of Local Instructional Theory*. Dissertation. Enschede: University of Twente.

Carpenter, T., & Lehrer, R. (1999). Teaching and Learning Mathematics with Understanding. In E. Fennema & T. A. Romberg (Eds), *Mathematics Classrooms that Promote Understanding* (pp. 19-32). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Fosnot, T.F. & Dolk, M. (2002). *Young Mathematicians at Work: Constructing Fractions, Decimals, and Percents.* Portsmouth: Heinemann

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education: China Lectures*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academics Publisher

Gravemeijer, K. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education*. Utrecht: CD Beta Press

Gravemeijer, K., Cobb, P. (2006). Design Research from a Learning Design Perspective. *Educational Research*, 17-51.

Simon, MA and Ron Tzur (2004). Explicating the Role of Mathematical Tasks in Conceptual Learning: An Elaboration of the Hypothetical Learning Trajectory. *Mathematical Thinking and Learning.*

Skemp, Richard R. (1987). *The Psychology of learning mathematics*. USA: Lawrence Erlbaum Associates, Inc., Pubsilhers.

TAL Team. (2008). *Fraction, Percentage, Decimal and Proportions.* Utrecht: Sense Publishers

Treffers, A. (1987). *Three Dimensions. A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction – The Wiskobas Project*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel Publishing Company

Van de Walle, J. & Folk, S. (2005). *Elementary and Middle School Mathematics. Teaching Developmentally*. Toronto: Pearson Education Canada Inc.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (1994). Improvement of didactical assessment by improvement of the problems: An attempt with respect to percentage. *Educational Studies in Mathematics*, 27, 341-372.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics*, 54(1), 9-35.

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomath norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27 (4), 458-477.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 49

Kesalahan Siswa SMP Dalam Melakukan Operasi Aritmatika Pada Pecahan

Very Hendra Saptra
Program Study Pendidikan Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sunan Kalijaga, Yogyakarta.
veryy_2711@yahoo.com

Abstrak

Operasi aritmatika adalah operasi dasar yang dipelajari pada mata pelajaran matematika. Kurangnya pemahaman pada oprasi aritmatika akan mengakibatkan siswa kesulitan dalam memahami dan mempelajari matematika pada tingkatan yang lebih tinggi. Setelah siswa belajar operasi aritmatika pada bilangan bulat maka tingkatan yang selanjutnya adalah pada pecahan. Pada umumnya para siswa kurang memahami konsep oprasi penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian pada pecahan.
Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui pemahaman siswa terhadap konsep operasi aritmatika pada pecahan. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah deskriptif kualitatif. Instrument yang digunakan berupa pemberian soal pecahan kepada siswa tanpa perlakuan sebelumnya, hanya ingin mengetahui bagaimana cara berfikir siswa dalam menyelesaikan soal pecahan. Soal yang diberikan terdiri dari dua jenis yaitu soal uraian dan soal cerita. Hasil penelitian menunjukan bahwa sebagian besar dari para siswa kurang menuasai oprasi aritmatika pada pecahan.

Katakunci : operasi aritmatika, pecahan

1. Pendahuluan

1.1 Latar Belakang

Matematika merupakan ilmu yang menjadi dasar dari semua ilmu yang dpelajari di sekolah regular. oleh sebab itu pelajaran ini diajarkan pada jenjang pendidikan dasar dan menengah. Pelajaran matematika bertujuan untuk mempersiapkan siswa agar sanggup menghadapi perubahan keadaan dan memiliki ketrampilan serta cakap menyikapinya. Tujuan lain matematika yaitu mempersiapkan siswa agar dapat menggunakan matematika dan pola pikir matematika dalam kehidupan sehari-hari serta dalam mempelajari berbagai ilmu pengetahuan.

Untuk menguasai matematika maka diperlukan konsep dasar dari matematika itu sendiri yaitu aritmatika. Aritmatika membahas oprasi-oprasi dasar dalam matematika yaitu penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian. Aritmatika sudah mulai dikenalkan pada siswa sejak mereka memasuki pendidikan formal. Operasi aritmatika selalu digunakan dalam berbagai materi, diantaranya pecahan. Oprasi aritmatika dalam pecahan tidak sesederhana pada oprasi bilangan bulat. Pada pecahan terdapat aturan-aturan khusus dimana kita harus memperhatikan pembilang dan penyebut sebelum kiat mengoprasikannya.

Hal inilah yang perlu ditekankan ketika kita ingin menyampaikna materi pecahan pada siswa. Sifat dari matematika yang abstrak membuat sebagian siswa kesulitan untuk memahaminya. Seperti operasi penjumlahan pada pecahan, terkadang mereka langsung menjumlahkan pembilang dengan pembilangnya dan penyebut dengan penyebutnya. Mereka tidak memperhatikan aturan yang ada pada penjumlahan atau pengurangan pada pecahan.

Bukan hanya dalam penjumlahan dan pengurangan, dalam perkalian dan pembagian pun demikian. Jika sebelumnya mereka diberikan soal penjumlahan dan perkalian, untuk mengerjakan soal perkalian ada beberapa siswa yang menyamakan penyebut dari pecahan yang akan dioprasikan. Tidak hanya oprasi dasarnya yang banyak terjadi kesalahan, sebagian siswa juga banyak melakukan kesalahan jika diberikan materi yang lebih kompleks, misalkan oprasi pada bilangan positif dan negatif.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah tersebut, dapat dirumuskan masalahnya, yaitu:

a. Bagaimana cara siswa menghadapi permasalahan dalam matematika
b. Kesalahan apa yang sering terjadi pada siswa ketika melakukan oprasi aritmatika pada pecahan?
c. Bagaimana cara menanamkan konsep aritmatika pada siswa agar tidak terjadi kesalahan?.

1.3 Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk :

a. Untuk mengetahui cara siswa dalam menghadapi permasalahan yang berkaitan dengan oprasi aritmatika.
b. Untuk mengetahui kesalahan- kesalahan yang sering terjadi pada siswa ketika melakukan oprasi aritmatika pada pecahan.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah sebagaiberikut:

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

a. Sebagai refrensi bagi para guru ketika akan mengajarkan materi aritmatika pada siswa.
b. Sebagai pertimbangan bagi pendidik untuk lebih menanamkan konsep dasar aritmatika pada siswa agar siswa lebih mudah belajar matematika untuk jenjang yang lebih tinggi.

2. Metode Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian yang menggunakan metode deskriptif dengan pendakatan kualitatif. Karena penelitian ini bertujuan untuk menggali atau mendeskripsikan kesalahan yang dilakukan siswa dalam melakukan oprasi aritmatika pada pecahan. Pendeskripsian ini akan memaparkan kesalahan siswa yang dilihat dari hasil quitioner yang telah di kerjakan oleh siswa.

2.1 Subyek Penelitian

Subyek dalam penelitian ini adalah 35 siswa SMP yang di pilih secara acak tanpa perlakuan sebelumnya.

2.2 Prsedur Penelitian

Pelaksanaan penelitian ini dilakukan di SMP. Dengan cara memberikan questioner sebanyak 35 quitioner kepada siswa tanpa perlakuan sebelumnya.

Setelah data terkumpul kemudian data diseleksi berdasarkan hasil jawaban siswa dilihat dari langkah –langkah siswa dalam menyelesaikan quitioner.

2.3 Instrumen Penelitian

Instrument yang di gunakan pada penelitian ini yaitu questioner yang diberikan kepada siswa kelas VIII yang dipilih secara acak.

2.4 Teknik Analisis Data

Data yang diperoleh selanjutnya akan di alanalisis dengan cara mengoreksi seluruh jawaban quisioner siswa, untuk mengetahui siswa mana yang dapat mengerjakan quisioner dengan benar dan siswa mana yang masih salah dalam mengerjakan

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

quisioner. Kemudian setelah itu dilakukan tabulasi dengan tujuan untuk menyusun data yang sudah diseleksi dalam bentuk tabel.

3. Hasil Penelitian dan Pembahasan

3.1 Hasil Penelitian

Setelah menyeleksi data kemudian data di sajikan dalam bentuk tabel di peroleh data seperti di bawah ini

No soal		Jumlah jawaban benar	Jumlah jawaban salah
1	a	32	3
	b	11	24
	c	16	19
	d	29	6
2	a	11	24
	b	21	14
3	a	18	17

3.2 Pembahasan

a. Cara siswa menghadapi permasalahan dalam matematika

Gaya belajar yang dimiliki setiap siswa berbeda-beda, begitu juga kemampuan dalam memahami materi pelajaran. Secara tidak langsung, gaya belajar siswa akan mempengaruhi kemampuan siswa dalam memecahkan masalah. Dalam mata pelajaran matematika, siswa yang hanya meniru apa yang dijelaskan oleh gurunya misalkan dalam menentukan simbol-simbol, mereka akan kesulitan mengerjakan soal latihan jika simbolnya diubah.

Lebih parah lagi, sebagian siswa saat ini cenderung menganggap remeh matematika. Mereka hanya mencari mudahnya saja dan jarang melakukan latihan dalam memecahkan masalah. Akhirnya yang terjadi adalah krisis kepercayaan diri terhadap kemampuan siswa untuk memecahkan masalah. Apalagi jika dalam kelas tersebut terdapat siswa yang memiliki kemampuan yang lebih, maka siswa yang merasa tidak bisa mengerjakan tugas dari guru akan mencontek pada siswa tersebut. Apabila hal ini terjadi terus menerus, maka

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

siswa akan semakin malas untuk belajar dan akhirnya munculah anggapan bahwa matematika adalah mata pelajaran yang sulit..

b. Kesalahan yang sering terjadi pada siswa ketika melakukan oprasi aritmatika pada pecahan.

Belajar adalah suatu proses yang ditandai dengan adanya perubahan pada diri seseorang, perubahan sebagai hasil dari proses belajar dapat ditunjukan dalam berbagai bentuk seperti, berubah pengetahuan, sikap, pemahaman dan tingkah laku. Kegagalan merupakan hal yang wajar dalam proses belajar, dengan kegagalan seseorang bisa memperoleh keberhasilan. Begitupun dengan siswa yang sedang dalam proses belajar, kegagalan merupakan bagian dari proses mereka untuk lebih baik.

Kesalahan dalam belajar merupakan hal yang wajar yang bisa rerjadi pada siapa saja. Harapannya dengan kesalahan tersebut yaitu kita bisa memperoleh jawaban yang benar. Di dalam matematika salah dalam memecahkan masalah biasa terjadi pada siswa. dengan siswa melakukan kesalahan dan mengetahui jawaban yang benar maka pada kemudian hari jika menghadapi permasalahan yang sama dia tidak akan melakukan kesalahan lagi. Itulah makan sebenarnya dari belajar.

Dalam memecahkan masalah aritmatika pada pecahan, ada beberapa kesalahan yang dilakukan siswa, diantaranya:

1. Pada oprasi penjumlahan dan pengurangan yang mempunyai penyebut yang berbeda, siswa tidak memperhatikan penyebutnya. Mereka langsung menjumlahkan pembilang dengan pembilangnya dan kemudian menjumlahkan penyebut dengan penyebutnya.
2. Jika menemui pecahan yang bertanda negatif, siswa terkadang tidak memperhatikan tanda tersebut. yang diperhatikan oleh siswa hanyalah oprasinya saja.
3. Jika kesalahan pada poin 1 dilakukan siswa dan guru kemudian memberitahukan bagaimana cara pengerjaannya maka kesalahan berikutnya yang terjadi adalah pada perkalian. Setelah sebelumnya siswa mengerjakan soal penjumlahan dan pengurangan dengan penyebut yang berbeda, maka siswa akan memberi perlakuan yang sama pada kasus perkalian. Siswa

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

terlebih dahulu menyamakan penyebut dari pecahan yang akan dikalikan, dan hasilnya siswa hanya mengalikan pembilangnya saja sedangkan penyebutnya tetap, seperti perlakuan pada oprasi penjumlahan dan pengurangan pada pecahan.

Dengan kata lain, siswa sebenarnya tidak memahami konsep aritmatika. Mereka kesulitan memahami materi-materi pelajaran yang bentuknya abstrak seperti matematika.

c. Cara menanamkan konsep aritmatika pada siswa agar tidak terjadi kesalahan.

Seperti diketahui bersama bahwa matematika merupakan mata pelajaran yang abstrak, oleh sebab itu dibutuhkan media yang bisa menggambarkan keabstrakan dari matematika. Pada materi pecahan, banyak sekali media-media yang dapat digunakan, diantaranya dengan menggunakan alat peraga. Selain itu, metode pembelajaran yang digunakan bisa diarahkan kepada metode pembelajaran matematika realistic. Tujuannya adalah agar siswa memahami materi tersebut, karena sesungguhnua oprasi aritmatika pada pecahan sering digunakan dalam kehiduan sehari-hari.

Untuk menjelaskan aturan penjumlahan dan pengurangan pada pecahan dengan menggunakan alat peraga, kita dapat membuatnya dengan bahan-bahan yang sering dijumpai di lingkungan sekitar kita. Misalkan dengan menggunakan kertas, atau kayu yang sudah dibagi-bagi. Intinya adalah apabila siswa siswa akan mengerti jika pembelajaran yang dilakukan menarik dan guru mambu memberikan gambarn terhadap keabstrakan matematika.

4. Simpulan dan Saran

4.1 Simpulan

Kesalahan siswa SMP dalam melakukan oprasi aritmatika pada pecahan itu disebabkan oleh kurangnya konsep penjumlahan,pengurangan, perkalian dan pembagian, itu terlihat dari hasil kerja siswa terhadap quisioner yang dikerjakan oleh siswa. Kurangnya pemahaman konsep penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian yang membuat siswa sulit untuk mengerjakan soal yang berkaitan dengan oprasi aritmatika pada pecahan.

4.2 Saran

Dari hasil penelitian ini, saran yang dapat peneliti kemukakan antara lain :

1. Konsep tentang aritmatika perlu ditanamkan secara matang pada siswa sejak usia dini agar siswa lebih mudah untuk mempelajari aritmatika untuk jenjang yang lebih tinggi.
2. Perlu dilakukan penelitian lebih lanjut untuk lebih meyakinkan dan memantapkan hasil penelitian untuk mengamati kesalahan siswa SMP dalam melakukan oprasi aritmatika pada pecahan.

Daftar Pustaka

Sugiyono. 2001. *Metode Penelitian Kuantitatif Kualitatif dan R&D* .Bandung: Alfabeta

Sujdana Nana.2009. *Penelitian dan Penilaian Pendidikan.* Bandung: Sinar Baru Algensindo

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis Matematik Siswa Sekolah Menengah Atas Melalui Pembelajaran Kooperatif *Think-Talk-Write* (TTW)

Oleh :
Wahyu Hidayat [1)], Anik Yuliani [2)]
manual_emotional@yahoo.com , anik_yuliani070886@yahoo.com
Dosen Tetap STKIP Siliwangi Bandung

Abstrak

Penelitian ini merupakan kuasi eksperimen berbentuk kelompok kontrol pretes-postes, dengan perlakuan pendekatan pembelajaran kooperatif *Think-Talk-Write* (TTW) dan pembelajaran konvensional. Berdasarkan hasil analisis data, diperoleh kesimpulan bahwa: (1) Peningkatan kemampuan berpikir kritis matematik siswa yang memperoleh pembelajaran dengan kooperatif *Think-Talk-Write* (TTW) lebih baik daripada siswa yang memperoleh pembelajaran dengan cara konvensional berdasarkan tingkat kemampuan siswa tinggi, sedang, dan kurang (α = 5%); (2) Tidak terdapat efek interaksi antara pendekatan pembelajaran dan TKAS dalam menghasilkan kemampuan berpikir kritis matematik siswa ; (3) Faktor Pendekatan Pembelajaran memiliki peran yang lebih besar dalam pencapaian kemampuan berpikir kritis matematik siswa dibanding faktor Tingkat Kemampuan Awal Siswa (TKAS);
Kata kunci : berpikir kritis matematik, Think-Talk-Write (TTW)

A. Pendahuluan

Matematika merupakan ilmu universal yang mendasari perkembangan teknologi modern, mempunyai peran penting dalam berbagai disiplin ilmu dan memajukan daya pikir manusia. Dengan belajar matematika, siswa dapat berlatih menggunakan pikirannya secara logis, analitis, sitematis, kritis dan kreatif serta memiliki kemampuan bekerjasama dalam menghadapi berbagai masalah serta mampu memanfaatkan informasi yang diterimanya.

Kenyataan di lapangan menurut Crockcroft (Hendriana, 2009:3), *Mathematics is a difficult both teach and learn* atau matematika merupakan pelajaran yang sulit untuk diajarkan dan dipelajari. Kesulitan ini terjadi karena matematika merupakan pelajaran yang berstruktur vertikal dimana terdapat suatu runtutan untuk mempelajari materi matematika. Hal tersebut sejalan dengan pendapat Rohaeti (2008:2) yang mengatakan bahwa para siswa cenderung hanya menghapalkan sejumlah rumus, perhitungan dan langkah-langkah penyelesaian soal yang telah dikerjakan guru atau yang ada dalam buku teks. Hal ini menyebabkan kemampuan berpikir kritis dan kreatif siswa tidak berkembang secara optimal. Oleh karena itu, pada pembelajaran matematika di sekolah hendaknya siswa dilatih untuk memiliki keterampilan berpikir kritis dan kreatif dalam

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

memperoleh, memilih, dan mengolah informasi agar dapat bertahan dalam keadaan yang selalu berubah dan kompetitif.

Hasil studi awal di Kota Cimahi terhadap siswa SMA, kecenderungan mereka menganggap bahwa matematika adalah pelajaran yang sulit untuk dipelajari dan jika diperbolehkan mereka berusaha menghindar dari bidang studi matematika. Kecenderungan ini berakibat pada motivasi siswa untuk belajar matematika sangat rendah. Ini juga berakibat pada tingkat Kemampuan Awal Siswa terhadap matematika (TKAS) yang rendah.

Tingkat Kemampuan Awal Siswa terhadap Matematika (TKAS) memberi pengaruh langsung atau tidak terhadap kemampuan matematika selanjutnya. Karena orang yang belajar matematika harus memiliki pengetahuan matematika sebelumnya (Sumarmo, 2002). Ada kemungkinan kemampuan siswa baik, sedang ataupun kurang berpengaruh terhadap kemampuan berpikir kritis matematik siswa.

Salah satu solusi dari permasalahan-permasalahan di atas adalah pembelajaran matematika di sekolah dengan menggunakan pembelajaran kooperatif *Think-Talk-Write* (TTW) yang diupayakan dapat membuat siswa lebih aktif terlibat dalam proses pembelajaran matematika di kelas. Keaktifan siswa tersebut dapat terwujud dengan mengikuti setiap proses pembelajaran matematika berupa interaksi dalam kegiatan proses pembelajaran dan mengajukan cara-cara penyelesaian dari suatu masalah matematika yang diberikan. Melalui keterlibatan siswa secara aktif dalam proses pembelajaran matematika tersebut, maka diharapkan kemampuan berpikir kritis matematik siswa akan dapat terlatih dengan baik. Pembelajaran Kooperatif TTW diharapkan dapat memicu keaktifan siswa di dalam kelas yang sasarannya dapat meningkatkan kemampuan berpikir kritis matematik siswa.

B. Rumusan dan Batasan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Apakah peningkatan kemampuan berpikir kritis matematik siswa yang memperoleh pembelajaran dengan kooperatif *Think-Talk-Write* (TTW) lebih baik daripada siswa yang memperoleh pembelajaran dengan cara biasa berdasarkan tingkat kemampuan siswa tinggi, sedang, dan kurang?

2. Apakah terdapat efek interaksi antara pendekatan pembelajaran dan Tingkat Kemampuan Awal Siswa (TKAS) dalam menghasilkan kemampuan berpikir kritis matematik siswa?
3. Mana di antara pendekatan pembelajaran dan Tingkat Kemampuan Awal Siswa (TKAS) yang lebih berperan dalam menghasilkan kemampuan berpikir kritis matematik siswa?

C. Tujuan Penelitian

Berdasarkan permasalahan, penelitian ini bertujuan untuk:

1. Mengetahui apakah peningkatan kemampuan berpikir kritis matematik siswa yang memperoleh pembelajaran dengan kooperatif *Think-Talk-Write* (TTW) lebih baik daripada siswa yang memperoleh pembelajaran dengan cara biasa berdasarkan tingkat kemampuan siswa tinggi, sedang, dan kurang.
2. Mengetahui apakah terdapat efek interaksi antara pendekatan pembelajaran dan Tingkat Kemampuan Awal Siswa (TKAS) dalam menghasilkan kemampuan berpikir kritis matematik siswa.
3. Mengetahui mana di antara pendekatan pembelajaran dan Tingkat Kemampuan Awal Siswa (TKAS) yang lebih berperan dalam menghasilkan kemampuan berpikir kritis matematik siswa.

D. Manfaat Penelitian

Dengan diadakannya penelitian ini, diharapkan dapat bermanfaat :

1. Bagi siswa, penerapan pembelajaran dengan Kooperatif *Think-Talk-Write* (TTW) sebagai salah satu sarana untuk melibatkan aktivitas siswa secara optimal dalam memahami konsep matematika sehingga konsep yang semula abstrak akan lebih cepat dipahami secara terintegrasi. Dengan menggunakan pembelajaran Kooperatif *Think-Talk-Write* (TTW) belajar siswa menjadi bermakna karena ia dapat melihat hubungan antara konsep yang dipelajarinya dengan konsep yang dikenalnya. Hal ini diharapkan membuat siswa mengubah pandangannya dengan tidak menganggap lagi matematika sebagai pelajaran yang sulit dan siswa sebenarnya memiliki kemampuan untuk mempelajari mata pelajaran ini sehingga pada akhirnya siswa diharapkan lebih mempunyai kepercayaan diri dalam belajar matematika.

2. Bagi peneliti, merupakan pengalaman yang berharga sehingga dapat dijadikan bahan pertimbangan untuk mengembangkan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematik pada berbagai jenjang pendidikan.

E. Berpikir Kritis Matematik dan *Think-Talk-Write* (TTW)

1. Berpikir Kritis Matematik

Menurut Ennis (Mulyana, 2008 : 29), berpikir kritis adalah berpikir secara beralasan dan reflektif dengan menekankan pada pembuatan keputusan tentang apa yang harus dipercayai atau dilakukan. Oleh karena itu, indikator kemampuan berpikir kritis dapat diturunkan dari aktivitas kritis siswa sebagai berikut : (1) Mencari pernyataan yang jelas dari setiap pertanyaan; (2) Mencari alasan; (3) Berusaha mengetahui informasi dengan baik; (4) Memakai sumber yang memiliki kredibilitas dan menyebutkannya; (5) Memperhatikan situasi dan kondisi secara keseluruhan; (6) Berusaha tetap relevan dengan ide utama; (7) Mengingat kepentingan yang asli dan mendasar; (8) Mencari alternatif; (9) Bersikap dan berpikir terbuka; (10) Mengambil posisi ketika ada bukti yang cukup untuk melakukan sesuatu; (11) Mencari penjelasan sebanyak mungkin apabila memungkinkan; (12) Bersikap secara sistematis dan teratur dengan bagian-bagian dari keseluruhan masalah.

Beyer (Hassoubah, 2004:92) menyatakan bahwa kemampuan berpikir kritis adalah keterampilan untuk: (1) Menentukan kredibilitas suatu sumber; (2) Membedakan antara yang relevan dan tidak relevan; (3) Membedakan fakta dari penilaian; (4) Mengidentifikasi dan mengevaluasi asumsi yang tidak terucapkan; (5) Mengidentifikasi bias yang ada; (6) Mengidentifikasi sudut pandang; (7) Mengevaluasi bukti yang ditawarkan untuk mendukung pengakuan. Sejalan dengan pendapat Beyer tersebut, Harsanto (2005:45) menyatakan bahwa ciri orang yang berpikir kritis meliputi: (1) Membedakan antara fakta, non fakta dan opini; (2) Membedakan antara kesimpulan definitif dan sementara; (3) Menguji tingkat kepercayaan; (4) Membedakan informasi yang relevan dan tidak relevan; (5) Berpikir kritis atas materi yang dibacanya; (6) Membuat keputusan; (6) Mengidentifikasi sebab dan akibat; (7) Mempertimbangkan wawasan lain; (8) Menguji pertanyaan yang dimilikinya.

Berpikir kritis matematik adalah proses kemampuan siswa untuk mengidentifikasi asumsi yang digunakan; merumuskan pokok-pokok permasalahan;

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

menentukan akibat dari suatu ketentuan yang diambil; mendeteksi adanya bias berdasarkan pada sudut pandang yang berbeda; mengungkap konsep, teorema atau definisi yang digunakan; serta mengevaluasi argumen yang relevan dalam menyelesaikan suatu masalah.

2. *Think-Talk-Write* (TTW)

Pembelajaran TTW dimulai dengan bagaimana siswa memikirkan penyelesaian suatu tugas atau masalah, kemudian diikuti dengan mengkomunikasikan hasil pemikirannya melalui forum diskusi, dan akhirnya melalui forum diskusi tersebut siswa dapat menuliskan kembali hasil pemikirannya. Aktivitas berpikir, berbicara, dan menulis adalah salah satu bentuk aktivitas belajar-mengajar matematika yang memberikan peluang kepada siswa untuk berpartisipasi aktif. Melalui aktivitas tersebut siswa dapat mengembangkan kemampuan berbahasa secara tepat, terutama saat menyampaikan ide-ide matematika.

a. Think

Menurut Marzuki (2006 : 27) bahwa berpikir yang dilakukan manusia meliputi lima dimensi yaitu :

1) Metakognisi, merupakan kesadaran seseorang tentang proses berpikirnya pada saat melakukan tugas tertentu dan kemudian menggunakan kesadaran tersebut untuk mengontrol apa yang dilakukan.
2) Berpikir kritis dan kreatif, merupakan dua komponen yang sangat mendasar. Berpikir kritis merupakan proses penggunaan kemampuan berpikir secara efektif yang dapat membantu seseorang untuk membuat, mengevaluasi, serta mengambil keputusan tentang apa yang diyakini serta dilakukan. Sedangkan berpikir kreatif merupakan kemampuan yang bersifat spontan, terjadi karena adanya arahan yang bersifat internal dan keberadaannya tidak bisa diprediksi.
3) Proses berpikir, memiliki delapan kompenen utama yaitu pembentukan konsep, pembentukan prinsip, pemahaman, pemecahan masalah, pengambilan keputusan, penelitian, penyusunan, dan berwacana secara oral.
4) Kemampuan berpikir utama, juga memiliki delapan komponen yang memfokuskan, kemampuan mendapatkan informasi, kemampuan mengingat, kemampuan mengorganisasikan, kemampuan menganalisis, kemampuan menghasilkan, kemampuan mengintegrasi, serta kemampuan mengevaluasi.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

5) Berpikir matematik tingkat tinggi, pada hakekatnya merupakan non-prosedural yang antara lain mencakup hal-hal berikut : kemampuan mencari dan mengeksplorasi pola, kemampuan menggunakan fakta-fakta, kemampuan membuat ide-ide matematik, kemampuan berpikir dan bernalar secara fleksibel, serta menetapkan bahwa suatu pemecahan masalah bersifat logis.

b. Talk

Diskusi dapat menguntungkan pendengar yang baik, karena dapat memberi wawasan baru baginya. Baroody (Ansari, 2003:25) menguraikan beberapa kelebihan dari diskusi kelas, yaitu :

1) Dapat mempercepat pemahaman materi pembelajaran dan kemahiran menggunakan strategi.
2) Membantu siswa mengkonstruksi matematika.
3) Menginformasikan bahwa para ahli matematika biasanya tidak memecahkan masalah sendiri-sendiri, tetapi membangun ide bersama pakar lainnya dalam satu tim.
4) Membantu siswa menganalisis dan memecahkan masalah secara bijaksana.

c. Write

Aktivitas menulis berarti mengonstruksi ide, karena setelah berdiskusi antar teman kemudian mengungkapkannya melalui tulisan. Shield dan Swinson (Ansari, 2003:39) menyatakan, bahwa menulis dalam matematika membantu merealisasikan salah satu tujuan pembelajaran, yaitu pemahaman siswa tentang materi yang ia pelajari. Aktivitas selama tahap ini adalah :

1) Menulis solusi terhadap masalah yang diberikan termasuk perhitungan.
2) Mengorganisasikan semua pekerjaan langkah demi langkah.
3) Mengoreksi semua pekerjaan sehingga yakin tidak ada pekerjaan yang tertinggal.
4) Meyakini bahwa pekerjaannya lengkap, mudah dibaca dan terjamin keasliannya.

D. Metode dan Prosedur Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian eksperimen dengan disain penelitiannya sebagai berikut :

$$\begin{array}{ccc} O & X & O \\ \hdashline O & & O \end{array}$$

(Ruseffendi, 2005 : 53)

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Keterangan :

O : Tes Kemampuan berpikir kritis matematik

X : Perlakuan dengan pembelajaran Kooperatif TTW

Subyek populasi dalam penelitian ini adalah seluruh siswa Sekolah Menengah Atas (SMA) di kota Cimahi. Kemudian dari sekolah tersebut diambil siswa kelas XI sebagai subyek sampel. Disamping skenario pembelajaran untuk pendekatan TTW, dalam penelitian ini digunakan Instrumen berupa tes kemampuan berpikir kritis matematik.

F. Instrumen Penelitian

Untuk memperoleh data dalam penelitian ini digunakan beberapa macam instrumen, yaitu seperangkat tes kemampuan berpikir kritis matematik. Didalam penelitian ini, disamping tes awal, kedua sampel dikelompokkan berdasarkan Tingkat Kemampuan Awal Siswa (TKAS) yang data kuantitatifnya diperoleh dari data nilai guru pada tiga standar kompetensi terakhir. Untuk mengetahui seberapa besar peningkatan kemampuan berpikir kritis matematik siswa sebelum dan setelah kegiatan pembelajaran, dilakukan analisis skor gain ternormalisasi yang dihitung dengan menggunakan rumus sebagai berikut : $g = \frac{\text{skor tes akhir} - \text{skor tes awal}}{\text{skor maksimum ideal} - \text{skor tes awal}}$

Tingkat perolehan skor gain ternormalisasi dikelompokkan kedalam tiga kategori, yaitu :

0,70	$<$ (g)	: Tinggi
0,30	$\leq$ (g) $\leq$ 0,70	: Sedang
(g)	$<$ 0,30	: Rendah

G. Analisis Data dan Pembahasan

Deskripsi peningkatan kemampuan berpikir kritis matematik merupakan gambaran kualitas peningkatan kemampuan berpikir kritis matematik berdasarkan jenis pendekatan pembelajaran (pendekatan pembelajaran TTW dan pendekatan pembelajaran KONV) dan Tingkat Kemampuan Awal Siswa (TKAS) kelompok tinggi, sedang atau kurang. Deskripsi yang dimaksud adalah rata-rata dan standar deviasi berdasarkan pendekatan pembelajaran dan klasifikasi Tingkat Kemampuan Awal Siswa (TKAS).

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Tabel E.1
Deskripsi Data Gain Ternormalisasi
Peningkatan Kemampuan Berpikir Kritis Matematik Siswa
Berdasarkan Pendekatan Pembelajaran dan TKAS

Pend Pemb	TKAS	Skor		Rata-rata	Simp. Baku
		Min.	Maks.		
TTW	TINGGI	0,50	0,72	0,65	0,06
	SEDANG	0,48	0,71	0,60	0,08
	KURANG	0,46	0,68	0,57	0,08
	TOTAL	**0.46**	**0.72**	**0.61**	**0.08**
KONV	TINGGI	0,37	0,74	0,55	0,10
	SEDANG	0,23	0,63	0,47	0,11
	KURANG	0,48	0,63	0,54	0,05
	TOTAL	**0.23**	**0.74**	**0.51**	**0.10**

Catatan: Skor Maksimum Ideal 1,00

Berdasarkan Tabel E.1, dapat dikemukakan deskripsi peningkatan kemampuan berpikir kritis matematik siswa sebagai berikut:

1) Perbandingan peningkatan kemampuan berpikir kritis matematik siswa secara keseluruhan berdasarkan jenis pendekatan pembelajaran (TTW dan KONV) adalah rerata 0,61 > 0,51; standar deviasi 0,08 < 0,10; Hal ini menunjukkan bahwa peningkatan kemampuan berpikir kritis matematik siswa yang pembelajarannya menggunakan kooperatif TTW lebih baik daripada siswa yang pembelajarannya menggunakan cara konvensional.
2) Perbandingan peningkatan kemampuan berpikir kritis matematik siswa yang berasal dari TKAS tinggi berdasarkan jenis pendekatan pembelajaran (TTW dan KONV) adalah rerata 0,65 > 0,55; standar deviasi 0,06 < 0,10. Hal ini menunjukkan bahwa peningkatan kemampuan berpikir kritis matematik siswa pada TKAS tinggi yang pembelajarannya menggunakan kooperatif TTW lebih baik daripada siswa yang pembelajarannya menggunakan cara konvensional.
3) Perbandingan peningkatan kemampuan berpikir kritis matematik siswa yang berasal dari TKAS sedang berdasarkan jenis pendekatan pembelajaran (TTW dan KONV) adalah rerata 0,60 > 0,47; standar deviasi 0,08 < 0,11. Hal ini menunjukkan bahwa peningkatan kemampuan berpikir kritis matematik siswa pada TKAS sedang yang pembelajarannya menggunakan kooperatif TTW lebih baik daripada siswa yang pembelajarannya menggunakan cara konvensional.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

4) Perbandingan peningkatan kemampuan berpikir kritis matematik siswa yang berasal dari TKAS kurang berdasarkan jenis pendekatan pembelajaran (TTW dan KONV) adalah rerata 0,57 > 0,54; standar deviasi 0,08 > 0,05. Hal ini menunjukkan bahwa peningkatan kemampuan berpikir kritis matematik siswa pada TKAS kurang yang pembelajarannya menggunakan kooperatif TTW lebih baik daripada siswa yang pembelajarannya menggunakan cara konvensional.
5) Dari faktor pendekatan pembelajaran dan TKAS maka faktor pendekatan pembelajaran lebih berperan daripada faktor TKAS dalam pencapaian kemampuan berpikir kritis matematik siswa. Hal ini dapat dilihat dari peningkatan kemampuan berpikir kritis matematik siswa TKAS sedang yang pembelajarannya menggunakan kooperatif TTW lebih baik daripada peningkatan kemampuan berpikir kritis matematik siswa TKAS tinggi yang pembelajarannya menggunakan cara konvensional. Begitu pula peningkatan kemampuan berpikir kritis matematik siswa TKAS kurang yang pembelajarannya menggunakan kooperatif TTW lebih baik daripada peningkatan kemampuan berpikir kritis matematik siswa TKAS sedang yang pembelajarannya menggunakan cara konvensional. Dengan demikian dari kedua faktor yaitu pendekatan pembelajaran dan TKAS maka faktor pendekatan pembelajaran yang lebih berperan dalam pencapaian peningkatan kemampuan berpikir kritis matematik siswa.

Untuk mendukung deskripsi peningkatan kemampuan berpikir kritis matematik yang telah dijelaskan, maka dilakukan analisis data berpikir kritis matematik siswa melalui uji statistik dengan menggunakan ANOVA dua jalur.

Tabel E.2
Rangkuman Uji Anova Dua Jalur
Peningkatan Kemampuan Berpikir Kritis Matematik
Berdasarkan Faktor Pendekatan Pembelajaran dan TKAS

SUMBER	JK	dk	RJK	F_{hit}	Sig
Pendekatan Pembelajaran (A)	0,132	1	0,132	18,404	0,000
TKAS (B)	0,050	2	0,025	3,469	0,038
AxB	0,029	2	0,014	1,986	0,147
Inter	0,410	57	0,007		

(Diambil dari output SPSS. 17)

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

a) Pendekatan Pembelajaran

H$_0$: $\mu_e = \mu_k$

H$_A$: $\mu_e \neq \mu_k$

Kriteria pengujian :

Jika *sig* > 0,05 maka H$_0$ diterima

Dari Tabel E.2 diperoleh nilai *sig* = 0,000; atau dengan kata lain *sig* < 0,05. Hal tersebut dapat disimpulkan bahwa terdapat perbedaan yang signifikan antara kemampuan berpikir kritis matematik siswa yang pembelajarannya menggunakan pembelajaran kooperatif TTW dengan yang pembelajarannya menggunakan cara konvensional pada taraf signifikansi 5%.

b) Peringkat Sekolah

H$_0$: $\mu_{t'} = \mu_{s'} = \mu_{k'}$

H$_A$: Paling tidak terdapat satu TKAS yang berbeda secara signifikan dengan TKAS lainnya

Kriteria pengujian :

Jika *sig* > 0,05 maka H$_0$ diterima

Dari tabel E.2 diperoleh nilai *sig* = 0,000; atau dengan kata lain *sig* < 0,05; hal tersebut dapat disimpulkan bahwa paling tidak terdapat satu kelompok siswa dengan TKAS tertentu yang kemampuan berpikir kritis matematik siswanya berbeda secara signifikan dengan TKAS lainnya pada taraf signifikansi 5%. Untuk mengetahui TKAS mana yang berbeda secara signifikan dilakukan uji scheffe. Hasil perhitungannya disajikan pada Tabel E.3

Tabel E.3
Uji Scheffe Skor Rerata Peningkatan Kemampuan Berpikir Kritis Matematik Berdasarkan TKAS

TKAS (I)	TKAS(J)	Sig	H$_0$
Tinggi	Sedang	0,010	Ditolak
Sedang	Kurang	0,585	Diterima
Tinggi	Kurang	0,167	Diterima

(Diambil dari output SPSS.17)

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Dari Tabel E.3 disimpulkan bahwa terdapat perbedaan yang signifikan antara kemampuan berpikir kritis matematik siswa dengan TKAS tinggi dibandingkan siswa dengan TKAS sedang dan kurang pada taraf signifikansi 5%, dalam hal ini kemampuan berpikir kritis siswa dengan TKAS tinggi lebih baik daripada siswa dengan TKAS sedang dan kurang. Namun untuk kemampuan berpikir kritis matematik siswa dengan TKAS sedang tidak berbeda secara signifikan dari siswa dengan TKAS kurang pada taraf signifikansi 5%. Implikasinya Kemampuan berpikir kritis matematik siswa pada TKAS tinggi lebih berkembang dari TKAS sedang dan kurang.

c) Efek Interaksi antara Pendekatan Pembelajaran dan TKAS

H_0: Tidak terdapat interaksi antara pendekatan pembelajaran dengan peringkat sekolah

H_A: Paling tidak ada satu selisih yang berbeda secara signifikan dari yang lainnya.

Dari tabel E.2 diperoleh nilai *sig* = 0,147 lebih besar dari 0,05; hal tersebut dapat disimpulkan bahwa tidak terdapat efek interaksi yang signifikan antara pendekatan pembelajaran (TTW dan KONV) dengan TKAS dalam menghasilkan kemampuan berpikir kritis matematik siswa pada taraf signifikansi 5%.

F. Kesimpulan

Berdasarkan analisis data diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Peningkatan kemampuan berpikir kritis matematik siswa yang pembelajarannya menggunakan pembelajaran kooperatif *Think-Talk-Write* (TTW) lebih baik daripada yang pembelajarannya menggunakan cara konvensional (KONV) berdasarkan kemampuan siswa tinggi, sedang, dan kurang. Peningkatan kemampuan berpikir kritis matematik siswa yang memperoleh pembelajaran TTW dan KONV dari semua aspek kemampuan tinggi, sedang, dan kurang berada dalam kualifikasi sedang.
2. Tidak terdapat efek interaksi antara pendekatan pembelajaran dengan Tingkat Kemampuan Awal Siswa (TKAS) dalam meningkatkan kemampuan berpikir kritis matematik siswa. Berarti secara bersamaan faktor pendekatan pembelajaran dan TKAS tidak memberikan pengaruh yang signifikan terhadap kemampuan berpikir kritis matematik siswa pada taraf signifikansi 5%.

3. Faktor Pendekatan Pembelajaran memiliki peran yang lebih besar dalam pencapaian kemampuan berpikir kritis matematik siswa dibanding faktor Tingkat Kemampuan Awal Siswa (TKAS).

DAFTAR PUSTAKA

Ansari, B. I. (2003). *Menumbuhkembangkan Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematik Siswa Sekolah Menengah Umum (SMU) melalui Strategi Think Talk Write*. Disertasi Sekolah Pasca Sarjana UPI. Bandung : Tidak diterbitkan.

Harsanto, R. (2005). *Melatih Anak Berpikir Analitis, Kritis, dan Kreatif.* Jakarta : PT Gramedia Widiasarana Indonesia.

Hassoubah, Z. I. (2004). *Develoving Creative & Critical Thinking Skills (Cara Berpikir Kreatif dan Kritis)*. Bandung: Yayasan Nuansa Cendekia.

Hendriana, H. (2009). *Pembelajaran Dengan Pendekatan Metaphorical Thinking Untuk Meningkatkan Kemampuan Pemahaman Matematik, Komunikasi Matematik Dan Kepercayaan Diri Siswa Sekolah Menengah Pertama.* Disertasi Sekolah Pasca Sarjana UPI. Bandung : Tidak diterbitkan.

Marzuki, A. (2006). *Implementasi Pembelajaran Kooperatif (Cooperative Learning) Dalam Upaya Meningkatkan Kemampuan Koneksi dan Pemecahan Masalah Matematik Siswa*. Tesis pada PPS UPI. Bandung : Tidak diterbitkan.

Mulyana, T. (2008). *Pembelajaran Analitik Sintetik untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis dan Kreatif Matematik Siswa Sekolah Menengah Atas*. Disertasi pada PPS UPI. Bandung : Tidak diterbitkan.

Rohaeti, E. E. (2008). *Pembelajaran Dengan Pendekatan Eksplorasi Untuk Mengembangkan Kemampuan Berpikir Kritis Dan Kreatif Matematik Siswa Sekolah Menengah Pertama.* Disertasi Sekolah Pasca Sarjana UPI. Bandung : Tidak Diterbitkan.

Ruseffendi, E. T. (2005). *Dasar-Dasar Penelitian Pendidikan dan Bidang Non-Eksakta Lainnya*. Bandung : Tarsito

Sumarmo,U. (2002). *Alternatif Pembelajaran Matematika dalam Menerapkan Kurikulum Berbasis Kompetensi*. Makalah disajikan pada Seminar Nasional FPMIPA UPI: Tidak diterbitkan

P – 51

Pengembangan Profesionalisme Guru Matematika Pascasertifikasi Melalui CPD PTK Pada SMP Di Kota Semarang

Oleh :
Dr. WARDONO, M.Si
Universitas Negeri Semarang Jl Raya Sekaran Gunungpati Semarang
Telp/HP/fax : (024) 6717217/ 08156619462/(024) 8508032.
Email : wardono.unnes@gmail.com

ABSTRAK

Masalah utama penelitian ini adalah; (1) Bagaimana model manajemen pelatihan dan pendampingan (PP) CPD PTK yang efektif dapat meningkatkan profesionalisme guru dalam arti dapat meningkatkan kinerja guru matematika pada SMP di kota Semarang?; (2) Bagaimana dampak positif model manajemen pelatihan dan pendampingan CPD PTK terhadap peningkatan hasil belajar matematika siswa pada SMP di kota Semarang? Metode penelitian ini secara keseluruhan adalah penelitian **R&D** (***Riset & Development***), dengan penelitian pengembangan menggunakan eksperimen "*pretest-postest with control group design"*. Populasi penelitian ini adalah guru matematika SMP di kota Semarang yang sudah tersertifikasi dan siswa SMP di kota Semarang. Sampel diambil dengan teknik random sampling dengan memperhatikan status sekolah SSN, RSBI dan RSSN. Data dari guru maupun siswa diambil dengan metode angket, metode tes, lembar observasi terfokus dan pedoman wawancara mendalam didukung lembar penilaian validator ahli, praktisi, supervisor, pemonitor pada *FGD*. Analisis data dengan analisis statistik deskriftif, anova dan uji t dengan SPSS 16.0 dan *CFA SEM* dengan *LISREL 8.8.* Hasil penelitian; (1) Model pelatihan CPD PTK secara efektif dapat meningkatkan profesionalisme guru matematika SMP dalam arti dapat meningkatkan kinerja guru, meningkatkan pengetahuan, pemahaman dan keterampilan guru tentang PTK yang mendukung profesionalismenya; (2) Model pelatihan CPD PTK berdampak positif meningkatkan hasil belajar matematika siswa SMP karena model pelatihan ini melakukan langkah-langkah manajemen dalam fungsi perencanaan pelatihan, fungsi pelaksanaan pelatihan dan fungsi penilaian program pelatihan yang matang.

Kata kunci : pengembangan, profesionalisme, guru, CPD, PTK

PENDAHULUAN

Secara umum SDM Indonesia saat ini masih rendah jika dibandingkan dengan negara negara yang lain. Berdasarkan laporan hasil survei HDI *report* 2010 UNDP nilai HDI Indonesia 0,600 dan hanya menempati ranking 108 dari 169 negara yang diteliti (Klugman, 2010: 154*)*. SDM yang masih rendah ini salah satunya diakibatkan oleh kualitas pendidikan di Indonesia masih rendah. Kualitas pendidikan di Indonesia yang masih rendah meliputi kualitas pembelajaran yang salah satunya dipicu oleh kualitas guru yang masih rendah. Untuk itu semua komponen bangsa Indonesia harus berupaya untuk meningkatkan kualitas guru karena guru merupakan jantungnya pendidikan. Pendidikan yang baik dan unggul sangat bergantung pada mutu yang tercermin pada profesionalisme, kinerja dan kompetensi gurunya.

Perbaikan mutu pendidikan pertama-tama tergantung pada perbaikan perekrutan, pelatihan dan pengembangan, status sosial, dan kondisi kerja para guru

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

(Delors, 1996). Jika guru tidak memiliki kinerja dan kompetensi yang tinggi, maka upaya peningkatan mutu pendidikan tidak akan dapat tercapai secara optimal. Masalah kinerja dan kompetensi guru selalu menjadi perhatian dalam manajemen karena berkaitan dengan produktivitas organisasi sekolah. Untuk mewujudkan guru matematika yang profesional, kompeten dengan kinerja yang tinggi perlu dilakukan upaya sistematis, sinergis dan berkesinambungan yang dapat menjamin setiap guru tetap profesional, kompeten dan berkinerja sesuai dengan standar kompetensinya. Berangkat dari kenyataan tersebut menarik sekali untuk mencari dan menemukan strategi untuk mengatasi masalah tersebut, salah satu upayanya adalah mengimplementasikan *Continuous Profesionalism Development* (CPD) Penelitian Tindakan Kelas (PTK). CPD adalah peningkatan pengetahuan profesional dan perbaikan keterampilan profesional yang secara sadar dilakukan terus menerus sepanjang hayat seorang guru (Kemendiknas PMPTK, 2008).

Selanjutnya Depdiknas (2009:1) menyatakan sertifikasi guru adalah proses pemberian sertifikat pendidik kepada guru yang telah memenuhi persyaratan, bertujuan untuk menentukan kelayakan guru dalam melaksanakan tugas sebagai pendidik profesional. Sertifikasi guru dilakukan dalam bentuk Penilaian Portofolio Guru, Pendidikan dan Latihan Profesi Guru (PLPG) serta Pendidikan Profesi Guru (PPG). Bagaimana sebenarnya potret kinerja guru setelah guru tersertifikasi apakah kinerja guru meningkat? apakah ada perbedaan kinerja guru yang lulus sertifikasi melalui portofolio dibanding yang melalui PLPG ? Apakah ada perbedaan kinerja guru antara berbagai status sekolah baik Rintisan Sekolah Bertaraf Internasional (RSBI), Standar Sekolah Nasional (SSN) atau Rintisan Sekolah Standar Nasional (RSSN)? Apakah ada perbedaan nilai komponen kinerja antara komponen pedagogik, profesional, kepribadian dan sosial? Hal ini perlu dilakukan penelitian ini.

Masalah utama penelitian ini adalah model CPD yang bagaimana yang dapat meningkatkan profesionalisme guru dalam arti dapat meningkatkan kinerja guru matematika pascasertifikasi berdasar kompetensi pada SMP? Sedangkan pertanyaan penelitian ini adalah :

(1) Bagaimana potret kinerja guru matematika pascasertifikasi berdasar kompetensi pada SMP di kota Semarang?

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

(2) Bagaimana model manajemen pelatihan dan pendampingan (PP) CPD PTK yang efektif dapat meningkatkan profesionalisme guru dalam arti dapat meningkatkan kinerja guru matematika pascasertifikasi berdasar kompetensi pada SMP di kota Semarang?

(3) Bagaimana dampak positif model manajemen PP CPD PTK terhadap peningkatan hasil belajar matematika pada SMP di kota Semarang?

Pada penelitian pendahuluan sebelumnya telah diteliti tentang faktor-faktor yang mempengaruhi kinerja guru matematika SMP. Adapun faktor-faktor tersebut yaitu manajemen diri dan kemampuan dasar mengajar, pembinaan guru, budaya dan iklim organisasi sekolah, motivasi berprestasi kerja guru, pelatihan dan pengembangan guru.

Manajemen diri dalam pembelajaran secara umum terdiri dari tiga langkah utama, yaitu menentukan tujuan, memonitor dan mengevaluasi kemajuan, dan memberikan penguatan diri (Uno, 2007: 44). Bandura dalam Uno (2007: 45), menyatakan ada dua sumber motivasi, yaitu hasil (*outcome)* yang dapat diprediksi dari perilaku yang dikerjakan dan tujuan yang ditetapkan sebagai standar pribadi untuk mengevaluasi kinerja guru. Untuk melaksanakan tugas dengan baik guru memerlukan kemampuan dasar mengajar yang baik.

Pembinaan guru diartikan sebagai serangkaian usaha bantuan kepada guru, terutama yang berwujud layanan profesional yang dilakukan oleh kepala sekolah untuk meningkatkan proses dan hasil belajar peserta didik. Wiles dalam Uno (2007; 169), menyatakan "*supervision is service activity Eliot exists to help teachers do their job better*".

Campbell & South Worth (1992: 70) mengemukakan bahwa, "*An important aspect of organizational culture was the work of the principal*". Aspek penting dari budaya organisasi ialah kinerja guru, staff dan kepala sekolah, dan begitupun sebaliknya, kepala sekolah , staff dan guru dapat bekerja secara optimal apabila tercipta budaya organisasi sekolah yang kondusif. Walter dan Stanfield (dalam Davis & Thomas, 1989) menyatakan bahwa, budaya sekolah sebagai norma pengikat yang secara konsisten merupakan nilai-nilai yang menjaga kesatuan organisasi.

Motivasi adalah dorongan, kebutuhan-kebutuhan, keinginan-keinginan dan bisikan-bisikan dalam diri individu (Nurtain 1989: 117). Dengan motivasi kerja, maka perilaku seseorang tertuju pada pencapaian sasaran organisasi atau penyelesaian

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

pekerjaan, sebagaimana dikemukakan oleh Durbin (1984: 105) "*Work motivation usually mean effort expended toward organizational objective or work accomplishment*". McCleland (dalam Irawan 1994) juga menyimpulkan bahwa motivasi berprestasi mempunyai kontribusi sampai 64 % terhadap prestasi kerja seseorang.

Pelatihan dan pengembangan profesi guru diarahkan untuk penguatan kompetensi guru berdasarkan standar kompetensi guru yang meliputi kompetensi pedagogik, kompetensi kepribadian, kompetensi sosial dan kompetensi profesional (Yamin, 2006: 223). Adapun cara pengembangan profesi dapat dilakukan melalui forum MGMP, seminar, workshop, *lesson study*, pelatihan dan pengembangan misalnya pelatihan PTK, studi lanjut dll. Pengembangan keempat kompetensi perlu dilakukan secara berkelanjutan agar profesionelisme guru terus meningkat. Dalam UU RI No 14 Th 2005, dijelaskan bahwa "kompetensi adalah seperangkat pengetahuan keterampilan, dan perilaku yang harus dimiliki, dihayati, dan dikuasai oleh guru atau dosen dalam melaksanakan tugas keprofesionalan".

Konsep kinerja merupakan singkatan dari *kinetika energi kerja* yang padanannya dalam bahasa Inggris adalah *performance*. Kinerja adalah keluaran yang dihasilkan oleh fungsi-fungsi atau indikator indikator suatu pekerjaan atau suatu profesi dalam waktu tertentu (Wirawan, 2009: 5). Pengertian kinerja atau *performance* merupakan gambaran mengenai tingkat pencapaian pelaksanaan suatu program kegiatan atau kebijakan dalam mewujudkan sasaran, tujuan, visi, dan misi organisasi yang dituangkan melalui perencanaan strategi suatu organisasi (Moeheriono, 2009: 60). Menurut Robbins kinerja sebagai fungsi interaksi antara kemampuan atau *ability* (A) motivasi atau *motivation* (M), dan kesempatan atau *Opportunity* (O), Kinerja = f(A x M x O).

Menurut Kotter dan Hesket (dalam Usman, 2008: 457) kinerja sebagai hasil kerja yang dihasilkan oleh seorang pegawai dalam satuan waktu tertentu. Jadi kinerja merupakan hasil karya nyata, dari seseorang atau perusahaan yang dapat dilihat, dihitung jumlahnya, dan dapat dicatat waktu perolehannya. Hunsaker (dalam Usman, 2008: 457) memberikan rumus sebagai berikut; ***Performance = Ability x Motivation, Ability = Aptitude x Training x Resouerces.*** Manajemen kinerja adalah suatu cara untuk mendapatkan hasil yang lebih baik bagi organisasi, kelompok, dan individu dengan memahami dan mengelola kinerja sesuai dengan target yang telah direncanakan, standar dan persyaratan kompetensi yang telah ditentukan (Moeheriono, 2009 : 99).

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Untuk terjadinya manajemen kinerja yang baik harus memperhatikan faktor-faktor yang mempengaruhi kinerja individu, kinerja kelompok dan kinerja organisasi. Menurut Wirawan, kinerja individu pegawai merupakan hasil sinergi dari sejumlah faktor yaitu faktor lingkungan internal pegawai terdiri bakat dan sifat pribadi, kreativitas, p**engetahuan dan keterampilan,** k**ompetensi,** pengalaman kerja, keadan fisik, keadaan psikologi, perilaku kerja, etos kerja, disiplin kerja, m**otivasi kerja,** semangat kerja, sikap kerja, stress kerja, keterlibatan kerja, k**epemimpinan& pembinaan,** kepuasan kerja dan loyalitas; faktor lingkungan eksternal pegawai yaitu kehidupan ekonomi, kehidupan politik, kehidupan sosial, b**udaya dan agama masyarakat dan** kompetitor; dan faktor internal organisasi yaitu visi, misi dan tujuan organisasi, kebijakan organisasi, bahan mentah, teknologi, strategi organisasi, sistem manajemen, kompensasi, k**epemimpinan & pembinaan,** modal, b**udaya/ Iklim organisasi,** teman sekerja, proses: **pelatihan & pengembangan** (Wirawan, 2009: 7).

Berdasarkan kajian pustaka hipotesis dalam penelitian ini : (1) Mean kinerja guru matematika pascasertifikasi adalah tinggi; (2) Ada perbedaan yang signifikan kinerja guru antara yang lulus tersertifikasi melalui penyusunan portofolio guru dengan yang melalui PLPG; (3) Ada perbedaan yang signifikan kinerja guru antara guru yang sekolahnya berstatus RSSN, SSN dan RSBI; (4) Ada perbedaan yang signifikan nilai komponen kinerja guru antara komponen pedagogik, profesional, kepribadian dan sosial; (5) Model manajemen PP *CPD* PTK dengan langkah-langkah manajemen dalam fungsi perencanaan pelatihan, fungsi pelaksanaan pelatihan dan fungsi penilaian program pelatihan efektif dapat meningkatkan pengetahuan, pemahaman dan keterampilan PTK guru; (6) Model manajemen PP CPD PTK dengan langkah-langkah manajemen dalam fungsi perencanaan pelatihan, fungsi pelaksanaan pelatihan dan fungsi penilaian program pelatihan efektif dapat meningkatkan kinerja guru; (7) Model manajemen PP CPD PTK dengan langkah-langkah manajemen dalam fungsi perencanaan pelatihan, fungsi pelaksanaan pelatihan dan fungsi penilaian program pelatihan berdampak positif yaitu dapat meningkatkan hasil belajar matematika siswa pada SMP di kota Semarang.

Tujuan dalam penelitian ini adalah untuk menjawab masalah utama dalam penelitian dan tiga pertanyaan penelitian di atas. Adapun manfaat penelitian ini adalah (1) manfaat praktis penelitian yaitu menemukan model manajemen pelatihan dan pendampingan CPD PTK yang dapat meningkatkan profesionalisme guru dalam meningkatkan kinerja guru matematika SMP pascasertifikasi di kota Semarang. Apabila ditemukan model yang efektif akan bermanfaat bagi para praktisi pendidikan dalam menyelesaikan masalah nasional, regional, pemerintah daerah dan masyarakat khususnya masalah peningkatan mutu pendidikan di Indonesia. (2) Manfaat teoritis penelitian ini adalah memberi peluang ditemukannya model manajemen PP CPD PTK yang berguna untuk mengembangkan profesionalisme guru dalam meningkatkan kinerjanya. Hal ini akan menjadi landasan teori yang akan memudahkan pihak yang berwewenang dalam mengembangkan profesionalisme guru dalam meningkatkan kinerja guru matematika pascasertifikasi berbasis kompetensi pada SMP di kota Semarang.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini adalah penelitian Pengembangan/D(***Development***) yang sebelumnya didahului oleh Riset (R) pertama dan riset kedua dengan pendekatan penelitian kuantitatif. Riset pertama dilakukan dengan penelitian kuantitatif meneliti kinerja guru berdasar kompetensi. Riset kedua adalah penelitian kuantitatif *expost facto* telah meneliti faktor-faktor yang mempengaruhi kinerja guru dan faktor dominan yang paling mempengaruhi kinerja guru. Kemudian dilanjutkan dengan penelitian *Development* ini dengan menggunakan eksperimen *"pretest-postest with control group design"*

Pada riset sebelumnya digunakan variabel penelitian terdiri variabel bebas/eksogen yang terdiri dari manajemen diri dan KDM, pembinaan kualitas pengajaran guru oleh kepala sekolah, pelatihan dan pengembangan guru, budaya dan iklim sekolah serta motivasi berprestasi kerja dan variabel terikat/endogen yaitu kinerja guru matematika SMP. Pada penelitian ini variabel yang diteliti adalah kinerja guru matematika pascasertifikasi dan variabel hasil belajar matematika siswa pada SMP di kota Semarang.

Analisis data pada penelitian ini; (1) Pada riset pendahuluan untuk mengetahui pengaruh faktor-faktor variabel bebas dengan variabel terikat dan untuk mengetahui faktor dominan yang mempengaruhi kinerja guru digunakan *Structural Equation Modelling(SEM) Confirmatory Factor Analysis(CFA)* dengan *softwere LISREL* 8.8; (2) Pada penelitian ini untuk menganalisis potret tingkat kinerja guru dilakukan dengan analisis statistik deskriftif, analisis estimasi titik mean kinerja, analisis estimasi interval mean kinerja, anova untuk mengetahui perbedaan nilai komponen kinerja dan perbedaan kinerja guru berdasarkan status sekolah serta uji t untuk analisis perbedaan kinerja guru berdasarkan kelulusan sergur yang dihitung dengan SPSS versi 16.0; (3) Untuk mengetahui keefektifan PP CPD PTK terhadap peningkatan kinerja guru dan mengetahui dampak positifnya terhadap hasil belajar matematika siswa SMP di kota Semarang digunakan statistik uji t dengan *softwere SPSS* versi 16.0.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Hasil Penelitian

(1) Estimasi titik mean nilai kinerja guru pada statistik mean 85,78 , estimasi interval mean nilai kinerja guru pada interval (85,04 ; 86,52) dan mean nilai kinerja guru adalah tinggi. Mean nilai komponen kepribadian lebih tinggi dibanding mean nilai ketiga komponen lainnya yaitu komponen pedagogik, profesional dan sosial. Tidak ada perbedaan mean nilai kinerja guru matematika SMP di kota Semarang antara guru yang lulus sergur dengan portofolio dengan guru yang lulus sergur dengan PLPG. Mean nilai kinerja guru SMP dengan status RSBI dan SSN lebih tinggi dibanding mean nilai kinerja guru SMP dengan status RSSN.

(2) Model manajemen PP CPD PTK yang dapat meningkatkan kinerja guru ditunjukkan dengan POS Akademik dan POS Organisasional (3) Model PP CPD PTK efektif dapat meningkatkan profesionalisme guru dalam arti dapat meningkatkan kinerja guru dan dapat meningkatkan pengetahuan, pemahaman serta keterampilan PTK guru; (4) Model PP CPD PTK berdampak positif meningkatkan hasil belajar matematika siswa SMP di kota Semarang.

Pembahasan Hasil Penelitian

(1) Potret kinerja guru dengan mean nilai kinerja guru matematika pascasertifikasi pada SMP di kota Semarang berkategori tinggi. Hal ini memberikan gambaran bahwa usaha pemerintah melakukan sergur untuk meningkatkan profesionalisme guru dalam arti meningkatkan kinerja mereka dapat tercapai. (2) Mean nilai komponen kinerja kepribadian lebih tinggi dibanding komponen lain . Hal ini memberikan gambaran bahwa guru matema tika SMP di kota Semarang dari segi ketaatan beribadah, kemantapan menjadi guru, kestabilan emosi, kedewasaan, kearifan, kewibawaan, sikap keteladanan, aklak mulia, kedisiplinan, kesopan santunan, kejujuran, tanggungjawab,

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

etos kerja, kesanggupan berinovasi dan berkreativitas serta kemampuan menerima kritik dan saran sudah sangat stabil . (3) Mean nilai kinerja guru matematika SMP di kota Semarang yang lulus sergur melalui portofolio dan melalui PLPG tidak berbeda,. Hal ini memberikan gambaran bahwa proses kelulusan sergur baik melalui portofolio maupun PLPG tidak menjadikan masalah yang terkait dengan kinerja mereka; (4) Mean nilai kinerja guru matematika SMP SSN dan RSBI lebih tinggi dibanding mean nilai kinerja guru matematika SMP RSSN. Hal ini mungkin karena guru matematika RSSN masih sibuk berkonsentrasi membenahi mutu pendidikan di sekolah tersebut yang kebanyakan input siswanya juga jauh lebih rendah dibanding dengan input SSN dan RSBI. (5) Model PP CPD PTK secara teori dapat meningkatkan profesionalisme guru matematika SMP dalam arti meningkatkan kinerja guru karena pelatihan tersebut dilakukan secara berkesinambungan dan selalu berusaha *update* dengan berusaha mancari masalah yang benar-benar paling kritis yang dihadapi guru di kelas dan selalu berusaha mencari solusinya baik metode mengajar, strategi mengajar, pendekatan mengajar, media/alat peraga pembelajaran dll yang terbaik sehingga hasil belajar siswa dan kinerja guru baik di kelas maupun di luar kelas adalah optimum. Model PP CPD PTK secara teori dapat meningkatkan profesionalisme guru matematika SMP karena pelatihan tersebut berusaha keras agar tujuan pelatihan tercapai secara efisien dan efektif dengan melakukan langkah-langkah manajemen dalam fungsi perencanaan pelatihan, fungsi pelaksanaan pelatihan dan fungsi penilaian program pelatihan. (6) Model manajemen PP CPD PTK efektif dapat meningkatkan kinerja guru dan meningkatkan pengetahuan, pemahaman serta keterampilan guru tentang PTK yang mendukung profesionalismenya, dan berdampak positif meningkatkan hasil belajar matematika siswa SMP karena model PP CPD PTK ini melakukan langkah-langkah manajemen dalam fungsi perencanaan pelatihan, fungsi pelaksanaan pelatihan dan fungsi penilaian program pelatihan yang matang serta memperhatikan POS Akademik dan POS Organisasional.

SIMPULAN DAN SARAN

SIMPULAN:

(1) Potret kinerja guru matematika pascasertifikasi berdasar kompetensi pada SMP di kota Semarang adalah tinggi; (2) Komponen nilai kinerja kepribadian guru matematika pascasertifikasi pada SMP di kota Semarang lebih tinggi dibandingkan nilai komponen

kinerja pedagogik, nilai komponen profesional dan nilai komponen sosialnya; (3) Tidak ada perbedaan antara mean nilai kinerja guru matematika pascasertifikasi berdasar kompetensi pada SMP di kota Semarang yang kelulusan sergurnya melalui portofolio dengan yang kelulusan sergurnya melalui PLPG; (4) Kinerja guru matematika pascasertifikasi berdasar kompetensi pada SMP di kota Semarang yang berstatus RSBI dan SSN lebih tinggi dibandingkan yang berstatus RSSN. (5) Model manajemen PP CPD PTK dengan langkah-langkah manajemen dalam fungsi perencanaan pelatihan, fungsi pelaksanaan pelatihan dan fungsi penilaian pelatihan dengan memperhatikan POS Akademik dan POS Organisasional akan dapat terus meningkatkan profesionalisme guru (6) Model manajemen PP CPD PTK dengan langkah-langkah manajemen dalam fungsi perencanaan pelatihan, fungsi pelaksanaan pelatihan dan fungsi penilaian program pelatihan dapat meningkatkan pengetahuan, pemahaman dan keterampilan PTK guru matematika pascasertifikasi pada SMP di kota Semarang. (7) Model manajemen PP CPD PTK dengan langkah-langkah manajemen dalam fungsi perencanaan pelatihan, fungsi pelaksanaan pelatihan dan fungsi penilaian program pelatihan dapat meningkatkan kinerja guru matematika pascasertifikasi berdasar kompetensi pada SMP di kota Semarang. (8) Model manajemen PP CPD PTK dengan langkah-langkah manajemen dalam fungsi perencanaan pelatihan, fungsi pelaksanaan pelatihan dan fungsi penilaian pelatihan berdampak positif meningkatkan hasil belajar matematika siswa SMP di kota Semarang.

SARAN:

Untuk meningkatkan kinerja guru matematika SMP pascasertifikasi dan meningkatkan hasil belajar matematika siswa SMP disarankan MGMP Matematika SMP Kota Semarang menyelenggarakan PP CPD PTK dengan langkah-langkah manajemen dalam fungsi perencanaan pelatihan, fungsi pelaksanaan pelatihan dan fungsi penilain pelatihan.

DAFTAR PUSTAKA

Campbell, P. & Southwort, G. 1992. *Rethinking Collegiality: Teachers' Views*. Dalam Bennett, N. Crawford, M., & Riches, C. (Ed.), *Managing Change in Education: Individual and Organizational Perspectives* (hlm. 63-94). London: Paul Chapman Publishing Ltd, hal 70.

Davis, G.A. & Thomas, M.A. 1989. *Effective Schools and Effective Teachers*. Boston, London, Sydney, Toronto: Allyn and Bacon Inc.

Dellors, J. 1996. *The International Commission on Education for Twenty-first Century Report. UNNESCO.*

Depdiknas. 2009. *Sertifikasi Guru Dalam Jabatan.* Jakarta : Depdiknas-Dirjendikti.

Durbin, E. Andrew. 1991.*The Principal as Chief Executive Officer,* Bristol: The Falmer Press, hal 105

Hunt, H. Keith. 1991. Consumer, satisfaction, Dissatisfaction, and Complaining Behavior. *Journal of Social Issues*, 47 (1): 107-117.

Irawan, P. 1994. *Teori Belajar, Motivasi, dan Keterampilan Mengajar*. Jakarta: Dep-dikbud-Dirjen Dikti, PPAI-PAU Universitas Terbuka.

Joubert, M (Ed). 2008. *Proceedings of British Society for Research into Learning Mathematics 28 (3)*

Kemendiknas. 2008. *Program Pembinaan Guru Bermutu*. Jakarta : PMPTK Kemendiknas, hal 32.

Klugman, J. 2010. *Human Development Report 2010. The Real Wealth of Nations: Pathways to Human Development.* Newyork: United Nations Development Programme, hal 154.

Moeheriono. 2009. *Pengukuran Kinerja Berbasis Kompetensi.* Bogor: Ghalia Indonesia, hal 60-99.

Mulyasa, E. 2003. *Manajemen Berbasis Sekolah: Konsep, Strategi, dan Implementasi.* Bandung: PT Remaja Rosdakarya.

Nurtain. 1989. *Supervisi Pengajaran*. Jakarta: Depdikbud. Dirjen Dikti.P2LPTK

PH, Slamet. 2000. Manajemen Berbasis Sekolah*. Jurnal: Pendidikan dan Kebudayaan.* Tahun ke-6 Nomor 027 November 2000. Jakarta: Balitbang Depdiknas.

Robbins Stephen P. 2008. *Organizational Behavior.* Terjemahan. Jakarta; Salemba Empat

Santoso, Singgih. 2001. *SPSS Statistik Parametrik.* Jakarta: PT Elex Media Komputindo.

Sugiyono. 2009. *Metode Penelitian Pendidikan Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D.* Bandung : Alfabeta.

Training and Development Agency for Schools, London. 2007. *What does good CPD look like?* London.

Uno, B.H. 2008. *Profesi Kependidikan*. Jakarta : Bumi Aksara, hal 44-169

Usman, H . 2008. *Manajemen . Teori Praktek dan Riset Pendidikan*. Jakarta:Bumi Aksara, hal 457.

Wijanto, H S. 2008. *Structural Equation Modeling.* Yogyakarta: Graha Ilmu

Wirawan. 2009. *Evaluasi Kinerja Sumber Daya Manusia*. Jakarta : salemba Empat, hal 5-7.

Yamin, M. 2006. *Sertifikasi Profesi Keguruan di Indonesia* .Jakarta :Gaung Persada Press, hal 22

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 52

Permainan Dakonmatika Sebagai Media Pembelajaran Matematika Topik Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) Dan Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) Bagi Siswa Sekolah Dasar

Yulia Linguistika dan Ikfan Febriyana
Jurusan Pendidikan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta

Abstrak

Matematika merupakan bidang studi yang memiliki peran penting dalam pendidikan. Akan tetapi, fakta menunjukkan bahwa sebagian siswa masih kesulitan dalam pelajaran ini karena alasan abstrak. Salah satu solusinya adalah penggunaan media pembelajaran, dalam hal ini peneliti menggunakan media Dakonmatika sebagai media pembelajaran matematika topik FPB dan KPK untuk siswa SD.

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui metode pembelajaran matematika topik FPB (Faktor Persekutuan Terbesar) dan KPK (Kelipatan Persekutuan Terkecil) dengan menggunakan permainan Dakonmatika dan untuk menguji kualitas Dakonmatika untuk pembelajaran matematika topik FPB (Faktor Persekutuan Terbesar) dan KPK (Kelipatan Persekutuan Terkecil).

Metode dalam penelitian ini dimulai dengan pembuatan Dakonmatika kemudian dilakukan penilaian media dengan menggunakan angket kepada *peer reviewer* dan *reviewer*. Aspek kriteria kualitas permainan Dakonmatika meliputi beberapa indikator, diantaranya kebenaran konsep, keluasan dan kedalaman konsep, dan keterlaksanaan.

Hasil penelitian Dakonmatika untuk pembelajaran matematika topik FPB (Faktor Persekutuan Terbesar) dan KPK (Kelipatan Persekutuan Terkecil) pada aspek A (Kebenaran konsep) mendapatkan penilaian sangat baik oleh *peer reviewer* dan mendapatkan penilaian baik oleh *reviewer*. Pada aspek B (Keluasan dan Kedalaman konsep) mendapatkan penilaian baik oleh *peer reviewer* dan mendapatkan penilaian cukup oleh *reviewer*. Pada aspek C (Keterlaksanaan) mendapatkan penilaian sangat baik oleh *peer reviewer* dan mendapatkan penilaian sangat baik oleh *reviewer*.

Kata kunci : **Dakonmatika, FPB, KPK**

A. PENDAHULUAN

1. Latar Belakang

Matematika merupakan salah satu bidang studi yang menduduki peranan penting dalam pendidikan, hal ini dapat dilihat dari waktu jam pelajaran sekolah lebih banyak dibandingkan pelajaran lain. Pelajaran matematika dalam pelaksanaan pendidikan diberikan kepada semua jenjang pendidikan. Tetapi fakta mengatakan bahwa kualitas pendidikan matematika di Indonesia sampai sekarang belum meningkat secara signifikan. Kebanyakan siswa mengalami kesulitan dalam mengaplikasikan matematika kedalam situasi kehidupan real. beberapa siswa menganggap pelajaran matematika merupakan salah satu pelajaran yang sangat sulit dibanding dengan pelajaran-pelajaran lain. Hal inilah yang mengakibatkan pelajaran matematika menjadi pelajaran yang membosankan dan paling tidak disukai oleh siswa.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Agar matematika banyak disukai, maka perlu memberikan pembelajaran yang menarik sejak dini. Namun, pembelajaran matematika di dalam kelas khususnya SD masih banyak menggunakan metode ceramah yang sifatnya teoritis sehingga siswa mengalami kesulitan dalam pemahaman konsepnya. Padahal taraf berfikir anak usia SD masih kongkrit operasional. Artinya untuk memahami suatu konsep, siswa masih harus diberikan kegiatan yang berhubungan dengan benda nyata atau kejadian nyata yang dapat diterima akal mereka.

Berdasarkan hal-hal tersebut diatas maka perlu dicari satu solusi alternatif metode mengajar yang efektif dalam melaksanakan proses pembelajaran matematika di kelas. Salah satu alternatifnya adalah penggunaan Dakonmatika dalam pembelajaran FPB (Faktor Persekutuan Terbesar) dan KPK (Kelipatan Persekutuan Terkecil). Dakonmatika adalah suatu inovasi baru sebagai media pembelajaran matematika. Dakonmatika menggabungkan antara permainan tradisional dan pembelajaran matematika. Sehingga diharapkan selain mampu menjadi media pembelajaran matematika yang menyenangkan dakonmatika juga mampu melestarikan salah satu permainan tradisional yaitu dakon.

Sebagai suatu media pembelajaran yang baru, tentu belum diketahui efektivitas Dakonmatika. Oleh karena itu, penelitian ini akan membahas mengenai permainan Dakonmatika beserta efektivitas penggunaan dakonmatika sebagai media pembelajaran KPK dan FPB bagi siswa SD kelas IV.

2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas, maka permasalahan yang muncul dapat dirumuskan sebagai berikut :

a. Bagaimanakah metode pembelajaran matematika topik FPB (Faktor Persekutuan Terbesar) dan KPK (Kelipatan Persekutuan Terkecil) dengan menggunakan permainan Dakonmatika?
b. Bagaimana kualitas Dakonmatika sebagai media pembelajaran matematika topik FPB (Faktor Persekutuan Terbesar) dan KPK (Kelipatan Persekutuan Terkecil) bagi siswa Sekolah Dasar?

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

3. Tujuan

a. Mengetahui metode pembelajaran matematika topik FPB (Faktor Persekutuan Terbesar) dan KPK (Kelipatan Persekutuan Terkecil) dengan menggunakan permainan Dakonmatika.

b. Menguji kualitas Dakonmatika sebagai media pembelajaran matematika topik FPB (Faktor Persekutuan Terbesar) dan KPK (Kelipatan Persekutuan Terkecil) bagi siswa Sekolah Dasar.

4. Manfaat Penelitian

a. Bagi peneliti

1) Dapat mengetahui manfaat dari pembelajaran FPB dan KPK dengan menggunakan metode Dakonmatika.
2) Dapat mengaplikasikan ilmu-ilmu yang didapat untuk dikembangkan lebih lanjut.
3) Mengetahui efektivitas metode permainan Dakonmatika untuk pembelajaran matematika topik FPB (Faktor Persekutuan Terbesar) dan KPK (Kelipatan Persekutuan Terkecil).

b. Bagi masyarakat

1) Melestarikan permainan tradisional yang sarat akan nilai-nilai positif.
2) Memberikan alternatif metode pembelajaran matematika yang menyenangkan untuk peserta didik.
3) Memberikan alternatif games edukatif bagi anak-anak.
4) Bagi guru dapat memudahkan guru dalam mengajarkan materi FPB dan KPK
5) Bagi siswa dapat memudahkan dalam memahami materi FPB dan KPK
6) Bagi sekolah dapat memberikan sumbangan dalam peningkatan hasil belajar matematika

B. METODE PENELITIAN

1. Alat dan Bahan

a. Alat yang digunakan

1) Gunting
2) Penggaris
3) Spidol
4) Lem
5) Doubletape

b. Bahan yang Digunakan

1) Bola Plastik Kecil
2) Tali Plastik
3) Papan triplek
4) Styrofoam
5) Cat asturo
6) Kertas Stiker

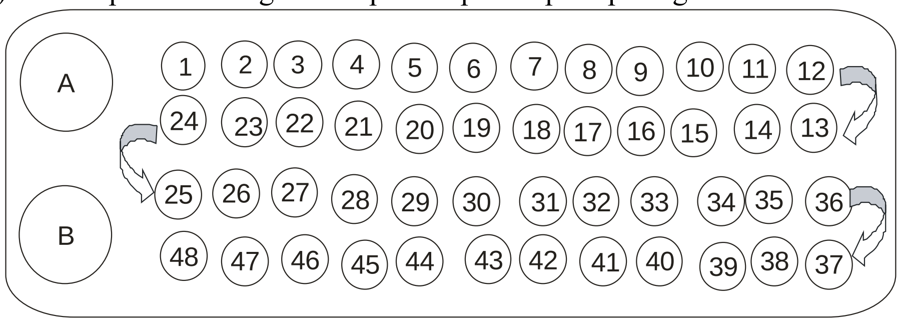
 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

7) Kertas Angket

2. Prosedur Penelitian

a. Proses Pembuatan Dakonmatika

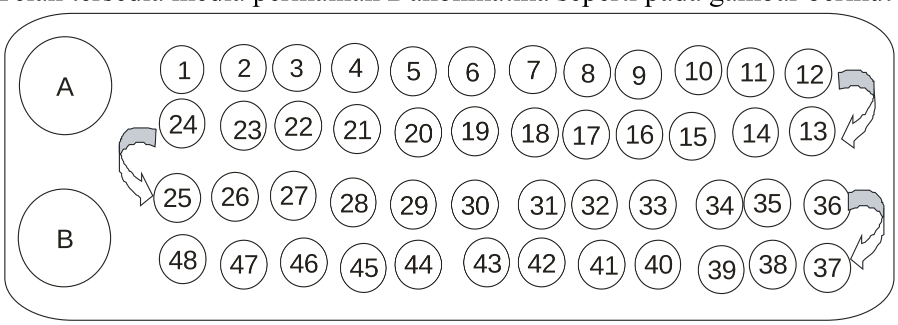
1) Menyiapkan alat dan bahan.
2) Membelah bola plastik menjadi dua bagian. Kemudian bagian dalam diberi stiker bertuliskan nomor dari 1 sampai 48 dan huruf A & B.
3) Melubangi triplek sesuai kebutuhan.
4) Menempelkan setengah bola pada triplek seperti pada gambar berikut :



5) Media pembelajaran Dakonmatika telah siap digunakan.

b. Penentuan Aturan Permainan Dakonmatika untuk Pembelajaran Matematika tentang FPB dan KPK.

Telah tersedia media permainan Dakonmatika seperti pada gambar berikut :

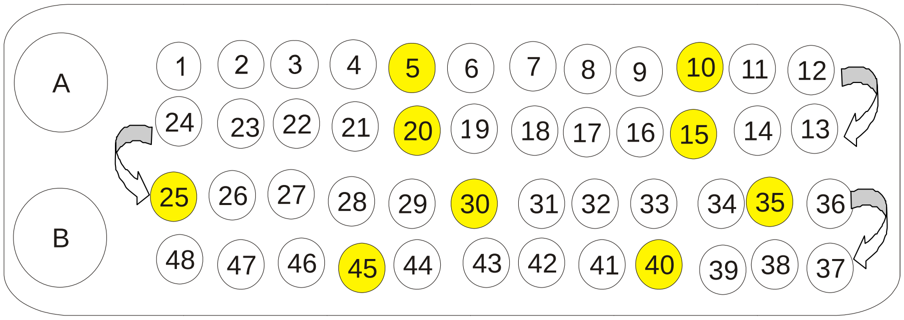


Petunjuk kerja :

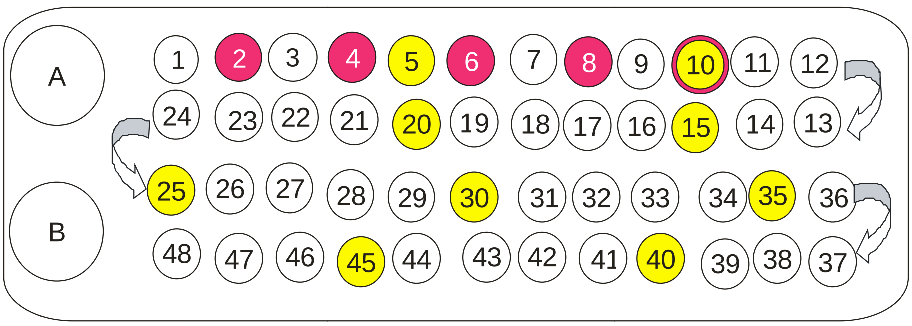
1) Untuk mencari KPK

a) Permainan ini dilakukan oleh dua orang
b) Setiap orang memegang satu angka (misal mencari KPK dari 5 dan 2 maka orang pertama fokus pada angka 5 dan orang selanjutnya fokus pada angka 2)
c) Orang pertama yang memegang angka 5 maka dia akan menjalankan biji dakon dakon(mengisi lobang lobang dakon) pada kelipatan lima

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3



d) Setelah orang pertama selesai maka orang ke dua melanjutkan permainan dengan memasukkan biji dakon pada lobang kelipatan dua dan berhenti setelah biji dakon orang pertama dan biji dakon orang kedua berada pada satu lobang (lobang 10)



e) Biji pemain pertama dan pemain kedua berada pada lobang kesepuluh maka 10 merupakan KPK dari 5 dan 2

f) Permainan diulang dengan soal yang berbeda.

2) Untuk menentukan FPB

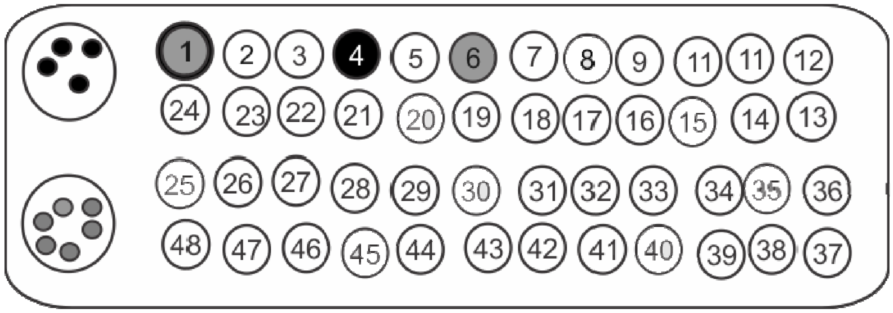
a) Misal mencari FPB dari 6 dan 4

b) Maka orang pertama menaruh 6 biji dakon dalam lingkaran besar(A) dan orang kedua menaruh 4 biji dakon pada lingkaran besar(B)

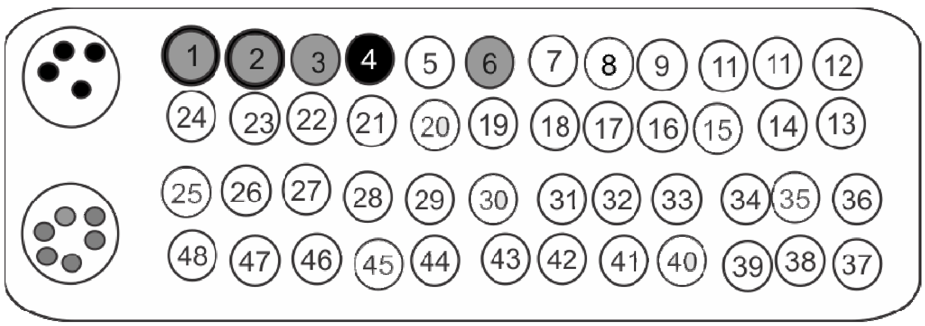
c) Orang pertama memperhatikan biji-biji pada lingkaran A dan orang kedua memperhatikan biji-biji pada lingkaran B

d) Orang pertama meletakkan biji pada bilangan yang merupakan faktor pengali dari 6. Orang kedua meletakkan biji pada bilangan yang merupakan faktor pengali dari 4.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3



e) Bilangan terbesar dimana terdapat 2 biji dengan warna berbeda merupakan faktor persekutuan terbesar dari kedua bilangan tersebut. Jadi 2 merupakan FPB dari 6 dan 4.



f) Permainan diulang dengan soal yang berbeda

c. Penentuan Kualitas Permainan Dakonmatika untuk Media Pembelajaran FPB dan KPK

Melakukan penilaian untuk uji kualitas Permainan Dakonmatika dengan menyertakan instrumen kepada reviewer dan peer reviewer mengenai kualitas produk yang dihasilkan yaitu media pembelajaran FPB dan KPK dengan Permainan DakonMatika.

Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini berupa lembar check list. Penilaian kualitas Permainan DakonMatika meliputi tiga aspek kriteria. Aspek kriteria kualitas Permainan DakonMatika meliputi beberapa indikator, diantaranya kebenaran konsep, keluasan dan kedalaman konsep, dan keterlaksanaan.

Aspek kriteria kualitas Permainan DakonMatika sebagai bahan ajar siswa SD kelas IV meliputi beberapa indikator, diantaranya :

Aspek A. Kebenaran Konsep

Kebenaran Konsep meliputi :Tidak ada aspek yang menyimpang, Kelogisan dan sistematika uraian, dan Kesesuaian materi dengan kurikulum KTSP (Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan) Standar Isi 2006

Aspek B. Keluasan Dan Kedalaman Konsep

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Keluasan Dan Kedalaman Konsep meliputi :Pengembangan konsep, Penggunaan informasi yang baru, Keseimbangan proporsi materi yang esensial, dan Daya ukur soal latihan terhadap keberhasilan siswa

Aspek C. Keterlaksanaan

Keterlaksanaan meliputi : Kesesuaian dengan kompetensi dasar**,** Penggunaan pendekatan keterampilan proses, Kesesuaian jenis kegiatan yang digunakan, Kejelasan deskripsi langkah-langkah belajar siswa, Membantu efektivitas belajar, Kesesuaian bobot evaluasi, dan Penyajian materi secara menarik

Instrumen ini merupakan hasil adaptasi dari kriteria penilaian paket belajar oleh Haryadi (2006) dengan pengembangan lebih lanjut oleh penulis. Validasi instrumen dilakukan secara logis karena telah valid. Instrumen diberikan kepada sejumlah penilai (*reviewer*) yang terdiri dari dosen dan mahasiswa.

Data yang diperoleh yang berupa angket yang telah diisi oleh para reviewer dimuat dalam bentuk tabel skor nilai dan uraian saran. Kemudian data dianalisis menggunakan analisis data deskriptif.

3. Analisis Data Penelitian

Dari data yang didapatkan dari angket, menggunakan analisis data deskriptif dengan langkah-langkah sebagai berikut :

a. Pengubahan dari *reviewer* dalam bentuk kualitatif menjadi kuantitatif, dengan ketentuan sesuai pada **Tabel 1**:

Tabel 1. Aturan Pemberian Skor

Kategori	**Skor**
TB (Tidak Baik)	1
K (kurang)	2
C (cukup)	3
B (baik)	4

b. Menghitung skor rata-rata dari setiap aspek yang dinilai

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$$

$\bar{x} =$ Skor rata-rata
$n =$ Jumlah penilai
$\Sigma x =$ Jumlah skor

c. Mengubah skor rata-rata menjadi nilai kualitatif sesuai dengan criteria kategori penilaian yang dijabarkan dalam **Tabel 2** (Anas Sujiono, 1987:161).

Tabel 2. Kriteria Kategori Penilaian Ideal

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

No.	Rentang Skor (i)	Kategori
1	$X > M_i + 1{,}5\ SD_i$	Sangat tinggi
2	$M_i + 0{,}5\ SD_i < X \leq M_i + 1{,}5\ SD_i$	Tinggi
3	$M_i - 0{,}5\ SD_i < X \leq M_i + 0{,}5\ SD_i$	Cukup
4	$M_i - 1{,}5\ SD_i < X \leq M_i - 0{,}5\ SD_i$	Rendah
5	$X \leq M_i – 1{,}5\ SD_i$	Sangat rendah

Dengan keterangan :

M_i : Mean ideal

$$\boxed{M_i = ½ \text{ (skor tertinggi ideal + skor terendah ideal)}}$$

SD_i = Standar Deviasi ideal

$$\boxed{SD_i = (1/2)\ (1/3) \text{ (skor tertinggi ideal - skor terendah ideal)}}$$

Skor tertinggi ideal = ∑ butir kriteria x skor tertinggi

Skor terendah ideal = ∑ butir kriteria x skor terendah

C. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

1. Hasil Penelitian

Penelitian ini diawali dengan pembuatan media pembelajaran dakonmatika sebagai media pembelajaran matematika topik FPB dan KPK. Dakonmatika dibuat dengan mengunakan bahan papan kayu, triplek, styrofoam, bola, dan cat asturo. Sebagai pengganti biji dakon, peneliti menggunakan manik-manik.

Setelah dakonmatika selesai dibuat, dilakukan penilaian kualitas metode pembelajaran matematika topik FPB dan KPK dengan permainan dakonmatika. Penilaian dilakukan dengan menyertakan instrumen kepada reviewer dan peer reviewer mengenai kualitas produk yang dihasilkan yaitu media pembelajaran FPB dan KPK dengan Permainan Dakonmatika.

Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini berupa lembar check list. Penilaian kualitas Permainan DakonMatika meliputi tiga aspek kriteria. Aspek kriteria kualitas Permainan DakonMatika meliputi beberapa indikator, diantaranya kebenaran konsep, keluasan dan kedalaman konsep, dan keterlaksanaan.

Untuk aspek A, yaitu Kebenaran konsep, diperoleh tabel konversi kuantitatif-kualitatif sebagai berikut.

No	Rentang Skor(i)	Kategori
1.	$13 < \bar{x}$	Sangat Baik (SB)
2.	$11 < \bar{x} \leq 13$	Baik (B)

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

3.	$9 < \bar{x} \leq 11$	Cukup(C)
4.	$7 < \bar{x} \leq 9$	Kurang (K)
5.	$\bar{x} \leq 7$	Sangat Kurang (SK)

Dari 20 orang peer reviewer, permainan Dakonmatika mendapatkan rata-rata penilaian 14,25 pada aspek A. Sehingga penilaian untuk aspek A pada permainan dakonmatika termasuk dalam kategori sangat baik. Penilaian reviewer memiliki rata-rata 13, sehingga termasuk kategori baik.

Untuk aspek B yaitu keluasan dan kedalaman konsep, diperoleh tabel konversi kuantitatif-kualitatif sebagai berikut.

No	Rentang Skor(i)	Kategori
1.	$22{,}5 < \bar{x}$	Sangat Baik (SB)
2.	$19{,}5 < \bar{x} \leq 22{,}5$	Baik (B)
3.	$16{,}5 < \bar{x} \leq 19{,}5$	Cukup(C)
4.	$13{,}5 < \bar{x} \leq 16{,}5$	Kurang (K)
5.	$\bar{x} \leq 13{,}5$	Sangat Kurang (SK)

Dari 20 orang peer reviewer, permainan Dakonmatika mendapatkan rata-rata penilaian 21,1 pada aspek B. Sehingga penilaian untuk aspek B pada permainan dakonmatika termasuk dalam kategori baik. Penilaian oleh reviewer memiliki rata-rata 18,5, sehingga termasuk dalam kategori cukup.

Untuk aspek C yaitu keterlaksanaan, diperoleh tabel konversi kuantitatif-kualitatif sebagai berikut.

No	Rentang Skor(i)	Kategori
1.	$22{,}75 < \bar{x}$	Sangat Baik (SB)
2.	$19{,}28 < \bar{x} \leq 22{,}75$	Baik (B)
3.	$15{,}78 < \bar{x} \leq 19{,}28$	Cukup(C)
4.	$12{,}25 < \bar{x} \leq 15{,}78$	Kurang (K)
5.	$\bar{x} \leq 12{,}25$	Sangat Kurang (SK)

Dari 20 orang peer reviewer, permainan Dakonmatika mendapatkan rata-rata penilaian 25,3 pada aspek C. Sehingga penilaian untuk aspek C pada permainan dakonmatika termasuk dalam kategori sangat baik. Penilaian oleh reviewer memiliki rata-rata 23,5, sehingga termasuk dalam ketegori sangat baik.

2. Pembahasan

Penelitian “Permainan Dakonmatika sebagai Media Pembelajaran Matematika Topik Faktor Persekutuan Terbesar (FPB) dan Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK) bagi Siswa Sekolah Dasar” ini bertujuan untuk mengetahui metode pembelajaran

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

matematika topik FPB (Faktor Persekutuan Terbesar) dan KPK (Kelipatan Persekutuan Terkecil) dengan menggunakan permainan Dakonmatika dan menguji kualitas Dakonmatika sebagai media pembelajaran matematika topik FPB (Faktor Persekutuan Terbesar) dan KPK (Kelipatan Persekutuan Terkecil).

Penelitian ini dimulai dengan pembuatan dakonmatika dengan alat antara lain Gunting, penggaris, spidol, double tape, dan lem. Dan bahan yang digunakan yaitu bola Plastik Kecil, Papan triplek, kayu, kertas Stiker, styrofoam, dan cat asturo.

Pembuatan dimulai dengan memotong triplek menjadi ukuran 40cmx40cm sebanyak 2 buah kemudian diberi bantalan kayu dan diberi engsel sehingga menyerupai papan catur. Setelah itu bola plastik dibelah menjadi dua, lubangi styrofoam dengan ukuran setengah bola tadi. Lalu menempelkan styrofoam ke papan triplek, dan menempelkan setengah bola plastik pada styrofoam dengan lem atau doubletape. Lalu dicat sesuai selera. Maka jadilah media pembelajaran dakonmatika.

Aturan permainan untuk mencari KPK dua buah bilangan. Permainan dilakukan oleh dua orang. Setiap orang memegang satu angka (misal mencari KPK dari 5 dan 2 maka orang pertama fokus pada angka 5 dan orang selanjutnya fokus pada angka 2. Orang pertama yang memegang angka 5 maka dia akan menjalankan biji dakon dakon(mengisi lobang lobang dakon) pada kelipatan lima. Setelah orang pertama selesai maka orang ke dua melanjutkan permainan dengan memasukkan biji dakon pada lobang kelipatan dua dan berhenti setelah biji dakon orang pertama dan biji dakon orang kedua berada pada satu lobang (lobang 10). Biji pemain pertama dan pemain kedua berada pada lobang kesepuluh maka 10 merupakan KPK dari 5 dan 2. Permainan diulang dengan soal yang berbeda.

Dan aturan permainan untuk mencari FPB dua buah bilangan. Misal mencari FPB dari 6 dan 4. Maka orang pertama menaruh 6 biji dakon dalam lingkaran besar(A) dan orang kedua menaruh 4 biji dakon pada lingkaran besar(B). Orang pertama memperhatikan biji-biji pada lingkaran A dan orang kedua memperhatikan biji-biji pada lingkaran B. Orang pertama meletakkan biji pada bilangan yang merupakan faktor pengali dari 6. Orang kedua meletakkan biji pada bilangan yang merupakan faktor pengali dari 4. Bilangan terbesar dimana terdapat 2 biji dengan warna berbeda merupakan faktor persekutuan terbesar dari kedua bilangan tersebut. Jadi 2 merupakan FPB dari 6 dan 4. Permainan diulang dengan soal yang berbeda.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Selanjutnya dilakukan Penentuan Efektivitas Permainan Dakonmatika untuk Media Pembelajaran FPB dan KPK dengan Uji Kualitas Metode Pembelajaran Matematika Topik FPB dan KPK dengan Permainan Dakonmatika. Penilaiannya dilakukan penilaian untuk uji kualitas Permainan Dakonmatika dengan menyertakan instrumen kepada reviewer dan peer reviewer mengenai kualitas produk yang dihasilkan yaitu media pembelajaran FPB dan KPK dengan Permainan DakonMatika. Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini berupa lembar check list.

Data yang diperoleh yang berupa angket yang telah diisi oleh para reviewer dimuat dalam bentuk tabel skor nilai. Kemudian data dianalisis menggunakan analisis data deskriptif. Yakni dengan mengubah dari reviewer dalam bentuk kualitatif menjadi kuantitatif. Lalu menghitung skor rata-rata dari setiap aspek yang dinilai. Dan mengubah skor rata-rata menjadi nilai kualitatif.

Penilaian kualitas Permainan DakonMatika meliputi tiga aspek kriteria. Aspek kriteria kualitas Permainan DakonMatika meliputi beberapa indikator, diantaranya kebenaran konsep, keluasan dan kedalaman konsep, dan keterlaksanaan.

Aspek kriteria kualitas Permainan DakonMatika sebagai bahan ajar siswa SD kelas IV meliputi beberapa indikator. Untuk aspek A yaitu Kebenaran Konsep, meliputi :Tidak ada aspek yang menyimpang, bersifat universal/dapat diterima oleh semua siswa, Kelogisan dan sistematika aturan permainan, dan Kesesuaian materi dengan kurikulum.

Untuk aspek A, diperoleh tabel konversi kuantitatif-kualitatif sebagai berikut.

No	Rentang Skor(i)	Kategori
1.	$13 < \bar{x}$	Sangat Baik (SB)
2.	$11 < \bar{x} \leq 13$	Baik (B)
3.	$9 < \bar{x} \leq 11$	Cukup(C)
4.	$7 < \bar{x} \leq 9$	Kurang (K)
5.	$\bar{x} \leq 7$	Sangat Kurang (SK)

Dari 20 orang peer reviewer, permainan Dakonmatika mendapatkan rata-rata penilaian 14,25 pada aspek A. Sehingga penilaian untuk aspek A pada permainan dakonmatika termasuk dalam kategori sangat baik. Penilaian reviewer memiliki rata-rata 13, sehingga termasuk kategori baik.

Untuk Aspek B Keluasan Dan Kedalaman Konsep, meliputi: Pengembangan konsep, Penggunaan informasi yang baru, Keseimbangan proporsi materi yang esensial,

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Memberikan pengalaman dan pandangan baru tentang pembelajaran matematika, dan Membuat konsep matematika menjadi lebih realistik (dapat dibayangkan oleh siswa).

Untuk aspek B, diperoleh tabel konversi kuantitatif-kualitatif sebagai berikut.

No	Rentang Skor(i)	Kategori
1.	$22,5 < \bar{x}$	Sangat Baik (SB)
2.	$19,5 < \bar{x} \leq 22,5$	Baik (B)
3.	$16,5 < \bar{x} \leq 19,5$	Cukup(C)
4.	$13,5 < \bar{x} \leq 16,5$	Kurang (K)
5.	$\bar{x} \leq 13,5$	Sangat Kurang (SK)

Dari 20 orang peer reviewer, permainan Dakonmatika mendapatkan rata-rata penilaian 21,1 pada aspek B. Sehingga penilaian untuk aspek B pada permainan dakonmatika termasuk dalam kategori baik. Penilaian oleh reviewer memiliki rata-rata 18,5, sehingga termasuk dalam kategori cukup.

Aspek C. Keterlaksanaan, meliputi : Penggunaan pendekatan keterampilan proses, Kesesuaian jenis media yang digunakan, Kejelasan deskripsi langkah-langkah belajar siswa, Membantu efektivitas belajar, Penyajian materi secara menarik dengan menggunakan media, Penggunaan alat permainan tradisional untuk pembelajaran matematika, dan melestarikan permainan tradisional.

Untuk aspek C, diperoleh tabel konversi kuantitatif-kualitatif sebagai berikut.

No	Rentang Skor(i)	Kategori
1.	$22,75 < \bar{x}$	Sangat Baik (SB)
2.	19,28 < ‾ ≤ 22,75	Baik (B)
3.	15,78 < ‾ ≤ 19,28	Cukup(C)
4.	12,25 < ‾ ≤ 15,78	Kurang (K)
5.	‾ ≤ 12,25	Sangat Kurang (SK)

Dari 20 orang peer reviewer, permainan Dakonmatika mendapatkan rata-rata penilaian 25,3 pada aspek C. Sehingga penilaian untuk aspek C pada permainan dakonmatika termasuk dalam kategori sangat baik. Penilaian oleh reviewer memiliki rata-rata 23,5, sehingga termasuk dalam ketegori sangat baik.

D. PENUTUP

1. Simpulan

a) Metode pembelajaran matematika dengan menggunakan permainan Dakonmatika dapat digunakan sebagai media pembelajaran topik *FPB (Faktor Persekutuan Terbesar) dan KPK (Kelipatan Persekutuan Terkecil)* dengan penguasaan faktor bilangan dan kelipatan bilangan.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

b) Metode Dakonmatika untuk pembelajaran matematika topik *FPB (Faktor Persekutuan Terbesar) dan KPK (Kelipatan Persekutuan Terkecil)* pada aspek A (Kebenaran konsep) mendapatkan penilaian sangat baik oleh peer reviewer dan mendapatkan penilaian baik oleh reviewer. Pada aspek B (Keluasan dan Kedalaman konsep) mendapatkan penilaian baik oleh peer reviewer dan mendapatkan penilaian cukup oleh reviewer. Pada aspek C (Keterlaksanaan) mendapatkan penilaian sangat baik oleh peer reviewer dan mendapatkan penilaian sangat baik oleh reviewer.

2. Saran

a) Pembuatan media dakonmatika yang lebih artistik.
b) Materi pembelajaran matematika yang lebih beragam dengan menggunakan media dakonmatika.
c) Melakukan uji atau tes untuk mengukur keberhasilan siswa dalam rangka efektivitas penggunaan dakonmatika.

DAFTAR PUSTAKA

Anonim. 2010. *FPB dan KPK*. Diakses dari http://rangkuman-pelajaran.blogspot.com pada 25 Mei 2011 pukul 20.30WIB.

________. 2009. *Pembelajaran Matematika Sekolah*. Dikses dari http://syarifartikel.blogspot.com/2009/07/pembelajaran-matematika-sekolah-1.html pada 16 Mei 2011 pukul 21.00WIB.

Budiono, 2010. *Peningkatan Prestasi Belajar Matematika FPB dan KPK Dengan Model Pembelajaran Jigsaw Pada Siswa Kelas IV SDN Kayukebek III Kecamatan Tutur Kabupaten Pasuruan*. Fakultas Ilmu Pendidikan Jurusan KSDP Universitas Malang diakses dari http://karya-ilmiah.um.ac.id/index.php/KSDP/article/view/5975 pada 25 Mei 2011 pukul 15.00WIB

FX Rizal Hartanto 2010. *Dakon*. Diakses dari http://ksupointer.com/dakon pada 25 Mei 2011 pukul 22.00WIB

Moh. Hadi Amrillah. 2010. *Penerapan Paket Modul dan CD Film Pembangun Motivasi dalam Pembelajaran di Kelas, Sebagai Media untuk Meningkatkan Motivasi Belajar Siswa SMA*. PKM-P 2010

Nur Hera Utami. 2010. *CD Interaktif Gembira Loka sebagai Alternatif Bahan Ajar Siswa SMP Kelas VII Semester II dengan Topik Kolam dan Kandang Burung pada Mata Pelajaran IPA Terpadu*. PKM-P 2009.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

DOKUMENTASI

Dakonmatika

Manik-manik

Dakonmatika siap dimainkan

Permainan Dakonmatika

Mahasiswi sedang memainkan dakonmatika

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 53

Kemampuan Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Cerita Ditinjau Dari Gender Di Sekolah Dasar

Oleh :
Muhammad Ilman Nafi'an
Mahasiswa Pascasarjana UNESA
Ilman.unesa@gmail.com

Abstrak

Kemampuan mempelajari dan memahami matematika sangat penting dimiliki oleh setiap orang, karena dengan mempelajari matematika seseorang akan mempunyai daya nalar yang bagus, berfikir logis, kritis, sistematis. Kenyataan di lapangan, dalam mempelajari matematika banyak dijumpai berbagai masalah oleh guru maupun siswa. Salah satu masalah yang sering dirasakan sulit oleh siswa dalam pembelajaran matematika adalah kemampuan menyelesaikan soal cerita. Setiap siswa memiliki kemampuan yang berbeda-beda. Perbedaan gender bukan hanya berkaitan dengan masalah biologis saja tetapi juga pada perbedaan kemampuan dalam matematika. Dalam makalah ini akan dijelaskan rencana penelitian untuk mengidentifikasi kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal cerita ditinjau dari gender di sekolah Dasar.

Kata Kunci: *Kemampuan, Gender, Soal Cerita*

1. Pendahuluan

Peranan matematika dalam kehidupan sehari-hari sangat penting karena penguasaan terhadap matematika sangat diperlukan siswa sebagai bekal dalam menghadapi perkembangan ilmu pengetahuan yang begitu pesat. Tetapi pada kenyataanya di dalam mempelajari matematika tersebut banyak dijumpai berbagai masalah oleh guru maupun siswa. Siswa dalam menyelesaikan soal matematika memiliki cara yang berbeda-beda karena kemampuan matematika mereka juga berbeda-beda. Tambunan (1999) menyatakan bahwa kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal cerita merupakan keterampilan yang dimiliki seseorang untuk dapat menyelesaikan suatu soal cerita matematika. Kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal matematika dapat dilihat dari perolehan hasil belajar. Selain itu juga dapat dilihat bagaimana siswa menyelesaikan soal tersebut sampai menemukan jawaban yang benar.

Berdasarkan keadaan di lapangan, masalah yang sering dirasakan sulit oleh siswa dalam pembelajaran matematika adalah menyelesaikan soal cerita. Sugondo (2005) menyatakan bahwa soal cerita matematika merupakan soal-soal matematika yang menggunakan bahasa verbal dan umumnya berhubungan dengan kegiatan sehari-hari. Kenyataanya untuk dapat menyelesaikan soal cerita matematika tidak

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

semudah menyelesaikan soal matematika yang sudah berbentuk bilangan matematika.

Penyelesaian soal cerita tidak hanya memperhatikan jawaban akhir perhitungan, tetapi proses penyelesaiannya juga harus diperhatikan. Siswa diharapkan menyelesaikan soal cerita melalui suatu proses tahap demi tahap sehingga terlihat alur berpikirnya. Selain itu dapat terlihat pula pemahaman siswa terhadap konsep yang digunakan dalam soal cerita tersebut. Adapun langkah-langkah dalam menyelesaikan soal cerita menurut Soedjadi (dalam Muncarno, 2008) adalah membaca soal cerita dengan cermat untuk menangkap makna tiap kalimat; memisahkan dan mengungkapkan apa yang diketahui, apa yang ditanyakan dan pengerjaan hitung apa yang diperlukan dalam soal; membuat model matematika dari soal; menyelesaikan model menurut aturan matematika sehingga mendapat jawaban dari soal tersebut; mengembalikan jawaban model ke jawaban soal asal.

Tahapan-tahapan penyelesaian dari soal cerita yang diberikan di atas sesuai dengan proses pemecahan masalah yang diberikan oleh Polya (1973), yaitu:

1. Memahami masalah *(understanding the problem).*

   Pada tahap ini siswa harus memahami masalah yang diberikan yaitu menentukan apa yang diketahui, apa yang ditanyakan, apa syaratnya, cukup ataukah berlebihan syarat tersebut untuk menyelesaikan soal yang diberikan.

2. Merencanakan pemecahan masalah *(devising a plan).*

   Pada tahap ini siswa harus menunjukkan hubungan antara yang diketahui dan yang ditanyakan, dan menentukan strategi atau cara yang akan digunakan dalam menyelesaikan soal yang diberikan.

3. Melaksanakan rencana pemecahan masalah *(carrying out the plan).*

   Pada tahap ini siswa melaksanakan rencana yang telah ditetapkan pada tahap merencanakan pemecahan masalah, dan mengecek setiap langkah yang dilakukan.

4. Memeriksa kembali solusi yang diperoleh *(looking back).*

   Pada tahap ini siswa melakukan refleksi yaitu mengecek atau menguji solusi yang telah diperoleh.

Yang dimaksud penyelesaian soal cerita dalam makalah ini adalah hasil kerja siswa dari suatu proses evaluasi yang menggunakan alat berupa soal berbentuk

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

uraian atau cerita dengan memperhatikan langkah-langkah sebagai berikut: menentukan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan; merancang proses penyelesaian; mengerjakan rancangan penyelesaian hingga diperoleh jawaban; dan mengembalikan jawaban penyelesaian ke jawaban soal asal. Sehingga kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal cerita diartikan sebagai kecakapan siswa untuk menyelesaikan soal cerita yang diberikan dan dilakukan dengan usaha sendiri.

Menurut Departemen Pendidikan Vermont (2007:3*)* tingkat kemampuan siswa dalam memecahkan masalah adalah:

Levels One

a) No work is present, or
b) No part of the solution is correct,or
c) Some work is present but the work doesn't support the answer given

Levels Two

a) The solution is correct for only part of the problem and there is work to support these correct part, or
b) The solution contains mathematical error which leads to an incomplete or incorrect answer.

Levels Three

a) The answer is correct and the work the sollution support the answer.

Berdasarkan kutipan di atas, tingkat kemampuan siswa dalam memecahkan masalah dibedakan menjadi tiga tingkat yaitu (1) tidak mengerjakan, atau tidak sebagaianpun solusi yang diberikan benar, atau beberapa pekerjaan ada,tetapi pekerjaan tidak mendukung jawaban. (2) sebagaian benar hanya untuk sebagian masalah dan disana ada pekerjaan untuk mendukung kebenaran sebagian jawaban tersebut, atau solusi mengandung kesalahan perhitungan, yang menyebabkan tidak lengkap atau tidak benar jawaban. (3) Jawaban benar dan semua pekerjaan yang dilakukan untuk memecahkan masalah mendukung jawaban.

Selain dilihat dari aspek kemampuan memecahkan soal cerita diperhatikan juga aspek perbedaan gender, perbedaan gender sudah menjadi sorotan sejak jaman dahulu. Perbedaan jenis kelamin tidak lagi hanya berkaitan dengan masalah biologis saja tetapi kemudian berkembang menjadi perbedaan kemampuan antara laki-laki dan perempuan.

Krutetski (1976) menjelaskan perbedaan antara laki-laki dan perempuan dalam belajar matematika sebagai berikut:

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

1. Laki-laki lebih unggul dalam penalaran, perempuan lebih unggul dalam ketepatan, ketelitian, kecermatan, dan keseksamaan berpikir.
2. Laki-laki memiliki kemampuan matematika dan mekanika yang lebih baik daripada perempuan, perbedaan ini tidak nyata pada tingkat sekolah dasar akan tetapi menjadi tampak lebih jelas pada tingkat yang lebih tinggi.

Sementara Maccoby dan Jacklyn (1974) mengatakan laki-laki dan perempuan mempunyai perbedaan kemampuan antara lain sebagai berikut:

1. Perempuan mempunyai kemampuan verbal lebih tinggi daripada laki-laki.
2. Laki-laki lebih unggul dalam kemampuan visual spatial (penglihatan keruangan) daripada perempuan.
3. Laki-laki lebih unggul dalam kemampuan matematika.

Menurut Susento (2006) perbedaan gender bukan hanya berakibat pada perbedaan kemampuan dalam matematika, tetapi cara memperoleh pengetahuan matematika juga terkait dengan perbedaan gender. Keitel (1998) menyatakan "*Gender, social, and cultural dimensions are very powerfully interacting in conceptualization of mathematics education,...*". Berdasarkan pendapat Keitel bahwa gender, sosial dan budaya berpengaruh pada pembelajaran Matematika. Brandon (1985) menyatakan bahwa perbedaan gender berpengaruh dalam pembelajaran matematika terjadi selama usia Sekolah Dasar.

Menurut American Psychological Association (Science Daily, 6 Januari 2010) (dalam Lestari, 2010) mengemukakan berdasarkan analisis terbaru dari penelitian internasional kemampuan perempuan di seluruh dunia dalam matematika tidak lebih buruk daripada kemampuan laki-laki meskipun laki-laki memiliki kepercayaan diri yang lebih dari perempuan dalam matematika, dan perempuan-perempuan dari negara dimana kesamaan gender telah diakui menunjukkan kemampuan yang lebih baik dalam tes matematika.

Berdasarkan hasil-hasil penelitian yang diuraikan di atas menunjukkan bahwa adanya keberagaman hasil penelitian mengenai peran gender dalam pembelajaran matematika. Beberapa hasil menunjukkan adanya faktor gender dalam pembelajaran matematika, namun pada sisi lain beberapa penelitian mengungkapkan bahwa gender tidak berpengaruh signifikan dalam pembelajaran matematika.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Dalam makalah ini, akan dijelaskan rencana penelitian tentang kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal cerita ditinjau dari gender di Sekolah Dasar.

2. Metode Penelitian

Jenis penelitian ini adalah penelitian eksploratif dengan menggunakan pendekatan kualitatif. Subjek penelitian terdiri dari dua siswa laki-laki dan dua siswa perempuan yang memiliki kemampuan matematika yang relatif sama. Instrumen penelitian ini adalah soal cerita dan pedoman wawancara. Pengumpulan data pada penelitian ini dilakukan dengan menggunakan beberapa metode, yaitu metode tes, dan metode wawancara. Setelah masing-masing subjek diberikan soal cerita dan wawancara dianalisis sesuai indikator kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal cerita. Selanjutnya untuk mengecek keabsahan data digunakan triangulasi waktu yaitu dengan memberikan tes soal cerita setelah seminggu tes soal cerita pertama dilakukan dengan soal yang setara. Data yang valid adalah data hasil triangulasi tes yang pertama dan tes yang kedua. Data hasil triangulasi waktu adalah data yang valid yang merupakan hasil penelitian. Setelah diperoleh data yang valid, maka dilakukan analisis. Data yang dianalisis adalah hasil tes soal cerita dan hasil wawancara untuk mendeskripsikan kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal cerita.

Adapun indikator kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal cerita yang yang digunakan digunakan dalam menganalisis data sebagai berikut:

Tabel 1 Indikator Tingkat Kemampuan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Cerita:

Tingkat	Indikator
1	a. Siswa tidak mengerjakan soal atau b. Siswa tidak dapat memahami soal cerita yang ditunjukkan dengan tidak dapat menjelaskan yang diketahui, yang ditanyakan. c. Siswa tidak menggunakan strategi atau cara yang benar dalam menyelesaikan soal cerita. d. Siswa tidak memeriksa kembali jawabannya.
2	a. Siswa dapat memahami soal cerita yang ditunjukkan dengan dapat menjelaskan yang diketahui dan yang ditanyakan. b. Siswa menggunakan strategi atau cara yang benar dalam menyelesaikan soal cerita c. Siswa mengerjakan dan terdapat sebagian perhitungan yang salah. d. Siswa tidak memeriksa kembali jawabannya.

3	a. Siswa dapat memahami soal cerita yang ditunjukkan dengan dapat menjelaskan yang diketahui dan yang ditanyakan. b. Siswa menggunakan strategi atau cara yang tepat dalam menyelesaikan soal cerita. c. Siswa melaksanakan strategi atau cara yang benar dalam menyelesaikan soal cerita. d. Siswa memeriksa kembali jawabannya dengan benar.

Analisis yang dilakukan adalah dengan menggunakan prosedur (Miles dan Huberman,1992): mereduksi data, pemaparan data, menarik kesimpulan.

3. Penutup

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan data penelitian yang akan dilakukan, maka peneliti bertujuan:

a) Untuk mengidentifikasi kemampuan siswa laki-laki dalam menyelesaikan soal cerita di Sekolah Dasar.
b) Untuk mengidentifikasi kemampuan siswa perempuan dalam menyelesaikan soal cerita di Sekolah Dasar.

Daftar Pustaka

Brandon, P., Newton, B.J., and Hammond,O.W. 1985. *The Superiority of Girls over* Boys *in Mathematics Achievment in Hawaii*. Paper presented at annual meeting of American Educational Research Association.

Departemen Pendidikan Vermont.2007. *Vermont Elementary and Middle Level Mathematic Problem Solving Assessment Guide. http://education.verment.gov/new/pdfdoc/pgmcurriculum/mathematics/resources/elementary_middle_guide.pdf* . diakses 15 Oktober 2011

Keitel, Christine. 1998. *Social Justice and Mathematics Education Gender, Class, Ethnicity and the Politics of Schooling*. Berlin: Freie Universität Berlin.

Kurniasih, Herlin. 2009. "Analisis Kesalahan Penyelesaian Soal-Soal Cerita Tentang Pecahan". Tesis. Malang: UNMUH.

Krutetskii, V.A. 1976. The *Psychology of Mathematics Abilities in school children.*Chicago: The University of Chicago press.

Lestari, N.D.F. 2010. *Profil Pemecahan Masalah Matematika Open-Ended Siswa Kelas V Sekolah Dasar Ditinjau dari Perbedaan Gender dan Kemampuan Matematika*. Tesis. Surabaya: Unesa

Maccoby, E.E & Jacklin, C.N. 1974. *The Psychology of Sex Differences*. Stanford:Stanford *University*.

Muncarno. 2008. "Penerapan Model Penyelesaian Soal Cerita Dengan Langkah-Langkah Pemecahan Masalah Untuk Meningkatkan Prestasi Belajar Matematika Siswa Kelas I SMP". *Jurnal Nuansa Pendidikan*. Lampung: LPMP Universitas Lampung.

Polya, G. 1973. *How to solve it*. New Jersey: Priceton University Press.

Susento. 2006. *Mekanisme Interaksi Antara Pengalaman Kultural-Matematis, Proses Kognitif, dan Topangan dalam Reivensi Terbimbing.* Disertasi. Surabaya: Unesa.

Sutawidjaja, A. 1998. "Pemecahan Masalah dalam Pembelajaran Matematika". Teknologi Pembelajaran Teori dan Terapan. Makalah Seminar Nasional. PPs IKIP Malang. 3 Desember 1998.

Tambunan, Hardi. 1999. "Kemampuan *Siswa Menyelesaikan Soal Cerita Pokok Bahasan Trigonometri Dengan Strategi Heuristik*". Tesis. Surabaya: PPs UNESA.

Miles dan Huberman. 1992. *Analisis data Kualitatif*. Jakarta : UI press.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

P – 54

Mengembangkan *Softskill* Mahasiswa Calon Guru Matematika Melalui Perkuliahan Kolaboratif Berbasis Masalah

Oleh:
Djamilah Bondan Widjajanti
Jurusan Pendidikan Matematika, FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta
dj_bondan@yahoo.com

ABSTRAK

S*oft skill* meliputi ketrampilan seseorang dalam berhubungan dengan orang lain (*interpersonal skills*) dan ketrampilan dalam mengatur diri sendiri (*intra personal skills*) yang mampu mengembangkan unjuk kerja secara maksimal. *Soft skill* mahasiswa calon guru matematika perlu dikembangkan selama perkuliahan agar kelak mereka menjadi guru matematika yang berkompeten dan sukses dalam karir maupun dalam hidup bermasyarakat.

Empat kunci penting agar pelaksanaan perkuliahan menggunakan strategi kolaboratif berbasis masalah dapat menjadi kegiatan belajar-mengajar yang berpotensi mengembangkan beberapa *soft skill* mahasiswa adalah: (1) pemilihan masalah; (2) pembentukan kelompok; (3) pemberian kesempatan kepada mahasiswa untuk belajar secara mandiri sebelum dan sesudah diskusi kelompok; dan (3) peran dosen sebagai fasilitator.

Masalah matematika yang kontekstual, realistik, dan *open-ended* **,** dapat menjadi pilihan untuk mengembangkan empati atau kepedulian mahasiswa terhadap sesama, negara, dan lingkungan. Diskusi yang intensif dalam tim yang heterogen berpotensi melatih kesabaran, ketangguhan, kepercayaan diri, dan kemampuan mahasiswa dalam berargumentasi. Kelompok belajar yang heterogen berpotensi mengembangkan ketrampilan mahasiswa dalam berinisiatif, beradaptasi, berinteraksi sosial, dan bekerja dalam tim. Pemberian kesempatan kepada mahasiswa untuk belajar secara mandiri sebelum dan sesudah diskusi kelompok berpotensi mengembangkan kemandirian belajar dan tanggung jawab. Peran dosen sebagai fasilitator, yang mampu melakukan interfensi atau memberi bantuan kepada mahasiswa atau kelompok mahasiswa tepat waktu dan sasaran, sangat memungkinkan berkembangnya sifat-sifat baik seorang mahasiswa, khususnya dalam semangat, *common sense*, rasa humor, integritas, pengelolaan waktu, dan motivasi.

Kata kunci: ***soft skill, matematika, kolaboratif berbasis masalah***

Pendahuluan

Menurut Peraturan Pemerintah No 19 Tahun 2005 tentang Standar Nasional Pendidikan, pendidik (guru) dituntut untuk mempunyai empat kompetensi yaitu kompetensi pedagogik, kompetensi kepribadian, kompetensi profesional, dan kompetensi sosial. Tentu tidaklah mudah bagi seorang guru untuk mempunyai keempat kompetensi tersebut. Berbagai upaya perlu dilakukan oleh berbagai pihak untuk membantu guru meningkatkan kompetensi mereka.

Khusus untuk guru matematika, tuntutan undang-undang agar setiap guru mempunyai keempat kompetensi tersebut menjadi bertambah berat manakala ditambah dengan masalah-masalah serius yang tidak mudah mengatasinya. Masalah-masalah tersebut, misalnya: (1) anggapan siswa dan orang tua siswa bahwa matematika adalah pelajaran yang sulit dan menakutkan; (2) keragaman siswa dalam berbagai aspek; (3) rasa percaya diri, sikap, dan motivasi siswa dalam belajar matematika yang belum seperti yang diharapkan; dan (4) kecemasan yang berlebihan dari para siswa dan orang tua mereka dalam menghadapi ulangan atau ujian matematika. Adanya sejumlah tantangan bagi guru matematika, antara lain kemajuan teknologi komunikasi dan informasi untuk mendukung teknologi pembelajaran matematika, dan perubahan paradigma belajar-mengajar (dari berpusat kepada guru berubah menjadi berpusat kepada siswa) juga dapat menjadi tantangan yang cukup berat bagi para guru terkait keterbatasan para guru dalam mengembangkan kompetensi mereka.

Memperhatikan semakin kompleksnya masalah dan tantangan yang harus dihadapi para guru matematika di masa depan, maka perkuliahan di Program Studi Pendidikan Matematika yang berkewajiban menyiapkan lulusan untuk menjadi guru matematika yang kompeten haruslah memperhatikan banyak hal. Tidak hanya pembekalan dalam segi kognitif, akademik, atau *hard skill* saja, tetapi juga pembekalan dalam segi *soft skill*, yang ternyata sangat diperlukan oleh lulusan untuk dapat menjadi guru matematika yang kompeten dan sukses dalam meniti karir maupun dalam hidup bermasyarakat.

Terkait faktor yang mempengaruhi kesuksesan seseorang, terdapat beberapa hasil penelitian yang menyebut pentingnya *soft skill* untung mendukung kesuksesan karir seseorang di dunia kerja dan di masyarakat. Menurut Giblin (2008) ketrampilan (*skill*) seseorang dalam menjalin hubungan dengan orang lain menentukan kualitas bisnis, kualitas kehidupan keluarga, dan kualitas kehidupan sosial orang tersebut. Puliam (Utama, dkk., 2010) menyebutkan bahwa *skill* yang paling dicari oleh pemberi kerja adalah keterampilan berkomunikasi, integritas/kejujuran, keterampilan interpersonal, motivasi/inisiatif, etika kerja yang kuat, keterampilan bekerja dalam tim, keterampilan menggunakan komputer, dan ketrampilan beradaptasi. Ini menunjukkan bahwa ada sejumlah *skill* yang mempengaruhi kualitas kinerja seseorang. Beberapa dari *skill* tersebut termasuk dalam apa yang dinamakan *soft skill*.

Memperhatikan bahwa keberhasilan seseorang, termasuk seorang guru matematika, ditentukan tidak hanya oleh *hard skill*, tetapi juga *soft skill* yang dimilikinya, maka pendidikan untuk calon guru matematika yang besar kemungkinan dapat berkontribusi secara signifikan terhadap kompetensi lulusan, baik kompetensi pedagogik, profesional, kepribadian, maupun sosial, adalah pendidikan yang mampu membekali dan mengembangkan *hard skill* dan *soft skill* mahasiswa secara sistematis, menyeluruh, dan dilaksanakan secara terus menerus, dan terintegrasi pada setiap kegiatan perkuliahan.

Bagaimana para dosen di Jurusan Pendidikan Matematika dapat mengembangkan *hard skill* dan *soft skill* mahasiswa terintegrasi pada perkuliahan yang dilaksanakannya? Para dosen dapat memilih model, strategi, atau pendekatan perkuliahan yang berpotensi untuk mengembangkan *hard skill* dan *soft skill* mahasiswa secara bersamaan. Salah satu strategi perkuliahan yang direkomendasikan untuk itu adalah strategi perkuliahan Kolaboratif Berbasis Masalah. Makalah ini membahas *softskill*, perkuliahan kolaboratif berbasis masalah, dan bagaimana mengembangkan *soft skill* mahasiswa melalui strategi perkuliahan kolaboratif berbasis masalah.

Softskill

Berikut ini beberapa pengertian tentang *soft skill*. Menurut Wikipedia "*soft skills is a sociological term for a person's "EQ" (Emotional Intelligence Quotient), which refers to the cluster of personality traits, social graces, communication, ability with language, personal habits, friendliness, and optimism that mark each of us in varying degrees*" (http://en.wikipedia.org/wiki/Soft-skills). Sedangkan menurut definisi yang terdapat dalam http://searchcio.techtarget.com/definition/soft-skills "*Soft skills are personal attributes that enhance an individual's interactions, job performance and career prospects*".

Masih menurut definisi dalam http://searchcio.techtarget.com/definition/soft-skills, *softskill* pada umumnya digolongkan menjadi dua, yaitu atribut/sifat pribadi atau perorangan (*personal attributes*) , seperti semangat, *common sense*, tanggungjawab, rasa humor, integritas, pengelolaan waktu, dan motivasi; dan kecakapan antar perorangan (*interpersonal abilities*), seperti empati, kepemimpinan, komunikasi, *good manners*, keramahan, dan kecakapan mengajar. Sedangkan di dalam Wikipedia disebutkan s*oft skills* merupakan kemampuan bertingkahlaku (*behavioral competencies*) yang juga dikenal sebagai *interpersonal skills*, or *people skills*, yang meliputi berbagai kecakapan seperti "*communication skills, conflict resolution and negotiation, personal effectiveness, creative problem solving, strategic thinking, team building, influencing skills and selling skills*". Dengan demikian, s*oft skill* meliputi ketrampilan seseorang

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

dalam berhubungan dengan orang lain (*interpersonal skills*) dan ketrampilan dalam mengatur diri sendiri (*intra personal skills*) yang mampu mengembangkan unjuk kerja secara maksimal.

Beberapa contoh *interpersonal skill* yang merupakan bagian dari *soft skill* yang sangat penting untuk menunjang karir seseorang, menurut Wikipedia, adalah ketrampilan: (1) berpartisipasi sebagai anggota tim, (2) mengajari orang lain, (3) melayani pelanggan, (4) memimpin, (5) bernegosiasi, (6) bekerja dalam keragaman budaya, (7) memotivasi orang lain, dan (8) bertukar pikiran/gagasan/pandangan dengan orang lain.

Nussbaum (2009) menyebutkan *teamwork, attention to detail, energy/drive, work composure, initiative, and communication skill*, sebagai *soft skill* yang sangat penting. Phani (2007) mendaftar 60 jenis *soft skill* yang paling "top" untuk berbagai profesi pada umumnya. Diantara temuan dalam penelitiannya menyebutkan bahwa *positive work ethics, good attitude, and desire to learn and be trained*, merupakan *soft skill* yang pada umumnya diperlukan seorang pekerja. Sedangkan Wiratna (Nugroho, 2009) menyebutkan enam kategori *soft skills* yang perlu diasah pada institusi formal yaitu: (a) keterampilan komunikasi lisan dan tulisan (*communication skills*), (b) keterampilan berorganisasi (*organizational skills*), (c) kepemimpinan (*leadership*), (d) kemampuan berpikir kreatif dan logis (*logic and creative*), (e) ketahanan menghadapi tekanan (*effort*), (f) kerjasama tim dan interpersonal (*group skills*) serta etika kerja (*ethics*).

Berdasarkan beberapa pengertian *soft skill* sebagaimana di atas, maka dapatlah disimpulkan bahwa *soft skill* adalah istilah sosiologis untuk kecerdasan emosional seseorang, yang antara lain merujuk pada sejumlah sifat kepribadian (meliputi kejujuran, kesopanan, keramahan, kesabaran, ketangguhan, kepercayaan diri), ketrampilan berinteraksi sosial, ketrampilan berkomunikasi lisan dan tertulis, ketrampilan presentasi (menyampaikan gagasan dan meyakinkan orang lain), ketrampilan bekerja sama dalam tim, ketrampilan berinisiatif, dan ketrampilan beradaptasi.

Strategi Perkuliahan Kolaboratif Berbasis Masalah

Strategi perkuliahan kolaboratif berbasis masalah adalah strategi perkuliahan yang menggabungkan pendekatan pembelajaran berbasis masalah (*Problem-based*

Learning; disingkat *PBL*) dengan model perkuliahan kolaboratif. PBL adalah pendekatan pembelajaran yang menjadikan masalah sebagai dasar atau basis bagi siswa/mahasiswa untuk belajar. Duch, *et.al*. (2000) menyatakan prinsip dasar dari *PBL* adalah bahwa pembelajaran dimulai (diprakarsai) dengan mengajukan masalah, pertanyaan, atau teka-teki, yang menjadikan siswa/mahasiswa yang belajar ingin menyelesaikannya. Dalam *PBL*, masalah yang nyata dan kompleks diharapkan dapat memotivasi siswa/mahasiswa untuk mengidentifikasi dan meneliti konsep dan prinsip yang mereka perlu ketahui untuk berkembang melalui masalah tersebut. Siswa/mahasiswa bekerja dalam tim kecil, dan memperoleh, mengomunikasikan, serta memadukan informasi dalam proses yang menyerupai atau mirip dengan menemukan (*inquiry*).

PBL telah diakui sebagai suatu pengembangan dari pembelajaran aktif dan pendekatan pembelajaran yang berpusat pada siswa/mahasiswa, yang menggunakan masalah-masalah yang tidak terstruktur (masalah-masalah dunia nyata atau masalah-masalah simulasi yang kompleks) sebagai titik awal dan jangkar atau sauh untuk proses pembelajaran (Tan, 2004). Sedangkan menurut Roh (2003), *PBL* adalah strategi pembelajaran di kelas yang mengatur atau mengelola pembelajaran matematika di sekitar kegiatan pemecahan masalah dan memberikan kepada para siswa/mahasiswa kesempatan untuk berfikir secara kritis, mengajukan ide kreatif mereka sendiri, dan mengomunikasikan dengan temannya secara matematis.

Masih menurut Roh (2003), *PBL* menggambarkan suatu suasana pembelajaran yang menggunakan masalah untuk memandu, mengemudikan, menggerakkan, atau mengarahkan pembelajaran. Pembelajaran dalam *PBL* dimulai dengan suatu masalah yang harus diselesaikan, dan masalah tersebut diajukan dengan cara sedemikian hingga para siswa/mahasiswa memerlukan tambahan pengetahuan baru sebelum mereka dapat menyelesaikan masalah tersebut. Tidak sekedar mencoba atau mencari jawab tunggal yang benar, para siswa/mahasiswa akan menafsirkan masalah tersebut, mengumpulkan informasi yang diperlukan, mengenali penyelesaian yang mungkin, menilai beberapa pilihan, dan menampilkan kesimpulan.

PBL mempunyai sejumlah keunggulan jika dibandingkan dengan pembelajaran konvensional. Keunggulan yang dimaksud antara lain lebih menyiapkan siswa/mahasiswa untuk menghadapi masalah pada situasi dunia nyata, memungkinkan

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

siswa/mahasiswa menjadi produsen pengetahuan, dan dapat membantu siswa/mahasiswa mengembangkan komunikasi, penalaran, dan ketrampilan berfikir kritis. Menurut Smith, Ericson, dan Lubienski, yang dikutip oleh Roh (2003), kebalikan dengan lingkungan atau suasana kelas yang konvensional, lingkungan atau suasana kelas *PBL* memberikan kesempatan kepada siswa/mahasiswa untuk mengembangkan kemampuannya untuk menyesuaikan diri dan mengubah suatu metode atau cara ke dalam situasi baru yang cocok. Siswa/mahasiswa dalam lingkungan atau suasana kelas *PBL* secara khusus mempunyai kesempatan yang lebih besar untuk belajar proses matematika yang berkaitan dengan komunikasi, representasi, pemodelan, dan penalaran. Tan (2004) menyatakan bahwa dibandingkan pendekatan pembelajaran tradisional, PBL membantu siswa/mahasiswa dalam konstruksi pengetahuan dan ketrampilan penalaran.

Mendukung keunggulan *PBL*, maka sebuah artikel dalam buletin CIDR (2004) mengemukakan alasan mengapa digunakan *PBL*, adalah karena: (1) *PBL* menyiapkan siswa/mahasiswa lebih baik untuk menerapkan pembelajaran (belajar) mereka pada situasi dunia nyata; (2) *PBL* memungkinkan siswa/mahasiswa menjadi produsen pengetahuan, dari pada hanya konsumen; dan (3) *PBL* dapat membantu siswa/mahasiswa mengembangkan komunikasi, penalaran, dan ketrampilan berfikir kritis. Sedangkan Hmelo-Silver, Chernoblisky, dan DaCosta (2004) menyatakan bahwa para siswa/mahasiswa yang belajar pengetahuan dalam konteks pemecahan masalah seperti *PBL* kemungkinan besar dapat mengingat kembali dan mentransfer pengetahuan mereka untuk masalah baru.

Dengan belajar melalui *PBL*, siswa/mahasiswa dalam kelompok akan berdiskusi secara intensif, sehingga secara lisan mereka akan saling bertanya, menjawab, mengkritisi, mengoreksi, dan mengklarifikasi setiap konsep atau argumen matematis yang muncul dalam diskusi. Dalam diskusi yang demikian akan berkembang juga kemampuan dan keterampilan siswa/mahasiswa untuk membuat, memperhalus, dan mengeksplorasi dugaan-dugaan (konjektur), sehingga memantapkan pemahaman mereka atas konsep matematis yang sedang dipelajari, atau terhadap masalah matematika yang dipecahkan. Pada akhirnya, para siswa/mahasiswa juga harus mampu mengomunikasikan ide mereka, baik secara lisan maupun tertulis, dalam rangka menyelesaikan masalah yang diberikan.

Meskipun *PBL* diyakini mempunyai sejumlah keunggulan jika dibandingkan dengan pembelajaran konvensional, namun dijumpai juga beberapa kendala dalam pelaksanaan *PBL*. Salah satu kendala tersebut adalah keheterogenan mahasiswa, baik pada aspek kemampuan awal, tingkat dan kecepatan berfikir, maupun motivasi belajar. Bagaimanapun, para dosen tidak dapat mengabaikan keheterogenan mahasiswa ini jika berharap dapat menjamin hak setiap mahasiswa untuk memperoleh pembelajaran yang bermakna.

Untuk mengatasi dampak dari keheterogenan mahasiswa, diperlukan model perkuliahan yang memberi lebih banyak peluang kepada mahasiswa untuk dapat saling belajar dari mahasiswa lain. Model perkuliahan kolaboratif dapat menjadi pilihan untuk memberi peluang tersebut. Menurut Sato (2007) pembelajaran kolaboratif adalah pembelajaran yang dilaksanakan dalam kelompok, namun tujuannya bukan untuk mencapai kesatuan yang didapat melalui kegiatan kelompok, namun, para siswa dalam kelompok didorong untuk menemukan beragam pendapat atau pemikiran yang dikeluarkan oleh tiap individu dalam kelompok. Pembelajaran tidak terjadi dalam kesatuan, namun pembelajaran merupakan hasil dari keragaman atau perbedaan.

Pada dasarnya pembelajaran kolaboratif merujuk pada suatu metode pembelajaran dengan mahasiswa dari tingkat performa yang berbeda (heterogen) bekerja bersama dalam suatu kelompok kecil. Setiap mahasiswa ikut bertanggung jawab terhadap pembelajaran mahasiswa yang lain, sehingga kesuksesan seorang mahasiswa diharapkan dapat membantu siswa atau mahasiswa lain untuk menjadi sukses (Gokhale, 1995). Selain menjembatani keheterogenan, model perkuliahan kolaboratif juga memungkinkan mahasiswa untuk lebih serius saling belajar “sesuatu” dari kelompoknya, termasuk bagaimana menyelesaikan masalah yang diberikan oleh dosen. Untuk itu, agar dapat berkontribusi nyata dalam diskusi kelompok, sebelum berdiskusi dalam kelompok mahasiswa harus diberi kesempatan yang cukup untuk berfikir/belajar secara individual. Gabungan antara pendekatan perkuliahan berbasis masalah dan model perkuliahan kolaboratif inilah yang selanjutnya disebut dengan strategi perkuliahan kolaboratif berbasis masalah.

Memperhatikan pengertian strategi perkuliahan kolaboratif berbasis masalah seperti tersebut di atas dapatlah disimpulkan bahwa strategi perkuliahan kolaboratif berbasis masalah adalah suatu strategi perkuliahan yang menekankan pada: (1) penggunaan masalah yang menantang untuk memandu perkuliahan; (2) pemberian kesempatan kepada mahasiswa untuk mengkonstruksi pengetahuan mereka, baik secara

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

individu maupun kelompok; (3) pemberdayaan kelompok sebagai forum mahasiswa untuk saling berkolaborasi; dan (4) peran dosen sebagai fasilitator.

Mengembangkan *Softskill* Mahasiswa melalui Perkuliahan Kolaboratif Berbasis Masalah

Dasar dari perkuliahan yang menggunakan strategi kolaboratif berbasis masalah adalah penggunaan masalah untuk memandu, mengemudikan, menggerakkan, atau mengarahkan pembelajaran, dan pemanfaatan diskusi untuk menumbuhkan kolaborasi.

Menggunakan strategi perkuliahan yang demikian ini memungkinkan beberapa *soft skill* mahasiswa dikembangkan secara optimal bersamaan dengan pengembangan kemampuan matematis mereka.

Karena dalam perkuliahan kolaboratif berbasis masalah perkuliahan mendasarkan pada masalah, maka pemilihan masalah menjadi hal yang penting. Khusus untuk perkuliahan mahasiswa calon guru matematika, dosen dapat memilih soal/masalah matematika yang menantang minat mahasiswa, misalnya soal/masalah dengan konteks suatu *issue* yang sedang terjadi di dalam kehidupan nyata mahasiswa, seperti adanya musibah bencana alam, kemiskinan, wabah penyakit, kecelakaan transpotasi, pemanasan global, kebakaran hutan, konflik politik, korupsi, dan sebagainya. Soal/masalah kontekstual yang realistik demikian berpotensi untuk mengembangkan empati atau kepedulian mahasiswa terhadap sesama, negara, dan lingkungan.

Selain masalah yang kontekstual dan realistik**,** masalah *open-ended* juga suatu pilihan yang baik**.** Masalah yang *open-ended* adalah masalah yang mempunyai lebih dari satu cara untuk menyelesaikannya, atau mempunyai lebih dari satu jawaban yang benar. Foong (2002) menyebutkan ciri-ciri masalah *open-ended*, antara lain adalah: (1) Metode penyelesaiannya tidak tertentu; (2) Jawabannya tidak tertentu; (3) Mempunyai banyak jawaban yang mungkin; (4) Dapat diselesaikan dalam cara yang berbeda; (5) Memberi siswa ruang untuk membuat keputusan sendiri dan untuk berfikir matematis secara alamiah; (6) Mengembangkan penalaran dan komunikasi; atau (6) Terbuka untuk kreativitas dan imaginasi siswa. Dengan memilih soal/masalah *open-ended*, dosen matematika telah memberi kesempatan kepada para mahasiswa untuk saling belajar melalui diskusi yang intensif dalam rangka menyelesaikan masalah tersebut. Diskusi

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

yang demikian berpotensi mengembangkan beberapa *skill* mahasiswa, khususnya dalam kesabaran, ketangguhan, kepercayaan diri, dan kemampuan berargumentasi.

Agar forum diskusi dalam perkuliahan kolaboratif dapat menjadi forum saling belajar yang efektif, maka selain pemilihan soal/masalah, pembentukan tim diskusi juga merupakan kunci penting. Idealnya pembentukan tim memperhatikan keragaman mahasiswa dalam berbagai aspek. Diskusi dalan tim yang heterogen, misalnya dalam heterogen dalam kemampuan akademik, jenis kelamin, gaya bicara, kepercayaan diri, dan sebagainya, sangat memungkinkan untuk menjadi forum saling belajar yang mengembangkan *skill* mahasiswa, khususnya dalam berinisiatif, beradaptasi, berinteraksi sosial, berargumentasi, dan bekerja dalam tim.

Berbeda dengan model perkuliahan kooperatif pada umumnya, maka pada perkuliahan kolaboratif, mahasiswa harus cukup diberi kesempatan untuk berfikir/belajar secara individual sebelum dan sesudah diskusi dalam kelompok. Pemberian kesempatan iniberpotensi mengembangkan kemandirian siswa dalam belajar dan melatih tanggungjawab.

Kegiatan setelah berdiskusi yang pada umumnya dilakukan pada perkuliahan berbasis masalah adalah presentasi. Beberapa mahasiswa atau kelompok siswa diharuskan mempresentasikan hasil diskusi mereka, berupa penyelesaian soal/masalah, di depan kelas. Sesi presentasi ini selain berpotensi mengembangkan ketrampilan mahasiswa dalam menyampaikan gagasan dan meyakinkan orang lain, juga memungkinkan para mahasiswa mengembangkan kemampuan mereka dalam berkomunikasi baik lisan maupun tertulis, dan berlatih untuk percaya diri.

Kunci penting yang lain dalam perkuliahan kolaboratif berbasis masalah adalah peran dosen. Sebagai fasilitator, dosen berperan dalam menyiapkan soal/masalah yang menantang, menunjukkan kepada mahasiswa bahan ajar yang sesuai, mengkondisikan lingkungan belajar yang kondusif, dan menyiapkan diri untuk menjawab pertanyaan atau memberi petunjuk, jika diperlukan. Interfensi dari dosen yang tepat waktu dan tepat sasaran, berpotensi mengembangkan beberapa *skills* mahasiswa, khususnya yang terkait dengan sifat perorangan para mahasiswa, seperti semangat, *common sense*, tanggungjawab, rasa humor, integritas, pengelolaan waktu, dan motivasi.

Penutup

Beberapa *soft skill* mahasiswa, seperti ketrampilan berinteraksi sosial, berkomunikasi baik lisan maupun tertulis, presentasi, bekerja sama, berinisiatif, dan juga berlatih untuk tangguh dan percaya diri, sangat mungkin dikembangakan melalui perkuliahan menggunakan strategi kolaboratif berbasis masalah. Empat kunci penting agar pelaksanaan perkuliahan menggunakan strategi kolaboratif berbasis masalah dapat menjadi kegiatan belajar-mengajar yang berpotensi mengembangkan beberapa *soft skill* mahasiswa adalah: (1) pemilihan masalah; (2) pembentukan kelompok; (3) pemberian kesempatan kepada mahasiswa untuk belajar secara mandiri sebelum dan sesudah diskusi kelompok; dan (3) peran dosen sebagai fasilitator.

Masalah matematika yang kontekstual, realistik, dan *open-ended* **,** dapat menjadi pilihan untuk mengembangkan empati atau kepedulian mahasiswa terhadap sesama, negara, dan lingkungan. Diskusi yang intensif dalam tim yang heterogen berpotensi melatih kesabaran, ketangguhan, kepercayaan diri, dan kemampuan mahasiswa dalam berargumentasi. Kelompok belajar yang heterogen berpotensi mengembangkan ketrampilan mahasiswa dalam berinisiatif, beradaptasi, berinteraksi sosial, dan bekerja dalam tim. Pemberian kesempatan kepada mahasiswa untuk belajar secara mandiri sebelum dan sesudah diskusi kelompok berpotensi mengembangkan kemandirian belajar dan tanggung jawab. Peran dosen sebagai fasilitator, yang mampu melakukan interfensi atau memberi bantuan kepada mahasiswa atau kelompok mahasiswa tepat waktu dan sasaran, sangat memungkinkan berkembangnya sifat-sifat baik seorang mahasiswa, khususnya dalam semangat, *common sense*, rasa humor, integritas, pengelolaan waktu, dan motivasi.

Daftar Pustaka

CIDR Teaching and Learning Bulletin. (2004). *Problem-Based Learning*. [Online]. Vol 7. (3). Tersedia:
http://depts.washington.edu/cidrweb/TeachingLearningBulletin.html.
[15 Januari 2008].

Duch, Barbara J., Allen, Deborah E., and White, Harold B. (2000). *Problem-Based Learning: Preparing Students to Succeed in the 21st Century*.[Online]. Tersedia
http://www.hku.hk/caut/homepage/tdg/5/TeachingMatter/Dec.98.pdf
[15 Januari 2008].

Foong, P. Y. (2002). *Using Short Open-Ended Mathematics Questions to Promote Thinking and Understanding*. [Online]. Tersedia: http://www.math.unipa.it/~grim/SiFoong.PDF [15 Januari 2008].

Giblin, L. (2008). *Skill with Pople*. Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama

Gokhale, A (1995). *Collaborative learning enhances critical thinking*. Journal of Technology Education, (7) 1. [Online]. Tersedia: http://scolar.lib.vt.edu/ejournals/JTE/jte-v7n1/gokhale,jt-v7n1.html [6 Mei 2008].

Hmelo-Silver, C.E., Chernobilsky, E., and Da Costa, M.C. (2004). Psycological Tools in Problem-based Learning, in *Enhancing Thinking through Problem-based Learning Approaches*. Singapore: Thomson Learning.

Nussbaum, Paul. (2009). *Which "soft skill" do you think is most important?* [Online] Tersedia: http://it.toolbox.com/blogs/contactcenterview. [20 Januari 2009]

Nugroho, Djoko Hari. (2009). *Integrasi Soft Skills pada Kurikulum Prodi Elektronika Instrumentasi-STTN untuk Persiapan SDM PLTN*. Makalah Seminar SDM Teknologi Nuklir. Yogyakarta.

Phani,Challa S. S. J. R. (2007). *The top 60 soft skills at work*. [Online]. Tersedia: http://www.rediff.com/getahead/2007/jan/08soft.htm [20 Januari 2009]

Roh, Kyeong Ha. (2003). *Problem-Based Learning in Mathematics*. Dalam ERIC Digest. ERIC Identifier: EDO-SE-03-07. [Online]. Tersedia: http://www.ericdigest.org/ [4 Desember 2007].

Sato, Manabu. (2007). *Tantangan yang Harus Dihadapi Sekolah*, makalah dalam Bacaan Rujukan untuk Lesson Study – Berdasarkan Pengalaman Jepang dan IMSTEP. Jakarta: Sisttems.

Tan, Oon-Seng. (2004). Cognition, Metacognition, and Problem-Based Learning, in *Enhancing Thinking through Problem-based Learning Approaches*. Singapore: Thomson Learning.

Utama, I Made S., dkk. (2010). *Konsep Pengembangan Panduan Evaluasi Soft Skills Mahasiswa*. [Online]. Tersedia: http://staff.unud.ac.id/~madeutama/wp-content/. [5 September 2011]

Wikipedia. (2009). *Soft skills*. [Online]. Tersedia: http://en.wikipedia.org/ wiki/Soft_skills. [20 Januari 2009]

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Pendeteksian Keberfungsian Butir Diferensial *(Differential Item Functioning, DIF)* Menggunakan Indeks Perbedaan Probabilitas pada Data Politomus dengan Model *Generalized Partial Credit Model (GPCM)*

Oleh :
Kana Hidayati & Heri Retnawati
(Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY)

Abstrak

Salah satu syarat penyelenggaraan tes yakni tes bersifat adil. Tes bersifat adil jika tidak ada perbedaan peluang menjawab benar pada suatu kemampuan yang sama dari kelompok yang berbeda. Jika terdapat perbedaan peluang menjawab benar dari dua kelompok, dikatakan tes/butir memuat bias. Pada butir politomus dengan penskoran model *Generalized Partial Credit Model (GPCM)*, adanya muatan DIF dapat diketahui salah satunya dengan *probability difference indices.* Signifikasi ukuran ini dapat diketahui dengan *empirical sampling distribution for DIF indices*, yang dilakukan dengan membagi secara acak kelompok Focal (F) dan kelompok Reference (R) menjadi 2 kelompok, misalnya F1 dan F2, dan R1 dan R2, kemudian menghitung *probability difference indices* antara F1 dan F2, dan antara R1 dan R2. Pada tulisan ini dibahas tentang mengidentifikasi DIF pada IRT multidimensi dengan cara probability difference indices dan menguji signifikasinya dengan *empirical sampling distribution for DIF indices.*

Kata Kunci : DIF, Politomus, Indeks perbedaan probabilitas, GPCM

Latar belakang

Dalam suatu proses penilaian, idealnya tidak ada kesalahan baik kesalahan sistematik maupun kesalahan acak. Secara lebih khusus, seharusnya tidak ada kesalahan baik itu dari peserta tes, penyelenggaraan tes, maupun butir tes. Instrumen yang digunakan seharusnya valid, reliable, stabil, dan adil. Adil diartikan bahwa tidak ada peserta yang dirugikan karena ketidak adilan tes tersebut. Jika ada perbedaan peluang menjawab benar menjawab benar suatu butir pada dua kelompok pada kemampuan yang sama, dikatakan butir ini memuat bias *(Differential Item Fungtioning, DIF)*.

Namun kenyataannya tidak selalu demikian. Ada kalanya, skor hasil tes tidak memberikan informasi yang benar tentang kemampuan peserta tes. Mungkin dikarenakan informasi itu tidak menjangkau sampai ke besaran atau dimensi yang hendak diukur, atau mungkin hasil tes itu tercampur dengan besaran atau dimensi lain yang tidak dimaksudkan untuk diukur sehingga hasil tes itu rancu. Atau mungkin pula, pelaksanaan tes itu sendiri yang kurang layak sehingga menghasilkan informasi yang tidak benar.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Ada banyak metode untuk mengidentifikasi DIF yang dikembangkan oleh ahli psicometri menggunakan pendekatan teori respons butir, namun metode ini baru digunakan untuk identifikasi DIF pada penskoran dikotomi. Pada keadaan ini, analisis butir dengan pendekatan dikotomi tidak cocok lagi, dan akan menghasilkan kesalahan sistemastis dan informasi yang menyesatkan.

Dengan memperhatikan karakteristik tes yang bersifat politomous, peneliti dapat menggunakan pendekatan teori respons butir dikotomi pada data politomus. Teori ini dapat digunakan untuk menganalisis butir suatu tes, termasuk mengidentifikasi DIF. Pada tulisan ini, akan dibahas pendeteksian DIF menggunakan indeks perbedaan probabilitas dua kelompok dan menguji signifikansinya dengan distribusi sampling pada data empiris.

Pembahasan

Dalam teori respons butir, hubungan antara peluang menjawab benar dengan skala kemampuan dan parameter butir dinyatakan dengan persamaan matematis yang disebut dengan model. Salah satu model matematis dengan penskoran politomus adalah *Generalized Partial Credit Model* (GPCM). GPCM menurut Muraki (1999) merupakan bentuk umum dari PCM, yang dinyatakan dalam bentuk matematis, yang disebut sebagai fungsi respons kategori butir sebagai berikut.

$$P_{jh}(\theta) = \frac{\exp \sum_{v=0}^{h} Z_{jr}(\theta)}{\sum_{e=0}^{m_i} \exp\left[\sum_{v=0}^{e} Z_{jr}(\theta)\right]} \text{ , k=0,1,2,...,m}_j$$

....(1)

dan

$Z_{jh}(\theta)=Da_j(\theta-b_{jh})=Da_j(\theta-b_j+d_h)$, $b_{j0}=0$

....(2)

Dengan

$P_{jk}(\theta)$: probabilitas peserta berkemampuan θ memperoleh skor kategori k pada butir j,

θ : kemampuan peserta,

a_j : indeks daya beda butir j,

b_{jh} : indeks kesukaran kategori k butir j,

b_j : indeks kesukaran lokasi butir j (parameter butir lokasi)

d_k : parameter kategori k,

m_j+1 : banyaknya kategori butir j, dan

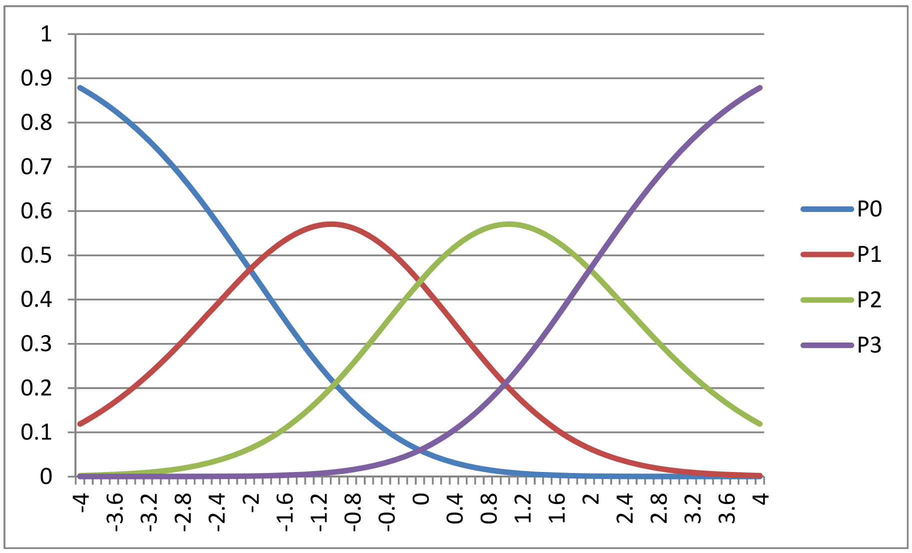
D : faktor skala (D=1.7)

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Parameter b_{jh} oleh Master dinamai dengan parameter tahap butir. Parameter ini merupakan titik potong antara kurva $P_{jk}(\theta)$ dengan $P_{jk-1}(\theta)$. Kedua kurva hanya berpotongan di satu titik pada skala θ (van der Linden & Hambleton, 1997).

Jika $\theta = b_{jk}$, maka $P_{jk}(\theta) = P_{jk-1}(\theta)$
Jika $\theta > b_{jk}$, maka $P_{jk}(\theta) > P_{jk-1}(\theta)$
Jika $\theta < b_{jk}$, maka $P_{jk}(\theta) < P_{jk-1}(\theta)$, $K=1,2,3,...,m_j$ ....(3)

GPCM diformulasikan berdasarkan asumsi bahwa setiap probabilitas memilih kategori ke-k melampaui kategori ke-(k-1) dibangun oleh model dikotomi. P_{jk} merupakan probabilitas khusus memilih kategori ke-k dari m_j +1 kategori. Hubungan probabilitas menjawab benar untuk tiap kemampuan θ disajikan dalam grafik kurva karakteristik butir yang disebut dengan *Categorical Response Function* (CRF) (du Toit, 2003). Grafik CRF pada 4 kategori disajikan pada Gambar 1. Parameter butir untuk Gambar 1 tersebut yaitu daya pembeda (a) sebesar 1,0 dan tingkat kesulitan pada kategori menjawab -2,0, 0,0 dan 2,0



Gambar 1. Grafik CRF pada 4 kategori

Konsep bias butir atau disebut juga keberfungsian butir pembeda (*differential item fungtioning*) didefinisikan sebagai perbedaan peluang menjawab benar antara dua kelompok yang dinamai grup Fokal dan grup Referensi. Pada teori respons butir unidimensi, DIF dinyatakan sebagai perbedaan peluang menjawab benar suatu butir soal antara grup Fokal dan grup Referensi. Karena ukuran DIF dinyatakan dengan "seberapa besar perbedaan" antara kedua grup, pada kurva karakteristik ditandai dengan daerah yang diarsir. Daerah tersebut dinamai dengan daerah bertanda (SIGNED-AREA), yang ukuran luasnya dapat dihitung secara matematis dengan metode integrasi. Karena ukuran DIF terkait dengan ukuran luasan daerah sederhana, maka oleh Camilli dan Shepard (1994) metode ini dinamai dengan *Simple Area Indices*.

Bias butir atau DIF (*differential item fungtioning*) didefinisikan sebagai perbedaan peluang menjawab benar dari dua kelompok peserta yang dinamai dengan kelompok Focal dan kelompok Referensi (Angoff, 1993; Lawrence, 1994; Hambleton & Rogers, 1995). Dalam teori respons butir unidimensi, DIF dinyatakan dengan peluang menjawab benar pada kelompok Referensi dikurangi peluang menjawab benar pada kelompok Focal. Perbedaan peluang, DIF dinyatakan dengan indeks.

Indeks tersebut menyatakan sifat bias butir sebagai perbedaan peluang menjawab benar dari suatu tes yang diberikan kepada peserta yang kemampuannya sama, namun grupnya bebeda. Camilli dan Shepard (1994) secara matematis menyatakan perbedaan peluang sebagai

$$\Delta P_j = P_k(\theta_j) - P_p(\theta_j) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

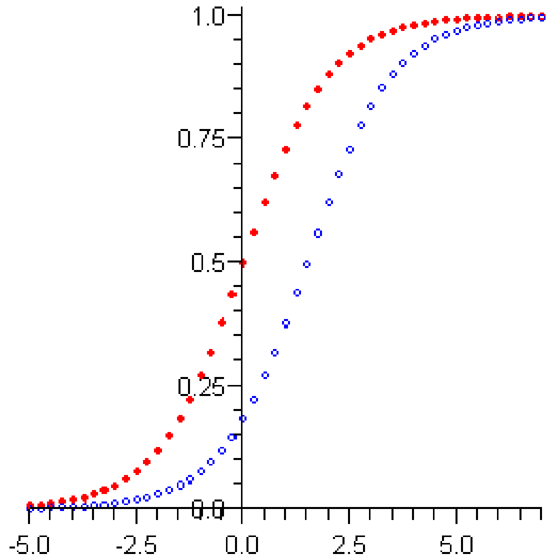
dengan ΔP_j merupakan perbedaan peluang pada peserta $P_k(\theta_j)$ j dari grup p; $P_k(\theta_j)$ meruakan peluang menjawab benar peserta ke j dari grup k dengan kemampuan θ berdasarkan parameter butir pada skala kelompok k; dan $P_p(\theta_j)$ merupakan peluang menjawab benar peserta ke j dari kelompok P dengan kemampuan θ berdasarkan skala parameter butir skala kelompok P.

Indeks perbedaan probabilitas disebut *Signed Probability Difference* (SPD) untuk memantau θ dinyatakan sebagai:

$$SPD - \theta = \frac{\sum_{j=1}^{n_p} \Delta P(\theta_j)}{n_p} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

Persamaan digunaan untuk mengetahui perbedaan probabilitas dari dua kelompok yang kurva karakteristiknya tidak berpotongan seperti dinyatakan pada Gambar berikut.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

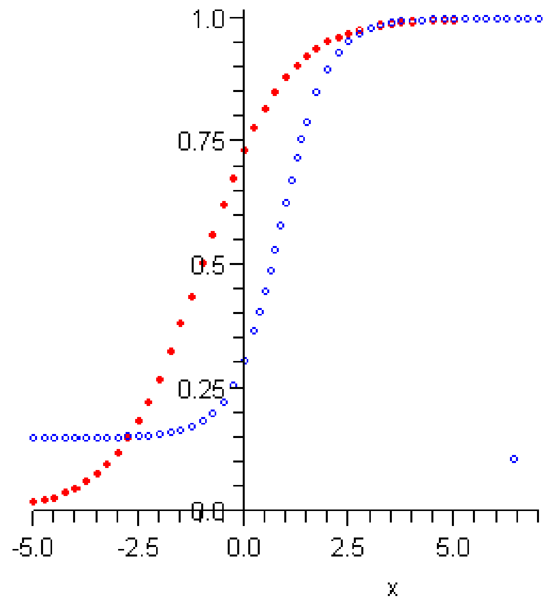


Gambar 2. Permukaan Karakteristik Butir untuk Menentukan Perbedaan Probabilitas dari Dua Kelompok *(DIF Uniform)*

Untuk butir yang kurva karakteristiknya saling berpotongan pada kedua grup, ukuran DIF dinyatakan dengan *Unsigned Probability Difference (UPD)* untuk memantau kemampuan θ dalam persamaan 6.

(6) $$UPD-\theta=\sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{n_p}\left(\Delta P(\theta_j)\right)^2}{n_p}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Dengan n_P merupakan banyaknya peserta pada grup P, $\Delta\ P_p(\theta_j)$ perbedaan peluang menjawab benar peserta ke- j dari kelompok P, *SPD-*θ merupakan perbedaan probabilitas bertanda (*signed probability difference) di*control oleh θ dari peserta ke- j, dan *UPD-*θ merupakan perbedaan probabilitas tidak bertanda (*unsigned probability difference) di*control oleh θ untuk peserta ke-j (Camilli dan Shepard, 1994). Ukuran *SPD-*θ dapat positif dan negative dapat saling menghilangkan. *UPD-*θ merupakan ukuran komulatif, sehigga tidak saling menghilangkan perbedaan kurva karakteristik. Ukuran DIF yang positif menyatakan bahwa kelompok P berada pada kondisi *yang* *tidak diuntungkan. Indikasi apakah ada perpotongan kurva karakteristik, jika indeks UPD-θ melebihi indeks SPD-θ.* Perbedaan kecil antara indeks *UPD-θ* dan indeks *SPD-θ* *secara* praktis menunjukkan perpotongan antara dua kurva *karakteristik butir* tidak signifikan.



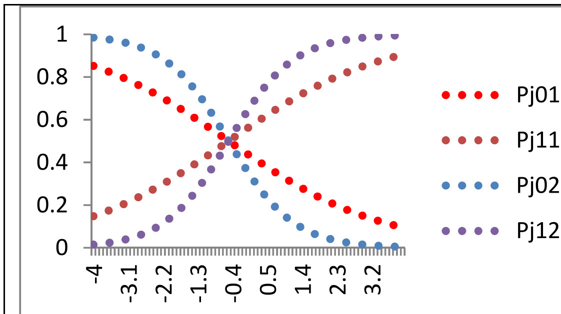
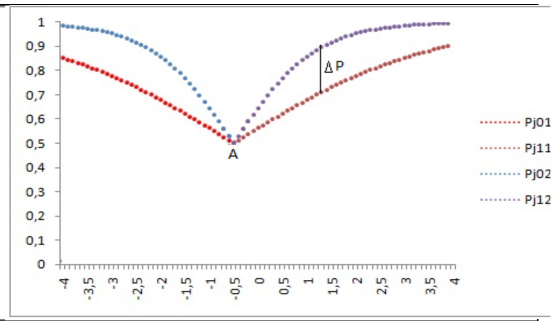
Gambar 3. Karakteristik Butir untuk Menentukan Perbedaan Probabilitas dari Dua Kelompok *(DIF Non-Uniform)*

Dengan menggunakan definisi DIF, perbedaan probabilitas antara kelompok Referensi dan kelompok Focal untuk menjawab dengan benar, dapat digunakan untuk mengidentifikasi DIF dalam teori respons butir politomus. Indeks perbedaan probabilitas untuk mengidentifikasi DIF dalam suatu butir dengan penskoran politomus dengan 2 kategori dapat dihitung dengan memperhatikan kurva karakteristik pada masing-masing kategori. Misalnya pada kurva karakteristik butir yang memuat DIF *uniform*, kurva pada kedua kategori baik untuk kelompok referensi maupun untuk kelompok fokal berpotongan di titik A (gambar …. Untuk kurva karakteristik, dan gambar …untuk menghitung selisih peluang). Jika selisih probabilitas dinyatakan dengan dinyatakan ΔP_j dan pada titik A adalah siswa ke n_A dengan maka

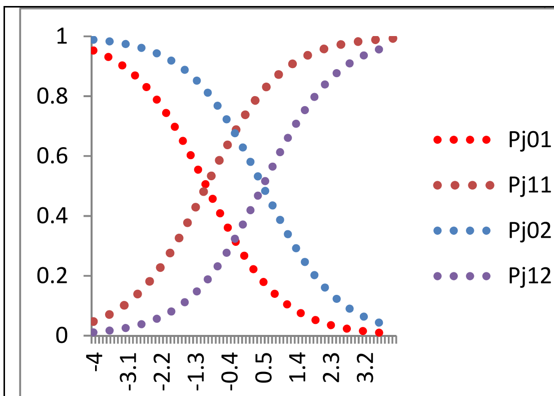
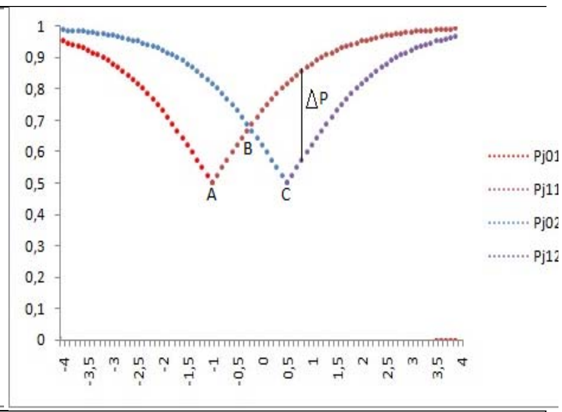
$$\Delta P_j = P_k(\theta_j) - P_p(\theta_j) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

$$SPD-\theta=\frac{\sum_{j=1}^{n_p}\Delta P(\theta_j)}{n_p}=\frac{\sum_{j=1}^{n_A-1}\Delta P(\theta_j)+\sum_{j=n_A+1}^{n_p}\Delta P(\theta_j)}{n_p}$$

$$UPD-\theta=\sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{n_p}(\Delta P(\theta_j))^2}{n_p}}=\sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{n_A-1}(\Delta P(\theta_j))^2+\sum_{j=n_A+1}^{n_p}(\Delta P(\theta_j))^2}{n_p}} \quad \text{.............................. (8)}$$

	
Gambar 4.a. Kurva Karakteristik Butir pada Kelompok R dan F dengan 2 Kategori (Memuat *DIF uniform*)	Gambar 4.b. Selisih Probabilitas Menjawab Benar Butir pada Kelompok R dan F pada Butir 2 Kategori (Memuat *DIF-uniform*)

Demikian pula halnya dengan DIF pada butir politomus dengan tiga kategori, perlu diperhatikan skala kemampuan ketika kurva karakteristik antar kategori atau antar kelompok saling berpotongan, misalnya A, B, dan C.

	
Gambar 5.a. Kurva Karakteristik Butir pada Kelompok R dan F dengan 2 Kategori (Memuat DIF-nonuniform)	Gambar 5.b. Selisih Probabilitas Menjawab Benar Butir pada Kelompok R dan F pada Butir 2 Kategori (Memuat DIF-nonuniform)

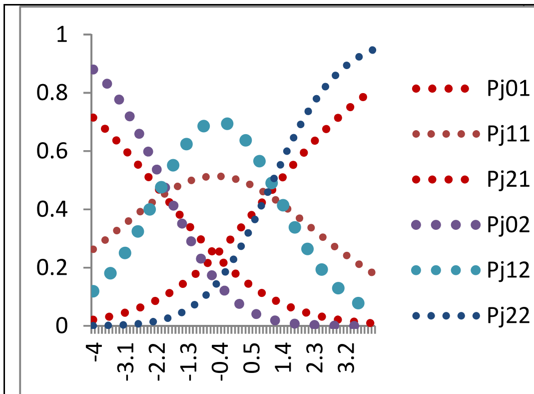
 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$$UPD-\theta=\sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{n_p}(\Delta P(\theta_j)^2}{n_p}}$$

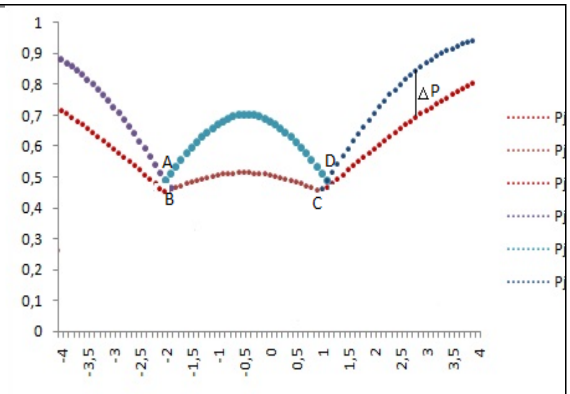
$$=\sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{n_A}((P_{jo2}(\theta_j)-(P_{j01}(\theta_j))^2+\sum_{j=n_A+1}^{n_B}((P_{j02}(\theta_j)-(P_{j11}(\theta_j))^2+\sum_{j=n_B+1}^{n_C}((P_{j02}(\theta_j)-(P_{j11}(\theta_j))^2+\sum_{j=n_C+1}^{n_p}((P_{j02}(\theta_j)-(P_{j11}(\theta_j))^2}{n_p}}$$

....(9)

Demikian pula pada butir yang memuat DIF-uniform, daerah asal perpotongan antar kurva untuk tiap kategori pada tiap kelompok.



Gambar 6.a. Kurva Karakteristik Butir pada Kelompok R dan F dengan 3 Kategori (Memuat *DIF uniform*)

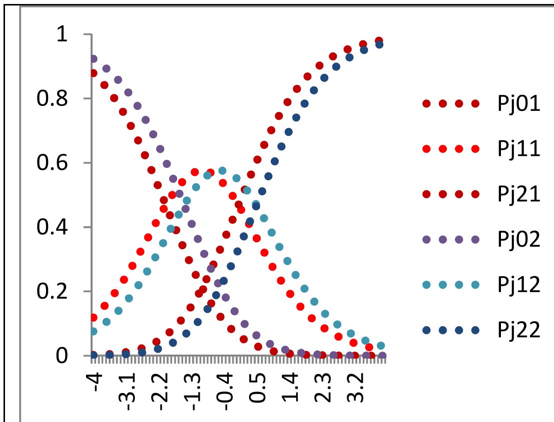


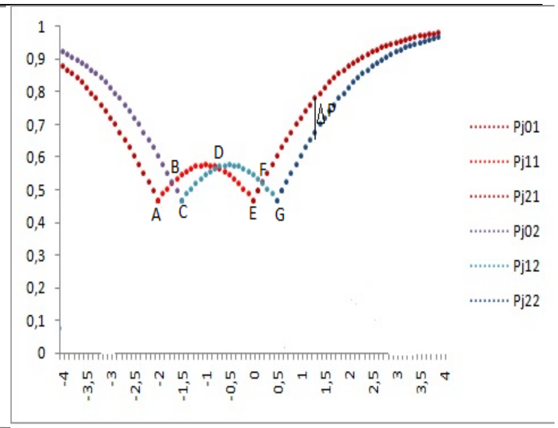
Gambar 6.b. Selisih Probabilitas Menjawab Benar Butir pada Kelompok R dan F pada Butir 3 Kategori (Memuat *DIF-uniform)*

Untuk butir yang memuat DIF-uniform, daerah asal perpotongan antar kurva untuk tiap kategori pada tiap kelompok dan antar kelompok perlu memeroleh perhatian, yang kemudian menjadi dasar untuk menyusun formula mengestimasi indeks DIF.

$$\text{SPD-}\theta=\frac{\sum_{j=1}^{n_A}(P_{j01}(\theta_j)+\sum_{j=n_A+1}^{n_B}P_{j11}(\theta_j)+\sum_{j=n_D+1}^{n_p}P_{j21}(\theta_j)-\sum_{j=1}^{n_B}P_{j02}(\theta_j)-\sum_{j=n_B+1}^{n_C}P_{j12}(\theta_j)-\sum_{j=n_C+1}^{n_P}P_{j22}(\theta_j)}{n_p}$$

Untuk butir yang memuat DIF-nonuniform, indeks DIF diketahui dengan UPD yang diestimasi dengan

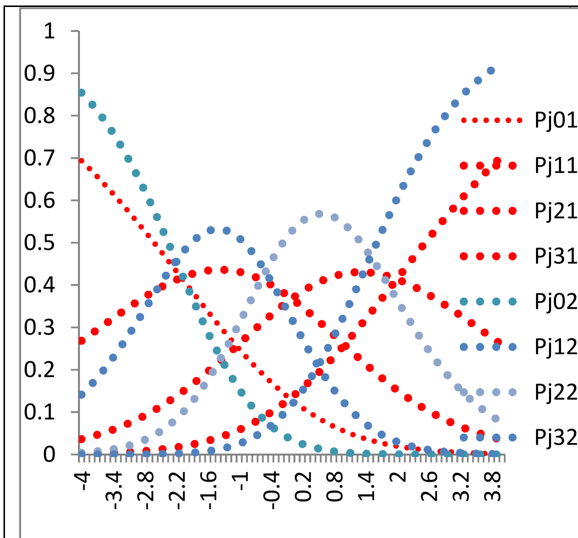


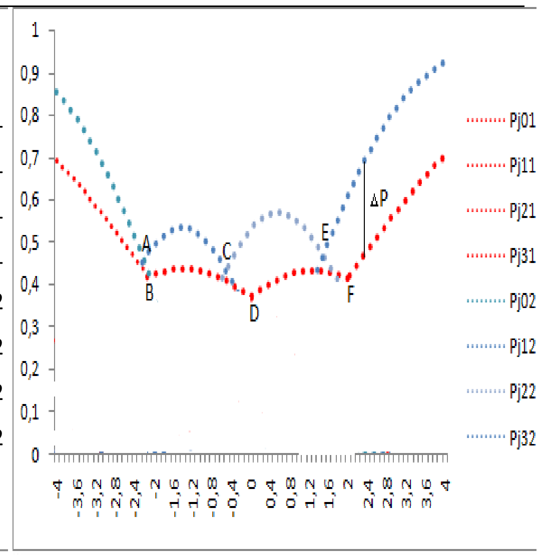


Gambar 7.a. Kurva Karakteristik Butir pada Kelompok R dan F dengan 3 Kategori (Memuat DIF-nonuniform)	Gambar 7.b. Selisih Probabilitas Menjawab Benar Butir pada Kelompok R dan F pada Butir 3 Kategori (Memuat DIF-nonuniform)

$$\text{UPD-}\theta=\sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{n_A}(P_{j01}(\theta_j)-P_{j02}(\theta_j))^2+\sum_{j=n_A+1}^{n_B}(P_{j01}(\theta_j)-P_{j12}(\theta_j))^2+\sum_{j=n_B+1}^{n_C}(P_{j12}(\theta_j)-P_{j01}(\theta_j))^2+\sum_{j=n_C+1}^{n_E}(P_{j12}(\theta_j)-P_{j11}(\theta_j))^2+\sum_{j=n_E+1}^{n_F}(P_{j11}(\theta_j)-P_{j22}(\theta_j))^2+\sum_{j=n_F+1}^{n_P}(P_{j21}(\theta_j)-P_{j22}(\theta_j))^2}{n_p}}$$

....(10)

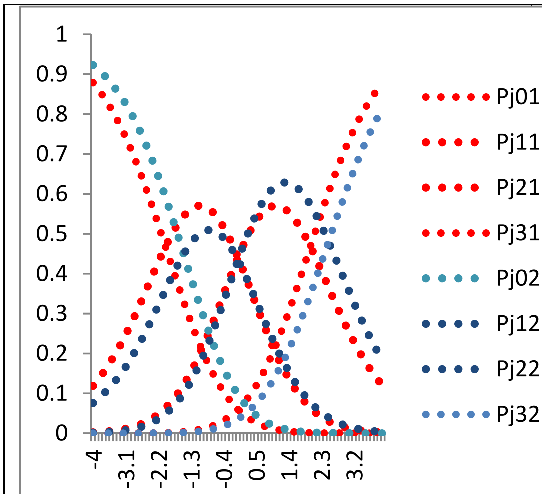


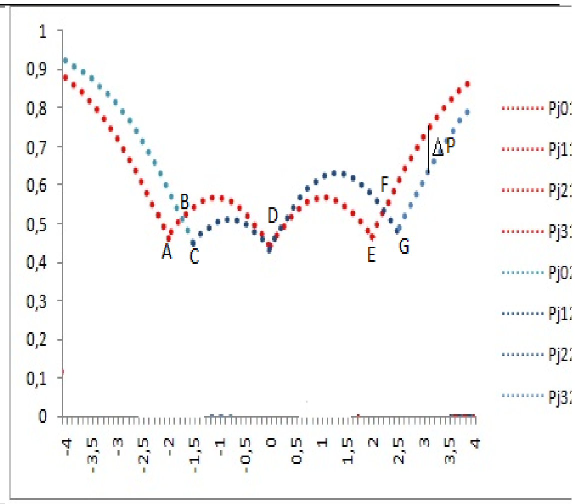


Gambar 8.a. Kurva Karakteristik Butir pada Kelompok R dan F dengan 4 Kategori (Memuat DIF uniform)	Gambar 8.b. Selisih Probabilitas Menjawab Benar Butir pada Kelompok R dan F pada Butir 4 Kategori (Memuat DIF-uniform)

$$\text{SPD-}\theta = \frac{\sum_{j=1}^{n_A}(P_{j01}(\theta_j) + \sum_{j=n_A+1}^{n_C} P_{j11}(\theta_j) + \sum_{j=n_C+1}^{n_E} P_{j21}(\theta_j) + \sum_{j=n_E+1}^{n_p} P_{j31}(\theta_j) - \sum_{j=1}^{n_B} P_{j02}(\theta_j) - \sum_{j=n_B+1}^{n_D} P_{j12}(\theta_j) - \sum_{j=n_D+1}^{n_F} P_{j22}(\theta_j) - \sum_{j=n_F+1}^{n_P} P_{j32}(\theta_j))}{n_p}$$

....(11)





Gambar 9.a. Kurva Karakteristik Butir pada Kelompok R dan F dengan 2 Kategori (Memuat *DIF uniform*)

Gambar 9.b. Selisih Probabilitas Menjawab Benar Butir pada Kelompok R dan F pada Butir 2 Kategori (Memuat *DIF non-uniform*)

UPD-θ

$$= \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{n_A}(P_{jd}(\theta_j) - (P_{j02}(\theta_j))^2 + \sum_{j=n_A+1}^{n_C}(P_{j01}(\theta_j) - (P_{j12}(\theta_j))^2 + \sum_{j=n_C+1}^{n_D}(P_{j11}(\theta_j) - (P_{j12}(\theta_j))^2 + \sum_{j=n_D+1}^{n_E}(P_{j21}(\theta_j) - (P_{j22}(\theta_j))^2 + \sum_{j=nE+1}^{n_G}(P_{j21}(\theta_j) - (P_{j32}(\theta_j))^2 + \sum_{j=n_G+1}^{n_P}(P_{j31}(\theta_j) - (P_{j32}(\theta_j))^2}{n_p}}$$

....(12)

Signifikansi dari ukuran DIF dalam suatu butir dapat diketahui dengan distribusi sampling Empiris untuk indeks DIF (Camilli and Shepard, 1994). Dalam metode ini, kelompok Referensi dan Kelompok Focal keduanya secara acak random dipisah menjadi dua bagian, menjadi subsample R1 dan R2, F1 dan F2 dan mendapat perlakuan yang sama seperti kelompok Referensi dan kelompok Focal. Karena kedua subsample iini disusun secara acak, idealnya tidak ada muatan DIF. Indeks DIF yang ditunjukkan terjadi karena kedua grup menunjukkan kesalahan penyampelan. Nilai ekstrem dari analisis R1-R2 dan F1-F2 dipilih sebagai nilai kritis menandai sigifikansinya muatan DIF.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Kesimpulan

Dalam teori respons butir, keberadaan DIF pada data politomus model GPCM dapat diselidiki dengan indeks *Signed Probability Difference* yang dikontrol kemampuan (SPD-θ) jika kurva karakteristik dua kelompok berpotongan dan indeks *Unsigned Probability Difference* yang dikontrol kemampuan (UPD-θ) jika kurva karakteristik dua kelompok berpotongan. Signifikansi dari ukuran ini dapat diketahui dengan menggunakan distribusi sampling empiris untuk indeks DIF, dengan membagi acak kelompok Fokal (F) dan kelompok Referensi (R) menjadi dua sub kelompok, sebagai contoh F1 dan F2, dan R1 dan R2, kemudian menghitung perbedaan probabilitas antara F1 dan F2, dan antara R1 dan R2. Nilai ekstrem hasil analisis indeks DIF dari R1-R2 dan F1-F2dipilih sebagai nilai kritis signifikansi DIF.

Daftar Pustaka

Angoff, W.H. (1993). Perspectives on differential item functioning methodology. Dalam P.W. Holland dan H. Wainer (Eds.), *Differential item functioning*. Hillsdate, NJ: Erlbaum, Pp. 3 – 23.

Camilli, G. & Shepard, L.A. (1994). *Methods for identifying biased test items, Vol.4*. London: Sage Publications, Inc.

Du Toit, M. (2003). *IRT from SSi: BILOG-MG, MULTILOG, PARSCALE, TESTFACT*. Lincolnwood: SSi.

Gronlund, N.E. & Linn, R.L. (1990). *Measurement and evaluation in teaching (6th ed).* New York : Collier Macmillan Publishers

Hambleton, R.K. & Rogers, H.J. (1995). Developing an item bias review form. From http://www.ericcae.net/ft/tamu/ biaspub2.htm March 10, 2007.

Muraki, E. (1999). New appoaches to measurement. Dalam Masters, G.N. dan Keeves, J.P.(Eds). Advances in measurement in educational research and assesment. Amsterdam : Pergamon.

Thisen, D. et al. (1993). Detection of differential item functioning using the parameters of item respons model. Dalam P.W. Holland & H. Wainer (Ed). *Differential Item Functioning*. Englewood Clifp, NJ : Lawrence Erlbaum. p.67-86.

Van der Linden, W.J., & Hambleton, R.K. (1997). *Handbook of modern item response theory*. New York: Springer-Verlag.

S - 1

Penggunaan Metode Bayesian Obyektif dalam Analisis Pengukuran Tingkat Kepuasan Pelanggan Berdasarkan Kuesioner

Adi Setiawan
Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Matematika
Universitas Kristen Satya Wacana Salatiga Jl. Diponegoro 52-60 Salatiga 50711

Abtsrak

Metode Bayesian obyektif dapat digunakan dalam analisis pengukuran tingkat kepuasan pelanggan berdasarkan kuosioner yang terdiri dari *m* item. Setiap item dalam kuesioner menyatakan jawaban puas atau tidak puas terhadap layanan. Dalam makalah ini dijelaskan tentang bagaimana metode ini digunakan dan juga dijelaskan bagaimana digunakan pendekatan apabila banyaknya responden *n* besar. Pendekatan tersebut juga dibandingkan hasilnya dengan menggunakan metode *resampling*. Hasil yang sama diperoleh apabila menggunakan metode pendekatan dan bila menggunakan metode *resampling*. Hasil yang diperoleh dapat dikembangkan untuk kuesioner dengan item-itemnya mempunyai kemungkinan jawaban lebih dari dua.

Kata kunci : tingkat kepuasan layanan, prior, posterior, statistik intrinsik, estimasi titik.

1. Pendahuluan

Kuesioner digunakan untuk meminta pendapat responden tentang suatu hal seperti kepuasan pelanggan atau responden terhadap suatu layanan. Tingkat kepuasan pelanggan terhadap layanan dapat diketahui dengan menggunakan item-item pertanyaan dalam kuosioner. Analisis pengukuran kualitas layanan dengan menggunakan analisis statistik yang lain telah dibahas dalam makalah seperti statistik *Hotteling* dalam Setiawan dan Parhusip (2011), statistik *T* dalam Setiawan dan Parhusip (2011). Analisis pengukuran tingkat kepuasan pelanggan berdasarkan kuesioner dapat dilakukan dengan menggunakan metode Bayesian obyektif. Dalam makalah ini dijelaskan tentang bagaimana metode ini digunakan dan juga dijelaskan bagaimana digunakan pendekatan apabila banyaknya responden *n* besar.

2. Dasar Teori

Misalkan dimiliki kuesioner yang mengukur tingkat kepuasan pelanggan dan diinginkan untuk melakukan analisis data kuesioner tersebut. Kuesioner dianggap terdiri dari *m* item dan diisi oleh *n* responden. Jawaban dari setiap item dalam kuesioner tersebut dapat dianggap sebagai jawaban puas atau tidak untuk suatu pelayanan sehingga untuk setiap item, jawaban dari *n* responden dapat dianggap mengikuti distribusi binomial dengan *n* dan θ. Tingkat kepuasan pelanggan dapat diukur dengan

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

menggunakan rata-rata dari proporsi pelanggan yang puas dengan pelayanan yang berkaitan dengan pertanyaan kuesioner ke-i dengan i = 1, 2, …., m. Untuk mengestimasi (estimasi titik) parameter θ dapat digunakan metode Bayesian obyektif. Dalam hal ini dilakukan anggapan bahwa setiap item mempunyai pertanyaan yang saling bebas dengan item yang lain dan masing-masing responden tidak saling mempengaruhi.

Misalkan $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, …., x_m)$ merupakan jawaban untuk m item pertanyaan dengan variabel random x_i banyaknya reponden yang menjawab puas terhadap pertanyaan item ke-i dengan i = 1, 2, …, m. Dalam hal ini, x_i berdistribusi Binom(n, θ) dengan n menyatakan banyaknya responden yang mengisi kuesioner dan θ menyatakan proporsi responden yang puas. Fungsi probabilitas dari x_i dapat dinyatakan sebagai

$$f(x\,|\,\theta) = \binom{n}{x}\theta^x(1-\theta)^{n-x}$$

dengan x = 0, 1, 2, …., n . Dapat dibuktikan bahwa Kullback-Leibler divergence antara $f(x|\ \theta_2)$ dan $f(x|\ \theta_1)$ adalah

$$K(\theta_2\,|\,\theta_1) = n\theta_1 \ln\left(\frac{\theta_1}{\theta_2}\right) + (n - n\theta_1)\ln\left(\frac{1-\theta_1}{1-\theta_2}\right)$$

dan deskripansi intrinsik antara $f(x|\ \theta^e)$ dan $f(x|\ \theta^e)$ dapat dinyatakan sebagai

$$\delta(\theta^e, \theta) = \begin{cases} K(\theta|\theta^e) & \theta \in (\theta^e, 1-\theta^e) \\ K(\theta^e\,|\theta) & \theta \textit{ yang lain} \end{cases}.$$

Distribusi *prior* untuk θ digunakan distribusi *prior* Jeffry karena dapat dipandang memberikan pengaruhi minimal terdapat *posterior* yaitu distribusi Beta(½ , ½) sehingga

$$\pi(\theta) \propto \theta^{\frac{1}{2}-1}(1-\theta)^{\frac{1}{2}-1}$$

dan distribusi *posterior* dapat ditentukan dengan

$$\pi(\theta\,|\,x) \propto f(x\,|\,\theta)\pi(\theta)$$

$$\propto \theta^x(1-\theta)^{n-x}\theta^{\frac{1}{2}-1}(1-\theta)^{\frac{1}{2}-1}$$

$$\propto \theta^{x+\frac{1}{2}-1}(1-\theta)^{n-x+\frac{1}{2}-1}$$

sehingga distribusi posterior $\pi(\theta \mid x)$ merupakan distribusi Beta dengan parameter $x + ½$ dan $n – x + ½$. Statistik intrinsik didefinisikan sebagai

$$d(\theta^e, x) = E_\theta\left[\delta(\theta^e, \theta)\right] = \int_0^1 \delta(\theta, \theta)\ \pi(\theta|x)\ d\theta$$

dan estimator titik adalah θ^* yang meminimumkan statistik intrinsik yaitu

$$\theta^* = \theta^*(x) = \underset{\theta^e \in (0,1)}{\arg\min}\ d(\theta^e \mid x)$$

yang dengan mudah dapat ditentukan dengan menggunakan integrasi numerik (Setiawan, 2009). Untuk n besar maka dapat didekati dengan (Bernardo, 2010)

$$\theta^* = \theta^*(x) = \frac{x + \frac{1}{4}}{n + \frac{1}{2}}. \qquad (1)$$

Dalam memberikan gambaran tentang penggunaan metode yang dijelaskan di atas dalam skala yang kecil, berikut ini diberikan contoh data yang terdiri hasil kuesioner dari kepuasan layanan 2 mata kuliah MK 1 dan MK 2. Pada Tabel 1 hanya diberikan 3 item dan 15 responden untuk mata kuliah MK 1 dan 7 responden untuk mata kuliah MK 2.

MK1															MK2						
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1
1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0

Tabel 1. Contoh data hasil kuesioner layanan 2 mata kuliah
(15 responden untuk MK 1 dan 7 responden pada MK2)

Kualitas pengajaran dosen dianggap baik jika penilaian untuk setiap item kuesioner mempunyai rata-rata proporsi kepuasan layanan θ^*. Berdasarkan Tabel 1 maka diperoleh estimasi titik θ^* untuk masing-masing item mata kuliah MK 1 (0,53 , 0,73, 0,67) sehingga rata-ratanya adalah 0,64 sedangkan untuk masing-masing item mata kuliah MK 2 adalah (0,71 , 0,57 , 0,29) dan mempunyai rata-rata 0,52. Hal itu berarti tingkat kepuasan pelayanan pada mata kuliah MK 1 lebih tinggi dibandingkan dengan mata kuliah MK 2. Hasil yang diperoleh, apabila dibandingkan dengan pendekatan

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

(persamaan (1)) dengan anggapan ukuran sampel *n* besar masing masing adalah (0,53 , 0,73 , 0,66) dengan rata-rata 0,64 dan (0,70, 0,57 , 0,30) dengan rata-rata 0,52. Hasil tersebut tidak berbeda jauh bila dibandingkan dengan hasil di atas. Demikian juga bila dibandingkan dengan MLE (*maximum likelihood estimator*) akan diperoleh hasil yang sama dengan estimator Bayesian obyektif. Namun demikian jika tidak ada individu yang menyatakan puas atas layanan yang ditanyakan pada item ke-i sehingga berarti berturut-turut masing-masing adalah $x = 0$ dan $x = 15$ maka estimator Bayes masing-masing adalah $\theta^* = 0{,}02$ dan $\theta^* = 0{,}98$ untuk $n = 15$ sehingga proporsi responden yang puas atas layanan yang terkait dengan item ke-i masing-masing adalah 0,02 dan 0,98. Hasil yang sedikit berbeda dengan estimator yang diperoleh dengan metode MLE. Hal itu dapat dijelaskan sebagai berikut, apabila sama sekali tidak ada individu yang puas terhadap layanan maka tidaklah berarti dalam populasi tidak ada sama sekali tingkat kepuasan namun dengan metode Bayesian obyektif, tingkat kepuasan itu masih ada meskipun sangat kecil. Demikian juga sebaliknya, apabila sama sekali tidak ada individu yang tidak puas terhadap layanan maka tidaklah berarti dalam populasi tingkat kepuasannya sedikit lebih kecil dari 1 yaitu 0,98.

3. Data, Analisis dan Pembahasan

Kepuasan seorang mahasiswa terhadap layanan PBM (Proses Belajar Mengajar) untuk mata kuliah ke-*l* dapat dipandang sebagai data multivariate

$$x_{li} = (x_{l1i}, x_{l2i}, \ldots\ldots, x_{lpi}) \qquad (1)$$

dengan x_{lki} = 0, 1, 2 atau 3 untuk $k = 1, 2, \ldots, m$ dan $i = 1, 2, \ldots, n$. Angka 0, 1, 2 atau 3 merupakan tingkat kepuasan yang mempunyai arti berturut-turut buruk, kurang, cukup, baik. Dalam hal ini *m* menunjukkan banyaknya item dalam kuesioner yang digunakan untuk pengukuran kualitas pengajaran, *n* menunjukkan banyaknya mahasiswa yang mengisi kuesioner *dan banyaknya mata kuliah yang diamati adalah p*. Berdasarkan skala tersebut, mahasiswa memberikan evaluasi terhadap kualitas pengajaran tiap dosen. Daftar pertanyaan yang diajukan ditunjukkan pada Lampiran. Akan tetapi, karena data yang disyaratkan merupakan data biner maka untuk x_{lki} bernilai 0 atau 1 dapat dipandang bernilai 0 yaitu responden menyatakan ketidakpuasan atas layanan mata kuliah yang terkait dengan item ke-*k* sedangkan jika x_{lki} bernilai 2

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

atau 3 maka dapat dipandang bernilai 1 yaitu responden menyatakan ketidakpuasan atas layanan mata kuliah yang terkait dengan item ke-*k*.

Data real yang digunakan adalah kuesioner untuk 15 mata kuliah (yang terdiri dari 203 lembar kuesioner mahasiswa) dan untuk masing-masing mata kuliah diukur tingkat kepuasan mahasiswa terhadap layanan 15 mata kuliah serta hasilnya dinyatakan pada Tabel 2. Terlihat bahwa MK 6 mempunyai tingkat kepuasan layanan yang tertinggi sedangkan MK 12 mempunyai tingkat kepuasan layanan terendah. Korelasi antara banyaknya mahasiswa dengan tingkat kepuasan adalah sebesar 0,299 dengan nilai-p 0,28 sehingga tidak signifikan secara statistik untuk tingkat signifikansi (*level of significance*) 0,05 atau 5 %. Hal itu berarti bahwa banyaknya mahasiswa *n* yang mengikuti mata kuliah tidak berpengaruh secara signifikan dalam penentuan tingkat kepuasan layanan.

Tabel 2. Ukuran tingkat kepuasan mahasiswa atas layanan PBM untuk setiap mata kuliah dalam satu semester.

No.	Nama Mata Kuliah	Banyaknya mahasiswa *n*	Tingkat Kepuasan
1	MK 1	15	0,9500
2	MK 2	7	0,9344
3	MK 3	6	0,8325
4	MK 4	19	0,9363
5	MK 5	6	0,8325
6	MK 6	39	0,9506
7	MK 7	21	0,9138
8	MK 8	12	0,9600
9	MK 9	4	0,9200
10	MK 10	20	0,7713
11	MK 11	11	0,8813
12	MK 12	10	0,7419
13	MK 13	15	0,9500
14	MK 14	13	0,9338
15	MK 15	5	0,82375

Dalam upaya menghilangkan pengaruh banyaknya mahasiswa yang mengikuti layanan atau banyaknya responden maka dilakukan *resampling* terhadap data yaitu dilakukan pengambilan dengan pengembalian atas jawaban responden untuk setiap item dan prosedur tersebut diulang sebanyak bilangan besar B kali dan dalam kasus ini digunakan B = 10.000. Tabel 2 menyatakan hasil tersebut dan pada kolom terakhir diberikan pendekatan proporsi tingkat kepuasan dengan menggunakan persamaan (1).

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Korelasi antara hasil awal dengan hasil pendekatan dengan resampling adalah 0,727 dan bernilai signifikan secara statistik dengan nilai-p adalah 0,002. Hal itu berarti prosedur *resampling* dapat juga digunakan untuk mendapatkan proporsi tingkat kepuasan layanan yang tidak memperhatikan banyaknya mahasiswa yang digunakan sebagai responden. Dengan menggunakan pendekatan resampling diperoleh bahwa mata kuliah MK 8 mempunyai tingkat kepuasan pelayanan yang tertinggi sedangkan sama seperti sebelumnya MK 12 mempunyai tingkat kepuasan layanan yang terendah. Hasil yang sama juga diperoleh dengan menggunakan pendekatan persamaan (1).

Tabel 2. Pendekatan tingkat kepuasan mahasiswa atas layanan PBM untuk setiap mata kuliah dalam satu semester.

No.	Nama Mata Kuliah	Tingkat Kepuasan Hasil Simulasi	Pendekatan Tingkat Kepuasan
1	MK 1	0,9775	0,9718
2	MK 2	0,9819	0,9583
3	MK 3	0,8588	0,8365
4	MK 4	0,9506	0,9455
5	MK 5	0,8613	0,8365
6	MK 6	0,9550	0,9509
7	MK 7	0,9248	0,9186
8	MK 8	0,9900	0,9800
9	MK 9	0,7694	0,9444
10	MK 10	0,8948	0,7652
11	MK 11	0,8813	0,8804
12	MK 12	0,7450	0,7450
13	MK 13	0,9781	0,9781
14	MK 14	0,9563	0,9563
15	MK 15	0,8575	0,8575

4. Kesimpulan dan Saran

Dalam makalah ini telah dijelaskan tentang bagaimana metode Bayesian obyektif digunakan dalam analisis pengukuran tingkat kepuasan layanan berdasarkan kuesioner. Demikian juga dijelaskan bagaimana digunakan pendekatan apabila banyaknya reponden n besar. Pendekatan tersebut juga dibandingkan hasilnya dengan menggunakan metode *resampling*. Hasil yang sama diperoleh apabila menggunakan metode pendekatan dan bila menggunakan metode *resampling*. Hasil yang diperoleh dapat dikembangkan untuk kuesioner dengan item-itemnya mempunyai kemungkinan jawaban lebih dari dua.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

5. Daftar Pustaka

Bernardo, J. , 2010, Integrated Objective Bayesian Estimation and Hypothesis Testing, *Bayesian Statistics 9*, Oxford University Press.

Setiawan, A., 2009, Estimasi Titik Bayesian Obyektif, *Prosiding Seminar Sains dan Pendidikan Sains* IV FSM UKSW, Salatiga.

Setiawan, A, Hanna Arini Parhusip (2011) Pengukuran Kualitas Pengajaran Dosen Berdasarkan Kuesioner dengan Menggunakan Hotelling, *Prosiding SemNas Statistika Undip 2011*, ISBN 978-979-097-142-4

Setiawan, A. , Hanna A Parhusip (2011) Determine Teaching Quality of Lecturer Based on Questioner Using T Statistics, ICREM 5, Bandung, 22-24 October 2011

S – 2

Analisis Regresi Spline Kuadratik

Oleh: Agustini Tripena
Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknik,
Univesitas Jenderal Soedirman, Purwokerto
tripena1960@yahoo.co.id

Abstrak

Regresi spline merupakan salah satu model dengan pendekatan nonparametrik, yang merupakan modifikasi dari fungsi polinomial tersegmen. Bentuk estimator spline sangat dipengaruhi oleh nilai parameter penghalus $\boldsymbol{\lambda}$ yang pada hakekatnya adalah penentuan lokasi titik-titik knot. Pemilihan optimal dalam regresi spline berarti pemilihan lokasi titik-titik knot. Oleh karena itu, penentuan titik knot optimal merupakan persoalan yang sangat penting dalam estimasi regresi spline.

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data tentang pengaruh penambahan waktu terhadap perubahan konduktansi. Tujuan dari penelitian adalah mengetahui estimasi model regresi spline kuadrat dengan empat titik knot. Titik knot yang optimal $K_1 = 15$, $K_2 = 55$, $K_3 = 70$ dan $K_4 = 75$. Nilai GCV model regresi spline kuadrat optimal sebesar 0,00003611717. Model spline kuadrat adalah

$$\hat{y}_i = 2{,}96965762 - 0{,}013640268x_i - 0{,}000429993x_i^2 + 0{,}000618387(x_i - 15)_+^2 - 0{,}000132437(x_i - 55)_+^2 + 0{,}000160092(x_i - 70)_+^2 - 0{,}000168288(x_i - 75)_+^2$$

Kata kunci: regresi nonparametrik, spline kuadratik, titik knots, GCV.

1. PENDAHULUAN

Dalam analisis regresi, pola hubungan antara dua variabel atau lebih tidak selalu berpola parametrik seperti linier, kuadrat, kubik dan yang lainnya tetapi terdapat banyak kasus dimana pola hubungan antar variabel berpola nonparametrik (Eubank,1988). Pendekatan regresi parametrik digunakan jika bentuk kurva regresi diketahui, sedangkan pendekatan regresi nonparametrik digunakan apabila informasi mengenai bentuk dan pola hubungan antara variabel prediktor dengan variabel respon tidak diketahui (Budiantara, 2005).

Regresi spline adalah suatu pendekatan ke arah pengepasan data dengan tetap memperhitungkan kemulusan kurva. Spline merupakan model polynomial yang tersegmen. Sifat tersegmen inilah yang memberikan fleksibelitas yang lebih baik daripada model polynomial biasa. Sifat ini memungkinkan model regresi spline menyesuaikan diri secara efektif terhadap karakteristik lokal dari data. Penggunaan spline difokuskan kepada adanya perilaku atau pola data, yang pada daerah tertentu, mempunyai karakteristik yang berbeda dengan daerah lain. Pencocokan data dapat dilakukan dengan melihat titik-titik pada data yang mengalami suatu perubahan ekstrim pada suatu daerah sehingga pola data pada masing-masing daerah mengalami perbedaan. Regresi spline linier biasanya diaplikasikan pada data dengan pola yang masih sederhana sedangkan spline kuadrat dan kubik biasanya diaplikasikan pada data dengan pola data yang lebih kompleks.

Bentuk estimator spline sangat dipengaruhi oleh nilai parameter penghalus λ (Budihantara, 2000). Bentuk estimator spline juga dipengaruhi oleh lokasi dan banyaknya titik-titik knot. Eubank (1988) menyimpulkan bahwa pemilihan λ optimal dalam regresi spline pada hakekatnya merupakan pemilihan lokasi titik knot. Penentuan titik knot optimal untuk memilih model regresi spline terbaik didasarkan pada nilai *GCV (Generalized Cross-Validation)*. Permasalahan yang timbul adalah bagaimana mengestimasi dan bagaimana menentukan banyaknya titik knot dan lokasi titik knot serta bagaimana cara memilih model regresi spline kuadrat terbaik menggunakan kriteria GCV (λ)?. Tujuan dari penelitian ini adalah memperoleh estimasi model regresi spline kuadrat dan menentukan banyaknya titik knot dan lokasi titik knot serta memilih model regresi spline terbaik menggunakan kriteria GCV(λ). Manfaat penelitian adalah bagaimana cara menerapkan pendekatan spline untuk memilih model regresi yang dapat menggambarkan pola pada data.

2. Regresi Nonparametrik

Regresi nonparametrik merupakan suatu metode statistika yang digunakan untuk mengetahui hubungan antara variabel respon dengan variabel prediktor yang tidak diketahui bentuk fungsinya dan hanya diasumsikan mulus (*smooth*), sehingga regresi nonparametrik sangat mempertahankan fleksibilitasnya . Model regresi nonparametrik secara umum adalah sebagai berikut (Eubank, 1988) :

$$y_i = f(x_i) + \varepsilon_i\,, \qquad i = 1,2,\dots,n \tag{1}$$

dengan, y_i: variabel respon; x_i: variabel prediktor; $f(x_i)$: fungsi regresi; ε_i: galat (*error*) yang berdistribusi normal, independen dengan mean nol dan variansi σ^2

2.1 Fungsi *Spline polynomial truncated*

Fungsi spline berorde m dengan titik-titik knot $K_1, K_2, \dots, K_{sj}$ didefinisikan sebagai sembarang fungsi f yang disajikan dalam bentuk (Eubank, 1988) :

$$f(x) = \beta_0 + \sum_{j=1}^{m} \beta_j x^j + \sum_{k=1}^{N} \beta_{j+k}(x - K_k)_+^m \tag{2}$$

dengan fungsi sesepenggal (*truncated*) sebagai berikut:

$$(x - K_k)_+^m = \begin{cases} (x - K_k)^m & ,\text{jika } \ x \geq K_k \\ 0 & ,\text{jika } \ x < K_k \end{cases}$$

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

dengan, β : parameter model; β_0: *intersep*; β_{j+k}: *slope* pada peubah x *truncated* knot ke-k pada spline berorde m; x : variabel respon; K_k : knot ke-k; N: banyaknya knot dalam variabel respon ke-j; β_j adalah konstanta real dan $K_1, K_2, \dots, K_N$ adalah titik knot. Spline adalah jumlahan dari fungsi polinomial berderajat m dengan *truncated* derajat m, fungsi spline dapat disajikan dalam bentuk sebagai berikut (Hardle, 1990):

$$f(x) = \beta_0 + \beta_1 x + \dots + \beta_m x^m + \sum_{k=1}^{N} \beta_{j+k}(x - K_k)_+^m \quad (3)$$

Berdasarkan bentuk matematis fungsi spline, dapat dikatakan bahwa spline merupakan model polinomial yang sepotong-sepotong (*Piecewise Polynomial*) dan, spline masih bersifat kontinu pada knot-knotnya. Knot diartikan sebagai suatu titik fokus dalam fungsi spline, sehingga kurva yang dibentuk tersegmen pada titik tersebut dan untuk setiap fungsi m, titik knot dapat dinyatakan dengan kombinasi linier. Fungsi spline merupakan suatu gabungan fungsi polinomial dimana penggabungan beberapa polinomial tersebut pada knot-knot dengan suatu cara yang menjamin sifat kontinuitas. Spline adalah potongan polinomial mulus yang masih memungkinkan memiliki sifat tersegmen (Eubank, 1988).

2.2 Fungsi Spline Linier

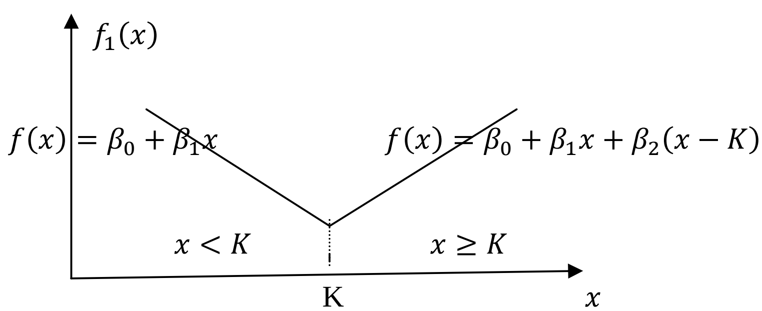
Fungsi spline linier merupakan fungsi spline dengan satu orde. Fungsi spline linier dengan satu titik knots (K) dapat disajikan dalam bentuk:

$$f_1(x) = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 (x - K)_+^1 \quad (4)$$

Fungsi ini dapat pula disajikan menjadi (Tripena, 2005) :

$$f_1(x) = \begin{cases} \beta_0 + \beta_1 x & , x < K \\ \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 (x - K), & x \geq K \end{cases} \quad (5)$$

Grafik spline linier dengan satu titik knots pada $x = K$ dapat disajikan seperti pada Gambar 1 berikut:



Gambar 1. Fungsi spline linier dengan satu titik knot pada $x = K$

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Fungsi spline dengan empat titik knot pada $(x = K_1, x = K_2, x = K_3, x = K_4)$

$$f_4(x) = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2(x - K_1)_+^1 + \beta_3(x - K_2)_+^1 + \beta_4(x - K_3)_+^1 + \beta_5(x - K_4)_+^1$$

Fungsi $f_4(x)$ dapat disajikan dalam bentuk:

$$f_4(x) = \begin{cases} \beta_0 + \beta_1 x & , x < K_1 < K_2 < K_3 < K_4 \\ \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2(x - K_1) & , K_1 \le x < K_2 \le K_3 < K_4 \\ \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2(x - K_1) + \beta_3(x - K_2) & , K_2 \le x < K_3 < K_4 \\ \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2(x - K_1) + \beta_3(x - K_2) + \beta_4(x - K_3), & K_3 \le x < K_4 \\ \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2(x - K_1) + \beta_3(x - K_2) + \beta_4(x - K_3) + \beta_5(x - K_4) & , x \ge K_4 \end{cases}$$

2.3 Regresi Spline

Menurut Eubank (1988), estimasi terhadap $f(x)$ adalah $f_\lambda(x)$ yakni estimator yang mulus. Dengan mempertimbangkan sifat-sifat fungsi spline yang merupakan modifikasi dari regresi polinomial, maka untuk mendapatkan model estimasi dari y digunakan regresi spline.

Bentuk umum regresi spline orde ke-m dengan satu variabel respon x sesuai persamaan (5) adalah $y = \beta_0 + \sum_{j=1}^{m} \beta_j x^j + \sum_{k=1}^{N} \beta_{j+k}(x - K_k)_+^m + \varepsilon$ (6)

Fungsi estimasinya adalah

$$f_\lambda = \mathbf{X}_\lambda \mathbf{b}_\lambda = \mathbf{X}_\lambda(\mathbf{X}'_\lambda \mathbf{X}_\lambda)^{-1}\mathbf{X}'_\lambda \mathbf{y} = \mathbf{H}_\lambda \mathbf{y}, \in \Lambda \quad (7)$$

dengan $\mathbf{H}_\lambda = \mathbf{X}_\lambda(\mathbf{X}'_\lambda \mathbf{X}_\lambda)^{-1}\mathbf{X}'_\lambda$, $\mathbf{H}_\lambda$ bersifat simetris dan definit positif

Sasmitoadi (2005) menyebutkan bahwa terdapat 2 strategi untuk menyelesaikan permasalahan yaitu pertama memilih banyaknya knot yang relatif sedikit, sedangkan strategi yang kedua adalah kebalikannya, yakni menggunakan knot yang relatif banyak.

2.4 Pemilihan Model Regresi Spline dengan λ yang Optimal

Sesuai tujuan dari pendekatan regresi nonparametrik, yakni ingin didapatkan kurva mulus yang mempunyai λ optimal menggunakan data amatan sebanyak n, maka diperlukan ukuran kinerja atas estimator yang dapat diterima secara universal. Eubank (1988) menyebutkan, ukuran kinerja atas estimator tersebut adalah *Generalized Cross-Validation* (GCV). Menurut Budihantara (2005), GCV merupakan modifikasi dari *Cross-Validation* (CV). *Cross-Validation* (CV) merupakan suatu metode untuk memilih model berdasarkan pada kemampuan prediksi dari model tersebut. Fungsi GCV didefinisikan sebagai:

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$$GCV(\lambda) = n^{-1} \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - f_\lambda(x_i)\right)^2}{\left(1 - n^{-1}Tr(\mathbf{H}_\lambda)\right)^2} \tag{8}$$

dengan $Tr(\mathbf{H}_\lambda) < n$. Kriteria $GCV(\lambda)$ diharapkan memiliki nilai yang minimum, sehingga model regresi spline dapat dikatakan memiliki nilai λ yang optimal.

3. METODE PENELITIAN

3.1 Metode dan Data Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi literatur. Data yang digunakan dalam penelitian ini berupa data sekunder yang diperoleh dari sistem akuisisi data untuk memantau Para Hidrolisis Alkali dari Ester dengan mengukur perubahan konduktansi dari campuran reaksi dengan waktu.

3.2.Analisis hasil

Tahapan-tahapan yang dilakukan dalam penelitian ini sebagai berikut:

a. Memilih lokasi dan banyaknya titik knot

Mengestimasi model regresi spline untuk empat knot sekaligus penempatan titik-titik knot tersebut, yakni: odel regresi spline Kuadrat

b. Menghitung nilai $GCV(\lambda)$ untuk masing-masing model regresi spline.

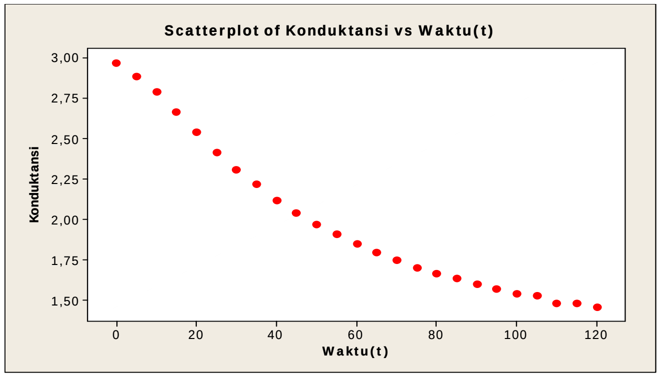
c. Memilih model regresi spline terbaik diantara model-model yang di berdasarkan kriteria $GCV(\lambda)$ minimum. Paket *software S-PLUS* 2000 dan *MINITAB* 14 digunakan untuk memudahkan dalam hal komputasi.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Pemilihan Lokasi dan Banyaknya Titik Knot

Model regresi spline terbaik dipilih berdasarkan lokasi dan banyaknya titik knot yang optimal. Bentuk estimator regresi spline sangat dipengaruhi oleh lokasi titik knot dan banyaknya titik-titik knot tersebut. Penentuan lokasi titik knot yang berbeda pada data akan menghasilkan model regresi spline yang berbeda pula. Lokasi titik knot tersebut akan berpengaruh terhadap nilai kriteria $GCV(\lambda)$ dari model regresi spline yang dibentuk. Penyebaran data pengaruh lama waktu (detik) yang diberikan sebagai variabel bebas terhadap perubahan konduktansi sebagai variabel tak bebas dapat dilihat dari bentuk plot yang disajikan pada Gambar 1.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3



Gambar 2 Plot pengaruh waktu (detik) terhadap konduktansi

Berdasarkan Gambar 1 terlihat bahwa pola data mengalami kecenderungan turun secara tajam pada beberapa detik pertama (detik ke-0 sampai 55). Namun, pada beberapa detik terakhir (detik ke-60 sampai 120) pola data mengalami penurunan yang tidak signifikan. Ada kecenderungan perubahan waktu terhadap konduktansi untuk membentuk pola tertentu.

4.2. Estimasi Regresi Spline Kuadrat

Dicobakan model spline kuadrat dengan empat titik knot adalah

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2 + \beta_3 (x_i - K_1)_+^2 + \beta_4 (x_i - K_2)_+^2 + \beta_5 (x_i - K_3)_+^2 + \beta_6 (x_i - K_4)_+^2 \varepsilon_i$$

Titik knot optimal yang bersesuaian dengan nilai GCV minimum untuk model spline kuadrat dengan empat titik knot diberikan dalam Tabel 1 sebagai berikut:

No	Titik knot				*GCV*
1	15	55	70	75	0,00003611717
2	15	50	80	110	0,0000361927
3	15	50	80	90	0,00003640869
4	15	50	80	105	0,00003650289
5	15	50	80	85	0,00003650649

Tabel 1 Nilai GCV model regresi spline kuadrat dengan empat titik knot

Berdasarkan Tabel 1 didapatkan nilai GCV yang minimum untuk model spline kuadrat dengan empat titik knot sebesar 0,00003611717 yang berada pada titik knot K_1 = 15, K_2 = 55, K_3 = 70, dan K_4 = 75. Tabel 2 memberikan estimasi untuk model regresi spline kuadrat dengan empat titik knot K_1 = 15, K_2 = 55, K_3 = 70, dan K_4 = 75.

Parameter	Estimasi
β_0	2,96965762
β_1	-0,013640268
β_2	-0,000429993
β_3	0,000618387
β_4	-0,000132437
β_5	0,000160092
β_6	-0,000168288

Tabel 2 Estimasi model regresi spline kuadrat dengan empat titik knot

Sehingga diperoleh estimasi model regresi spline kuadrat dengan empat knot K_1 = 15, K_2 = 55, K_3 = 70, dan K_4 = 75 yakni

$$\hat{y}_i = 2{,}96965762 - 0{,}013640268\, x_i - 0{,}000429993\, x_i^2 + 0{,}000618387(x_i - 15)_+^2$$
$$-0{,}000132437(x_i - 55)_+^2 + 0{,}000160092(x_i - 70)_+^2 - 0{,}000168288(x_i - 75)_+^2$$

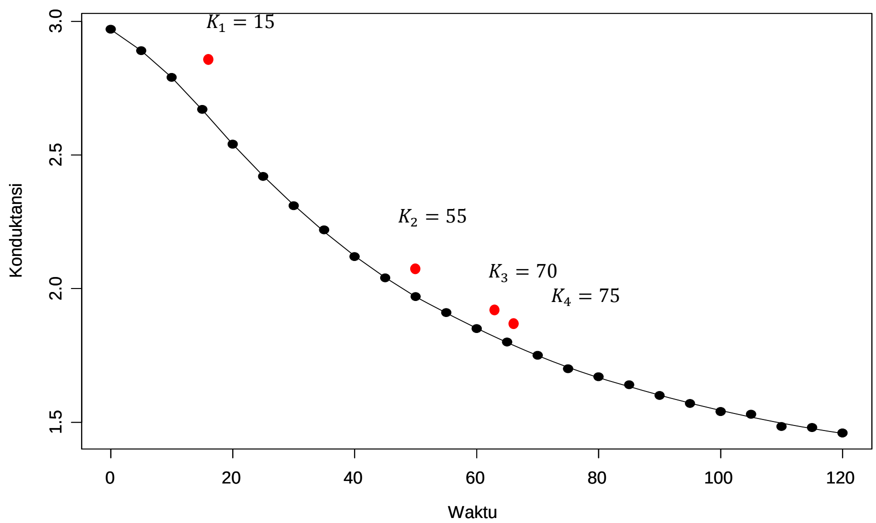
Model spline ini disajikan dalam Gambar 3.

4.3.Pemilihan Model Regresi Spline Terbaik

Hasil yang telah diperoleh, dapat disimpulkan bahwa titik knot (K) yang paling optimal dengan nilai GCV minimum sebesar 0,00003611717 sehingga nilai GCV minimum untuk empat titik knot disajikan pada Tabel 3.

Orde	**Titik knot**				***GCV***
Spline Kuadrat	15	55	70	75	0,00003611717

Tabel 3. Nilai GCV minimum untuk empat titik knot



Gambar 3. Kurva estimasi regresi spline kuadrat dengan empat titik knot

4.4. Berdasarkan Tabel 3 dapat disimpulkan bahwa model terbaik adalah model regresi spline kuadrat dengan empat titik knot $K_1 = 15$, $K_2 = 55$, $K_3 = 70$, dan $K_4 = 75$

$$\hat{y}_i = 2{,}96965762 - 0{,}013640268\, x_i - 0{,}000429993\, x_i^2$$
$$+0{,}000618387(x_i - 15)_+^2 - 0{,}000132437(x_i - 55)_+^2$$
$$+0{,}000160092(x_i - 70)_+^2 - 0{,}000168288(x_i - 75)_+^2$$

Nilai koefisien determinasi (R^2) sebesar 0.92421. Hal ini berarti bahwa variabel pemberian waktu tertentu mampu menerangkan sebesar 92,421% terhadap perubahan konduktansi.

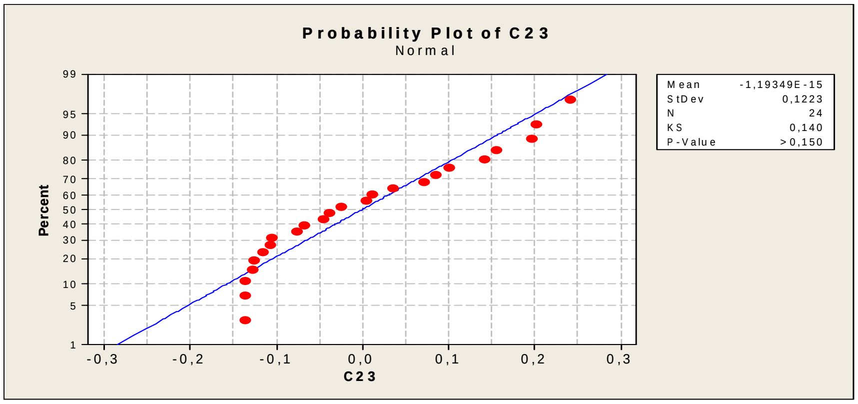
4.5. Pengujian Model Regresi Spline Terbaik

Untuk menguji asumsi ini digunakan uji Kolmogorov-Smirnov dengan hipotesis:

H_0 : *error* random ε_i berdistribusi normal

H_1 : *error* random ε_i tidak berdistribusi normal

dengan menggunakan $\alpha = 0{,}05$. Dari hasil output Minitab diperoleh nilai $P_{value} = 0{,}150 > 0{,}05$. Jadi dapat disimpulkan bahwa *error* random ε_i berdistribusi normal. Plot normalitas *error* random ε_i disajikan dalam Gambar 4.



Gambar 4. Plot normalitas residual

Pengujian selanjutnya adalah uji hipotesis untuk pemeriksanaan model, dengan rumus hipotesis sebagai berikut: H_0: variabel bebas secara bersama-sama tidak berpengaruh terhadap variabel tak bebas' H_1: variabel bebas secara bersama-sama berpengaruh terhadap variabel tak bebas. Dengan menggunakan F_{tabel}, diperoleh $F_{\alpha,p,(n-(p+1))} = F_{0.05,6,18} = 2{,}66100$. Karena $F_{Hitung} = 26.677{,}21 \geq F_{0.05,5,19} = 2{,}66100$ hal ini mengidentifikasi bahwa H_0 ditolak, artinya variabel bebas secara bersama-sama berpengaruh terhadap variabel tak bebas.

Lebih lanjut diuji koefisien-koefisien regresi yang memberikan pengaruh signifikan terhadap model regresi spline dengan menggunakan uji hipotesis sebagai berikut:

H_0: Koefisien regresi β_i tidak berpengaruh, atau $\beta_i = 0, i = 0,1,..,p$

H_1: Koefisien regresi β_i berpengaruh, atau $\beta_i \neq 0$

Uji hipotesis untuk pemeriksaan model dengan menggunakan tingkat signifikansi 5% diperoleh nilai $t_{tabel} = t_{(\alpha/2,(n-(p+1))} = t_{0,025;19} = 2{,}093$. Parameter-parameter yang berpengaruh diperoleh jika $|t_{hitung}| \geq t_{tabel}$. Jadi dapat disimpulkan bahwa model regresi spline kuadrat dengan titik knot $K_1 = 15$, $K_2 = 55$, $K_3 = 70$, dan $K_4 = 75$ cukup memadai sebagai model pendekatan untuk data pengaruh waktu terhadap perubahan konduktansi.

5. KESIMPULAN DAN SARAN

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

5.1 Kesimpulan

a. Model regresi spline terbaik yang menggambarkan hubungan pengaruh lama waktu terhadap perubahan konduktansi adalah model regresi spline kuadrat dengan empat titik knot yang diperoleh berdasarkan nilai $GCV(\lambda)$ yang paling minimum yakni sebesar 0,00003611717.

b. Estimasi modelnya adalah sebagai berikut:

$$\hat{y}_i = 2{,}96965762 - 0{,}013640268\, x_i - 0{,}000429993\, x_i^2 + 0{,}000618387(x_i - 15)_+^2$$
$$-0{,}000132437(x_i - 55)_+^2 + 0{,}000160092(x_i - 70)_+^2 - 0{,}000168288(x_i - 75)_+^2$$

c. Titik knot optimal adalah dengan empat titik knot adalah K_1 = 15, K_2 = 50, dan K_4 = 80.

5.2 Saran

a. Penelitian selanjutnya dapat dibuat suatu program untuk menghitung nilai $GCV(\lambda)$ untuk semua kombinasi dari titik knot yang mungkin agar lebih mudah dalam perhitungan.

b. Penelitian selanjutnya dapat digunakan pendekatan yang lainnya untuk mengestimasi model regresi spline.

6. DAFTAR PUSTAKA

Budiantara, I. N, 2002. *Aplikasi Spline Estimator Terbobot* . Jurnal Teknik Industri PETRA, Surabaya.

Budiantara, I. N, 2005. *Model Keluarga Spline Polinomial Truncated Dalam Regresi Semiparametrik*. Makalah Seminar Nasional Matematika, Jurusan Matematika UNDIP Semarang.

Budiantara, I. N, 2005. *Penentuan Titik-Titik Knots dalam Regresi Spline* , Jurnal Jurusan Statistika FMIPA-ITS, Surabaya.

Eubank, R. 1988. *Spline Smoothing and Nonparametric Regression*. Marcel Dekker, New York.

Hardle, W. 1990. *Applied Nonparametric Regression.* Cambridge University Press, New York.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Sasmitoadi, D. 2005. *Kajian Penggunaan Knot dan Orde pada Regresi Spline*. http://doclines.files.wordpress.com/2008/10/Kajian-Penggunaan-Knot-dan-Orde-pada-Regresi-Spline-pdf1.pdf. diakses tanggal 8 Maret 2010.

Tripena, A. 2005. *Pendekatan Model Regresi Spline Linier* . Jurusan MIPA, Fakultas Sains dan Teknik, UNSOED.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

S – 3

Model Statistika untuk Fertilitas Perkawinan dengan Pendekatan Eksponenesial

Endang Sri Kresnawati
Jurusan Matematika FMIPA Universitas Sriwijaya
endangsrikresnawati@yahoo.co.id

Abstrak

Fertilitas perkawinan dipengaruhi oleh faktor fertilitas alami dan perilaku hentian. Kedua faktor tersebut dapat dibangun melalui pengembangan Model Coale-Trussell dengan pendekatan eksponensial menjadi model statistika. Tingkat fertilitas alami (m) dan tingkat perilaku hentian (M) diperoleh dengan memaksimumkan model statistika tersebut dengan *maximum likelihood*.
Kata kunci: fertilitas perkawinan, eksponensial, *maximum likelihood*

Pendahuluan

Kemajuan ilmu pengetahuan dan teknologi dewasa ini mempengaruhi sikap manusia dalam memutuskan jumlah anak yang dimiliki. Fertilitas adalah ukuran yang menunjukkan jumlah kelahiran. Fertilitas perkawinan adalah banyaknya jumlah anak yang dilahirkan dari wanita menikah selama masa suburnya. Pada masyarakat modern, pola fertilitas dipengaruhi oleh faktor biologi, psikologi, ideologi, politik, sosial, ekonomi, budaya, dan faktor religi yang dianut. Berbagai faktor tersebut melahirkan berbagai sikap manusia dalam membuat keputusan mengenai jumlah kelahiran. Secara teori, tingkat fertilitas ditentukan dari dua faktor utama, yaitu penjarangan kelahiran dan pembatasan kelahiran. Kompleksnya faktor yang mempengaruhi kelahiran menyebabkan penaksiran angka kelahiran menggunakan model fertilitas diskrit tidak mampu lagi menggambarkan arah dan tingkat fertilitas. Model fertilitas kontinu lebih dapat menggambarkan fenomena fertilitas saat ini melalui keluasan jangkauan pembahasan yang dimilikinya. Sumarno, H 1997 telah menaksir fertilitas perkawinan menggunakan Distribusi Poisson. Distribusi Poisson adalah distribusi peluang bervariabel acak diskrit. Dalam rangka pengembangan model yang disesuaikan dengan pola fertilitas saat ini, maka dibangun suatu model fertilitas perkawinan melalui pendekatan eksponensial.

Model statistika adalah gambaran sederhana dari data, biasanya dibangun dari hubungan matematika atau numeric terdefinisi. Model statistika juga dapat dinyatakan sebagai formula yang mendefinisikan bagian struktur model, yaitu data apa yang dimodelkan, dengan data lain apa, dan dalam bentuk apa. Model statistika harus

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

memiliki tiga poin, yaitu: variable acak, parameter konstan yang tidak diketahui, dan suatu fungsi $g(.)$ yang menggambarkan fungsi densitas dari variable acak untuk setiap objek. Salah satu penerapan model statistika adalah untuk menentukan fertilitas perkawinan.

Salah satu model yang digunakan untuk menjelaskan fertilitas perkawinan adalah Model Coale-Trussell (Population Index, 1974). Model ini menyatakan fertilitas perkawinan melalui rasio antara fertilitas kelompok umur dengan fertilitas alami. Sumarno, 1977 menyatakan model Coale-Trussell dalam bentuk Poisson. Kresnawati, 1999 mengembangkan Model Coale-Trussell menggunakan eksponensial. Distribusi Poisson dapat digunakan untuk menaksir kejadian yang bersifat acak dalam kurun waktu tertentu, contohnya fertilitas. Pendugaan fertilitas sangat dipengaruhi oleh waktu dan peristiwa kelahiran.

Distribusi eksponensial, memiliki bilangan pokok *e*, sehingga distribusi ini dapat digunakan untuk menaksir kejadian acak dan bebas yang berkaitan dengan waktu. Alas an penggunaan distribusi ini adalah karena penaksoiran angka fertilitas untuk waktu yang akan dating tidak dipengaruhi oleh peristiwa kelahiran masa lampau. Kejadian masa lampau hanya berfungsi sebagai pembanding untuk pendugaan masa depan. Karena kemiripan sifat tersebut, maka sangat mungkin mengembangkan model diskrit dalam Sumarno, 1977 menjadi model fertilitas perkawinan dengan pendekatan eksponensial yang bersifat kontinu.

Metode Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan melalui beberapa tahap, yaitu: transformasi distribusi gamma ke distribusi eksponensial, menentukan penaksir m dan M, pengujian ratio likelihood, dan menyusun model fertilitas perkawinan.

Hasil Penelitian dan Pembahasan

Model Coale-Trussell

Fertilitas menunjukkan kemampuan secara nyata dari seorang wanita atau sekelompok wanita untuk melahirkan yang terjadi dalam masa reproduksi antara 15 tahun sampai 49 tahun. Fertilitas adalah ukuran kesuburan. Fertilitas yang diukur dari wanita menikah disebut fertilitas perkawinan. Kenyataannya,. Tidak semua wanita yang berada dalam masa reproduksi secara potensial mampu melahirkan bayi. Keadaan ini disebabkan beberapa factor.

Population Index, 1974 memberikan salah satu model yang digunakan untuk menjelaskan fertilitas perkawinan yaitu Model Coale-Trussel

$$\frac{r(a)}{n(a)} = Meks[mv(a)] \qquad (1)$$

Dengan $r(a)/n(a)$ menyatakan rasio fertilitas menurut umur, r(a), dengan fertilitas alami, n(a). M adalah suatu konstanta yang menyatakan fertilitas alami, m adalah konstanta untuk perilaku hentian, dan v(a) menyatakan perilaku hentian.

Sumarno, 1977 menotasikan r(a) dengan ASMFR(a) (Age Specific Marital Fertility Rate). Model ini menyatakan bahwa pola pertilitas dipengaruhi oleh perilaku hentian. Ada dua perilaku hentian, yaitu penjarangan kelahiran dan pembatasan jumlah anak yang dilahirkan. Dua factor ini menjadi pendorong tidak terjadinya kelahiran. Berdasarkan itu, Model Coale-Trussell pada persamaan (1) dapat ditulis sebagai berikut:

$$ASMFR(a) = Meks[mv(a)] \qquad (2)$$

M dan m berbanding terbalik. Jika M besar, maka m kecil dan sebaliknya. Model Coale-Trussell masuk dalam keluarga eksponensial./ oengembangannya k distribusi eksponensial adalah dalam rangka mendapatkan angka taksiran yang mendekati adapt sebenarnya dengan galat sekecil mungkin.

Tahapan berikutnya yang dilakukan dalam menyususn model (20 menjadi kkodel eksponensiaql adalah dengan mentransformasi distribusi gamma ke ditribusi eksponensial dan menentukan penaksir Maximum Likelihood untu *M* dan *m*.

Transformasi Distribusi Gamma ke Distribusi Eksponensial

Distribusi eksponensial diperoleh dari distribussi gamma dengan nilai parameter tertentu. Distribusi gamma sendiri berasal dari transformasi Poisson. Distribusi Gamma adalah model peluang untuk waktu tunggu yang merupakan variable acak.

Dimisalkan variable acak Y_j sebagai umur wanita ke-j ($j = 1,2,3,..., N_w$. N_w: jumlah wanita) saat ia melangsungkan perkawinan pertama. Umur yang dibutuhkan untuk memperoleh fertilitas adalah y_j, dinotasikan dengan t, di mana t adalah bilangan bulat positif.

Distribusi Y_j adalah:

$$G(y_j) = \Pr(Y_j \le y_j) = 1 - \Pr(Y_j > y_j) \qquad (3)$$

Untuk kejadian yang kurang dari total t dalam umur ke-y wanita ke-j, jika variable acak K adalah angka kelahiran alami dalam umur y_j, maka:

$$\Pr(Y_j > y_j) = \sum_{k=0}^{t-1} \Pr(K = k),$$

dengan

$$\sum_{k=0}^{t-1} \Pr(K = k)$$

sehingga

$$\begin{aligned} \Pr(Y_j > y_j) &= \sum_{k=0}^{t-1} \Pr(K = k) \\ &= \sum_{k=0}^{t-1} \frac{(np)^k e^{-np}}{k!} \qquad (4) \\ &\approx \sum_{j=1}^{N_w} \frac{\mu_{y_j} e^{-\mu_{y_j}}}{B(y_j)!} \end{aligned}$$

Lalu persamaan (4) ditransformasi guna memperoleh distrubusi Gamma, hasilnya sebagai berikut:

$$\sum_{k=0}^{t-1} \frac{(np)^k e^{-np}}{k!} = \int_{np}^{\infty} \frac{\mu^{t-1} e^{-\mu}}{(t-1)!}$$

dengan $k = t - 1 = B_{y_j}$ dan $\mu = np = \mu_{y_j}$ menjadi:

$$\int_{np}^{\infty} \frac{\mu_{y_j}{}^{B_{y_j}} e^{-\mu_{y_j}}}{B(y_j)!} d\mu_{y_j} \qquad (5)$$

Dengan mensubstitusikan (5) ke (3)

$$G(y_j) = 1 - \int_{np}^{\infty} \frac{\mu_{y_j}{}^{B_{y_j}} e^{-\mu_{y_j}}}{B(y_j)!} d\mu_{y_j}$$

Dimisalkan: $(y_j)! = \Gamma(B_{y_j}) = \Gamma(t-1)$

Maka:

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$$G(y_j) = 1 - \int_{np}^{\infty} \frac{\mu_{y_j}{}^{B_{y_j}} e^{-\mu_{y_j}}}{\Gamma(By_j)} d\mu_{y_j} = \int_{0}^{np} \frac{\mu_{y_j}{}^{B_{y_j}} e^{-\mu_{y_j}}}{\Gamma(By_j)} d\mu_{y_j}$$

Untuk $y_j \leq 0$ dan $G(y_j) = 0$. Jika kita ubah μ_{y_j} dengan memisalkan $\mu_{y_j} = p_{y_j} S_{y_j}$, maka:

$$G(y_j) = \int_{0}^{np} \frac{p_{y_j}{}^{B_{y_j}-1} S_{y_j}{}^{B_{y_j}} e^{-p_{y_j} S_{y_j}}}{\Gamma(By_j)} d\mu_{y_j}, \; y_j > 0$$

Akhirnya diperoleh fungsi densitas peluang dari Y_j, yaitu:

$$g(y_j) = G'_{y_j} = \frac{p_{y_j}{}^{B_{y_j}-1} n_{y_j}{}^{B_{y_j}} e^{-n_{y_j} p_{y_j}}}{\Gamma(By_j)}, \; 0 < y_j < 49$$

Y_j berdistribusi Gamma dengan $\alpha = B_{y_j} - 1$, $\beta = \frac{1}{p}$. Jika $B_{y_j} = 1$, maka fungsi densitas peluang dari Y_j adalah:

$$g(y_j) = \frac{n_{y_j} e^{-n_{y_j} p_{y_j}}}{\Gamma(1)} = n_{y_j} e^{-n_{y_j} p_{y_j}}, \Gamma(1) = 1$$

Dinamakan f.d.p. Poisson dengan:

$$\mu_{y_j} = 0{,}89 MT(y_j) \exp\left\{ -\left(\frac{y_j - 29{,}88}{14{,}77} \right)^4 - 0{,}02 y_j - 0{,}44 m \left(\frac{y_j}{30} \right)^{6{,}4} \exp\left(\frac{(y_j / 30)^{7{,}4}}{15{,}21} \right) \right\} \quad (7)$$

dengan:

n_{y_j} : jumlah anak yang dilahirkan oleh wanita ke-j yang menikah pada usia ke-y

p_{y_j} : peluang jumlah anak yang akan dilahirkan oleh wanita ke-j yang menikah di usia ke-y

μ_{y_j} : rata-rata kelahiran yang dihasilkan wanita ke-j yang menikah di usia ke-y

Model di atas belum sepenuhnya dapat digunakan, sebelumnya harus dibuat ke bentuk gabungan, dimaksimumkan, dan dicari penaksirnya.

Fungsi Gabungan

Fungsi gabungan merupakan perkalian dari fungsi densitas peluang Poisson yang dimaksimumkan

$$g(y_1) = n_{y_1} e^{-\mu_{y1}} ; g(y_2) = n_{y_2} e^{-\mu_{y2}} ;...; g(y_w) = n_{yw} e^{-\mu_{yw}}$$

$$g(y_1, y_2, ..., y_w) = n_{y_1} e^{-\mu_{y1}} .n_{y_2} e^{-\mu_{y2}} . ....n_{yw} e^{-\mu_{yw}}$$

$$g(y_j) = \prod_{j=1}^{N_w} n_{y_j} e^{-\mu_{yj}} \tag{8}$$

dengan N_w = jumlah wanita menikah

Penaksir Maximum Likelihood

Untuk mendapatkan nilai m dan M yang belum diketahui, dilakukan dengan cara me-ln-kan fungsi gabungan model eksponensial pada persamaan (8) dan dilakukan diferensial, sehingga menghasilkan penaksir $\hat{m}$ dan $\hat{M}$. Penaksir $\hat{m}$ dan $\hat{M}$ merupakan taksiran terbaik untuk m dan M.

$$g(y_1, y_2, ..., y_w) = n_{y_1} e^{-\mu_{y1}} .n_{y_2} e^{-\mu_{y2}} . ....n_{yw} e^{-\mu_{yw}}$$

$$L(\Omega) = \prod_{j=1}^{N_w} n_{y_j} e^{-\sum_{j=1}^{N_w} \mu_{y_j}}$$

$$\ln L(\Omega) = \ln\left(\prod_{j=1}^{N_w} n_{y_j} \right) - \sum_{j=1}^{N_w} \mu_{y_j} \tag{9}$$

Substitusikan persamaan (7) ke persamaan (9)

$$\ln L(\Omega) = \ln\left(\prod_{j=1}^{N_w} n_{y_j} \right)$$

$$-\sum_{j=1}^{N_w} 0,89MT(y_j)\exp\left\{ -\left(\frac{y_j - 29,88}{14,77} \right)^4 - 0,02y_j - 0,44m\left(\frac{y_j}{30} \right)^{6,4} \exp\left(\frac{(y_j/30)^{7,4}}{15,21} \right) \right\} \tag{10}$$

Kemudian untuk memperoleh penaksir $\hat{m}$ dan $\hat{M}$, differensialkan persamaan (10) terhadap masing-masing

$$\frac{d \ln L(\Omega)}{dM} = 0$$

Diperoleh:

$$\hat{m} = \frac{\sum_{j=1}^{N_w} \ln\left(0{,}89T(y_j)\right) - \left(\frac{y_j - 29{,}88}{14{,}77}\right)^4 - 0{,}02 y_j}{0{,}44\left(\frac{y_j}{30}\right)^{6,4} \exp\left(\frac{(y_j/30)^{7,4}}{15{,}21}\right)}$$

Dan

$$\frac{d \ln L(\Omega)}{dm} = 0$$

$$\hat{M} = \frac{eksp\left[\sum_{j=1}^{N_w} \ln\left(0{,}89T(y_j)\right) - \left(\frac{y_j - 29{,}88}{14{,}77}\right)^4 - 0{,}44 - \left(\frac{y_j}{30}\right)^{6,4}\right]}{0{,}89T(y_j)}$$

Setelah penaksir $\hat{m}$ dan $\hat{M}$ diperoleh, maka model Coale-Trussell pada persamaan (2) menjadi

$$ASMFR(a) = \hat{M}\, eks\left[\hat{m}\, v(a)\right] \qquad (13)$$

Berdasarkan penurunan rumus di atas, dapat dikatakan Distribusi Eksponensial adalah fungsi peluang yang memiliki variable acak kontinu untuk semua nilai non negative dengan parameter $p > 0$. Sifat distribusi ini selalu positif, tidak mungkin bernilai negative di titik waktu manapun.jika ditelaah ke belakang, baik Model Coale-Trussell maupun Model (13) sebenarnya mengikuti pola umum Model Pertumbuhan Penduduk Eksponensial. Pada model tersebut, pertumbuhan penduduk digambarkan mengikuti pola bilangan eksponensial. Dalam prinsip pemodelan matematika, model yang sudah ada dapat diubah suai atau dikembangkan. Pengembangan dapat dilakukan terhadap variable amatan dan pendekatan.

Kesimpulan dan Saran

Pemodelan merupakan penggambaran objek berdasarkan pendekatan matematis. Model statistika merupakan model matematika yang erumusannya bergantung pada variable waktu. Model yang baik adalah model yang mampu menggambarkan factor-faktor amatan dengan kesalahan kecil. Pemodelan terhadap fertilitas perkawinan dengan pendekatan eksponensial memberikan gambaran secara eksponen bahwa keputusan dalam menentukan jumlah anak dipengaruhi oleh pola penjarangan kelahiran dan pembatasan kelahiran.

Daftar Pustaka

Bostrom, G., 1985, Practical Aspects on The Estimation of The Parameters in Coale's Model for marital Fertility, Institut of Mathematical Statistics, University of Umea, Sweden.

Office of Population Research, 1974, Population Index, Princeton Univercity and Population Association of America.

Kresnawati, Endang S., 1999. Model Statistika untuk Fertilitas Perkawinan dengan Pendekatan Eksponensial, Skripsi, Universitas Sriwijaya.

Sumarno, Hadi, 1997, Penerapan model fertilitas perkawinan terhadap data jawa-bali, Majalah Forum Statistika dan Komputasi IPB, Institut Pertanian Bogor, Bogor, 2:15-22.

S – 4

Pendekatan *Conjoin Analysis* untuk Mengukur Tingkat Preferensi Mahasiswa terhadap Layanan Perpustakaan UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

Epha Diana Supandi
Prodi Matematika, FSAINTEK, UIN Yogyakarta.
E-mail : ephadiana@yahoo.com

Abstrak

Salah satu bentuk komitmen UIN Yogyakarta terhadap kualitas pelayanan terhadap mahasiswa adalah dengan membangun fasilitas pendukung seperti poliklinik, perpustakaan, kantin, masjid dan Godam Kusuka (SIA). Semua sarana dan prasarana yang dibangun diharapkan dapat mendukung berlangsungnya atmosfir kegiatan akademis. Mahasiswa UIN Yogyakarta sebagai *customer* dari perguruan tinggi tentunya mempunyai harapan yang beragam terhadap pelayanan fasilitas pendukung. Analisis konjoin adalah salah satu analisis statistika multivariat yang dapat digunakan untuk mendapatkan kombinasi atau komposisi atribut-atribut suatu produk atau jasa baik yang baru maupun yang lama yang paling disukai konsumen sehingga dapat diketahui preferensi konsumen terhadap suatu produk atau jasa tersebut.

Wawancara dan observasi terhadap mahasiswa dilakukan untuk menentukan atribut terhadap layanan perpustakaan. Faktor yang menjadi pertimbangan dalam pelayanan perpustakaan adalah Lama Peminjaman, Jumlah Literatur yang dipinjam, Support Pencarian Literatur dan Penelusuran Literatur.

Berdasarkan hasil analisis konjoin diketahui bahwa responden (mahasiswa) menganggap bahwa lamanya peminjaman literatur merupakan faktor atau atribut terpenting (40,014%). Faktor penting ke dua adalah penelusuran literatur (24,469%), faktor penting ke tiga adalah *support*/bantuan penelusuran literatur (20,001%) dan faktor jumlah buku yang boleh dipinjam menempati urutan terakhir (keempat) dengan tingkat kepentingan 15,516%.

.**Kata kunci: analisis konjoin, preferensi, *utility*.**

I. PENDAHULUAN

I.1. Latar Belakang Masalah

Universitas Islam Negeri (UIN) Sunan Kalijaga (Suka) Yogyakarta sebagai salah satu lembaga pendidikan tinggi, telah mendapatkan ISO 9001-2008 sebagai bukti bahwa UIN Yogyakarta telah menerapkan *Quality Assurance* (QA). Hal ini mengakibatkan bahwa UIN Yogyakarta harus menerapkan standar mutu didalam sistem manajemennya. Dalam usaha standarisasi mutu setiap jasa Perguruan Tinggi, standar- standar proses dan system yang diperlukan haruslah diupayakan secara maksimal. UIN Yogyakarta harus menerapkan konsep mengutamakan kepuasan mahasiswa, karena di dalam manajemen mutu terpadu perguruan tinggi, mahasiswa merupakan pelanggan yang harus dipuaskan.

Salah satu bentuk komitmen UIN Yogyakarta terhadap kualitas pelayanan terhadap mahasiswa, UIN Yogyakarta telah membangun fasilitas pendukung seperti poliklinik, perpustakaan, kantin, masjid dan Godam Kusuka (SIA). Semua sarana dan

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

prasarana yang dibangun diharapkan dapat mendukung berlangsungnya atmosfir kegiatan akademis di UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta.

Mahasiswa UIN Yogyakarta sebagai *customer* dari perguruan tinggi tentunya mempunyai harapan yang beragam terhadap pelayanan fasilitas pendukung. Untuk mengetahui harapan apa saja yang saat ini diinginkan oleh mahasiswa, sejauh mana pelayanan itu diberikan dan bagaimana tingkat kepuasan pelayan dari fasilitas pendukung di UIN Yogyakarta serta bagaimana perilaku pengguna layanan fasilitas pendukung di UIN Yogyakarta, maka perlu dibuat suatu penelitian dengan menggunakan analisa statistik guna mendapatkan data yang akurat mengenai pelayanan yang telah diberikan oleh fasilitas pendukung UIN Yogyakarta. Sehingga dari hasil penelitian ini diharapkan dapat diketahui hal-hal apa saja yang perlu diprioritaskan untuk segera ditangani, sehingga perbaikan kualitas pelayanan fasilitas pendukung UIN Yogyakarta lebih efektif dan terarah.

Di dalam pengolahan data, ada banyak metode statistika yang dapat digunakan, dan salah satunya adalah Analisis Konjoin (*Conjoint Analysis*). Analisis konjoin dipilih karena, analisis ini dapat menguji stimulus yang dievaluasi responden secara mendetail dimana stimulus tersebut merupakan kombinasi dari semua tingkat atau level setiap atribut dari objek yang sedang diteliti tersebut (Supranto, 2004).

Analisis konjoin adalah salah satu analisis statistika multivariat yang dapat digunakan untuk mendapatkan kombinasi atau komposisi atribut-atribut suatu produk atau jasa baik yang baru maupun yang lama yang paling disukai konsumen sehingga dapat diketahui preferensi konsumen terhadap suatu produk atau jasa tersebut.

Berdasarkan hal – hal tersebut, maka menarik untuk dilakukan suatu penelitian mengenai tingkat preferensi mahasiswa terhadap layanan fasilitas yang ada di UIN Sunan Kalijaga dengan menggunakan *Conjoint Analysis*.

I.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang diungkapkan diatas, maka terdapat pertanyaan-pertanyaan sebagai berikut :

1. Bagaimana perilaku dan karakteristik mahasiswa pengguna layanan perpustakaan di UIN Yogyakarta?

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

2. Apakah hal-hal yang dipersoalkan mahasiswa, derajat kepentingan dan harapan terhadap layanan perpustakaan di UIN Yogyakarta?
3. Apakah yang menjadi faktor-faktor utama (dimensi) dari kualitas layanan masing-masing fasilitas pendukung di UIN Yogyakarta menurut preferensi mahasiswa?

I.3. Tujuan dan Kegunaan Penelitian

a. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan permasalahan yang telah disampaikan di atas, maka penelitian ini bertujuan :

1. Mengetahui perilaku dan karakteristik mahasiswa pengguna layanan perpustakaan di UIN Yogyakarta.
2. Mengetahui yang dipersoalkan mahasiswa, derajat kepentingan dan harapan terhadap layanan perpustakaan di UIN Yogyakarta.
3. Mengetahui faktor-faktor utama (dimensi) dari kualitas layanan perpustakaan di UIN Yogyakarta menurut preferensi mahasiswa.

b. Kegunaan Penelitian

Hasil penelitian ini diharapkan dapat merumuskan suatu langkah-langkah dalam rangka perbaikan mutu/kualitas pelayanan fasilitas pendukung di UIN Sunan Kalijaga Yogykarta terhadap mahasiswa. Manfaat penelitian ini dapat dirinci sebagai berikut :

1. Dapat mengetahui apa yang perlu diprioritaskan oleh UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta dalam meningkatkan kualitas pelayanan fasilitas pendukung demi tercapainya kepuasan mahasiswa.
2. Memberikan usulan perbaikan berkelanjutan kepada UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta mengenai layanan fasilitas pendukung.

II. LANDASAN TEORI

II.1. Teori Nilai Guna (*Utility*)

Secara historis, teori nilai guna (*utility*) merupakan teori yang terlebih dahulu dikembangkan untuk menerangkan kelakuan individu dalam memilih barang-barang yang akan dibeli dan dikonsumsinya. Dapat dilihat bahwa analisis tersebut telah

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

memberi gambaran yang cukup jelas tentang prinsip-prinsip pemaksimuman kepuasan yang dilakukan oleh orang-orang yang berfikir secara rasional dalam memilih berbagai barang keperluannya.

Teori nilai guna atau *utility* yaitu teori ekonomi yang mempelajari kepuasan atau kenikmatan yang diperoleh seorang konsumen dari mengkonsumsikan barang-barang. Kalau kepuasan itu semakin tinggi maka semakin tinggi nilai guna atau utility-nya. Sebaliknya semakin rendah kepuasan dari suatu barang maka utilitynya semakin rendah pula (Rama, 2011).

Sementara M Abraham Garcia-Torres (2011) dalam *" Consumer Behaviour Theory : Utility Maximization and the seek of Novelty "* membagi nilai guna menjadi dua. Berdasarkan dua tindakan ekonomi yang dilakukan konsumen, Dua tindakan ini saling berhubungan :

1. " Nilai Guna Keputusan (*Decision Utility*)" yang berhubungan dengan Tindakan pembelian (*action of Purchasing*) ". Dalam tindakan pembelian konsumen membeli beberapa barang pada waktu yang bersamaan. dan sebelum melakukan pembelian konsumen harus memutuskan barang yang mana yang akan dia beli.
2. " Nilai Guna Pengalaman (*Experienced Utility*) " Yang berhubungan Dengan Tindakan Konsumsi (*action of Consumption*) dengan kapasitas pemenuhan kepuasan dari barang tersebut.

II.2.Analisis Konjoin

Analisis konjoint adalah salah satu teknik analisis yang termasuk ke dalam analisis multivariat. Analisis konjoin ini mencoba menentukan kepentingan relatif yang dikaitkan pelanggan pada atribut yang penting dan utilities yang mereka kaitkan pada tingkatan atau level atribut.

Asumsi yang mendasari teknik ini adalah bahwa setiap stimulus, seperti produk, merek atau toko dievaluasi sebagai perangkat atribut atau *bundle of atributies*. Sehingga analisis konjoin membangun atau mengembangkan *parth-worth* atau fungsi *utility* (fungsi kegunaan/manfaat).

Model dasar *conjoint analysis* dapat dirumuskan sebagai berikut (Supranto, 2004):

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$$U(x) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{k_i} a_{ij} x_{ij}$$

dengan

$U(x)$ = seluruh utility dari suatu alternatif (*overall utility of an alternative*)

a_{ij} = sumbangan utility yang terkait dengan level ke-j

k_i = banyaknya level atribut i

m = banyaknya atribut

i= 1, 2, ... , m (atribut ke i)

j = 1, 2, ... , k_i (level ke-j)

$$x_{ij} \begin{cases} = 1, \text{kalau level ke}-j \text{ dari atribut ke}-i \text{ terjadi} \\ = 0, \text{kalau tidak} \end{cases}$$

Pentingnya suatu atribut, misalnya I_i didefinisikan dan dinyatakan dalam kisaran *parth-worth*. G_{ij} melintasi level dari atribut, yaitu:

I_i = { max(a_{ij}) – min (a_{ij})}, untuk setiap i

Pentingnya atribut, dinormalkan (*normalized*) untuk meyakinkan kepentingan relatifnya dengan atribut lainnya, W_i

$$W_i = \frac{I_i}{\sum_{i=1}^{m} I_i}$$

Sehingga $\sum_{i=1}^{m} W_i = 1$

III.METODE PENELITIAN

Teknik analisis data yang digunakan dalam penelitian dengan menggunakan analisis konjoin. Untuk menganalisis data penelitian ini digunakan bantuan program SPSS versi 12 (Ghozali, 2006)

Adapun tahap-tahap penelitiannya adalah sebagai berikut :

	Menentukkan atribut/faktor dan sub atribut/level	
Tahap 1	Metode	Observasi dan wawancara
	Peserta	Mahasiswa selaku konsumen dan pihak pemberi layanan (pengurus)
	Tujuan	Mengetahui faktor-faktor yang dibutuhkan dan diinginkan dalam proses keputusan menggunakan jasa pelayanan fasilitas di UIN Yogyakarta

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Tahap 2	Menentukkan skenario kuesioner	
	Metode	Reduksi dengan program SPSS
	Peserta	Peneliti
	Tujuan	Menentukkan bentuk kuesioner

Tahap 3	Menentukan Preferensi Konsumen/Mahasiswa	
	Metode	Survei dengan kuesioner dengan skala rating
	Tujuan	Mengetahui atribut yang disukai dan tidak disukai

Tahap 4	Analisis Data	
	Metode	Analisis Konjoin dengan program SPSS
	Tujuan	Mendapatkan rata-rata kepentingan (*averaged importance*) faktor dan kepuasan (*utility*) setiap sub atribut.

Tahap 5	Hasil dan Rekomendasi	
	Tujuan	1. Mengetahui preferensi mahasiswa terhadap pelayanan fasilitas 2. Mengukur tingkat kepuasan mahasiswa 3. Usulan perbaikan layanan 4. Peningkatan kualitas layanan

Gambar 1. Alur Tahapan Penelitian

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

Responden pada penelitian preferensi layanan perpustakaan UIN Yogyakarta berjumlah 150 mahasiswa. Sebelum dilakukan analisis konjoin maka perlu dilakukan analisis karakteristik responden pengguna layanan perpustakaan.

4.1. Analisis Karakteristik Responden Perpustakaan

Adapun hasil tabulasi persentase dapat dilihat pada tabel di bawah.

Tabel 4.1. Karakteristik Responden Pengguna Layanan Perpustakaan

Atribut	Subatribut	Jumlah	Persentase
Jenis Kelamin	Laki-laki	55	36,67
	Perempuan	95	63,33
Asal Daerah	DIY	41	27,33
	Jateng	66	44,00
	Jabar	9	6,00
	Jatim	9	6,00
	Lainnya	25	16,67
Tempat Tinggal	Rumah Ortu	34	22,67
	Kost	72	48,00
	Lainnya	44	29,33
Rata-rata Kunjungan ke Perpustakaan per Minggu	< 2 kali	58	38,67
	2-3 kali	68	45,33
	3-4 kali	16	10,67
	>5 kali	8	5,33

Responden pada penelitian ini terdiri dari perempuan 95 (63,33%) dan laki-laki 55 orang (36,67%). Asal responden sebagian besar dari Jawa Tengah (44%), DIY (27,33%), Jawa Barat dan Jawa Timur masing-masing 6% dan yang berasal dari luar pulau Jawa ada sebesar 16,67%. Responden yang berasal dari luar pulai Jawa diantaranya Palembang, Riau, Padang, NTB dan lain-lain. Responden penelitian ini yang tinggal bersama orang tua sebanyak 22, 67%, kost 48% dan lainnya tinggal di pondok pesantren atau di masjid sebagi takmir (29,33%).

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Rata-rata responden yang mengunjungi perpustakaan sekali per minggu ada 58 orang (38,67%) dan responden yang datang 2 - 3 kali ada sebanyak 68 (45,33%). Sebanyak 16 orang rata-rata mengunjungi perpustakaan per minggu 3 – 4 kali dan sisanya 8 orang (5,33%) lebih dari 5 kali per minggu mendatangi perpustakaan. Hasil selengkapnya dapat dilihat pada gambar di bawah ini.

4.2. Analisis Tingkat Kepuasan

Pengukur tingkat kepuasan layanan perpustakan terdiri dari banyaknya koleksi referensi, sikap dan kecepatan pustakawan, OPAC dan kenyaman ruang baca. Hasil survei memperlihatkan hasil sebagai berikut :

Tabel 4.2. Penilaian respoden terhadap koleksi, OPAC dan ruang baca perpustakaan

Atribut	Penilaian	Jumlah	Persentase
Koleksi referensi	sangat relevan	4	2,67
	relevan	85	56,67
	kurang relevan	57	38,00
	tidak relevan	4	2,67
OPAC	sangat efektif	16	10,67
	efektif	94	62,67
	kurang efektif	40	26,67
	tidak efektif	0	0,00
Ruang Baca	sangat nyaman	46	30,67
	nyaman	97	64,67
	kurang nyaman	7	4,67
	tidak nyaman	0	0,00
Pustakawan	Sangat memuaskan	7	4,67
	Memuaskan	98	65,33
	Kurang memuaskan	40	26,67
	Tidak Memuaskan	5	3,33

Untuk koleksi referensi yang telah disediakan oleh pihak perpustakaan UIN Yogyakarta, dirasakan sudah relevan dengan kebutuhan yang diminta oleh para

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

mahasiswa. Hal ini dibuktikan sebanyak 56,67% menjawab sudah relevan. Fasilitas penelusuran referensi melalui jalur OPAC dirasakan sudah membantu dan efektif (62,67%) dan tidak ada yang menjawab bahwa penelusuran melalui OPAC tidak efektif. Hasil survei menunjukkan bahwa ruang baca yang disediakan oleh perpustakaan sudah sangat nyaman (30,67%) dan yang merasakan bahwa fasilitas ruang baca nyaman (64,67%) hanya sebanyak 4,67% menjawab ruang baca di perpustkaan kurang nyaman. Para responden menilai bahwa sikap dan kecepatan pustakawan dalam melayani para mahasiswa sudah sangat memuaskan (5%) , memuaskan (65%), kurang memuaskan (27%) dan hanya 3% yang menjawab tidak memuaskan.

4.3. Analisis Preferensi Perpustakaan

Analisis preferensi mahasiswa terhadap layanan perpustakaan UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta menggunakan 4 atribut yaitu jumlah referensi (buku, jurnal dll) yang bisa dipinjam, lamanya peminjaman, bantuan penelusuran dan support petugas perpustakaan (pustakawan).

Masing-masing atribut tersebut diturunkan lagi menjadi sub atribut. Atribut jumlah referensi yang boleh dipinjam terdiri dari 2 level/sub atribut yaitu di atas 4 (≥ 4) dan kurang dari 4 (< 4). Atribut lamanya peminjaman terbagi menjadi 3 level saja yaitu 1 bulan, 2 minggu dan 1 minggu. Atribut penelurusran terdiri dari 2 level yaitu OPAC dan Katalog sedangkan atribut bantuan peneslusuran terdiri dari 2 level yaitu dengan bantuan pustakawan atau mencari sendiri. Hasil pengolahan dengan menggunakan SPSS 16 , maka output analisis konjoin dapat di lihat pada Lampiran. Hasil rekapitulasi dapat dilihat pada tabel di bawah ini :

Berdasarkan tabel 4.3. dibawah, dapat dijelaskan bahwa responden (mahasiswa) menganggap bahwa lamanya peminjaman referensi merupakan faktor atau atribut terpenting (40,014%). Faktor penting ke dua adalah penelusuran bahan referensi (24,469%), faktor penting ke tiga support/bantuan penelusuran (20,001%) dan faktor jumlah buku yang boleh dipinjam menempati urutan terakhir (keempat) dengan tingkat kepentingan 15,516%.

Dari hasil analisis konjoin dapat diamati bahwa pada atribut lamanya peminjaman responden lebih menyukai level/sub atribut lama peminjaman 1 bulan. Hal ini ditunjukkan dengan utility tertinggi 0,769 dibandingkan nilai utility pada sub atribut

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

yang lain (2 minggu dan 1 minggu). Responden pada survei ini tidak menyukai lama peminjaman 1 minggu, karena nilai utility negatif (-0,352).

Tabel 4.3. Tingkat Utility dan Kepentingan Layanan Perpustakaan

		Utility Estimate	Importance value
Lama	1 bulan	0.769	40.014
	2 minggu	0.417	
	1 minggu	-0.352	
Jumlah	>= 4	0.110	15.516
	< 4	0.010	
Support	Pustakawan	-0.235	20.001
	Sendiri	-0.470	
Penelusuran	OPAC	1.840	24.469
	Katalog	0.679	
(Constant)		7.489	

Untuk atribut jumlah referensi yang bisa dipinjam ternyata responden menyukai level yang pertama (≥ 4) dibandingkan dengan level ke dua (< 4) . Hal ini dibuktikan dengan nilai utility level pertama lebih besar dibandingkan nila utility level ke dua.

Atribut ke tiga, yaitu bantuan penelusuran dengan batuan pustakawan atau mencari sendiri mempunyai nilai negatif, berarti bahwa sub atribut ini tidak disukai oleh responden.

Responden menyukai penelusuran referensi dengan menggunakan bOPAC dibandingkan dengan mencari melalui katalog. Nilai utility ke dua level ini berturut-turut adalah 1,840 (OPAC) dan 0,679 (Katalog).

Tabel 4.4. Nilai Pearson dan Kendalls Tau

	Value	Sig.
Pearson's R	.531	.017
Kendall's tau	.471	.024
Kendall's tau for Holdouts	-1.000	.

Untuk menguji keandalan dan reliabilitas model yang telah dibentuk maka perlu dilihat uji Pearson dan Kendalls tau, hasilnya dapat dilihat pada tabel 4.4. diatas.

Tabel di atas memperlihatkan nilai *predictive accuracy* dan uji signifikansi. Nilai Pearson's R sebesar 0,531 dan Kendall's Tau sebesar 0,471, menunjukkan adanya korelasi antara analisis konjoin dengan jawaban responden yang sebenarnya. Sedangkan nilai Sig sebesar 0.017 (Pearson's R) dan 0.024 (Kendall's tau) uji ini signifikan pada taraf nyata 5%.

V. KESIMPULAN

Mahasiswa pengunjung perpustakaan sebagian besar perempuan (63,33%) dan laki-laki (36,67%). Tempat tinggal mahasiswa pengguna layanan ini 48% kos, 22,67% rumah orang tua dan 29,33% tinggal di pondok pesantren, mesjid atau di rumah saudara. Dalam satu minggu rata-rata mahasiswa mengunjungi perpustakaan 1 kali (38,67%) dan sebanyak 45,33% mengunjungi perpustakaan 2 – 3 kali setiap minggu.

Prioritas utama atribut pada layanan perpustakaan berdasarkan preferensi mahasiswa adalah : lamanya peminjaman (1 bulan), penelusuran literatur (OPAC) dan jumlah literatur yang bisa dipinjam (≥ 4).

Tingkat kepuasan responden terhadap pelayanan perpustakaan secara keseluruhan sudah memuaskan (65%), dimana hal ini ditunjang dengan kelengkapan bahan referensi yang sudah cukup relevan dengan kebutuhan mahasiswa (56,67%). Penggunaan OPAC sebagai alat bantu penelusuran sudah efektif (62,67%) dan ruang baca sudah nyaman (64,67%).

DAFTAR PUSTAKA

Ghozali, Imam. 2006. *Aplikasi Analisis Multivariate Dengan Program SPSS*. Badan Universitas Diponegoro. Semarang.

Gustafsson, A., et al., 2007, *Conjoint Measurement methodes and Applications, f*ourth Editions, Springer Verlage-Berlin

Hair, J. et.al. 1998, *Multivariate Data Analysis*, 5th edition, Prentice Hall, New-Jersey.

Jhonson, R.A., and Dean, W.W., 2000. *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Prentice Hall. New Jersey.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Simamora, B., 2002. *Analisis Multivariat Pemasaran*. PT Gramedia Pustaka Utama. Jakarta.

Supranto, J., 2004. *Analisis Multivariat Arti dan Interpretasi*. PT Rineka Cipta. Jakarta

http://ramaalessandro2.multiply.com/journal/item/2. Teori Nilai Guna. Diakses 8 Mei 2011.

http:// garcia.unu-merit.nl. Garcia-Torres M. abraham, "*Consumer Behaviour Theory : utility Maximization and The seek Of Novelty*", Diakses 8 Mei 2011.

https://www.washington.edu/uware/spss/docs/SPSS%20Conjoint%2017.0.pdf. Di akses : 7 Agustus 2011.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

S - 5

Penerapan Grafik dan Studi Simulasi Hotelling T^2 Triviat pada Kualitas Parfum Remaja dari Perusahaan "X"

Fitria Puspitoningrum[1], Adi Setiawan[2] dan Hanna A. Parhusip[2]
[1] Mahasiswa Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Matematika Universitas Kristen Satya Wacana
Jl.Diponegoro 52-60 Salatiga 50711, e-mail: *fitri.puspita99@yahoo.com*
[2] Dosen Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Matematika Universitas Kristen Satya Wacana
Jl.Diponegoro 52-60 Salatiga 50711

Abstrak

Grafik pengendali merupakan salah satu metode yang digunakan untuk mengendalikan kualitas produk. Makalah ini menjelaskan tentang penerapan grafik Hotelling T^2 trivariat dengan dipilih α = 0.0027 yang menitik beratkan adanya korelasi signifikan antara karateristik satu dengan karateristik lain yang telah ditetapkan sebagai pengendali kualitas parfum remaja dari perusahaan "X". Berdasarkan grafik tersebut dapat dibuat perbandingan ellipsoida spesifikasi dengan ellipsoida proses untuk menghitung indeks kemampuan proses yang menghasilkan nilai lebih dari 1. Simulasi dilakukan untuk membuat data baru yang berdistribusi normal trivariat dengan mean dan kovariansi berdasarkan data real. Hasil simulasi memberikan hasil prosentase titik yang di luar kendali mendekati α = 0.0027 untuk ukuran sampel yang cukup besar.
Kata Kunci: Grafik *Hotelling* T^2 Trivariat, Koefisien Korelasi, Indeks Kemampuan Proses, Simulasi.

1. Pendahuluan

1.1 Latar Belakang

Dalam metode statistik pengendalian kualitas produk digambarkan dengan menggunakan grafik pengendali yang diperoleh dari informasi pengambilan sampel, pengujian dan evaluasinya (Montgomery, 1990). Salah satu grafik pengendali dalam statistik dengan menggunakan grafik *Hotelling* T^2 yang pernah diperkenalkan oleh Harold Hotelling pada tahun 1947 dengan menggunakan data pembidik bom selama Perang Dunia II. Grafik ini merupakan hasil generalisasi dari distribusi-*t*. Dalam makalah ini akan diterapkan penggunaan grafik *Hotelling* T^2 terhadap 3 karateristik yang telah ditetapkan sebagai pengendali kualitas parfum remaja pada perusahaan "X".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas dapat dirumuskan permasalahan yaitu bagaimana menerapkan grafik *Hotelling* T^2 trivariat dengan menitikberatkan adanya korelasi signifikan antara karateristik satu dengan karateristik lainnya. Berdasarkan grafik tersebut dapat digunakan untuk membuat perbandingan batas ellipsoida

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

spesifikasi dan batas ellipsoida proses, studi simulasi digunakan untuk membandingkan prosentase titik di luar kendali antara hasil simulasi dengan penerapan semula.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini yaitu menerapkan grafik *Hotelling* T^2 trivariat pada 3 karateristik kualitas parfum remaja, memperoleh nilai indeks kemampuan proses, serta membandingkan antara prosentase titik di luar kendali hasil dari simulasi dengan penerapan semula.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian ini adalah mengetahui prosentase titik yang berada di luar kendali serta nilai indeks kemampuan proses dari hasil simulasi yang tidak berbeda dengan perhitungan pada penerapan semula.

2. Metode Penelitian

2.1 Penerapan

Diketahui sampel berdistribusi normal yang terdiri dari q karakteristik kualitas, dengan m menggambarkan banyaknya sampel, dan masing – masing sampel berukuran *n*, rataan (*mean*) dan variansi (*variance*) sampel dihitung dari

$$\bar{x}_{jk} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_{ijk}$$

$j = 1, 2, \ldots, q$ dan $k = 1, 2, \ldots, n,$

$$S_{jk}^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_{ijk} - \bar{x}_{jk}\right)^2$$

$j = 1, 2, \ldots, q$ dan $k = 1, 2, \ldots, n$. Dalam hal ini $\bar{x}_{jk}$ adalah pengamatan ke–*i* pada karateristik kualitas ke-*j* dalam sampel ke-*k*. Kovariansi (*kovariance*) antara karateristik kualitas *j* dan karateristik kualitas *h* pada sample ke- *k* adalah

$$S_{jhk} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_{ijk} - \bar{x}_{jk}\right)\left(x_{ihk} - \bar{x}_{hk}\right)$$

$k = 1,2,\ldots,m$ dan $j \neq h$. Selanjutnya dari ketiga persamaan di atas dapat dihitung meliputi seluruh *m* sampel untuk memperoleh

$$\bar{\bar{x}}_j = \frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m}\bar{x}_{jk} \qquad j = 1,2,\ldots,q$$

$$\bar{S}_j^2 = \frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m} S_{jk}^2 \qquad j = 1,2,\ldots,q$$

dan

$$\bar{S}_{jh} = \frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m} S_{jhk} \qquad j \neq h\,.$$

Sedangkan $\bar{\bar{x}}_j$ merupakan elemen dari vektor rataan $\bar{\bar{x}}$ dan matriks kovariansi S dapat disusun menjadi

$$S = \begin{bmatrix} S_1^2 & S_{12} & \cdots & S_{1q} \\ & S_2^2 & \cdots & S_{2q} \\ & & \vdots & \vdots \\ & & & S_q^2 \end{bmatrix}.$$

Nilai T^2 untuk masing – masing sampel adalah

$$T_j^{\,2} = m\left(\bar{x} - \bar{\bar{x}}\right)S^{-1}\left(\bar{x} - \bar{\bar{x}}\right)' \tag{1}$$

dengan n adalah ukuran masing masing sampel dan S^{-1} merupakan invers dari matriks kovariansi S (Montgomery, 2001). Batas grafik pengendali dapat ditentukan dari persamaan

$$BPA = \left(\frac{q(m+1)(m-1)}{m(m-q)}\right)F_{\alpha,q,(q,m-q)} \tag{2}$$

dengan BPA adalah Batas Pengendali Atas, m menggambarkan banyak sampel, dan α adalah prosentase kesalahan proses yang diijinkan (Montgomery, 2001). Jika nilai T^2 untuk sampel ke-j, yaitu $T_j^2 > BPA$, hal ini menunjukkan sampel ke-j di luar kendali (Young, 1999).

2.2 Indeks Kemampuan Proses Multivariat

Indeks Kemampuan Proses Multivariat (*Multivariate Capability Process*) adalah suatu indeks proses yang menunjukkan nilai rasio antara penyebaran (variabilitas) spesifikasi produk yang diijinkan dan penyebaran proses aktual yang melibatkan lebih dari satu variabel. Ada beberapa macam metode perhitungan indeks kemampuan proses, salah satunya adalah metode indeks kemampuan proses MC_{pm} (Zahid, 2008). Perhitungan nilai indeks kemampuan proses MC_{pm} ini didefinisikan sebagai rasio dari dua volume yaitu

$$MC_{pm} = \frac{vol(R_1)}{vol(R_2)}$$

dengan R_1 merupakan daerah ellips spesifikasi, sedangkan R_2 merupakan daerah proses $100(1-\alpha)\%$. Jika data berdistribusi normal multivariat maka R_2 berbentuk ellips sedangkan R_1 merupakan ellips terbesar yang berada dalam daerah spesifikasi dan berpusat pada target dengan volume R_1 adalah

$$vol(R_1) = \frac{2\prod_{i=1}^{p}\mu_i}{p}\,\frac{\pi^{p/2}}{\Gamma(p/2)}$$

dengan μ_i merupakan nilai tengah spesifikasi ke-i ($i=1,2,3,...,p$).

Volume R_2 dapat dituliskan dalam bentuk

$$vol(R_2) = |S|^{1/2}(\pi K(p))^{p/2}\left[\Gamma(p/2+1)\right]^{-1} \times \left[1+(x-\mu)S^{-1}(x-\mu)'\right]^{1/2}$$

dengan $K(p)$ merupakan kuantil $100(1-\alpha)\%$ dari distribusi χ^2 dengan derajat bebas p, S adalah matriks kovariansi.

Nilai estimasi indeks MC_{pm} ditentukan dengan rumus

$$M\hat{C}_{pm} = \frac{vol(R_1)}{|S|^{1/2}(\pi K(p))^{p/2}\left[\Gamma(p/2+1)\right]^{-1}} \times \frac{1}{\left[1+\frac{m}{m-1}\left(\bar{x}-\mu\right)' S^{-1}\left(\bar{x}-\mu\right)\right]^{1/2}}$$

atau

$$M\hat{C}_{pm} = \frac{\hat{C}_p}{\hat{D}} \qquad (3)$$

dengan

$$\hat{C}_p = \frac{vol(R_1)}{|S|^{1/2}(\pi K(p))^{p/2}\left[\Gamma(p/2+1)\right]^{-1}}$$

$$\hat{D} = \left[1+\frac{m}{m-1}\left(\bar{x}-\mu\right)' S^{-1}\left(\bar{x}-\mu\right)\right]^{1/2}.$$

Notasi $|\bullet|$ menyatakan nilai determinan, notasi $\bar{x}$ menyatakan vektor rata-rata data dan $\Gamma(\bullet)$ menyatakan fungsi *gamma* (Pan & Lee,2009).

Menurut Zahid (2008) Jika nilai indeks lebih dari 1 maka proses mempunyai variasi lebih kecil dibandingkan dengan batas spesifikasi sehingga dapat dikatakan proses produksi telah berjalan dengan baik. Sebaliknya, jika indeks bernilai kurang dari 1 hal tersebut menunjukkan variasi proses lebih besar daripada batas spesifikasi perusahaan, artinya proses tersebut banyak menghasilkan produk yang tidak sesuai dengan spesifikasi. Komputasi dilakukan dengan bantuan *software Matlab 6.5* dan paket program *R.*

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder dari produk parfum remaja yang diproduksi pada perusahaan "X" selama periode April 2010 hingga Desember 2010. Data produk parfum remaja ini merupakan 3 macam karateristik kualitas yang telah ditetapkan sebagai pengendali kualitas parfum remaja yaitu pH dengan batas spesifikasi perusahaan 4 – 8, *refractive index (RI)* atau indeks bias parfum remaja setelah dikemas dengan batas spesifikasi perusahaan 1.349 – 1.369 dan masa jenis parfum remaja dengan batas spesifikasi perusahaan adalah 0.884 – 0.930.

3. Hasil dan Pembahasan

3.1 Penerapan Grafik *Hotelling* T^2

Dalam makalah ini diterapkan penggunaan grafik *Hotelling* T^2 trivariat pada karateristik kualitas parfum remaja dengan menitikberatkan adanya korelasi antara karateristik satu dengan lainnya. Dimisalkan sebagai variabel x_1 = pH dalam parfum remaja, x_2 = *refractive index (RI)* atau indeks bias parfum remaja setelah dikemas dan x_3 = massa jenis parfum remaja. Uji korelasi *Pearson* menunjukkan adanya korelasi signifikan yaitu untuk variabel x_1 dan x_2 koefisien korelasi sebesar 0.168, untuk variabel x_1 dan x_3 koefisien korelasinya adalah -0.155 sedangkan untuk variabel x_2 dan x_3 adalah -0.658 (tingkat signifikan α = 0.01). Penerapan grafik Hotelling T^2 trivariat berdasarkan persamaan (1) pada tiga variabel dan dipilih $\alpha = 0.0027$ diperoleh vektor rataan $\bar{\bar{x}} = [\ 6.8297 \quad 1.3626 \quad 0.9131\ ]$, dan matriks kovariansi

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$$S=\begin{bmatrix}0.1269 & 8.2\times10^{-5} & -0.541\times10^{3}\\ 8.2\times10^{-5} & 1.8821\times10^{-6} & -8.8477\times10^{-6}\\ -0.541\times10^{3} & -8.8477\times10^{-6} & 9.6101\times10^{-5}\end{bmatrix}.$$

Untuk lebih jelas penerapan persamaan (1) berikut ini contoh perhitungan sampel ke-1 dari 3 variabel karateristik yaitu $x_1=\left[6.80 \quad 1.364 \quad 0.9028\right]$, sehingga nilai untuk

$$\begin{aligned}x_1-\bar{\bar{x}}&=\left[6.80 \quad 1.364 \quad 0.9028\right]-\left[6.8297 \quad 1.3626 \quad 0.9131\right]\\&=\left[-0.0297 \quad 0.0014 \quad -0.0103\right].\end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (1) diperoleh

$$T_1^2=\left[-0.0297 \quad 0.0014 \quad -0.0103\right]\times\begin{bmatrix}0.1269 & 8.2\times10^{-5} & -0.541\times10^{3}\\ 8.2\times10^{-5} & 1.8821\times10^{-6} & -8.8477\times10^{-6}\\ -0.541\times10^{3} & -8.8477\times10^{-6} & 9.6101\times10^{-5}\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}-0.0297\\ 0.0014\\ -0.0103\end{bmatrix}$$

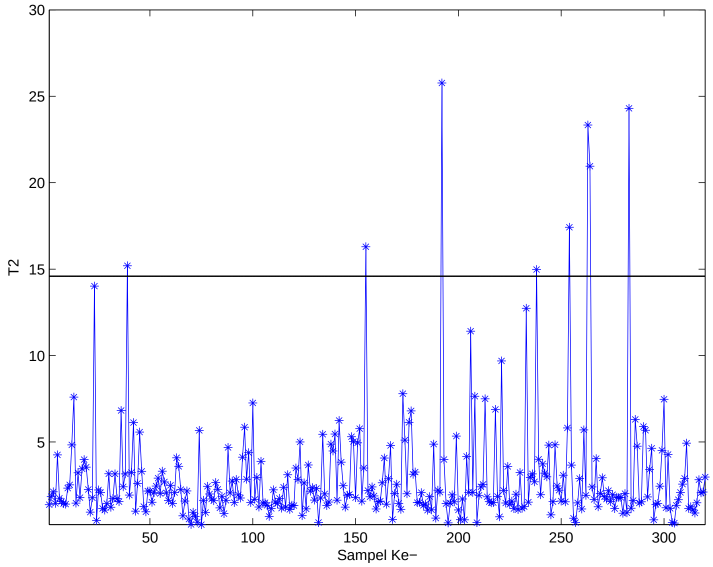
$$=1.3762$$

dan berdasarkan persamaan (2) diperoleh *BPA* = 14.5905, hal ini berarti bahwa nilai *Hotelling* T^2 sampel ke-1 berada di bawah *BPA*. Pengamatan tersebut diperoleh hasil 8 titik di atas *BPA* yang ditunjukkan pada Tabel 1 dan Gambar 1.

Tabel 1. Hasil Pengamatan 3 variabel Sampel yang Berada di Atas *BPA*

Sampel Ke-	Nilai T^2
39	15.1969
155	16.2953
192	25.7646
238	14.9772
254	17.4195
263	23.3349
264	20.9547
283	24.2986

Berdasarkan pengamatan tersebut, jika urutan titik sampel dibandingkan dengan pengamatan sampel terhadap 2 variabel (Puspitoningrum et.al, 2011) yang berada di atas *BPA* diperoleh persamaan urutan titik sampel. Hal ini menunjukkan nilai T^2 merupakan akumulasi dari nilai ketiga sampel.



Gambar 1. Grafik Hotelling T^2 dari Pengamatan Tiga Variabel

3.2 Indeks Kemampuan Proses

Bagian ini menunjukkan perhitungan dari perbandingan batas ellipsoida spesifikasi (R_1) dengan batas ellipsoida proses (R_2) untuk α = 0.0027 yang ditunjukkan pada Gambar 2. Persamaan ellipsoida yang memenuhi batas ellipsoida spesifikasi (R_1) ditunjukkan dengan persamaan

$$\frac{(x_1-\mu_1)^2}{a^2}+\frac{(x_2-\mu_2)^2}{b^2}+\frac{(x_3-\mu_3)^2}{c^2}=1\ . \tag{4}$$

Notasi μ merupakan nilai tengah batas spesifikasi, *a*, *b*, *c* merupakan setengah panjang sumbu ellipsoida, sehingga persamaan batas ellipsoida (R_1) menurut persamaan (4) adalah

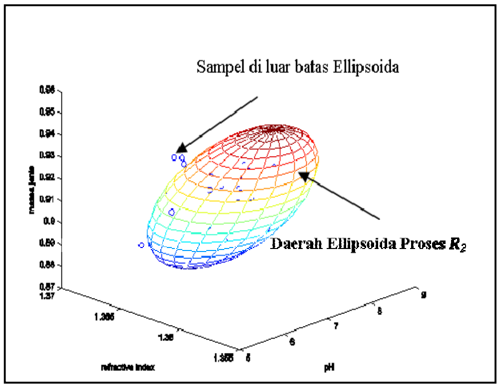
$$\frac{(x_1-6.8504)^2}{2^2}+\frac{(x_2-1.3626)^2}{0.005^2}+\frac{(\mathrm{x}_3-0.907)^2}{0.023^2}=1\ .$$

Berdasarkan perhitungan diperoleh hasil berdasarkan persamaan (3) yaitu

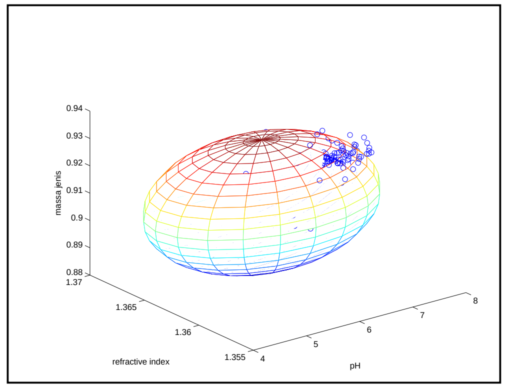
$$M\hat{C}_{pm}=\frac{\hat{C}_p}{\hat{D}}=\frac{12.4786}{3.272322}=3.813378\,.$$

Terlihat bahwa nilai indeks kemampuan proses diperoleh lebih dari 1. Hal ini menunjukkan variasi proses lebih kecil daripada batas spesifikasi perusahaan sehingga dapat disimpulkan bahwa proses produksi parfum remaja sudah dalam keadaan baik.

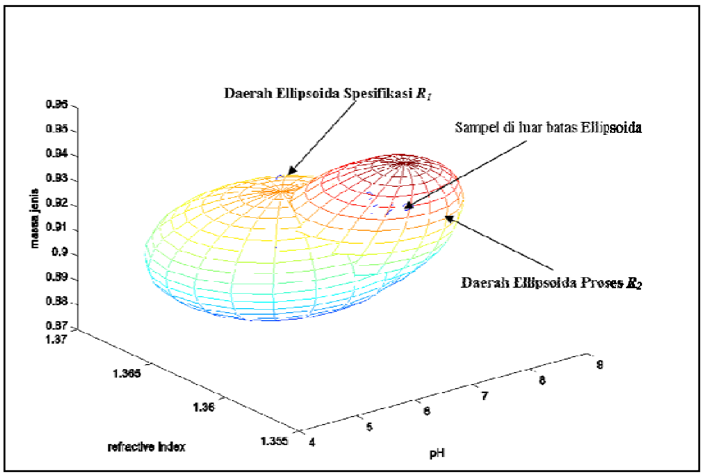
 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3



a. Batas Ellipsoida Proses 99.73%



b. Batas Ellipsoida Spesifikasi Perusahaan



c. Batas Ellipsoida Spesifikasi dengan Proses

Gambar 2. Gambar Perbandingan Batas Ellipsoida

3.3 Studi Simulasi Penerapan Grafik *Hotelling* T^2

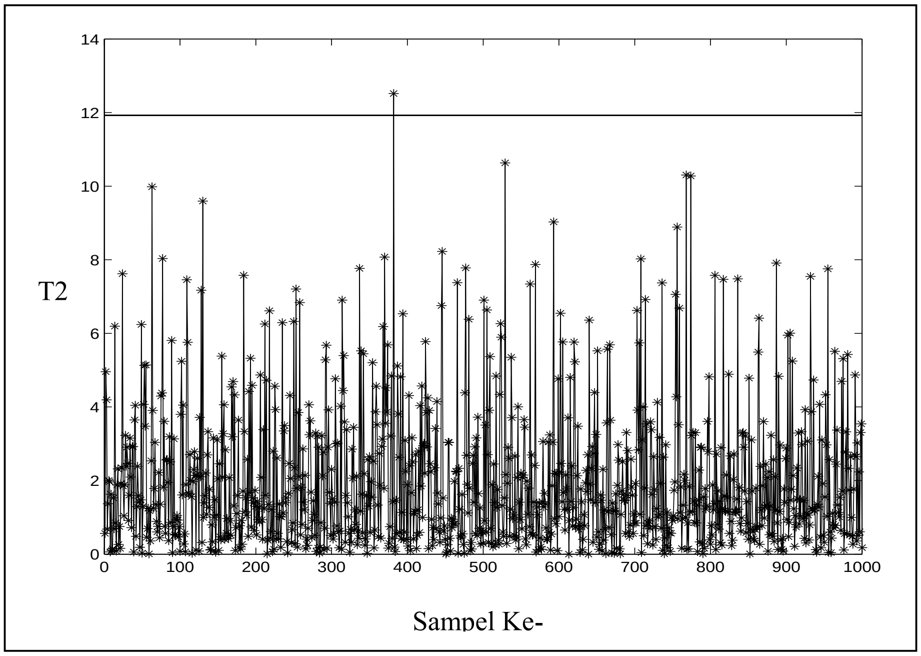
a. Studi Simulasi Bivariat

Pada makalah Puspitoningrum et.al. (2011) telah diterapan grafik *Hotelling* T^2 bivariat pada 3 karateristik kualitas parfum remaja dari perusahaan "X". Dalam makalah ini akan dilakukan simulasi penerapan grafik *Hotelling* T^2 bivariat pada karateristik pH dan *refractive index* untuk menghitung prosentase titik sampel yang berada di atas *BPA* dengan data berdistribusi normal bivariat yang dibangkitkan dari mean dan kovariansi berdasarkan data semula. Diketahui vektor rataan $\bar{\bar{x}} = \begin{bmatrix} 6.8297 & 1.3626 \end{bmatrix}$ dan matrik kovariansi

$$S = \begin{bmatrix} 0.1269 & 0.0001 \\ 0.0001 & 0.0019 \times 10^{-3} \end{bmatrix},$$

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

dibangkitkan data sebanyak *m* titik sampel dan disimulasikan sebanyak 1000 kali pengulangan. Sebagai salah satu contoh penerapan grafik *Hotelling* T^2 hasil simulasi ditunjukkan pada Gambar 3 dan rata – rata banyaknya titik yang berada di atas *BPA* ditunjukan pada Tabel 2 yang menunjukkan proporsi banyaknya titik yang berada di atas *BPA* (*out of control*) mendekati α = 0.0027 untuk jumlah titik sampel yang cukup besar.



Gambar 3. Hasil Simulasi Penerapan Grafik *Hotelling* T^2 dengan 1000 Ukuran Sampel

Tabel 2. Proporsi Titik Sampel yang Berada di Atas *BPA*

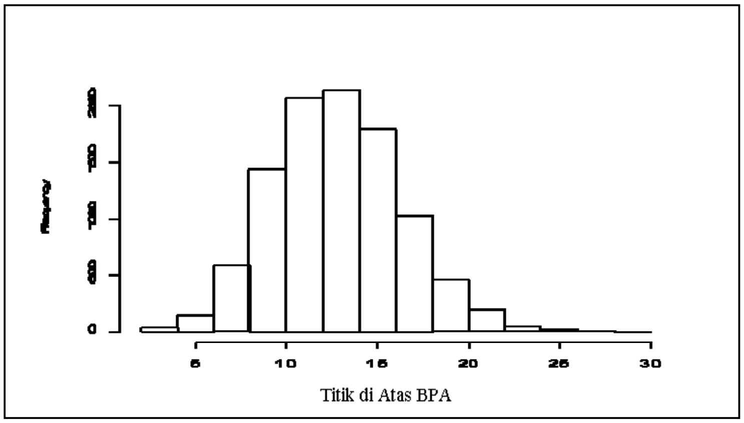
Banyaknya Sampel (*m*)	Rata - Rata Banyaknya Titik di Atas *BPA*	Proporsi Banyaknya Titik di Atas *BPA*
1000	2.511	$2.511/1000 = 0.002511$
2000	5.243	$5.243/2000 = 0.0026215$
3000	7.923	$7.923/3000 = 0.002641$
5000	13.215	$13.215/5000 = 0.002643$

b. Studi Simulasi Trivariat

Berdasarkan vektor rataan dan matriks kovariansi yang diperoleh pada pembahasan sebelumnya serta dipilih α = 0.0027 digunakan untuk membangkitkan *m* titik sampel yang berdistribusi normal trivariat. Titik sampel tersebut dibangkitkan

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

dengan jumlah m yang berbeda-beda dengan simulasi dilakukan sebanyak 10000 kali pengulangan yang ditunjukkan pada Tabel 3. Untuk lebih jelasnya akan diberikan contoh membangkitkan data dengan jumlah sampel sebanyak 5000. Diperoleh α = 0.00256355 dan simulasi menghasilkan perbandingan sampel di atas *BPA* yang dapat ditunjukkan pada histogram Gambar 4 dan sebagai salah satu contoh penerapan grafik *Hotelling* T^2 hasil dari simulasi ditunjukkan pada Gambar 5.

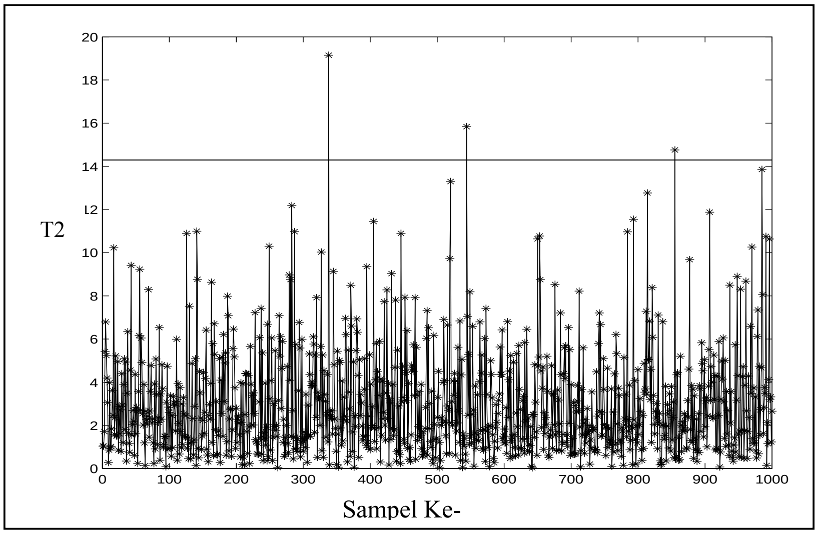


Gambar 4. Histogram Banyaknya Titik Sampel di Atas *BPA* untuk Simulasi 5000 Ukuran Sampel dengan Pengulangan 10000 kali

Secara lengkap hasil simulasi dengan jumlah sampel yang berbeda – beda dapat ditunjukkan pada Tabel 3. Terlihat dari Tabel 3 tersebut menunjukkan bahwa jika ukuran sampel yang disimulasikan bertambah maka proporsi banyaknya titik di atas *BPA* semakin mendekati $\alpha = 0.0027$.

Tabel 3. Proporsi Titik Sampel yang Berada di Atas *BPA*

Banyaknya Sampel (*m*)	Rata - Rata Banyaknya Titik di Atas *BPA*	Proporsi Banyaknya Titik di Atas *BPA*
1000	2.42483	0.00242483
2000	5.1271	0.00256355
5000	7.94304	0.00264768
10000	26.8245	0.00268245



Gambar 5. Hasil Simulasi Penerapan Grafik *Hotelling* T^2 dengan 1000 Ukuran Sampel

3.4 Studi Simulasi Perhitungan Indeks Kemampuan Proses

Dalam studi simulasi ini proses perhitungan tidak jauh berbeda dengan perhitungan indeks kemampuan proses pada pembahasan sebelumnya. Perhitungan diawali dengan penghilangan sampel data yang berada di atas *BPA*, kemudian data dibangkitkan berdasarkan distribusi normal sebanyak m titik sampel dengan pengulangan dilakukan sebanyak 1000 kali, mean dan kovariansi berasal dari data dengan sampel yang berada di atas *BPA* telah dihilangkan. Hasil lebih lengkap untuk simulasi perhitungan indeks kemampuan proses bivariat dan trivariat ditunjukkan pada Tabel 4. Berdasarkan pengamatan Tabel 4, diperoleh rata-rata perhitungan indeks kemampuan proses dari data yang dibangkitkan diperoleh nilai indeks lebih dari satu, hal ini menunjukkan bahwa data yang dibangkitkan menghasilkan nilai yang tidak jauh berbeda dari data semula.

Tabel 4. Hasil Perhitungan Indeks Kemampuan Proses Berdasarkan Simulasi

Banyaknya Titik Sampel (m)	Pengamatan pada Variabel	
	x_1 dan x_2	x_1, x_2 dan x_3
1000	2.420185	3.859933
2000	2.569077	3.833557
3000	2.409063	3.776725
5000	2.463358	3.805475

4. Simpulan dan Saran

Hasil penerapan grafik *Hotelling* T^2 pada pengamatan trivariat diperoleh 8 titik di atas *BPA*, namun proses masih dapat dikatakan baik karena perhitungan nilai indeks kemampuan proses menghasilkan nilai lebih dari 1. Hasil simulasi pada penerapan grafik *Hotelling* T^2, diperoleh nilai prosentase titik di atas *BPA* mendekati α = 0.0027 untuk titik sampel yang cukup besar dan perhitungan indeks kemampuan proses menghasilkan nilai lebih dari 1.

5. Daftar Pustaka

Montgomery, D.C. 1990. *Pengantar Pengendalian Kualitas Statistik.* Alih Bahasa:

Zanzawi Soejoeti.Yogyakarta: Universitas Gadjah Mada, hal. : 3 120.

----------------------. 2001. *Introduction to Statistical Quality Control 4th Edition.* John Wiley & Sons, Inc: USA, page: 515-516.

Pan, Jeh-Nan dan Lee, Chun Yi. 2009. New Capability Indices for Evaluating the

Perfomance of Multivariate Manufacturing Process. *Journal of Quality and Reability Engenering Internasional.* Vol. 26 : 3 –15.

Puspitoningrum, F., Setiawan, A., dan Parhusip, H.A. 2011. Penerapan Grafik *Hotelling* T^2 Bivariat pada Karateristik Kualitas Parfum Remaja dari Perusahaan “X”. *Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika. FKIP, Universitas Sebelas Maret*. tanggal 26 November 2011.

Young, Timothy. 1999. Multivariate Control Chart of MDF and OSB Vertical Density Profile Attributes. *Forest Product Journal*. Vol 49: 79-86

Zahid, Abu. Arifa Sultana. 2008. Assesment and Comparison Of Multivariate Process Capability Indices in Ceramic Industry. *Journal of Mechanical Engeneering* Vol. ME39: 18 – 25

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

S – 6

Studi Simulasi Grafik Pengendali Non Parametrik Berdasarkan Fungsi Distribusi Empirik

Jantini Trianasari Natangku[1], Adi Setiawan[2], Lilik Linawati[2]
[1]Mahasiswa Program Studi Matematika FSM-UKSW
Email : n4n4_020190@yahoo.co.id
[2] Dosen Program Studi Matematika FSM-UKSW

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Matematika
Universitas Kristen Satya Wacana
Jl. Diponegoro 52 – 60 Salatiga 50711

Abstrak

Grafik pengendali Shewhart sering digunakan untuk merepresentasikan kualitas suatu produk secara statistik. Grafik pengendali ini dapat dipergunakan pada data berdistribusi normal namun sering dijumpai data yang tidak berdistribusi normal, sehingga perlu adanya grafik pengendali lain yang dapat digunakan untuk merepresentasikan data tersebut. Grafik yang dimaksud adalah grafik pengendali non parametrik. Penelitian ini akan mengkaji tentang grafik pengendali non parametrik untuk data berdistribusi empirik melalui studi simulasi. Batas – batas grafik pengendali non parametrik diperoleh berdasarkan nilai kuantil dari fungsi distribusi empiriknya. Sampel akan dibangkitkan secara random melalui fungsi berdistribusi Normal dan Gamma serta menggunakan kuantil tipe 1 dan tipe 7 dalam menentukan batas pengendalinya. Dari hasil simulasi diperoleh bahwa semakin banyak titik sampel yang dibangkitkan maka prosentase data yang *out of statistical control* semakin mendekati nilai tingkat signifikansi α yang digunakan yaitu 0.0027 .

Kata kunci : Grafik Pengendali Non Parametrik, Distribusi Empirik, Kuantil.

PENDAHULUAN

Latar Belakang

Pengendalian kualitas harus dilakukan oleh perusahaan untuk menjaga kestabilan kualitas produk yang dihasilkan. Hal tersebut dapat dibentuk melalui *Statistical Process Control* (SPC) yang direpresentasikan melalui grafik pengendali atau *control chart.* Grafik pengendali Shewhart merupakan grafik pengendali yang sering digunakan untuk mengetahui kualitas produk pada data berdistribusi normal, namun terdapat data tidak berdistribusi normal sehingga dipergunakan grafik pengendali non parametrik yang dibangun berdasarkan kuantil fungsi distibusi empirik (Natangku et al., 2011).

Rumusan Masalah

Permasalahan dalam penelitian ini mengenai bagaimana membangun grafik pengendali non parametrikberdasarkan nilai kuantil fungsi distribusi empirik pada data berdistribusi Normal dan berdistribusi Gamma.

Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini yaitu mengimplementasikan nilai kuantil fungsi distribusi empirik untuk membangun grafik pengendali non parametrik melalui simulasi.

Manfaat Penelitian

Hasil penelitian ini bermanfaat membantu memberikan alat bantu untuk proses kualiti kontrol dalam produk.

KAJIAN PUSTAKA

Grafik pengendali dinyatakan dalam gambar sederhana yang terdiri dari dua garis horizontal sebagai batas – batas pengendali meliputi batas pengendali atas atau *upper control limit* (UCL) dan batas pengendali bawah atau *lower control limit* (LCL) serta satu garis sebagai garis tengah atau *centerline* (CL). Menurut Natangku et al. (2011), grafik pengendali non parametrik dapat dibangun melalui fungsi distribusi empirik yang dinyatakan dalam persamaan :

$$F_n\ (x) = \frac{\#\{x_1, x_2, ..., x_n \le x\}}{n} \quad , x \in \Re \tag{1}$$

dengan # menyatakan banyaknya data $x_1, x_2, ..., x_n$. Grafik pengendali non parametrik dibentuk dengan menggunakan batas pengendali berdasarkan nilai kuantil fungsi distribusi empirik. Penelitian ini menggunakan kuantil tipe 1 dan tipe 7 yang didefinisikan sebagai berikut (Wikipedia) :

- Tipe 1

  Merupakan nilai invers dari fungsi distribusi empirik yang dinyatakan pada persamaan (2).

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$$Q_1(p)=\begin{cases} x_{(1)} & , \quad p=0 \\ x_{\left\lceil h-\frac{1}{2}\right\rceil} & , \quad p \; lainnya \end{cases} \tag{2}$$

dengan menggunakan :

$$h = np + \frac{1}{2} \tag{3}$$

Keterangan :

$n =$ banyaknya data,

$p =$ probabilitas kuantil yang diinginkan , $0 < p < 1$,

- $Q_1(p) =$ nilai kuantil tipe ke 1 untuk probabilitas *p*,
- $\lceil h \rceil =$ *ceiling* dari indeks ke *h*,

$x_{(1)} =$ data pertama setelah diurutkan.

- Tipe 7

Merupakan interpolasi linear, dengan menggunakan nilai kuantil pada persamaan (4) yaitu

$$Q_7(p)=\begin{cases} x_{(n)} & , \quad p=1 \\ x_{\lfloor h \rfloor} + (h-\lfloor h \rfloor)(x_{\lfloor h \rfloor+1} - x_{\lfloor h \rfloor}) & , \quad p \; lainnya \end{cases} \tag{4}$$

dan menggunakan nilai *h* pada persamaan (5).

$$h = (n-1)p + 1 \tag{5}$$

dengan

$n =$ banyaknya data,

$p =$ probabilitas kuantil yang diinginkan, $0 < p < 1$,

$Q_7(p) =$ nilai kuantil tipe ke 7 untuk probabilitas *p*,

$\lfloor h \rfloor =$ *floor* dari indeks ke *h*,

$x_{(n)} =$ data ke-*n* setelah diurutkan.

Penelitian ini menyimulasikan *n* titik sampel yang dibangkitkan melalui distribusi Normal (Persamaan (6)) dan Gamma (Persamaan (7)) (Roussas, 1997).

- Distribusi Normal

  Fungsi distribusi Normal dinyatakan dalam persamaan (6).

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad , \quad x \in \Re \tag{6}$$

  Estimasi parameter dari fungsi distribusi normal adalah μ = mean dengan $\mu \in \Re$ dan σ^2 = variansi dengan $\sigma > 0$.

- Distribusi Gamma

  Persamaan untuk fungsi distribusi Gamma dinyatakan di bawah ini.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta} & , \quad x > 0 \\ 0 & , \quad x \le 0 \end{cases} \quad \alpha > 0 \ , \ \beta > 0 \tag{7}$$

  dengan $\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty y^{\alpha-1} e^{-y} dy$. Estimasi parameter yang digunakan dalam distribusi Gamma adalah $\alpha = \frac{\bar{x}^2}{s^2}$ dan $\beta = \frac{s^2}{\bar{x}}$ dengan $\bar{x}$ = mean atau rata – rata sampel dan s^2 = variansi sampel.

METODE PENELITIAN

Data

Penelitian ini menggunakan data univariat yang dibangkitkan secara random melalui fungsi distribusi Normal dan Gamma. Data random yang dibangkitkan secara Normal pada penelitian ini menggunakan $\mu = \bar{x} = 7.315674$ dan $\sigma^2 = s^2 = 0.01844163$ sedangkan data random fungsi Gamma menggunakan parameter $\alpha = \frac{(7.315674)^2}{0.01844163} = \frac{53.51909}{0.01844163} = 2902.08$ dan $\beta = \frac{0.01844163}{7.315674} = 0.002520839$ (Natangku et al., 2011). Simulasi akan dilakukan untuk $n = 1000$ dan $n = 5000$ berdasarkan kuantil tipe 1 dan tipe 7.

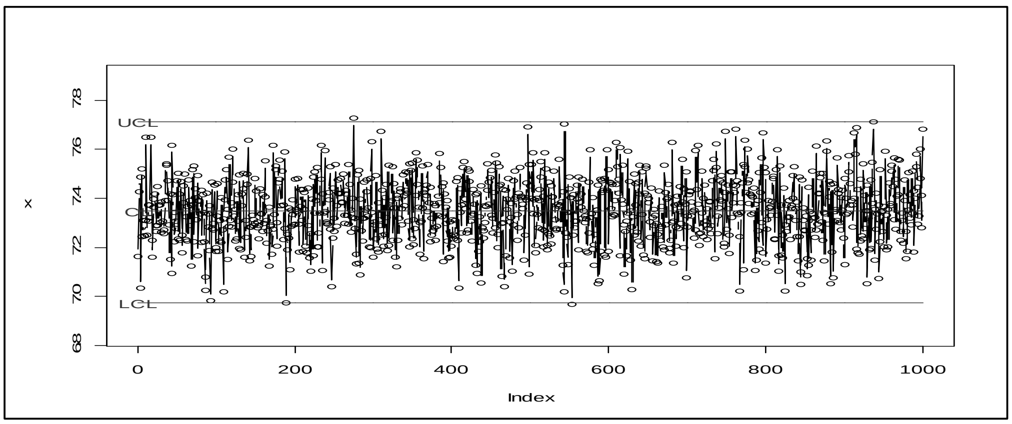
 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Analisis Data

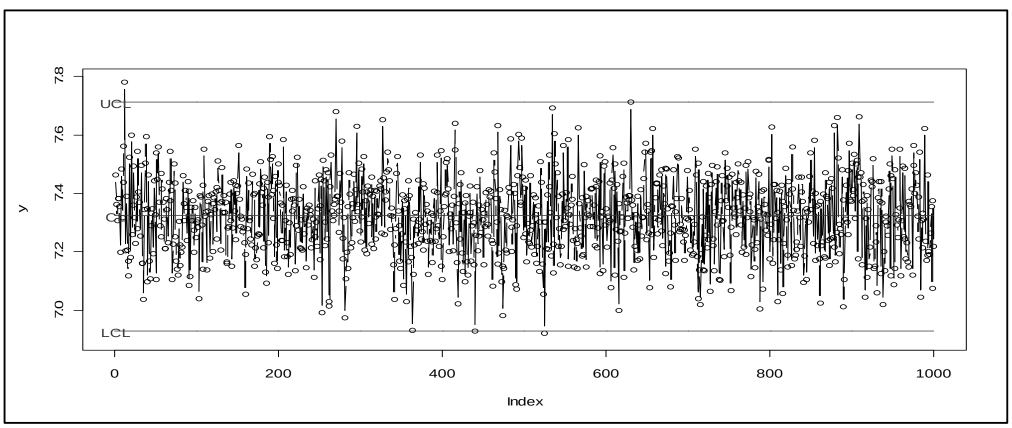
Pada penelitian ini akan diberikan beberapa simulasi dengan *n* titik sampel yang dibangkitkan secara random dari distribusi Normal dan Gamma untuk setiap nilai kuantil tipe 1 dan tipe 7.

- Tipe 1

  Menggunakan persamaan (2) dan (3) dibentuk grafik pengendali non parametriknya untuk $n = 1000$ berdasarkan tipe 1. Grafik pengendali non parametrik yang tersaji pada Gambar 1 untuk sampel berdistribusi Normal dan Gambar 2 untuk sampel berdistribusi Gamma.



Gambar 1. Grafik Pengendali Non Parametrik Normal $n = 1000$ Tipe 1

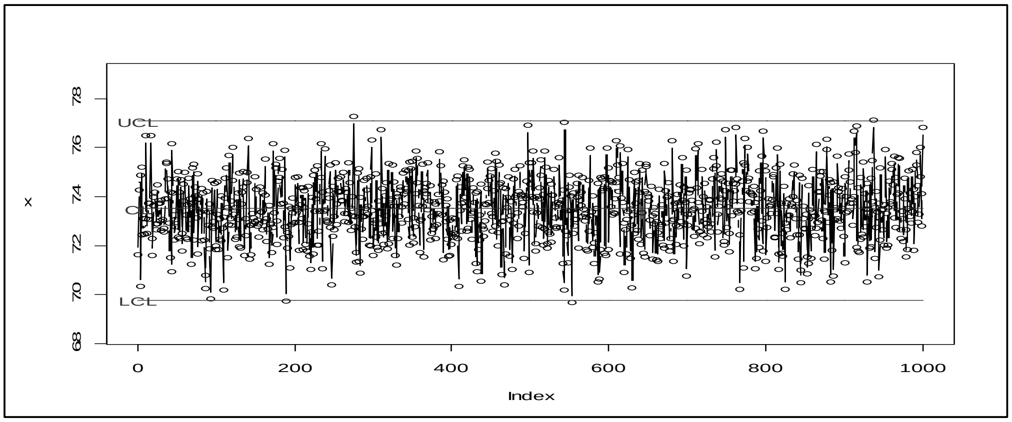


Gambar 2. Grafik Pengendali Non Parametrik Gamma $n = 1000$ Tipe 1

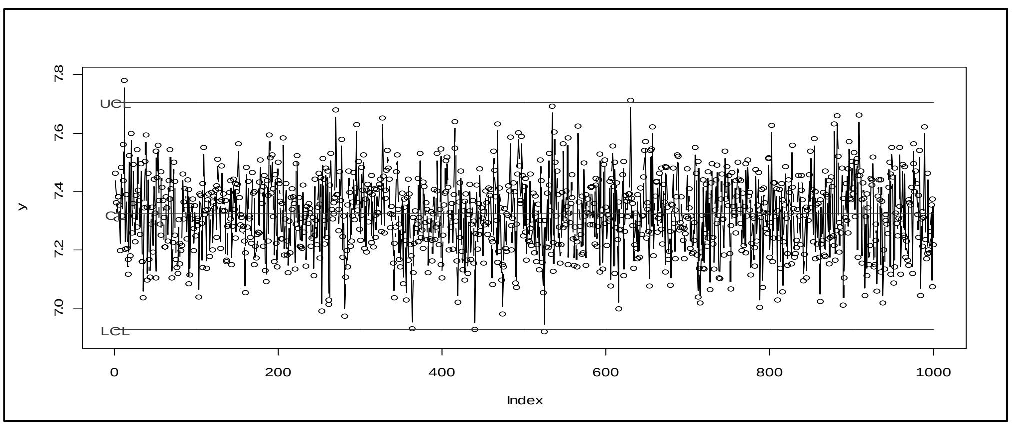
 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

- Tipe 7

Menggunakan persamaan (3) dan (4) dibentuk grafik pengendali non parametriknya untuk $n = 1000$ berdasarkan tipe 7. Grafik pengendali non parametrik untuk sampel berdistribusi Normal tersaji pada Gambar 3 dan Gambar 4 untuk sampel berdistribusi Gamma.



Gambar 3. Grafik Pengendali Non Parametrik Normal $n = 1000$ Tipe 7



Gambar 4. Grafik Pengendali Non Parametrik Gamma $n = 1000$ Tipe 7

Dilakukan proses pembentukan grafik pengendali non parametrik untuk pembangkitan titik sampel $n = 5000$ dan $n = 10000$ berdasarkan kuantil tipe 1 dan tipe 7.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

PEMBAHASAN

Setelah dilakukan simulasi untuk semua data sesuai rancangan simulasi, diperoleh hasil seperti Tabel 1 dan Tabel 2. Tabel 1 menunjukkan hasil batas pengendali untuk sampel berdistribusi Normal dengan tipe 1 dan tipe 7 memberikan batas – batas pengendali yang sama. Demikian pula untuk sampel berdistribusi Gamma baik tipe 1 maupun tipe 7 mempunyai batas – batas pengendali yang sama pula.

Tabel 1. Nilai Batas Pengendali Hasil Simulasi

n	**Batas Pengendali**	**Tipe 1**		**Tipe 7**	
		Distribusi Normal	**Distribusi Gamma**	**Distribusi Normal**	**Distribusi Gamma**
1000	LCL	6.93	6.96	6.93	6.96
	CL	7.35	7.31	7.35	7.31
	UCL	7.79	7.75	7.79	7.75
5000	LCL	6.96	6.91	6.96	6.91
	CL	7.35	7.31	7.35	7.31
	UCL	7.79	7.74	7.78	7.74
10000	LCL	6.95	6.91	6.94	6.91
	CL	7.36	7.32	7.36	7.32
	UCL	7.76	7.74	7.76	7.74

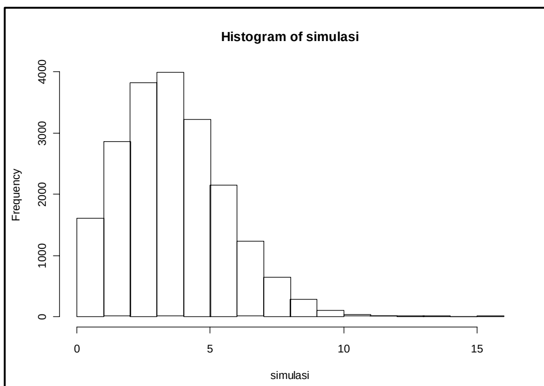
Tabel 2 menunjukkan prosentase titik – titik *out of statistical control* untuk masing – masing *n* titik sampel. Untuk $n = 1000$ yang berdistribusi Normal dan Gamma untuk tipe 1 terdapat 0.2 % sampel berada di luar kontrol. Prosentase titik sampel *out of statistical control* berdasarkan kuantil tipe 1 baik berdistribusi Normal atau Gamma untuk $n = 1000, 5000, \& \ 10000$ masing – masing adalah 0.2%, 0.24% dan 0.26%. demikian pula prosentase untuk kuantil tipe 7 masing – masing 0.4%, 0.28% dan 0.28%.

Berdasarkan Tabel 2 terlihat semakin banyak *n* titik sampel yang dibangkitkan maka titik sampel yang *out of statistical control* makin mendekati nilai tingkat signifikansi α yang digunakan yaitu 0.0027. Hal tersebut berarti semakin banyak titik sampel, tingkat ketelitian untuk titik sampel yang *out of statistical control* makin baik.

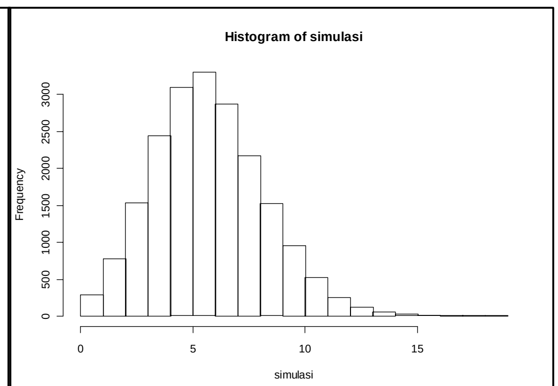
Tabel 2. Prosentase Titik Sampel *Out of Statistical Control* Hasil Simulasi

n	Kuantil Tipe 1		Kuantil Tipe 7	
	Distribusi Normal	Distribusi Gamma	Distribusi Normal	Distribusi Gamma
1000	0.2	0.2	0.4	0.4
5000	0.24	0.24	0.28	0.28
10000	0.26	0.26	0.28	0.28

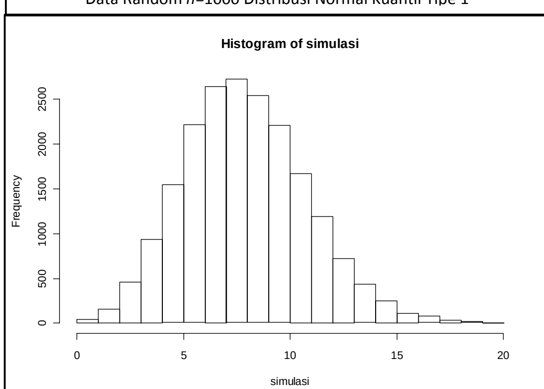
Simulasi dilakukan dengan sampel ukuran $n = 1000$ secara berulang sebanyak bilangan besar B = 20.000 kali untuk sampel berdistribusi Normal dan berdistribusi Gamma berdasarkan tipe 1 dan tipe 7. Hasil titik sampel *out of statistical control* untuk untuk $n = 1000$ diperlihatkan pada Gambar 5. Perhitungan dan pembentukan histogram dilakukan pula untuk sampel ukuran $n = 5000$ dan $n = 10000$.



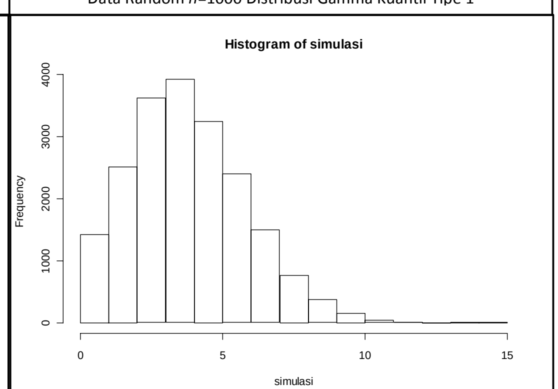
Data Random *n*=1000 Distribusi Normal Kuantil Tipe 1



Data Random *n*=1000 Distribusi Gamma Kuantil Tipe 1



Data Random *n*=1000 Distribusi Normal Kuantil Tipe 7



Data Random *n*=1000 Distribusi Gamma Kuantil Tipe 7

Gambar 5. Frekuensi Titik Sampel *Out of Statistical Control* $n = 1000$

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Hasil di atas dapat dinyatakan pada Tabel 3 dalam bentuk proporsi yang didefinisikan sebagai nilai mean dibagi ukuran sampel. Untuk $n = 1000$ berdistribusi Normal berdasarkan kuantil tipe 1 dan tipe 7 memiliki proporsi masing – masing 0.00409 dan 0.00839. Hasil untuk sampel yang lain dapat dilihat pada Tabel 3 yang menunjukkan baik distribusi Normal maupun Gamma berdasarkan kuantil tipe 1 dan tipe 7 dengan semakin besar ukuran sampel yang digunakan maka proporsinya makin mendekati nilai $\alpha = 0.0027$.

Tabel 3. Proporsi Titik Sampel *Out of Statistical Control* Hasil Simulasi 20.000 kali

n	Kuantil Tipe 1		Kuantil Tipe 7	
	Distribusi Normal	Distribusi Gamma	Distribusi Normal	Distribusi Gamma
1000	0.00409	0.00622	0.00839	0.00429
5000	0.00358	0.00304	0.00279	0.00307
10000	0.00272	0.00269	0.00274	0.00274

KESIMPULAN

Dalam studi simulasi yang telah ditunjukkan dalam penelitian ini, maka diperoleh kesimpulan yaitu :

1. Prosentase titik sampel yang *out of statistical control* untuk grafik pengendali non parametrik berdasarkan kuantil fungsi distribusi empirik yang dibangkitkan melalui distribusi Normal dan distribusi Gamma berdasarkan kuantil tipe 1 dan tipe 7 adalah sama.
2. Semakin banyak titik sampel yang digunakan maka prosentase titik sampel *out of statistical control* mendekati nilai α yang digunakan dan tingkat ketelitiannya makin baik.

DAFTAR PUSTAKA

Ariani, D.W. 2004. *Pengendalian Kualitas Statistik*, Yogyakarta : Andi.

Natangku, Setiawan, A., dan Linawati, L. 2011. *Grafik Pengendali Non Parametrik Univariat pada Data Ph Produk Air Minum Galon Merk "X" berdasarkan*

Fungsi Distribusi Empirik. Seminar Nasional Matematika & Pendidikan Matematika FKIP UNS tanggal 26 November 2011.

Roussas, George G. 1997. *A Course in Mathematical Statistics, Second Edition.* USA : Academic Press.

Web 1 : http://en.wikipedia.org/wiki/Quantile
Diunduh pada tanggal 8 Agustus 2011.

Web 2 : https://www.amherst.edu/media/view/129116/original/Sample%2BQuantiles.pdf
Hyndman, Rob J and Fan, Yanan. 1996. *Sample Quantiles in Statistical Packages.*
Diunduh pada tanggal 8 Agustus 2011.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

S – 7

Model Black Litterman dengan Estimasi Theil Mixed

Retno Subekti
Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

Abstrak

Formula return model black litterman dapat ditelusuri melalui berbagai pendekatan, Selain dengan pendekatan bayes dan teori sampling, model black litterman dapat juga dipandang dari sisi model linear. Melalui estimasi theil mixed, penelusuran formula dimulai dengan melihat model return equilibrium sebagai model linear. Dan ekspresi views oleh investor juga dilihat sebagai model linear. Kemudian return equilibrium dikombinasikan dengan views investor sehingga muncul parameter β yang baru. Dengan metode least square akan dicari estimasi untuk parameter β yang baru tersebut.
Kata Kunci : Model Black Litterman, Estimasi Theil Mixed, Model Linear.

Pendahuluan

Dalam menanamkan modal seorang investor akan mendiversifikasikan modalnya ke berbagai asset guna menghindari kerugian yang besar jika hanya dialokasikan pada sebuah asset saja. Sekumpulan asset ini dinamakan portofolio. Dunia pasar di Indonesia berkaitan dengan dunia pasar secara global, dimana investasi khususnya di pasar saham saling berhubungan. Pergerakan saham erat kaitannya dengan banyak faktor, seperti indeks pasar, kebijakan pemerintah, isu-isu sosial, dan lain-lain. Banyak hal yang menjadi pertimbangan seorang investor dalam menginvestasikan dananya, sehingga bagaimana ia membuat keputusan pilihan terhadap portofolionya dan memerlukan informasi yang dapat menentukan kebijakan terhadap keputusannya. Seorang investor tentunya juga mempunyai pendapat atau keyakinan tertentu terhadap keputusan pemilihan portofolionya. Ketika ada informasi atau isu-isu sosial yang dapat mempengaruhi pergerakan saham dalam portofolionya maka akan ada perubahan keyakinan oleh investor. Sayangnya beberapa model pembentukan portofolio yang dikenal belum ada yang dapat menampung informasi tentang keyakinan atau pandangan seseorang. Beberapa model pembentukan portofolio antara lain dengan menggunakan metode mean variance, single indeks model dan CAPM. Pemodelan ini didasarkan pada data historis. Pemodelan dengan mengikutsertakan faktor pandangan dari seseorang investor atau manajer investasi, dapat disebut faktor ’X’ seperti ini tidak bisa diselesaikan dengan model pembentukan portofolio konvensional di atas. Oleh karena itu model Black Litterman sebagai model pembentukan portofolio yang masih dapat dikatakan baru karena muncul di awal tahun 90 an perlu dikaji lebih lanjut karena memasukkan faktor ’X’ dari investor.

Pada Tahun 90 an muncul model Black Litterman yang dikemukakan oleh Black dan Litterman yang mengkombinasikan data historis dengan data view dari investor dengan menggunakan pendekatan Bayes. Kemudian mulai berkembang penelusuran rumusan return Black Litterman dengan beberapa pendekatan selain Bayes seperti sampling theory oleh Mankert (2006) dan Theil mixed dalam Walters (2008). Bahkan pengembangan model ini terlihat dari beberapa referensi seperti Black Litterman dengan distribusi stable dalam Rosella (2005) serta kombinasi dengan GARCH dalam Stevan (2006). Pada pembahasan dalam makalah ini akan dilihat dari sisi model linier. Dengan Estimasi Theil, formula ditelusuri melalui model linier. Model Theil estimaton memperkirakan parameter dari kombinasi data, dimana return equilibrium sebagai prior data dan views investor data sebagai partial conditional data.

Theil Mixed Estimation

Sejarah Theil mixed diawali dari Theil–Goldberger mixed (TGM) estimator, yang diperkenalkan pada paper mereka di tahun 1961 yang berjudul ‘On pure and mixed statistical estimation in economics’ dan Theil’s (1963) yang berjudul ‘On the use of incomplete prior information in regression analysis’. Ketika akan mengestimasi parameter sebuah model dengan memperhatikan adanya intuisi maka sebuah model seringkali berubah atau bahkan model menjadi terabaikan. Jika intuisi atau katakanlah informasi lain yang menjadi sebuah alternative sangatlah kuat, Theil dan Goldberger menyatakan akan lebih logis untuk menggabungkan informasi tersebut ke dalam proses estimasi parameter sebuah model.

Sebuah model regresi klasik tidak memperkenankan adanya informasi alternative yang dapat digabungkan ke dalam model. Jika ada statement prior seperti ini ada kemungkinan hasil analisis regresi ditolak atau informasi alternative harus ditolak terlebih dahulu. Mixed estimation adalah sebuah teknik generalized regression. Dan dikatakan sebagai mixed atau campuran adalah karena secara deskriptif menggambarkan sebuah estimator yang diperoleh dari campuran sample dan non-sample (informasi alternative) dengan menggunakan generalized least squares (GLS).

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Model Regresi Linier :

$$y = X\,\beta + u$$

dimana y : vector n x 1 data pengamatan dari dependent variable

X : matriks n x k dari independent variable

β : vector k x 1 parameter regresi

u : vector n x 1 residual

dan diasumsikan E(u) = 0 and E(uu') = Ω.

Informasi tambahan mengenai β sudah tersedia, hal ini bisa jadi sebuah informasi alternative yang diperoleh melalui data statistic ataupun hanya sebuah perkiraan tentang β dan dinyatakan dalam bentuk linear sebagai berikut :

$$r = R\beta + v$$

Dimana r : vector g x 1

R : matriks g x k

v : vector g x 1 dan diasumsikan E(v) = 0 and E(vv') = Σ.

Selanjutnya akan dikombinasikan sample dan informasi yang dituliskan dalam bentuk matriks sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} y \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ R \end{bmatrix} \beta + \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$$

dengan $E\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = 0$ dan $E\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u' & v' \end{bmatrix} = E\begin{bmatrix} \Omega & 0 \\ 0 & \Sigma \end{bmatrix}$.

Estimasi β yang baru diperoleh dengan menggunakan GLS adalah

$$\widetilde{\beta} \;=\; [X'\Omega^{-1}X + R'\Sigma^{-1}R]^{-1}[X'\Omega^{-1}y + R'\Sigma^{-1}r]$$

Model Black Litterman

Model Black Litterman menggunakan return ekuilibrium yang diperoleh dari CAPM dan akan dikombinasikan dengan intuisi investor. Dalam Black Litterman (1992) kerangka yang dipaparkan mempertimbangkan estimasi likelihood gabungan dari pandangan investor yang subjektif (sebagai prior) dan data empiris (berdasarkan estimasi model). Dengan menggunakan data equilibrium returns dan kemudian

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

dikombinasikan dengan opini/view dari investor untuk membentuk opini yang baru. Ini merupakan salah satu cara yang dipilih karena seringkali kasus yang dihadapi praktisi mengungkapkan perbedaan yang sangat mencolok tentang expected return ketika dibandingkan dengan kesepakatan pasar.

Konsep pembentukan portofolio menggunakan CAPM adalah adanya anggapan hubungan linear yang terjadi antara risiko dan mean return. Dan dengan teknik regresi klasik yang mensyaratkan adanya data berdistribusi normal.

Model CAPM :

$$E(r) = r_f + \beta r_m + \varepsilon$$

Dimana r_f : risk free rate

β : koefisien regresi yang dapat diperoleh dari $\beta = \rho \frac{\sigma_p}{\sigma_m}$

r_m : return market

ε : residual

Selanjutnya akan dituliskan dalam bentuk matriks sebagai berikut :

$$\pi = x\beta + e$$

dimana π : vector n x 1, return yang diperoleh dari CAPM

x : matriks identitas n x n sebagai factor loading model

β : vector n x 1, mean yang belum diketahui

e : matriks n x n, residual dengan E(e) = 0 dan E(ee') = Φ.

Intuisi/View

Sedangkan intuisi dalam hal ini adalah view yang dinyatakan oleh investor sebagai informasi alternatif dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$q = p\beta + v$$

dimana q : vector k x 1, return yang dimasukkan sebagai view oleh investor

p : matriks k x n untuk view berkaitan dengan return view

β : vector n x 1, mean yang belum diketahui

v : matriks k x k, residual dengan E(v) = 0 dan E(vv') = Θ.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Langkah selanjutnya adalah mengkombinasikan data prior dengan data informasi, yang dituliskan dalam bentuk matriks menjadi

$$\begin{bmatrix}\pi\\ q\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}x\\ p\end{bmatrix}\hat{\beta} + \begin{bmatrix}e\\ v\end{bmatrix}$$

dengan $E\begin{bmatrix}e\\ v\end{bmatrix} = 0$ dan $E\begin{bmatrix}e\\ v\end{bmatrix}\begin{bmatrix}e' & v'\end{bmatrix} = E\begin{bmatrix}\Phi & 0\\ 0 & \Theta\end{bmatrix}$.

Dengan menggunakan prosedur GLS diperoleh estimasi β yang baru dalam model Black Litterman adalah

$$\hat{\beta} = [x'\Phi^{-1}x + p'\Theta^{-1}p]^{-1}[x'\Phi^{-1}\pi + p'\Theta^{-1}q]$$

Daftar Pustaka

Black, Fischer and Litterman, Robert. (1992). *Global Portfolio Optimization*, Financial Analysts Journal ;Sep/Oct 1992 ;48

Christopher F Baum (2001). An interpretation and implementation of the Theil–Goldberger ‘mixed’ estimator. Stata Conference, Chicago.

Mankert, Charlotta. (2003). *The Black Litterman Model-Matematical and Behavioral Finance Approaches Toward Its Use in Practice*. Stockholm: Royal Institute of Technology.

Retno, S. (2008) Aplikasi Model Black Litterman dengan Pendekatan Bayes (Studi Kasus : Portofolio dengan 4 saham dari S&P500). Prosiding Seminar Nasional Matematika Jurusan Pendidikan Matematika UNY: 2008

Retno, S.(2009). Keunikan Model Black Litterman Dalam Pembentukan Portofolio. Prosiding Seminar Nasional MIPA FMIPA UNY: 2009

Retno, S.(2011). Model Black Litterman dengan Pendekatan Teori Sampling. Prosiding Seminar Nasional MIPA FMIPA UNY: 2011

Rosella Giacometti, et all (2005) Stable distributions in the Black-Litterman approach to asset allocation. http://www.pstat.ucsb.edu/research/papers/BLapproach2005.pdf diakses pada tanggal 28 Maret 2010

Satchell and Scowcroft. (2000). A Demystification Of The Black–Litterman Model:Anaging Quantitative And Traditional Portfolio Construction. Vol. 1, 2, 138–150 *Journal of Asset Management*.

Steven L. Beach and Alexei G. Orlov (2006). An Application of the Black-Litterman Model with EGARCH-M-Derived Views for International Portfolio Management. Diakses 10 Februari 2010

Theil's (1963). On The Use Of Incomplete Prior Information In Regression Analysis. Journal of the American Statistical Association, Vol. 58. p. 401

Walters, Jay.(2008). The Black Litterman Model : A Detailed Exploration.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

S – 8

Analisis Spasial Kasus Demam Berdarah di Sukoharjo Jawa Tengah dengan Menggunakan Indeks Moran

Rheni Puspitasari, Irwan Susanto
Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Sebelas Maret Surakarta

Abstrak

Demam Berdarah Dengue (DBD) adalah suatu penyakit yang disebabkan oleh infeksi virus dengue dan ditularkan melalui gigitan nyamuk *Aedes aegypti* betina dan beberapa spesies Aedes lainnya. Sebagian besar kecamatan di Kabupaten Sukoharjo Jawa Tengah merupakan daerah endemis demam berdarah dengan jumlah penderita hampir meningkat setiap tahunnya. Melihat tingginya angka kasus DBD di Kabupaten Sukoharjo, maka perlu dilakukan penelitian yang mengkaji pola penyebaran kasus demam berdarah. Penyebaran penyakit demam berdarah bervariasi dari satu tempat ke tempat lain, sehingga komponen ruang atau spasial merupakan bagian yang berpengaruh dalam proses penyebaran.

Penelitian bertujuan untuk menganalisis pola penyebaran penyakit demam berdarah secara spasial. Keterkaitan secara spasial dalam penyebaran penyakit demam berdarah diukur melalui autokorelasi spasial dengan menggunakan indeks Moran. Pola kejadian demam berdarah dikaji dengan menggunakan *ANN* (*Average Nearest Neighbour*), sedangkan pemetaan untuk menunjukkan daerah yang mempunyai resiko tinggi dalam penyebaran penyakit demam berdarah dilakukan dengan menggunakan estimasi densitas Kernel.

Hasil dari penelitian menunjukkan bahwa terdapat autokorelasi spasial dalam penyebaran penyakit demam berdarah yang terjadi di Sukoharjo dan pola kejadian demam berdarah mempunyai pola *clustered* (berkerumun). Selanjutnya dengan menggunakan estimasi densitas Kernel dapat ditunjukkan daerah–daerah yang mempunyai resiko tinggi dalam penyebaran penyakit demam berdarah di Sukoharjo.

Kata kunci *: demam berdarah, autokorelasi spasial, indeks Moran, ANN, estimasi densitas Kernel.*

1. PENDAHULUAN

Pada akhir tahun 2010 Indonesia cukup disibukkan dengan wabah Demam Berdarah Dengue (DBD) yang meluas dan menjangkiti hampir seluruh wilayah. Penyakit ini dapat menyerang anak maupun dewasa. Menurut Ginanjar (2004), DBD merupakan penyakit yang disebabkan oleh virus dengue yang ditularkan melalui gigitan nyamuk *Aedes aegypti* dan *Aedes albopictus* yang sebelumnya telah terinfeksi oleh virus dengue dari penderita DBD lainnya. Kedua jenis nyamuk *Aedes* ini terdapat hampir di seluruh pelosok Indonesia. Populasi nyamuk ini akan meningkat pesat pada saat musim hujan.

Demam berdarah banyak ditemukan di daerah tropis dan subtropis. Menurut Direktorat Pengendalian Penyakit Bersumber Binatang (Dir P2B2), Kementerian Kesehatan Republik Indonesia, pada tahun 2010 Indonesia memiliki kasus DBD tertinggi di ASEAN dengan 150.000 kasus dan 1.317 orang meninggal akibat penyakit ini.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Kasus demam berdarah di Indonesia tercatat masih tinggi bahkan paling tinggi dibanding negara lain di ASEAN. Sebagian besar kecamatan di Kabupaten Sukoharjo, Jawa Tengah merupakan daerah endemis demam berdarah dengan jumlah penderita hampir meningkat setiap tahunnya (http://www.mediaindonesia.com). Menurut catatan Dinas Kesehatan Kabupaten Sukoharjo, pada tahun 2007 terdapat 184 kasus demam berdarah yang terjadi di kabupaten Sukoharjo. Sementara pada tahun 2008 terdapat 367 kasus demam berdarah. Jumlah ini mengalami peningkatan yang hampir mencapai 100 persen dibanding tahun lalu. Pada tahun 2009 terdapat 440 kasus demam berdarah dan 434 kasus demam berdarah pada tahun 2010. Demam berdarah merenggut nyawa 10 warga Kabupaten Sukoharjo, Jawa Tengah selama 2010.

Melihat tingginya jumlah kasus DBD di Kabupaten Sukoharjo, maka perlu dilakukan penelitian yang berhubungan dengan penyakit tersebut. Penyakit demam berdarah merupakan penyakit yang mewabah dan penyebarannya dapat melalui komponen ruang. Penyebaran penyakit demam berdarah bervariasi dari satu tempat ke tempat lain, sehingga komponen ruang juga harus diperhatikan (Rosli *et al*., 2010). Menurut Gujarati (1978), autokorelasi spasial merupakan teknik untuk mengukur tingkat hubungan dalam data yang dipengaruhi oleh ruang (data spasial). Data spasial (ruang) merupakan suatu data yang dipengaruhi oleh ruang atau posisi relatif suatu objek yang diamati (Anselin, 1992).

Menurut Rosli *et al.* (2010), dalam penelitian kesehatan, analisis spasial digunakan untuk mendeteksi dan mengukur pola kejadian penyakit yang dapat memberikan wawasan epidemiologi penyakit. Dalam analisis spasial terdapat tiga langkah yang dilakukan yaitu menentukan autokorelasi spasial yang terjadi dalam ruang unit, menentukan pola kejadian penyakit, dan membuat pemetaan penyakit.

Menurut Rosli *et al*. (2010), indeks Moran merupakan teknik dalam analisis spasial untuk menghitung hubungan spasial yang terjadi dalam ruang unit. Hubungan spasial ini diperlukan untuk mengetahui apakah terdapat autokorelasi spasial dalam penyebaran penyakit demam berdarah yang terjadi di Sukoharjo. Pola kejadian penyakit demam berdarah yang terjadi di Sukoharjo dapat dikaji menggunakan *ANN* (*Average Nearest Neighbour*), sedangkan pemetaan untuk menunjukkan daerah yang mempunyai resiko tinggi dalam penyebaran penyakit demam berdarah dilakukan menggunakan

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

estimasi densitas Kernel. Dengan melakukan penelitian ini diharapkan memberikan masukan kepada instansi terkait untuk mencegah terjadinya kasus demam berdarah.

Berdasarkan uraian dalam latar belakang masalah dapat dirumuskan 3 permasalahan yaitu apakah terdapat autokorelasi spasial dalam penyebaran penyakit demam berdarah yang terjadi di Sukoharjo, bagaimana pola kejadian penyakit demam berdarah yang terjadi di Sukoharjo dan bagaimana pemetaan penyakit demam berdarah yang terjadi di Sukoharjo.

Dari rumusan masalah tersebut didapatkan tujuan dari penelitian adalah menentukan apakah terdapat autokorelasi spasial dalam penyebaran penyakit demam berdarah yang terjadi di Sukoharjo, menentukan pola kejadian penyakit demam berdarah yang terjadi di Sukoharjo, menentukan pemetaan penyakit demam berdarah yang terjadi di Sukoharjo. Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah dapat mengembangkan ilmu pengetahuan dalam bidang statistika dan kesehatan. Pada bidang statistika dapat mengaplikasikan analisis spasial menggunakan indeks Moran, sedangkan pada bidang kesehatan dapat memberikan masukan kepada instansi yang terkait sebagai sarana untuk mencegah terjadinya demam berdarah.

2. METODE PENELITIAN

Langkah pertama yang dilakukan dalam penelitian ini adalah mengumpulkan data. Tahap pengumpulan data dilakukan dengan mengambil data sekunder yang terdapat di DKK (Dinas Kesehatan Kabupaten) Sukoharjo. Data yang diambil adalah data jumlah penderita demam berdarah di tiap desa/ kelurahan yang berada di Kabupaten Sukoharjo pada tahun 2010.

Langkah selanjutnya adalah menganalisis data yang telah diperoleh. Dalam menganalisis data terdapat langkah-langkah yang harus dilakukan. Langkah pertama yang dilakukan dalam menganalisis data yaitu menghitung indeks Moran dari data yang tersedia. Indeks Moran dapat dihitung dengan bantuan software ArcGIS 9.3. Jenis file yang digunakan dalam pengolahan data tersebut adalah *SHP* (*Shape File*). Langkah selanjutnya menentukan apakah terdapat autokorelasi spasial dalam kasus demam berdarah yang terjadi di Sukoharjo dengan melakukan uji signifikansi. Apabila dalam uji signifikansi terdapat autokorelasi spasial maka langkah selanjutnya menentukan apakah terdapat autokorelasi spasial positif atau negative dalam kasus demam berdarah yang terjadi di Sukoharjo. Langkah selanjutnya adalah menghitung *ANN* untuk menentukan bagaimana pola kejadian penyakit demam berdarah yang terjadi di Sukoharjo. Setelah menghitung *ANN* kemudian membuat pemetaan guna menunjukkan daerah yang mempunyai resiko tinggi dalam penyebaran penyakit demam berdarah yang terjadi di Sukoharjo menggunakan estimasi densitas Kernel.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Langkah pertama yang dilakukan dalam analisis data adalah menghitung indeks Moran. Menurut Nakhapakorn dan Jirakajohnkool (2006) Indeks Moran dinyatakan dalam bentuk berikut

$$I = \frac{n\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_{ij}(x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{W\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2},$$

dengan $W = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_{ij}$ dan $w_{ij} = \frac{1}{d_{ij}}$

di mana:

I : indeks Moran,

n : banyak lokasi kejadian,

x_i : jumlah penderita demam berdarah pada daerah *i*,

x_j : jumlah penderita demam berdarah pada daerah *j*,

$\bar{x}$: rata rata dari jumlah penderita demam berdarah,

w_{ij} : elemen pada bobot matriks antara daerah i dan j,

W : jumlah dari semua nilai sel pada bobot matriks,

d_{ij} : jarak antara daerah i dengan daerah j,

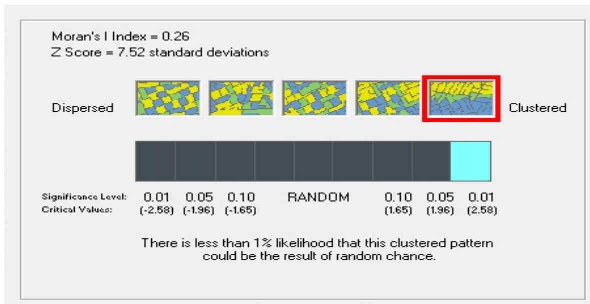
Menurut Pfeiffer *et al.* (2008) Nilai yang dihasilkan dalam perhitungan indeks Moran berkisar antara -1 < *I* < 1. Nilai *I* dinyatakan dengan :

1. $I_0 = -1/n - 1$ mendekati nol berarti tidak ada autokorelasi spasial.
2. $I > I_0$ berarti bahwa terdapat autokorelasi spasial positif.
3. $I < I_0$ bararti bahwa terdapat autokorelasi spasial negatif.

Dalam data jumlah penderita demam berdarah terdapat 126 desa/kelurahan yang terjangkit demam berdarah sehingga n berjumlah 126. Indeks Moran dapat dihitung

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

menggunakan software ArcGIS 9.3. Tipe file yang digunakan dalam pengolahan data tersebut menggunakan file *SHP* (*Shape File*). Hasil perhitungan dapat digambarkan sebagai berikut.

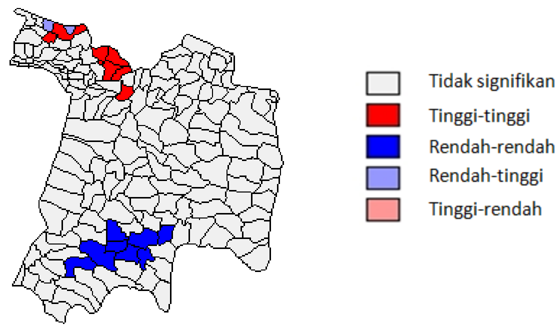


Gambar 1. Output Software ArcGIS 9.3 untuk Indeks Moran

Untuk mengetahui apakah terdapat autokorelasi spasial atau tidak dapat digunakan uji signifikansi yang tuliskan sebagai berikut.

i. H_0: tidak terdapat autokorelasi spasial
   H_1: terdapat autokorelasi spasial
ii. Tingkat signifikansi α
iii. Daerah kritis
   H_0 ditolak jika $Z_{Score} > Z_{\alpha/2} = 2.58$ atau
   $Z_{Score} < - Z_{\alpha/2} = -2.58$
   dengan $Z_{\alpha/2}$ diperoleh dari tabel normal
iv. Statistik uji
   Berdasarkan software ArcGis 9.3, diperoleh hasil output pada gambar 1 dengan $Z_{Score} = 7.5$
v. Kesimpulan
   Karena $Z_{Score} = 7.5 > Z_{\alpha/2} = 2.58$ maka berarti H_0 ditolak artinya terdapat autokorelasi spasial.

Dengan demikian dapat dikatakan bahwa terdapat autokorelasi spasial dalam penyebaran penyakit demam berdarah yang terjadi di Sukoharjo dan karena *Moran's I Index* = 0.26 > $I_0 = -\frac{1}{n-1} = -0.008$ dapat disimpulkan terdapat autokorelasi spasial positif. Autokorelasi spasial positif dapat ditunjukkan menggunakan gambar 2 sebagai berikut.



Gambar 2. Peta Autokorelasi spasial positif

Gambar 2 menunjukkan bahwa terdapat autokorelasi spasial positif dalam penyebaran penyakit demam berdarah yang terjadi di Sukoharjo. Daerah berwarna merah menunjukkan tinggi-tinggi yang berarti bahwa daerah yang mempunyai jumlah penderita demam berdarah yang tinggi cenderung berlokasi dekat dengan daerah yang mempunyai jumlah penderita demam berdarah yang tinggi. Daerah berwarna biru menunjukkan rendah-rendah yang berarti bahwa daerah yang mempunyai jumlah penderita demam berdarah yang rendah cenderung berlokasi dekat dengan daerah yang mempunyai jumlah penderita demam berdarah yang rendah. Daerah berwarna biru muda menunjukkan rendah-tinggi yang dapat diartikan sebagai pencilan. Daerah tersebut mempunyai jumlah penderita yang rendah meskipun daerah di sekelilingnya mempunyai jumlah penderita yang tinggi. Daerah berwarna putih berarti bahwa daerah tersebut tidak memberikan pengaruh spasial secara signifikan.

Autokorelasi spasial positif juga dapat ditunjukkan menggunakan tabel sebagai berikut.

Tabel 1. Tabel Autokorelasi Spasial

No	Desa/Kelurahan	Kecamatan	P-*value*	*Cluster*	Keterangan
1	Banaran	Grogol	0,004	1	tinggi-tinggi
2	Cemani	Grogol	0,008	1	tinggi-tinggi
3	Sanggrahan	Grogol	0,004	1	tinggi-tinggi
4	Kwarasan	Grogol	0,002	1	tinggi-tinggi
5	Langenharjo	Grogol	0,008	1	tinggi-tinggi
6	Pabelan	Kartasura	0,008	1	tinggi-tinggi

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

7	Ngadirejo	Kartasura	0,01	1	tinggi-tinggi
8	Karangmojo	Weru	0,002	2	rendah-rendah
9	Pundungrejo	Tawangsari	0,002	2	rendah-rendah
10	Malangan	Bulu	0,006	2	rendah-rendah
No	Desa/Kelurahan	Kecamatan	P-*value*	*Cluster*	Keterangan
11	Puron	Bulu	0,004	2	rendah-rendah
12	Kunden	Bulu	0,002	2	rendah-rendah
13	Bulu	Bulu	0,006	2	rendah-rendah
14	Ngasinan	Bulu	0,002	2	rendah-rendah
15	Lengking	Bulu	0,01	2	rendah-rendah
16	Baran	Nguter	0,004	2	rendah-rendah
17	Daleman	Nguter	0,008	2	rendah-rendah
18	Singopuran	Kartasura	0,008	3	rendah-tinggi
19	Gonilan	Kartasura	0,002	3	rendah-tinggi

Dari tabel 1 terlihat bahwa semua P-*value* kurang dari $\alpha = 0.01$ sehingga dapat disimpulkan daerah-daerah tersebut memberikan pengaruh spasial secara signifikan.

Langkah selanjutnya adalah menghitung *ANN* yang digunakan untuk menentukan pola kejadian demam berdarah yang terjadi di Sukoharjo.

Menurut Rosli *et al*. (2010) *ANN* dapat dihitung menggunakan rumus

$$ANN = \frac{\overline{D}_0}{\overline{D}_E}$$

$$\overline{D}_O = \frac{\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{m}} \mathrm{d_i}}{\mathrm{m}}$$

$$\overline{D}_E = \frac{0.5}{\sqrt{\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{A}}}}$$

dimana

$\overline{\mathrm{D}}_0$: rata-rata jarak observasi antara masing-masing kejadian dan tetangga terdekatnya,

$\overline{D}_E$: *expected ANN*

$\mathrm{d_i}$: jarak antara kejadian i dan kejadian tetangga terdekatnya,

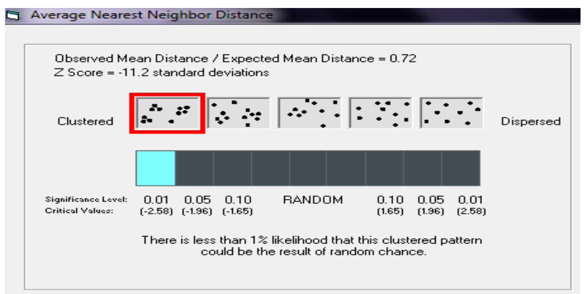
m : jumlah kejadian

A : luas daerah.

Nilai *ANN* dinyatakan dengan

1. *ANN* = 1 berarti kejadian berpola random,
2. *ANN* < 1 berarti kejadian berkerumun (*clustered*),
3. *ANN* > 1 berarti kejadian menyebar (*dispersed*).

Dari data jumlah penderita demam berdarah terdapat 434 kejadian demam berdarah yang terjadi di Sukoharjo pada tahun 2010 sehingga didapat $m = 434$. Karena luas wilayah Sukoharjo adalah 444.666 km^2 sehingga didapat $A = 444.666$. Jarak antara masing masing kejadian dapat dihitung dengan menggunakan jarak Euclid. Nilai *ANN* dapat dihitung menggunakan software ArcGIS 9.3. Hasil perhitungan dapat digambarkan sebagai berikut.



Gambar 3. Output Software ArcGIS 9.3 untuk *ANN*

Untuk mengetahui apakah terdapat pola spasial atau tidak, digunakan uji signifikansi yaitu

i. H_0: tidak terdapat pola spasial kasus demam berdarah di Sukoharjo,
   H_1: terdapat pola spasial kasus demam berdarah di Sukoharjo,

ii. tingkat signifikansi α

iii. daerah kritis
   H_0 ditolak jika Z *score* > $Z_{\alpha/2} = 2.58$
   Z *score* < - $Z_{\alpha/2}$= -2.58

iv. statistik uji
   berdasarkan *software* ArcGis, diperoleh hasil output pada gambar 3 dengan Z *score* = -11.2,

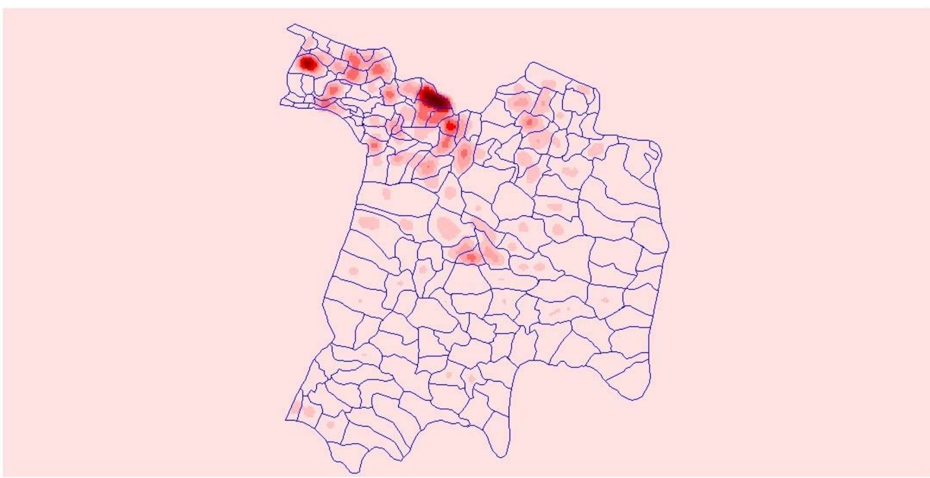
v. kesimpulan

karena Z *score* = -11.2 < - $z_{\alpha/2}$ maka berarti H_0 ditolak artinya terdapat pola spasial kasus demam berdarah di Sukoharjo.

Dengan demikian dapat dikatakan terdapat pola spasial kasus demam berdarah di Sukoharjo dan karena nilai ANN = 0.72 < 1 dapat disimpulkan pola kejadian demam berdarah yang terjadi di Sukoharjo adalah berkerumun/*clustered*.

Langkah selanjutnya adalah menggunakan estimasi densitas Kernel untuk membuat pemetaan penyakit. Pemetaan penyakit digunakan untuk menunjukkan daerah yang mempunyai resiko tinggi dalam penyebaran penyakit demam berdarah yang terjadi di Sukoharjo. Daerah-daerah tersebut dapat digambaran menggunakan software ArcView 3.3 sebagai berikut.

Ngadirejo Pabelan



Gambar 4. Output Software ArcView 3.3 untuk estimasi densitas Kernel

Berdasarkan gambar 4 daerah–daerah tersebut diantaranya berada di Kecamatan Grogol yaitu di desa Cemani, Kwarasan, Sanggrahan, Langenharjo, dan Banaran, di Kecamatan Kartasura yaitu di desa Pabelan dan kelurahan Ngadirejo.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil pembahasan dapat diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

1. Terdapat autokorelasi spasial dalam penyebaran penyakit demam berdarah yang terjadi di Sukoharjo. Dalam hal ini terdapat autokorelasi spasial positif.
2. Pola kejadian penyakit demam berdarah yang terjadi di Sukoharjo menunjukkan pola *clustered* (berkerumun).
3. Daerah yang mempunyai resiko tinggi dalam penyebaran penyakit demam berdarah di Sukoharjo diantaranya berada di Kecamatan Grogol yaitu di desa Cemani, Kwarasan, Sanggrahan, Langenharjo, dan Banaran, di Kecamatan Kartasura yaitu di desa Pabelan dan kelurahan Ngadirejo.

5. SARAN

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, ada beberapa saran yang dapat disampaikan yaitu

1. bagi pembaca yang tertarik pada penelitian ini, dapat menerapkan metode lain yang digunakan untuk menentukan autokorelasi spasial. Metode tersebut diantaranya dapat menggunakan *Geary'C*,
2. dapat juga dipertimbangkan dengan memasukkan beberapa variabel guna mengetahui faktor apa saja yang berpengaruh terhadap terjadinya penyakit demam berdarah.

6. DAFTAR PUSTAKA

Anselin, L. (1992). *Spatial Data Analysis with GIS : An Introduction to Aplication in the Social Sciences*. National Center for Geographic Information and Analysis of California Santa Barbara, CA93106.

Ginanjar, Genis. (2004). Demam Berdarah. PT. Mizan Publika, Bandung.

Rosli, M.H., Er, A.C., Asmahani A., Mohammad Naim M.R., Harsuzilawati M. (2010). *Spatial Mapping of Dengue Incident: A Case Study in Hulu Langat District, Selangor, Malaysia.* International Journal of Human and Social Sciences, Vol. 5:6, pp: 410 - 414.

Gujarati, D. (1978). *Ekonometrika Dasar*. Penerbit Erlangga, Jakarta.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Nakhapakorn, K. and Supet J. (2006). *Temporal and Spatial Autocorrelation Statistics of Dengue Fever*, Dengue Buletin, Vol. 30, pp: 177-183.

Pfeiffer, Dirk *et al*. (2008). *Spatial Analysis in Epidemiologi*. Oxford University Press. New York.

http://www.mediaindonesia.com diakses pada tanggal 17 Februari 2011

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

S – 9

Peramalan Volume Penjualan Calana Panjang di Boyolali dengan Menggunakan Model Variasi Kalender

Wahyuni Suryaningtyas
Dosen FKIP Universitas Muhammadiyah Surabaya
e-mail: mat_ums @yahoo.com

ABSTRAK

Bisnis konveksi selalu menjadi *tren* di kalangan pebisnis. Permintaan jumlah volume akan produk konveksi mengandung adanya ketidakpastian. Adanya fenomena lebaran secara tidak langsung sangat berpengaruh terhadap jumlah penjualan. Fenomena tersebut menjadi hal yang menarik untuk diamati untuk pemodelan peramalan dan pengambilan keputusan, terutama pada bulan puasa, dimana terjadinya bulan puasa berbeda tiap 3 tahun. Fakta di lapangan menunjukkan bahwa terdapat jumlah kebutuhan konveksi yang melonjak tinggi terutama pada bulan puasa, sehingga perlu dilakukannya metode peramalan yang didasarkan kalender Islam, yang dinamakan dengan model variasi kalender. Model tersebut merupakan suatu model *time series* yang dapat digunakan untuk meramalkan data berdasarkan pola musiman dengan panjang periode bervariasi.

Penelitian ini mengkaji secara terapan yang dilakukan untuk mendapatkan metode yang paling sesuai dalam peramalan volume penjualan. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder dari volume penjualan celana panjang di Boyolali, periode Januari 2002 – Desember 2008. Analisis yang dilakukan menggunakan beberapa metode peramalan yaitu, *Winter's Exponential Smoothing*, *Dekomposition*, ARIMA, dan *Time Series Regression* untuk menentukan model peramalan terbaik dengan melihat nilai MSE terkecil yang dicari melalui *in-sample* maupun *out-sample*.

Kata kunci: **Model variasi kalender, *Winter's exponential emoothing*, *Dekomposition*, ARIMA, *Time series regression*, MSE, *in-sample*, *out-sample*.**

1. Pendahuluan

Mengamati pertumbuhan industri konveksi yang merupakan salah satu usaha penggerak roda perekonomian di Idonesia adalah suatu hal yang menarik, terlebih lagi jika dapat dilakukan peramalan jumlah volume penjualan di masa yang akan datang. Hal ini cukup bermanfaat bagi kalangan pebisnis, mengingat bisnis konveksi selalu menjadi *tren*. Permintaan jumlah volume akan produk konveksi mengandung adanya ketidakpastian setiap tahunnya, dan adanya fenomena lebaran secara tidak langsung sangat berpengaruh terhadap jumlah penjualan. Fenomena tersebut menjadi hal yang menarik untuk diamati untuk pemodelan peramalan dan pengambilan keputusan, terutama pada bulan puasa, dimana terjadinya bulan puasa berbeda tiap 3 tahun. Fakta di lapangan menunjukkan bahwa terdapat jumlah kebutuhan konveksi yang melonjak terutama pada bulan puasa, sehingga perlu dilakukannya metode peramalan yang didasarkan kalender Islam, yang dinamakan dengan model variasi kalender. Model tersebut merupakan suatu model *time series* yang dapat digunakan untuk meramalkan data berdasarkan pola musiman dengan panjang periode bervariasi.

Peramalan jumlah penjualan merupakan data yang menunjukkan tingkat kemampuan penjualan untuk masa yang akan datang, sedangkan hasil ramalan jumlah penjualan sangat bermanfaat sebagai dasar perencanaan. Keakuratan peramalan dari variasi kalender dalam *time series*, sangatlah penting untuk pengambilan keputusan di bidang *retail* maupun bidang yang lain yaitu: *marketing*, *production*, *inventory control*, *personnel, dan banyak sektor bisnis*. Penelitian ini mengkaji secara terapan yang dilakukan untuk mendapatkan metode yang paling sesuai dalam peramalan volume penjualan. Pemilihan metode peramalan yang tepat dapat meminimumkan kesalahan dalam meramal (*forecast error*) yang bisa dikur dengan *Mean Squared Error* (MSE) (Pengestu Subagyo, 1986:1), sehingga hasil peramalan bisa mendekati kenyataan. Ada beberapa metode yang biasanya digunakan untuk melakukan peramalan *time series*, yakni melalui *Trend* dan *Seasonality*, termasuk metode *additive* dan *multiplicative.* Metode tersebut adalah metode *Winter's exponential smoothing*, *Decomposition*, dan *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) (Suhartono, 2006). Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder dari volume penjualan celana panjang di Boyolali, periode Januari 2002 – Desember 2008. Pemilihan model terbaik dilakukan dengan melihat nilai MSE terkecil yang dicari melalui *in-sample evaluation* maupun *out-sample evaluation*.

2. Dasar Teori

Sesuai dengan tujuan penelitian yang telah dikemukakan sebelumnya, beberapa teori terkait dengan penggunaan ketiga metode peramalan diperlukan, yakni: *Winter's exponential smoothing*, *Decomposition*, dan *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA).

2.1 *Exponetial Smoothing*

Exponential Smoothing merupakan metode peramalan yang dikembangkan untuk mengatasi permasalahan yang muncul pada metode peramalan sebelumnya. Untuk mengatasi permasalahan adanya trend dan musiman, diperkenalkanlah *Winter's*

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Exponential Smoothing (Wang dan Lim, 2005). Berikut ini adalah empat persamaan yang dipergunakan dalam membuat model *Winter's Exponential Smoothing* :

(i). Deret *Exponential Smoothing* :

$$L_t = \alpha\left(\frac{Y_t}{S_{t-L}}\right) + (1-\alpha)(A_{t-1} + T_{t-1}) \quad (1)$$

(ii). Estimasi terhadap Trend :

$$T_t = \beta(A_t - A_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1} \quad (2)$$

(iii). Estimasi terhadap Musiman :

$$S_t = \gamma\left(\frac{Y_t}{A_t}\right) + (1-\gamma)S_{t-L} \quad (3)$$

(iv). Ramalan p periode yang akan datang :

$$\hat{y}_{t-p} = (A_t + pT_t)S_{t-L+p} \quad (4)$$

dengan:

α = *smoothing constant* (0< α <1)

β = *smoothing constant* untuk estimasi Trend (0< β <1)

γ = *smoothing constant* untuk estimasi Musiman (0< γ <1)

L = periode musiman

2.2 *Decomposition*

Metode *Decomposition* sering juga disebut metode *time series*. Metode ini didasarkan pada kenyataan bahwa biasanya apa yang yang telah terjadi itu akan berulang kembali dengan pola yang sama. Artinya yang dulu selalu naik maka pada waktu yang akan datang biasanya akan naik juga, sedangkan yang dulu selalu turun maka pada waktu yang akan datang biasanya akan turun juga, yang biasanya berfluktuasi akan berfluktuasi juga dan yang biasanya tidak teratur biasanya akan tidak teratur.

Perubahan suatu hal tersebut biasanya mempunyai pola yang agak kompleks, misalnya ada unsur kenaikan, berfluktasi dan tidak teratur. Untuk dianalisa dan diramal sekaligus sangat sulit sehingga biasanya diadakan pemecahan kedalam 4 komponen pola perubahan yaitu : trend (T), fluktuasi musiman (S), fluktuasi siklis (C) dan

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

perubahan-perubahan yang bersifat random (I). masing-masing pola perubahan akan dicari satu persatu, setelah ditemukan akan digabungkan lagi menjadi nilai, taksiran atau ramalan.

Dalam pembahasan model dekomposisi additive ditunjukkan sebagai berikut:

$$y_t = T_t + S_t + C_t + I_t \tag{5}$$

dengan

y_t = nilai observasi dalam time series pada periode t

T_t = komponen trend pada periode t

S_t = komponen faktor musiman pada periode t

C_t = komponen siklis pada periode t

I_t = komponen perubahan-perubahan yang bersifat random periode t

2.3 Model ARIMA Musiman

Model ARIMA musiman digunakan pada data yang mempunyai korelasi yang tinggi pada periode waktu (musim) yang sama. Model ARIMA musiman satu periode dapat dinyatakan sebagai berikut (Cryer, 1986; Wei, 1990; Box dkk., 1994).

$$\phi_p(B)\Phi_P(B^S)(1-B)^d(1-B^S)^D y_t = \delta_0 + \theta_q(B)\Theta_Q(B^S)a_t \ , \tag{6}$$

dengan

$\phi_p(B) = 1-\phi_1 B-\phi_2 B^2 - \ldots - \phi_p B^p$

$\Phi_P(B^S) = 1-\Phi_1 B^S - \Phi_2 B^{2S} - \ldots - \Phi_P B^{PS}$

$\theta_q(B) = 1-\theta_1 B-\theta_2 B^2 - \ldots - \theta_q B^q$

$\Theta_Q(B^S) = 1-\Theta_1 B^S - \Theta_2 B^{2S} - \ldots - \Theta_Q B^{QS}$.

Adapun S adalah panjang periode musiman, B adalah operator mundur atau *back shift operator*, dan a_t adalah suatu deret *white noise* dengan rata-rata nol dan varians konstan.

3. ***Time Series Regression***

Time series regression merupakan model yang digunakan untuk tujuan peramalan dimana variabel dependen (y_t) dan variabel prediktor merupakan deretan waktu. Model *time series regression* sebagaimana tertulis pada Bowerman dan O'Connell (1993) adalah

$$y_t = T_t + S_t + \varepsilon_t \, , \tag{7}$$

dengan

y_t = nilai observasi pada periode t

T_t = trend pada periode t

S_t = faktor musiman pada periode t

ε_t = *error* pada periode t

Pada model musiman dengan pendekatan regresi maka faktor musiman S_t dimodelkan melalui variabel *dummy* (Cryer, 1986; Bowerman dan O'Connell, 1993)

$$S_t = \beta_{s1} x_{s1,t} + \beta_{s2} x_{s2,t} + \ldots + \beta_{s(S-1)} x_{s(S-1),t} \tag{8}$$

dengan $x_{s1,t}, x_{s2,t}, \ldots, x_{s(S-1)}$ adalah variabel dummy yang didefinisikan sebagai berikut:

4. Model Variasi Kalender

Model variasi kalender merupakan model *time series* yang dapat digunakan untuk meramalkan data berdasarkan pola musiman dengan panjang periode bervariasi, yang diberikan sebagai berikut:

$$y_t = \mu_t + x_t \tag{9}$$

μ_t adalah komponen deterministik yang digunakan untuk menghitung variasi kalender, sedangkan x_t adalah proses ARIMA untuk menghitung sisaan y_t yang masih belum dijelaskan oleh komponen variasi kalender. Residual dari hasil regresi tersebut dimodelkan ARIMA. Sehingga bentuk umum model variasi kalender adalah (Suhartono, 2006)

$$y_t = \mu_t + \frac{\theta_q(B)\Theta_Q(B^S)}{\phi_p(B)\Phi_p(B^S)} a_t \, . \tag{10}$$

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

5. Pemilihan Model Terbaik

Pemodelan data *time series* yang sesuai harus memenuhi syarat yaitu: semua parameternya signifikan, residual memenuhi asumsi *white noise*, serta berdistribusi normal. Namun, pemilihan atau penentuan model terbaik dari beberapa model yang telah memenuhi syarat dapat digunakan beberapa kriteria antara lain kriteria *In-sample* dan *Out-sample*.

Pada penelitian ini akan digunakan kiteria *Mean Square Error* (MSE) untuk mengukur kesalahan peramalan sebagai kriteria model terbaik sebagai berikut:

$$\text{MSE}=\frac{\sum_{t=1}^{n}\left(Y_t-\hat{Y}_t\right)^2}{n} \tag{11}$$

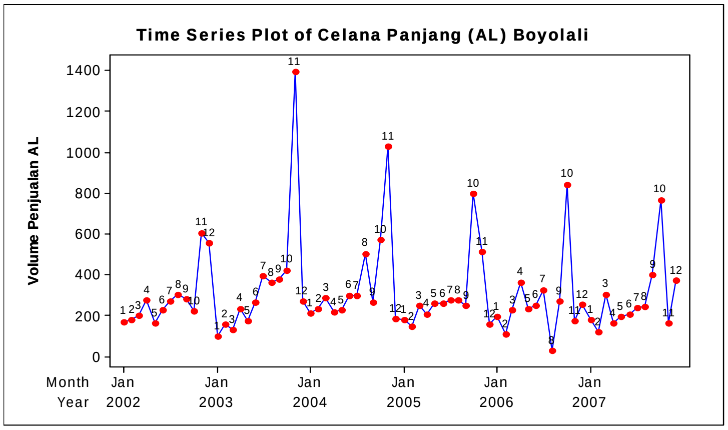
6. Metodologi Penelitian

Pada penelitian ini akan dibahas tentang penggunaan metode *Winter's*, dekomposisi, ARIMA, dan metode regresi ARIMA dalam melakukan peramalan *time series* untuk mendapatkan metode yang paling sesuai dalam peramalan volume penjualan. Data yang digunakan dalam penelitian adalah data sekunder dari volume penjualan celana panjang di toko Boyolali dengan banyaknya data adalah 84 pengamatan yang diperoleh dari Januari 2002 hingga Desember 2008.

Dengan melihat MSE pada masing-masing metode dapat dilihat metode peramalan terbaik untuk kasus peramalan penjualan dalam penelitian ini. Nilai MSE dicari melalui *In-sample* (72 data pada periode Januari 2002 – Desember 2007) untuk pembentukan model dan *Out-sample* (12 data pada periode Januari 2008 – Desember 2008) untuk memeriksa ketepatan model.

7. Hasil Penelitian

Pola data volume penjualan jumlah per bulan di Boyolali dari Januari 2002 hingga Desember 2007 sebanyak 72 data dan digambarkan melalui plot *time series* pada Gambar 1. Berdasarkan Gambar 1 tersebut nampak adanya trend dan pola musiman pada data. Sekitar bulan Nopember dan Oktober nampak adanya lonjakan jumlah volume penjualan celana panjang dibandingkan bulan-bulan sebelumnya. Informasi dari analisa visual ini merupakan awal dipilihnya metode peramalan. Gambar plot diberikan sebagai berikut:



Gambar 1. *Time Series Plot Volume Penjualan Celana Panjang di Boyolali*

Plot *time series* menunjukkan adanya lonjakan penjualan (bulan Nopember), dimana hal tersebut terjadi pada bulan puasa, sedangkan setelah tiga tahun lonjakan yang terjadi maju satu bulan dari bulan sebelummnya (bulan Oktober). Oleh karena itu, berdasarkan siklus sinodik kalender Hijriyah bulan puasa akan mengalami perubahan setiap tiga tahun sekali, yaitu bulan puasa akan maju satu bulan dari bulan sebelumnya. Berikut ini adalah tanggal lebaran (Hari Raya Idul Fitri) pada tahun 2002 hingga 2008, yang dapat memungkinkan terjadinya lonjakan volume penjualan konveksi celana panjang.

TAHUN	LEBARAN		
	BULAN	MINGGU	TGL
2002	12	1	6 dan 7
2003	11	4	25 dan 26
2004	11	3	14 dan 15
2005	11	1	3 dan 4
2006	10	4	23 dan 24
2007	10	2	12 dan 13
2008	10	1	1 dan 2
2009	9	4	21 dan 22

Tabel 1. *Tanggal Lebaran Tahun 2002-2009*

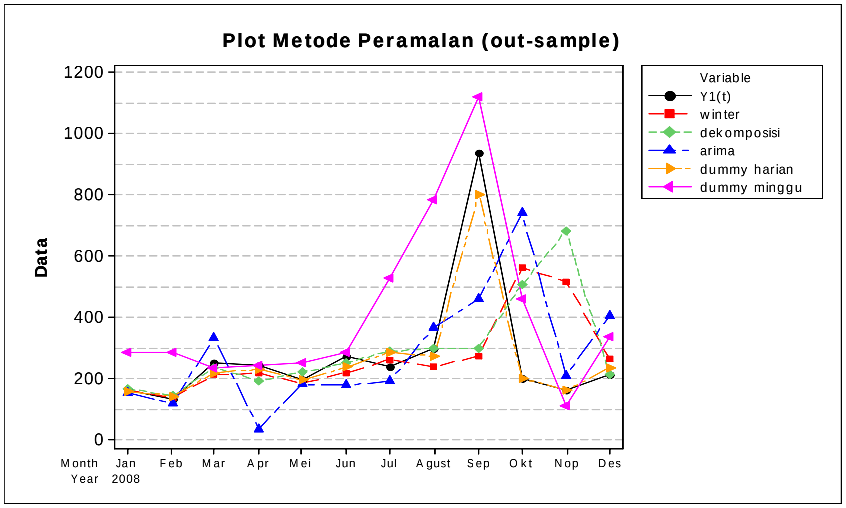
Selanjutnya dilakukan peramalan dengan tiga metode yang berbeda yaitu, *Exponential Smoothing* dengan *Winter's Method*, Dekomposisi, dan ARIMA. Untuk memilih metode terbaik, maka pada masing-masing training data (*in-sample*) maupun testing data (*out-sample*) dihitung MSE dari ketiga metode tersebut dan *time series regression* seperti pada Tabel 2. Pada Tabel 2 diberikan evaluasi mengenai nilai MSE pada *in-sample* dan *out-sample* untuk semua metode peramalan. Kemudian dilakukan perbandingan nilai MSE *out-sample* untuk memilih model terbaik. Model terbaik adalah model yang memiliki MSE *out-sample* terkecil. Nilai MSE *out-sample* yang kecil memberikan arti bahwa *forecast* model memiliki kesalahan yang kecil (peramalan telah tepat).

Model	**MSE**	
	in-sample	*out-sample*
1. Winter's		
a. *Multiplicative* (0.1;0.1;0.1)	31168.8	42444.3
b. *Additive* (0.1;0.1;0.1)	35956.2	66155.7
2. Dekomposisi		
a. *Multiplicative*		
Trend + Seasonal	26421.2	64612.4
Seasonal	27084.6	69320.4
b. *Additive*		
Trend + Seasonal	26423.3	62352.4
Seasonal	26643.3	63582.7
3. ARIMA $(0,0,0)(0,1,1)_{12}$	25696	51718.4
4. Variasi kalender		
a. *Dummy* minggu		
- Semua variabel	8404	104762
- Eliminasi yg tidak signifikan	8769	39922.8
b. *Dummy* hari		
- Semua variabel	5268	1899.31
- Eliminasi yg tidak signifikan	**5162**	**2007.12**

Tabel 2. *Perbandingan MSE pada Model Peramalan Data Variasi Kalender*

Berdasarkan Tabel 2 di atas ditunjukkan bahwa metode peramalan data variasi kalender dengan menggunakan *time series regression variabel dummy hari* menghasilkan MSE terkecil (yang berarti kesalahan dugaan terkecil pada saat digunakan *training data* (*in-sample*).

Plot *out-sample* dari beberapa metode peramalan jika digambarkan secara grafis tampak pada *Gambar 2*. Jika melihat secara visual yang cukup realistis dan didukung oleh MSE yang tidak terlalu besar, maka *time series regression variabel dummy hari* merupakan metode paling cocok diterapkan pada peramalan volume penjualan celana panjang di Boyolali. Gambar 2 berikut menunjukkan plot time series *forecast* untuk beberapa metode peramalan.



Gambar 2. Plot *Forecast untuk Beberapa Metode Peramalan pada Data Variasi Kalender*

Tampak bahwa model peramalan klasik yaitu: *eksponensial smoothing* dengan *Winter's model* (dengan alpha : 0,1, Gamma : 0,1 dan Delta : 0,1), dekomposisi (trend +seasonal), dan ARIMA belum dapat menghasilkan kesalahan yang paling kecil (MSE kecil) atau belum dapat menggambarkan menggambarkan model variasi kalender, dalam hal ini terjadinya bulan lebaran yang berbeda bulan setiap tiga tahun. Oleh karenanya untuk kasus peramalan volume penjualan celana panjang di Boyolali dapat digunakan peramalan dengan *time series regression variabel dummy hari*.

5. Kesimpulan

Dari hasil analisa terhadap volume penjualan, maka dapat disimpulkan bahwa metode *time series regression* memiliki nilai MSE pada data *in-sample* dan *out-sample* dibandingkan dengan metode lainnya. Pada kasus peramalan volume penjualan nampak adanya pola musiman yang sangat mendominasi, sehingga penggunaan *metode tersebut* dengan memanfaatkan fungsi dari variabel *dummy* (menggunakan informasi hari) dapat dimaksimalkan dengan optimal. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa *time series regression* merupakan metode terbaik dalam meramalkan volume penjualan celana panjang di Boyolali.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Daftar Pustaka

Awat, J Napa,1990, *Metode Peramalan Kuantitatif*, Liberty, Yogyakarta.

Bowerman, B.L. dan O'Connell, R.T., 1993, *Forecasting and Time Series: An Applied Approach*, 3th *edition*, Duxbury Press, California.

Box, G.E.P., Jenkins, G.M., dan Reinsel, G.C., 1994, *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, 3th *edition*, Prentice Hall, New Jersey.

Brockwell, P.J. dan Davis, R.A., 1991, *Time Series: Theory and Methods*, 2nd *edition*, Springer-verlag, New York.

Cryer, J.D., 1986, *Time Series Analysis*, PWS-KENT Publishing Company, Boston.

Makridakis, S., Wheelwright, S.C., dan McGee, V.E., 1999, Jilid 1 edisi kedua, Terjemahan Ir. Untung S. Andriyanto dan Ir. Abdul Basith, *Metode dan Aplikasi Peramalan*, Penerbit Erlangga, Jakarta.

Makridakis, S., 1993, *Metode dan Aplikasi Peramalan*. Jilid 1, Edisi Pertama, (Terjemahan : Untung S, Andrianto), Erlangga, Jakarta.

Makridakis, S., Syeven C Wheelwright., dan Victor E. McGEE., 1999, *Metode dan Aplikasi Peramalan*, Terjemahan Hari Suminto, Binarupa Aksara, Jakarta.

Mason, Robert D., 1999, *Teknik Statistika untuk Bisnis dan Ekonomi*, Erlangga, Jakarta.

McSweeny, A.J., 1978, The Effects of Response Cost on the Behavior of a Million Persons: Charging for Directory Assistance in Cincinnati, *Journal of Applied Behavioral Analysis*, Vol. **11**, hal. 47-51.

Salamah, M., Suhartono, dan Wulandari, S.P., 2003, *Analisis Time Series*, Buku Ajar, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

Soejoeti, Zanzawi, 198, *Analisis Runtun Waktu*, Karunika Jakarta, Jakarta.

Subagyo Pangestu, 1986. *Forecasting: Konsep dan Aplikasi*, Edisi Kedua, BPFE Yogyakarta, Yogyakarta.

Sudjana, 1996, *Metode Statistik*, Edisi Keenam, Tarsito, Bandung.

Supranto, J., 2000, *Statistik Teori dan Aplikasi*, Erlangga, Jakarta.

Suhartono, 2006, *Calender Variation Model for Forecasting Time Series Data with Islamic Calender Effect, Jurnal Matematika, Sains, & Teknologi*, vol. 7 No.2, hal 85-94.

Wei, W.W.S., 1990, *Time Series Analysis*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., United States.

Wei, W.W.S., 1990, *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods*, Addison Wesley Publishing Company, Canada.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

S – 10

Studi Simulasi Tentang Penerapan Grafik Pengendali Berdasarkan Analisis Komponen Utama (Principal Component Analysis)

Wirayanti[1], Adi Setiawan[2], Bambang Susanto[2]
[1] Mahasiswa Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Matematika Universitas Kristen Satya Wacana
Jl. Diponegoro 52-62 Salatiga, email: *wiraH9@yahoo.com*
[2] Dosen Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Matematika Universitas Kristen Satya Wacana
Jl. Diponegoro 52-62 Salatiga

Abstrak

Pengendalian kualitas secara statistik dapat dilakukan dengan menerapkan metode *Statistical Process Control (SPC),* salah satunya dengan grafik pengendali berdasarkan Analisis Komponen Utama (*Principal Component Analysis*-PCA). Metode PCA ini merupakan suatu metode untuk mengurangi atau meringkas jumlah variabel dengan membentuk kombinasi linier yang biasa disebut komponen utama. Komponen utama dapat menjelaskan variabel asli tanpa banyak kehilangan banyak informasi. Data yang digunakan merupakan data simulasi yang dibangkitkan dengan banyaknya variabel dan ukuran sampel tertentu. Berdasarkan data, ditentukan komponen utama selanjutnya digunakan untuk membangun grafik pengendali dalam pendeteksian data yang *out of control*.

Kata kunci : Statistical Process Control, Principal Component Analysis (PCA), grafik pengendali

1. Pendahuluan

1.1 Latar belakang

Mutu suatu produk dapat menentukan lakunya produk dipasaran, sehingga dibutuhkan pengendalian kualitas agar kualitas dari produk tersebut dapat dijaga. Dalam statistik, pengendalian kualitas dapat dilakukan dengan menerapkan metode *Statistical Process Control*. Salah satunya dengan menggunakan grafik pengendali yang berdasarkan *Principal Component Analysis* (PCA). *Principal Component Analysis* (PCA) adalah suatu analisis yang menjelaskan struktur varian-kovarian dari suatu himpunan variabel yang melalui beberapa kombinasi linear dari variabel – variabel tersebut [2]. Secara sederhana analisis komponen utama ini adalah prosedur pengurangan atau meringkas banyaknya variabel.

1.2 Perumusan masalah

Berdasarkan latar belakang, permasalahan penelitian ini akan membahas antara lain:

1. Bagaimana menerapkan grafik pengendali berdasarkan analisis komponen utama.
2. Bagaimana mengetahui komponen utama yang akan digunakan sebagai komponen atau variabel dalam grafik pengendali.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

1.3 Tujuan penelitian

Tujuan dalam penelitian ini antara lain :

1. Menerapkan grafik pengendali berdasarkan analisis komponen utama.
2. Mengetahui komponen utama yang akan digunakan sebagai komponen atau variabel dalam grafik pengendali.

1.4 Manfaat penelitian

Manfaat yang dapat diperoleh dari penyusunan makalah ini adalah untuk dapat membangun grafik pengendali yang berdasarkan analisis komponen utama untuk mengetahui seberapa banyak titik sampel yang tidak terkendali atau di luar kontrol sehingga dapat dilakukan perbaikan secepatnya.

2. Metode penelitian

Data yang digunakan adalah data simulasi yang merupakan data acak berdistribusi normal yang dibangkitkan dengan jumlah variabel dua, tiga dan empat, dengan mean dan ukuran sampel tertentu. Langkah-langkah dalam analisis data dijabarkan sebagai berikut :

1. Membangkitkan data simulasi dengan banyaknya variabel dua, tiga dan empat, dengan mean dan ukuran sampel tertentu.
2. Mencari matriks kovariansi data simulasi, eigen value dan eigen vektor.
3. Mencari komponen utama dari data simulasi.
4. Menerapkan grafik pengendali yang berdasarkan komponen utama.
5. Mengidentifikasi titik sampel yang di luar kendali.

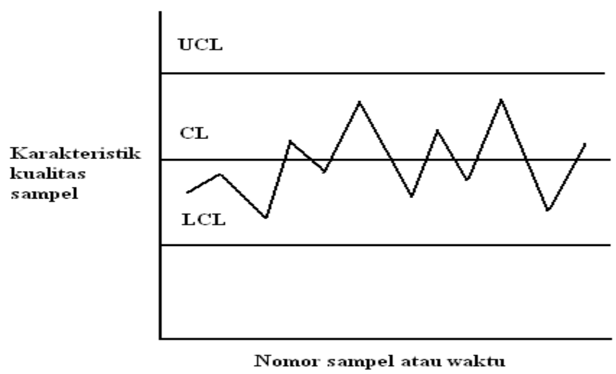
3. Dasar teori

3.1 Grafik pengendali

Statistical Process Control (pengendalian proses secara statistik) merupakan metode untuk mengendalikan suatu proses untuk menentukan stabilitas dan kemampuannya menghasilkan produk atau jasa bermutu [5]. SPC memiliki kemampuan untuk mendeteksi penyimpangan-penyimpangan yang terjadi dalam suatu proses baik suatu produk, proses maupun sistem, sehingga dapat dilakukan perbaikan agar dihasilkan suatu produk yang berkualitas.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Suatu alat yang digunakan dalam pengendalian kualitas secara statistik pada proses produksi disebut grafik pengendali (*Control Chart*). Dalam grafik pengendali umumnya terdiri dari batas atas (UCL), batas bawah (LCL) dan batas tengah (CL) seperti diperlihatkan seperti Gambar 1. Apabila titik-titik sampel berada di antara UCL dan LCL maka dapat dikatakan bahwa proses dalam keadaan terkendali. Akan tetapi, jika ada titik-titik sampel yang berada di luar UCL atau LCL maka proses dikatakan tidak terkendali.



Gambar 1. Grafik Pengendali

Jika μ dan σ diketahui maka UCL, LCL dan CL dari grafik pengendali adalah

$$\begin{aligned} UCL &= \mu + k\sigma \\ centerline &= \mu \\ LCL &= \mu - k\sigma \end{aligned} \tag{1}$$

dengan

μ = rata-rata (*mean*),

σ = deviasi standar,

k = kelipatan deviasi standar.

Biasanya kelipatan deviasi standar dalam teknik statistik digunakan k = 3, dan berkaitan dengan tingkat signifikansi (tingkat kesalahan tipe I) α=0.0027 [3].

3.2 Principal Componen Analysis (PCA)

Analisis komponen utama merupakan suatu teknik statistik untuk mengubah dari sebagian besar variabel asli yang digunakan dan saling berkorelasi satu dengan yang lainnya menjadi satu set variabel baru yang lebih kecil dan tidak berkorelasi [4]. Setiap

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

pengukuran multivariat (atau observasi), komponen utama merupakan kombinasi linier dari variabel p awal. Tujuan utama analisis komponen utama ialah untuk mengurangi dimensi peubah-peubah yang saling berhubungan dan cukup banyak variabelnya sehingga lebih mudah untuk menginterpretasikan data-data tersebut [2]. Metode yang digunakan yaitu menentukan komponen utama dengan melakukan alih ragam orthogonal atau membentuk kombinasi linier $Y = A'X$ [6]. Dari sini akan dipilih beberapa komponen utama yang dapat memberikan sebagian besar keragaman total data semula.

3.3 Menentukan Komponen Utama

Komponen utama merupakan suatu kombinasi linear vektor p variabel acak $X_1, \ldots, X_p$. Misalkan matriks $\boldsymbol{X} = [X_1, \ldots, X_p]$ mempunyai matriks kovariansi $\sum$. Dalam hal ini, $\sum$ adalah matriks simetris dan positif tegas (*positive definite*) dengan nilai eigen $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \ldots \geq \lambda_p > 0$ dan sebutlah vektor eigen yang bersesuaian untuk setiap $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \ldots \geq \lambda_p > 0$ adalah $\vec{e}_1, \ldots, \vec{e}_p$ yang saling orthogonal, dengan mencari kombinasi linier yaitu

$$Y_i = \vec{e}_i^{\,T} X = e_{1i} X_1 + e_{21} X_2 + \ldots + e_{pi} X_p, \quad i = 1, 2, \ldots, p. \tag{2}$$

Proporsi total variansi komponen prinsip ke-i didefinisikan sebagai

$$\frac{\lambda_k}{\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_p}, \quad k = 1, 2, \ldots, p. \tag{3}$$

Nilai e_{ki} menyatakan ukuran pentingnya variabel ke-k terhadap komponen prinsip ke-i. Secara khusus, e_{ki} menyatakan korelasi antara komponen-komponen Y_i dan variabel-variabel X_k. Hal ini dijelaskan dengan menggunakan koefisien korelasi antara komponen-komponen Y_i dan variabel-variabel X_k adalah

$$\rho_{Y_i, X_k} = \frac{e_{ki}\sqrt{\lambda_i}}{\sqrt{\sigma_{kk}}}, \quad i,k = 1, 2, \ldots, p. \tag{5}$$

dengan σ_{kk} adalah simpangan baku variabel ke-k [2].

4. Analisis dan Pembahasan

Dalam bab ini akan dilakukan analisis berdasarkan data simulasi.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

4.1 Studi Simulasi untuk 2 variabel

Pada simulasi ini akan dibangkitkan data acak berdistribusi normal dengan ukuran sampel (*sample size*) n yang berbeda-beda yaitu $n=100$, n=500, $n=1000$ dan $n=5000$. Dengan menggunakan matriks kovariansi $\Sigma = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ [2] dan diperoleh eigen value yaitu $\lambda_1 = 6$ dan $\lambda_2 = 1$, sedangkan vektor eigen yaitu $e_1^{'} = (-0.8945, -0.44721)$ dan $e_2^{'} = (0.44721, -0.8945)$, kombinasi liniernya adalah sebagai berikut:

$$Y_1 = e_1^{'} X = -0.8945 X_1 - 0.44721 X_2 ,$$

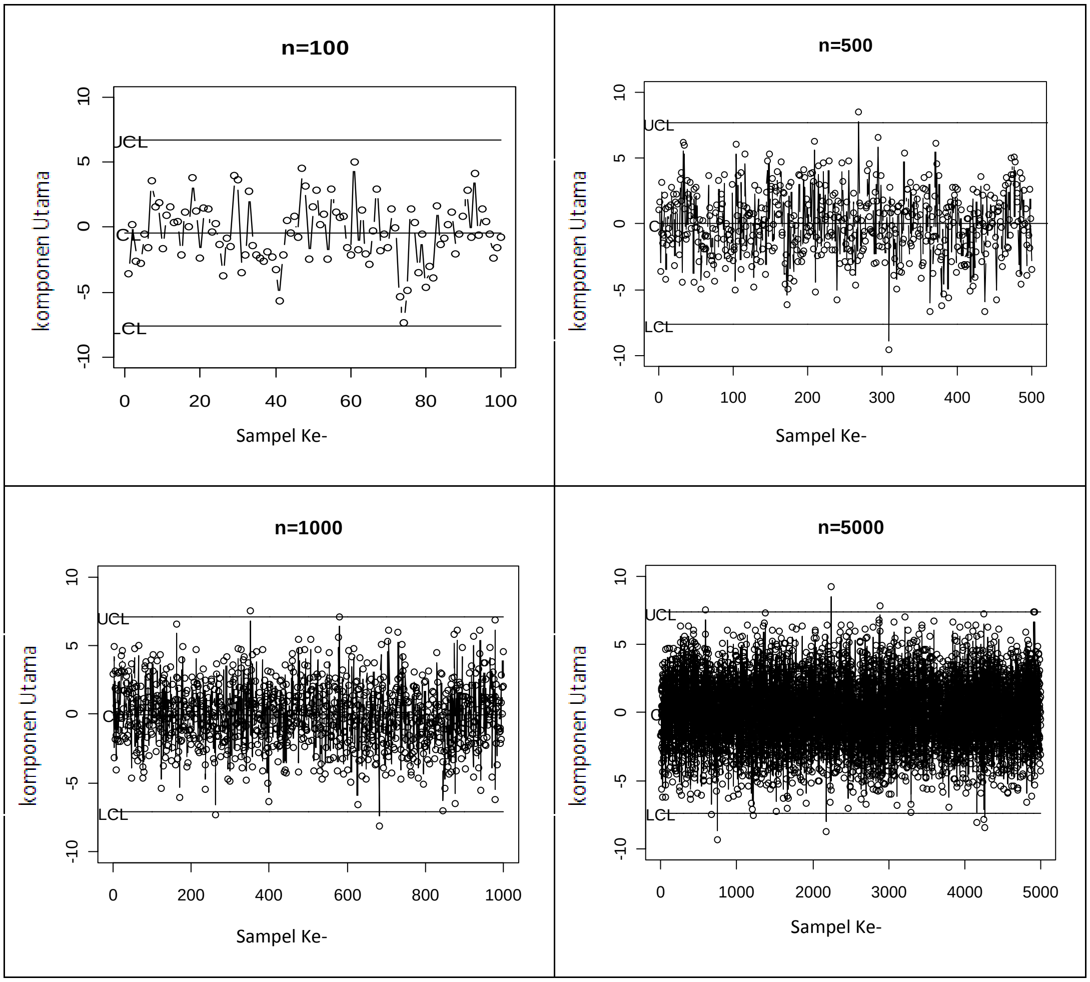
$$Y_2 = e_2^{'} X = 0.44721 X_1 - 0.8945 X_2 .$$

Proporsi dari Y_1 telah menjelaskan 86% dari data, dan proporsi untuk Y_2 hanya menjelaskan 14% dari seluruh data. Apabila dilihat dari korelasi antara Y_1 dan X_1 lebih mendekati -1 sebesar -0.9798 yang artinya korelasi cukup besar, sedangkan untuk Y_1 dan X_2 adalah sebesar -0.7745 yang juga relatif dekat ke -1. Oleh karena itu dapat dibangun grafik pengendali berdasarkan kombinasi liniernya Y_1 sebagai komponen utama, yang ditunjukkan pada Gambar 2. Sedangkan untuk titik yang di luar batas pengendali untuk masing-masing simulasi dengan ukuran sampel n yang berbeda yaitu n=100, n=500, n=1000 dan n=5000 diperoleh batas UCL, LCL dan CL pada Tabel 1. Selain itu, dapat dilihat rata-rata banyaknya titik yang di luar batas pengendali untuk 1000 kali pengulangan, hal ini dilakukan agar diperoleh hasil yang lebih akurat dan memperlihatkan banwa proporsi atau prosentase lebih mendekati tingkat signifikansi α =0.0027 yang ditunjukkan pada Tabel 2.

Tabel 1. Titik di luar batas pengendali untuk 4 ukuran sampel yang berbeda dengan 2 variabel

No	Banyaknya n	UCL	LCL	CL	Titik di luar batas pengendali
1	100	7.69	-7.52	0.09	0
2	500	7.66	-7.64	0.01	2
3	1000	7.54	-7.49	0.02	3
4	5000	7.38	-7.39	0.01	10

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3



Gambar 2. Grafik pengendali dua variabel dengan sampel size *n* berturut-turut *n*=100, *n*=500, *n*=1000 dan *n*=5000

Tabel 2. Rata-rata banyaknya titik yang berada di luar batas pengendali untuk 1000 kali pengulangan.

No	Banyaknya *n*	Rata-rata banyaknya titik yang berada di luar batas pengendali	Proporsi banyaknya titik yang berada di luar batas pengendali
1	100	0.228	0.228/100 = 0.00228
2	500	1.286	1.286/500=0.002572
3	1000	2.67	2.67/1000 = 0.00267
4	5000	13.41	13.41/5000 = 0.002682

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

4.2 Studi simulasi untuk 3 variabel

Dalam simulasi untuk 3 variabel ini akan dibangkitkan data acak berdistribusi normal dengan ukuran sampel (*sample size*) *n* yang berbeda-beda yaitu *n=100*, *n*=500, *n=1000* dan *n=5000*. Dengan menggunakan matriks kovariansi $\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ [2] dan diperoleh eigen value yaitu $\lambda_1 = 5.83$, $\lambda_2 = 2.00$ dan $\lambda_3 = 0.17$ sedangkan vektor eigen yaitu $e_1^{'} = [0.383, -0.924, 0]$, $e_2^{'} = [0,0,1]$ dan $e_3^{'} = [0.924, 0.383, 0]$, sehingga kombinasi liniernya adalah sebagai berikut:

$$Y_1 = e_1^{'} X = 0.383 X_1 - 0.924 X_2 ,$$

$$Y_2 = e_2^{'} X = X_3 ,$$

$$Y_3 = e_3^{'} X = 0.924 X_1 + 0.383 X_2 .$$

Proporsi dari total variansi untuk komponen utama pertama telah menjelaskan 73%. Selanjutnya proporsi untuk pertama dan kedua adalah 98,3% dari total variansi populasi, dalam hal ini komponen Y_1 dan Y_2 akan bisa menggantikan ketiga variabel asli tanpa kehilangan banyak informasi. Pemilihan komponen utama sangat relatif, dapat disesuaikan dengan tingkat kepuasan yang diinginkan, apabila cukup menjelaskan seluruh total variansi dengan proporsi sebesar 73% maka digunakan komponen utama Y_1, namun jika belum cukup dengan pemilihan tersebut dapat ditambahkan dengan komponen Y_2 sehingga proporsi untuk kedua komponen utama Y_1 dan Y_2 menjadi 98,3% .

Dilihat dari korelasi antara Y_1 dan X_1 relatif dekat 1 sebesar 0.925 yang artinya korelasi cukup besar, begitu pula untuk Y_1 dan X_2 adalah sebesar -0.998 yang juga relatif dekat -1. Dapat disimpulkan bahwa X_1 dan X_2 sama pentingnya dengan komponen utama pertama.

Dalam pembuatan grafik pengendali dapat digunakan dua cara yaitu grafik pengendali yang berdasarkan komponen utama Y_1 dan grafik pengendali yang berdasarkan dua komponen utama Y_1 dan Y_2. Hal tersebut dikarenakan adanya tingkat kepuasan yang digunakan. Salah satu grafik pengendali yang berdasarkan komponen utama Y_1 dapat dilihat pada Gambar 3, sedangkan rata-rata banyaknya titik sampel yang di luar batas pengendali dapat diperoleh untuk 1000 kali pengulangan seperti pada Tabel 3. Pada Tabel 3 menunjukkan bahwa proporsi dari banyaknya titik yang berada di luar batas pengendali mendekati nilai α=0.0027. Namun, dalam pembuatan grafik pengendali dengan dua komponen utama yang dipilih, untuk menggambarkan grafik pengendali dua variabel tersebut dapat menggunakan metode yang dijelaskan pada Darmawan (2010) yaitu dengan grafik pengendali *Hotteling* T^2 [1].

Tabel 3. Rata-rata banyaknya titik yang berada di luar batas pengendali untuk 1000 kali pengulangan.

No.	Banyaknya *n*	Rata-rata banyaknya titik yang berada di luar batas pengendali	Proporsi banyaknya titik yang berada di luar batas pengendali
1	100	0.244	0.244/100 = 0.00244
2	500	1.33	1.33/500=0.00266
3	1000	2.625	2.625/1000 = 0.002625
4	5000	13.529	13.529/5000 = 0.0027

4.3 Studi simulasi dengan mean masing-masing variabel pada data kandungan Kapsul Herbal Glucoser

Pada simulasi ini akan dibangkitkan data acak berdistribusi normal dengan n=1000 dan mean (197.97, 148.49, 98.99, 49.51) yang diperoleh dari data kandungan Kapsul Herbal Glucoser [7] dan menggunakan matriks kovariansi

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 8.172314 & 6.126621 & 4.091408 & 2.0513710 \\ 6.126621 & 4.593824 & 3.067336 & 1.5382090 \\ 4.091408 & 3.067336 & 2.048997 & 1.0269717 \\ 2.051371 & 1.538209 & 1.026972 & 0.5154635 \end{bmatrix}.$$

Data yang dibangkitkan mempunyai matriks kovariansi sampel yang baru yaitu

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 8.623499 & 6.466907 & 4.319825 & 2.1653782 \\ 6.466907 & 4.850434 & 3.239552 & 1.6242007 \\ 4.319825 & 3.239552 & 2.164657 & 1.0846241 \\ 2.165378 & 1.624201 & 1.084624 & 0.5443009 \end{bmatrix},$$

eigen value dan eigen vektor

$$\lambda_1 = 16.18125 \ , \qquad e_1 = [-0.7300120, -0.5474799, -0.3657058, -0.1833236],$$

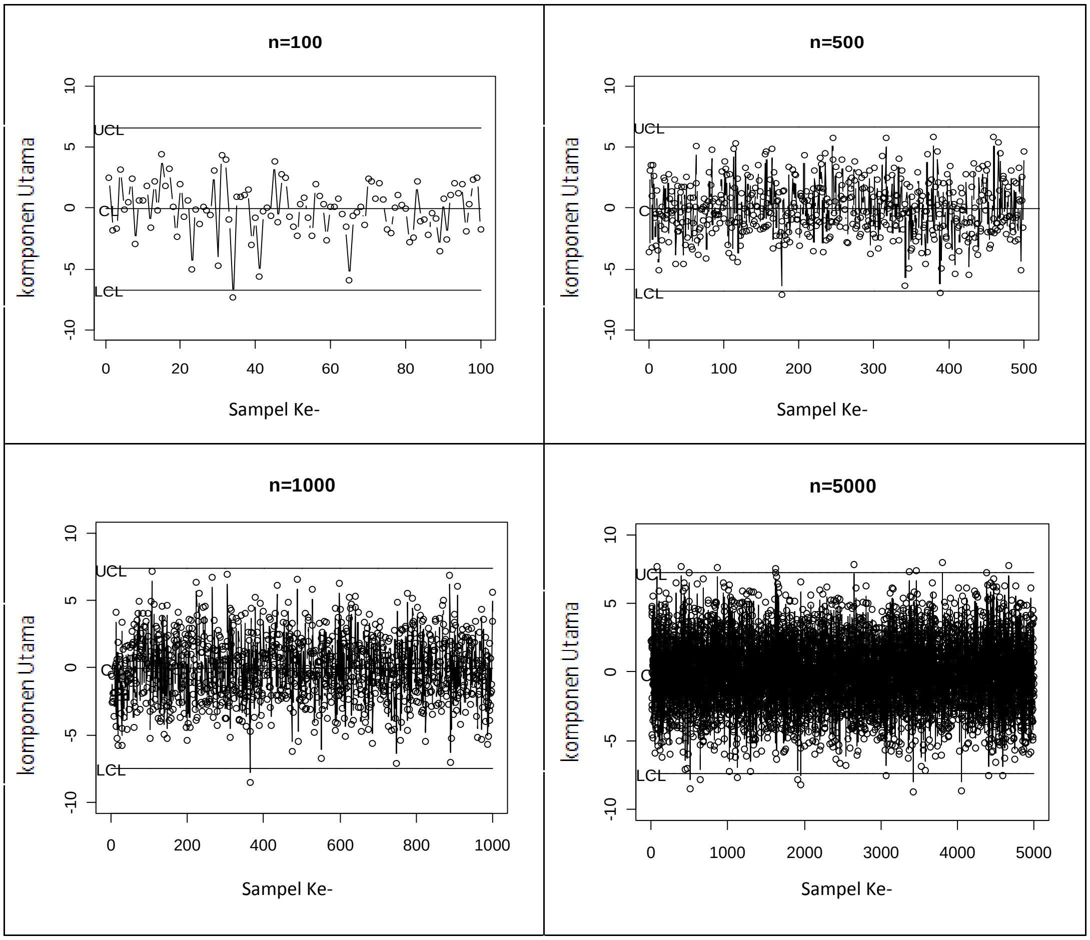
$$\lambda_2 = 0.00088 \ , \qquad e_2 = [-0.1918813, 0.4830829, -0.6296164, 0.5774043],$$

$$\lambda_3 = 0.00046 \ , \qquad e_3 = [0.6298910, -0.3104681, -0.6645000, -0.2555124],$$

$$\lambda_4 = 0.00028 \ , \qquad e_4 = [0.1830338, -0.6086922, 0.1681732, 0.7534654].$$

Dengan menggunakan komponen utama

$$Y_1 = -0.7300120 X_1 - 0.5474799 X_2 - 0.3657058 X_3 - 0.1833236 X_4 ,$$



Gambar 3. Grafik pengendali tiga variabel dengan sampel size *n* berturut-turut *n*=100, *n*=500, *n*=1000 dan *n*=5000

maka diperoleh rata-rata banyaknya titik di luar batas pengendali dengan proporsi untuk masing-masing ukuran sampel dengan 1000 kali pengulangan seperti pada Tabel 4. Proporsi dari banyaknya titik yang berada di luar batas pengendali menunjukkan bahwa nilai proporsinya mendekati nilai α=0.0027.

Tabel 4. Rata-rata banyaknya titik yang berada di luar batas pengendali untuk 1000 kali pengulangan.

No	Banyaknya *n*	Rata-rata banyaknya titik yang berada di luar batas pengendali	Proporsi banyaknya titik yang berada di luar batas pengendali
1	100	0.231	0.231/100 = 0.0023
2	500	1.312	1.312/500 = 0.002624
3	1000	2.61	2.61/1000 = 0.00261
4	5000	13.418	13.418/5000 = 0.0026836

5. Kesimpulan dan Saran

5.1 Kesimpulan

Dari pembahasan diatas dapat dibuat kesimpulan sebagai berikut:

1. Grafik pengendali yang dibuat berdasarkan komponen utama diperoleh dari pemilihan dua variabel, tiga variabel dan empat variabel dengan ukuran sampel n yang berbeda-beda yaitu n = 100, n=500, n=1000 dan n=5000 diperoleh rata-rata titik sampel yang di luar batas pengendali dan proporsi banyaknya titik yang berada di luar batas pengendali yang mendekati tingkat signifikansi α=0.0027.
2. Titik sampel yang berada di luar batas pengendali (di luar kontrol) memberikan arti bahwa sampel terjadi penyimpangan atau terjadi suatu kesalahan (cacat) yang mungkin diakibatkan kesalahan dalam proses produksi.

5.2 Saran

Data yang digunakan dapat berupa data karakteristik produksi dari suatu produk yang akan dilakukan pengendalian kualitasnya.

6. Daftar Pustaka

[1] Darmawan. 2010. *Pengendalian Kualitas Frestea Green Menggunakan Grafik Pengendali Hotelling T^2 Univariat Dan Multivariat*. Salatiga: Fakultas Sains dan Matematika Universitas Kristen Satya Wacana.

[2] Johnson, Richard. Dean Wichern. 2007. *Applied Multivariate Statistical Analysis*, 6th ed. New Jersey : Prentice Hall.

[3] Montgomery, Douglas C. 1990. *Pengantar Pengendalian Kualitas Statistik*. Yogyakarta: Gadjah Mada University Press.

[4] *Principal Component Control Chart* http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/pmc/section3/pmc342.htm (Diunduh pada 2 Oktober 2011

[5] Sugian O, Syahu. 2006. *Kamus Manajemen (Mutu)*. Jakarta : PT Gramedia Pustaka Utama.

[6] Sumarga, H.1996. *Eksplorasi Data Peubah Ganda*. Salatiga: Fakultas Sains dan Matematika Universitas Kristen Satya Wacana.

[7] Wirayanti. Setiawan, A., & Susanto, B. 2011. *Pembuatan Grafik Pengendali Berdasarkan Analisis Komponen Utama (Principal Component Analysis)*. Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika FKIP UNS tanggal 26 November 2011.

T – 1

Simulasi Laju Vaksinasi Dan Keefektifan Vaksin Pada Model Sis

Adi Tri Ratmanto dan Respatiwulan
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Sebelas Maret
adi.triratmanto@yahoo.com

Abstrak

Penyebaran penyakit yang individu terinfeksinya mempunyai kekebalan tubuh rendah dapat dimodelkan dengan model epidemic *SIS (susceptible-infected-susceptible*). Salah satu upaya untuk menurunkan laju penyebaran penyakit adalh program vaksinasi . Tujuan dari artikel ini adalah untuk mengetahui pengaruh laju vaksinasi dan keefektifan vaksin pada model *SIS*. Berdasarkan simulasi jumlah individu *infected* dapat dikurangi dengan meningkatkan laju vaksinasi dan memperbesar keefektifan vaksin.

Kata kunci: Model SIS, laju vaksinasi, keefektifan vaksin.

PENDAHULUAN

Penyakit infeksi merupakan masalah utama dalam kehidupan manusia. Hal ini dikarenakan penyakit infeksi merupakan pembunuh terbesar populasi manusia di samping perang. Fenomena penyebaran penyakit infeksi dapat digambarkan melalui pemodelan matematika. Melalui pemodelan matematika, fenomena-fenomena yang terjadi di kehidupan sehari-hari dapat digambarkan secara sederhana dan sistematis. Sebagaimana yang telah dituliskan oleh Lewis [4], bahawa perilaku penyebaran penyakit dapat digambarkan melalui pemodelan matematika.

Beberapa penyakit seperti *hepatitis* B, *tuberculosis*, dan *pertussis* merupakan penyakit infeksi yang berbahaya. Menurut Hetchote [2], penyebaran penyakit *hepatitis* B, *tuberculosis*, dan *pertussis* dapat disajikan menggunakan model endemik *SIS*. Sesuai dengan namanya, pada model ini populasi dikelompokkan menjadai dua kelas yaitu kelas untuk individu yang rentan terinfeksi penyakit (*susceptible*) dan kelas untuk individu yang telah terinfeksi penyakit (*infected*). Pada model *SIS*, individu yang telah sembuh dapat terinfeksi kembali. Hal ini dikarenakan, tubuh tidak mempunyai kekebalan permanen terhadap penyekit-penyakit yang telah disebutkan sebelumnya. Hal ini dijelaskan oleh Ianelli [3].

Penyakit seperti *hepatitis* B, *tuberculosis*, dan *pertussis* mempunyai dampak yang merugikan bagi manusia. Oleh karena itu, perlu adanya suatu upaya untuk mengurangi atau mencegah penyebaran penyakit-penyakit tersebut. Salah satu upaya yang dilakukan adalah dengan adanya pemberian vaksin atau lebih dikenal dengan imunisasi . Menurut

WHO [5], Imunisasi adalah proses dimana seseorang dibuat kebal atau resisten terhadap penyakit menular, biasanya dengan pemberian vaksin. Vaksin merangsang sistem kekebalan tubuh untuk melindungi orang terhadap infeksi berikutnya atau penyakit. Pada artikel ini akan dibahas mengenai model *SIS* dengan pengaruh vaksinasi dan keefektifan vaksin.

PEMBAHASAN

1. Model *SIS*

Menurut Iannelli [3], penyebaran penyakit infeksi dapat dimodelkan dengan model *SIS*. Pada model *SIS* populasi dikelompokkan menjadi dua yaitu *susceptible* (*S*) dan *infected* (*I*). *Susceptible* adalah kelompok yang sehat tetepi rawan terinfeksi penyakit dan *infected* adalah kelompok yang telah terinfeksi penyakit.

Untuk menurunkan model *SIS* diperlukan asumsi-asumsi yang harus dipenuhi. Berikut asumsi-asumsi dalam penurunan model *SIS.*

1. Individu yang lahir merupakan individu yang sehat tetapi rentan terserang suatu penyakit. Laju kelahiran yang masuk sama dengan laju kematiannya, sehingga populasi pada suatu wilayah adalah konstan.
2. Jumlah individu dalam populasi bercampur secara homogen, sehingga bisa terjadi kontak langsung dengan individu terinfeksi atau melalui perantara lainnya dalam penularan penyakit. Dengan laju kontak atau penularannya adalah konstan.
3. Hanya terdapat satu jenis penyakit, sehingga hanya terdapat satu macam penularan dengan penyakit yang sama.
4. Individu yang telah sembuh dianggap tidak memliki kekebalan permanen sehingga dapat tertular penyakit lagi.
5. Masa inkubasi penyakit tidak diperhatikan
6. Infeksi penyakit tidak menyebabkan kematian terhadap penderitanya
7. Tidak terjadi emigrasi atau imigrasi dalam daerah tersebut.

Sebagaimana yang telah diasumsikan bahwa penularan atau penyebaran penyakit terjadi dikarenakan adanya kontak dengan individu *infected*. Laju kontak dinotasikan dengan β dan banyaknya individu *susceptible* yang menjadi *infected* yaitu sebesar $\frac{\beta SI}{N}$

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

untuk setiap t. Jumlah semua kelahiran masuk dalam kelompok *susceptible* Dimisalkan μ merupakan laju kelahiran sehingga jumlah populasi pada kelompok *susceptible* bertambah sebesar μN. Akan tetapi, dikarenakan adanya kematian alami pada kelompok *susceptible* yaitu sebesar μS. Jumlah individu yang sembuh dari sakit kemudian masuk dalam kelompok *susceptible.* Besarnya laju kesembuhan penyakit dinotasikan dengan γ. Sehingga banyaknya individu yang sembuh adalah γI. Dari hal tersebut diperoleh laju perubahan populasi pada kelompok *susceptible* (*S*) untuk setiap t waktu dapat diekspresikan sebagai berikut

$$\frac{dS}{dt} = \mu\, N - \mu\, S - \beta S\,\frac{I}{N} + \gamma I \qquad (2.1.1)$$

Berkurangnya individu *susceptible* karena terinfeksi oleh suatu penyakit mengakibatkan bertambahnya individu *infected* sebanyak $\beta\,\frac{SI}{N}$. Pada kleompok *infected* terjadi kematian alami yang mengakibatkan berkurangnya individu *infected* sebesar μI. Individu *infected* yang telah sembuh akan mengakibatkan berkurangnya jumlah individu *infected* dengan laju kesembuhan γ sebanyak γI . Sehingga didapat laju perubahan populasi pada kelompok *infected* (*I*) untuk setiap t waktu yang diekspresikan sebagai berikut

$$\frac{dI}{dR} = \beta S\,\frac{I}{N} - \mu I - \gamma I \qquad (2.1.2)$$

Dari persamaan (2.1) dan (2.2), diperoleh model *SIS* sebagai berikut.

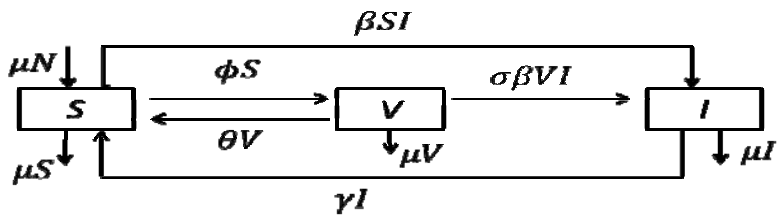
$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \mu\, N - \mu\, S - \beta S\,\frac{I}{N} - \gamma I \\ \frac{dI}{dR} &= \beta S\,\frac{I}{N} - \mu I - \gamma I\,. \end{aligned} \qquad (2.1.3)$$

2. Model *SIS* dengan Vaksinasi

Pada bagian ini dijelaskan model *SIS* dengan vaksinasi. Diasumsikan bahwa efek dari vaksin tidak 100 % efektif dan cakupan pemberian vaksin tidak dapat mencakup semuanya. Vaksinasi ditujukan terhadap individu-individu pada kelas *susceptible* (*S*). Laju pemberian vaksin sebesar ϕ dan besarnya laju vaksin yang usang (*wears off*) sebesar θ. Individu-individu yang divaksin kemudian masuk dalam kelas *vaccinated* (*V*). Pada kelas *vaccinated* (*V*), populasi berkurang karena adanya vaksin yang usang (*wears*

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

off). Jumlah populasi dikarenakan vaksin yang usang (*wears off*) sebesar yang masuk dalam kelas *susceptible* (*S*). Keefektifan vaksin sebesar , dengan interval . Jika maka vaksin efektif mengurangi penyakit, sedangkan jika maka vaksin tidak efektif mengurangi penyakit. Perubahan populasi model *SIS* dengan vaksinasi disajikan pada Gambar 1.



Selanjutnya **Gambar 1. Dinamika populasi model *SIS* dengan vaksinasi** model *SIS* dengan vaksinasi disajikan sebagai berikut

(2.2.1)

Nilai parameter dan adalah positif. Laju vaksinasi adalah dan keefektifan vaksin .

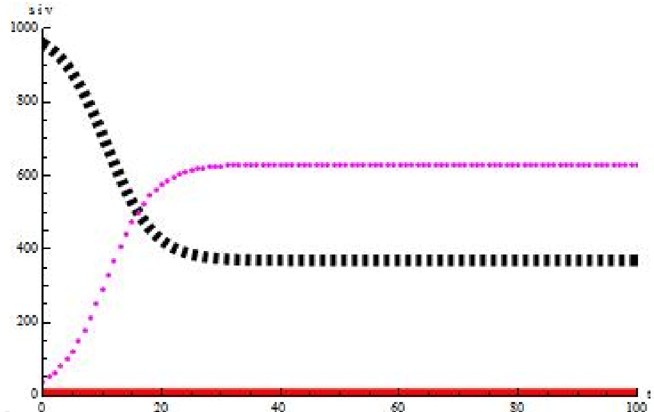
SIMULASI MODEL

Pada bagian ini diberikan simulasi model *SIS* dengan pengaruh vaksinasi dan keefektifan vaksin, dimana untuk kasus diambil dari Arino [1]. Diberikan nilai-nilai parameter yaitu laju kontak, laju kesembuhan sebesar , laju kelahiran dan kematian sama yaitu , dan besarnya laju vaksin yang usang (*wears off*) . Kondisi awal jumlah penduduk *suspectible*, *infected*, dan *vaccinated* adalah 960, 40, 0.

Berdasarkan keterangan persamaan (2.2.1) menjadi

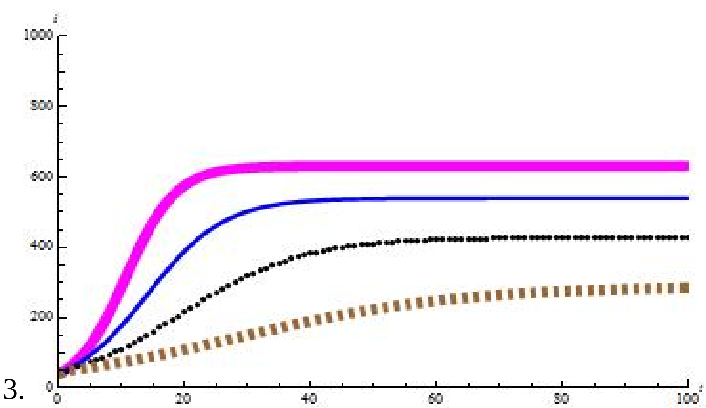
(3.1)

Dengan menggunakan model (3.1) dan metode Runge kutta orde 4 diperoleh perilaku S, I, V yang ditunjukkan pada Gambar 2.



Gambar 2. Perilaku S (garis putus-putus), I (titik-titik), dan V (garis tebal) terhadap perubahan waktu

Pada Gambar 2 ditunjukkan bahwa individu *suscpectible* mula-mula ada 960, dan jumlah individu yang terinfeksi ada 40. Besarnya jumlah individu yang mendapatkan vaksin adalah 0. Hal ini dikarenakan belum adanya program vaksinasi sehingga laju vaksinasinya adalah 0. Pada gambar dijelaskan seiring bertambahnya waktu jumlah individu *suspectible* mengalami penurunan menjadi 400 orang, sedangkan untuk individu yang terinfeksi bertambah menjadi 600 orang. Kemudian bagaimana pengaruh adanya program vaksinasi terhadap jumlah yang terinfeksi. Ditentukan besarnya laju vaksinasi adalah 0.175, 0.4, dan 0.7 dengan keefektifan vaksin sebesar 90 %. Pengaruh pemberian vaksin terhadap jumlah individu yang terinfeksi disajikan pada Gambar 3.

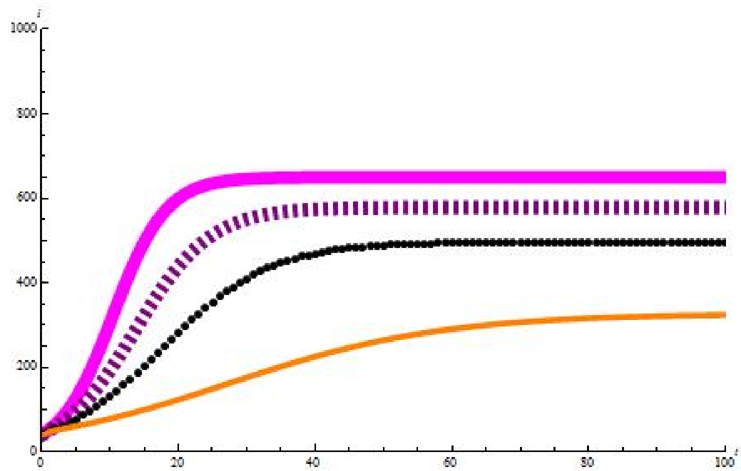


Gambar 3. $\phi = 0$ (garis tebal), $\phi = 0.175$ (garis tipis), $\phi = 0.4$ (garis titik-titik), dan $\phi = 0.7$ (garis putus-putus)

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Gambar 3 menunjukkan bahwa pada saat $\phi = 0$ atau dikatakan tidak adanya vaksinasi, jumlah individu meningkat dari 40 orang menjadi 650 orang. Selanjutnya, ketika diadakan program vaksinasi dengan laju vaksianasi sebesar $\phi = 0.175$, jumlah individu yang terinfeksi mengalami penurunan sebesar 100 menjadi 550 orang yang terinfeksi. Selanjutnya dengan meningkatkan laju vaksinasi sebesar $\phi = 0.4$, jumlah individu yang terinfeksi menjadi 400 orang dan dengan laju vaksinasi sebesar $\phi = 0.7$, jumlah individu yang terinfeksi sebesar 300 orang .

Selanjutnya bagaimana pengaruh keefektifan vaksin terhadap jumlah individu yang terinfeksi. Diberikan besarnya keefektifan vaksin yaitu antara $0 \leq \sigma \leq 1$, dengan laju vaksinasi tetap yaitu sebesar $\phi = 0.7$. Pengaruh keefektifan vaksin terhadap jumlah individu yang terinfeksi disajikan pada Gambar 4.



Gambar 4 Perubahan jumlah individu terinfeksi karena pengaruh keefektifan dari vaksin $\sigma = 1$ (garis tebal), $\sigma = 0.65$ (garis putus-putus), $\sigma = 0.4$ (garis titik-titik) dan $\sigma = 0.1$ (garis tipis)

Gambar 4 menunjukkan bahwa dengan keefektifan vaksin sebesar $\sigma = 1$ atau dikatakan bahwa pemberian vaksin tidak efektif, jumlah individu yang terinfeksi sebesar 650 orang, kemudian dengan meningkatkan keefektifan vaksin sebesar 35 % atau $\sigma = 0.65$, jumlah individu yang terinfeksi menjadi 550 orang, selanjutnya dengan $\sigma = 0.4$, jumlah individu yang terinfeksi menjadi 450 orang, dan ketika kefeektifan vaksin ditingkatkan menjadi 90 % atau $\sigma = 0.1$, jumalh individu yang terinfeksi menjadi 300 orang.

KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan dapat diambil kesimpulan

1. model *SIS* dengan vaksinasi ditunjukkan sebagai berikut

$$\frac{dS}{dt} = \mu N - \beta S \frac{I}{N} - (\mu + \phi)S + \gamma I + \theta V$$
$$\frac{dI}{dt} = \beta(S + \sigma V)\frac{I}{N} - (\mu + \gamma)I$$
$$\frac{dV}{dt} = \phi S - \sigma\beta VI - (\mu + \theta)V.$$

2. dari hasil simulasi adanya vaksinasi dengan laju vaksinasi sebesar $\phi = 0.7$ dan keefektifan vaksin sebesar 90 % dapat menurunkan jumlah individu yang terinfeksi menjadi 300 orang dari sebelumnya ada 650 orang yang terifeksi

DAFTAR PUSTAKA

[1] Arino, J., K. L. Cooke, and J. Velasco Hernandez*, An Epidemiology Model That Includes A Leaky Vaccine with General Waning Function*. Discrete and Continous Dynamical System Series, Vol.4, May 2004.
[2] H. W., *Three Basic Epidemiology Models*, Springer Verlag Berlin Heidelberg **18 (**1989**),** 119-142.
[3] Ianelli, M, *The Mathematical Modelling of Epidemics* , Mathematics Department University of Trento, 2005.
[4] Lewis, M, *Mathematical Modelling and Infectious Diseases Dynamics*. Wicslaw Kraweewicz (2004).
[5] WHO. Immunization. http://www.who.int/topics/immunization/en/

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

T – 2

Aplikasi Model *Neuro Fuzzy* Untuk Prediksi Tingkat Inflasi Di Indonesia

Aidatul Fitriah[1], **Agus Maman Abadi** [2]
1) *Program Studi Matematika, FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta*
2) *Jurusan Pendidikan Matematika, FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta*
Email: aidatulf@yahoo.com

Abstrak

Tujuan penulisan ini adalah untuk memprediksi tingkat inflasi di Indonesia dengan menggunakan model *neuro fuzzy*, yaitu ANFIS (*adaptive neuro fuzzy inference system*). Pada penelitian ini, data inflasi sebelumnya dan faktor-faktor yang mempengaruhi inflasi yaitu nilai tukar rupiah (kurs) dan tingkat suku bunga (BI *rate*) dipandang sebagai input data, kemudian tingkat inflasi sekarang sebagai output data. Berdasarkan input data tersebut, akan dibuat suatu model untuk output data dengan menggunakan ANFIS. Prosedur pemodelan ANFIS diawali dengan memberikan pasangan data input dan output untuk training, setelah itu inisialisasi FIS yang meliputi: pemilihan jumlah fungsi keanggotaan, tipe fungsi keanggotaan, dan jumlah iterasi pelatihan (*epoch*), kemudian ANFIS melatih FIS dengan memodifikasi parameter - parameter fungsi keanggotaan sampai diperoleh selisih (*error*) minimal antara keluaran FIS dengan data pelatihan output. Langkah terakhir, validasi model yaitu proses pengujian FIS yang sudah dilatih ANFIS, namun menggunakan data input/output yang belum dilatihkan kepada FIS (data testing). Hasil pemodelan dengan ANFIS lebih baik dibandingkan dengan pemodelan menggunakan metode konvesional, yaitu ARMA(1,1). Prediksi tingkat inflasi dengan menggunakan model ANFIS mempunyai nilai MSE sebesar 0.9087 dan MAPE sebesar 193.11 %, sedangkan pada model ARMA(1,1) mempunyai nilai MSE sebesar 0.276353 dan MAPE sebesar 266.0238%.

Kata kunci: tingkat inflasi, neuro fuzzy, ANFIS.

1. Pendahuluan

Pengangguran yang tinggi, perekonomian yang tidak stabil, dan pertumbuhan ekonomi yang lambat merupakan masalah yang sering dihadapi negara berkembang, seperti Indonesia. Salah satu penyebab utama tingginya tingkat pengangguran, perekonomian yang tidak stabil, dan pertumbuhan ekonomi yang lambat adalah inflasi. Inflasi adalah kecenderungan dari harga-harga untuk menaik secara umum dan terus menerus. Menurut Boediono (1985), kenaikan harga dari satu atau dua barang saja tidak disebut inflasi, kecuali kenaikan tersebut meluas kepada (mengakibatkan kenaikan) sebagian besar dari harga barang-barang lain.

Inflasi yang tidak dikendalikan dengan baik akan berdampak pada merosotnya perekonomian Indonesia. Oleh karena itu, prediksi tingkat inflasi pada masa yang akan datang sangat diperlukan yang berguna untuk menyusun kebijakan ekonomi di masa mendatang. Penelitian Cheng Hoon Lim dan Laura Papi (1997) untuk mengetahui tingkat inflasi menggunakan kointegrasi dan e*rror correction model* sebagai model analisisnya, serta variabelnya terdiri atas upah nominal, nilai tukar, *exogenous price of exports*, *exogenous imported input prices*. Penelitian Agus Maman Abadi dan Ali Muhson (2005), dengan menggunakan sistem *fuzzy* diperoleh model hubungan antara tingkat inflasi dengan nilai tukar rupiah dan pendapatan nasional. Kemudian dengan metode *ordinary least square* (OLS) dan *partial adjustment model* (PAM) oleh Fery Adrianus dan Amelias Niko (2006), menyatakan bahwa inflasi dipengaruhi oleh jumlah uang yang beredar, produk domestik bruto, nilai tukar, dan tingkat suku bunga. Berbagai model dan metode telah dikemukakan oleh beberapa ahli untuk mengetahui tingkat inflasi yang telah terjadi maupun untuk memprediksi tingkat inflasi tahun berikutnya, namun prediksi tingkat inflasi dengan menggunakan model *neuro fuzzy* belum pernah dilakukan.

Salah satu cara untuk memodelkan tingkat inflasi di Indonesia berdasarkan faktor-faktor diatas adalah dengan model *neuro fuzzy*. Model *neuro fuzzy* adalah penggabungan dua sistem, yaitu *artificial neural network (ANN)* atau “jaringan syaraf tiruan” dan *fuzzy logic* atau “logika samar”. Jaringan syaraf tiruan adalah suatu struktur yang meniru keberadaan sel-sel syaraf (*neuron*) sebagaimana dalam otak manusia. Logika samar (*fuzzy logic*) adalah pemakaian fungsi keanggotaan untuk menentukan seberapa besar suatu predikat memenuhi suatu fungsi. Sistem *fuzzy* terdiri dari 4 komponen yaitu basis aturan *fuzzy*, mesin inferensi *fuzzy*, *fuzzifier* dan penegasan (*defuzzifier*). Pada *neuro fuzzy*, suatu tahapan dalam sistem *fuzzy* dibentuk menggunakan jaringan syaraf tiruan. Model *neuro fuzzy* memiliki kemampuan aproksimasi fungsi oleh logika *fuzzy* dan kemampuan proses belajar (*learning*) oleh jaringan *neural*.

Pokok permasalahan dari penelitian ini adalah bagaimana aplikasi model *neuro fuzzy* untuk memprediksi tingkat inflasi di Indonesia. Penelitian ini bertujuan untuk membuat model *neuro fuzzy* yang dapat memprediksi tingkat inflasi di Indonesia.

Bagi investor, penelitian ini dapat menjadi dasar pertimbangan pengambilan keputusan investasi di pasar modal. Bagi kalangan akademik, hasil penelitian ini diharapkan dapat menjadi bahan yang bermanfaat, sehingga dapat menambah wawasan mengenai dunia pasar modal Indonesia dan dapat menjadi referensi penelitian selanjutnya.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

2. Landasan Teori

2.1 Inflasi

Inflasi adalah suatu kondisi harga barang-barang secara umum mengalami kenaikan dan berlangsung secara terus menerus serta saling mempengaruhi. Kebalikan dari inflasi disebut deflasi. Deflasi adalah kenaikan nilai uang secara terbuka, akibat harga barang menurun karena jumlah barang yang berlebihan. Berdasarkan asalnya, inflasi dapat digolongkan menjadi dua, yaitu inflasi yang berasal dari dalam negeri dan inflasi yang berasal dari luar negeri. Inflasi berasal dari dalam negeri adalah defisit anggaran belanja yang dibiayai dengan cara mencetak uang baru dan gagalnya pasar yang berakibat harga bahan makanan menjadi mahal. Sementara itu, inflasi dari luar negeri adalah inflasi yang terjadi akibat naiknya harga barang impor. Hal ini dapat terjadi akibat biaya produksi barang di luar negeri tinggi atau adanya kenaikan tarif *impor barang*. Inflasi juga dapat dibagi berdasarkan besarnya cakupan pengaruh terhadap harga. Jika kenaikan harga yang terjadi hanya berkaitan dengan satu atau dua barang tertentu, inflasi tersebut disebut inflasi tertutup (*closed inflation*). Namun, apabila kenaikan harga terjadi pada semua barang secara umum, maka inflasi itu disebut sebagai inflasi terbuka (*open inflation*).

Berbagai macam pemodelan inflasi telah digunakan di dalam penelitian atau studi – studi mengenai inflasi dan faktor – faktor penyebabnya. Dalam penelitian ini faktor-faktor yang mempengaruhi inflasi, yaitu nilai tukar rupiah dan tingkat suku bunga. Menurut Bodie dan Marcus (2001) nilai tukar adalah nilai mata uang dalam negeri dibandingkan dengan nilai mata uang luar negeri. Menurut Mansfield (1997) nilai tukar adalah besarnya unit dari satu mata uang yang ditukarkan untuk satu unit mata uang lainnya. Menurut Sukirno (1998) besarnya jumlah uang tertentu yang diperlukan untuk memperoleh satu unit valuta asing disebut dengan kurs mata uang asing. Menurut Mishkin (2001) suku bunga adalah biaya peminjaman atau harga yang harus dibayar untuk peminjaman dana, biasanya dinyatakan dalam persentase per tahun. Menurut Gitman (2000) suku bunga adalah kompensasi yang dibayarkan oleh peminjam kepada orang yang meminjamkan dana, dari sudut pandang peminjam dapat dikatakan sebagai biaya peminjaman uang.

2.2 Logika Fuzzy

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Fuzzy didefinisikan sebagai sesuatu yang kabur atau samar, tidak jelas, membingungkan. Penggunaan istilah sistem *fuzzy* tidak dimaksudkan untuk mengacu pada sebuah sistem yang tidak jelas (kabur/samar – samar) definisi, cara kerjanya, atau deskripsinya. Sistem *fuzzy* yang dimaksud adalah sebuah sistem yang dibangun dengan definisi, cara kerja, dan deskripsi yang jelas berdasarkan teori logika *fuzzy*. Logika *fuzzy* adalah metodologi berhitung dengan variabel kata – kata (*linguistic variable*), sebagai pengganti berhitung dengan bilangan. Tiga hal yang diperlukan untuk memahami dasar-dasar logika *fuzzy*, yaitu: himpunan *fuzzy*, fungsi keanggotaan, dan operasi logika.

Teori himpunan *fuzzy* diperkenalkan oleh Lotfi A. Zadeh pada tahun 1965. Himpunan *fuzzy* $\tilde{\boldsymbol{A}}$ pada semesta pembicaraan X dapat didefinisikan sebagai sebuah himpunan pasangan terurut,

$$\tilde{\boldsymbol{A}} = \{(\mathrm{x},\ \mu_A(x)) \mid \mathrm{x} \in X\} \tag{1}$$

dengan $\mu_A(x)$ adalah derajat keanggotaan x di $\tilde{\boldsymbol{A}}$ yang memetakan X ke ruang keanggotaan M yang terletak pada rentang [0, 1].

Fungsi keanggotaan (*membership function*) adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik input data ke dalam nilai keanggotaannya yang memiliki interval 0 sampai 1 (Sri Kusumadewi, 2003). Beberapa fungsi keanggotaan yang sering digunakan adalah: representasi linear naik, representasi linear turun, kurva segitiga, kurva trapesium, kurva–S pertumbuhan, kurva–S penyusutan, kurva PI, kurva beta, kurva gauss. Fungsi keanggotaan yang digunakan dalam penelitian ini adalah: kurva segitiga dan kurva gauss.

Model operator *fuzzy* terdiri atas 2 operator, yaitu operator-operator dasar yang dikemukakan oleh Zadeh (AND, OR, NOT) dan operator-operator alternatif yang dikembangkan dengan menggunakan konsep transformasi tertentu. Operasi AND berhubungan dengan operasi interseksi pada himpunan berikut:

$$\mu_{A \cap B} = \min(\mu_A(x), \mu_B(\mu y)) \tag{2}$$

Operasi OR berhubungan dengan operasi union pada himpunan berikut:

$$\mu_{A \cup B} = \max(\mu_A(x), \mu_B(\mu y)) \tag{3}$$

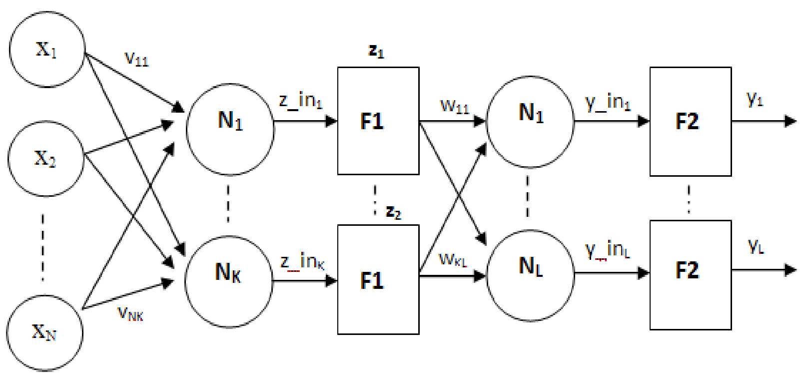
Operasi NOT berhubungan dengan operasi komplemen pada himpunan berikut:

$$\mu_A' = 1 - \mu_A(x) \tag{4}$$

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

2.3 Jaringan Syaraf Tiruan

Jaringan syaraf tiruan atau jaringan *neural artificial* merupakan salah satu representasi buatan (tiruan) dari otak manusia yang selalu mencoba untuk mensimulasikan proses pembelajaran pada otak manusia tersebut. Menurut Fausett (1994), jaringan syaraf ini diimplementasikan dengan menggunakan program komputer yang mampu menyelesaikan sejumlah proses perhitungan selama proses pembelajaran (Sri Kusumadewi dan Sri Hartati, 2010). Salah satu arsitektur jaringan syaraf tiruan (JST) adalah jaringan dengan banyak lapisan (*multilayer feedforward*). *Multilayer feedforward* terdiri dari: satu set unit sensor yang merupakan *input layers*, satu atau lebih lapisan yang terletak diantara lapisan input dan lapisan output (memiliki satu atau lebih lapisan tersembunyi) disebut *hidden layer*, dan satu *output layer*, seperti terlihat pada Gambar 1.



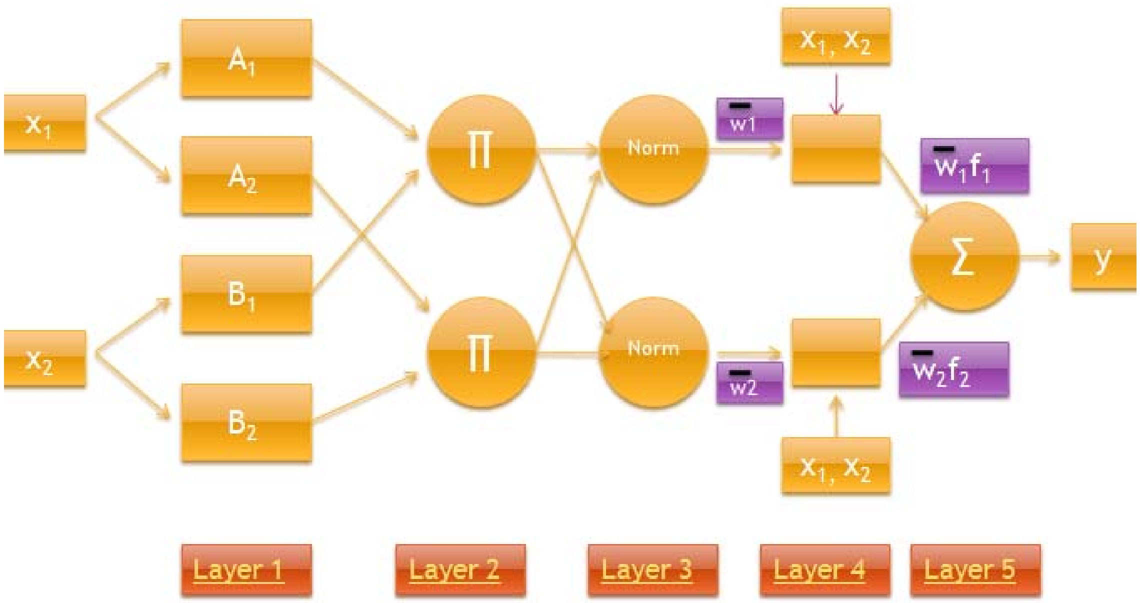
Gambar 1. ***Arsitektur Jaringan Syaraf dengan Banyak Lapisan***

Proses belajar jaringan *multilayer* menggunakan metode pembelajaran terawasi (*supervised learning*), yaitu algoritma *backpropagation* yang didasari atas aturan koreksi kesalahan.

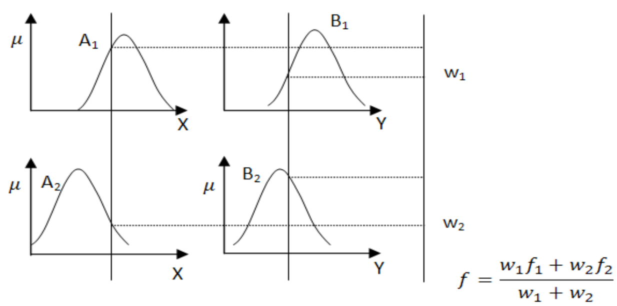
2.4 *Adaptive Neuro Fuzzy Inference System* (ANFIS)

ANFIS adalah jaringan adaptif yang berbasis pada sistem inferensi *fuzzy* (Thomas S.W., 2005). Parameter ANFIS terbagi menjadi dua, yaitu parameter premis dan konsekuensi yang dapat diadaptasikan dengan algoritma *hybrid*. Algoritma *hybrid* yang dikemukakan oleh J.S.R Jang (1992) ini merupakan penggabungan 2 metode pembelajaran yaitu *least square estimation* (LSE) dan *backpropagation*. Pelatihan *hybrid* dilakukan dalam dua langkah, yaitu langkah maju dan balik. Arsitektur ANFIS secara fungsional sama dengan *fuzzy rule base* model Sugeno.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3



Gambar 2. ***Arsitektur Jaringan ANFIS***



Gambar 3. ***Mekanisme penalaran untuk model Sugeno***

Jaringan ANFIS Sugeno terdiri dari lapisan-lapisan sebagai berikut (Jang, 1997 dalam Sri Kusumadewi dan Sri Hartati, 2010: 379-380):

a) Tiap-tiap *neuron* i pada lapisan pertama adaptif terhadap parameter suatu fungsi aktivasi. Output dari tiap *neuron* berupa derajat keanggotaan yang diberikan oleh fungsi keanggotaan input, yaitu: $\alpha_{A1}(X_1), \alpha_{B1}(X_2)$, $\alpha_{A2}(X_1)$, atau $\alpha_{B2}(X_2)$. Sebagai contoh, misalkan fungsi keanggotaan diberikan sebagai:

$$\mu(x) = \frac{1}{1+\left|\frac{x-c}{a}\right|^{2b}} \tag{5}$$

dimana {a, b, c} adalah parameter-parameter, biasanya b = 1. Jika nilai parameter-parameter ini berubah, maka bentuk kurva yang terjadi pun akan ikut berubah. Parameter-parameter tersebut dikenal dengan nama *premise parameters*.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

b) Tiap-tiap *neuron* pada lapisan ke dua berupa *neuron* tetap yang outputnya adalah hasil dari masukan. Biasanya digunakan operator AND. Tiap-tiap node merepresentasikan α predikat dari aturan ke-i.

$$O_{2,i} = w_i = \alpha_{A_i}(X_1) \cdot \alpha_{B_i}(X_2), \quad i = 1,2 \tag{6}$$

c) Tiap-tiap *neuron* pada lapisan ke tiga berupa node tetap yang merupakan hasil perhitungan rasio dari α predikat (w), dari aturan ke-i terhadap jumlah dari keseluruhan α predikat.

$$O_{3,i} = \overline{w}_i = \frac{w_i}{w_1 + w_2}, \text{ dengan } i = 1,2. \tag{7}$$

Hasil ini dikenal dengan nama *normalised firing strength.*

d) Tiap-tiap *neuron* pada lapisan keempat merupakan node adaptif terhadap suatu output.

$$O_{4,1} = \overline{w}_i y_i = \overline{w}_i(c_{i1}x_1 + c_{i2}x_2 + c_{i0}); \qquad \text{dengan} \qquad i = 1,2. \tag{8}$$

dengan $\overline{w}_i$ adalah *normalised firing strength* pada lapisan ke tiga dan $\{ c_{i1}, c_{i2}, c_{i0} \}$ adalah parameter-parameter pada *neuron* tersebut. Parameter-parameter pada lapisan tersebut disebut dengan nama *consequent parameters.*

e) Tiap-tiap *neuron* pada lapisan ke lima adalah node tetap yang merupakan jumlahan dari semua masukan.

$$O_{5,1} = y = \sum_i \overline{w}_i f_i = \frac{\sum_i w_i f_i}{\sum_i w_i} \tag{9}$$

3. Metode Penelitian

3.1 Rancangan Penelitian

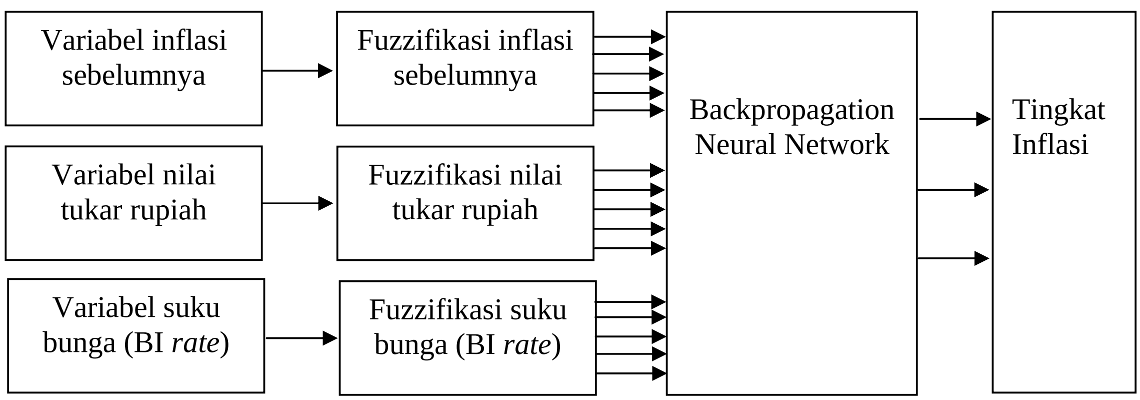
Pada penelitian ini, data yang diperlukan adalah data inflasi sebelumnya, nilai tukar rupiah (kurs) dan tingkat suku bunga (BI *rate*) sebagai input data dan tingkat inflasi sekarang sebagai output data. Data yang dikumpulkan mulai dari Januari 2000 sampai Februari 2011. Data tersebut dibagi menjadi dua, yaitu data sampel untuk membuat model (*training*) dan data testing. Berikutnya adalah pemodelan dan perancangan sistem cerdas untuk memprediksi tingkat inflasi. Untuk training sistem dapat menggunakan sebanyak 90 data yaitu dari bulan Januari 2000 sampai Juni 2007.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Setelah proses training selesai, proses dilanjutkan dengan validasi model yaitu proses pengujian FIS yang sudah dilatih oleh `anfis`, namun menggunakan data input/output yang belum dilatihkan kepada FIS. Tujuannya untuk mengetahui seberapa akurat model FIS mampu memprediksi data output jika diberikan data input. Hal ini dilakukan karena data pelatihan sering kali bercampur dengan *noise* sehingga tidak dapat merepresentasikan semua kelakuan sistem. Alasan lain perlunya melakukan validasi model adalah bahwa pada titik tertentu dalam pelatihan, model cenderung melakukan *overfitting* pada data pelatihan. Untuk testing ini, sistem menggunakan 44 data yaitu dari bulan Juli 2007 sampai Februari 2011.

3.2 Pemodelan Sistem

Model *neuro fuzzy* yang digunakan untuk memprediksi ingkat inflasi di Indonesia dapat dilihat pada Gambar 4. Faktor yang mempengaruhi inflasi, yaitu inflasi sebelumnya, nilai tukar rupiah (kurs), dan tingkat suku bunga (BI *rate*) merupakan variabel *fuzzy*.



Gambar 4. Model sistem *neuro fuzzy* untuk prediksi tingkat inflasi

Dari analisis model diperoleh beberapa pasangan model input-output, yaitu:

(1) $x_1(t-1); x_1(t)$

(2) $x_1(t-1), x_2(t-1); x_1(t)$

(3) $x_1(t-1), x_3(t-1); x_1(t)$

(4) $x_1(t-1), x_2(t-1), x_3(t-1); x_1(t)$

dengan:

$x_1(t)$ = tingkat inflasi pada bulan (t)

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$x_1(t-1)$ = tingkat inflasi pada bulan $(t-1)$

$x_2(t-1)$ = nilai tukar rupiah (kurs) pada bulan $(t-1)$

$x_3(t-1)$ = tingkat suku bunga BI *rate* pada bulan $(t-1)$

Langkah – langkah pemodelan ANFIS sebagai berikut:

1) Memberikan pasangan data input dan output untuk training.
2) ANFIS melatih FIS dengan inisialisasi FIS, yaitu mengeset harga awal parameter – parameter fungsi keanggotaan dalam FIS. Inisisalisasi FIS meliputi: pemilihan jumlah fungsi keanggotaan (*membership function*), pemilihan tipe fungsi keanggotaan (segitiga atau gaussian), pemilihan jumlah iterasi pelatihan (epoch).
3) ANFIS melatih FIS dengan memodifikasi parameter - parameter fungsi keanggotaan sampai diperoleh selisih (*error*) minimal antara keluaran FIS dengan data pelatihan output.
4) Validasi model yaitu proses pengujian FIS yang sudah dilatih oleh **anfis**, namun menggunakan data input/output yang belum dilatihkan kepada FIS.

4. Hasil dan Pembahasan

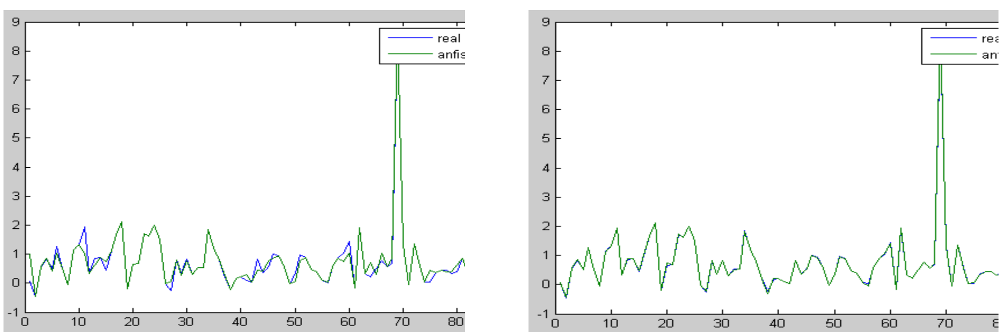
Kinerja pada proses training model ANFIS diukur berdasarkan MSE dan MAPE. Jumlah epoch yang dipilih adalah 100 kali, tipe fungsi keanggotaan segitiga atau gaussian. Kinerja proses training data dan testing data dengan algoritma *backpropagation* terlihat pada tabel 1.

Tabel 1. MSE dan MAPE untuk Data Training dan Data Testing Menggunakan Model ANFIS

	Model	Banyak *Input*	Fungsi Keanggo–taan	Training data		Testing Data	
				MSE	MAPE (%)	MSE	MAPE (%)
	1	1	Gaussian	0.0420	40.32	0.9087	193.11
	2	2	Gaussian	7.55e-004	7.75	3.85e+04	26066.11
	3	2	Gaus	9.13e	0.17	9.62	846.4

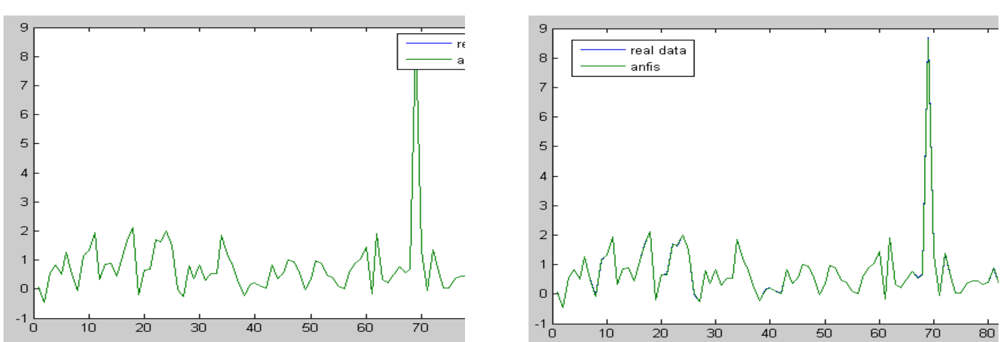
 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

			sian	-007		46	5
	4	3	Gaussian	1.268e-004	2.38	46.5031	1455.67
	5	2	Segitiga	8.36e-004	6.52	9.1717	1291.44
	6	3	Segitiga	8.65e-005	2.54	578.3572	3924.41
	AR(1)MA(1)	1	-	1.0091	292.1947	0.276353	266.0238



Gambar 5. (a) Model 1; (b) Model 2

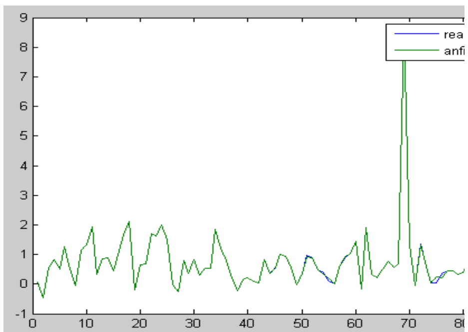
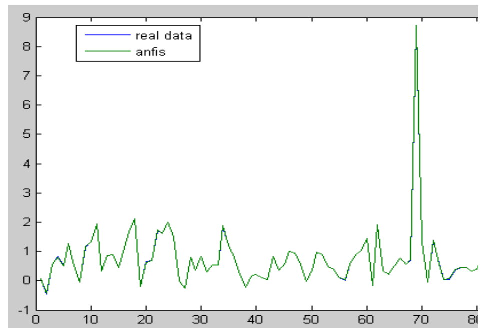
Gambar (a) diatas merupakan nilai prediksi dan nilai sebenarnya dari data training tingkat inflasi berdasarkan input inflasi sebelumnya dengan fungsi keanggotaan Gauss; Gambar (b) merupakan nilai prediksi dan nilai sebenarnya dari data training inflasi berdasarkan input inflasi sebelumnya dan kurs dengan fungsi keanggotaan Gauss.



Gambar 6. (c) Model 3; (d) Model 4

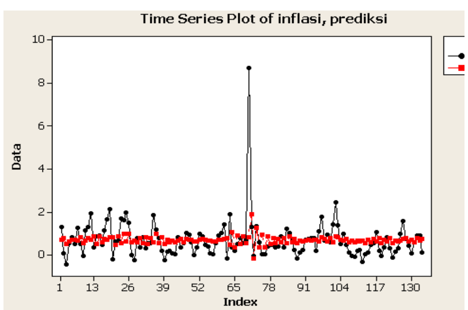
ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Gambar (c) diatas merupakan nilai prediksi dan nilai sebenarnya dari data training tingkat inflasi berdasarkan input inflasi sebelumnya dan BI *rate* dengan fungsi keanggotaan Gauss; Gambar (d) merupakan nilai prediksi dan nilai sebenarnya dari data training inflasi berdasarkan input inflasi sebelumnya, kurs, BI *rate* dengan fungsi keanggotaan Gauss.

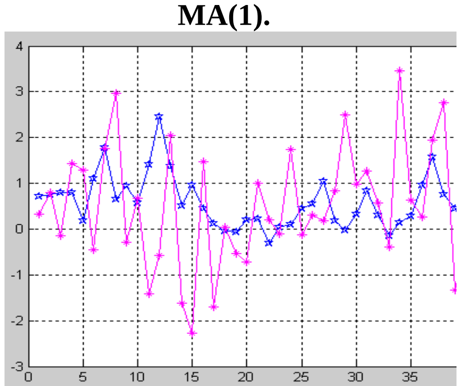
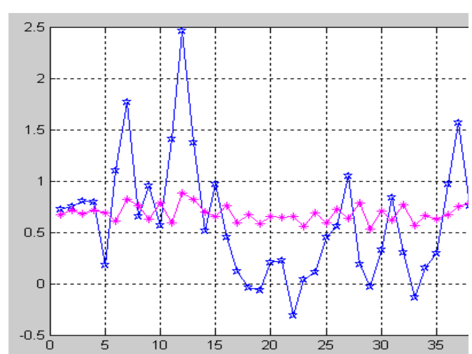
Gambar 7. (e) Model 5 (f) Model 6

Gambar (e) diatas merupakan nilai prediksi dan nilai sebenarnya dari data training tingkat inflasi berdasarkan input inflasi sebelumnya dan BI *rate* dengan fungsi keanggotaan segitiga; Gambar (f) merupakan nilai prediksi dan nilai sebenarnya dari data training inflasi berdasarkan input inflasi sebelumnya, kurs, BI *rate* dengan fungsi keanggotaan segitiga.



Gambar 8. Data Inflasi dan Prediksi menggunakan AR(1) MA(1).

Gambar disamping merupakan nilai prediksi dan nilai sebenarnya dari data training tingkat inflasi menggunakan model pembanding AR(1) MA(1).

Gambar 10. Data testing model

Gambar 9. Data testing model 1 **AR(1) MA(1)**

Gambar 9 diatas merupakan nilai prediksi dan nilai sebenarnya dari data testing tingkat inflasi berdasarkan input inflasi sebelumnya dengan fungsi keanggotaan Gauss; Gambar 10 merupakan nilai prediksi dan nilai sebenarnya dari data testing tingkat inflasi menggunakan model AR(1) MA(1).

5. Kesimpulan dan Saran

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan mengenai model *neuro fuzzy*, yaitu model ANFIS (*adaptive neuro fuzzy inference system*) yang diaplikasikan pada tingkat inflasi, nilai tukar rupiah, tingkat BI Rate dari bulan Januari 2000 – Februari 2011, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut: model terbaik untuk data prediksi inflasi menurut MSE dan MAPE terkecil pada training data dan testing data adalah model pertama dengan input model berdasarkan inflasi sebelumnya (1 *input* – 1 *output*), fungsi keanggotaan Gauss. Pada proses traning prediksi inflasi dengan menggunakan model ANFIS tersebut mempunyai nilai MSE sebesar 0.0420 dan MAPE sebesar 40.32 %. Dan pada proses testing model tersebut mempunyai nilai MSE sebesar 0.9087 dan MAPE sebesar 193.11 %. Hasil tersebut masih lebih baik dibandingkan dengan prediksi inflasi menggunakan metode konvesional, yaitu ARMA(1,1) dengan nilai MSE sebesar 1.0091 dan MAPE sebesar 292.1947 % pada proses training dan nilai MSE sebesar 0.276353 serta MAPE sebesar 266.0238% pada proses testing.

Dilihat dari hasil MSE dan MAPE pada testing yang bernilai sangat besar, dapat disimpulkan bahwa prediksi tingkat inflasi menggunakan model ANFIS tidak cocok untuk jangka panjang, namun cocok untuk jangka pendek misal tingkat inflasi 3 bulan kemudian (*triwulan*).

5.2 Saran

Dalam penelitian ini, penulis melakukan prediksi inflasi dengan menggunakan model ANFIS. Bagi pembaca yang berminat dengan permasalahan prediksi *time series* khususnya model *neuro fuzzy* penulis menyarankan: faktor yang mempengaruhi inflasi untuk memprediksikan tingkat inflasi di Indonesia dalam penelitian ini adalah faktor – faktor ekonomi. Inflasi sangat mungkin dipengaruhi oleh faktor alam, politik, keamanan dan lain – lainnya. Pembaca yang berminat dapat melakukan prediksi tingkat inflasi di Indonesia dengan menggunakan faktor – faktor yang mempengaruhi inflasi tidak hanya pada faktor ekonomi saja, melainkan faktor alam, politik, keamanan, dan lain – lain. Dalam penelitian ini belum dilakukan *pre–processing* data untuk pemilihan faktor – faktor yang berpengaruh terhadap tingkat inflasi. Pada penelitian selanjutnya, disarankan untuk melakukan *pre–processing* untuk meningkatkan keakuratan model *neuro fuzzy*. Sistem neural netwotk mempunyai 2 metode pembelajaran, yaitu metode pembelajaran terawasi dan metode pembelajaran tak terawasi. Dalam penelitian ini menggunakan metode pembelajaran terawasi *(supervised learning)*, yaitu *backpropagation*. Dalam penelitian selanjutnya, dapat mencoba menggunakan metode pembelajaran tak terawasi.

DAFTAR PUSTAKA

Abadi, Agus M., dan Ali Muhson. (2005). “Pemodelan Tingkat Inflasi di Indonesia dengan Menggunakan Sistem Fuzzy.” *Jurnal Ekonomi & Pendidikan (Vol.2, No.2).*

Adrianus, Fery dan Amelia Niko. (2006). “Analisis Faktor – Faktor yang Mempengaruhi Inflasi di Indonesia Periode 1997: 3- 2005:2.” *Jurnal Ekonomi Pembangunan* (Vol. 11 No.2). Hal. 173-186.

Boediono. (1985). *Pengantar Ilmu Ekonomi No. 5: Ekonomi Moneter (Edisi Ketiga).* Yogyakarta: BPFE.

Hanke, J.E., & Winchern, D.W. (2005). *Business Forecasting*. New Jersey: Pearson Education International.

http://www.bi.go.id. Diakses pada 17 Maret 2011.

http://www.bps.go.id. Diakses pada 17 Maret 2011.

Kusumadewi, Sri. (2002). *Analisis & Desain Sistem Fuzzy Menggunakan Toolbox Matlab*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Kusumadewi, Sri. (2003). *Artificial Intelegence (Teknik dan Aplikasinya).* Yogyakarta: Graha Ilmu.

Kusumadewi, Sri dan Sri Hartati. (2010). *NEURO – FUZZY Integrasi sistem Fuzzy & Jaringan Syaraf* (Edisi Kedua). Yogyakarta: Graha Ilmu.

Nopirin. (1988). *Ekonomi Moneter (Buku II) Edisi Pertama*. Yogyakarta: BPFE.

Samuelson, Paul & D. Nordhaus W. (1998). *Ekonomi* (Drs. A. Djaka W. Terjemahan). Jakarta: Erlangga.

T – 3

Model Dinamika Sel Tumor Dengan Terapi Pengobatan Menggunakan Virus *Oncolytic*

Oleh :
Ali Kusnanto, Hikmah Rahmah, Endar H. Nugrahani
Departemen Matematika FMIPA-IPB
Email : alikusnanto@yahoo.com

Abstrak

Selama ini virus diasosiasikan sebagai penyebab utama terjadinya berbagai penyakit. Namun, studi terbaru menunjukkan setidaknya ada beberapa virus yang memiliki kemampuan anti kanker yang dapat digunakan untuk terapi kanker *metastatis.* Salah satunya adalah virus anti kanker *oncolytic*. Virus ini dipelajari karena perlakuannya terhadap sel kanker, yang mampu menginfeksi dan memecahkan sel-sel kanker tanpa merusak sel normal. Interaksi antara tumor dengan virus *oncolytic* sangat kompleks dan tidak linear. Penyembuhan sel tumor dengan pemberian virus *oncolytic* dimodelkan secara matematis. Model tersebut menggambarkan suatu interaksi antara dua jenis sel tumor, yaitu sel tumor terjangkit virus *oncolytic* dan sel tumor yang tidak terjangkit virus *oncolytic*. Dalam penelitian ini akan dibahas pengaruh perubahan parameter model terhadap kestabilan model secara keseluruhan. Selanjutnya ditunjukkan bahwa terapi virus *oncolytic* sebagai terapi penyembuhan tumor sangat bergantung pada nilai parameter, karena pemberian parameter yang berbeda maka akan menunjukkan berbagai perilaku sel tumor.

Kata kunci : virus *oncolytic,* model tumor, kestabilan, permodelan matematika.

1 Pendahuluan

Selama ini virus diasosiasikan sebagai penyebab utama terjadinya berbagai penyakit. Namun, studi terbaru menunjukkan setidaknya ada beberapa virus yang memiliki kemampuan anti kanker yang dapat digunakan untuk terapi kanker *metastatis.* Salah satunya virus anti kanker *oncolytic*. Virus ini dipelajari karena perlakuannya terhadap sel kanker, yang mampu menginfeksi dan memecahkan sel-sel kanker tanpa merusak sel normal.

Penginfeksian virus terhadap tumor dilakukan dengan menyuntikkan virus ini langsung ke tumor yang ada dalam tubuh pasien. Interaksi di antara tumor dengan virus *oncolytic* sangat kompleks dan tidak linear. Penyembuhan sel tumor dengan pemberian virus *oncolytic* dimodelkan secara matematis pertama kali oleh Wodartz (2001). Model tersebut menggambarkan suatu interaksi antara 2 jenis sel tumor, yaitu sel tumor yang terjangkit virus *oncolytic* dan sel tumor yang tidak terjangkit virus *oncolytic*. Bentuk model Wodartz dapat dituliskan sebagai berikut

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$$\frac{dX}{dt} = f_1(X,Y)X - g(X,Y)Y$$
$$\frac{dY}{dt} = f_2(X,Y)X + g(X,Y)Y$$

dengan X merupakan jumlah sel tumor yang tidak terinfeksi virus *oncolytic* dan Y merupakan jumlah sel tumor yang terinfeksi virus *oncolytic*. Selain itu diketahui pula bahwa $f_i(X,Y), i = 1,2$ adalah fungsi pertumbuhan sel tumor yang tidak terinfeksi oleh virus *oncolytic* per kapita dan $g(X,Y)$ mewakili suatu fungsi yang mendeskripsikan kekuatan dari penginfeksian virus *oncolytic* terhadap sel tumor, yaitu angka dari sel tumor yang baru terjangkit oleh virus *oncolytic* per satuan waktu.

Model dinamika infeksi virus *oncolytic* terhadap sel tumor ini selanjutnya diteliti oleh Novozhilov et al (2006) yang selanjutnya dikembangkan oleh Agarwal & Archana (2011) dengan model sebagai berikut

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= r_1 X\left(1 - \frac{X+Y}{K}\right) - \frac{bXY}{X+Y+a} \\ \frac{dY}{dt} &= r_2 Y\left(1 - \frac{X+Y}{K}\right) + \frac{bXY}{X+Y+a} - \alpha Y \end{aligned} \tag{1}$$

Pada model (1) X merupakan jumlah sel tumor yang tidak terinfeksi virus *oncolytic*, Y merupakan jumlah sel tumor yang terinfeksi virus *oncolyti,* $\frac{dX}{dt}$ adalah laju pertumbuhan jumlah sel tumor yang tidak terinfeksi virus *oncolytic* per satuan waktu dan $\frac{dY}{dt}$ adalah laju pertumbuhan jumlah sel tumor yang terinfeksi virus *oncolytic* per satuan waktu, r_1 adalah proporsi laju pertumbuhan sel tumor yang tidak terinfeksi virus *oncolytic,* r_2 merupakan proporsi laju pertumbuhan sel tumor yang sudah terinfeksi virus *oncolytic*, K adalah daya dukung lingkungan, yaitu kapasitas maksimum populasi antara virus *oncolytic* dengan sel tumor yang dapat tumbuh di lingkungannya, dan α adalah laju kematian sel tumor yang terinveksi virus *oncolytic.* Keberadaan virus *oncolytic* menyebabkan adanya laju transmisi, yaitu laju penggandaan virus yang menginfeksi populasi Y dan interaksinya terhadap populasi X yaitu sel tumor tidak terinfeksi, ditulis $\frac{bXY}{X+Y+a}$, dengan b merupakan laju penggandaan virus *oncolytic* dan $X + Y + a$ adalah faktor kejenuhan virus dalam menginfeksi sel tumor. Berbeda dengan sistem mangsa pemangsa, di mana pemangsa dapat mengalami kejenuhan tingkat pemangsaan, sel virus ini diasumsikan tidak mengalami kejenuhan sehingga faktor $X + Y + a$ diasumsikan bernilai satu, sehingga persamaan penginfeksian virus ini dapat dituliskan dalam model yang lebih sederhana, yaitu

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= r_1 X\left(1-\frac{X+Y}{K}\right) - bXY \\ \frac{dY}{dt} &= r_2 Y\left(1-\frac{X+Y}{K}\right) + bXY - \alpha Y \end{aligned} \tag{2}$$

Untuk analisis berikutnya, persamaan (2) akan ditransformasi dengan cara penondimensionalan. Penskalaan ulang $\tau = r_1 t$, $x(\tau) = X(t)/K$, $y(\tau) = Y(t)/K$ akan mengubah sistem (2) menjadi sistem berikut

$$\begin{aligned} \frac{dx}{d\tau} &= x(1-(x+y)) - \beta xy \\ \frac{dy}{d\tau} &= \gamma y(1-(x+y)) + \beta xy - \delta y \end{aligned} \tag{3}$$

dengan $\beta = bK / r_1$, $\delta = \alpha / r_1$, $\gamma = r_2 / r_1$.

Hasil kajian ini bermanfaat buat pengembangan penggunaan virus penghambat sel tumor. Dengan kajian ini diharapkan pengguna dapat menentukan perbandingan besaran antarparameter, sehingga sel tumor dari tubuh penderita dapat dihilangkan. Analisis model yang digunakan dalam penelitian adalah dengan menentukan kestabilan lokal dari setiap titik tetap yang diperoleh dengan menggunakan nilai eigen. Selanjutnya untuk menjelaskan solusi dari sistem, digunakan simulasi menggunakan bantuan *software* simbolik.

2 Hasil dan Pembahasan

Dengan menyelesaikan persamaan (3) diperoleh titik tetap sebagai berikut : $T_1(0,0)$, $T_2(1,0)$, $T_3\left(0,1-\frac{\delta}{\gamma}\right)$, $T_4\left(\frac{\beta(\gamma-\delta)-\delta}{\beta(\gamma-\beta-1)}, \frac{\delta-\beta}{\beta(\gamma-\beta-1)}\right)$. Tidak semua titik tetap berada pada kuadran pertama, sehingga titik tetap pada kuadran pertama berkisar antara 2-4 titik tetap.

Matriks Jacobi yang bersesuaian dengan pelinearan sistem (3) adalah

$$A = \begin{bmatrix} 1-2x-y-\beta y & -x-\beta x \\ -\gamma y + \beta y & \gamma(1-x-2y) - \delta + \beta x \end{bmatrix}. \tag{4}$$

Titik tetap T_1 menyatakan bahwa sel tumor *x* dan sel tumor terinfeksi virus *y* akan punah dari tubuh penderita tumor, sedangkan titik tetap T_2 menyatakan bahwa sel tumor berada pada ambang batas maksimal (angka 1) yang merupakan batas kapasitas sel, sedangkan sel yang terinfeksi akan punah. Dalam kondisi seperti ini berarti pengobatan dengan virus ini mengalami kegagalan total. Titik tetap T_3 menyatakan bahwa sel tumor punah tetapi sel terinfeksi masih tetap ada dalam tubuh. Keberadaan masing-masing titik tetap tersebut

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

dipengaruhi oleh nilai-nilai parameter model. Eksistensi titik tetap dalam kuadran pertama bidang koordinat dijelaskan dalam lema berikut.

Lema 1. Titik tetap T_1, T_2 selalu ada dalam sistem (3). Jika $\delta < \gamma$ maka titik tetap T_3 akan berada dalam kuadran pertama.

Bukti : Karena koordinat $T_1, T_2 \geq 0$ maka keberadaannya selalu di kuadran pertama. Jika $\delta < \gamma$ maka $1 - \frac{\delta}{\gamma} > 0$ sehingga $T_3\left(0,1 - \frac{\delta}{\gamma}\right)$ berada di kuadran pertama. **Kestabilan Lokal Titik Tetap**

Untuk menentukan dinamika model dalam sistem (3), akan ditentukan terlebih dahulu sifat kestabilan lokal dari setiap titik tetap. Perilaku kestabilan sistem ini dipengaruhi oleh nilai eigen dari matriks Jacobi untuk setiap titik tetap yang diberikan. Teknik analisis yang akan dilakukan ini dapat dilihat dalam Strogatz (1994) dan Tu (1994).

Lema 2. Titik tetap $T_1(0,0)$ adalah titik tetap tak stabil jika $\gamma > \delta$ dan sadel jika $\gamma < \delta$.

Bukti : Matriks Jacobi $A(T_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \gamma - \delta \end{bmatrix}$. Nilai eigen matriks tersebut adalah $\lambda_1 = 1$ dan $\lambda_2 = \gamma - \delta$. Jika $\gamma > \delta$ maka $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0$ sehingga titik tetap tak stabil. Jika $\gamma < \delta$ maka $\lambda_1 > 0, \lambda_2 < 0$ sehingga titik tetap bersifat sadel.

Lema 3. Titik tetap $T_2(1,0)$ adalah titik tetap stabil jika $\beta < \delta$ dan sadel jika $\beta > \delta$.

Bukti : Matriks Jacobi $A(T_2) = \begin{bmatrix} -1 & -1-\beta \\ 0 & -\delta + \beta \end{bmatrix}$. Nilai eigen matriks tersebut adalah $\lambda_1 = -1$ dan $\lambda_2 = -\delta + \beta$. Jika $\beta < \delta$ maka $\lambda_1 < 0, \lambda_2 < 0$ sehingga titik tetap stabil. Jika $\beta > \delta$ maka $\lambda_1 < 0, \lambda_2 > 0$ sehingga titik tetap bersifat sadel.

Lema 4. Titik tetap $T_3\left(0,1 - \frac{\delta}{\gamma}\right)$ adalah titik tetap tak stabil jika $\delta > \gamma$ dan stabil jika $\delta < \gamma$.

Bukti : Matriks Jacobi $A(T_3) = \begin{bmatrix} \frac{\delta}{\gamma} - \beta\left(1 - \frac{\delta}{\gamma}\right) & 0 \\ -\gamma\left(1 - \frac{\delta}{\gamma}\right) + \beta\left(1 - \frac{\delta}{\gamma}\right) & -\gamma\left(1 - \frac{\delta}{\gamma}\right) \end{bmatrix}$. Nilai eigen matriks tersebut adalah $\lambda_1 = -\gamma + \delta$ dan $\lambda_2 = \frac{\delta}{\gamma} - \beta\left(1 - \frac{\delta}{\gamma}\right)$. Jika $\delta > \gamma$ maka $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0$ sehingga titik tetap tidak stabil. Jika $\delta < \gamma$ dan $\beta\gamma > 1$ maka $\lambda_1 < 0, \lambda_2 < 0$ sehingga titik tetap bersifat stabil.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Karena tingkat kerumitan analisis parameter untuk titik tetap ke-4, maka dalam penelitian ini, kestabilan titik tetap ini akan ditentukan melalui simulasi dengan komputer.

Dari hasil pembahasan di atas, dapat disimpulkan bahwa dengan mengubah beberapa nilai parameter maka akan diperoleh kestabilan titik tetap yang berbeda-beda. Selanjutnya hasil yang diperoleh dapat dilihat pada Tabel 1 berikut.

Tabel 1 Tabel kondisi kestabilan titik tetap

Kondisi	$\boldsymbol{T_1}$	$\boldsymbol{T_2}$	$\boldsymbol{T_3}$
β<δ<γ	Tak stabil	stabil	Stabil
γ<δ<β	sadel	sadel	X
δ<γ, δ<β	Tak stabil	sadel	Stabil
γ<δ, β<δ	sadel	stabil	X

Teorema Misalkan diberikan pengobatan tumor menggunakan virus *oncolytic* yang memenuhi sistem persamaan (3). Pengobatan akan berhasil jika memenuhi $\beta > \delta$. Selanjutnya jika diberikan tambahan syarat $\delta < \gamma$ maka kestabilan sistem akan menuju ke titik tetap T_3 dan berakibat pengobatan sangat berhasil.

Bukti : Berdasarkan Lema 3, jika $\beta > \delta$ maka titik tetap T_2 akan bersifat sadel sehingga untuk $t \to \infty$ maka solusi akan menuju ke titik tetap yang lain. Karena kestabilan titik tetap T_2 akan mengakibatkan berkembangnya sel tumor ke nilai maksimal dan sel yang terkena virus menjadi punah, maka kondisi di atas (T_2 sadel) akan mengakibatkan keberhasilan pengobatan. Selanjutnya berdasarkan Lema 4, kondisi $\delta < \gamma$ akan mengakibatkan titik tetap T_3 bersifat stabil. Kondisi ini mengakibatkan sel tumor akan punah dan menyisakan sel tumor yang sudah terinfeksi virus *oncolytic*, sehingga pengobatan sangat berhasil karena semua sel tumor berhasil dihilangkan dari tubuh.

3 Simulasi Numerik

Dalam model ini, nilai parameter yang mudah dikontrol dari luar adalah nilai γ yang menyatakan perbandingan laju pertumbuhan sel yang terinfeksi virus dengan laju pertumbuhan sel tumor yang tidak terinfeksi virus. Jika nilai γ kecil, berarti laju

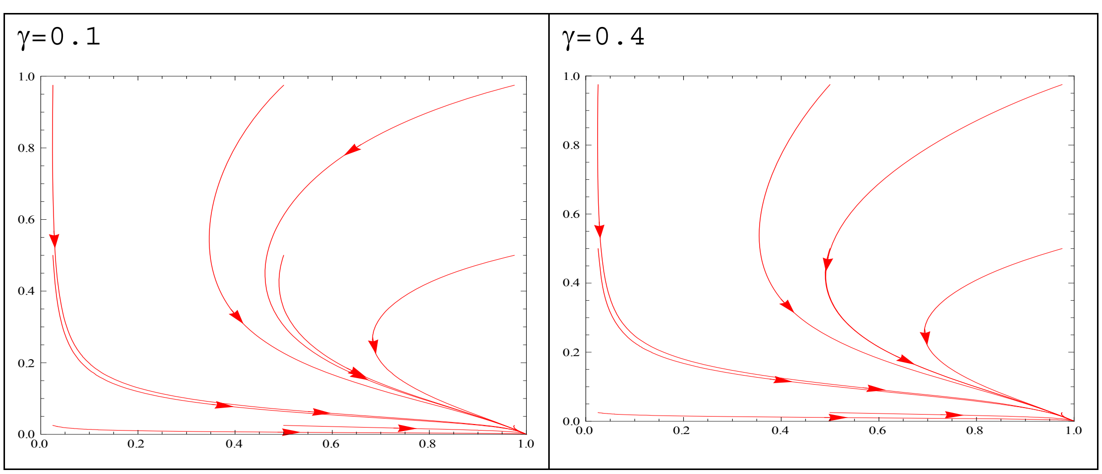
 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

bertambahnya sel tumor lebih besar dari laju bertambahnya sel yang terinfeksi virus. Dalam simulasi ini akan dipilih nilai-nilai parameter seperti yang disajikan dalam Tabel 2 berikut.

Tabel 2. Nilai parameter yang dipilih

Parameter	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8
β	0.2	0.2	0.2	0.2	0.5	0.5	0.5	0.5
δ	0.5	0.5	0.5	0.5	0.2	0.2	0.2	0.2
γ	**0.1**	**0.4**	**0.9**	**4**	**0.1**	**0.4**	**0.9**	**4**

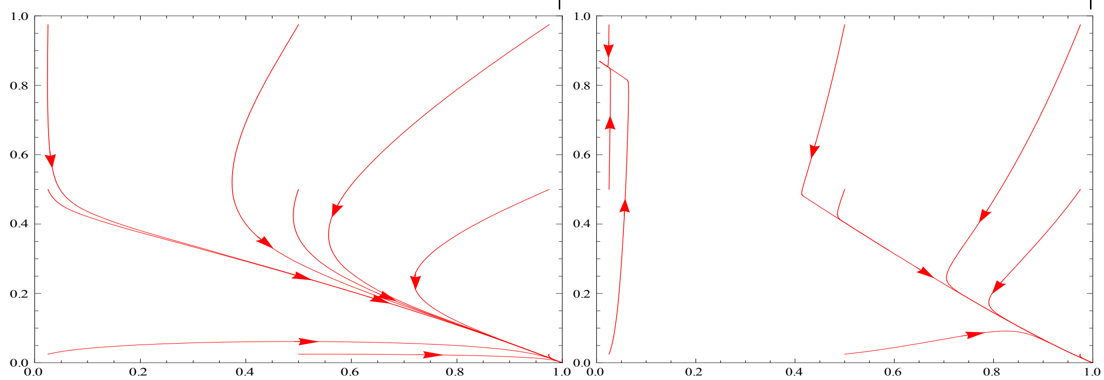
Simulasi pertama dilakukan dengan β=0.2 yang nilainya lebih kecil dari δ=0.5. Ini berarti tingkat interaksi virus lebih rendah dibandingkan tingkat kematiannya. Selanjutnya dipilih nilai γ yang berbeda-beda.



Gambar 1 Bidang fase untuk nilai β=0.2, δ=0.5, γ=0.1 dan 0.4

Dari Gambar 1 di atas terlihat bahwa pada saat kondisi γ sangat kecil, penyembuhan dengan virus *oncolytic* tidak menampakkan hasil, bahkan cenderung gagal. Dalam Gambar 2 berikut ditunjukkan bahwa pemilihan nilai γ yang lebih besar dari nilai δ, akan menambah keberadaan titik tetap ke-3 yang stabil, walaupun titik tetap ke-2 masih stabil, sehingga dalam kondisi seperti ini, seorang dokter harus hati-hati dalam memberikan dosis penyuntikan virus. Semakin banyak sel tumor yang ada dalam tubuh, banyaknya virus juga harus diperbanyak.

γ=0.9	γ=4



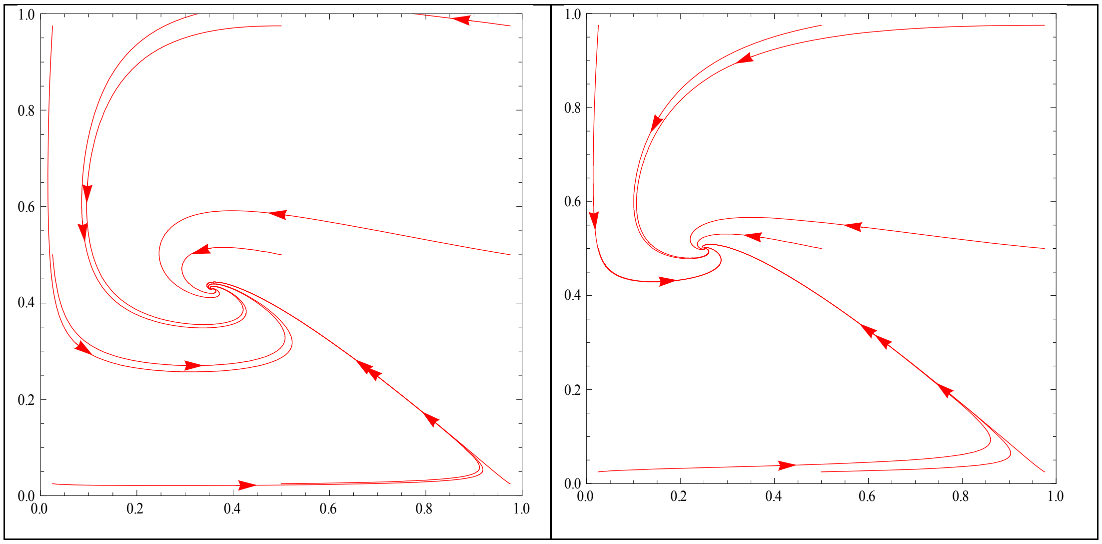
Gambar 2 Bidang fase untuk nilai β=0.2, δ=0.5, γ=0.9 dan 4

Simulasi kedua dilakukan dengan β=0.5 yang nilainya lebih besar dari δ=0.2. Hal ini berarti tingkat interaksi virus lebih tinggi dibandingkan tingkat kematiannya. Selanjutnya dipilih nilai γ yang berbeda-beda.

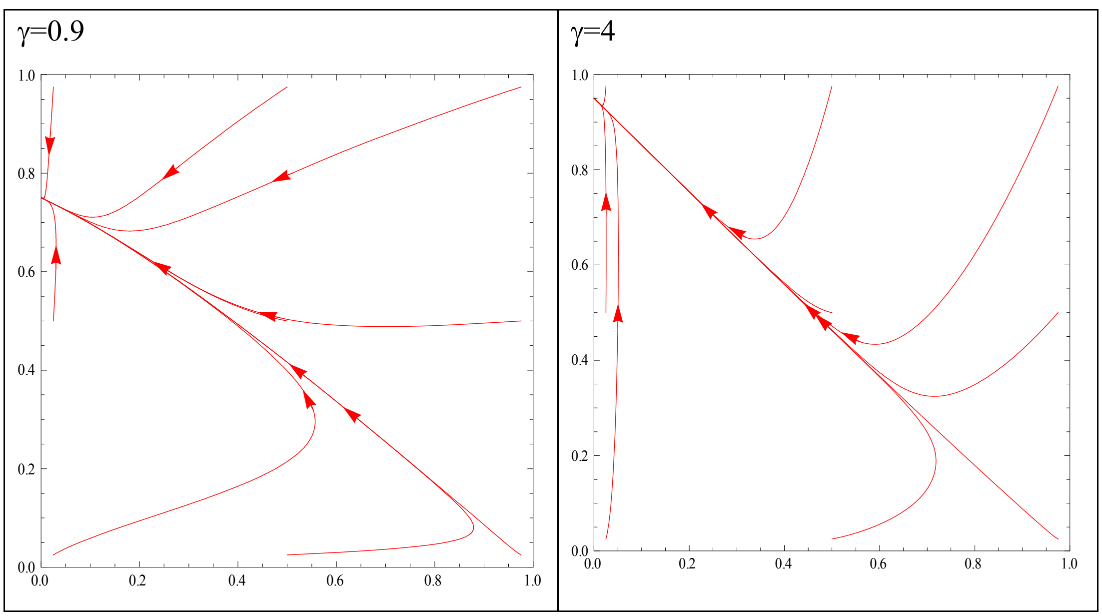
Dari Gambar 3 terlihat bahwa pada saat kondisi γ sangat kecil, muncul titik tetap ke-4 yang stabil. Selanjutnya dengan bertambahnya nilai γ, maka titik tetap ke 4 akan menghilang dan bergabung menjadi titik tetap ke 3 yang stabil juga (lihat Gambar 4). Oleh karena itu, penyembuhan dengan virus *oncolytic* untuk kasus ini selalu menampakkan hasil, bahkan jika nilai γ diperbesar akan mengakibatkan sel tumor punah karena kestabilannya menuju titik tetap ke-3.

γ=0.1	γ=0.3

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3



Gambar 3. Bidang fase untuk nilai β=0.5, δ=0.2, γ=0.1 dan 0.3



Gambar 4. Bidang fase untuk nilai β=0.5, δ=0.2, γ=0.9 dan 4

4 Kesimpulan dan Saran

Model yang dibahas ini menggambarkan perilaku dinamik sel tumor dan sel tumor lain yang terinfeksi oleh virus *oncolytic,* yang sengaja dimasukkan dalam tubuh penderita tumor untuk menghambat laju pertumbuhan sel tumor tersebut. Laju pertumbuhan set tumor dan sel tumor yang terinfeksi virus dipengaruhi oleh 3 parameter. Parameter ke-1 merupakan laju penambahan/pengurangan sel karena adanya interaksi dari dua kelompok sel tersebut. Parameter ke-2 merupakan laju kematian sel yang terinfeksi virus. Parameter ke-3 merupakan perbandingan antara laju pertumbuhan intrinsik sel yang terinfeksi virus dengan laju pertumbuhan intrinsik sel tumor.

Jika nilai parameter ke-1 lebih kecil dari parameter ke-2 maka pengobatan dengan virus ini tidak terlalu berhasil. Keberhasilan hanya dapat dilakukan dengan memilih parameter ke-3 yang jauh lebih besar dari 2 parameter lainnya, sehingga jika virus *oncolytic* yang digunakan dalam pengobatan memiliki pengaruh yang tidak terlalu besar terhadap perubahan sel tumor, maka dibutuhkan pemberian sel virus yang cukup banyak untuk menghalau laju pertumbuhan sel tumor.

Jika nilai parametr ke-1 lebih besar dari parameter ke-2, maka pengobatan berhasil. Dengan nilai parameter ke-3 yang masih kecil, keberhasilan pengobatan sudah kelihatan berhasil, yaitu dengan melihat kestabilan sistem yang mengarah ke arah punahnya sel tumor. Dengan menaikkan nilai parameter ini, tingkat keberhasilan pengobatan cukup menjanjikan.

Model ini masih perlu banyak dikembangkan, salah satunya dengan memberi berbagai macam asumsi, termasuk menambahkan ke dalam model pengaruh tingkat kekuatan tubuh penderita terhadap infeksi virus ke dalam tubuhnya.

Pustaka

[1] Agarwal, M. and Archana, S.B. 2011. Mathematical modelling and analysis of tumor therapy with *oncolytic* virus. *Applied Mathematics,* 2,131-140.

[2] Novozhilov AS, F.S. Berezovskaya, E.V. Koonin, and G.P. Karev. 2006. Mathematical modeling of tumor therapy with *oncolytic* viruses. *Journal of Biology Direct.* 5: 1-18.

[3] Strogatz SH. 1994. *Nonlinear Dynamics and Chaos With Aplication to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering*. Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusets.

[4] Tu NPV. 1994. *Dynamical System, An Introduction with Application in Economics and Biology*. Springer-Verlag. Heidelberg, Germany.

[5] Wodartz D. 2001. Viruses as antitumor weapons: defining conditions for tumor Remission. *Cancer Res*, 61(8):3501-3507.

T – 4

Simulasi Level Sanitasi Pada Model Sir Dengan Imigrasi Dan Vaksinasi

Anita Kesuma Arum dan Sri Kuntari
Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Sebelas Maret
Surakarta
kesumaarumnita@yahoo.com

Abstrak

Model endemik *suscepctible, infected, recovered* (SIR) merupakan salah satu model matematika yang menyatakan pola penyebaran penyakit dengan memperhatikan upaya pengendaliannya. Model ini menggambarkan penyebaran penyakit pada individu terinfeksi yang sudah sembuh tidak akan terinfeksi lagi. Penyakit yang bersifat endemik menyebar dalam kurun waktu tertentu dengan laju yang sangat tinggi. Salah satu usaha untuk menurunkan laju penyebarannya yaitu dengan perbaikan level sanitasi.

Penelitian ini dilakukan dengan mensimulasi level sanitasi pada model endemik SIR dengan faktor imigrasi dan vaksinasi. Hal ini dilakukan untuk mengetahui seberapa besar pengaruh sanitasi terhadap penurunan laju kontak dilakukan dengan simulasi. Hasil simulasi menunjukkan bahwa level sanitasi mempengaruhi besarnya laju penyebaran penyakit.

Kata kunci : model SIR, imigrasi, vaksinasi, simulasi, level sanitasi

1. PENDAHULUAN

Penyakit infeksi seperti *rubella, measles, mumps,* dan *pertussis* merupakan penyakit infeksi yang berbahaya. Penyakit yang demikian bersifat endemik, yaitu menyebar dalam kurun waktu tertentu dengan laju yang sangat tinggi. Pada beberapa kasus epidemi, individu yang rentan terkena infeksi dapat terinfeksi. Kemudian individu yang telah sembuh dari infeksi tidak akan terinfeksi lagi. Menurut Kermak dan McKendrick [7] pola penyebaran penyakit seperti ini dapat dijelaskan melalui model *suscepctible, infected, recovered (SIR).* Model SIR untuk mempelajari penyebaran penyakit yang bersifat endemik disebut model endemik SIR.

Pada beberapa jenis penyakit dengan karakteristik SIR memiliki laju penyebaran yang sangat tinggi. Salah satunya dikarenakan faktor sanitasi yang kurang baik. Menurut Hetchote [3] peningkatan program sanitasi dapat mengurangi laju penyebaran penyakit. Untuk itu pada penelitian ini akan dibahas mengenai pengaruh sanitasi pada model SIR dengan faktor imigrasi, dan vaksinasi. Sebelumnya, model SIR dengan memperhatikan faktor imigrasi dan vaksinasi telah dibahas oleh Piccolo dan Billings [5].

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Epidemi dapat menimbulkan kerugian yang cukup besar sehingga perlu dilakukan upaya untuk menghentikannya. Salah satu langkah awal yang dapat dilakukan untuk menghentikan epidemi adalah dengan mengetahui seberapa besar pengaruh sanitasi dengan level sanitasi tertentu terhadap laju kontak atau laju penyebaran suatu penyakit.

2. HASIL DAN PEMBAHASAN

2.1 Konstruksi Model

Model SIR menggambarkan penyebaran suatu penyakit. Menurut Hethcote [4] populasi pada model epidemi SIR klasik dibagi menjadi tiga kelompok yaitu individu yang rentan terhadap penyakit (*susceptible* (S)), individu yang sudah terinfeksi penyakit serta dapat menyebarkan penyakit ke sejumlah individu lain (*infected* (I)) dan individu yang sudah sembuh/bebas dari penyakit *recovered* (R). Jumlah individu pada kelompok *susceptible, infected* dan *recovered* pada suatu waktu t dinyatakan sebagai $S(t), I(t)$ dan $R(t)$.

Dalam suatu model matematika, diperlukan asumsi-asumsi yang harus dipenuhi. Berikut asumsi dalam penurunan model.

1. Terjadi pada populasi konstan. Laju kelahiran ditambah dengan laju imigrasi sama dengan laju kematian. Setiap individu yang baru lahir dan individu yang masuk ke dalam suatu wilayah tersebut (imigran) dalam keadaan sehat tetapi dapat terinfeksi penyakit karena belum kebal terhadap penyakit.
2. Tidak memperhatikan masa inkubasi dari penyakit.
3. Populasi bercampur secara homogen, artinya setiap individu memiliki kemungkinan yang sama dalam melakukan kontak dengan individu lain. Hanya satu penyakit yang menyebar dalam populasi
4. Tingkat vaksinasi 100%. Hal ini berarti setiap individu yang telah divaksin akan kebal terhadap penyakit.
5. Tidak terjadi emigrasi pada daerah tersebut.

Laju kematian dalam tiap kelompok seimbang dengan jumlah kelahiran dan jumlah imigrasi, sehingga populasi konstan (N). Laju kelahiran (μ_1) ditambah dengan laju imigrasi (μ_2) sama dengan laju kematian. Oleh karena itu $S(t) + I(t) + R(t) = N$. Dengan demikian laju kematian di tiap kelompok adalah $(\mu_1 + \mu_2)$.

Setiap individu yang lahir atau berimigrasi langsung masuk pada kelompok *susceptible*. Dinotasikan laju vaksinasi pada individu yang lahir tiap tahun adalah σ_1, sedangkan laju vaksinasi pada imigran adalah σ_2. Individu yang telah divaksinasi dinyatakan kebal dan langsung masuk ke dalam kelompok *recovered*. Dengan demikian jumlah individu kelompok *susceptible* adalah jumlah individu yang lahir dan imigran dikurangi dengan jumlah individu lahir dan imigran yang telah divaksinasi. Penyebaran penyakit infeksi muncul jika ada kontak antara individu *infected* dengan *susceptible*. Individu yang terinfeksi pindah ke kelompok infected dengan laju kontak β. Jumlah individu *susceptible* juga berkurang karena adanya kematian sejumlah $(\mu_1+\mu_2)S$. Oleh karena itu laju perubahan individu pada kelompok S tiap satuan waktu dapat diekspresikan sebagai

$$\frac{dS}{dt} = (\mu_1+\mu_2)N - (\mu_1+\mu_2)S - \beta S\frac{I}{N} - (\sigma_1\mu_1+\sigma_2\mu_2)N \tag{2.1}$$

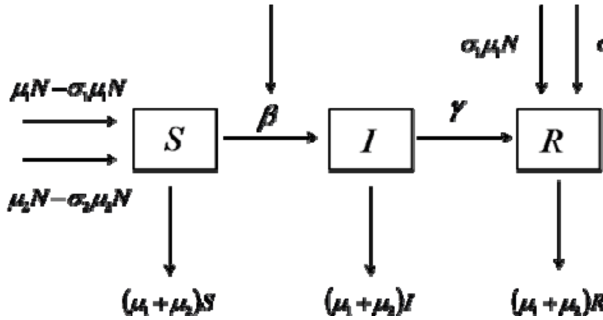
Berdasarkan Gambar 2.1 individu pada kelas *infected* berasal dari individu pada kelompok *susceptible* yang terinfeksi yaitu sejumlah $\beta S\frac{I}{N}$. Jumlah individu pada kelas infected juga berkurang karena adanya kematian sejumlah $(\mu_1+\mu_2)I$ serta jumlah individu yang sembuh. Jumlah individu yang sembuh masuk ke dalam kelompok *recovered* sebesar γI, dengan γ merupakan laju kesembuhan. Laju perubahan individu pada kelompok I tiap satuan waktu dapat diekspresikan sebagai

$$\frac{dI}{dt} = \beta S\frac{I}{N} - (\mu_1+\mu_2)I - \gamma I \tag{2.2}$$

Individu pada kelompok *recovered* berasal dari jumlah individu yang sembuh γI ditambah dengan jumlah individu yang terlah divaksinasi (baik individu lahir maupun imigran). Jumlah individu pada kelompok *recovered* juga berkurang dengan adanya kematian sebesar $(\mu_1+\mu_2)R$. Dengan demikian Laju perubahan individu pada kelompok R tiap satuan waktu dapat diekspresikan sebagai

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I - (\mu_1+\mu_2)R + (\sigma_1\mu_1+\sigma_2\mu_2)N \tag{2.3}$$

Alur perpindahan individu tiap kelompok pada model SIR dengan imigrasi dan vaksinasi disajikan dalam Gambar 2.1.

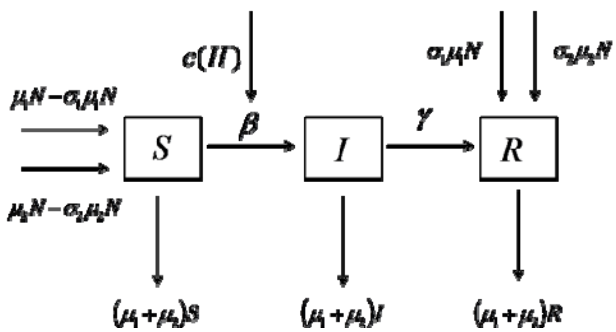


Gambar 2.1 Alur perpindahan individu tiap kelompok pada model SIR dengan imigrasi dan vaksinasi

Dari model epidemi persamaan (2.1), (2.2), dan (2.3) diperoleh sistem *autonomous* model endemi SIR dengan imigrasi dan vaksinasi sebagai berikut.

$$
\begin{aligned}
\frac{dS}{dt} &= (\mu_1+\mu_2)N - (\mu_1+\mu_2)S - \beta S\frac{I}{N} - (\sigma_1\mu_1+\sigma_2\mu_2)N \\
\frac{dI}{dt} &= \beta S\frac{I}{N} - (\mu_1+\mu_2)I - \gamma I \\
\frac{dR}{dt} &= \gamma I - (\mu_1+\mu_2)R + (\sigma_1\mu_1+\sigma_2\mu_2)N
\end{aligned}
\qquad (2.4)
$$

Menurut Alves de Guimaraens dan Codeco [1] fungsi $c(H)$ didefinisikan sebagai pengaruh sanitasi pada laju kontak, $c(H) = \beta - \alpha H$ dengan α sebagai konstanta, laju kontak maksimum β, dan H merupakan level sanitasi lingkungan. Penambahan sanitasi pada laju kontak penyebaran pada sistem (2.4) dapat disajikan dalam Gambar 2.2



Gambar 2.2 Dinamika populasi model SIR dengan imigrasi, vaksinasi dan pengaruh sanitasi

Berdasarkan Gambar 2.2 pengaruh sanitasi terletak diantara kelompok *suscetipble* dan *infected.* Hal ini menunjukkan bahwa pengaruh sanitasi dapat menurunkan jumlah penyebaran penyakit. Dengan menambahkan pengaruh sanitasi pada model SIR dengan imigrasi dan vaksinasi diperoleh sistem *autonomous* model endemi

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

SIR dengan imigrasi, vaksinasi dan pengaruh sanitasi yang telah dimodifikasi sebagai berikut.

$$
\begin{aligned}
\frac{dS}{dt} &= (\mu_1+\mu_2)N - (\mu_1+\mu_2)S - c(H)S\frac{I}{N} - (\sigma_1\mu_1+\sigma_2\mu_2)N \\
\frac{dI}{dt} &= c(H)S\frac{I}{N} - (\mu_1+\mu_2)I - \gamma I \\
\frac{dR}{dt} &= \gamma I - (\mu_1+\mu_2)R + (\sigma_1\mu_1+\sigma_2\mu_2)N
\end{aligned}
\qquad (2.5)
$$

Nilai parameter $\mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2$,dan γ adalah positif. Laju vaksinasi adalah $0 \leq \sigma_1 \leq 1$ dan $0 \leq \sigma_2 \leq 1$. Dengan demikian sistem persamaan (2.5) merupakan model SIR dengan imigrasi, vaksinasi dan pengaruh sanitasi.

2.2 Simulasi Model

Simulasi dilakukan pada level sanitasi yaitu $0 \leq H \leq 1$ dengan nilai $H = 0, 0.5$ dan 1. Sebagai simulasi dalam artikel ini diberikan laju kesembuhan $\gamma = 0.441$ Total populasi adalah $N = 763$, dengan laju kelahiran $\mu_1 = 0.015875$ dan laju imigrasi $\mu_2 = 0.015$. Laju kontak penyebaran penyakit adalah $\beta = 1.663$. Laju vaksinasi individu lahir adalah $\sigma_1 = 0.6$ sedangkan laju vaksinasi penduduk imigran adalah $\sigma_2 = 0.5$.

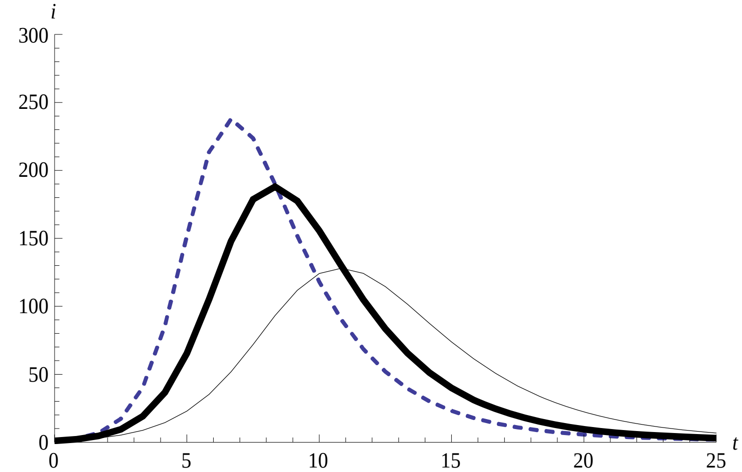
Jumlah individu awal yang terinfeksi pada $t = 0$ adalah $I(0) = 1$, individu *susceptible* pada waktu $t = 0$ adalah $S(0) = 762$ dan individu *recovered* pada waktu $R(0) = 0$. Dengan demikian model (2.4) dapat ditulis sebagai berikut

$$
\begin{aligned}
\frac{dS}{dt} &= 23.557625 - 0.030875\,S - 0.002179\,SI - 12.990075 \\
\frac{dI}{dt} &= 0.002179SI - 0.030875\,I - 0.441I \\
\frac{dR}{dt} &= 0.441I - 0.030875\,R + 12.990075
\end{aligned}
\qquad (2.6)
$$

Model SIR (2.6) yang telah diperoleh, diterapkan dalam kasus untuk mengetahui jumlah individu *susceptible, infected* dan *recovered.* Penyelesaian pada kasus ditentukan dengan menggunakan metode Runge-Kutta orde empat, dengan bantuan *software Mathematica 7.0*.

Jumlah individu *susceptible, infected* dan *recovered* dengan $H = 0, H = 0.5$ dan $H = 1$ dapat dilihat pada Gambar 2.3

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3



Gambar 2.3 Penurunan individu yang terinfeksi dengan $H = 0$ (putus-putus), $H = 0.5$ (tebal) dan $H = 1$ (tipis)

Dari Gambar 2.3 terlihat bahwa jumlah individu yang terinfeksi maksimal mencapai 238 individu. Selanjutnya akan dilakukan simulasi terhadap level sanitasi (H). Dengan meningkatkan level sanitasi menjadi $H = 0.5$, jumlah individu yang terinfeksi menjadi 188 artinya jumlah individu yang terinfeksi turun sebesar 50 individu. Jika level sanitasi ditingkatkan menjadi $H = 1$, maka jumlah individu yang terinfeksi maksimal adalah 129 atau turun sebesar 109 individu. Berikut tabel nilai puncak endemik dengan simulasi nilai H.

Tabel 2.1 Nilai puncak endemik dengan simulasi variasi nilai H

H	Puncak endemik (I_{maks})
0	238
0.5	188
1	129

Dari Tabel 2.1 terlihat bahwa level sanitasi berpengaruh pada populasi *infected.* Semakin tinggi level sanitasi maka jumlah populasi yang terinfeksi juga semakin sedikit. Begitu pula sebaliknya.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

3 KESIMPULAN

Dari pembahasan yang telah dilakukan, dapat diambil kesimpulan sebagai berikut.

1. Model SIR dengan imigrasi, vaksinasi dan sanitasi dapat diekspresikan sebagai

$$\frac{dS}{dt} = (\mu_1 + \mu_2)N - (\mu_1 + \mu_2)S - c(H)S\frac{I}{N} - (\sigma_1\mu_1 + \sigma_2\mu_2)N$$

$$\frac{dI}{dt} = c(H)S\frac{I}{N} - (\mu_1 + \mu_2)I - \gamma I$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I - (\mu_1 + \mu_2)R + (\sigma_1\mu_1 + \sigma_2\mu_2)N$$

dengan $S(t) + I(t) + R(t) = N, \mu_1, \mu_2, \beta, \gamma \geq 0, 0 \leq \sigma_1 \leq 1,$ dan $0 \leq \sigma_2 \leq 1$

2. Hasil simulasi menunjukkan bahwa dengan menaikkan level sanitasi dapat menurunkan jumlah individu *infected*. Semakin tinggi level sanitasi maka jumlah populasi yang terinfeksi juga semakin sedikit, begitu pula sebaliknya.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Alves de Guimaraens, M., and Codeco, C. T., *Experience with Mathematical Models to Simulate Hepatitis A Population Dynamics Under Different Levels of Endemicity*, Cad. Saude Publica, Rio de Janeiro, 2005.

[2] Diekmann, O. and J. A. P. Heesterbeek, *Mathematical Epidemiology of Infectious Diseases*, John Wiley and Sons, Inc., New York, 2000.

[3] Hethcote, H. W., *Rubella*, in Applied Mathematical Ecology, Gross, L., Hal-lam, T.G., and Levin, S.A.,eds., Springer-Verlag, Berlin, 1989,212-234.

[4] Hethcote, H. W., *The Mathematics of Infectious Disease*, SIAM Review 42 (2000), no.4, 599-653.

[5] Picollo, C. III and Billings, L., *The Effect of Vaccinations in an Immigrant Model*, *Mathematical and Computer Modelling* (2005), no. 42, 291-299

[6] Shim, E., *A Note on Epidemics Model with Infective Immigrants and Vaccination*, Mathematical Biosciences and Engineering (2006).

[7] W. O. Kermack and A. G. McKendrick. *A contribution to the mathematical theory of epidemics*. Proceedings of the Royal Society of London Series A, 115:700–721, 1927.

T – 5

Penentuan Indeks Harga Saham Menggunakan Model Termodinamika

Arief Wahyu Wicaksono dan Purnami Widyaningsih
Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan alam
Universitas Sebelas Maret
Surakarta
Arief_postman@yahoo.com

Abstrak

FenomenAriefa yang terjadi dalam termodinamika analog dengan fenomena yang terjadi dalam ekonomi. Oleh karena itu, teori dan hukum termodinamika dapat diterapkan dalam ekonomi. Hukum termodinamika terdiri dari 3 hukum pokok yaitu hukum I termodinamika, hukum II termodinamika, dan hukum III termodinamika. Selain itu, juga terdapat hukum termodinamika yang terkait dengan perubahan temperatur yang dikenal dengan hukum *Newton cooling*. Dalam artikel ini, digunakan model termodinamika yang berlandaskan pada hukum *Newton cooling* dengan asumsi bahwa temperatur analog dengan indeks harga saham. Selanjutnya, dengan model tersebut akan ditentukan nilai indeks harga saham.

Kata kunci : Termodinamika, ekonomi, *Newton cooling*, indeks harga saham.

1. PENDAHULUAN

Indeks harga saham adalah suatu indikator yang menunjukkan pergerakan harga saham. Indeks berfungsi sebagai indikator trend pasar, artinya pergerakan indeks menggambarkan kondisi pasar pada suatu saat, apakah pasar sedang aktif atau lesu. Dengan adanya indeks, dapat diketahui trend pergerakan harga saham saat ini apakah sedang naik, stabil atau turun. Misal, jika di awal bulan nilai indeks 300 dan saat ini di akhir bulan menjadi 360, maka dapat dikatakan bahwa secara rata-rata harga saham mengalami peningkatan sebesar 20%. Pergerakan indeks menjadi indikator penting bagi para investor untuk menentukan apakah mereka akan menjual, menahan atau membeli suatu atau beberapa saham. Karena harga-harga saham bergerak dalam hitungan detik dan menit, maka nilai indeks pun bergerak turun naik dalam hitungan waktu yang cepat pula.

Saat ini telah berkembang adanya terapan ilmu fisika dalam bidang ekonomi yang dikenal dengan nama ekonofisika. Munculnya ekonofisika diawali dengan permasalahan ekonomi yang komplek yang tidak dapat diselesaikan oleh para ekonom. Adanya data kuantitatif yang berlimpah di berbagai sektor ekonomi yang selama ini hanya dianalisis dengan statistik konvensionaljuga merupakan awal munculnya ekonofisika. Masalah sistem ekonomi yang dipengaruhi oleh parameter makro dan mikro dapat didekati dengan model termodinamika. Model termodinamika adalah model yang menggambarkan tentang perubahan energi karena aliran panas dan kerja yang dilakukan. Energi panas dalam termodinamika dipengaruhi oleh dua variabel yaitu temperatur (T) dan entropi (S). Sedangkan energi dalam bentuk kerja dipengaruhi oleh dua variabel yaitu tekanan (P) dan volume (V). Dalam termodinamika terdaat beberapa kajian metode-metode yang mengacu pada termodinamika, salah satunya adalah hukum *Newton cooling.* Hukum *Newton cooling* merupakan salah satu cabang dari ilmu termodinamika yang hanya memperhatikan pengaruh temperatur (T).

Kajian dalam termodinamika tersebut analog dengan kajian dalam ekonomi. Dalam kajian hukum *Newton cooling,* temperatur analog tekan suatu indeks dari suatu perubahan saham. pernyataan tersebut didukung oleh Vasilis [1] terkait dengan analogi temperatur dengan indeks harga saham. Oleh karena itu, model dalam hukum *Newton cooling* dapat digunakan untuk menggambarkan dan memprediksi indeks harga saham dari suatu perekonomian.

2. METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang digunakan dalm penelitian ini adalah studi literatur. Langkah-langkah dalam penelitian ini adalah menjabarkan hal-hal yang bersifat analog dari termodinamika dan ekonomi. Uji asumsi yaitu plot data mengikuti gerakan brownian. Menentukan nilai dari variabel pada model hukum *Newton cooling*. Selanjutnya, menentukan model dan memprediksi nilai indeks harga saham untuk periode selanjutnya dengan melakukan simulasi terhadap variabel ekstensif dalam ekonomi dengan nilai parameter bervariasi yang masih di sekitaran nilai estimasi dan memberikan interpretasi.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Model Termodinamika dan Analogi. Menurut Yakovenko [2], masalah sistem ekonomi yang dipengaruhi oleh paramater makro dapat didekati dengan model termodinamika. Dalam fisika, model tersebut adalah

$$dE = TdS - PdV + \mu dN \tag{3.1}$$

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

dengan E adalah besarnya energi. Besarnya energi tersebut dipengaruhi beberapa variabel, yaitu T (temperatur), S (entropi), P (tekanan), V (volume), μ (potensial kimia) dan N (jumlah partikel).

Analogi termodinamika dalam masalah ekonomi menurut Saslow dapat ditentukan dengan menganalogikan E sebagai kapital (modal), TdS sebagai keuntungan, $-PdV$ sebagai kerja dalam proses produksi, μ sebagai harga dan N sebagai jumlah barang.

3.2. Model Termodinamika dengan Temperatur Konstan. Menurut Vasilis et al.[1], dalam keadaan temperatur (T) konstan suatu model termodinamika akan memperoleh suatu ketetapan yang bisa menghasilkan model baru. Dengan menggunakan temperatur (T) yang konstan akan memperoleh model baru yang disebut Hukum *Newton Cooling.* Model termodinamika dengan temperatur konstan adalah

$$\frac{dT(t)}{dt} = -r(T - Tenv) \tag{3.2}$$

solusi dari (3.2) adalah

$$T(t) = Tenv + (T(0) - Tenv)e^{\pm rt} \tag{3.3}$$

dengan, $Tenv$ adalah unsur pokok yang sangat penting dan menggambarkan rata-rata dari temperatur serta sangat berpengaruh terhadap *uptrend* (+) dan *downtrend* (-) suatu data. Sedangkan, r adalah pemusatan dari penyebaran data yang disebut standar deviasi.

3.3. Gerak Brownian dan Perhitungan Variabel Ekstensif. Mengujian apakah data mengikuti gerakan brownian atau tidak, dapat dilihat pada plot data dengan sifat-sifat penting adalah

1. berhingga
2. kontinu
3. mempunyai variasi kuadrat dengan syarat jika waktu 0 sampai t dibagi menjadi partisi dengan n + 1 titik partisi $t_i = it / n$, maka $\sum\left(X(t_j) - X(t_{j-1})\right)^2 \to t$,

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

4. increment $X(t_i) - X(t_{i-1})$ berdistribusi normal dengan mean nol dan variansi $t_i - t_{i-1}$.

Dalam model ini variabel ekstensif yang memerlukan perhitungan awal yaitu mencari nilai $Tenv$ dan r. Dari rumus model dasar hukum *Newton cooling* (3.3) dapat menentukan nilai *r* dan $Tenv$. Menurut Sudjana [3], untuk menentukan rumus dari r dapat ditentukan dengan standar deviasi. Dapat dirumuskan

$$r = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \qquad (3.4)$$

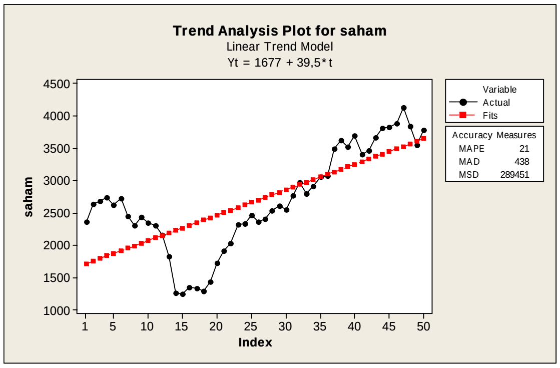
dengan, x_i adalah data observasi, $i = 1, 2, 3, ..., n$, dengan n adalah banyaknya data. Menentukan nilai $Tenv$ dinyatakan dalam rumusan

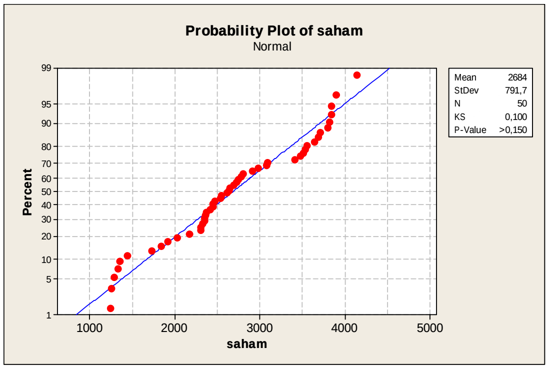
$$Tenv = \frac{T(0)e^{\pm rt} - T(t)}{e^{\pm rt} - 1} \qquad (3.3)$$

dengan $T(t)$ merupakan rata-rata data yang dipakai.

Sampai disini perhitungan variabel ekstensif telah selesai. Selanjutnya, untuk melihat prediksi indeks harga saham dilakukan simulasi pada bagian penerapan kasus.

3.4. Penerapan Kasus. Dalam penerapan kasus ini menggunakan data harga saham gabungan yang diperoleh dari http://finance.yahoo.com tahun 2011. Dari situs tersebut diambil data penutupan harga saham. Dengan nilai $T(0)$ adalah 2359,21 dan 3790,85, diambil data nilai pertama dan terakhir untuk perbandingan simulasi. Pola data yang mencakup arah dari suatu *Trend* akan besar pengaruhnya dalam suatu prediksi harga atau nilai bagi perusahaan. Suatu peramalan dikatakan memenuhi syarat, jika mempunyai data minimal 50 data.





Gambar 1. Plot *trend* analisis harga saham (kiri) dan uji kenormalan (kanan).

Dari Gambar 1, gambar sebelah kiri menggambarkan geranan berfluktuasi berhingga dan kontinu dengan plot *trend* menunjukkan suatu *uptrend*. Sedangkan, gmbar sebelah kanan menunjukkan kenormalan data ditunjukkan nilai $p - value > 0,05$ yang berarti asusmsi kenormalan data dipenuhi. Dari Gambar 1, terlihat untuk data memenuhi asumsi gerakan brownian. Terlihat plot *trend* menunjukan suatu *uptrend*, model dari data ini bernilai positif (+). Selanjutnya, dan diperoleh nilai r sebesar 792. Dengan nilai *r* sebesar 792 diperoleh nilai T_{env} untuk $T(0) = 2359,21$ sebesar 2357,84 dan untuk $T(0) = 3790,85$ sebesar 3985,13. Selanjutnya, peramalan untuk periode selanjutnya untuk kedua $T(0)$ berturut-turut sebesar 2562,82 dan 3,4418. Didapat nilai yang relevan yaitu dengan $T(0)$ yang bernilai 2359,21 yaitu sebesar 2562,82.

Akan dilakukan simulasi untuk $T(0)$ yang bernilai 2359,21 dengan merubah nilai *r*. Akan dicoba untuk nilai *r* dibawah dan diatas dari nilai *r* yang diestimasi. Berikut simulasi dengan nilai *r* yang bervariasi

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Tabel 1. Peramalan dengan memakai nilai *r* yang bervariasi.

R	Prediksi Indeks Harga Saham untuk T_{t+1}
300	2562,45
600	2565,72
700	2561,82
800	2558,98
900	2559,93

Terjadi data ramalan yang bersifat fluktuasi, sehingga untuk nilai *r* yang bervariasi akan menyebabkan nilai ramalan yang bersifat fluktuaktif yang berarti nilai *r* yang bervariasi akan bernilai pada di persekitaran dari nilai *r* yang diestimasi.

4. KESIMPULAN DAN SARAN

Didapat kesimpulan sebagai berikut

1. Model termodinamika dalam masalah peramalan indeks harga saham adalah

$$T_{t+1} = \frac{\left(T(t) - T(0)\right)\left(T(0)e^{2rt} - T(t)\right)e^{2r(t+1)}}{\left(e^{2rt} - 1\right)^2}$$

   dengan $T(t)$ adalah rata-rata keseluruhan data, $T(0)$ adalah data nilai awal, *t* adalah nomor data, *r* adalah standar deviasi.
2. Berdasarkan penerapan kasus, pemakaian nilai $T(0)$ dengan data awal (data pertama) lebih mendekati keadaan indeks harga saham dibanding memakai nilai awal dari data terakhir.
3. Untuk pemakaian $T(0)$ dengan data awal (data pertama) didapat perubahan penyebaran indeks harga saham tidak mempengaruhi secara signifikan terhadap suatu nilai peramalan.

Untuk penelitian lebih lanjut, dapat disarankan

1. Guna mendapat kajian tentang ekonofisika khususnya dalam hukum *Newton cooling,* disarankan untuk memakai variabel yang lebih banyak dan menambahkan asumsi yang mendukung tentang suatu peramalan.
2. Dalam artikel ini dibahas mengenai peramalan dengan model termodinamika. Dengan temperatur (suhu) yang konstan menggunakan Pemakaian hukum *Newton cooling*. Untuk penelitian lebih lanjut dapat dikaji dalam penentuan kebijakan tentang pengambilan kebijakan bila terjadi perubahan saham ketika dalam keadaan naik (*Uptrend*) atau turun (*Downtrend*).

5. DAFTAR PUSTAKA

[1] Vasilis. Zarikas and Apostolos G. Christopoulos, *A Thermodynamic Description of the Time Evolution of a Stock Market Index*, European Journal of Economics, Finance and Administrative Sciences, University of Athens Department of Economics, Athens, 2009

[2] Yakevenko, Victor S., Econophysics, Statistical Mechan Physics, University oy Maryland, Maryland, USA, 2008.

[3] Sudjana. 1986. *Metode Statistika*. Tarsito : Bandung.

http://finance.yahoo.com

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

T – 6

Matematika Eigenface Menggunakan Metrik Euclidean

Beni Utomo
Sekolah Tinggi Teknologi Bontang, Indonesia

Abstract

Salah satu sistem pengenalan wajah (*face recognition*) adalah metode *eigenface*. Metode ini bekerja dengan cara memberikan bobot pada selisih suatu citra wajah dengan rata-rata citra wajah, rata-rata citra diperoleh dengan cara mengambil rata-rata dari suatu himpunan citra wajah. Himpunan training adalah himpunan citra dimana rata-rata citra dihitung. Pengenalan wajah bekerja dengan cara proyeksi linear citra wajah menjadi citra wajah berdimensi rendah dan pembobotan selisih citra wajah yang berkaitan dengan suatu himpunan eigenvector. Jika selisih (bobot) citra dibawah ambang batas yang diberikan maka citra dikenali sebagai wajah yang dikenal, sebaliknya jika bobot tidak dibawah ambang batas maka citra wajah diklasifikasikan sebagai wajah tidak dikenal atau bukan wajah. Untuk membandingkan citra dipilih metrik Euclidean.

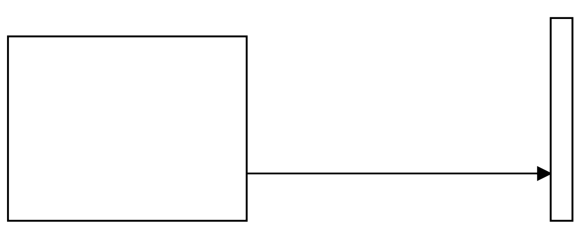
Keywords: eigenface, eigenvector, metrik Euclidean, face recognition

PENDAHULUAN

Latar Belakang

Sebuah citra jika dinyatakan secara visual menggunakan monitor atau alat elektronik lain merupakan kumpulan dari elemen-elemen yang disebut pixel (*picture element*). Nilai setiap pixel yang menentukan warna pixel merupakan komponen penting dalam memvisualisasi setiap citra digital. Selanjutnya bisa juga dipandang bahwa nilai setiap pixel tersebut sebagai elemen pada suatu matriks, sehingga setiap citra digital merupakan sebuah matriks besar dengan ukuran matriks bergantung pada ukuran citra digital tersebut.

Sebuah citra wajah mempunyai karakteristik khusus dibandingkan dengan citra lain. Pada suatu proses pengenalan citra wajah ada beberapa metode yang dikembangkan. Metode yang paling sederhana mengenai pengenalan wajah adalah mengubah citra wajah dalam hal ini citra abu-abu (greyscale) menjadi vektor matriks.



Citra sebagai matriks berukuran $N \times N$ **Citra matriks berukuran** $N^2 \times 1$

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Akibatnya teori-teori yang berlandaskan matriks bisa dilakukan pada pendekatan ini. Selanjutnya citra adalah matriks.

Rumusan Masalah

Masalah akan muncul karena matriks yang dihasilkan mempunyai dimensi yang sangat tinggi. Gambaran ukuran atau dimensi matriksnya adalah sebagai berikut. Misalkan citra wajah yang akan diproses mempunyai ukuran 128×128 pixel. Ketika citra tersebut dijadikan dalam bentuk matriks maka diperoleh sebuah matriks dengan ukuran 128×128. Berdasarkan pendekatan yang dilakukan maka diperoleh vektor (matriks kolom) berukuran $(128)^2\times1$ yaitu 16384×1.

Untuk menghindari penggunaan matriks dengan dimensi yang tinggi dilakukan pemetaan data matriks tersebut menjadi matriks dengan dimensi yang rendah. Selanjutnya adalah mencari cara bagaimana membuat pemetaan dari matriks berdimensi tinggi menjadi matriks berdimensi rendah sehingga menghindari kerja dengan beban data yang sangat tinggi tersebut.

Tujuan dan Manfaat Penelitian

Penelitian yang dilakukan secara umum bisa bermanfaat pada proses identifikasi wajah pada kamera digital serta perangkat lunak yang bekerja dengan menggunakan wajah, bisa berguna pada masalah keamanan komputer atau peralatan sejenis misalkan sistem sbsensi digital berdasarkan wajah serta kegunaan lain. Namun pada tulisan ini tujuan yang ingin dicapai adalah menemukan dasar matematika yang baik serta teori-teori yang mendukungnya sehingga mempunyai penjelasan yang baik pada penggunaan matematika dalam perkembangan teknologi terkini dengan kajian yang sederhana.

Harapan supaya penelitian ini bisa bermanfaat bagi pembelajaran matematika secara umum khususnya tentang matriks dan penggunaan perangkat lunak untuk belajar matematika dengan berbekal pengetahuan matematika yang mungkin tidak terlalu kompleks bisa terwujud.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan subjek utama citra wajah terbatas pada citra abu-abu dengan beberapa kondisi yang harus dipenuhi yaitu ukuran semua citra wajah harus sama serta posisi wajah pada citra harus ditengah (*center*), terdapat tepat satu wajah pada citra masukan (*input*), citra wajah tampak muka dari depan (*frontal view*), serta wajah tidak dalam posisi miring atau berotasi ketika diambil citranya.

Diberikan Γ yaitu suatu vektor berukuran $N^2 \times 1$ yang berkorespondensi dengan citra wajah berukuran $N \times N$. Idenya adalah menyatakan Γ ($\Phi = \Gamma -$ mean face) menjadi suatu ruang berdimensi rendah berikut:

$\hat{\Phi} - mean = w_1 u_1 + w_2 u_2 + ... + w_k u_k$ dengan $k << N^2$

Komputasi Eigenface

Metode yang dipilih adalah metode eigenface atau *Pricipal Component Analysis* (PCA). Berikut adalah langkah-langkah yang diperlukan dalam menghitung eigenface secara komputasi.

Langkah 1

Bentuk training sets : $I_1, I_2, ..., I_M$ yaitu himpunan citra wajah (sangat penting bahwa citra wajah harus pada posisi terpusat dan ukurannya harus sama).

Langkah 2

Nyatakan setiap citra wajah I_i sebagai vektor Γ_i

Langkah 3

Hitung rata-rata vektor citra wajah Ψ :

dengan $\Psi = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} \Gamma_i$

Langkah 4

Kurangkan citra wajah Γ_i dengan rata-rata Ψ atau $\Phi_i = \Gamma_i - \Psi$

Langkah 5

Hitung matriks kovariansi C dengan:

$$C = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^{M} \Phi_n \Phi_n^T = AA^T \quad (N^2 \times N^2 \text{ matriks})$$

Dengan $A = [\Phi_1 \ \Phi_2 \ ... \Phi_M]$ (matriks $N^2 \times M$)

Langkah 6

Hitung eigenvector u_i dari matriks AA^T

Matriks AA^T ukurannya sangat besar sehingga membuat keadaan menjadi tidak praktis.

Langkah6.1

Diberikan matriks $A^T A$ (matriks $M \times M$)

Langkah6.2

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Hitung eigenvektor v_i dari $A^T A$ dengan cara menyelesaikan $A^T Av = \mu_i v_i$

Berikut ini hubungan antara us_i dan v_i

$A^T Av_i = \mu_i v_i \Rightarrow AA^T Av_i = \mu_i Av_i \Rightarrow$

$CAv_i = \mu_i Av_i$ atau $Cu_i = \mu_i u_i$ dengan $u_i = Av_i$

Demikian, $A^T A$ dan AA^T mempunyai eigenvalue yang sama serta Eigenvektor yang berkaitan seperti: $u_i = Av_i$.

Diperhatikan bahwa

1. AA^T bisa paling banyak hingga N^2 eigenvalue dan eigenvektor
2. $A^T A$ bisa paling banyak hingga M eigenvalue dan eigenvektor
3. nilai M eigenvalue dari $A^T A$ (sepanjang dengan eigenvektor yang berkaitan) berkaitan dengan M eigenvalue terbesar dari AA^T (sepanjang berkaitan dengan nilai eigenvektornya).

Langkah 6.3

Hitung M eigenvektor terbaik dari AA^T : $u_i = Av_i$

(penting: normalisasi u_i sehingga $\|u_i\| = 1$)

Langkah 7:

Jaga hanya K eigenvektor (berkaitan dengan K eigenvalue terbesar).

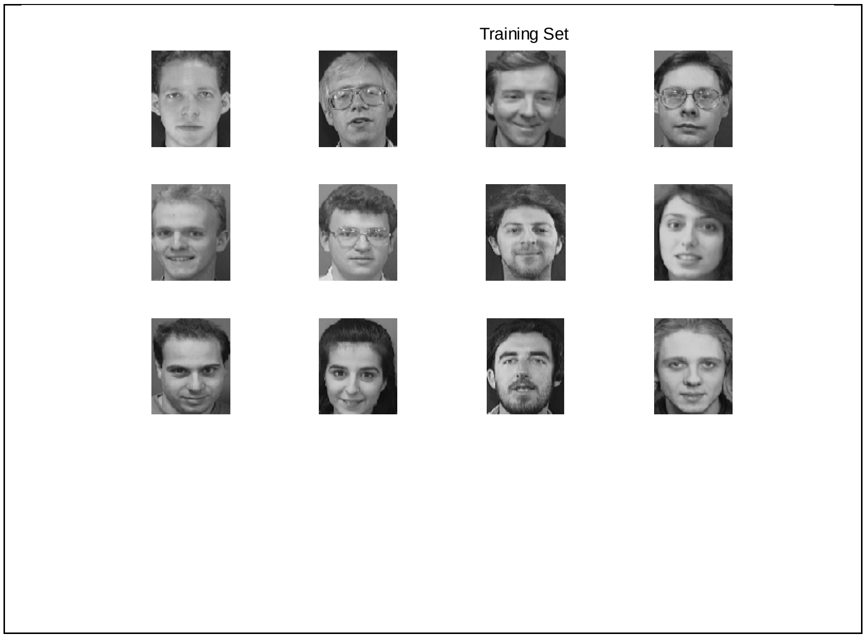
HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN(5 halaman)

Berikut adalah hasil penelitian dan pembahasan

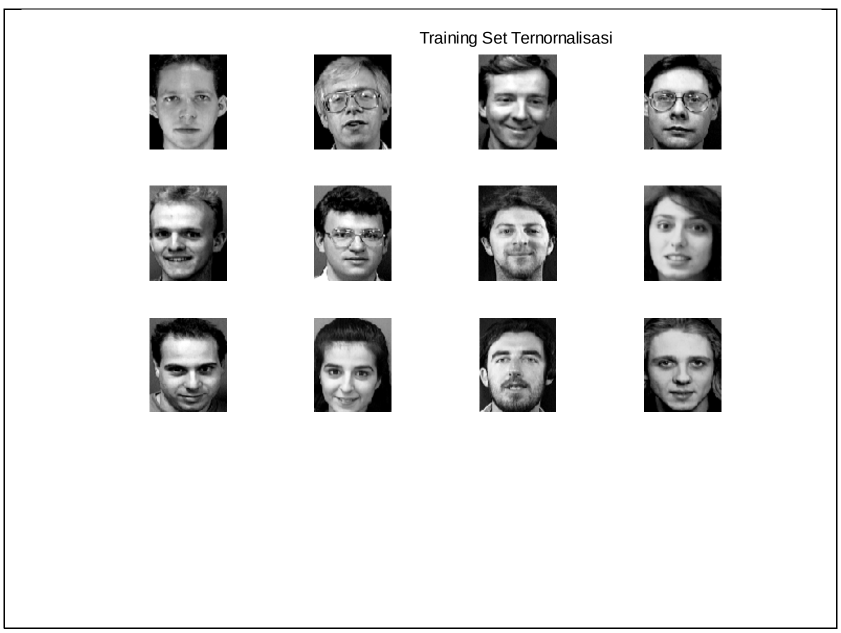
Langkah 1

Citra wajah yang akan dipakai untuk membentuk training set.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3



Setiap citra wajah tersebut berukuran sama yaitu 112×92. Pada tulisan ini, dibentuk .training set sejumlah 12 citra wajah. Diperoleh training set $\{I_2, I_3, ..., I_{10}\}$. Dengan menggunakan Matlab maka diperoleh training set berupa himpunan matriks citra wajah tersebut.



Langkah 2

Selanjutnya menyusun matriks kolom atau vektor Γ berdasarkan citra wajah I, yaitu dengan membentuk himpunan $\{\Gamma_i, i = 1,2,...,10\}$. Hal tersebut bisa dilakukan dengan cara sebagai berikut. Bentuk matriks I^T yaitu transpose matriks I . Selanjutnya bentuk matriks Γ dengan menggunakan Matlab dengan cara membentuk matriks $B(i)$ untuk $i = 1,2,3,...,10304$ dari matriks I^T sehingga diperoleh: $\Gamma = [B(i)]$.

Langkah 3

Selanjutnya dihitung rata-rata vektor citra wajah Ψ :

dengan $\Psi = \frac{1}{12}\sum_{i=1}^{12}\Gamma_i$

Langkah 4

Kurangkan citra wajah Γ_i dengan rata-rata Ψ atau $\Phi_i = \Gamma_i - \Psi$ sehingga pada langkah ini diperoleh matriks Φ_i untuk $i = 1,2,...,12$

Langkah 5

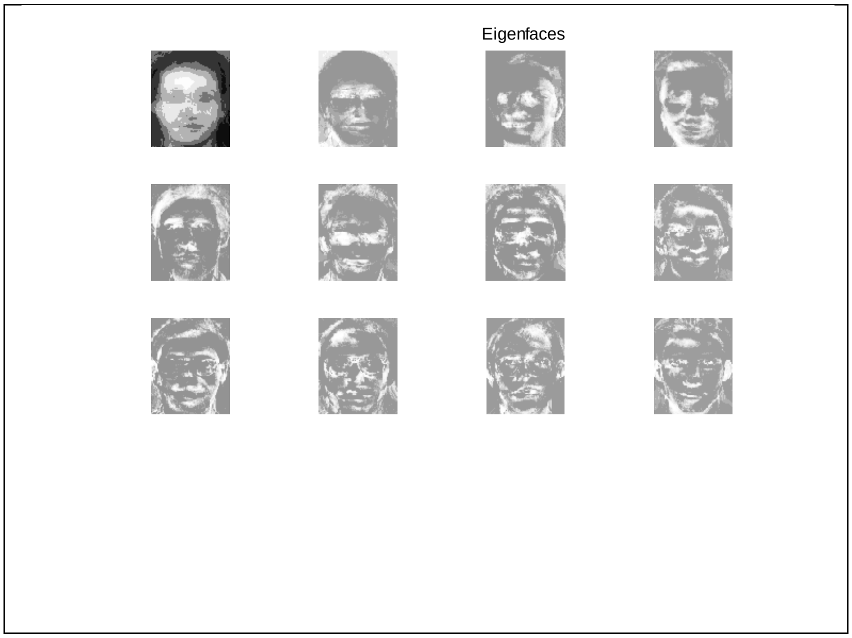
Hitung matriks kovariansi C dengan:

$$C = \frac{1}{12}\sum_{n=1}^{12}\Phi_n\Phi_n^T = AA^T$$

Dengan $A = [\Phi_1\ \Phi_2\ ...\Phi_{12}]$

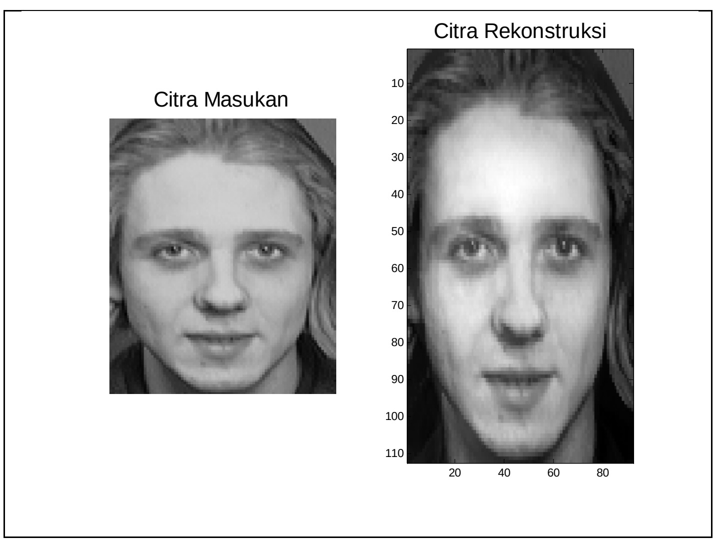
Dengan mengikut prosedur dari metode yang digunakan diperoleh eigenface berikut ini.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3



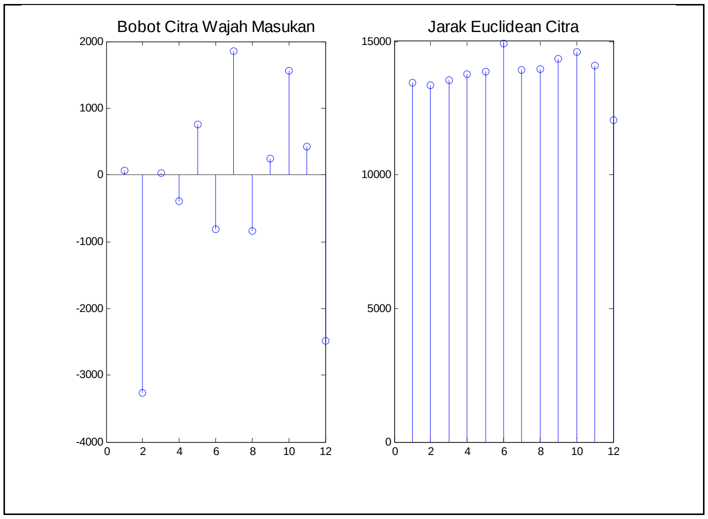
Karena setiap citra wajah merupakan vektor data maka eigenface sebenarnya merupakan eigenvektor untuk setiap eigenvalue yang bersesuaian.

Selanjutnya desain tersebut dicoba dengan menggunakan masukan menggunakan wajah asli dari orang yang citra wajahnya merupakan salah satu yang berada pada training set. Berikut adalah contohnya:



Dengan menggunakan metrik Euclidean diperoleh perbandingan citra masukan dengan citra yang dikonstruksi melalui eigenface sebagai berikut:

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3



KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan paparan tersebut maka bisa diambil beberapa kesimpulan dan saran yang bisa digunakan untuk kegiatan penelitian lebih lanjut.

Kesimpulan

Pendekatan analisis citra menggunakan matriks dalam hal ini menggunakan Matlab bisa mengeksplorasi sifat matriks lebih banyak yang sebenarnya adalah analisis citra digital. Sehingga pembelajaran matriks yang selalu terkait dengan susunan angka bisa lebih berkembang dengan bahasan menggunakan citra digital. Beberapa teori masih memerlukan pengembangan lebih lanjut sehingga aspek matematis dari pengolahan citra digital bisa lebih terlihat dengan menggunakan bahasa yang sederhana.

Saran

Hasil yang diperoleh tersebut masih sangat sederhana dengan banyak asumsi yang dipakai sehingga memerlukan beberapa penyempurnaan diantaranya:

1. untuk membandingkan dua citra wajah bisa menggunakan metrik yang lain dan hasilnya bisa dibandingkan, misalkan metrik Hausdorff dan metrik Mahalanobis.
2. cara pengambilan citra wajah juga bisa dibuat beberapa jenis, termasuk ekspresi dan tidak perlu frontal view.
3. kajian diatas baru sebatas pada citra secara umum, perlu kajian lebih lanjut misalkan anatomi atau geometri wajah termasuk posisi mata, mulut, hidung dan sebagainya sehingga harapannya bisa berhasil lebih maksimal.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

DAFTAR PUSTAKA

[1] L.F. Chen, HY Liao, JC Lien, dan CC Han,(2000), *Why Recognition in a Statistics Base-Face Recognition System Should be Based on The Pure Face Portion: a Probabilistic Decision Based Proof*, Universitas Chiao Tung, Taiwan.

[2] Gonzales,R.C., *Digital Image Processing Using Matlab*, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey,2005

[3] Mario I. Chachon, (2009), *State The Art Of Face Recognition*, I Tech Education and Publishing, Vienna, Austria

[4] M. Turk dan A. Pentland, 'Eigenface for Recognition', *Journal of Cognitive Neuroscience*, vol. 3, No.1, pp. 71-86, 1991

[5] R.Gross, Jianbo Shi, J.Cohn, (2001), *Qua Vadis Face Recognition*, Carnegie Mellon University, Pennsylvania

[6] S. Nanavati, M.Thieme, R. Nanavati, (2002), *Biometrics: Identity Verification in a Networked World*, John Wiley and Sons, Canada

[7]SOBERANO,L,A.,*The Mathematical Foundation of Image Compression*, University of North Carolina at Wilmington, North Carolina,2000

[8] Wenyi Zhao, (2006), *Face Processing : Advanced Modelling and Methods*, Elsevier Inc

[9] http://www.cl.cam.ac.uk

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

T – 7

Model Sir (*Suspectible Infected Recovered*) Dengan Imigrasi Dan Pengaruh Sanitasi Serta Perbaikan Tingkat Sanitasi

Evy Dwi Astuti dan Sri Kuntari
Jurusan Matematika FMIPA Universitas Sebelas Maret
math_evy@yahoo.com

Abstrak

Model SIR dapat digunakan untuk memodelkan suatu penyakit infeksi seperti *measles* (campak), *mumps* (gondong), *rubella* (campak Jerman) serta *poliomyelitis* (polio) dalam suatu populasi tertutup dengan asumsi-asumsi tertentu. Selanjutnya dilakukan simulasi untuk mengetahui pengaruh sanitasi pada laju kontak penularannya. Sehingga dapat ditentukan bahwa sanitasi yang baik dapat menekan atau memperkecil laju kontak penyebaran suatu penyakit infeksi.

Kata kunci : ***penyakit infeksi, model SIR, tingkat sanitasi.***

1. PENDAHULUAN

Penyakit infeksi yang bersifat endemik seperti *measles* (campak), *mumps* (gondong), *rubella* (campak Jerman) serta *poliomyelitis* (polio) merupakan penyakit yang sering menyerang manusia pada suatu negara tertentu. Penularan ini bisa terjadi secara kontak langsung dengan individu terinfeksi melalui batuk, udara, air minum, makanan, bersin dan kotoran manusia. Penyakit yang bersifat endemik tersebut merupakan penyakit yang menyerang suatu negara dalam jangka waktu yang lama.

Perpindahan penduduk dari suatu negara ke negara lain atau sering disebut dengan imigrasi sangat berpengaruh terhadap penyebaran penyakit infeksi. Individu yang baru saja berperan sebagai imigran ini memiliki kesehatan yang baik tetapi juga rawan terinfeksi suatu penyakit. Menurut Picollo dan Billings [4] menjelaskan bahwa suatu negara yang memiliki populasi yang sangat padat, faktor imigrasi sangat mempengaruhi laju penyebaran suatu penyakit infeksi.

Terjadinya penyebaran penyakit infeksi bisa dipengaruhi oleh buruknya tingkat kebersihan pada suatu wilayah tertentu. Negara yang memiliki wilayah dengan pemukiman penduduk yang sangat banyak dan padat biasanya tidak memiliki tingkat kebersihan yang cukup baik. Sehingga untuk menekan terinfeksinya seorang individu yang sehat agar tidak mudah untuk terinfeksi suatu penyakit, dapat dilakukan dengan perbaikan lingkungan hidup yang bersih agar terbentuk sanitasi yang baik.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Perkembangan ilmu pengetahuan di bidang matematika mempunyai peranan yang sangat penting untuk menggambarkan fenomena penyebaran penyakit infeksi. Peranan tersebut dituangkan dalam bentuk pemodelan matematika. Menurut Hethcote [2] model *Suspectible Infected Recovered* (SIR) dapat digunakan untuk memodelkan penyebaran penyakit infeksi. Memperhatikan faktor pertambahan dan pengurangan penduduk, yaitu faktor kelahiran yang dapat berpengaruh pada bertambahnya jumlah penduduk. Sedangkan faktor kematian yang berpengaruh pada berkurangnya jumlah penduduk. Sebagaimana yang disebutkan oleh Hethcote [2] bahwa model SIR yang menggambarkan fenomena penyakit infeksi dengan memperhatikan faktor kelahiran dan kematian disebut sebagai model endemik SIR.

2. HASIL DAN PEMBAHASAN

2.1. Konstruksi Model

Menurut Iannelli [3], penyebaran penyakit infeksi dapat dimodelkan dengan mengelompokkan jumlah individu pada populasinya menjadi 3 kelompok, yaitu *suspectible*, *infected*, dan *recovered*. Pada kelompok *suspectible* misalkan $S(t)$ merupakan kelompok yang sehat tetapi rawan terkena suatu penyakit dalam waktu t. Kelompok *infected* misalkan $I(t)$ merupakan kelompok yang telah terinfeksi suatu penyakit dalam waktu t, sedangkan kelompok *recovered* misalkan $R(t)$ merupakan suatu kelompok yang telah memiliki kekebalan permanen dalam waktu t.

Untuk menentukan penurunan model SIR diperlukan beberapa asumsi. Berikut ini asumsi-asumsi menurut Hethcote [2] dan Iannelli [3].

1. Individu yang lahir dan imigrasi merupakan individu yang sehat tetapi rentan terserang suatu penyakit. Laju kelahiran dan laju imigrasi yang masuk sama dengan laju kematiannya, sehingga populasi pada suatu wilayah adalah konstan.
2. Jumlah individu dalam populasi bercampur secara homogen, sehingga bisa terjadi kontak langsung dengan individu terinfeksi atau melalui perantara lainnya dalam penularan penyakit. Dengan laju kontak atau penularannya adalah konstan.
3. Hanya terdapat satu jenis penyakit, sehingga hanya terdapat satu macam penularan dengan penyakit yang sama.

4. Individu yang telah sembuh dianggap telah sembuh dari penyakit dan tidak terinfeksi lagi sehingga tidak akan tertular penyakit lagi.
5. Tidak memperhatikan masa inkubasi dari penyakit.

Seperti yang telah diasumsikan bahwa penularan terjadi jika terdapat kontak dengan individu *infected.* Sehingga terdapat sebanyak I individu yang terinfeksi yang mengakibatkan individu *suspectible* mempunyai kemungkinan terinfeksi sebesar proporsi individu *infected* yaitu $\frac{I}{N}$ dengan laju β, yang mengakibatkan berkurangnya individu *suspectible* sebesar $\beta S \frac{I}{N}$ pada waktu t. Adanya kelahiran dan imigrasi yang merupakan individu yang sehat tetapi rentan terserang penyakit mengakibatkan bertambahnya jumlah individu *suspectible.* Dimisalkan μ_1 dan μ_2 merupakan laju kelahiran dan laju imigrasi, oleh karena itu individu *suspectible* bertambah sebanyak $(\mu_1 + \mu_2)N$. Tetapi adanya kematian karena kerentanan individu terhadap suatu penyakit mengakibatkan berkurangnya individu *suspectible* sebanyak $(\mu_1 + \mu_2)S$. Sehingga didapat laju perubahan individu *suspectible* pada waktu t adalah

$$\frac{dS}{dt} = (\mu_1 + \mu_2)N - (\mu_1 + \mu_2)S - \beta S \frac{I}{N}$$

Berkurangnya individu *suspectible* karena terinfeksi oleh suatu penyakit mengakibatkan bertambahnya individu *infected* sebanyak individu *suspectible* yang terinfeksi yaitu $\beta S \frac{I}{N}$. Individu *infected* yang tidak dapat sembuh sehingga terjadi kematian mengakibatkan berkurangnya individu *infected* sebesar $(\mu_1 + \mu_2)I$. Individu *infected* yang telah sembuh dari penyakit tidak akan terinfeksi lagi mengakibatkan berkurangnya jumlah individu *infected* dengan laju kesembuhan γ sebanyak γI. Sehingga didapat laju perubahan individu *infected* pada waktu t adalah

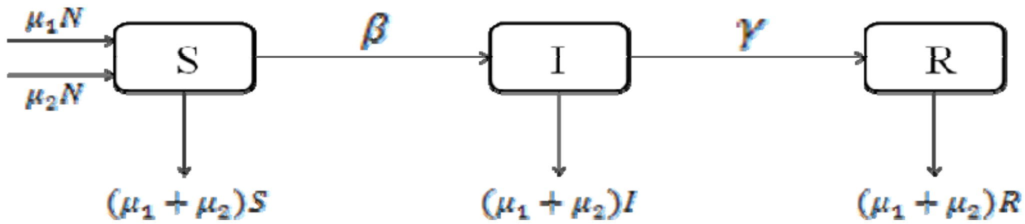
$$\frac{dI}{dt} = \beta S \frac{I}{N} - (\mu_1 + \mu_2)I - \gamma I.$$

Individu *infected* yang telah sembuh dan memiliki kekebalan permanen mengakibatkan bertambahnya jumlah individu *recovered* sebanyak γI. Individu *recovered* yang tidak dapat bertahan karena daya tahan tubuh individu yang cenderung lemah maka menyebabkan terjadinya kematian sehingga mengakibatkan berkurangnya individu *recovered* sebanyak $(\mu_1 + \mu_2)R$. Sehingga didapat laju perubahan individu *recovered* pada waktu t adalah

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I - (\mu_1 + \mu_2)R.$$

Perubahan populasi model SIR dengan imigrasi dapat dilihat pada Gambar 2.1

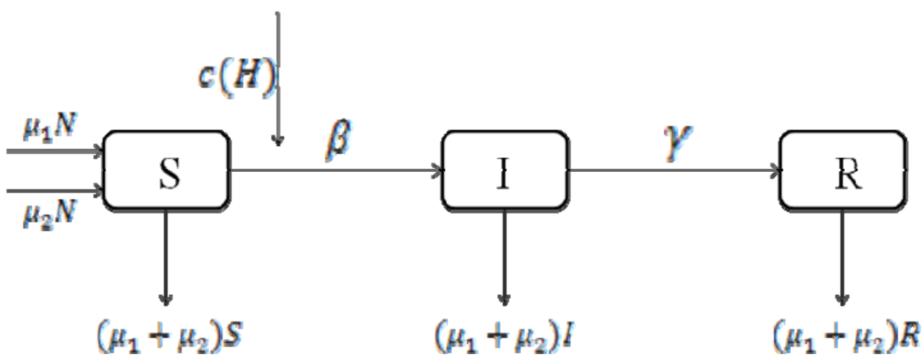


Gambar 2.1. Dinamika model SIR dengan imigrasi

dari Gambar 2.1 diperoleh sistem *autonomous* model endemik SIR dengan imigrasi sebagai berikut

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= (\mu_1 + \mu_2)N - (\mu_1 + \mu_2)S - \beta S \frac{I}{N}, \\ \frac{dI}{dt} &= \beta S \frac{I}{N} - (\mu_1 + \mu_2)I - \gamma I, \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I - (\mu_1 + \mu_2)R. \end{aligned} \tag{1}$$

Fungsi $c(H)$ merupakan pengaruh sanitasi pada laju kontak, dengan H adalah tingkat sanitasi seperti yang disampaikan oleh Alves de Guimaraens dan Codeco [1]. Penambahan fungsi $c(H)$ pada laju kontak penyebaran pada sistem persamaan (1) dapat dilihat pada Gambar 2.2.



Gambar 2.2. Dinamika model SIR dengan imigrasi dan pengaruh sanitasi

Tampak bahwa pada Gambar 2.2 pengaruh sanitasi (fungsi $c(H)$) berada diantara populasi individu *suspectible* dengan populasi individu *infected*. Sehingga pengaruh sanitasi sangat berpengaruh terhadap penyebaran Penyakit infeksi. Mempertimbangkan

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

pengaruh sanitasi pada model SIR dengan imigrasi dan pengaruh sanitasi maka model dapat dimodifikasi menjadi

$$\frac{dS}{dt} = (\mu_1 + \mu_2)N - (\mu_1 + \mu_2)S - c(H)S\frac{I}{N},$$
$$\frac{dI}{dt} = c(H)S\frac{I}{N} - (\mu_1 + \mu_2)I - \gamma I, \qquad (2)$$
$$\frac{dR}{dt} = \gamma I - (\mu_1 + \mu_2)R,$$

dengan $S(0), I(0), \mu_1, \mu_2, \beta, \gamma > 0$ dan $R(0) \geq 0$. Sistem persamaan (2) merupakan model *SIR* dengan imigrasi dan pengaruh sanitasi, *S*, *I* dan *R* merupakan banyaknya individu *suspectible*, *infected* dan *recovered*.

2.2 Simulasi Model

Pada simulasi model ini akan dilihat penurunan jumlah individu yang terinfeksi dengan memperbesar level sanitasi yaitu $0 \leq H \leq 1$ dengan nilai H secara berturut-turut adalah $H = 0$, $H = 0.5$ dan $H = 1$. Diambil populasi dalam suatu wilayah yang terdiri dari 763 orang. Pada mulanya didalam daerah tersebut terdapat satu orang yang terinfeksi. Untuk selanjutnya pada wilayah tersebut terdapat 512 orang yang terinfeksi dalam waktu 25 hari. Diberikan nilai-nilai parameter yaitu laju kontak terhadap penyakit $\beta = 1.665$, laju kesembuhan $\gamma = 0.441$, laju kelahiran $\mu_1 = 0.015875$ dan laju imigrasi sebesar $\mu_1 = 0.015$, dengan laju kematian merupakan laju kelahiran ditambah laju imigrasi.

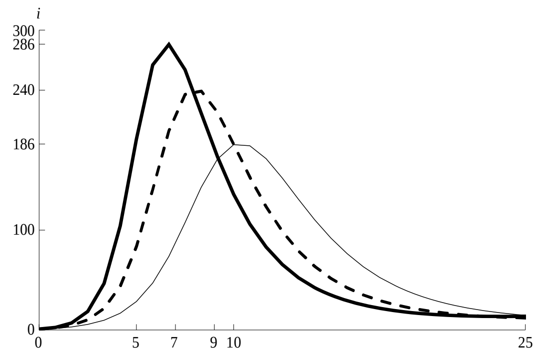
Berdasarkan data tersebut didapat jumlah individu *suspectible* pada waktu $t = 0$ adalah $S(0) = 763$, jumlah individu *infected* pada waktu $t = 0$ adalah $I(0) = 0$ dan jumlah individu *recovered* pada waktu $t = 0$ adalah $R(0) = 0$. Sehingga didapat model SIR dengan imigrasi dengan $\alpha = 0.5$ dan level sanitasi secara berturut-turut adalah sebesar $H = 0$, $H = 0.5$ dan $H = 1$ adalah

$$\frac{dS}{dt} = 0.020875\,N - 0.020875\,S(\beta - \alpha H)S\frac{I}{N},$$
$$\frac{dI}{dt} = (\beta - \alpha H)S\frac{I}{N} - 0.020875\,I - 0.441\,I, \qquad (3)$$

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$$\frac{dR}{dt} = 0.441\, I - 0.020875\, R.$$

Untuk mengetahui penurunan jumlah individu yang terinfeksi berdasarkan sistem persamaan (3) dapat disajikan pada Gambar 2.3 dengan menggunakan bantuan *software mathematica 7*



Gambar 2.3. Perubahan jumlah individu terinfeksi karena pengaruh $H = 0$ (garis tebal), $H = 0.5$ (garis putus-putus), dan $H = 1$ (garis tipis)

Berdasarkan Gambar 2.3 tampak bahwa jumlah individu terinfeksi saat tidak ada sanitasi atau level sanitasi $H = 0$ pada waktu $t = 7$ hari sebesar 286 orang. Pada Gambar 2.3 terjadi penurunan jumlah terinfeksi sebesar 46 orang ketika level sanitasi ditingkatkan sebesar $H = 0.5$ pada waktu $t = 7$. Ketika level sanitasi ditingkatkan menjadi $H = 1$ terjadi penurunan jumlah individu terinfeksi dari waktu $t = 9$ hari sampai $t = 10$ hari yaitu sebesar 54 orang. Berarti semakin besar tingkat sanitasi maka semakin berkurang jumlah individu yang terinfeksi.

3. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan dapat disimpulkan bahwa,

1. Model endemik SIR dengan imigrasi dan pengaruh sanitasi

$$\frac{dS}{dt} = (\mu_1 + \mu_2)N - (\mu_1 + \mu_2)S - c(H)S\frac{I}{N},$$

$$\frac{dI}{dt} = c(H)S\frac{I}{N} - (\mu_1 + \mu_2)I - \gamma I,$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I - (\mu_1 + \mu_2)R,$$

dengan S, I dan R berturut-turut adalah individu *suspectible*, *infected* dan *recovered* dengan $S(0), I(0), \mu_1, \mu_2, \beta, \gamma > 0$ dan $R(0) \geq 0$.

2. Adanya perbaikan tingkat sanitasi dengan level sanitasi $0 \leq H \leq 1$ mampu menurunkan laju kontak individu terinfeksi yang semula berjumlah 286 orang pada waktu $t = 7$ hari menjadi 186 orang pada waktu $t = 10$ hari, itu berarti terjadi penurunan jumlah individu terinfeksi sebesar 100 orang dalam 3 hari.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Alves de Guimaraens, M., and Codeco, C. T., *Experience with Mathematical Models to Simulate Hepatitis A Population Dynamics Under Different Levels of Endemicity*, Cad. Saude Publica, Rio de Janeiro, 2005.

[2] Hethcote, H. W., *The Mathematics of Infectious Diseases*, SIAM Review **42** (2000), no. 4, 599-653.

[3] Iannelli, M., *The Mathematical Modeling of Epidemics*, Mathematics Department University of Torornto, 2005.

[4] Picollo, C. III and Billings, L., *The Effect of Vaccinations in an Immigrant Model*, Mathematical and Computer Modelling (2005), no. 42, 291-299.

T – 8

Penyelesaian Masalah Konektivitas di Area Konservasi dengan Algoritme Heuristik

Farida Hanum*), Nur Wahyuni, Toni Bakhtiar
Departemen Matematika FMIPA IPB
Kampus IPB Darmaga Bogor
faridahanum00@yahoo.com*)

Area konservasi adalah kawasan hutan dengan ciri khas tertentu, baik di daratan maupun di lautan yang berfungsi melestarikan keanekaragaman satwa, tumbuhan dan ekosistemnya. Area konservasi yang dibahas dalam penelitian ini ialah area konservasi di daratan. Area konservasi daratan memiliki beberapa tempat yang terpisah. Tempat-tempat yang terpisah itu dikarenakan adanya bentang alam seperti adanya lahan pertanian, perkebunan, danau, sungai, dan rawa. Di dalam area konservasi juga terdapat satwaliar yang harus dilindungi, dan satwaliar tersebut tersebar di beberapa tempat dalam area konservasi. Dalam penelitian ini akan dibahas suatu cara dalam memilih tempat-tempat di area konservasi, sedemikian rupa sehingga semua spesies terdapat dalam himpunan tempat yang dipilih. Tempat-tempat yang dipilih harus terhubungkan. Di samping itu, banyaknya tempat yang dipilih haruslah minimum. Tempat-tempat yang dipilih tersebut akan dijadikan sebagai indikator untuk menentukan zona dari suatu area konservasi, misalkan zona pada suatu kawasan taman nasional. Pemilihan tempat di dalam area konservasi seperti ini dapat dinyatakan sebagai masalah konektivitas. Di dalam teori graf, masalah konektivitas dapat dipandang sebagai masalah penentuan kover terhubung yang minimum. Di dalam penelitian ini, masalah konektivitas akan diformulasikan menjadi *integer linear programming* kemudian kover terhubung yang minimum akan ditentukan dengan algoritme heuristik.

Kata Kunci: masalah konektivitas, area konservasi, *integer programming*, algoritme heuristik

1. Latar Belakang

Dalam Kamus Besar Bahasa Indonesia, konservasi berarti pemeliharaan dan perlindungan sesuatu secara teratur untuk mencegah kerusakan dan kemusnahan dengan jalan mengawetkan. Kata konservasi juga bermakna pelestarian. Usaha pelestarian alam di Indonesia dinaungi oleh Undang-Undang nomor 5 tahun 1990 tentang Konservasi Sumberdaya Alam Hayati dan Ekosistemnya serta Undang-Undang nomor 41 tahun 1999 tentang Kehutanan (*jo* Undang-Undang nomor 5 tahun 1967 tentang Ketentuan-Ketentuan Pokok Kehutanan). Dalam Undang-Undang nomor 5/1990 dikatakan bahwa sumber daya alam hayati adalah unsur-unsur hayati di alam yang terdiri atas sumber daya alam nabati (tumbuhan) dan sumber daya alam hewani (satwa) yang bersama dengan unsur nonhayati di sekitarnya secara keseluruhan membentuk ekosistem. Konservasi sumber daya alam hayati dan ekosistemnya dilakukan melalui kegiatan: a) perlindungan sistem penyangga kehidupan yang merupakan satu proses alami dari berbagai unsur hayati dan nonhayati yang menjamin kelangsungan kehidupan makhluk, b) pengawetan keanekaragaman jenis tumbuhan dan satwa beserta ekosistemnya, c) pemanfaatan secara lestari sumber daya alami hayati dan ekosistemnya. Perlindungan sistem penyangga kehidupan ditujukan bagi terpeliharanya proses ekologis yang menunjang kelangsungan kehidupan untuk meningkatkan kesejahteraan masyarakat dan mutu kehidupan manusia. Usaha pewujudan tujuan perlindungan yang dilakukan Pemerintah antara lain dengan cara menetapkan wilayah tertentu sebagai wilayah perlindungan sistem penyangga kehidupan.

Pemerintah Indonesia telah menetapkan sejumlah kawasan konservasi atau hutan konservasi, baik daratan maupun daratan yang memiliki perairan. Menurut Undang-Undang nomor 41/1999, hutan konservasi (kawasan konservasi) adalah kawasan hutan dengan ciri khas tertentu, yang mempunyai fungsi pokok pengawetan keanekaragaman tumbuhan dan satwa serta ekosistemnya yang terdiri dari kawasan suaka alam, kawasan pelestarian alam, dan taman buru. Hingga saat ini pemerintah telah menetapkan 535 unit lokasi kawasan konservasi dengan luas total 28,26 juta hektar (DJPHKA 2007).

Dalam penelitian ini, kawasan (area) konservasi yang dibahas adalah kawasan (area) konservasi di daratan dan sumber daya alami hayati yang dipilih adalah satwaliar yang harus dilindungi. Area konservasi daratan memiliki beberapa tempat yang terpisah yang disebabkan adanya bentang alam seperti adanya lahan pertanian, perkebunan, danau, sungai, dan rawa. Di dalam area konservasi, satwaliar tersebut tersebar di beberapa tempat. Dalam penelitian ini akan dibahas suatu cara dalam memilih tempat-tempat di area konservasi, sedemikian rupa sehingga semua spesies satwaliar terdapat dalam himpunan tempat yang dipilih. Tempat-tempat yang dipilih harus terhubungkan dan banyaknya tempat yang dipilih haruslah minimum.

2. Rumusan Masalah

Pemilihan tempat di dalam area konservasi seperti ini dapat diformulasikan sebagai masalah konektivitas (keterhubungan) dan masalah penentuan kover. Masalah keterhubungan direpresentasikan dengan suatu graf dan masalah penentuan kover diformulasikan sebagai *set covering problem* dengan bentuk *integer programming*. Masalah konektivitas tersebut diselesaikan dengan metode heuristik yang terdiri atas tiga tahapan utama, yaitu (i) penentuan kover (dengan menyelesaikan *integer programming*), (ii) penghubungan tempat-tempat dalam kover (dengan menentukan *minimum spanning tree*), (iii) pemangkasan tempat yang tidak diperlukan (dengan memilih tempat yang bisa dibuang tetapi tempat tersisa tetap berupa kover yang terhubungkan).

3. Tujuan dan Manfaat

Masalah konektivitas yang dibahas dalam penelitian ini memilih sekumpulan tempat yang terhubung sehingga semua spesies (satwaliar) dapat terwakili di tempat yang terpilih. Tujuan dari pemilihan tempat-tempat yang terhubung dalam area konservasi ialah:

1. menjamin dan menjaga satwa, populasi, dan habitatnya,
2. menjamin keutuhan area konservasi,
3. mengoptimalkan manfaat area konservasi untuk kepentingan penelitian, pendidikan, wisata terbatas, dan kegiatan lainnya yang menunjang budidaya.

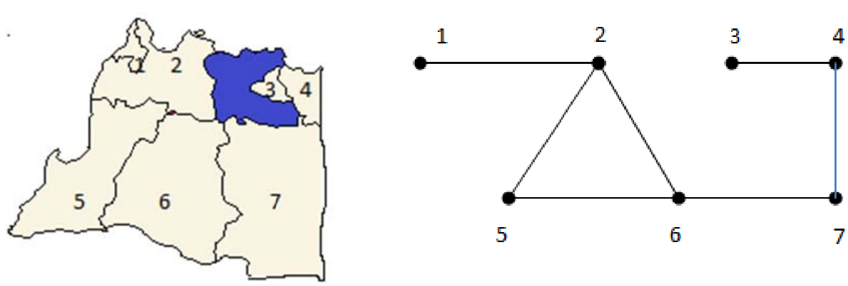
Untuk mencapai tujuan tersebut, area konservasi ditata ke dalam zona inti dan zona rimba. Tempat-tempat yang dipilih akan dijadikan sebagai zona inti, sedangkan tempat-tempat yang lainnya dijadikan sebagai zona rimba. Zona inti merupakan zona yang berfungsi untuk perlindungan mutlak dan tidak diperkenankan adanya perubahan apapun oleh kegiatan manusia. Perubahan dan perkembangan yang terjadi di area ini berjalan secara alami tanpa campur tangan manusia, kecuali untuk kegiatan penelitian, pemantauan, perlindungan, dan pengamanan (DJPHKA 2007). Zona rimba adalah zona yang berfungsi sebagai penyangga zona inti dan di dalamnya hanya dapat dilakukan kegiatan sebagaimana pada zona inti, serta dapat dikunjungi oleh masyarakat untuk kegiatan rekreasi terbatas. Di dalam zona rimba dapat dilakukan kegiatan pengelolaan seperti pembinaan habitat dan populasi satwa dan tumbuhan, pembuatan jalan setapak, menara pengawas, pondok jaga, dan sarana wisata.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

4. Pembahasan

Teori graf merupakan salah satu cabang matematik yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah konektivitas (keterhubungan). Dalam (Chartrand & Oellermann 1993) diberikan beberapa pengertian yang diperlukan dalam pembahasan materi penelitian ini. Berikut diberikan beberapa di antaranya. Graf dilambangkan dengan verteks/simpul dan sisi, dan biasa dituliskan sebagai pasangan terurut G=(V,E) dengan V merupakan himpunan verteks dan E menyatakan himpunan sisi (*edge*). Dalam graf tak berarah, sisi $\{u,v\}$ merupakan pasangan tak terurut yang menghubungkan verteks-verteks u dan v di V. Dua verteks u dan v dikatakan *adjacent* jika terdapat suatu sisi yang menghubungkan kedua verteks tersebut. Suatu graf dikatakan terhubungkan (*connected*) jika setidaknya ada satu *path* yang menghubungkan setiap pasangan simpul pada graf tersebut. Jika tidak ada, maka graf tersebut dikatakan tidak terhubungkan (*disconnected*). Suatu *path* adalah barisan verteks yang berbeda sehingga merupakan suatu sisi di graf tersebut. *Path* dengan verteks awal sama dengan verteks akhir dinamakan suatu *cycle*. Graf yang terhubungkan dan tidak mempunyai *cycle* dinamakan *tree*. Suatu *spanning tree* adalah *tree* yang memuat semua verteks grafnya, sedangkan *minimum spanning tree* adalah *spanning tree* dengan bobot minimum.

Suatu area konservasi (yang berisi banyak tempat) dapat dimodelkan dengan graf. Verteks melambangkan tempat dalam area konservasi, dan sisi melambangkan akses jalan yang menghubungkan tempat-tempat dalam area konservasi. Dua tempat dikatakan *adjacent* jika terdapat akses jalan langsung di antara keduanya. Sebagai ilustrasi, misalkan diberikan denah 7 tempat dalam suatu daerah seperti terlihat pada Gambar 1.



 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Gambar 1. Denah 7 tempat dan representasi grafnya.

Jika dua tempat saling bertetangga, maka diasumsikan tempat-tempat tersebut adalah *adjacent*. Ini juga berarti di antara dua tempat tersebut terdapat akses jalan langsung di antara keduanya, sehingga denah tempat dan representasi grafnya dapat dilihat pada Gambar 1.

Masalah penentuan himpunan kover (*set covering problem*) merupakan salah satu kelas *integer programming*. Dalam masalah ini, setiap elemen dari suatu himpunan yang diberikan (disebut himpunan ke-1) harus "dikover" oleh sejumlah anggota dari himpunan ke-2. Tujuan dari masalah ini adalah meminimumkan banyaknya elemen dari himpunan ke-2 yang diperlukan untuk mengkover semua elemen dalam himpunan ke-1. Berikut ini akan dibahas pengertian kover.

Misalkan diberikan suatu himpunan $S=\{1, 2, ..., n\}$. Misalkan juga elemen dari himpunan I merupakan himpunan bagian dari S, yaitu himpunan $I=\{I_1, I_2, \ldots, I_K\}$ dengan $I_j \subseteq S$, $j\in J=\{1, 2, \ldots, K\}$. Himpunan I_j dengan $j\in J^* \subseteq J$ adalah **kover** dari S jika $\bigcup_{j\in J^*} I_j = S$ (Garfinkel & Nemhauser 1972). Sebagai contoh, misalkan himpunan $S=\{a,b,c,d,e,f\}$ dan $I=\{I_1,I_2,I_3,I_4,I_5\}$ dengan $j\in J=\{1,2,3,4,5\}$. Misalkan $I_1=\{a,b\}$, $I_2=\{a,c\}$, $I_3=\{b,e\}$, $I_4=\{d,e,f\}$, $I_5=\{a,c,f\}$. Kover dari S di antaranya adalah $\{I_1,I_2,I_4\}$, karena $\bigcup_{j\in J^*} I_j = I_1 \cup I_2 \cup I_4 = \{a,b,c,d,e,f\} = S$ untuk $J^* =\{1,2,4\}$. Himpunan $\{I_1, I_2, I_3, I_4\}$ juga merupakan kover dari S.

Misalkan diberikan $c_j > 0$ yaitu bobot yang berpadanan dengan setiap I_j, dengan $j\in J$. Bobot total dari suatu kover $\{I_j\}$ untuk $j\in J^*$ adalah $\sum_{j\in J^*} c_j$ dengan J^* adalah himpunan bagian dari J. Masalah *set covering* merupakan suatu masalah menentukan kover dengan bobot minimum yang dapat diformulasikan sebagai *integer programming*. Misalkan didefinisikan variabel biner

$$x_j = \begin{cases} 1, \text{ jika } I_j \text{ anggota dari kover} \\ 0, \text{ jika selainnya,} \end{cases}$$

$$a_{i,j} = \begin{cases} 1, \text{ jika } i \text{ elemen dari } I_j \\ 0, \text{ jika selainnya.} \end{cases}$$

Dalam (Wolsey 1998) masalah *set covering* dituliskan sebagai:

Minimumkan $z = \sum_{j=1}^{K} c_j x_j$ terhadap kendala $\sum_{j=1}^{K} a_{ij} x_j \geq 1, \quad i = 1, \ldots, m,$ dan $x_j = 0$ atau $1, \quad j = 1, \ldots, K.$

Metode Penyelesaian

Masalah konektivitas dalam penelitian ini diselesaikan dengan algoritme heuristik. Sebelum menyelesaikan masalahnya, mula-mula area konservasi dibuat representasi grafnya. Metode yang digunakan terdiri atas 3 langkah utama. Langkah 1: **penentuan kover** dengan menyelesaikan *set covering problem* yaitu dengan menyelesaikan *integer programming* (P1) menggunakan *software* LINGO; Langkah 2: **penyambungan kover** yang tidak terhubung dengan *path* terpendek antarverteks , misalkan *Q*, dalam kover yang tak terhubungkan (dapat digunakan algoritme Dijkstra); dan Langkah 3: **pemangkasan/penghapusan** bagian kover yang tidak diperlukan. Langkah 3 ini diselesaikan dalam beberapa tahap, yaitu 3a) penentuan verteks-verteks yang *adjacent* hanya dengan 1 (satu) verteks dalam *path* terpendek *Q*, 3b) periksa satu per satu apakah penghapusan verteks tersebut dapat membuat *Q* bukan lagi kover yang terhubungkan. Jika ya, verteks tersebut tidak jadi dihapus; dan tahap 3c) melakukan hal yang sama untuk kover terhubungkan yang baru.

Aplikasi Permasalahan

Masalah konektivitas yang dibahas pada penelitian ini diaplikasikan dalam pemilihan tempat di area konservasi yang terletak di Provinsi Jambi (I), Riau (II), dan Sumatera Barat (III). Area konservasi pada Gambar 2 dibagi menjadi beberapa wilayah (kabupaten). Data kabupaten beserta satwaliar yang ada di kabupaten tersebut diberikan di Tabel 1, sedangkan daerah penyebaran satwaliar disajikan dalam Tabel 2.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

ıten di
bi,

ın di
ı,

ın di
ıatera

Gambar 2 Peta Kabupaten-kabupaten di Jambi (I), Riau (II), dan Sumatera Barat (III).

Tabel 1 Nama-nama kabupaten beserta 10 spesies satwaliar yang ada di Provinsi Jambi, Riau, dan Sumatera Barat

No	Nama Kabupaten	Provinsi	Spesies satwaliar
1	Kerinci	Jambi	rangkong, harimau sumatera, badak sumatera, beruang madu, kucing emas, tapir, elang alap, gajah sumatera.
2	Merangin	Jambi	rangkong, harimau sumatera, badak sumatera, beruang madu, kucing emas, tapir, elang alap, gajah sumatera.
3	Sarolangun	Jambi	harimau sumatera, beruang madu, siamang.
4	Batang Hari	Jambi	harimau sumatera, beruang madu, siamang.
5	Muara Jambi	Jambi	harimau sumatera, badak sumatera, kancil, tapir.
6	Tanjung Jabung Timur	Jambi	rangkong, harimau sumatera, siamang, kancil.
7	Tanjung Jabung Barat	Jambi	harimau sumatera, badak sumatera, kancil, tapir.
8	Bungo	Jambi	rangkong, harimau sumatera, beruang madu, siamang, kancil.
9	Tebo	Jambi	rangkong, siamang, kancil.
10	Kampar	Riau	beruang madu, siamang, kancil, tapir.
11	Kuantan Singingi	Riau	harimau sumatera, beruang madu, siamang, kancil, tapir.

Tabel 1 Nama–nama kabupaten beserta 10 spesies satwaliar yang ada di Provinsi Jambi Riau dan Sumatera Barat (lanjutan)

No	Nama Kabupaten	Provinsi	Spesies satwaliar
12	Indragiri Hilir	Riau	rangkong, siamang, kancil.

13	Indragiri Hulu	Riau	rangkong, harimau sumatera, siamang, kancil, tapir.
14	Pelalawan	Riau	beruang madu, kancil, tapir.
15	Pesisir Selatan	Sumatera Barat	rangkong, harimau sumatera, badak sumatera, beruang madu, kucing emas, tapir, elang alap, gajah sumatera.
16	Solok	Sumatera Barat	rangkong, harimau sumatera, badak sumatera, beruang madu, kucing emas, tapir, elang alap, gajah sumatera.
17	Sawahlunto	Sumatera Barat	rangkong, harimau sumatera, badak sumatera, beruang madu, kucing emas, tapir, gajah sumatera.
18	Agam	Sumatera Barat	rangkong, harimau sumatera, siamang, tapir.
19	Tanah Datar	Sumatera Barat	harimau sumatera, siamang, kancil.
20	Padang Pariaman	Sumatera Barat	harimau sumatera, beruang madu.

Sumber: [DJPHKA 2007].

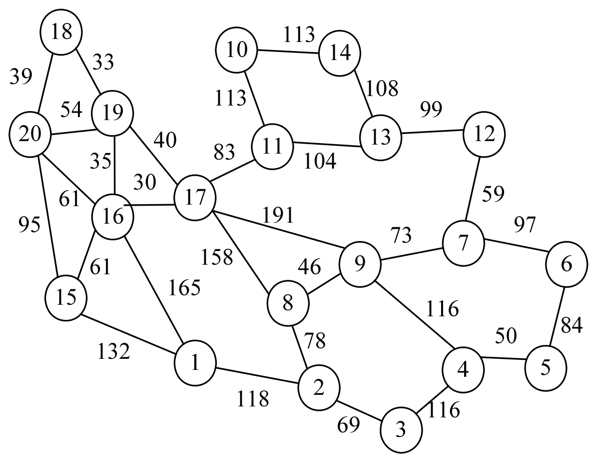
Tabel 2 Penyebaran spesies pada Gambar 2

Spesies	Tempat penyebaran spesies
Rangkong	1,2,6,8,9,12,13,15,16,17,18
Harimau sumatera	1,2,3,4,5,6,7,8,11,13,15,16,17,18,19,20
Badak sumatera	1,2,5,7,15,16,17
Beruang madu	1,2,3,4,8,10,11,14,15,16,17,20
Kucing emas	1,2,15,16,17
Siamang	3,4,6,8,9,10,11,12,13,18,19
Kancil	5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,19
Tapir	1,2,5,7,10,11,13,14,15,16,17,18
Elang alap	1,2,15,16
Gajah sumatera	1,2,15,16,17

Sumber: [DJPHKA 2007].

Penyelesaian Masalah Konektivitas dengan Algoritme Heuristik

Terlebih dahulu ditentukan representasi graf dari area konservasi seperti terlihat pada Gambar 3. Representasi graf dilakukan dengan memisalkan area konservasi pada kabupaten-kabupaten di provinsi Jambi, Riau, dan Sumatera Barat sebagai verteks-verteks di graf G_1, sedangkan akses/jalan dimisalkan sebagai sisi-sisi graf G_1 yang menghubungkan dua kabupaten dengan bobot pada sisi graf menyatakan jarak (dalam km) di antara 2 kabupaten. Verteks i mewakili area pada kabupaten ke-i, dengan i=1,2,..,20.



Gambar 3 Representasi graf dari area konservasi pada Gambar 3.

LANGKAH 1 Penentuan Kover

Misalkan V_{is} adalah area pada kabupaten i yang dihuni oleh satwaliar s, dengan i=1,2,…,20 dan s adalah satwaliar yang dilindungi. Misalkan bobot untuk setiap kabupaten adalah sama, yaitu 1. Didefinisikan variabel biner x_i, yaitu:

$$x_i = \begin{cases} 1 \quad ; & \text{Jika area konservasi pada kabupaten } i \text{ yang dipilih} \\ 0 \quad ; & \text{jika area konservasi pada kabupaten } i \text{ yang tidak dipilih} \end{cases} \qquad i=1,2,..,20.$$

Fungsi objektifnya adalah meminimumkan banyaknya kabupaten yang terpilih: Minimumkan $\sum_{i=1}^{20} x_i$ dengan kendala $\sum_{i \in K} x_i \geq 1, \quad K \subseteq V_{is}, \forall$ satwaliar s.

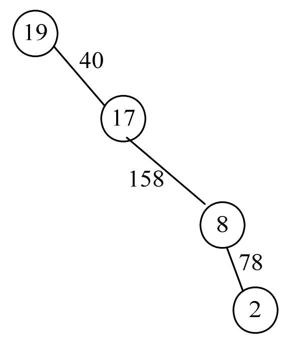
Kendala ini menyatakan bahwa setiap satwaliar paling sedikit berada pada satu kabupaten. Sebagai contoh: untuk satwaliar elang alap, K={1,2,15,16} sehingga

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

kendalanya ialah $x_1 + x_2 + x_{15} + x_{16} \geq 1$. Karena ada 10 satwaliar yang dipilih, maka terdapat 10 kendala seperti ini. Dengan LINGO diperoleh solusi: $x_2 = 1$ dan $x_{19} = 1$ dan variabel lainnya bernilai 0. Ini berarti area yang terpilih sebagai kover adalah Kabupaten Merangin dan Kabupaten Tanah Datar. Dari Gambar 3 diketahui bahwa dua kabupaten ini tidak *adjacent*. Jadi kover yang diperoleh adalah kover tak terhubungkan.

LANGKAH 2 Penyambungan kover tidak terhubung

Dengan algoritme Dijkstra diperoleh *path* terpendek dari verteks 2 ke verteks 19 yaitu *Q*=2–8–17–19 dengan total jarak 276 km. Solusi ini merupakan kover terhubung.



Gambar 4 *Path* terpendek dari simpul 2 ke simpul 19.

LANGKAH 3 Pemangkasan/Penghapusan Verteks

Verteks yang *adjacent* dengan 1 (satu) verteks di *path* terpendek *Q* ialah verteks 2 dan verteks 19. Hapus sementara salah satu verteks, misalkan verteks 2, sehingga himpunan verteks yang tersisa ialah {8, 17, 19} yang bukan kover karena pada himpunan tempat tersebut tidak terdapat satwaliar elang alap; berarti verteks 2 tidak dapat dihapus. Jadi, himpunan verteks yang diperoleh tetap {2,8,17,19}. Sekarang, hapus sementara verteks 19, sehingga himpunannya menjadi {2,8,17}. Himpunan ini merupakan kover terhubungkan. Karena {2,8,17} merupakan kover terhubungkan, maka verteks 19 dapat dihapus sehingga *path* terpendek *Q* berubah jadi *path* terpendek Q_{baru} = 2-8-17. Ulangi tahapan tadi, sehingga diperoleh hasil akhir kover terhubungkannya adalah {2,8}. Ini berarti area konservasi yang dipilih adalah area yang berada di Kabupaten Merangin dan Kabupaten Bungo dengan total jarak 78 km yang akan dijadikan sebagai zona inti, sedangkan area konservasi yang berada di kabupaten lain dapat dijadikan zona rimba.

5. Simpulan dan Saran

Pada penelitian ini dibahas penyelesaian masalah konektivitas, yaitu masalah menentukan suatu kover terhubung minimum, dengan algoritme heuristik yang terdiri atas tiga langkah utama: penentuan kover, penyambungan kover tak terhubungkan, dan pemangkasan. Masalah konektivitas pada penelitian ini dapat diaplikasikan pada masalah pemilihan tempat di dalam area konservasi di 20 kabupaten di provinsi Jambi, Riau, dan Sumatera Barat untuk melestarikan 10 satwaliar yang dilindungi. Kover terhubung minimum yang dihasilkan meliputi sekumpulan tempat yang terhubung dan semua spesiesnya terdapat pada tempat-tempat yang dipilih. Hasil yang didapat dari algoritme heuristik pada contoh permasalahan diperoleh 2 tempat yang terpilih, yaitu Kabupaten Merangin dan Kabupaten Bungo.

6. Daftar Pustaka

Cerdeira JO, Gaston KJ, Pinto LS. 2005. Connectivity in priority area selection for conservation. *Environmental Modelling and Assessment* 10:183-192.

Chartrand G, Oellermann OR. 1993. *Applied and Algorithmic Graph Theory*. New York: McGraw-Hill.

DJPHKA. 2007. *Kawasan Konservasi Indonesia 2006*. Direktorat Jenderal Perlindungan Hutan dan Konservasi Alam, Departemen Kehutanan Republik Indonesia.

Wolsey LA. 1998. *Integer Programming*. New York: John Wiley & Son.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

T – 9

Pengoptimalan Umpan Balik *Linear Quadratic Regulator (Lqr)* Pada Fuzzy *Load Frequency Control* (Lfc) Menggunakan *Artificial Immune System (Ais)*

Febriana Kristanti
Lecturer Department of Mathematics Education
Universitas Muhammadiyah Surabaya
E-mail: febriana_rose@yahoo.com

Abstract

Makalah ini membahas suatu metode kontrol optimal Linear Quadratic Regulator (LQR) dalam pengaturan matriks pembobot **Q** dan **R** dan parameter Fuzzy menggunakan algoritma Artificial Immune System (AIS). Metode LQR digunakan untuk mendapatkan penguat optimal $\mathbf{K}_{op}$ melalui solusi Algebraic Riccati Equation (ARE), sedangkan Fuzzy digunakan untuk menala penguat $\mathbf{K}_{Pi}$ dan $\mathbf{K}_{Ii}$ kontroler Proportional-Integral (PI). Metode kontrol diaplikasikan pada Load Frequency Control sistem tenaga listrik dua area. Penguatan kontroler optimal LQR dan kontroler PI diinputkan ke nilai referensi beban pada unit governor untuk memperbaiki performansi dinamik sistem. Hasil penelitian menunjukkan, dengan menggunakan metode ini dapat memperbaiki respon dinamik sistem dibandingkan dengan konvensional kontroler (kontroler integral, kontroler PI), kontroler PI yang dihybrid dengan kontrol optimal LQR, dan fuzzy tuning PI kontroler yang dihybrid dengan kontrol optimal LQR yang ditala menggunakan metode trial-error.
Kata Kunci : Linear Quadratic Regulator (LQR), Fuzzy Logic Controller, Artificial Immune System (AIS).

I. PENDAHULUAN

Kestabilan sistem merupakan bagian yang dapat dipengaruhi oleh adanya gangguan besar maupun kecil. Di dalam sistem tenaga listrik terdapat dua macam gangguan, yaitu gangguan yang bersifat transien seperti putus jaring atau hubung singkat dan gangguan yang bersifat dinamik (di sekitar titik kerja) yang diakibatkan oleh perubahan beban yang relatif kecil [1,3]. Gangguan dinamik ini dapat mengakibatkan kinerja dinamik menjadi tidak baik, bahkan dapat membawa sistem ke daerah tidak stabil.

Pada sistem interkoneksi yang besar, banyak sistem pembangkit besar dan kecil yang terhubung secara sinkron, oleh karena itu semua pembangkit dituntut harus mempunyai frekuensi yang sama. berubah sesuai perubahan beban, sehingga diperlukan sistem pengaturan frekuensi atau dikenal dengan *Load Frequency Control* (LFC) [2].

Load Frequency Control (LFC) adalah suatu sistem yang digunakan untuk menjaga fluktuasi yang ditimbulkan oleh perubahan beban. LFC memiliki obyektif atau tujuan yang harus dicapai dalam pengoperasian sistem tenaga, terutama untuk menjaga variasi frekuensi sistem dalam pembagian beban yang harus dipikul oleh tiap generator selama proses pertukaran daya antar bus untuk memenuhi kebutuhan beban yang telah

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

dijadualkan [3]. Melalui kontrol modern, usaha-usaha yang telah dilakukan untuk memperbaiki performansi dinamik akibat perubahan beban yang kecil, serta penerapan kontrol optimal untuk memperbaiki performansi dinamik pada sistem tenaga menggunakan kriteria kuadratis LQR menghasilkan perbaikan yang memuaskan [3,4].

Fuzzy set dan fuzzy logic, telah dikenal sebagai metode yang handal untuk mengatasi ketidakpastian pada masalah ketidakjelasan, kekaburan, dan ketidaktepatan. Fuzzy set memperbolehkan beberapa tingkat keanggotaan dari sebagai anggota ke bukan anggota. Ide dari fuzzy set ini berguna untuk mewakili masalah linguistik numeris dan membuat keputusan yang handal dari ketidakjelasan dan ketidaktepatan suatu kasus. Aplikasi fuzzy logic juga telah banyak dilakukan dan mampu perbaiki performansi pada sistem [3,5,6]

AIS merupakan metode adaptif yang biasa digunakan untuk memecahkan suatu pencarian nilai dalam suatu masalah optimasi yang kompleks. Penyelesaian masalah optimasi menggunakan AIS juga telah dilakukan dan menghasilkan performansi sistem yang baik [7]. Pada makalah ini, AIS digunakan untuk menala matriks pembobot Q dan R parameter LQR, dan parameter fungsi keanggotaan Fuzzy Logic Controller. Metode ini diaplikasikan pada Load Frequency Control sistem tenaga listrik dua area untuk memperbaiki performansi dinamik sistem dengan melihat respon deviasi frekuensi area satu, deviasi frekuensi area dua, dan deviasi daya tie-line. Untuk mengetahui respon pada sistem, sinyal step gangguan berupa perubahan beban 5-10% di berikan pada area satu dan parameter sistem diubah $\pm 5\%$ dari nilai nominal sistem. Metode kontrol yang di usulkan dibandingkan dengan konvensional kontroler (kontroler integral, kontroler PI), kontroler PI yang dihybrid dengan kontrol optimal LQR, dan fuzzy tuning PI kontroler yang dihybrid dengan kontrol optimal LQR yang ditala menggunakan metode trial-error.

II. METODE PENELITIAN

Sistem tenaga listrik interkoneksi dua area yang dihubungkan dengan sebuah reaktansi saluran Xtie di deskripsikan pada Gambar 1(a). Untuk studi Load Frequency Control (LFC), setiap area direpresentasikan sebagai sebuah ekivalen unit pembangkit. Pemodelan seperti ini dapat diterima jika tidak memperhitungkan osilasi dalam tiap-tiap mesin pada tiap-tiap area. Gambar 1(b) menunjukkan rangkaian listrik ekivalen dari sistem, dengan masing-masing area diwakili oleh sebuah sumber tegangan dibelakang

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

reaktansi ekivalen jika dipandang dari tie bus. Aliran daya dari Area 1 menuju Area 2 adalah,

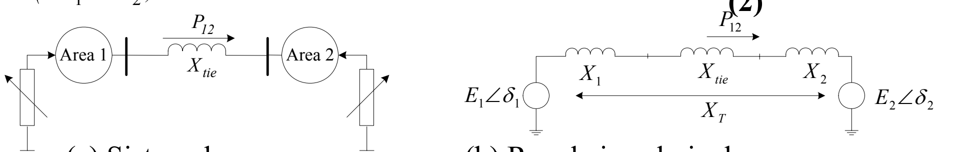
$$P_{12} = \frac{E_1 E_2}{X_T} \sin \delta_{12} \qquad \textbf{(1)}$$

dengan XT=X1+Xtie+X2, dan δ12=δ1-δ2. Persamaan (1) dapat dilinearisasi untuk perubahan kecil pada aliran daya jaring ΔP_{12}, maka,

$$\Delta P_{12} = \left.\frac{dP_{12}}{d\delta_{12}}\right|_{\delta_{12}} \Delta\delta_{12} = T\Delta\delta_{12}$$

dengan Δδ12o=Δδ1o-Δδ2o,

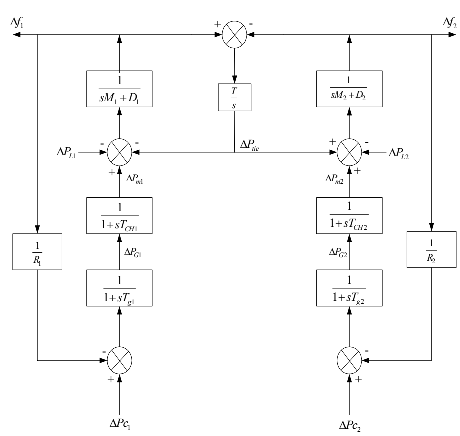
$$\Delta P_{12} = T(\Delta\delta_1 - \Delta\delta_2) \qquad \textbf{(2)}$$



(a) Sistem dua area (b) Rangkaian ekuivalen

Gambar 1, Representasi sistem tenaga dua area

Model linear diagram blok sistem tenaga listrik dua area yang digunakan pada tugas akhir ini ditunjukkan pada Gambar 2. Data parameter dan keterangan yang terdapat pada Gambar 2 dapat dilihat pada appendiks dan numenklatur.



Gambar 2, Model linear sistem tenaga listrik dua area [8].

Persamaan state space sistem tenaga listrik yang dideskripsikan pada Gambar 2 dapat ditulis sebagai berikut

$$\dot{x}(t) = \mathbf{A}\, x(t) + \mathbf{B}\, u(t) + \mathbf{L}\, d(t) \qquad \textbf{(3)}$$

$$y(t) = \mathbf{C}x(t) \qquad \textbf{(4)}$$

dengan. A = matriks sistem x(t) = variable keadaan, $\in \Re^n$

B = matriks input u(t)= variabel input, $\in \Re$ m

C = matriks pengukuran y(t) = variable output, $\in \Re$ r

L = matriks gangguan

Komponen x(t), u(t), d(t) pada sistem yang dijelaskan pada gambar 2 dapat ditulis sebagai persamaan berikut

x(t) = [Δf1 ΔPm1 ΔPG1 ΔPtie Δf2 ΔPm2 ΔPG2] T

u(t) = [ΔPc1 ΔPc2]T

d(t) = [ΔPL1 ΔPL2]

III. METODE YANG DIGUNAKAN

2.1 Kontroler Integral [3]

Penguatan kontroler integral Ki dipasang pada sistem tenaga listrik untuk mengontrol sinyal ACE pada area ke-i dideskripsikan pada Gambar 3(a), Sedangkan diagram blok pemasangan kontroler integral pada LFC untuk mengontrol sinyal ACE pada sistem tenaga listrik dua area di deskripsikan pada Gambar 3(b). Kontrol sinyal yang baru akan menjumlahkan deviasi aliran daya tie line dengan deviasi frekuensi yang dikalikan dengan pembobot faktor bias B. Penambahan pengendali ini untuk mengontrol sinyal ACE agar frekuensi steady-state menuju nol (nilai nominal).

Kontrol input Δe1 dan Δe2 akan menjadi sinyal input untuk ΔPc1 dan ΔPc2 yang dapat ditulis, $\Delta e_i = -\mathbf{K}_{I_i}\int ACE_i \,\mathrm{d}t = -\mathbf{K}_{I_i}\int(\Delta P_{tie-i} + \mathrm{B}_i \Delta f_i)\,dt$ (5)

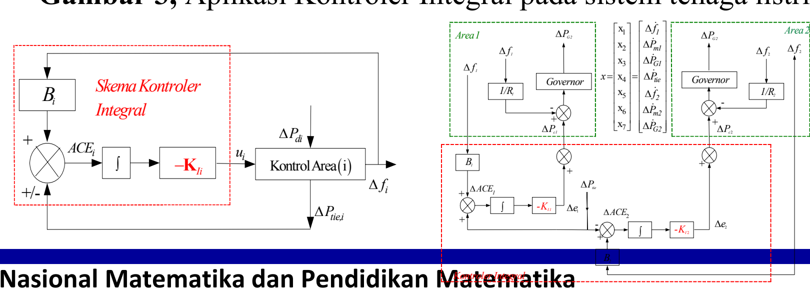
Jika persamaan (5) diturunkan akan menjadi

$$\Delta \dot{e}_i = -\mathbf{K}_{I_i}(ACE_i) = -\mathbf{K}_{I_i}(\Delta P_{tie-i} + \mathrm{B}_i \Delta f_i) \qquad (6)$$

atau dalam bentuk matriks $\Delta \dot{e}_i = -\mathbf{K}_{I_i}\mathbf{C}\mathrm{x}$ (7)

dengan $\mathbf{K}_I = \begin{bmatrix} k_{I1} & 0 \\ 0 & k_{I2} \end{bmatrix}$ (8)

Gambar 3, Aplikasi Kontroler Integral pada sistem tenaga listrik



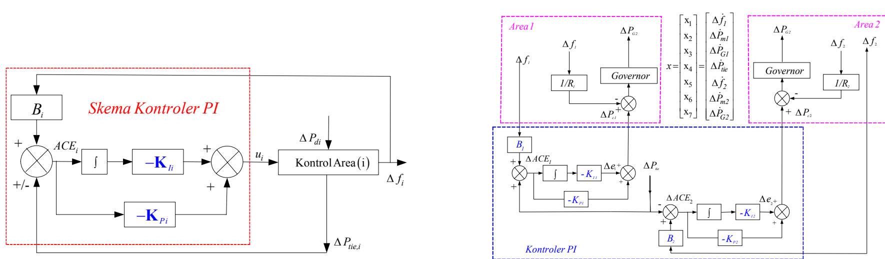
(a) (b)

(a) Kontroler Integral pada sistem tenaga listrik area ke -*i*
(b) Kontroler Integral pada sistem tenaga listrik dua area [3]
Menggunakan persamaan (9) dan (3) dapat terbentuk persamaan keadaan yang baru adalah $\dot{x}_N = \mathbf{A}_N x_N + \mathbf{L}_N d$ (10)

$$x_N = \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_N = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ -\mathbf{K}_I \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L}_N = \begin{bmatrix} \mathbf{L} \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (11)$$

2.2 Kontroler Proportional-Integral (PI)

Aplikasi Kontroler PI pada sistem tenaga listrik merupakan pengembangan dari Gambar 3. Penguatan kontroler integral $\mathbf{K}_I$ dan kontroler proportional $\mathbf{K}_P$ adalah untuk mengontrol sinyal *Area Control Error* (ACE). Variabel keadaan baru *z(t)* ditambahkan pada Gambar 3 sebagai state untuk penguatan kontroler integral $\mathbf{K}_i$. Sedangkan Variabel keadaan baru *v(t)* ditambahkan pada Gambar 3 sebagai state untuk penguatan kontroler proportional $\mathbf{K}_i$. Diagram blok pemasangan kontroler integral dan kontroler proportional untuk mengontrol sinyal *ACE* pada sistem tenaga listrik dua area di deskripsikan pada Gambar 4. **Gambar 4,** Aplikasi Kontroler PI pada sistem tenaga listrik



(a) (b)

(a) Kontroler PI yang dipasang pada sistem tenaga listrik area ke-*i*.
(b) Kontroler PI pada sistem tenaga listrik dua area

Kontroler penguatan integral pada Gambar 3 dituliskan sebagai berikut,

$$\mathbf{K}_I = \begin{bmatrix} k_{I1} & 0 \\ 0 & k_{I2} \end{bmatrix} \qquad (12)$$

Variabel baru *z(t)* dan *v(t)* untuk *ACE* menambahkan Persamaan (13) untuk memecahkan permasalahan yang dituliskan dalam persamaan variabel keadaan baru sebagai berikut,

$$\dot{x}_N(t) = \mathbf{A}_N x_N(t) + \mathbf{B}_N u(t) + \mathbf{L}_N d(t) \qquad (13)$$

$$y_N(t) = \mathbf{C}_N x_N(t) \qquad (14)$$

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

dengan, $x_N(t)=\begin{bmatrix} x(t) \\ z(t) \end{bmatrix}$; $y_N(t)=\begin{bmatrix} y(t) \\ z(t) \end{bmatrix}$; $z(t)=\begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix}$ $z_1(t)=\int ACE_1 dt$ dan $z_2(t)=\int ACE_2\, dt$

$v_1(t)=ACE_1(\mathrm{t})$ dan $v_2(t)=ACE_2(\mathrm{t})$ (15)

$\mathbf{A}_N=\begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 \\ \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix}$; $\mathbf{B}_N=\begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix}$; $\mathbf{L}_N=\begin{bmatrix} \mathbf{L} \\ 0 \end{bmatrix}$; $\mathbf{C}_N=\begin{bmatrix} \mathbf{C} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$

Sinyal kontrol ΔP_c dapat dituliskan sebagai berikut,

$$\begin{bmatrix} \Delta P_{C1} \\ \Delta P_{C2} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}=-\begin{bmatrix} k_{P1} & 0 \\ 0 & k_{P2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_1(t) \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} \Delta e_1 \\ \Delta e_2 \end{bmatrix} \qquad (16)$$

Menggunakan Persamaan (12) dan (16), sinyal kontrol ΔP_c dapat dituliskan sebagai berikut,

$$\begin{bmatrix} \Delta P_{C1} \\ \Delta P_{C2} \end{bmatrix}=\mathrm{u}=-\mathbf{K}_P\begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} k_{I1} & 0 \\ 0 & k_{I2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix} \qquad (17)$$

Atau

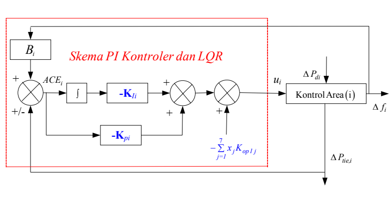
$$u=-\mathbf{K}_P\begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \end{bmatrix}-\mathbf{K}_I\begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix} \qquad (18)$$

2.3 Kontroler Proportional-Integral dan Kontrol Optimal Linear Quadratic Regulator (LQR)

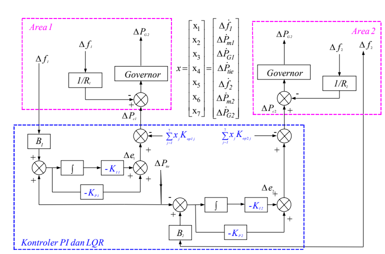
Aplikasi kontroler PI dan kontrol optimal LQR pada sistem tenaga listrik merupakan pengembangan dari aplikasi kontroler PI pada Gambar 4. Penambahan penguatan $\mathbf{K}_{op}$ kontrol optimal LQR pada gambar 4 adalah untuk menambah efek redaman pada sistem sehingga didapatkan respon dinamik sistem yang optimum. Diagram blok aplikasi kontroler PI untuk mengontrol sinyal ACE_i dan penguatan $\mathbf{K}_{op}$ kontrol optimal pada sistem tenaga listrik dua area di deskripsikan pada Gambar 5. Sinyal kontrol ΔP_{ci} pada persamaan (17) akan menjadi seperti pada pesamaan (20).

Gambar 5, Aplikasi kontroler PI dan kontrol optimal $\mathbf{K}_{op}$ pada sistem tenaga listrik

Sinyal kontrol ΔP_c dapat dituliskan sebagai berikut,



(a)



(b)

(a) Kontroler PI dan kontrol optimal $\mathbf{K}_{op}$ pada sistem tenaga listrik area ke –*i*.

(b) Kontroler PI dan kontrol optimal $\mathbf{K}_{op}$ pada sistem tenaga listrik dua area

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$$\begin{bmatrix} \Delta P_{C1} \\ \Delta P_{C2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} k_{P1} & 0 \\ 0 & k_{P2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_1(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta e_1 \\ \Delta e_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{7} x_j k_{P1j} \\ \sum_{j=1}^{7} x_j k_{P2j} \end{bmatrix} \quad (19)$$

Menggunakan Persamaan (12) dan (15), Persamaan (19) dituliskan sebagai berikut,

$$\begin{bmatrix} \Delta P_{C1} \\ \Delta P_{C2} \end{bmatrix} = \mathrm{u} = -\mathbf{K}_P \begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} k_{11} & 0 \\ 0 & k_{12} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix} - \mathbf{K}_{opt}\, x \quad (20)$$

Atau $u = -\mathbf{K}_P \begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \end{bmatrix} - \mathbf{K}_I \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix} - \mathbf{K}_{opt}\, x$ (21)

Penguatan kontrol optimal $\mathbf{K}_{op}$ pada persamaan (21) diperoleh melalui penyelesaian *Algebraic Riccati Equation* (ARE) [9],

$$-\dot{S} = \mathbf{A}^T S + S\,\mathbf{A} - S\,\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T S + \mathbf{Q} \quad (22)$$

dengan matriks Q ≥ 0, R > 0, matriks $\mathbf{K}_{op}$ dapat diperoleh,

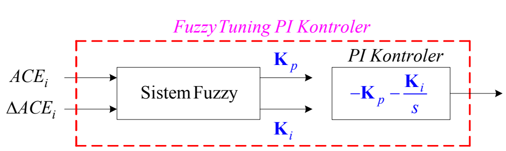
$$\mathbf{K}_{op} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T S \quad (23)$$

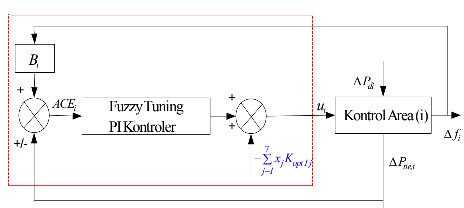
Menggunakan nilai terbaik matriks **Q** dan **R** untuk meminimais performansi indeks dalam perhitungan iterasi seperti tertulis dibawah ini,

$$J^*(t_0) = \frac{1}{2} x^T(t_0)\mathrm{S}(t_0)\, x(t_0) \quad (24)$$

2.4 Fuzzy Logic dan Kontrol Optimal Linear Quadratic Regulator (LQR)

Komponen Fuzzy menggunakan dua input dan dua output yang dimodelkan pada Gambar 6. Fuzzy tuning PI dan kontrol optimal $\mathbf{K}_{op}$ diinputkan ke nilai referensi beban pada unit governor (set point load governor) yang dideskripsikan pada Gambar 7.

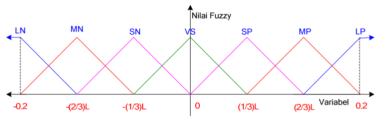




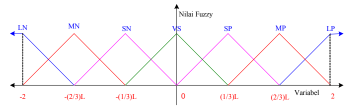
Gambar 6, Fuzzy tuning PI **Gambar 7**, Fuzzy tuning PI dan kontrol optimal LQR

Fungsi keanggotaan (membership function) variabel input ACE_i dan ΔACE_i, output $\mathbf{K}_{Ii}$ dan $\mathbf{K}_{Pi}$ dibagi dalam tujuh triangular fuzzy fungsi keanggotaan seperti ditunjukkan pada Gambar 8-10, yaitu Fungsi Keanggotaan variabel input ACE_i dan ΔACE_i, Fungsi keanggotaan variabel output $\mathbf{K}_{Ii}$, dan Fungsi keanggotaan variabel output $\mathbf{K}_{Pi}$

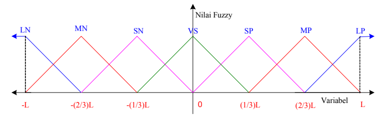
 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3



Gambar 8



Gambar 9



Gambar 10,

Aturan fuzzy untuk penguatan $\mathbf{K}_{Pi}$ dan $\mathbf{K}_{Ii}$ adalah:

If ACE_i *adalah* A_1^i *and* $\Delta\ ACE_i$ *adalah* A_1^i *then Gain Proportional adalah* Z_1^i *and Gain Integral adalah* Z_2^i dengan A_1^i, A_1^i, Z_1^i, dan Z_2^i adalah himpunan fuzzy rule ke-i.

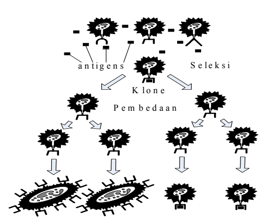
Pada makalah ini, aturan Fuzzy yang digunakan untuk $\mathbf{K}_{Pi}$ dan $\mathbf{K}_{Ii}$ dibuat sama. Aturan fuzzy yang digunakan dapat dilihat pada Tabel 1.

Table 1. Tabel Aturan Fuzzy

ΔACE_i / ACE_i	LN	MN	SN	VS	SP	MP	LP
LP	VS	SP	MP	LP	LP	LP	LP
MP	SN	VS	SP	MP	MP	LP	LP
SP	MN	SN	VS	SP	SP	MP	LP
VS	MN	MN	SN	VS	SP	MP	MP
SN	LN	MN	SN	SN	VS	SP	MP
MN	LN	LN	MN	MN	SN	VS	SP
LN	LN	LN	LN	LN	MN	SN	VS

2.4. Artificial Immune System (AIS) via Clonal Selection [10]

AIS merupakan algoritma optimisasi yang menirukan sistem kekebalan tubuh manusia (sistem *immune*). Dalam sistem *immune, lymphocyte* berperan dalam membantu proses produksi *antibody*. *Lympocyte* mempunyai dua komponen yang utama, yaitu B-*lympocytes* dan T-*lympocytes*. B-*lympocytes* adalah sel yang dihasilkan oleh *bone marrow* dan T-*lympocytes* dihasilkan oleh *thymus*. B-*lympocytes* dapat diprogram untuk menghasilkan satu *antibody* yang diletakkan pada permukaan luar *lympocyte. Antibody* ini bertindak sebagai *receptor*.



Gambar 11. Prinsip dari *Clonal Selection.*

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Mekanisme produksi *antibody* diatur dengan menggunakan T-*lymphocytes*. Prinsip dari *clonal selection* ditunjukkan pada Gambar 11.

2.5 Implementasi AIS

Perhitungan AIS digunakan untuk desain kontroler parameter matriks pembobot **Q**, **R**, fungsi keanggotaan fuzzy untuk mendapatkan performansi yang bagus pada sistem tenaga listrik.

Gambar12, Matriks **Q**,**R** dan fungsi keanggotaan fuzzy dalam bentuk struktur Antibodi

(1) (2) (3)

(1)Struktur antibodi matriks **Q;(2)**Struktur antibodi matriks **R;(3)**Struktur antibodi fungsi keanggotaan fuzzy input ACE_i, ΔACE_i, output $\mathbf{K}_{Ii}$, $\mathbf{K}_{Pi}$

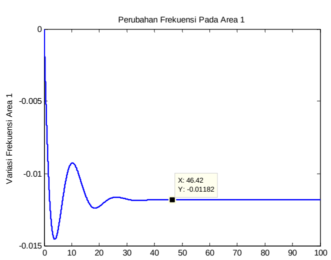
Struktur antibodi matriks pembobot **Q**, **R** dan fungsi keanggotaan fuzzy ditunjukkan pada Gambar 12. Mekanisme produksi *antibody* diatur dengan menggunakan T-*lymphocytes*. Prinsip dari *clonal selection* ditunjukkan pada Gambar 11.

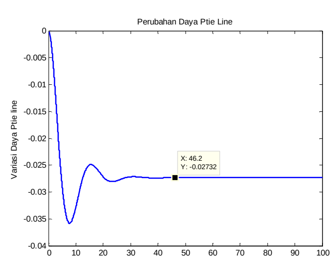
III. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

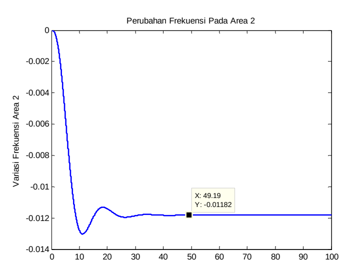
Simulasi dilakukan menggunakan *Software* MatLab yang diaplikasikan terhadap sistem untuk memberikan informasi performansi dinaimk sistem berdasarkan deviasi frekuensi, dan deviasi daya tie-line sistem tenaga listrik dua area.

Studi Kasus 1,

Pada kasus 1, sistem diberi input step gangguan berupa perubahan beban 0.05 pu pada area 1. Hasil simulasi ditunjukkan pada Gambar 13~Gambar 18.Tanpa menggunakan kontroler :



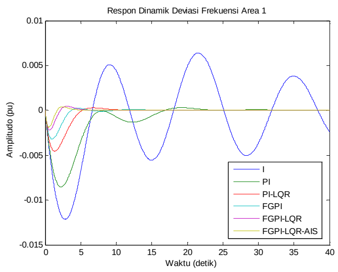




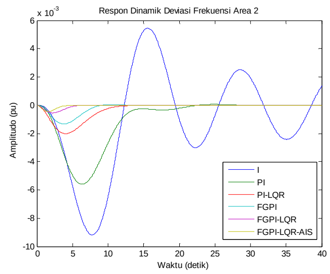
Gambar 13 Deviasi frekuensi area 1, **Gambar 14** Deviasi frekuensi area 2 **Gambar 15** Deviasi daya tie-line

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

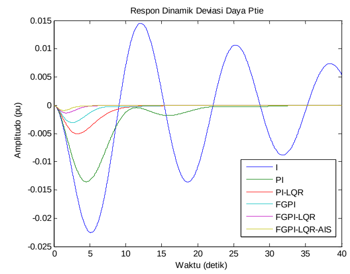
Menggunakan kontroler :



Gambar16
Deviasi frekuensi area 1



Gambar17
Deviasi frekuensi area 2



Gambar18
Deviasi daya tie-line

Nilai *overshoot* dan *settling time* dari Gambar 16 sampai Gambar 18 ditunjukkan pada Tabel 5 dan Tabel 6.

Tabel 5, *Overshoot* (pu) studi kasus 1

	Integral Kontroler	PI Kontroler	PI-LQR
Δf_1	-0.01215	-0.008506	-0.00455
Δf_2	-0.009183	-0.0056	-0.002008
ΔP_{tie}	-0.02252	-0.01354	-0.005053
	FGPI	FGPI-LQR	FGPI-LQR-AIS
Δf_1	-0.003196	-0.002191	-0.00181
Δf_2	-0.001326	-0.000523	-0.0004459
ΔP_{tie}	-0.003052	-0.001383	-0.0009332

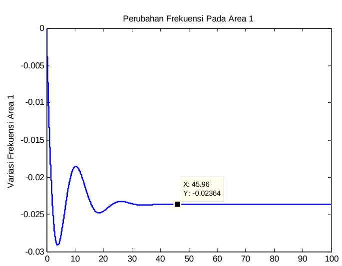
Tabel 6, *Settling time* (detik) studi kasus 1

	Integral Kontroler	PI Kontroler	PI-LQR
Δf_1	153.2	28.19	23.61
Δf_2	154.7	31.97	19.75
ΔP_{tie}	157.2	33.02	19.32
	FGPI	FGPI-LQR	FGPI-LQR-AIS
Δf_1	18.47	11.16	8.36
Δf_2	17.61	13.85	9.48
ΔP_{tie}	18.11	11.41	10.39

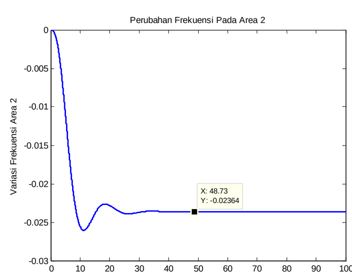
Studi Kasus 2,

Pada kasus 2, sistem diberi input step gangguan berupa perubahan beban 0.1 pu pada area 1. Hasil simulasi ditunjukkan pada Gambar 19~ Gambar 24.

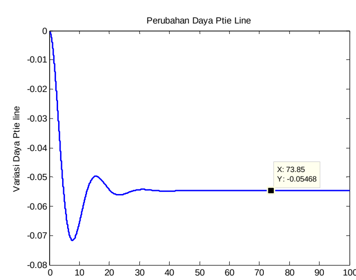
Tanpa menggunakan kontroler :



Gambar 19,
Deviasi frekuensi area 1



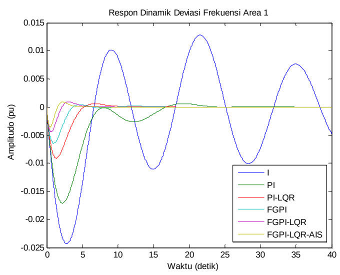
Gambar 20,
Deviasi frekuensi area 2



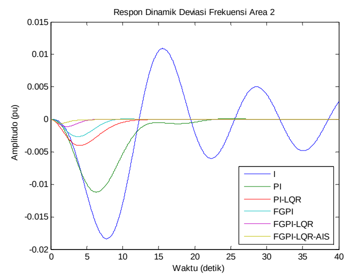
Gambar 21,
Deviasi daya tie-line

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

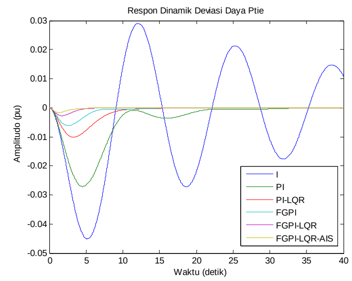
Menggunakan kontroler :



Gambar 22
Deviasi frekuensi area 1



Gambar 23
Deviasi frekuensi area 2



Gambar 24,
Deviasi daya tie-line

Nilai *overshoot* dan *settling time* dari Gambar 22 sampai Gambar 24 ditunjukkan pada Tabel 7 dan Tabel 8.

Tabel 7, *Overshoot* (pu)studi kasus 2

	Integral Kontroler	PI Kontroler	PI-LQR
Δf_1	-0.02423	-0.01705	-0.009098
Δf_2	-0.01837	-0.01119	-0.004014
ΔP_{tie}	-0.04487	-0.02704	-0.01011
	FGPI	FGPI-LQR	FGPI-LQR-AIS
Δf_1	-0.006281	-0.004369	-0.003465
Δf_2	-0.002652	-0.00106	-0.0006066
ΔP_{tie}	-0.006128	-0.002765	-0.001627

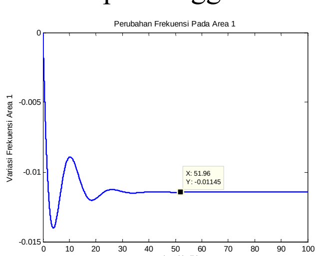
Tabel 8, *Settling time* (detik) studi kasus2

	Integral Kontroler	PI Kontroler	PI-LQR
Δf_1	169.6	33.06	17.66
Δf_2	172.6	28.24	17.56
ΔP_{tie}	185.2	33.93	21.73
	FGPI	FGPI-LQR	FGPI-LQR-AIS
Δf_1	17.3	11.46	8.64
Δf_2	16	13.43	10.36
ΔP_{tie}	20.78	12.22	10.91

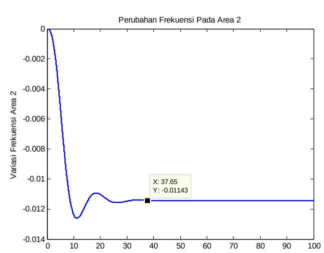
Studi Kasus 3,

Pada kasus 3, sistem diberi input step gangguan berupa perubahan beban 0.05 pu pada area 1 dan parameter sistem diubah +5%. Hasil simulasi ditunjukkan pada Gambar 25~ Gambar 30.

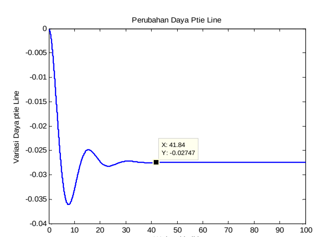
Tanpa menggunakan kontroler :



Gambar 25
Deviasi frekuensi area 1

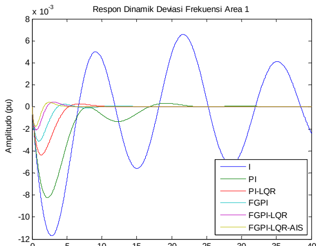


Gambar 26
Deviasi frekuensi area 2

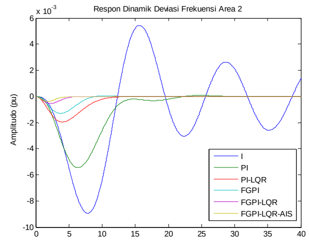


Gambar 27
Deviasi daya tie-line

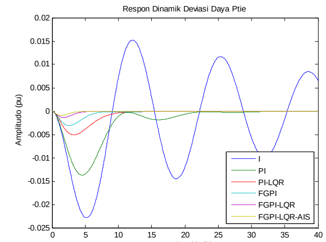
Menggunakan kontroler :



Gambar 28
Deviasi frekuensi area 1



Gambar 29
Deviasi frekuensi area 2



Gambar 30
Deviasi daya tie-line

Nilai *overshoot* dan *settling time* dari Gambar 28 sampai Gambar 30 ditunjukkan pada Tabel 9 dan Tabel 10.

Tabel 9. *Overshoot* (pu) studi kasus 3

	Integral Kontroler	PI Kontroler	PI-LQR
Δf_1	-0.0117	-0.008229	-0.004363
Δf_2	-0.008941	-0.00545	-0.001955
ΔP_{tie}	-0.02289	-0.01373	-0.005045
	FGPI	FGPI-LQR	FGPI-LQR-AIS
Δf_1	-0.003112	-0.002111	-0.001774
Δf_2	-0.001302	-0.000542	-0.0003878
ΔP_{tie}	-0.003108	-0.001401	-0.0009078

Tabel 10. *Settling time* (detik) studi kasus 3

	Integral Kontroler	PI Kontroler	PI-LQR
Δf_1	207.7	32.67	17.10
Δf_2	200.8	31.96	15.79
ΔP_{tie}	211.1	32.77	18.16
	FGPI	FGPI-LQR	FGPI-LQR-AIS
Δf_1	16.70	10.96	8.54
Δf_2	15.04	13.43	10.90
ΔP_{tie}	17.81	11.26	9.25

Dari Tabel 5 dan Tabel 10 ditunjukkan bahwa metode kontrol yang diusulkan dapat menekan osilasi deviasi Frekuensi Area 1, Area 2, dan deviasi Daya Tie-Line (jaring) sistem dan memperbaiki respon dinamik sistem.

IV. SIMPULAN DAN SARAN

Setelah melakukan simulasi dan analisis hasil simulasi aplikasi *Artificial Immune System* via *Clonal Selection* untuk menala matriks pembobot *Q* dan *R* kontrol optimal LQR dan parameter *Fuzzy Logic Controller* yang diterapkan pada *Load Frequency Control* sistem tenaga listrik dapat diperoleh kesimpulan sebagai berikut :

1. Metode *Artificial Immune System* via *Clonal Selection* dapat diaplikasikan dengan baik untuk mencari parameter optimal matriks pembobot ***Q*** dan ***R*** kontrol optimal *Linear Quadratic Regulator* (LQR) dan parameter *Fuzzy Logic Controller.*
2. *Artificial Immune System* via *Clonal Selection* untuk mencari parameter optimal matriks pembobot ***Q*** dan ***R*** kontrol optimal *Linear Quadratic Regulator* (LQR) dan parameter *Fuzzy Logic Controller* yang di aplikasikan pada *Load Frequency*

Control sistem tenaga listrik dapat berpengaruh positif dalam mempercepat *settling time* dan meredam *overshoot* yang terjadi pada sistem ketika terjadi perubahan beban.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Anderson P. M, Fouad A. A**,** *Power System Control and Stability*, The lowa State University, Press. 1982.

[2] Kundur. P, *Power System Stability and Control*, McGraw-Hill, Inc., 1994.

[3] Imam Robandi, *Desain Sistem Tenaga Modern*, Penerbit Andi Yogyakarta, 2006.

[4] M.A. Johnson & M.J. Grimble, ‘’Recent Trends In Linear Optimal Quadratic Multivariable Control System Design’’, *IEEE Proc*, Vol. 134, Pt.D, No.1, January 1987.

[5] Jawad Talaq and Fadel Al-Basri. ”Adaptive Gain Scheduling for Load Frequency Control”. *IEEE Transactions on Power Systems*. Vol.14. No.1. February 1999. pp.145-150.

[6] Danang Agus Sanjaya, *Aplikasi Fuzzy Logic Controller dengan pembangkit aturan otomatis menggunakan Genetic Algorithm pada Load Frequency Control,* Tugas Akhir S-1, Jurusan Teknik Elektro, ITS Surabaya, 2006.

[7] Marwan Rosyadi, Imam Robandi, *Optimal Reactive Power Compensation on Jawa-Bali Grid System using Artificial Immune System via Clonal Selection Algorithm,* Proceeding Industrial Electronic Seminar (IES), Nopember, 2005, hal 61-66.

[8] Hadi Saadat, *Power System Analysis 2nd Edition,*McGrawHill, 2004.

[9] Frank Lewis, *Optimal Control*, John Wiley &Sons, Inc, 1986.

[10] De castro Leandro N, Fernando Jose Van Zuben, (2000), ‘’Artificial Immune System : Basic theory – A Survey of Applications’’, Technical Report, TR-DCA 02/00, February.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

T – 10

Prediksi Saham-Saham Penghitung Indeks LQ45 Berdasarkan Koefisien Regresi Linear Berganda Yang Signifikan Dengan Menggunakan Metode *Stepwise Selection*

Fika Widya Pratama[1], Hanna Arini Parhusip[2], Leopoldus Ricky Sasongko[3]
phika_90@yahoo.co.id[1], hannaariniparhusip@yahoo.co.id[2], leoz_rickz@yahoo.com[3]
Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Matematika
Universitas Kristen Satya Wacana
Jl. Diponegoro 52-60 Salatiga 50711

ABSTRAK

Indeks LQ45 merupakan salah satu indeks harga saham kelompok yang komponen penghitungnya terdiri dari 45 saham yang dipilih melalui beberapa kriteria. Kriteria-kriteria tersebut diantaranya adalah likuiditas perdagangan dan kapitalisasi pasar saham yang tinggi dari semua saham yang diperjualbelikan di BEI (Bursa Efek Indonesia). Oleh karena itu, saham-saham indeks LQ45 merupakan saham yang banyak digemari investor saham untuk ditanami modal. Namun, setiap 6 bulan (setiap awal Februari dan Agustus), saham-saham indeks LQ45 mengalami perubahan atau pergantian sesuai dengan kapitalisasi pasar dan likuiditas saham tersebut, sehingga sangat berisiko bagi investor saham dalam menentukan saham indeks LQ45 yang akan ditanami modal. Dalam penelitian kali ini, akan diprediksi saham yang tetap dan yang keluar dalam penghitungan indeks LQ45. Dengan mengasumsikan pendekatan indeks LQ45 terhadap 45 saham penghitungnya adalah linier sehingga model diperoleh dari regresi linier berganda. Hal tersebut didasarkan pada pemilihan koefisien tiap variabel independen (yaitu 45 saham penghitung indeks LQ45) yang signifikan terhadap variabel dependen (indeks LQ45). Metode yang digunakan dalam pemilihan koefisien model regresi yang signifikan adalah metode *Stepwise Selection*. Dari hasil penelitian yang telah dilakukan, diperoleh saham-saham dengan koefisien regresi yang signifikan tetap digunakan dalam penghitungan indeks LQ45 dan beberapa saham dengan koefisien yang tidak signifikan akan keluar dari penghitungan indeks LQ45.

Kata Kunci : *Indeks LQ45, Regresi Linear Berganda, Stepwise Selection.*

1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Saham (*stock*) merupakan satuan nilai instrumen finansial yang mengacu pada bagian kepemilikan dari sebuah perusahaan [1]. Menginvestasikan dana dalam bentuk saham merupakan salah satu cara untuk mengendalikan dana agar aset yang dimiliki seorang investor saham adalah tetap atau menurun atau diharapkan memperoleh keuntungan pada masa yang akan datang.

Saham-saham yang diperjualbelikan di Bursa Efek Indonesia (BEI) tergabung menjadi suatu indikator yang dinamakan Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) [2]. Di dalam BEI sendiri terdapat beberapa indeks saham lainnya, salah satunya adalah Indeks LQ45.

Indeks LQ45 adalah indeks harga saham kelompok yang terdiri dari 45 saham yang dipilih melalui beberapa kriteria. Diantaranya adalah saham-saham yang mempunyai likuiditas tinggi dan juga mempertimbangkan kapitalisasi pasar dari saham perusahaan tersebut. Berdasarkan kriteria tersebut saham-saham yang tergabung dalam penghitungan indeks LQ45 ini merupakan saham-saham yang banyak digemari investor saham untuk ditanami modal. Namun, setiap enam bulan (setiap awal bulan Februari dan Agustus), saham-saham di indeks LQ45 mengalami perubahan atau pergantian sesuai dengan kapitalisasi pasar dan likuiditas dari setiap saham selama enam bulan sebelumnya. Karena itu, saham yang tergabung dalam indeks LQ45 dapat berubah-ubah [3], sehingga sangat berisiko bagi investor saham dalam menentukan saham indeks LQ45 yang akan ditanami modal. Dalam penelitian kali ini, akan diprediksi saham yang tetap dan yang keluar dalam penghitungan indeks LQ45. Dengan mengasumsikan pendekatan indeks LQ45 terhadap 45 saham penghitungnya adalah linier sehingga model diperoleh dari regresi linier berganda. Prediksi saham yang tetap dan yang keluar dalam penghitungan indeks LQ45 didasarkan pada pemilihan koefisien tiap variabel independen (yaitu 45 saham penghitung indeks LQ45) yang signifikan terhadap variabel dependen (indeks LQ45) dalam model regresi linier berganda. Metode yang digunakan dalam pemilihan koefisien model regresi yang signifikan adalah metode *Stepwise Selection*. Dan program yang digunakan adalah program R 2.13.1.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana memprediksi saham-saham yang tetap bertahan dan yang keluar dalam penghitungan indeks LQ45 berdasarkan koefisien regresi linier berganda yang signifikan dengan metode *Stepwise Selection*. Serta bagaimana model regresi linier berganda untuk indeks LQ45.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah memperoleh prediksi saham-saham yang tetap bertahan dan yang keluar dalam indeks LQ45 berdasarkan koefisien regresi linier berganda yang signifikan dengan metode *Stepwise Selection*, serta mengetahui model regresi linier berganda untuk indeks LQ45.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

2. METODE PENELITIAN

2.1 Regresi Linier Berganda

Regresi berganda adalah regresi dimana variabel dependennya (Y) dihubungkan atau dijelaskan lebih dari satu variabel, mungkin dua, tiga dan seterusnya variabel independen $\left(X_1, X_2, X_3, ..., X_p\right)$ dengan $X_j = [X_{1j}, X_{2j}, X_{3j}, ..., X_{nj}]^T$, j=1,2,3,..,p namun masih menunjukkan diagram hubungan yang linier [4].

Dimisalkan $Y = [y_1, y_2, \cdots, y_n]^T$ menyatakan variabel dependen sebanyak n dan matriks $\beta = [\beta_0, \beta_1, \beta_2, ..., \beta_p]^T$, X adalah matriks variabel independen yang kolom pertamanya vektor kolom **1**, dan $\varepsilon = [\varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_n]^T$ menyatakan residu sebanyak jumlah n. Maka model regresi linier secara umum adalah [5] :

$$\underset{(n\,x\,1)}{Y} = \underset{(n\,x\,(p+1))}{X}\ \underset{((p+1)x\,1)}{\beta} + \underset{(n\,x\,1)}{\varepsilon} \quad \text{atau} \quad \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{np} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

Kemudian akan dicari nilai β dengan metode *least square* yaitu untuk meminimumkan *residual sum of squares* (RSS).

$$RSS(\beta) = \sum_{i=1}^{n} \left(Y_i - f(X_i)\right)^2 = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^{p} X_{ij}\beta_j)^2 = (Y - X\beta)^T (Y - X\beta)$$

dipunyai X adalah matrik dengan rank $p + 1 \le n$. Estimasi *least square* untuk β adalah :

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y \qquad ... (1)$$

Sehingga $\hat{Y} = X\hat{\beta} = HY$ dengan $H = X(X'X)^{-1}X'$ disebut dengan "*hat*" matriks. Vektor residualnya adalah : $\hat{\varepsilon} = Y - \hat{Y} = [I - X(X'X)^{-1}X']Y = (I - H)Y$ ... (2)

Sedangkan nilai R^2 (koefisien determinasi) akan menjelaskan seberapa besar perubahan atau variasi suatu variabel bisa dijelaskan oleh perubahan atau variasi pada variabel yang lain [7]. Dalam bahasa sehari-hari adalah kemampuan variabel bebas

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

untuk berkontribusi terhadap variabel tetapnya dalam satuan persentase. Nilai koefisien ini antara 0 dan 1, jika hasil mendekati angka 1 berarti variabel-variabel independen memberikan hampir semua informasi yang dibutuhkan untuk memprediksi variasi variabel dependen. Rumus untuk R^2 :

$$R^2 = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\left(\hat{Y}_i - \overline{Y}\right)^2}{\left(Y_i - \overline{Y}\right)^2}\right)$$

sedangkan rumus untuk R^2 penyesuaiannya : $R^2 adjusted = 1 - \frac{n-1}{n-(p+1)}(1-R^2)$

2.2 Regresi *Stepwise Selection*

- *Forward selection*. Dimulai dengan tidak ada variabel yang terlibat dalam model, kemudian memasukkan satu persatu variabel ke dalam model jika variabel tersebut signifikan secara statistik.
- *Backward elimination*. Dimulai dengan memasukkan semua variabel ke dalam model dan mengujinya satu persatu untuk yang signifikan, kemudian menghapus variabel yang tidak signifikan.

Dalam statistik, regresi *stepwise* adalah regresi suatu model dengan pemilihan dari variabel independen yang berpengaruh secara otomatis [8]. Biasanya, pengambilan atau pemilihan ini dapat dilihat dari AIC (***Akaike Information Criterion***), yaitu $AIC = 2p - 2\ln(L)$ dengan p banyaknya parameter dalam model dan L adalah nilai maksimum dari fungsi *likelihood.*

2.3 Interval Kepercayaan[5]

Dipunyai $Y = X\beta + \varepsilon$ dimana rank X adalah $p+1$ dan ε adalah $N_n\left(0, \sigma^2 I\right)$. $100(1-\alpha)\%$ daerah kepercayaan untuk β diberikan oleh :

$$\left(\beta - \hat{\beta}\right) X'X \left(\beta - \hat{\beta}\right) \leq (p+1)s^2 F_{p+1,n-p-1}(\alpha) \quad \text{... (3)}$$

Dimana $F_{p+1,n-p-1}(\alpha)$ adalah di atas (100α) persen dari distribusi F dengan $p+1$ dan $n-p-1$ derajat bebas (*degree of freedom*). Persamaan (3) di atas juga dapat menjadi $100(1-\alpha)\%$ interval kepercayaan untuk β dapat diberikan sebagai berikut :

$$\hat{\beta}_i \pm \sqrt{\hat{\text{var}}(\hat{\beta}_i)}\sqrt{(p+1)F_{p+1,n-p-1}(\alpha)}\ ,\ i = 0,\ 1,\ \ldots,\ p. \qquad \ldots (4)$$

dimana $\hat{\text{var}}(\hat{\beta}_i)$ adalah elemen diagonal dari matriks $s^2(X'X)^{-1}$ yang berkorespondensi dengan $\hat{\beta}_i$. Selanjutnya untuk distribusi eror β_i diselidiki dengan *Kolmogorov Smirnov*.

2.4 Uji Normalitas dengan *Kolmogorov Smirnov*

Penerapan pada uji *Kolmogorov Smirnov* adalah bahwa jika signifikansi di bawah 0,05 berarti data yang akan diuji mempunyai perbedaan yang signifikan dengan data normal baku, berarti data tersebut tidak normal[9].

Hipotesis pada uji *Kolmogorov-Smirnov* adalah sebagai berikut:

H_0 : data mengikuti distribusi yang ditetapkan

H_a : data tidak mengikuti distribusi yang ditetapkan

Uji statistik dari Kolmogorov-Smirnov didefinisikan sebagai

$$D = \max_{1 \le \mathrm{i} \le \mathrm{N}} \left(F(Y_i) - \frac{i-1}{N}, \frac{i}{N} - F(Y_i) \right) \qquad \ldots (5)$$

dimana F , menurut teori distribusi komulatif adalah distribusi yang kontinu

2.5 Data

Data saham yang digunakan adalah data harga saham penutupan (*close*) dalam indeks LQ45 periode Februari 2011 sampai Juli 2011.

2.6 Langkah-Langkah Penelitian

1. Mencari model umum dari regresi linier berganda indeks LQ45 dengan *least square* (kuadrat terkecil).
2. Penerapan metode *stepwise selection* untuk mencari model minimum dari regresi linier berganda untuk indeks LQ45.
3. Menganalisa residual dari model minimum hasil dari regresi linier berganda.
4. Identifikasi saham-saham yang signifikan dalam penghitungan indeks LQ45.

3. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

3.1 Model umum indeks LQ45 dengan *Least Square* (kuadrat terkecil)

Model umum dari regresi linier berganda untuk indeks LQ45 adalah :

$$Y_1 = \beta_0 + \sum_{i=1}^{45} \beta_i X_i$$

Nilai dari $\hat{\beta}_i$ didapat dengan menggunakan persamaan (1), nilai dari $\hat{\beta}_i$ ditunjukkan pada lampiran 1.

Didapatkan pula hasil kesimpulan keluaran dari program R sebagai berikut :

Residual standard error: 4.958 on 77 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.9996. Adjusted R-squared: 0.9993

F-statistic: 4071 on 45 and 77 DF. p-value: < 2.2e-16

Dari hasil keluaran analisa program di atas, didapatkan hasil uji-*t* ke-45 variabel di indeks LQ45. Koefisien variabel dari X_2, X_4, X_5, X_6, X_9, X_{13}, X_{14}, X_{17}, X_{18}, X_{19}, X_{23}, X_{24}, X_{25}, X_{26}, X_{32}, X_{34}, X_{37}, X_{38}, X_{42}, X_{44} signifikan berdasarkan nilai-*p* (nilai-*p* kurang dari 0.05). Oleh karena itu ke-20 variabel tersebut bersifat linier terhadap *Y*, sehingga $H_0(\forall\beta_j = 0)$ ditolak. Didapatkan nilai R^2 adalah 99.93% dari variansi *Y*. Hal tersebut menunjukkan bahwa model sangat baik untuk digunakan sebagai fitting. Sedangkan nilai *F* statistik adalah 4071 yang sangat lebih besar dari *F* tabel yaitu $F_{p.n-p-1.0.95} = F_{45.77.0.95}$ = 1.530609 (*n*=banyaknya data=123. *p*=banyaknya variabel=45) sehingga hipotesa nol ditolak $H_0(\forall\beta_j = 0)$. Hal ini juga dapat disimpulkan oleh nilai *p* yang cukup kecil (dekat ke nol).

3.2 Model minimum indeks LQ45 dengan metode *stepwise* selection

Dalam setiap langkah, didapatkan hasil AIC sebagai berikut:

Langkah ke-	Variabel yang keluar	AIC
1	-	428.22
2	X_{21}	426.22
3	X_{39}	424.22
4	X_1	422.24
5	X_8	420.3
6	X_{30}	418.34
7	X_{27}	416.43
8	X_{16}	414.62

9	X_{43}	412.85
10	X_{28}	411.17
11	X_3	409.86
12	X_7	408.52
13	X_{29}	407.88
14	X_{33}	407.49
15	X_{31}	406.59
16	X_{20}	406.5
17	X_{15}	406.4

Kemudian bentuk umum dari model minimumnya hasil dari metode *stepwise selection* adalah :

$$Y_1 = \beta_0 + \sum_{i=1}^{45} \beta_i X_i$$

Nilai dari β_i untuk i=0, 1, …, 45 $\hat{\beta}_i$ didapat dengan menggunakan persamaan (1), nilai $\hat{\beta}_i$ dapat dilihat pada lampiran 2.

Sama dengan subbab 3.1. Didapatkan pula hasil kesimpulan keluaran dari program R sebagai berikut :

```
Residual standard error: 4.702 on 93 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9995,     Adjusted R-squared: 0.9994
F-statistic:  7024 on 29 and 93 DF.  p-value: < 2.2e-16
```

Dari hasil analisa dengan menggunakan program R. didapatkan hasil uji t pada ke-45 variabel dalam indeks saham gabungan LQ45. Diperoleh hasil bahwa variabel X_1, X_3, X_7, X_8, X_{15}, X_{16}, X_{20}, X_{21}, X_{27}, X_{28}, X_{29}, X_{30}, X_{31}, X_{33}, X_{39}, X_{43} (16 variabel) tidak signifikan pada hasil penghitungan menggunakan *Stepwise Selection.* Sehingga variabel–variabel tersebut merupakan variabel yang tidak signifikan (artinya tidak berkontribusi secara linier berganda). Sedangkan variabel X_2, X_4, X_5, X_6, X_9, X_{10}, X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14}, X_{17}, X_{18}, X_{19}, X_{22}, X_{23}, X_{24}, X_{25}, X_{26}, X_{32}, X_{34}, X_{35}, X_{36}, X_{37}, X_{38}, X_{40}, X_{41}, X_{42}, X_{44}, X_{45} (29 variabel) signifikan berdasarkan koefisien korelasinya dengan aturan dalam metode *Stepwise Selection* (yaitu dilihat pula *p*-value, dibawah 0.05). Oleh karena itu ke-39 variabel bersifat linier terhadap Y sehingga $H_0(\beta_i = 0)$ ditolak. Nilai R^2 adalah 99.94% dari variansi Y. sehingga model sangat baik untuk digunakan sebagai fitting. Nilai F statistik adalah 7024 yang lebih besar dari F tabel yaitu $F_{p.n\text{-}p\text{-}1.0.95} = F_{29.93.0.95} =$ 158.9435 (n=banyaknya data=123. p=banyaknya variabel=29) sehingga hipotesa nol ditolak. Hal ini juga dapat disimpulkan oleh nilai p yang cukup kecil (dekat ke nol). Uji statistik di atas dapat digunakan untuk menghitung interval konvidensi untuk setiap β_i. Dengan menggunakan derajat kepercayaan sebesar 5%, didapatkan pendekatan 95% $(1-\alpha)$, maka diperoleh untuk interval kepercayaan β_0 menurut persamaan (4) adalah sebagai berikut :

$$608.1 - 1.96(65.36) \leq \beta_0 \leq 608.1 + 1.96(65.36)$$

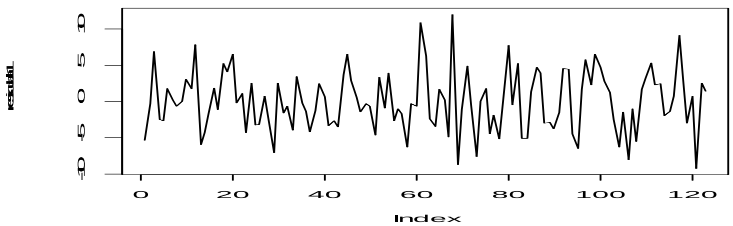
$$479.94 \leq \beta_0 \leq 736.21$$

Demikian pula untuk β_i lainnya dapat disusun interval konfidensinya. Kemudian untuk interval–interval yang lain ditunjukkan pada lampiran 2.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

3.3 Uji residu model minimum indeks LQ45

Berdasarkan persamaan (5) diperoleh model yang dapat diilustrasikan pada Gambar 1.



Gambar 1. Grafik dari residual model minimum Indeks LQ45.

Dari grafik residual di atas, akan di uji kenormalannya. Untuk mengetahui lebih jelas lagi tentang kenormalan residualnya, dilakukan dengan uji Kolmogorov-Smirnov seperti pada persamaan (5), dan didapatkan hasilnya sebagai berikut :

One-sample Kolmogorov-Smirnov test

data: residual1

D = 0.0511, p-value = 0.9048

alternative hypothesis: two-sided

Dari hasil keluaran uji Kolmogorov-Smirnov di atas, nilai-*p* adalah 0.9048 lebih besar dari 0.05 (5%), sehingga residual dari model umumnya berdistribusi normal (residualnya berada pada batas interval (10,-10) atau bernilai cukup kecil). Ini berarti bahwa model tersebut cocok dengan data yang dipunyai.

3.4 Identifikasi saham-saham indeks LQ45 yang signifikan dan yang tidak signifikan

Dari hasil penghitungan di atas, didapatkan 29 saham perusahaan yang koefisien regresinya signifikan dalam penghitungan LQ45. Dan 16 saham perusahaan yang koefisiennya tidak signifikan dalam penghitungan indeks LQ45 periode Februari 2011 sampai Juli 2011 sebagai berikut :

Signifikan	Tidak Signifikan
X_2:ADRO(Adaro Energy Tbk)	X_1:AALI(Astra Agro Lestari Tbk)
X_4:ASII(Astra International Tbk)	X_3:ANTM(Aneka Tambang (Persero) Tbk)
X_5:ASRI(Alam Sutera Realty Tbk)	X_7:BBKP(Bank Bukopin Tbk)
X_6:BBCA(Bank Central Asia Tbk)	X_8:BBNI(Bank Negara Indonesia

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

	(Persero) Tbk)
X_9:BBRI(Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk)	X_{15}:BRAU(Berau Coal Energy Tbk)
X_{10}:BBTN(Bank Tabungan Negara (Persero) Tbk)	X_{16}:BSDE(Bumi Serpong Damai Tbk)
X_{11}:BDMN(Bank Danamon Indonesia Tbk)	X_{20}:DOID(Delta Dunia Makmur Tbk)
X_{12}:BJBR(Bank Pembangunan Daerah Jawa Barat dan Banten Tbk)	X_{21}:ELSA(Elnusa Tbk)
X_{13}:BMRI(Bank Mandiri (Persero) Tbk)	X_{27}:INDF(Indofood Sukses Makmur Tbk)
X_{14}:BNBR(Bakrie & Brothers Tbk)	X_{28}:INDY(Indika Energy Tbk)
X_{17}:BTEL(Bakrie Telecom Tbk)	X_{29}:INTP(Indocement Tunggal Prakasa Tbk)
X_{18}:BUMI(Bumi Resources Tbk)	X_{30}:ISAT(Indosat Tbk)
X_{19}:CPIN(Charoen Pokphand Indonesia Tbk)	X_{31}:ITMG(Indo Tambangraya Megah Tbk)
X_{22}:ELTY(Bakrieland Development Tbk)	X_{33}:KLBF(Kalbe Farma Tbk)
X_{23}:ENRG(Energi Mega Persada Tbk)	X_{39}:SMCB(Holcim Indonesia Tbk)
X_{24}:GGRM(Gudang Garam Tbk)	X_{43}:UNSP(Bakrie Sumatra Plantations Tbk)
X_{25}:GJTL(Gajah Tunggal Tbk)	
X_{26}:INCO(International Nickel Indonesia Tbk)	
X_{32}:JSMR(Jasa Marga (Persero) Tbk)	
X_{34}:LPKR(Lippo Karawaci Tbk)	
X_{35}:LSIP(PP London Sumatra Indonesia Tbk)	
X_{36}:MEDC(Medco Energi International Tbk)	
X_{37}:PGAS(Perusahaan Gas Negara	

(Persero) Tbk)	
X_{38}:PTBA(Tambang Batubara Bukit Asam (Persero)Tbk)	
X_{40}:SMGR(Semen Gresik (Persero) Tbk)	
X_{41}:TINS(Timah (Persero) Tbk)	
X_{42}:TLKM(Telekomunikasi Indonesia (Persero) Tbk)	
X_{44}:UNTR(United Tractors Tbk)	
X_{45}:UNVR(Unilever Indonesia Tbk)	

Sedangkan pada data asli indeks LQ45 periode Februari 2011 sampai Juli 2011, saham perusahaan yang keluar dari perhitungan (tidak signifikan) adalah saham perusahaan ASRI, BBKP, BSDE, BTEL, dan ELSA.

4. KESIMPULAN

Dari pembahasan di atas dapat disimpulkan bahwa terdapat 3 saham perusahaan dalam prediksi yang sesuai dengan data asli. Yaitu saham perusahaan BBKP(Bank Bukopin Tbk), BSDE(Bumi Serpong Damai Tbk), dan ELSA(Elnusa Tbk). Terdapat perbedaan antara hasil penelitian dengan data yang asli, dikarenakan metode yang digunakan BEI tidak diketahui secara eksplisit.

5. DAFTAR PUSTAKA

[1] Darmadji, Tjiptono; Hendy, M, Fakhruddin. Pasar Modal di Indonesia. 2001. Indonesia. Salemba Empat. hal 8.

[2] Web2 : www.wikipedia.com (Diunduh tanggal 5 September 2011).

[3] Web3 : http://jurnal-sdm.blogspot.com/2009/07/indek-lq-45-definisi-kriteria-dan.html (Diunduh tanggal 20 September 2011).

[4] Supranto. 2004. Analisis Multivariat Arti & Interpretasi. Rineka Cipta. Jakarta.

[5] Johnson, Richard A and Dean W. Wichern. *Apllied Multivariate Statistical Analysis*. Prentice hall, Englewood Cliffs, New Jersey 07632. Third edition. hal 287-291.

[6] Web1 : http://statisticsanalyst.wordpress.com/2009/08/18/apa-itu-regresi-stepwise/ (Diunduh tanggal 19 November 2011).

[7] Ashari & Santosa, Purbaya Budi. (2005). *Analisa statistik dengan Microsoft Excel & SPSS.* Yogyakarta: Andi.

[8] Draper, N. and Smith, H. (1981) *Applied Regression Analysis, 2d Edition,* New York: John Wiley & Sons, Inc.

[9] Web4 : http://www.konsultanstatistik.com/2009/03/uji-normalitas-dengan-kolmogorov.html (Diunduh tanggal 19 November 2011)

LAMPIRAN 1

Tabel 1. Daftar koefisien regresi model umum indeks LQ45.

Koefisien Regresi (β)	Nilai Estimasi
β_0	6.230e+02
β_1	2.506e-04
β_2	6.040e-02
β_3	-1.331e-02
β_4	6.044e-03
β_5	1.705e-01
β_6	1.857e-02
β_7	-4.031e-02
β_8	2.681e-03
β_9	4.591e-02
β_{10}	4.843e-02
β_{11}	4.438e-03
β_{12}	4.938e-02
β_{13}	2.712e-02
β_{14}	-1.104e+00
β_{15}	-7.967e-02
β_{16}	-1.012e-02
β_{17}	-1.963e-01
β_{18}	6.453e-02
β_{19}	5.404e-02
β_{20}	-2.528e-02
β_{21}	-3.743e-04
β_{22}	3.771e-01
β_{23}	3.598e-01
β_{24}	2.184e-03
β_{25}	2.564e-02
β_{26}	3.307e-02
β_{27}	1.535e-03
β_{28}	3.540e-03
β_{29}	1.626e-03
β_{30}	1.664e-03
β_{31}	6.451e-04
β_{32}	3.630e-02
β_{33}	1.356e-02
β_{34}	1.389e-01
β_{35}	8.975e-04
β_{36}	-1.863e-02

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

β_{37}	3.349e-02
β_{38}	8.618e-03
β_{39}	1.397e-04
β_{40}	1.066e-02
β_{41}	2.390e-02
β_{42}	3.603e-02
β_{43}	4.758e-02
β_{44}	9.840e-03
β_{45}	3.465e-03

LAMPIRAN 2

Tabel 2. Daftar koefisien regresi dengan metode *Stepwise Selection* regresi model minimum indeks LQ45 beserta interval konvidensinya.

Koefisien Regresi	Nilai Estimasi	Std. Eror	Batas Bawah	Batas Atas
β_0	6.081e+02	6.536e+01	4.77e+02	7.39e+02
β_2	6.680e-02	1.077e-02	4.53e-02	8.83e-02
β_4	6.171e-03	5.499e-04	5.07e-03	7.27e-03
β_5	1.709e-01	5.663e-02	5.76e-02	2.84e-01
β_6	2.014e-02	5.613e-03	8.91e-03	3.14e-02
β_9	4.222e-02	5.740e-03	3.07e-02	5.37e-02
β_{10}	4.569e-02	1.859e-02	8.51e-03	8.29e-02
β_{11}	6.580e-03	4.613e-03	-2.65e-03	1.58e-02
β_{12}	3.643e-02	2.176e-02	-7.09e-03	8.00e-02
β_{13}	3.018e-02	4.528e-03	2.11e-02	3.92e-02
β_{14}	-1.301e+00	3.477e-01	-2.00e+00	-6.06e-01
β_{17}	-1.713e-01	6.187e-02	-2.95e-01	-4.76e-02
β_{18}	6.836e-02	8.768e-03	5.08e-02	8.59e-02
β_{19}	5.376e-02	8.492e-03	3.68e-02	7.07e-02
β_{22}	3.697e-01	2.040e-01	-3.83e-02	7.78e-01
β_{23}	3.961e-01	8.189e-02	2.32e-01	5.60e-01
β_{24}	1.937e-03	5.757e-04	7.86e-04	3.09e-03
β_{25}	2.853e-02	7.016e-03	1.45e-02	4.26e-02
β_{26}	2.936e-02	8.974e-03	1.14e-02	4.73e-02
β_{32}	4.050e-02	1.050e-02	1.95e-02	6.15e-02
β_{34}	1.337e-01	2.408e-02	8.55e-02	1.82e-01
β_{35}	1.026e-03	5.562e-04	-8.64e-05	2.14e-03
β_{36}	-2.398e-02	1.083e-02	-4.56e-02	-2.32e-03
β_{37}	3.541e-02	8.073e-03	1.93e-02	5.16e-02

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

β_{38}	8.022e-03	2.082e-03	3.86e-03	1.22e-02
β_{40}	1.629e-02	3.878e-03	8.53e-03	2.40e-02
β_{41}	2.877e-02	1.493e-02	-1.09e-03	5.86e-02
β_{42}	3.581e-02	3.938e-03	2.79e-02	4.37e-02
β_{44}	9.047e-03	1.144e-03	6.76e-03	1.13e-02
β_{45}	2.916e-03	2.021e-03	-1.13e-03	6.96e-03

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

T – 11

Aplikasi Model *Backpropagation Neural Network* Untuk Perkiraan Produksi Tebu Pada PT. Perkebunan Nusantara IX

Oleh: Intan Widya Kusuma
Program Studi Matematika, FMIPA Universitas Negeri yogyakarta
Email: lucifer_elf@rocketmail.com
Agus Maman Abadi
Jurusan Pendidikan Matematika, FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta
Email: agusmaman@uny.ac.id

Abstrak

Kebutuhan akan ketersediaan gula yang berbahan dasar tebu cukup tinggi mengingat gula adalah salah satu kebutuhan pokok sehingga Industri gula perlu diperhatikan untuk meningkatkan kasejahteraan masyarakat. Oleh karena itu, perlu adanya cara memprediksi produksi tebu agar produsen tebu dapat memperkirakan jumlah produksi tebu tahun depan apakah sudah dapat memproduksi gula sesuai dengan kebutuhan konsumsi masyarakat. Tujuan penulisan ini adalah untuk memprediksi produksi tebu di PT. Perkebunan Nusantara IX menggunakan model backpropagation neural network.

Perkiraan produksi tebu ini menggunakan variabel input produksi tebu dan curah hujan masa lalu. Prosedur peramalan/ perkiraan diawali dengan pembagian data menjadi data pelatihan dan pengujian. Selanjutnya dilakukan pemilihan variabel input yang memberikan korelasi cukup signifikan terhadap variabel output. Kemudian dilakukan perancangan struktur jaringan yang optimum serta pemilihan learning rate dan momentum. Proses validasi dilakukan terhadap struktur jaringan yang optimum untuk mengetahui tingkat keakuratan perkiraan produksi tebu.

Model backpropagation neural network terpilih adalah model dengan 4 input, 1 lapisan tersembunyi (dengan 8 neuron), dan 1 output yang menggunakan fungsi aktifasi sigmoid biner pada pelatihan dan fungsi aktifasi linear pada output. Hasilnya adalah perkiraan produksi tebu menggunakan backpropagation neural network dengan tingkat keakuratan pada proses pelatihan mencapai MSE sebesar 14,2486 dan MAPE sebasar 0,0217%, sedangkan pada proses pengujian mencapai MSE sebesar 36.612 dan MAPE sebesar 2,6547%.

Kata kunci: produksi tebu, backpropagation neural network, pelatihan, pengujian

1. PENDAHULUAN

Pada tahun 2007-2009, industri gula berbasis tebu merupakan salah satu pendapatan bagi sekitar 900.000 petani tebu dan tenaga kerja yang terlibat mencapai 1.300.000 orang, dengan luas areal perkebunan tebu sekitar 400.000 ha. (Mulyadi, dalam jurnal P3GI 2009). Kondisi industri gula merupakan salah satu aspek yang perlu menjadi perhatian untuk meningkatkan kasejahteraan masyarakat. Oleh karena itu, perlu adanya cara memprediksi produksi tebu agar produsen dapat memperkirakan jumlah produksi tebu tahun depan apakah sudah dapat memproduksi gula sesuai dengan kebutuhan konsumsi masyarakat.

Salah satu metode perkiraan yang dapat diterapkan untuk perkiraan produksi tebu adalah *Backpropagation* atau *Feedforward Neural Network* (FFNN). Kelebihan metode ini mampu memformulasikan pengalaman dan pengetahuan peramal, serta sangat

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

fleksibel dalam perubahan aturan perkiraan. (Mataram, 2008). Selain itu, penelitian tentang perkiraan produksi tebu dengan menggunakan metode *Backpropagation Neural Network* belum pernah dilakukan. Pemodelan perkiraan produksi tebu yang pernah dilakukan adalah menggunakan model ARIMA (Mandal, 2006) dan *Artificial Neural Network* (Obe, 2010).

Backpropagation merupakan model *neural network* dengan banyak lapisan yang sering digunakan pada perkiraan *time series*. Algoritma pembelajaran *backpropagation* mengaktifkan *neuron-neuron* pada perambatan maju (*forward propagation*) menggunakan fungsi aktivasi yang dapat dideferensialkan untuk mendapatkan *error output*. Kemudian *error output* ini digunakan untuk mengubah nilai bobot-bobotnya kearah mundur (*backward*). Modifikasi atau perubahan bobot dilakukan untuk menurunkan kesalahan yang terjadi. (Kusumadewi, 2003). Pada tulisan ini akan dibahas bagaimana menentukan perkiraan produksi tebu pada PT. Perkebunan Nusantara IX dengan model *backpropagation neural network*.

2. METODE PENELITIAN

Pada penelitian tentang perkiraan produksi tebu ini, diperlukan data yang merupakan faktor-faktor yang mempengaruhi produksi tebu. Data yang digunakan adalah data curah hujan dan data produksi tebu masa lalu yang diambil dari PT. Perkebunan Nusantara IX (PG. Mojo) pada tahun 1979-2010.

Variabel yang digunakan peda perkiraan produksi tebu pada penelitian ini terdiri dari 4 variabel *input* dan 1 variabel target *output*, yaitu:

X_1 = variabel *input* curah hujan setahun yang lalu

X_2 = variabel *input* curah hujan dua tahun yang lalu

X_3 = variabel *input* produksi tebu setahun yang lalu

X_4 = variabel *input* produksi tebu dua tahun yang lalu

Y_1 = variabel target *output* produksi tebu yang diperkirakan

Data curah hujan dan produksi tebu masa lalu yang diperoleh sebanyak 30 pasang data. Dari data tersebut 20 pasang data digunakan sebagai data pelatihan dan 10 pasang data digunakan sebagai data pengujian. Analisis data menggunakan program MATLAB 7.0. Keakuratan model diukur menggunakan *Mean Square Error* (MSE) dan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE).

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Menurut Kusumadewi (2010: 105-110), algoritma *backpropagation* adalah sebagai berikut:

a. Inisiasi bobot dengan mengambil bobot awal menggunakan nilai ramdom yang terkecil.
b. Menetapkan:
    1. Maksimum Epoh

       Maksimum epoh adalah jumlah maksimum iterasi yang ditetapkan.
    2. Target *Error*

       Target *error* adalah batas toleransi *error* yang diijinkan.
    3. *Learning Rate* (α)

       Learning rate adalah laju pembelajaran, semakin besar *learning rate* akan berimplikasi pada semakin besarnya langkah pembelajaran.
c. Inisiasi: Epoh=0, MSE=1.
d. Mengerjakan langkah-langkah berikut selama kondisi penghentian belum terpenuhi:
    1. Epoh = Epoh + 1
    2. Untuk tiap-tiap pasangan elemen yang akan dilakukan pembelajaran, kerjakan:

       <u>*Feedforward:*</u>
       i. Tiap-tiap unit *input* (x_i, i=1,2,3,…,n) menerima sinyal x_i dan meneruskan sinyal tersebut ke semua unit yang ada di atasnya, yaitu *hidden layer*.
       ii. Tiap-tiap unit pada *hidden layer* (z_j , j=1,2,3,…,p) menjumlahkan sinyal-sinyal *input* terbobot sebagai berikut:

$$z\_in_j = v_{j0} + \sum_{i=1}^{n} x_i v_{ji}$$

v_{j0} = bias pada unit tersembunyi *j*

untuk menghitung sinyal *output*nya digunakan fungsi aktifasi sebagai berikut:

$$z_j = f(z\_in_j)$$

Kemudian sinyal tersebut dikirim ke semua unit di lapisan atasnya yaitu unit-unit *output*. Langkah kedua ini dilakukan sejumlah banyaknya *hidden layer*.

iii. Tiap-tiap unit *output* (y_k, k=1,2,3,…,m) menjumlahkan sinyal-singal *input* terbobot sebagai berikut:

$$y\_in_k = w_{k0} + \sum_{j=1}^{p} z_j w_{kj}$$

w_{k0} = bias pada unit *output k*

untuk menhitung sinyal *output*nya digunakan fungsi aktifasi sebagai berikut:

$$y_k = f(y\_in_k)$$

Kemudian sinyal tersebut dikirim ke semua unit di lapisan atasnya yaitu unit-unit *output*.

<u>*Backpropagation*</u>

i. Tiap-tiap unit *output* (y_k , k=1,2,3,…,m) menerima target pola yang berhubungan dengan pola *input* pembelajaran, hitung informasi *error*nya:

$$\delta_k = (t_k - y_k) f'(y\_in_k)$$

kemudian hitung koreksi bobot (yang nantinya akan digunakan untuk memperbaiki nilai w_{kj}) sebagai berikut:

$$\Delta w_{kj} = \propto \delta_k z_j$$

selain itu, hitung juga koreksi bias (yang nantinya akan digunakan untuk memperbaiki nilai w_{k0}), dan kirimkan δ_k ke unit-unit pada lapisan di bawahnya.

ii. Tiap-tiap unit tersembunyi (z_j, j=1,2,3,…,p) menjumlahkan hasil perubahan *input*nya dari unit-unit di lapisan atasnya sebagai berikut:

$$\Delta\_in_j = \sum_{k=1}^{m} \delta_k w_{kj}$$

untuk menghitung informasi *error*, kalikan nilai δ_in_j dengan turunan dari fungsi aktifasinya:

$$\delta_j = \delta\_in_j \ f'(z\_in_j)$$

kemudian hitung koreksi bobot (yang nantinya akan digunakan untuk memperbaiki nilai v_{0j}),

iii. Tiap-tiap unit *output* (y_k, k=1,2,3,…,m) memperbaiki bias dan bobotnya sebagai berikut:

$$w_{kj}(baru) = w_{kj}(lama) + \Delta w_{kj}$$

Tiap-tiap unit *hidden layer* (z_j, k=1,2,3,…,p) memperbaiki bias dan bobotnya sebagai berikut:

$v_{ji}(baru) = v_{ji}(lama) + \Delta v_{ji}$

iv. Tes kondisi berhenti

Langkah-langkah yang harus dilakukan untuk pemodelan perkiraan adalah sebagai berikut:

a. Preprosessing/ Normalisasi

Pada proses perkiraan menggunakan *Backpropagation Neural Network*, sebelum dilakukan pelatihan, data *input* dan target *output* harus dinormalisasi terlebih dahulu. Normalisasi adalah penskalaan terhadap nilai-nilai masuk ke dalam suatu range tertentu. Hal ini dilakukan agar nilai *input* dan target *output* sesuai dengan range dari fungsi aktivasi yang digunakan dalam jaringan.

Data *input* dan target *output* dinormalisasi dengan cara membawa data ke bentuk normal yang memiliki mean = 0 dan standar deviasi =1,berdasarkan rumus:

$$\text{nilai baru} = \frac{|\text{nilai lama } (\text{rata} - \text{rata})|}{\text{standar deviasi}}$$

b. Pemilihan Variabel *Input*

Misalkan calon variabel *input* $x_i,\ i = 1, 2, \dots, n$ dan variabel ouput y, akan ditetapkan variabel-variabel *input* yang relevan, $x_i,\ i = 1, 2, \dots, n$, yang berhubungan dengan $y_j,\ j = 1, 2, \dots, m$ menggunakan metode *backpropagation*. Hal ini dilakukan dengan menggunakan eliminasi *backward* dan fungsi biaya *mean square error* (MSE) serta *mean absolute percentage error* (MAPE) . Pemilihan variabel dilakukan dengan mengeliminasi variabel yang tidak berguna dan mempertahankan variabel-variabel yang memberikan nilai *korelasi* yang cukup signifikan terhadap variabel *output* y_i.

c. Perancangan Struktur Jaringan yang Optimum

Langkah selanjutnya adalah menentukan jumlah lapisan *input*, lapisan tersembunyi (*hidden layer*), dan lapisan *output*. Jumlah lapisan input berdasarkan pada banyaknya data yang mempengaruhi perkiraan. Sedangkan banyaknya lapisan output adalah banyaknya hasil output perkiraan yang dicari.

d. Pemilihan Koefisien Pemahaman (*Learning Rate*) dan *Momentum*

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Koefisien pemahaman pada *neural network* adalah learning rate atau laju pembelajaran. Besarnya learning rate akan berimplikasi pada besarnya langkah pembelajaran. *Momentum* dalam *neural network* adalah perubahan bobot yang didasarkan pada arah gradient pola terakhir dan pola sebelumnya. Pada pembangunan jaringan *Backpropagation* yang akan digunakan dalam perkiraan, hasil keputusan yang kurang memuaskan dapat diperbaiki dengan menggunakan learning rate dan *momentum* secara trial and *error* untuk mendapatkan nilai bobot yang optimum agar MSE dan MAPE jaringan dapat diperbaiki.

e. Pemilihan Struktur Jaringan yang Optimum dan Penggunaanya untuk Peramalan/ Perkiraan

Langkah-langkah pemilihan jaringan yang optimum dijelaskan oleh Samsodin dkk (2010: 4), sebagai berikut:

i. Proses pelatihan dilakukan terhadap data pelatihan dengan struktur jaringan yang memiliki bagian simpul tersembunyi berbeda akan diperoleh nilai *output* jaringan. Nilai MSE dan MAPE dihitung. Jaringan yang memiliki nilai MSE dan MAPE terendah dipilih sebagai jaringan yang optimum dan digunakan untuk perkiraan.
ii. Setelah proses pelatihan dilakukan proses pengujian dengan struktur jaringan yang memiliki bilangan simpul tersembunyi berbeda yang telah dilatih akan diperoleh nilai *output* jaringan. Nilai MSE dan MAPE dari masing-masing struktur jaringan dihitung. Proses pengujian digunakan untuk menguji prestasi pelatihan dan sebagai pendukung bahwa jaringan terpilih sebagai jaringan yang tepat untuk model peramakan.
iii. Proses validasi dilakukan dengan menggunakan jaringan terpilih terhadap data validasi untuk melihat prestasi ramalannya.

f. Postprosessing/Denormalisasi

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Setelah proses pelatihan dan pengujian selesai, untuk mengembalikan nilai ternormalisasi *output* jaringan ke nilai yang sebenarnya, dilakukan proses denormalisasi atau postprosessing.

3. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Sebelum dilakukan perkiraan, data harus dinormalisasikan terlebih dahulu. Tahap pertama pada perkiraan produksi tebu adalah pemilihan variabel input. Pemilihan variabel input dilakukan dengan proses pembelajaran terhadap data pelatihan, data pengujian, serta data pelatihan dan pengujian untuk mendapatkan nilan MSE dan MAPE yang paling kecil. Pembelajaran dilakukan dengan menggunakan: (X_1, X_2, X_3, X_4) ; (X_2, X_3, X_4) ; (X_1, X_3, X_4) ; (X_1, X_2, X_4) ; (X_1, X_2, X_3) ; (X_1, X_2) ; (X_1, X_3) ; (X_1, X_4) ; (X_2, X_3); (X_2, X_4); (X_3, X_4).

Proses pembelajaran dilakukan dengan menggunakan *backpropagation gradient descent* dengan *adaptive learning rate* (traingda) dengan n *input* (n=2,3,4), 1 lapisan tersembunyi (dengan 5 *neuron*), dan 1 output. Fungsi aktifasi sigmoid bipolar pada pelatihan dan fungsi aktifasi linear pada *output*. Parameter-parameter: maksimum epoh = 5000; laju pembelajaran = 0,1; toleransi *error* = 10^{-3}; maksimum kenaikan kinerja = 1,06; rasio kenaikan *learning rate* = 1,2; dan rasio penurunan *learning rate* = 0,6.

MSE dan MAPE terkecil terhadap data pelatihan serta data pelatihan dan pengujian terjadi ketika semua variabel digunakan. Sedangkan MSE dan MAPE terkecil terhadap data pengujian terjadi ketika variabel curah hujan setahun yang lalu dieliminasi. Oleh karena MSE dan MAPE terkecil tidak terjadi pada variabel input yang sama, maka dilakukan proses pelatihan tehadap data pelatihan dan proses pengujian terhadap data pengujian dengan menggunakan semua variabel input dan mengeliminasi variabel curah hujan setahun yang lalu. Hasilnya ditampilkan oleh grafik di bawah ini.

Tabel 1. SSE, MSE, dan MAPE pada proses pelatihan dan pengujian untuk mencari variabel *input*.

Variabel Input		Semua variabel digunakan	Variabel curah hujan setahun yang lalu (c-1) dieliminasi
Proses	MSE	14,1214	1,5469e+003
Pelatihan	MAPE	0,0165	0,1155
Proses	MSE	8,3941e+003	1,3844e+004
Pengujian	MAPE	1,1532	1,5925

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Table 1. menunjukkan bahwa MSE dan MAPE terkecil pada proses pelatihan maupun proses pengujian terjadi pada saat semua variabel input digunakan, sehingga variabel input yang akan berpartisipasi dalam perkiraan produksi tebu adalah semua variabel.

Untuk mendapatkan model *backpropagation neural network* yang baik, dapat dilakukan percobaan terhadap beberapa macam arsitektur jaringan agar menghasilkan nilai MSE dan MAPE yang terkecil dengan proses pembelajaran terhadap data pelatihan, data pengujian, serta data pelatihan. Proses pembelajaran dilakukan dengan menggunakan *backpropagation gradient descent* dengan *adaptive learning rate* (traingda) dengan 4 variabel *input*, 1 lapisan tersembunyi, dan 1 *output*. Parameter-parameter: maksimum epoh = 10000; laju pembelajaran = 0,1; toleransi *error* = 10^{-3}; maksimum kenaikan kinerja = 1,06; rasio kenaikan *learning rate* = 1,2; dan rasio penurunan *learning rate* = 0,6. Jumlah *neuron* pada lapisan tersembunyi akan dicari dengan melakukan percobaan terhadap jumlah *neuron* pada lapisan tersembunyi (N=2,3,4,…,10). Fungsi aktifasi pada *hidden layer* juga akan dilakukan percobaan (sigmoid biner atau sigmoid bipolar), sedangkan fungsi aktifasi pada *output* adalah fungsi linear (purelin).

Proses pembelajaran terhadap data pelatihan dan pengujian menghasilkan MSE dan MAPE paling kecil pada saat jaringan menggunakan fungsi aktifasi sigmoid biner dan 9 *neuron* pada *hidden layer*. Proses pembelajaran terhadap data pelatihan menghasilkan MSE dan MAPE paling kecil pada saat jaringan menggunakan fungsi aktifasi sigmoid biner dan 3 *neuron* pada *hidden layer*. Proses pembelajaran terhadap data pelatihan dan pengujian menghasilkan MSE paling kecil pada saat jaringan menggunakan fungsi aktifasi sigmoid biner dan 8 *neuron* pada *hidden layer*, sedangkan MAPE terkecil yang terjadi adalah pada saat jaringan menggunakan fungsi aktifasi sigmoid bipolar dan 4 *neuron* pada *hidden layer*. Hal ini disebabkan arsitektur jaringan *backpropagation* yang optimum untuk masing-masing data pelatihan dan pengujian, pelatihan, serta pengujian berbeda. Oleh karena nilai MSE dan MAPE terkecil pada proses pembelajaran terhadap data pelatihan dan pengujian, data pelatihan, serta data pengujian tidak terjadi pada arsitektur jaringan yang sama, maka arsitektur jaringan optimum yang akan digunakan dalam perkiraan produksi tebu dipilih berdasarkan proses pelatihan dan pengujian *backpropagation* dengan MSE dan MAPE terkecil.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Tabel 2. MSE, dan MAPE pada proses pelatihan dan pengujian untuk menentukan arsitektur jaringan yang optimum.

Fungsi Aktifasi dan Jumlah *Neuron*	Proses Pelatihan		Proses Pengujian	
	MSE	MAPE	MSE	MAPE
Sigmoid biner dan 7 *neuron*	9,4365e+003	0,5286	1,3667e+004	1,6114
Sigmoid biner dan 3 *neuron*	7,4824e+003	0,4479	1,2372e+004	1,6107
Sigmoid biner dan 8 *neuron*	9,78552+003	0,5499	1,1699e+004	1,4518
Sigmoid bipolar dan 4 *neuron*	9,6370e+003	0,5608	1,5412e+004	1,7239

Table 2. menunjukkan bahwa MSE dan MAPE terkecil pada proses pelatihan terjadi pada saat jaringan menggunakan fungsi aktifasi sigmoid biner dan 3 *neuron* pada *hidden layer*, sedangkan MSE dan MAPE terkecil pada proses pengujian terjadi pada saat jaringan menggunakan fungsi aktifasi sigmoid biner dan 8 *neuron* pada *hidden layer*. Keakuratan perkiraan produksi tebu ditentukan oleh proses pengujian, oleh karena itu fungsi aktifasi yang akan digunakan untuk perkiraan adalah sigmoid biner dan 8 *neuron* pada *hidden layer*. Sehingga arsitektur jaringan yang optimum yang dihasilkan yaitu jaringan syaraf *backpropagation* menggunakan fungsi aktifasi sigmoid bipolar dengan 4 variabel *input*, 8 *neuron* pada *hidden layer*, dan 1 *output*

Setelah mendapatkan arsitektur jaringan yang optimum, akan dicari tingkat keakuratan model *backpropagation neural network* untuk mengetahui seberapa cocok model *backpropagation neural network* ini pada perkiraan produksi tebu.

a. Proses Pelatihan

Proses pembelajaran dilakukan dengan *Backpropagation Neural Network* menggunakan algoritma *gradient descent* dengan *adaptive learning rate* (traingda), dengan 4 *input*, 1 lapisan tersembunyi (dengan 8 *neuron*), dan 1 *output*. Fungsi aktifasi sigmoid biner pada pelatihan dan fungsi aktifasi linear pada *output*. Parameter-parameter: maksimum epoh = 50000; laju pembelajaran = 0,1; toleransi *error* = 10^{-6}; maksimum kenaikan kinerja = 1,06; rasio kenaikan *learning rate* = 1,2; dan rasio penurunan *learning rate* = 0,6. Hasil dari proses pelatihan yang berupa *output* jaringan dan selisih antara target *output* dengan *output* jaringan (*error*) dapat dilihat pada tabel di bawah ini.

Tabel 3. Nilai-nilai Target *Output*, *Output* Jaringan, dan *Error* Pelatihan

Data ke	**Target *Output***	***Output* Jaringan**	***Error***	**Data ke**	**Target *Output***	***Output* Jaringan**	***Error***

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

1	697,0000	696,7021	0,2979	11	609,0000	609,0377	-0,0377
2	734,0000	734,0184	-0,0184	12	753,0000	752,9743	0,0257
3	715,0000	715,3892	-0,3892	13	615,0000	615,0290	-0,0290
4	729,0000	728,8895	0,1105	14	794,0000	793,9881	0,0119
5	473,0000	473,0835	-0,0835	15	742,0000	742,0729	-0,0729
6	918,0000	917,9663	0,0337	16	616,0000	616,0143	-0,0143
7	883,0000	883,0033	-0,0033	17	531,0000	531,0759	-0,0759
8	849,0000	848,9931	0,0069	18	799,0000	799,0594	-0,0594
9	723,0000	723,0322	-0,0322	19	539,0000	539,0250	-0,0250
10	614,0000	614,0029	-0,0029	20	616,0000	615,9659	0,0341

Tabel 3. menunjukkan nilai *error* yang dihasilkan sangat kecil sehingga proses pelatihan sudah baik. Untuk melihat keakuratan hasil pengujian jaringan *backpropagation*, dapat dilihat melalui nilai MSE dan MAPE berturut-turut adalah 14,2486 dan 0,0217.

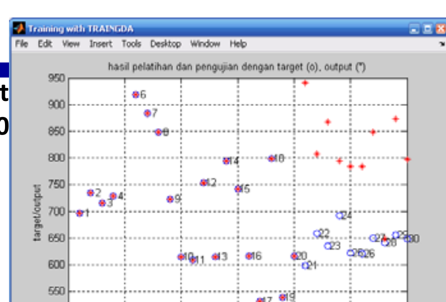
b. Proses Pengujian

Selanjutnya dilakukan proses pengujian terhadap jaringan *backpropagation* untuk mengetahui tingkat keakuratan model. Hasil dari proses pengujian yang berupa *output* jaringan dan selisih antara target *output* dengan *output* jaringan (*error*) dapat dilihat pada tabel di bawah.

Tabel 4. Nilai-nilai Target *Output*, *Output* Jaringan, dan *Error* Pengujian

Data ke	**Target *Output***	***Output* Jaringan**	***Error***
1	598,0000	940,1905	-342,1905
2	659,0000	807,6067	-148,6067
3	635,0000	867,3063	-232,3063
4	692,0000	793,8293	-101,8293
5	622,0000	784,7211	-162,7211
6	621,0000	784,4022	-163,4022
7	650,0000	848,4313	-198,4313
8	641,0000	647,5006	-6,5006
9	655,0000	873,9701	-218,9701
10	648,0000	796,5412	-148,5412

Tabel 4 menunjukkan nilai-nilai dari target *output*, *output* jaringan, dan *error* hasil pengujian. Untuk melihat keakuratan hasil pengujian jaringan *backpropagation*, dapat dilihat melalui nilai MSE dan MAPE berturut-turut adalah 36.612 dan 2,6547. Gambar 1. memperlihatkan hasil pelatihan dan pengujian jaringan *backpropagation*.



ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Gambar 1. Perbandingan nilai target *output* dengan *output* jaringan pada data pelatihan dan pengujian

Tingkat keakuratan model *backpropagation neural network* telah diketahui, selanjutnya proses perkiraan produksi tebu dapat dilakukan menggunakan arsitektur jaringan terpilih. Data *input* untuk perkiraan produksi tebu pada tahun 2011 adalah 2897 (X_1), 1645 (X_2), 648 (X_3), dan 655 (X_4), kemudian data-data ini dinormalisasi menjadi 1,3694 (x_1), -1,8105 (x_2), -0,5967 (x_3), -0,4446 (x_4). Nilai *output* ternormalisasi yang dihasilkan jaringan adalah $-2,7598$. Kemudian, nilai tersebut didenormalisasi sehingga nilai *output* jaringan yang diperoleh adalah $367,1700$. Sehingga, perkiraan jumlah produksi tebu tahun depan sebanyak $367,1700$ ton.

4. SIMPULAN DAN SARAN

Aplikasi model *neural network* pada perkiraan produksi tebu di PT. Perkebunan Nusantara IX menggunakan model *backpropagation neural network* dengan 4 *input* (yaitu: curah hujan setahun yang lalu, curah hujan dua tahun yang lalu, produksi tebu setahun yang lalu, dan produksi tebu dua tahun yang lalu), 1 *hidden layer* (dengan 3 *neuron*), dan 1 *output*. Proses pembelajaran menggunakan algoritma *gradient descent* dengan *adaptive learning rate* (traingda), Fungsi aktifasi sigmoid biner pada pelatihan dan fungsi aktifasi linear pada *output*. Parameter-parameter: maksimum epoh = 50000; laju pembelajaran = 0,1; toleransi *error* = 10^{-3}; maksimum kenaikan kinerja = 1,06; rasio kenaikan *learning rate* = 1,2; dan rasio penurunan *learning rate* = 0,6. Nilai MAPE dan MSE yang diperoleh pada proses pelatihan adalah 14,2486 dan 0,0217%, sedangkan nilai MSE dan MAPE pada proses pengujian adalah 36.612 dan 2,6547%. Hasil perkiraan untuk satu tahun kedepan menunjukkan bahwa jumlah produksi tebu akan menurun drastis dibanding tahun-tahun sebelumnya.

Sedangkan bagi pembaca yang ingin menggunakan *neural network* secara umum untuk perkiraan dapat digunakan *radial basic function*. *Radial basic function*

(RBF) merupakan bentuk *multilayer neural network* yang *unsupervised*. Arsitektur RBF menggunakan fungsi basis sebagai fungsi aktivasi pada *hidden layer* dan fungsi linier pada *output*.

DAFTAR PUSTAKA

Kusumadewi, Sri. 2004. *Membangun Jaringan Syaraf Tiruan Menggunakan Matlab dan Excel Link*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Kusumadewi, Sri & Hartati, Sri. 2010. *Neuro-Fuzzy Integrasi Sistem Fuzzy & Jaringan Syaraf Edisi 2*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Mandal, B.N. 2006. "Forecasting Sugarcane Production in India with Arima Model". PhD scholar, IASRI, New Delhi-12. Hlm. 1-13.

Mataram, I Made. 2008. "Peramalan Baban Hari Libur Menggunakan *Artificial Neural Network*". *Jurnal Teknik Elektro* (Vol.7 No.2 Juli-Desember 2008). Hlm. 53-56.

Mulyadi, M., Toharisman, A., & PDN., Mirzawan. 2009. "Identifikasi Potensi Lahan untuk Mendukung Pengembangan Agribisnis Tebu di Wilayah Timur Indonesia". P3GI. Hlm. 1-15 .

Obe, O.O. & Shangodoyin, D.K. 2010. "*Artificial Neural Network* Based Model for Forecasting Sugar Cane Production". *Journal of Computer Science* 6(4). Hlm. 439-445.

Samsodin dkk. 2010. "Aplikasi Jaringan Syaraf Tiruan dalam Peramalan dan Klasifikasi". http://files.myopera.com/padangyulian/blog/kel-5.pdf. Diakses tanggal 23 Agustus 2011.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

T - 12

Determinasi efek kapasitas reproduksi nyamuk *aedes aegypti* terhadap resiko infeksi *dengue*

Jafaruddin[1,2], Edy Soewono[1], dan Nuning Nuraini[1]

[1] Kelompok Keahlian Matematika Industri dan Keuangan, FMIPA ITB
[2] Jurusan Matematika FST Universitas Nusa Cendana

Abstrak. Kapasitas reproduksi (*basic offspring number*) nyamuk aedes; $\mathcal{Q}_0$, dan resiko infeksi (*basic reproductive ratio*) dengue; $\mathcal{R}_0$ adalah indikator utama untuk mengukur keendemikan *dengue*. Pada piper ini model dinamika transmisi virus *dengue* yang dikaji adalah model interaksi antar tiga populasi, yaitu nyamuk pradewasa, nyamuk *aedes aegypti* betina dewasa, dan manusia. Dilakukan analisis kualitatif hubungan antara $\mathcal{Q}_0$ dan $\mathcal{R}_0$ pada kajian kestabilan titik-titik ekuilibrium dan menkonstruksi model estimasi $\mathcal{R}_0$ dengan asumsi populasi nyamuk dan manusia terinfeksi *dengue* pada awal infeksi tumbuh secara eksponensial serta membangun parameter infeksi bersama (*joint infection host-vector*) yang aplikatif pada data penderita *DBD*. Diperoleh hasil terpenting antara lain bahwa $\mathcal{Q}_0 > 1$ menentukan eksistensi $\mathcal{R}_0$ dan kestabilan titik ekuilibrium bebas *dengue*, model estimasi $\mathcal{R}_0$ yang terbangun mengeliminasi parameter model sehingga lebih sederhana tetapi $\mathcal{R}_0 > 1$ untuk semua kasus *dengue*.

Kata-kata kunci : Model dinamik transmisi *dengue*, *basic offspring number*,*basic reproductive ratio*, model estimasi

1 Pendahuluan

Demam Berdarah *Dengue* (DBD) adalah salah satu *infectious mosquito-borne viral disease* yang ditularkan oleh nyamuk Aedes aegypti betina. Laporan WHO menyebutkan bahwa diperkirakan sekitar 50 juta orang yang terinfeksi setiap tahun di lebih dari 100 negara. DBD disebabkan oleh virus *dengue* yang dikenal sebagai genus *Flavivirus*, famili *Flaviviridae* dan mempunyai 4 jenis serotipe, yaitu DEN-1, DEN-2, DEN-3, DEN-4 yang ditularkan melalui gigitan nyamuk aedes aegypti betina [4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11]. Serotipe DEN-3 paling banyak menunjukkan manifestasi klinis yang berat dan seseorang yang hidup di daerah endemis dengue dapat terinfeksi hingga 4 serotipe selama hidupnya.

Pinho et al secara kolektif mengkaji $\mathcal{Q}_0$ dan $\mathcal{R}_0$ pada kasus *dengue* dengan efek temperatur pada pertumbuhan nyamuk dan transmisi *dengue* di Salvador [15], sedang Yang et al mengkaji kapasitas reproduksi vector ($\mathcal{Q}_0$) dan resiko infeksi *dengue* ($\mathcal{R}_0$) dengan ketergantungan pada efek temperature dan kelembaban dengan variasi musim [18]. Kedua kelompok peneliti [14, 17] tidak mengkaji secara rinci efek $\mathcal{Q}_0$ terhadap $\mathcal{R}_0$ pada data insiden *dengue*. Mereka [10, 11, 15] mengasumsikan pertumbuhan eksponensial pada awal infeksi. $\mathcal{R}_0$ diestimasi dengan *joint infection host-vector*, Λ yaitu peluang per satuan waktu satu individu *susceptible* menjadi individu terinfeksi [11, 15].

Populasi nyamuk *aedes* di lapangan meningkat terus, sehingga upaya pemerintah untuk membasmi nyamuk *aedes* harus dilakukan terus menerus sebagai bagian dari upaya pemerintah menurunkan insiden *dengue*. Peran pemodelan dan simulasi matematika, lebih tepatnya epi-

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

demiology modeling sangat strategis untuk mengukur keendemikan *dengue* di wilayah endemis sehingga strategi pengendalian lebih tepat sasaran, lebih efektif dan efisien.

2 Materi dan Metode

Kapasitas reproduksi (*basic offspring number*) nyamuk aedes; $\mathcal{Q}_0$ dan resiko infeksi (*basic reproductive ratio*) *dengue*; $\mathcal{R}_0$ adalah indikator utama dalam mengukur keendemikan *dengue*. $\mathcal{R}_0$ pada epidemi penyakit yang disebabkan vektor didefinisikan sebagai banyaknya infeksi kedua setelah infeksi primer terjadi selama perioed infeksi dalam populasi *virgin* [1]. $\mathcal{R}_0$ adalah modulus maksimal dari nilai eigen dari *Next Generation Matrix* [1, 2, 3, 17]. Pada piper ini dikontruksi persamaan $\mathcal{Q}_0$ dan $\mathcal{R}_0$ dari model sederhana dinamika transmisi virus *dengue* dalam interaksi tiga populasi, nyamuk pradewasa, nyamuk *aedes aegypti* betina dewasa, dan manusia. Analisis kualitatif hubungan antara $\mathcal{Q}_0$ dan $\mathcal{R}_0$ dilakukan pada kajian kestabilan titik-titik ekuilibrium serta interpretasi efek $\mathcal{Q}_0$ terhadap $\mathcal{R}_0$ untuk endimitas *dengue*.

Keendemikan *dengue* di wilayah endemik terkait dengan banyaknya populasi nyamuk *aedes aegypti* pada wilayah tersebut. Siklus hidup nyamuk aedes aegypti terdiri dari pradewasa (telur, larva, dan pupa) atau aquatic phase (A) dan nyamuk dewasa (N_v). Nyamuk dewasa betina saja yang berperan dalam menularkan virus dengue [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13], sehingga populasi nyamuk dewasa betina dapat dibagi menjadi dua kelompok yaitu *susceptible* (S_v), dan *infected* (I_v). Populasi host/manusia (N_h) dibagi dalam tiga kelompok yaitu *susceptible* (S_h), *infected* (I_h), dan recored (R_h). Asumsikan bahwa $N_v = S_v + I_v$, dan $N_h = S_h + I_h$, dan tidak terjadi transmisi vertikal virus *dengue* pada nyamuk. Nyamuk dewasa ($S_v + I_v$) menetaskan telurnya pada habitat nyamuk pradewasa di perairan dengan laju b_v. Laju penahan pertumbuhan (*logistic growth*) nyamuk pradewasa adalah $(1-\frac{E_v}{C})$, C adalah *carrying capacity*. Banyak telur yang ditetaskan adalah $b_v(1-\frac{E_v}{C})N_v = b_v(1-\frac{E_v}{C})(S_v + I_v)$. Laju transisi nyamuk pradewasa menjadi dewasa adalah η, sehingga ηE_v adalah banyaknya nyamuk pradawasa menjadi nyamuk dewasa dan laju kematian nyamuk pradewasa adalah μ_e, sehingga $\mu_e E_v$ banyaknya nyamuk pradewasa yang mati alami.

$$\begin{cases} \frac{dS_h}{dt} = A_h - \frac{bm_h S_h I_v}{N_h} - \mu_h S_h \\ \frac{dI_h}{dt} = \frac{bm_h S_h I_v}{N_h} - \gamma I_h - \mu_h I_h \\ \frac{dR_h}{dt} = \gamma I_h - \mu_h R_h \\ \frac{dE_v}{dt} = b_v(1-\frac{E_v}{C})(S_v + I_v) - \eta E_v - \mu_e E_v \\ \frac{dS_v}{dt} = \eta E_v - \frac{bm_v S_v I_h}{N_h} - \mu_v S_v \\ \frac{dI_v}{dt} = \frac{bm_v S_v I_h}{N_h} - \mu_v I_v \end{cases} \tag{1}$$

Kajian analitik akan dilakukan terhadap sistem *autonomous* (1) untuk melihat ekuilibrium kepunahan populasi, ko-eksistensi populasi sehat, *disease free equilibrium*, dan titik endemik. Langkah selanjutnya adalah:

1. Menurunkan persamaan $\mathcal{Q}_0$ dan $\mathcal{R}_0$.
2. Mengkaji kebergantungan kestabilan titik ekuilibrium terhadap parameter $\mathcal{Q}_0$ atau $\mathcal{R}_0$.
3. Menurunkan parameter infeksi bersama (*joint infection host-vector*); Λ dan mengestimasi parameter tersebut dari data penderita *dengue*.
4. Menurunkan model estimasi $\mathcal{R}_0$ dengan data input Λ dan parameter model
5. Menganalisis dan membangun teori dan interprtesi.

3 Hasil dan Pembahasan

3.1 Penurunan persamaan Q_0

Terdapat tiga titik ekuilibrium yaitu titik ekuilibrium bebas nyamuk *aedes aegypti*:

$$Q_1 = \left\{ S_{h0} = \frac{A_h}{\mu_h}, I_{h0} = 0, R_{h0} = 0, E_{v0} = 0, S_{v0} = 0, I_{v0} = 0 \right\} \tag{2}$$

titik kesetimbangan bebas penyakit dengue:

$$Q_2 = \left\{ S_{h0} = \frac{A_h}{\mu_h}, I_{h0} = 0, R_{h0} = 0, E_{v0} = C(1 - \frac{\mu_v(\eta + \mu_v)}{\eta b_v}), S_{v0} = \frac{\eta C}{\mu_v}(1 - \frac{\mu_v(\eta + \mu_v)}{\eta b_v}), I_{v0} = 0 \right\} \tag{3}$$

dan titik endemik dengue:

$$Q_3 = (S_{he}, I_{he}, R_{he}, E_{ve}, S_{ve}, I_{ve}) \tag{4}$$

dengan

$$\begin{cases} S_{he} = \dfrac{bN_h\mu_v p_h F_v(\frac{A_h}{bp_h N_v} + \frac{\mu_v(\gamma+\mu_h)M_h}{b^2 p_h p_v N_v})}{\mu_h\mu_v N_h + bp_h \eta C(1 - \frac{\mu_v(\eta+\mu_v)}{\eta b_v})} \\ I_{he} = \dfrac{bp_h(\eta A_h C(1 - \frac{\mu_v(\eta+\mu_v)}{\eta b_v})) - N_v N_h \mu_h \mu_v \frac{\mu_v(\gamma+\mu_h)M_h}{b^2 p_h p_v N_v}}{\eta b p_h C(\gamma+\mu_h)(1 - \frac{\mu_v(\eta+\mu_v)}{\eta b_v}) + bp_h\mu_h N_v \frac{\mu_v(\eta+\mu_v)}{b^2 p_h p_v N_v}} \\ R_{he} = \frac{\gamma}{\mu_h}(\dfrac{bp_h(\eta A_h C(1 - \frac{\mu_v(\eta+\mu_v)}{\eta b_v})) - N_v N_h \mu_h \mu_v \frac{\mu_v(\gamma+\mu_h)M_h}{b^2 p_h p_v N_v}}{\eta b p_h C(\gamma+\mu_h)(1 - \frac{\mu_v(\eta+\mu_v)}{\eta b_v}) + bp_h\mu_h N_v \frac{\mu_v(\eta+\mu_v)}{b^2 p_h p_v N_v}}) \\ E_{ve} = C(1 - \frac{\mu_v(\eta+\mu_v)}{\eta b_v}) \\ S_{ve} = \dfrac{N_h N_v \mu_h \mu_v + C b p_h \eta (1 - \frac{\mu_v(\eta+\mu_v)}{\eta b_v})}{\mu(bp_h N_v + A_h \frac{b^2 p_h p_v N_v}{\mu(\gamma+\mu_h)M_h})} \\ I_{ve} = \dfrac{\eta A_h C(1 - \frac{\mu_v(\eta+\mu_v)}{\eta b_v}) - N_v N_h \mu_h \mu_v \frac{\mu_v(\gamma+\mu_h)M_h}{b^2 p_h p_v N_v}}{bN_v(\frac{\mu_v(\gamma+\mu_h)M_h}{b^2 p_h p_v N_v} + \frac{A_h}{bp_h N_v})} \end{cases} \tag{5}$$

Persamaan Q_0 diturunkan dari *next generation matrix*, G_v pada titik ekuilibrium bebas nyamuk. $G_v = F_v T_v^{-1}$, dimana F_v dan T_v^{-1} masing-masing adalah matrik Jacobian bagian non linear dan invers matrik dari matrik Jacobian bagian linier dari kompartemen nyamuk dari model dinamik (1) pada titik Q_1:

$$F_v = \begin{bmatrix} 0 & l_v & b_v \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{6}$$

dan

$$T_v^{-1} = \begin{bmatrix} (\eta + \mu_v)^{-1} & 0 & 0 \\ \frac{\eta}{(\eta+\mu_v)\mu_v} & \mu_v^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_v^{-1} \end{bmatrix} \tag{7}$$

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

sehingga

$$G_v = \begin{bmatrix} \frac{b_v \eta}{(\eta+\mu_e)\mu_v} & \frac{b_v}{\mu_v} & \frac{b_v}{\mu_v} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{8}$$

Nilai eigen maksimum dari G_v adalah

$$Q_0 = \frac{\eta b_v}{\mu_v(\eta+\mu_e)} \tag{9}$$

yang dikenal sebagai *basic offspring number* dari dinamika populasi nyamuk menurut model persamaan (1). Akibatnya titik ekuilibrium Q_2 menjadi

$$Q_2^* = \left\{ S_{h0} = \frac{A_h}{\mu_h}, I_{h0} = 0, R_{h0} = 0, E_{v0} = C(1 - \frac{1}{Q_0}), S_{v0} = \frac{\eta C}{\mu_v}(1 - \frac{1}{Q_0}), I_{v0} = 0 \right\} \tag{10}$$

Teorema A :

1. $Q_0 < 1$ jika dan hanya jika titik kesetimbangan Q_1 stabil asimtotik.
2. $Q_0 > 1$, maka titik Q_2 ada dan stabil asimtotik

Bukti:
Teorema A (1). Dibuktikan Q_1 stabil asimtotik. Matrik Jacobian untuk sistem persamaan (1) adalah

$$J(X) = \begin{bmatrix} -\frac{p_h b I_v}{N_h} - \mu_h & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{p_h b S_h}{N_h} \\ \frac{p_h b I_v}{N_h} & -\gamma - \mu_h & 0 & 0 & 0 & \frac{p_h b S_h}{N_h} \\ 0 & \gamma & -\mu_h & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{b_v(S_v+I_v)}{C} - \eta - \mu_e & b_v\left(1 - \frac{E_v}{C}\right) & b_v\left(1 - \frac{E_v}{C}\right) \\ 0 & -\frac{b p_v S_v}{N_h} & 0 & \eta & -\frac{b p_v I_h}{N_h} - \mu_v & 0 \\ 0 & \frac{b p_v S_v}{N_h} & 0 & 0 & \frac{b p_v I_h}{N_h} & -\mu_v \end{bmatrix} \tag{11}$$

Pada Q_1 diperoleh matrik Jacobian

$$JQ_1 = \begin{bmatrix} -\mu_h & 0 & 0 & 0 & 0 & -p_h b \\ 0 & -\gamma - \mu_h & 0 & 0 & 0 & p_h b \\ 0 & \gamma & -\mu_h & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\eta - \mu_e & b_v & b_v \\ 0 & 0 & 0 & \eta & -\mu_v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_v \end{bmatrix} \tag{12}$$

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

dan pada Q_2, matrik Jacobian adalah

$$JQ_2 = \begin{bmatrix} -\mu_h & 0 & 0 & 0 & 0 & -p_h\hat{b} \\ 0 & -\gamma-\mu_h & 0 & 0 & 0 & p_h\hat{b} \\ 0 & \gamma & -\mu_h & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{b_v\eta Q_0 - b_v\eta + \eta\mu_v Q_0 + \mu_e\mu_v Q_0}{\mu_v Q_0} & \frac{b_v}{Q_0} & \frac{b_v}{Q_0} \\ 0 & -\frac{bp_v\eta C(Q_0-1)}{\mu_v Q_0 N_h} & 0 & \eta & -\mu_v & 0 \\ 0 & \frac{bp_v\eta C(Q_0-1)}{\mu_v Q_0 N_h} & 0 & 0 & 0 & -\mu_v \end{bmatrix} \quad (13)$$

Rumit mengkaji keseluruhan sistem, sehingga kajian dikhususkan pada kompartemen nyamuk, matarik Jacobiannya adalah

$$J(Q_1) = \begin{bmatrix} -\mu_e-\eta & b_v & b_v \\ \eta & -\mu_v & 0 \\ 0 & 0 & -\mu_v \end{bmatrix} \quad (14)$$

Polinom karakteristik dari $J(Q_1)$ adalah

$$P(\lambda) = \lambda^3 + p_2\lambda^2 + p_1\lambda + p_0 = 0 \quad (15)$$

dengan

$$\begin{cases} p_2 = (\eta + 2\mu_v + \mu_e) \\ p_1 = (2\mu_v\mu_e + 2\mu_v\eta - b_v\eta + {\mu_v}^2) \\ p_0 = \mu_v(\mu_v\mu_e + \mu_v\eta - b_v\eta) \end{cases} \quad (16)$$

Jelas $p_2 > 0$. Karena $Q_0 < 1$ atau $\frac{\eta b_v}{\mu_v(\eta+\mu_e)} < 1$ maka $\mu_v(\eta+\mu_e) - \eta b_v > 0$. Akibatnya $p_0 > 0$, dan $p_1 > 0$. Dengan demikian ketiga akar dari polinom karakteristik di atas bernilai real negatif atau bagian real negatif. Akibatnya titik Q_1 stabil asimtotik.

Sebaliknya dibuktikan $Q_1 < 1$. Polinom karakteristik tersebut memiliki akar-akar negatif atau bagian real negatif. Karena itu haruslah $\mu_v(\eta+\mu_e) - \eta b_v > 0$. Akibatnya $Q_0 = \frac{\eta b_v}{\mu_v(\eta+\mu_e)} < 1$. Bukti teorema A (1) selesai.

Teorema A (2). Dibuktikan Q_2 ada dan stabil asimtotik. Karena $Q_0 > 1$ maka E_{v0} dan S_{v0} keduanya positif. Akibatnya titik Q_2 pada (3) ada. Selanjutnya dibuktikan titik Q_2 stabil asimtotik. Matrik Jacobian sistem persamaan (1) pada titik Q_2 adalah

$$M = \begin{bmatrix} \frac{\eta\mu_v + \mu_e\mu_v - \eta b_v}{\mu_v} - \eta - \mu_e & b_v\left(1 + \frac{\eta\mu_v + \mu_e\mu_v - \eta b_v}{\eta b_v}\right) & b_v\left(1 + \frac{\eta\mu_v + \mu_e\mu_v - \eta b_v}{\eta b_v}\right) \\ \eta & -\mu_v & 0 \\ 0 & 0 & -\mu_v \end{bmatrix} \quad (17)$$

Polinom karakteristik adalah

$$P(\lambda) = \lambda^3 + p_2\lambda^2 + p_1\lambda + p_0 \quad (18)$$

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

dengan

$$\begin{cases} p_2 = \frac{(2\mu_v{}^2 + \eta b_v)}{\mu_v} \\ p_1 = (\eta\, b_v + \mu_v{}^2) - (\mu_0\mu_e + \mu_v\eta - \eta\, b_v) \\ p_0 = -\mu_v(\mu_v\mu_e + \mu_v\eta - \eta\, b_v) \end{cases} \tag{19}$$

Karena $Q_0 = \frac{b_v\eta}{\mu_v(\eta+\mu_e)} > 1$ maka $\mu_v(\eta + \mu_e) - b_v\eta < 0$. Akibatnya $p_1 > 0$ dan $p_0 > 0$. Karena itu akar persamaan polinom semuanya negatif atau bagian riel negatif. Akibatnya titik Q_2 stabil asimtotik. Sebaliknya dibuktikan $Q_0 > 1$. Jelas bahwa jika titik Q_2 ada maka pada (10) haruslah $(1 - \frac{1}{Q_0}) > 0$. Akibatnya $Q_0 > 1$. Juga titik Q_2 stabil hanya jika $\mu_v(\eta + \mu_e) - b_v\eta < 0$ atau $Q_0 = \frac{\eta b_v}{\mu_v(\eta+\mu_e)} > 1$. Bukti teorema A(2) selesai.

3.2 Penurunan Persamaan $\mathcal{R}_0$

Persamaan R_0 sebagai spektral radius dari *next generation matrix*, G_{vh} untuk kompartemen nyamuk dan manusia terinfeksi pada titik ekulibrium Q_2. $G_{vh} = F_h T_h^{-1}$, dimana F_h dan T_h^{-1} masing-masing adalah matrik Jacobian bagian non linear dan invers matrik dari matrik Jacobian bagian linier dari kompartemen nyamuk terinfeksi dan manusia terinfeksi pada model dinamik (1) pada titik Q_2, yaitu

$$F_h = \begin{bmatrix} 0 & bp_h \\ \frac{bp_v N_v}{N_h} & 0 \end{bmatrix} \tag{20}$$

dan

$$T_h^{-1} = \begin{bmatrix} (\gamma + \mu_h)^{-1} & 0 \\ 0 & \mu_v{}^{-1} \end{bmatrix} \tag{21}$$

sehingga

$$G_{vh} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{bp_h}{\mu_v} \\ \frac{bp_v N_v}{N_h(\gamma+\mu_h)} & 0 \end{bmatrix} \tag{22}$$

Nilai eigen maksimum dari matrik G_h adalah

$$R_0^2 = \frac{b^2 p_h p_v N_v}{\mu_v(\gamma + \mu_h)N_h} \tag{23}$$

Dalam keadaan bebas dengue maka $N_h = S_{h0}$ dan $N_v = S_{v0}$ sehingga dari Q_2^* diperoleh

$$R_0^2 = \frac{b^2 p_h p_v \mu_h \eta C}{\mu_v^2(\gamma + \mu_h)A_h}(1 - \frac{1}{Q_0}) \tag{24}$$

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Titik ekuilibrium Q_3 dapat dituliskan menjadi

$$\begin{cases} S_{h*} = \dfrac{bN_h\mu_v p_h N_v(\frac{A_h}{bp_h N_v} + \frac{1}{\mathcal{R}_0^2})}{\mu_h\mu_v N_h + bp_h\eta C(1-\frac{1}{Q_0})} \\ I_{h*} = \dfrac{bp_h\eta A_h C(1-\frac{1}{Q_0}) - N_v N_h\mu_h\mu_v\frac{1}{\mathcal{R}_0^2}}{\eta bp_h C(\gamma+\mu_h)(1-\frac{1}{Q_0}) + bp_h\mu_h N_v\frac{1}{\mathcal{R}_0^2}} \\ R_{h*} = \dfrac{\gamma}{\mu_h}(\dfrac{bp_h(\eta A_h C(1-\frac{1}{Q_0})) - N_v N_h\mu_h\mu_v\frac{1}{\mathcal{R}_0^2}}{\eta bp_h C(\gamma+\mu_h)(1-\frac{1}{Q_0}) + bp_h\mu_h N_v\frac{1}{\mathcal{R}_0^2}}) \\ E_{v*} = C(1-\frac{1}{Q_0}) \\ S_{v*} = \dfrac{N_h N_v\mu_h\mu_v + Cbp_h\eta(1-\frac{1}{Q_0})}{\mu(bp_h N_v + A_h\mathcal{R}_0^2)} \\ I_{v*} = \dfrac{\eta A_h C(1-\frac{1}{Q_0}) - N_v N_h\mu_h\mu_v\frac{1}{\mathcal{R}_0^2}}{bN_v(\frac{1}{\mathcal{R}_0^2} + \frac{A_h}{bp_h N_v})} \end{cases} \tag{25}$$

Teorema B:

1. Jika $Q_0 > 1$ dan $\frac{bp_h\mu_h}{(\gamma+\mu_h)A_h} > \frac{\mu_v^2}{bp_v\eta C}$ maka $\mathcal{R}_0^2 > 1$
2. Jika $Q_0 > 1$ dan $\frac{bp_h\mu_h}{(\gamma+\mu_h)A_h} < \frac{\mu_v^2}{bp_v\eta C}$ maka $\mathcal{R}_0^2 < 1$
3. Jika $Q_0 > 1$ dan $\mathcal{R}_0^2 > 1$ maka Q_3 ada.

3.3 Estimasi $\mathcal{R}_0^2$ dengan infeksi bersama host-vector

Masalahnya adalah $\mathcal{R}_0$ di atas indikator keendemikan *dengue* tak dapat diaplikasikan pada data penderita *dengue*, karena data penderita tidak secara eksplisit ada dalam indikator tersebut. Konsekuensi harus dibangun model estimasi $\mathcal{R}_0$ aplikatif pada data penderita. Sudah ada metode terkini yang dipublikasikan oleh Favier *et al* [?] yaitu dengan asumsi bahwal diawal infeksi jumlah komulatif *dengue* $K(t) \propto K\, e^(\Lambda t)$. Pada kasus ini, jumlah kasus nyamuk terinfeksi dan manusia terinfeksi adalah

$$\begin{cases} I_h(t) \approx I_{h0}e^{\Lambda t} \\ I_v(t) \approx I_{v0}e^{\Lambda t} \end{cases} \tag{26}$$

dimana I_{h0} dan I_{v0} adalah konstan. Jumlah *susceptible* nyamuk dan manusia pada saat tidak terjadi infeksi masing-masing adalah $S_v = N_v$ dan $S_h = N_h$. Substitusi persamaan (26) serta turunannya terhadap t pada sistem (1), maka diperoleh

$$\begin{cases} (\frac{\Lambda}{\gamma+\mu_h} + 1)I_{h0} = \frac{bp_h}{\gamma+\mu_h}I_{v0} \\ (\frac{\Lambda}{\mu_v} + 1)I_{v0} = \frac{bp_v N_v}{\mu_v N_h}I_{h0} \end{cases} \tag{27}$$

Perkalikan ruas kiri dan ruas kanan persamaan di atas dan gunakan definisi $\mathcal{R}_0$ pada persamaan (27) maka diperoleh

$$\mathcal{R}_0^2 = \left(\frac{\Lambda}{\gamma+\mu_h} + 1\right)\left(\frac{\Lambda}{\mu_v} + 1\right) \tag{28}$$

Parameter *joint infection vector-host*, Λ diperoleh dari hubungan data komulatif *dengue* pada periode $[0,t]$ dan kasus baru pada saat t dalam periode tersebut yang dinyatakan oleh persamaan $K_h(t) = I_{h0} + \frac{1}{\Lambda}(I_h(t) - I_{h0})$ atau

$$I_h(t) - I_{h0} = \Lambda(K_h(t) - I_{h0}) \tag{29}$$

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Kemiringan persamaan ini; Λ adalah *joint infection vector-host*. Λ diperoleh dengan cara meregresikan data komulatif *dengue* dengan data insiden *dengue* dalam periode waktu tertentu.

Beberapa hal mendasar yang dapat terungkap dari model estimasi $\mathcal{R}_0$ pada (28) jika dibandingkan $\mathcal{R}_0$ secara natural pada (24, 25) dari model dinamik transmisi *dengue* pada persamaan (1) yaitu *pertama* mengeliminasi parameter penting yaitu b, p_h, p_v, N_v dan N_h, dan *kedua* untuk semua kasus *dengue*, $\mathcal{R}_0 > 1$. Kelemahan lain dari fungsi insiden yang dipilih menyebabkan laju kompartemen terinfeksi virus *dengue* (I_h, I_v) tidak saling mempengaruhi karena masing-masing hanya proporsional terhadap dirinya sendiri; $\frac{dI_h}{dt} = \Lambda I_h$ dan $\frac{dI_v}{dt} = \Lambda I_v$. Akibatnya model estimasi $\mathcal{R}_0$ pada (28) bertentangan dengan sifat transmisi *dengue*, yaitu proses transmisi virus *dengue* dari manusia terinfeksi virus *dengue* ke nyamuk *aedes* melalui gigitan dan nyamuk tersebut menggigit lagi manusia sehat sedemikian sehingga manusia sehat ini dapat menjadi manusia terinfeksi.

4 Simpulan

Ukuran $Q_0 > 1$ merupakan syarat eksistensi $\mathcal{R}_0$ dan kestabilan titik ekuilibrium bebas penyakit. Untuk semua kasus *dengue*, $\mathcal{R}_0 > 1$ (disebabkan karena laju infeksi *dengue* pada manusia dan nyamuk berdasarkan fungsi insiden *dengue*, masing-masing hanya proporsional dengan dirinya sendiri). Oleh karena itu rekonstruksi fungsi kompartemen terinfeksi *dengue* harus sesuai dengan proses transmisi *dengue* (gigitan nyamuk *aedes aegypti* kepada manusia penderita *dengue* selanjutnya nyamuk *aedes aegypti* tersebut terinfeksi *dengue* kemudian menggigit manusia sehat dan seterusnya), sedemikian hingga model estimasi $\mathcal{R}_0$ menjadi lebih baik dan lebih realistik. Model $\mathcal{R}_0$ harus sesuai dengan fenomena epidemi *dengue*, dan kebergantungan pada semua parameter pada model, data penderita *dengue*, serta rasio jumlah nyamuk dan manusia menjadi input model estimasi sehingga multi tafsir keendemikan dapat terjadi antara lain memungkinkan terjadi $\mathcal{R}_0 < 1$ selain $\mathcal{R}_0 > 1$.

Daftar Pustaka

[1] O.Diekmann, and J. A. P. Heesterbeek, 2000. Mathematical Epidemiologi of Infectious Diseases: Model Building, Analisis and Interpretation. Wiley Series in Mathematical and Computational Biology. Editor in chief Simon Levin, Princeton University, USA.

[2] L. S. Allen and Van de Driesschet, 2000. The Basic reproduction number in Some Discrete-Time Epidemic Models. Journal of Difference and Applications. Vol.00. no. 00, Month. 200x: 1-19.

[3] Chaves, C. C., Feng Z, and Huang W. 2009. On computation of R0 and its rule on global stability. Biometrics, Statistical and Theoritical and Applied Mechanics Department, Cornel University, Itacha, NY 14853, USA; Email: cc32@cornel.edu.

[4] N.Nuraini, E. Soewono, KA Sidarto:A Mathematical Model of Dengue Internal Transmission ProcessTransmission, J.Indon. Math. Soc., v 13 No.1, 2007,123-132

[5] N.Nuraini, E. Soewono, KA Sidarto: Mathematical Model Of Dengue Disease Transmission with Severe DHF Compartment, Bull.Malay. Math. Sci. Soc v. 30 No. 2

[6] N. Nuraini, H. Tasman, E. Soewono, K.A.Sidarto : A with-in Host Dengue Infection Model with Immune Response, J. Math.Model. Comp. Modeling 49 (2009),1148-1155

[7] E. Soewono and Asep K. Supriatna: Paradox Vaccination in a Dengue Disease Transmission, Industrial Mathematics (M.C. Joshi, A.K. Pani, S.V. Sabnis ed., Narosa, New Delhi, 2006, 459-470.

[8] A.K. Supriatna and E. Soewono: Critical Vaccination Level for Dengue Fever Disease Transmission, Proceedings SEAMS Conference 2003, 208-217, 2004

[9] A.K. Supriatna and E. Soewono : Stability Analysis of Equilibria in an Age Structured Dengue Disease Model, Proc. 2nd IMT-GT Reg. Conf. Math. Stat. Appl., Univ. Malaya, 2006, 206-212

[10] C. Favier, N. Degallier, M. G. Rosa Freitas, J. P. Boulanger, J. R. Costa Lima, J. F. Luitgards-Moura, C. E. Menkes, B. Mondet, C. Oliveira, E. T. S. Weimann and P. Tsouris. Early determination of the reproductive number for vector-borne diseases: the of dengue in Brazil. Tropical Medicine and International Health, doi:10.111/j.1365-3156.2006.01560.x, Vol.II No. 3 (2006) pp 332-340.

[11] G. Chowel, P. Diaz-Duenas, J. C. Miller, A. Alcazar-Velazco, J. M. Hyman, P.W. Fenimore, C. Castillo-Chavez. Estimation of the reproduction number of dengue fever from spatial epidemic data. Elsevier : Mathematical Biosciences (2007):

[12] A.K. Supriatna, E. Soewono, S.A. van Gils: A two-age-classes dengue transmission model, Math. Biosciences 216, 2008, 114-121

[13] A.K. Supriatna, H. Serviana E. Soewono: A Mathematical Model to Investigate the Long-Term Effects of the Lymphatic Filariasis Medical Treatment in Jati Sampurna, West Java, at ITB J. Sci. 41, 1-14, 2009

[14] P. van den Driessche, James Watmough, Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission, Mathematical Biosciences 180 (2002) 29-48

[15] S.T.R. Pinho, C. P. Ferreira, L. Esteva, F. R. Barreto, V. C. Morato e Silva and M. G. L. Teixeira. Modelling the dynamic of dengue real epidemics. Phil. Trans. R. Soc. A (2010) 368: 5679-5693.

[16] E. Massad, F. A. B. Coutinho, M. N. Burattini and Amaku. Estimation of R0 from the initial phase of an outbreak of a vector-borne infection. Tropical Medicine and International Health, doi:10.111/j.1365-3156.2009.02413.x, Vol. 15 No. 1 (2010) pp 120-126.

[17] J. M. Hefferman, R. J. Smith and L. M. Wahl. 2005. Perspectives on the reproductive ratio. J. R. Soc. Interface (2005) 2. 281-293. Doi.10.1098/rsif.2005.0042.

T – 13

Teori dan Aplikasi Optimisasi Dalam Masalah Strategi Vaksinasi

Jonner N[1], Sudradjat[2], D. Chaerani[3], dan R. E. Siregar[4]
[1]Mahasiswa S3 Matematika Universitas Padjajaran Bandung Indonesia,
[2,3]Jurusan Matematika FMIPA Universitas Padjadjaran Bandung Indonesia
[4]Jurusan Fisika FMIPA Universitas Padjajaran Bandung Indonesia
[1]jonn_cesil@yahoo.co.id, [2]adjat03@yahoo.com, [3]d.chaerani@unpad.ac.id, [4]rustam_siregar@yahoo.com

Abstrak

Paper ini membahas teori dan aplikasi bidang matematika riset operasi dan optimisasi pada masalah strategi vaksinasi dari kajian literatur hasil penelitian Hethcote dan Waltman (1973), Tanner dkk. (2008), Zaman dkk. (2008) dan beberapa hasil penelitian lainnya. Fokus utama pembahasan paper ini adalah memberikan argumentasi untuk menjamin pentingnya pemodelan optimisasi dalam masalah matematika epidemiologi, dengan topik kajian yang spesifik dalam masalah penentuan strategi vaksinasi yang optimal. Untuk memberikan pemahaman yang lebih baik tentang penentuan strategi vaksinasi, pada akhir pembahasan paper ini, disajikan aplikasi teori riset operasi dan optimisasi matematika epidemiologi pada penyakit tuberkulosis dari hasil penelitian Revelle dkk. (1969).

Kata kunci: optimisasi, strategi vaksinasi, matematika epidemiologi.

1. Pendahuluan

Pengembangan teknik optimisasi pada masalah Pemrograman Non-linear (PNL) pertama diusulkan oleh Kuhn dan Tucker yang mengemukakan teorema syarat perlu dan cukup penyelesaian optimal. PNL dikembangkan secara mendalam oleh Rockafeller, Wolve dan Cottle.

Selanjutnya pengembangan teknik optimisasi cukup pesat dengan ditemukannya Metode Simpleks oleh Dantzig pada tahun 1947 yang digunakan untuk menyelesaikan masalah Pemrograman Linear. Sejalan dengan berkembang teknologi komputer, teori dan aplikasi optimisasi semula hanya dapat diselesaikan secara analitik, pada tahun 1960 teknik optimisasi semakin berkembang setelah masalah optimasi tanpa kendala dapat diselesaikan menggunakan program komputer (Dantzig, 2002). Masalah Pemrograman Linear dapat diaplikasikan pada kesehatan masyarakat (Moreira, 2003). Pentingnya optimisasi pada epidemiologi yaitu untuk menentukan solusi model optimisasi strategi penanggulangan epidemik.

Model epidemik tipe *SIR* telah dibahas dalam penelitian Kermack dan McKendrick (1927). Hethcote dan Waltman (1973) mengembangkan dari model tipe *SIR* (Kermack dan McKenderick, 1927) memformulasikan suatu model epidemik deterministik dengan adanya faktor vaksinasi atau pengontrolan suatu epidemik.

Sedangkan Becker dan Starczak (1997) mengkonstruksi model efektifitas pelaksanaan program vaksinasi untuk mengendalikan penyebaran suatu penyakit pada

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

komunitas rumah tangga-rumah tangga. Tanner dkk. (2008) mengembangkan model Becker dan Starczak (1997) pada rumah tangga- rumah tangga dengan parameter taktentu.

Aplikasi model optimisasi pada vaksinasi pada suatu penyakit telah dikaji oleh Matrajt dan Longini (2009), serta Patel dkk. (2005) mengkaji model vaksinasi untuk mengendalikan endemik influenza dengan persediaan vaksin yang terbatas. Selanjutnya Revelle dkk. (1969), memformulasikan model optimisasi untuk menanggulangi penyebaran penyakit tuberkulosis, dengan memberikan faktor vaksinasi, pengobatan dan pemberian obat sebelum terinfeksi (*prophylaxis*).

Masalah dalam paper ini adalah membahas pentingnya model optimisasi untuk mengembangkan teknik penyelesaian masalah epidemiologi khususnya masalah penentuan strategi vaksinasi. Sehingga tujuan paper ini adalah untuk menentukan solusi optimal dari model strategi vaksinasi untuk menanggulangi penyebaran suatu penyakit menular. Berdasarkan argumentasi tentang pentingnya pemodelan optimisasi pada penentuan strategi vaksinasi yang optimal dapat bermanfaat sebagai ide bahan kajian untuk penelitian berikutnya khususnya masalah optimisasi vaksinasi.

2. Teori Model Optimisasi

Untuk menyelesaikan solusi dari suatu model optimisasi memerlukan suatu teknik optimisasi. Berikut dijelaskan secara singkat teknik optimisasi: Pemrograman Linear, Pemrograman Non-linear, metode Lagrange, dan metode *steepest descent*.

Pemrograman Linear (Dantzig, 2002)

Masalah PL mulai berkembang setelah Dantzig pada tahun 1947 menemukan metode simpleks untuk menyelesaikan masalah PL (Dantzig, 2002). Perumusan masalah pada Pemrograman Linear ada tiga hal penting yang diperhatikan: (a) variabel keputusan, yaitu unsur-unsur dalam persoalan yang dapat dikendalikan oleh pengambil keputusan, (b) fungsi tujuan, yaitu penetapan tujuan untuk membantu mengambil keputusan, (c) fungsi kendala, yaitu batasan alternatif sumber daya yang tersedia. Formulasi model matematis dari suatu masalah (Hillier 1990), yaitu mengalokasikan sumber daya pada kegiatan-kegiatan, dengan memilih nilai-nilai $x_1, x_2, \ldots, x_n$ (variabel keputusan) sedemikian sehingga masalah PL di atas terdiri dari n variabel dengan m kendala dan dapat dituliskan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\text{maks } c^T x \qquad (1)$$

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

s.t $Ax \le b$ (2)

$x \ge 0$ (3)

dimana

$$c = \begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

Jika suatu masalah pemrograman yang tidak linear biasanya disebut Pemrograman Non-linear.

Pemrograman Non-linear

Metode Pemrograman Non-linear (PNL) digunakan untuk menentukan penyelesaian masalah optimisasi dengan fungsi objektif atau fungsi kendala yang nonlinear. Untuk menyelesaikan suatu masalah PNL dengan secara efisien diperlukan suatu algoritma penyelesaian sesuai dengan masalahnya. Salah satu algoritma yang memuat langkah-langkah sistematis dan efisien seperti pada masalah optimisasi tanpa kendala, yang memuat suatu iterasi, kemudian menggunakan pendekatan kuadratik atau sesuai untuk masalah awalnya (Hillier, 1990).

Secara umum PNL didefinisikan sebagai berikut (Bazzara, 1990)

min $f(x)$ (4)

s.t $g_i(x) \le 0,\ i = 1,2,3,\ldots,m$

$h_j(x) = 0,\ j = 1,2,\ldots,p$ (5)

dimana $x = (x_1, x_2,\ldots,x_n) \in R^n$ adalah variabel keputusan, f adalah fungsi tujuan, dan g_i dan h_j adalah fungsi kendala. Metode simpleks tidak efisien digunakan untuk menyelesaikan masalah PNL, sehingga untuk menyelesaikan masalah PNL diperlukan metode penyelesaian lain. Beberapa metode optimisasi sudah ditemukan untuk menyelesaikan masalah PNL antara lain Metode Lagrange dan Metode *Steepest Descent*.

Metode Lagrange

Metode Lagrange yang ditemukan oleh Joseph Louis Lagrange, memberikan suatu metode alternatif untuk menyelesaikan masalah PNL dengan adanya kendala (Luenberger, 1984). Salah satu metode dengan menggunakan persamaan Lagrange untuk menyelesaikan masalah PNL yaitu dengan Metode *Kuhn-Tucker* (Bazaraa, 1990). Karena adanya dua jenis bentuk fungsi kendala yang berbeda, maka masalah optimisasi

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

PNL tersebut menjadi sulit untuk diselesaikan. Penggunaan teori yang dibangun oleh H.W Kuhn dan A.W.Tucker dapat diselesaikan dengan menggunakan teorema berikut.

Teorema 1. *Kondisi perlu Kuhn-Tucker* (Bazzara, 1990)

Masalah optimisasi dengan fungsi kendala pertidaksamaan dan persamaan di atas, misalkan fungsi-fungsi $f(x)$, $g_i(x)$, $h_j(x)$ adalah fungsi kontinu dan terdiferensial. Misalkan juga $\hat{x}$ adalah titik feasible yang merupakan penyelesaian (4) *dan* (5) *secara lokal dan vektor gradien $\Delta g_i(\hat{x})$ untuk $i \in B = \{i : g_i(\hat{x}) = 0\}$ dan $\Delta h_j(\hat{x})$ saling bebas linear. Maka terdapat skalar λ_i, μ_j sedemikian sehingga*

$$\nabla f(\hat{x}) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \nabla g_i(\hat{x}) + \sum_{j=1}^{p} \mu_j \nabla h_j(\hat{x}) = 0 \qquad (6)$$

$$\lambda_i g_i(\hat{x}) = 0, \; i = 1, \cdots, m \qquad (7)$$

$$\lambda_i \geq 0, \; i = 1, \ldots, m \qquad (8)$$

dengan kendala

$$g_i(\hat{x}) \leq 0, \; i = 1, \cdots, m, \quad h_j(\hat{x}) = 0, \; j = 1, \cdots, p. \qquad (9)$$

Dari persamaan (4) dan (5) dapat didefinisikan persamaan Lagrange sebagai berikut:

$$L(x, \lambda, \mu) = f(x) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i g_i(x) + \sum_{j=1}^{p} \mu_j h_j(x) \qquad (10)$$

dimana $\lambda = (\lambda_1, \ldots, \lambda_m)$ dan $\mu = (\mu_1, \ldots, \mu_p)$.

Selanjutnya untuk menyelesaikan masalah optimisasi tanpa kendala dengan menggunakan metode *Steepest Descent* diungkapkan secara singkat sebagai berikut.

Metode *Steepest Descent*

Metode *steepest descent* digunakan dalam algoritma dengan metode *exact line search* untuk menentukan panjang langkah optimum pada setiap iterasi. Metode *steepest descent* terkait dengan gradient suatu fungsi yang menentukan kecepatan pencapaian solusi optimal. Pada metode ini digunakan negatif dari vektor gradien sebagai arah proses minimisasi seperti yang diperkenalkan oleh Cauchy pada tahun 1847 (Bazaraa, 1990), dalam metode ini mulai dengan sebuah titik awal percobaan x_1, kemudian secara iteratif mencari titik optimum berdasarkan aturan

$$x_{i+1} = x_i + \lambda_i^* d_i = x_i - \lambda_i^* \nabla f_i$$

dimana λ_i^* adalah panjang langkah optimal sepanjang arah pencarian $d_i = -\nabla f_i$.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Metode *Steepest descent* dikembangkan ke suatu jumlah langkah baru *metode steepest descent* oleh Ya-xiang Yuan (2006). Metode ini mencari jalur yang lebih cepat, dapat memperoleh solusi optimal hanya dalam 3 iterasi pada dimensi dua. Selanjutnya diungkapkan pentingnya optimisasi pada epidemiologi.

Pentingnya Optimisasi dalam Matematika Epidemik

Pentingnya masalah optimisasi secara teoritis yaitu untuk menentukan solusi optimal dari suatu fungsi tujuan yang dibatasi oleh kendala-kendala, sedangkan dalam masalah epidemiogi yaitu untuk mengoptimalkan penanggulangan penyebaran penyakit dan menghemat biaya penanggulangan penyebaran penyakit. Paper ini menyajikan secara singkat perkembangan teori optimisasi yang banyak digunakan dalam masalah matematika epidemiologi. Perkembangan teori optimisasi dapat dilihat seperti pada Tabel 1 berikut:

Tabel 1. Perkembangan Teori Optimisasi dalam Masalah Matematika Epidemiologi

Year	Author	Article Title	The Publisher
2010	Matrajt dan Longini	Optimizing Vaccine Allocation at Different Points in Time During an Epidemic	PLoS ONE, 5:11, 1-11.
2008	Tanner dkk.	Finding Optimal Vaccination Strategies under Parameter Uncertainty using Stochastic Programming	Mathematical Biosciences 215:144-151.
	Zaman dkk.	Stability analysis and optimal vaccination of an SIR epidemic model	BioSystems 93, 240–249.
2005	Patel dkk.	Strategi Vaksinasi Optimal pada Endemik Influenza dengan Menggunakan Algoritma Genetik	Theoretical Biology 234 (2005) 201–212.
2002	Goldmann dan Lightwood	Cost Optimization in the SIS Model of Infectious Disease with Treatment	Topics in Economic Analysis & Policy, 2(1), 1-22.
1997	Becker dan Starczak	Optimal Vaccination Strategies for a Community of Household	Mathematical Biosciences 139(2): 117-132.
1973	Hethcote dan Waltman	Optimal Vaccination Schedules in a Determinstic Epidemic Model	Mathematical Biosciences 18: 365-381.
1969	Revelle dkk.	An Optimization Model of Tuberculosis Epidemiology	Management Science. vol. 16, no. 4;B-1990-B.221.

Untuk mencegah terinfeksi dari suatu penyakit menular salah satunya dengan melakukan vaksinasi. Untuk mengoptimalkan suatu model vaksinasi diperlukan metode penyelesaian. Penyelesaian suatu model optimisasi menggunakan teknik optimisasi. Berikut diungkapkan perkembangan model, kajian dan teknik optimisasi pada epidemiologi khususnya pada masalah vaksinasi seperti pada Tabel 2.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Tabel 2. Perkembangan Model, Kajian dan Teknik Optimisasi pada Epidemiologi

Peneliti (Tahun)	Variabel Keputusan (VK) Fungsi Objektif, dan Fungsi Kendala	Kajian	Teknik Optimisasi
Matrajt dan Longini (2010)	FK : Kolompok umur min : Jumlah kematian atau rawat inap masing-masing kelompok s.t : Persediaan vaksin terbatas.	1. *The reproduction* vaksin 2. Menentukan stategi vaksinasi optimal 3. Menentukan distribusi vaksin yang optimal 4. Memprioritaskan vaksinasi pada kelompok umur yang lebih rentan terinfeksi H1N1 dan influenza.	1.*Line search optimization algorithm* 2. Analisis sensitifitas.
Tanner dkk. (2008)	FK: Proporsi keluarga-keluarga tipe *f* yang divaksinasi min : *Coverage* vaksin s.t : 1. Jumlah total proporsi keluarga-keluarga tipe *f* yang divaksinasi sama dengan satu 2. *The reproductive number* setelah vaksinasi ≤ 1.	1. Memformulasikan penentukan kebijakan biaya vaksinasi yaitu minimum peluang kendala yang harus memenuhi bahwa probabilitas ($R_* \leq 1) > \alpha$, dimana R_* adalah *the reproduction number* vaksinasi, dan α adalah suatu parameter. 2. Formulasi model optimisasi vaksinasi apabila persediaan vaksin terbatas tetapi peluang vaksinasi masih dapat mengontrol penyebaran penyakit. 3. Analisis biaya dengan α sebagai suatu variabel *instead* dari suatu parameter.	1. Pemrograman Stokastik 2. Program *mixed-integer* 3. Numerik.
Zaman dkk. (2008)	FK : *S, I, R* min: Jumlah kompartemen *S, I* s.t : Sistem dinamik tipe *SIR* dengan faktor vaksinasi, $S(0) \geq 0$, $I(0) \geq 0$, $R(0) \geq 0$.	1. Analisis kestabilan titik ekuilibrium 2. *The basic reproductin ratio* dan *the basic reproduction* vaksin 3. Teorema eksistensi kontrol optimum dan eksistensi variabel *adjoint* dengan kondisi *transversality.*	1.Kontrol optimum dengan Prinsip Maksimum Pontryagin 2.Numerik.
Patel dkk. (2005)	FK: n_i = Jumlah kelompok v_i = Jumlah yang divaksinasi masing-masing kelompok min : Jumlah masing-masing kelompok untuk divaksinasi s.t : Jumlah vaksin yang didistribusikan terbatas.	1.Model vaksinasi untuk mengendalikan endemik influenza dengan persediaan vaksin yang terbatas 2. Aplikasi AG dan RMHC dapat menentukan jumlah vaksin yang optimal dengan pendekatan suatu distribusi 3. Distribusi vaksin yang optimal, dengan jumlah dosis terbatas berada kisaran 10-90% dari populasi.	1.Simulasi stokastik, 2.Algoritma Genetika (AG), 3.Random *mutation hill climbing* (RMHC).
Goldmann dan Lightwood (2002)	VK: *S,I* min : Jumlah terinfeksi dan biaya s.t : Persamaan terinfeksi.	1.Model penyebaran epidemik tipe *SIS* dengan faktor pengobatan. 2. Solusi model epidemik tipe *SIS* secara analitik. 3. Merumuskan model optimisasi pengobatan suatu penyakit tipe *SIS* dengan kalkulus variasi.	1.Prinsip maksimum 2.Numerik.
Becker dan Starczak (1997)	FK: *S,V,I,R* min: Alokasi vaksinasi minimum s.t : *The reproduction* vaksinasi sama dengan satu.	1. *The reproduction number* untuk rumah tangga-rumah tangga yang terinfeksi dengan faktor vaksinasi dan tanpa vaksinasi. 2. Model strategi vaksinasi yang optimal untuk pencegahan epidemik pada rumah tangga-rumah tangga. 3. Perhitungan alokasi vaksinasi pada	Pemrograman Linear.

		rumah tangga-rumah tangga.	
Hethcote dan Waltman (1973)	VK: Kompartemen *S, V, I, R* min: Mencari tingkat vaksinasi suatu epidemik dengan biaya penanggulangan yang minimum s.t : 1.Jumlah maksimum I di setiap waktu . 2.Jumlah individu yang sedang dan pernah terinfeksi pada $[0,T]$ dinotasikan $R(T) + I(T)$.	1. Mengembangkan model epidemik tipe *SIR* dengan menambahkan faktor vaksiansi. 2. Merumuskan model deterministik dari epidemik sebagai persamaan diferensial yang bergantung terhadap waktu. 3. Model untuk menentukan tingkat vaksinasi dengan biaya yang minimum.	1.Pemrograman Dinamik 2. Metode Runge-Kutta orde empat.
Revelle dkk. (1969)	VK: Kompartemen S, V, E_1, E_2, E_3, E_4, I, R_1, R_2. min: Jumlah individu yang terinfeksi dan biaya s.t : Sistem dinamik tuberkulosis, $v_S \leq S_0$, dan $v_j \leq \Lambda_j$.	Model optimisasi penanggulangan penyakit yang dapat digunakan sebagai acuan informasi untuk mengefisienkan penanggulangan penyakit tuberkulosis.	1.Analitik 2.Pemrograman Linear.

Diskusi

Berdasarkan hasil-hasil penelitian pada Tabel 2, sebagian besar kajian model penelitian tentang optimisasi vaksinasi berbeda-beda, bergantung pada kompartemen pada populasi, parameter, host, faktor demografi dan penyebaran penyakit yang dikaji. Teknik penyelesaian masalah optimisasi juga bergantung dari karakteristik model yang dikaji. Penyelesaian model optimal kontrol dari sistem dinamik pada umumnya menggunakan Prinsip Maksimum Pontryagin. Model optimisasi dalam bidang Riset Operasi antara lain Pemrograman Linear, Pemrograman Nonlinear, Pemrograman Stokastik, dapat digunakan untuk melengkapi pengembangan teknik dalam penyelesaian sistem dinamik epidemiologi yaitu untuk menentukan solusi optimal dari model yang dikaji. Dari beberapa hasil penelitian pada Tabel 2 dapat diberikan argumentasi berikut.

Hasil penelitian Revelle dkk. (1969) yang mengkonstruksi model optimisasi penanggulangan penyakit tuberkulosis dengan menggunakan metode Pemrograman Linear, dalam penyelesaian model dinamik dengan mengasumsikan, diketahui jumlah rata-rata individu yang terinfeksi tiap-tiap periode waktu. Penyelesaian model tersebut masih mengandung variansi, oleh karena itu perlu dicari solusi pendekatan yang lebih eksak dari model dinamik tuberkulosis, sehingga dapat diperoleh model yang mempunyai validitas dan reliabilitas yang lebih tinggi.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Hasil penelitian Hethcote dan Waltman (1973) mengkonstruksi model epidemik deterministik untuk menentukan biaya vaksinasi optimal. Model penyebaran penyakit menular yang dikaji oleh Hethcote dan Waltman (1973) belum memperhatikan vektor dan faktor demografi. Sedangkan kenyataan di lapangan penyebaran penyakit selalu dipengaruhi oleh vektor dan faktor demografi, oleh karena itu agar model lebih realistis dengan keadaan di lapangan pada sistem dinamika model perlu ditambah vektor dan faktor demografi.

Kemudian dari hasil penelitian Tanner dkk. (2008) menentukan strategi vaksinasi optimal dengan parameter tak tentu dan menggunakan metode Pemrograman Stokastik. Karena sulitnya memperoleh keakuratan estimasi parameter pada model epidemik, sehingga untuk dapat memperoleh parameter yang lebih akurat perlu dikembangkan validasi model vaksinasi dengan simulasi.

Selanjutnya dari hasil penelitian Zaman dkk. (2008) menganalisis stabilitas dan vaksinasi optimal pada model epidemik tipe *SIR*. Penyelesaian model kontrol optimal dengan menggunakan Prinsip Maksimum Pontryagin. Model tersebut dapat diselesaikan dengan metode eksak dalam bentuk suatu deret eksponensial dalam waktu t, sehingga dapat dibandingkan hasil dari kedua teknik optimisasi tersebut yang mana lebih realistis dengan kenyataan di lapangan.

4. Model Optimisasi Epidemiologi Tuberkulosis

Aplikasi optimisasi matematika epidemiologi pada paper ini yaitu menentukan strategi penanggulangan penyakit tuberkulosis yang dikaji oleh Revelle (1969), yang dikembangkan dari model Kermack dan McKendrikck (1973). Strategi yang dimaksud dalam penelitian Revelle dkk. (1969) adalah menentukan alokasi jumlah individu yang seharusnya divaksinasi tiap tahun pada suatu populasi. Kebaruan yang ditemukan oleh Revelle dkk. (1969) adalah formulasi model optimisasi penanggulangan tuberkulosis dengan metode Pemrograman Linear, dimana sebelumnya model tersebut belum pernah dikaji oleh peneliti yang lain. Periode waktu dibagi dalam interval tiap tahun, persamaannya dinyatakan dengan laju masing-masing kompartemen terhadap waktu t dalam tahun, adapun persamaan dinamik epidemiologi tuberkulosis dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan berikut (Revelle, 1969).

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{\beta SI}{N_j} + \Lambda_j - \mu S - v_j - v_s \qquad (11)$$

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{\beta VI}{N_j} - \mu v + v_j + v_s \qquad (12)$$

$$\frac{dE_1}{dt} = \frac{\beta SI}{N_j} - m_A E_1 - \mu E_1 - g_j \qquad (13)$$

$$\frac{dE_2}{dt} = \frac{\beta VI}{N_j} - m_B E_2 - \mu E_2 - k_j \qquad (14)$$

$$\frac{dR_1}{dt} = \gamma I - m_C R_1 - \mu R_1 \qquad (15)$$

$$\frac{dE_3}{dt} = g_j - m_D E_3 - \mu E_3 \qquad (16)$$

$$\frac{dE_4}{dt} = k_j - m_E E_4 - \mu E_4 \qquad (17)$$

$$\frac{dR_2}{dt} = f_j I - m_F R_2 - \mu R_2 \qquad (18)$$

$$\frac{dI}{dt} = m_A E_1 + m_B E_2 + m_C R_1 + m_D E_3 + m_E E_4 + m_F R_2 - \gamma I - \alpha I - R_{1j}\,. \qquad (19)$$

Perubahan jumlah populasi terhadap waktu t adalah

$$\frac{dN}{dt} = \Lambda - \mu(N - I) - \alpha I\,, \qquad (20)$$

Keterangan:

Notasi	Deskripsi
E_1	Kompartemen *exposed* tanpa vaksinasi
E_2	Kompartemen *exposed* dengan faktor vaksinasi
E_3	Kompartemen *exposed* tanpa faktor vaksinasi dengan *prophylaxis*
E_4	Kompartemen *exposed* dengan vaksinasi dan tanpa *prophylaxis*
R_1	Kompartemen *recovery* tanpa pengobatan
R_2	Kompartemen *recovery* dengan perlakuan kemoterapi
f_j	Jumlah individu R_2 dengan faktor kemoterapi selama interval j; f_j dari R_2 ke I sebagai variabel kontrol
g_j	Jumlah individu E_1 dengan faktor *prophylaxis* selama interval j; g_j dari E_1 ke E_3 sebagai variabel kontrol
m_A	Laju perpindahan dari E_1 ke I
m_B	Laju perpindahan dari E_2 ke I
m_C	Laju perpindahan dari R_1 ke I
m_D	Laju perpindahan dari E_3 ke I
m_F	Laju perpindahan dari R_2 ke I
m_G	Laju perpindahan dari E_4 ke I
α	Laju meninggal individu kompartemen terinfeksi
v_j	Jumlah individu yang baru lahir yang divaksinasi pada interval ke j sebagai variabel kontrol
v_s	Jumlah individu V yang divaksinasi secara massal pada awal tahun pertama, sebagai variabel kontrol

Model Optimisasi dari Model Revelle (1969)

Jumlah individu yang divaksinasi secara massal pada tahun pertama adalah v_s dengan c_m adalah biaya vaksinasi perindividu dalam satu kali vaksinasi, sehingga biaya total vaksinasi massal adalah $c_m.v_s$. Variabel v_s, nol untuk setiap tahunnya kecuali pada tahun pertama. Jumlah vaksinasi pada tahun ke j adalah v_j dengan biaya vaksinasi perindividu satu kali vaksinasi adalah c_v, sehingga besarnya biaya vaksinasi pada tahun ke j adalah $c_v.v_j$.

Sedangkan jumlah individu dengan perlakuan *prophylaxis* pada tahun ke j adalah g_j dengan biaya *prophylaxis* perindividu satu kali *prophylaxis* adalah c_g, sehingga besarnya biaya *prophylaxis* pada tahun ke j adalah $c_g.g_j$.

Banyaknya yang dirawat pada tahun ke j adalah f_j, dengan biaya perawatan per individu yang terinfeksi sebesar c_f, maka jumlah biaya perawatan pada tahun ke j adalah $c_f.f_j$. Total biaya selama n tahun adalah

$$c_m.v_s + c_v \sum_{j=1}^{n} v_j + c_g \sum_{j=1}^{n} g_j + c_k \sum_{j=1}^{n} k_j + c_f \sum_{j=1}^{n} f_j. \qquad (21)$$

Masalah optimisasi vaksinasi pada penyakit TB, yaitu dengan meminimumkan persamaan (21) untuk tiap-tiap tahun, yaitu (Revelle dkk., 1969):

$$\min c_m.v_s + c_v \sum_{j=1}^{n} v_j + c_g \sum_{j=1}^{n} g_j + c_k \sum_{j=1}^{n} k_j + c_f \sum_{j=1}^{n} f_j. \qquad (22)$$

s.t $A_j z_j = w_j$, $j = 1, 2, \ldots, n$, $z_j \geq 0$

$v_j \leq \Lambda_j$, dimana Λ_j = kelahiran ke j, $j = 1, 2, \ldots, n$ $\qquad v_s \leq S_0$,

dimana A_j = koefisien matriks sisi kiri, tahun ke j dari penyelesaian persamaan (11) – (19), dan w_j = sisi kanan tahun ke j dari penyelesaian persamaan (11) – (19).

Pada perhitungan numerik dalam paper ini, untuk menanggulangi penyakit tuberkulosis hanya dengan memperhatikan faktor vaksinasi. Berdasarkan persamaan (11) – (19) dengan nilai awal dan nilai parameter sebagai berikut: N_0 = 1.000.000, S_0 = 200.000, V_0 = 200.000, E_{10} = 200.000, E_{20} = 200.000, E_{30} = 30.000, E_{40} = 30.000, R_{10} = 50.000, R_{20} = 68.000. Sedangkan nilai-nilai parameter-parameter β = 1,78, m_{E1} = 0,0076, m_{E2} = 0,00228, m_{E3} = 0,017, m_{E3} = 0,003648, m_{E4} = 0,001, m_F = 0,01, λ = 0,014, λ_{TB} = 0,07, μ = 0,037, v_s = 50.000, g_j = 10.000, k_j = 10.000, f_j = 5.000, dan diasumsikan γ = 0,04 (Revelle, 1969). Biaya vaksinasi massal vaksinasi BCG perindividu dan biaya vaksinasi perperiode masing-masing adalah biaya vaksinasi BCG: Rp. 40.000,00 (Rumah Sakit Ibu

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

dan Anak Hermina Bandung, 2011) dengan v_j = 50000 orang dan v_j = 100000 orang, sehingga jumlah yang divaksinasi, jumlah yang terinfeksi, dan biaya vaksinasi, dapat dilihat seperti pada Tabel 3 berikut.

Tabel 3. Jumlah Individu yang Divaksinasi, Terinfeksi dan Biaya Vaksinasi

	v_j = 50000			v_j = 100000		
Tahun ke	Vaksinasi	Terin-feksi	Biaya dalam jutaan (Rp)	Vaksinasi	Terin-feksi	Biaya dalam jutaan (Rp)
0	200000	22000	22833,56	200000	22000	22881,08
1	38847	19498		39014	19496	
2	37990	17249		38153	17245	
3	37363	15218		37512	15211	
4	36925	13374		37062	13362	
5	36643	11689		36766	11671	
6	36490	10138		36602	10116	
7	36452	8701		36553	8674	
8	36517	7359		36606	7327	
9	36679	6095		36757	6059	
10	36933	4894		37002	4854	

Berdasarkan Tabel 3 di atas, dapat dilihat bahwa semakin meningkat jumlah yang divaksinasi mengakibatkan semakin besar biaya vaksinasi yang dibutuhkan, tetapi semakin menurunkan jumlah individu yang terinfeksi. Jika tujuan pengambil kebijakan untuk meminimumkan biaya maka perlu memvaksinasi v_j = 50000 orang tiap periodenya, sedangkan jika tujuan pengambil kebijakan untuk meminimumkan yang terinfeksi maka perlu memvaksinasi v_j = 100000 orang pada setiap periodenya.

5. Kesimpulan dan Saran

Kesimpulan

Pentingnya pemodelan optimisasi pada bidang epidemiologi khususnya penentuan strategi vaksinasi adalah membuat metode penyelesaian yang baru untuk menentukan solusi optimal dari masalah epidemiologi dengan tujuan meminimumkan penyebaran penyakit menular dan meminimumkan biaya penanggulangan penyebaran penyakit menular.

Saran

Berdasarkan kajian penelitian pada Tabel 3 belum ada peneliti mengkaji masalah penentuan umur seseorang optimal untuk divaksinasi dengan satu jenis vaksin. Oleh karena itu perlu pengkajian model optimisasi strategi vaksinasi dengan memperhatikan faktor umur.

Daftar Pustaka

[1] Bazaraa, M. S., and Shetty, C. M., 1990. *Nonlinear Programming*, John Wiley & Sons.

[2] Becker, N. G. dan Starczak, D. N., 1997. *Optimal Vaccination Strategies for a Community of Household*, Mathematical Biosciences 139(2): 117-132.

[3] Dantzig, G. B., 2002. *Linear Programming*, Operations Research INFORMS 50 (1), 42–47.

[4] Goldmann, S. M. And Lightwood, J. 2002. *Cost Optimization in the SIS Model of Infectious Disease with Treatment*, Topics in Economic Analysis & Policy, 2(1), 1-22.

[5] Hethcote, H. W., Waltman, P., 1973. *Optimal Vaccination Schedules in a Determinstic Epidemic Model*, Mathematical Biosciences 18: 365-381.

[6] Hillier, F.S. and Lieberman, G. J., 1990. *Pengantar Riset Operasi*, jilid 1, Erlangga, 1990.

[7] Kermack, W. O. and McKendrick, A. G., 1927. A *Contribution to the Mathematical Theory of Epidemics*, Royal Society, 115: 700-721

[8] Luenberger, D. G., 1984. *Linear and Nonlinear Programmimg*, Addison Wesley Publishing Company, California.

[9] Matrajt, L. and Longini Jr, I.M, 2010. *Optimizing Vaccine Allocation at Different Points in Time During an Epidemic*, PLoS ONE, 5:11, 1-11.

[10] Moreira, F.R., 2003. *Linear Programming Applied to Healthcare Problems*, Einstein 1:105-109.

[11] Patel, R. dkk., 2005. *Strategi Vaksinasi Optimal pada Endemik Influenza dengan Menggunakan Algoritma Genetik*, Theoretical Biology 234, 201–212.

[12] Revelle, S. Feldmann, F., and Lynn, W. 1969. *An Optimization Model of Tuberculosis Epidemiology*, Management Science. vol. 16, no. 4;B-1990-B.221.

[13] Tanner, M. W., Satenspiel, L., Ntaimo, L. 2008. *Finding Optimal Vaccination Strategies under Parameter Uncertainty using Stochastic Programming*, Mathematical Biosciences 215:144-151.

[14] Ya-xiang Yuan, 2006. *A New Stepsize for the Steepest Descent Method*, Journal of Computational Mathematics, Vol.24, No.2, 149-156.

[15] Zaman, G., Kang, Y.H. and Jung, I.H., 2008. *Stability analysis and optimal vaccination of an SIR epidemic model*, BioSystems 93, 240–249.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

T – 14

Analisis Perbandingan Metode Peramalan Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) Dengan Metode Ols-Arch/Garch Dan Arima

Jordan Grestandhi [1)] Bambang Susanto dan Tundjung Mahatma [2)]
[1)]Mahasiswa program Studi Matematika FSM UKSW
Jl. Diponegoro 52-60 Salatiga 50711 email : st.andrea_gresta@yahoo.com
[2)] Dosen program Studi Matematika FSM UKSW
Jl. Diponegoro 52-60 Salatiga 50711

Abstrak

Pada dasarnya ada dua macam metode peramalan IHSG yaitu metode pendekatan kausalitas dan metode pendekatan pola. Metode kausalitas memprediksi pergerakan indeks harga saham melalui variabel-variabel yang mempengaruhinya. Sementara metode pendekatan pola memprediksi pergerakan indeks harga saham melalui pola pergerakan itu sendiri seperti metode ARIMA dan Exponensial Smoothing. Kajian utama dalam makalah ini adalah membandingkan peramalan pergerakan IHSG dengan metode OLS-ARCH/GARCH –yang adalah salah satu metode kausalitas– dengan metode pendekatan pola ARIMA. Analisis dilakukan pada data IHSG mulai tanggal 4 Januari 2010 hingga 13 September 2011. Dari hasil penelitian disimpulkan bahwa model GARCH (1,1) dan ARIMA (0,2,1) adalah model yang sesuai untuk data tersebut. Setelah dilakukan pembandingan keakuratan prediksinya, model ARIMA (0,2,1) dapat meramalan pergerakan IHSG dengan lebih baik.

Kata kunci: Peramalan, IHSG, OLS-ARCH/GARCH, ARIMA

1. Pendahuluan

Pergerakan indeks harga saham di suatu negara dapat dijadikan sebagai salah satu tolak ukur untuk melihat kondisi perekonomian negara tersebut. Indeks harga saham suatu negara yang mengalami penurunan bisanya disebabkan oleh kondisi perekonomian negara tersebut yang sedang mengalami permasalahan. Sebaliknya indeks harga saham yang mengalami peningkatan mengindikasikan adanya perbaikan kinerja perekonomian di negara tersebut.

Menurut Murwaningsari (2008) ada dasarnya ada dua macam metode peramalan IHSG yaitu metode pendekatan kausalitas dan metode pendekatan pola. Metode pendekatan kausalitas adalah metode yang digunakan mencoba melihat pergerakan indeks harga saham dengan melihat variabel-variabel lain yang mempengaruhinya. Sementara pendekatan pola memprediksi pergerakan indeks harga saham melalui pola pergerakan itu sendiri.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Dengan menyadari bahwa pergerakan indeks harga saham cenderung dipengaruhi oleh banyak faktor baik fundamental maupun non fundamental, maka fokus dari penelitian ini adalah mencoba memprediksi pergerakan Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) dengan dua pendekatan yaitu pendekatan kausalitas (dalam hal ini metode OLS-ARCH/GARCH) dan pendekatan pola (metode ARIMA). Selain itu yang menjadi kajian utama adalah pemilihan model OLS-ARCH/GARCH yang tepat dan apakah nilai prediksi IHSG model OLS-ARCH/GARCH mencerminkan nilai aktualnya, dibandingkan model ARIMA. Meskipun belum ada metode yang dijamin ketepatannya dalam memprediksi IHSG, hasil ini diharapkan dapat memperkaya upaya-upaya yang dilakukan untuk memprediksi IHSG agar dapat bermanfaat bagi para investor dalam menempatkan investasi portofolionya

2. Metodologi Penelitian

2.1. Definisi variabel

IHSG merupakan variabel dependen dan variabel independen adalah DJIA, NIKKEI, SHANGHAI, dan nilai tukar rupiah terhadap dolar.

2.2. Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang dapat diunduh di www.yahoo.finance.com. Data diambil mulai tanggal 4 Januari 2010 hingga 13 September 2011, begitu pula dalam periode yang sama untuk data DJIA, NIKKEI, SHANGHAI, dan nilai tukar rupiah terhadap dolar.

2.3. Metodologi Analisis Data

2.3.1 Regresi *Ordinary Least Square* (OLS)

Nachrowi dan Usman (2006) menjelaskan bahwa pada intinya pasar modal yang kuat mempengaruhi pasar modal yang lemah. Dengan demikian pasar modal di Amerika Serikat yang diwakili oleh Dow Jones Industrial Average (DJIA), indeks pasar modal di jepang yaitu NIKKEI dan pasar modal di China yaitu SHANGHAI mempresentasikan pasar-pasar modal yang kuat dapat mempengaruhi pergerakan indeks harga saham di Indonesia yang diwakili oleh IHSG. Selain itu menurut Bayu (2006), pergerakan IHSG juga dipengaruhi oleh pergerakan nilai tukar upiah terhadap dolar Amerika. Ini berarti bahwa IHSG dapat dijelaskan melalui DJIA, NIKKEI, SHANGHAI, dan nilai tukar rupiah. Selanjutnya, untuk melihat pengaruh indeks-indeks saham DJIA, NIKKEI, SHANGHAI, dan nilai tukar rupiah (dinotasikan KURS) terhadap IHSG akan digunakan metode OLS. OLS dipilih karena arah kausalitasnya sifatnya hanya satu arah yaitu dari empat variabel yang terpilih terhadap IHSG. Sedangkan arah kebalikannya diasumsikan tidak terjadi. Sedangkan model linier dipilih dengan alasan mudah dan sederhana. Maka hubungan kausalitasnya dapat dimodelkan sebagai berikut (Abdul Aziz):

$$IHSG = \beta_0 + \beta_1 DJIA + \beta_2 NIKKEI + \beta_3 SHANGHAI + \beta_4 KURS + e_t \quad (1)$$

Dengan e_t yang dapat mempresentasikan variabel lain (error) yang mempengaruhi IHSG. Sedangkan β_i menyatakan parameter dari model yang besaranya akan diestimasi. Untuk menduga besaran nilai β_i digunakan teknik *Ordinary Least Square* (OLS). Teorema Gauss Markov mengatakan OLS akan mendapatkan estimator yang baik yang dikenal dengan sebutan BLUE (*Best Linier Unbiased Estimator*) bila model regresi tersebut memenuhi uji klasik. Beberapa diantaranya asumsi normalitas, non-multikolinearitas, non-autokorelasi dan homoskedastisitas. Jika asumsi-asumsi tersebut dipenuhi, estimator yang diperoleh memenuhi sifat BLUE (*Best Linier Unbiased Estimator*) dengan uji pelangaran 5 %. Tetapi, jika varian dari residual bersifat heterokedatisitas, maka estimator yang diperoleh tidak bersifat BLUE lagi maka perlu dicari metode lain yang lebih baik, maka model ARCH/GARCH dipilih pada penelitian ini.

2.3.2. Model ARCH *(Autoregressive Conditional Heteroscedastic)* / (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic*) GARCH

Menurut Ishomuddin (2010) pada umumnya, pemodelan data runtut waktu dilakukan dengan asumsi homoskedastisitas artinya ragam sisaan (residual) e_t selalu konstan tidak tergantung t. Pada kenyataannya, banyak data runtut waktu yang mempunyai ragam sisaan yang tidak konstan (heteroskedastisitas), khususnya untuk data runtut waktu di bidang keuangan. Model analisis runtut waktu yang memperbolehkan adanya heteroskedastisitas adalah model ARCH yang diperkenalkan pertama kali oleh Engle (1982). Model ARCH dipakai untuk memodelkan ragam sisaan yang tergantung pada kuadrat sisaan pada periode sebelumnya secara autoregresi (regresi diri sendiri), atau dengan kata lain model ini digunakan untuk memodelkan ragam bersyarat. Seringkali pada saat sedang menentukan model ARCH, dibutuhkan nilai yang besar agar didapatkan model yang tepat untuk data runtut waktu. Oleh karena itu, Bollerslev (1986)

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

mengembangkan model ARCH ke dalam model GARCH untuk menghindari nilai ARCH yang besar.

Persamaan varian residual dalam model GARCH (*p*,*q*) dapat ditulis sebagai berikut

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p e_{t-p}^2 + \lambda_1 \sigma_{t-1}^2 + \dots + \lambda_q \sigma_{t-q}^2 \qquad (2)$$

Jadi persamaan model GARCH (*p*,*q*)secara umum adalah

$$IHSG = \beta_0 + \beta_1 DJIA + \beta_2 NIKKEI + \beta_3 SHANGHAI + \beta_4 KURS + e_t \qquad (3)$$

Dengan persamaan varian residualnya adalah

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p e_{t-p}^2 + \lambda_1 \sigma_{t-1}^2 + \dots + \lambda_q \sigma_{t-q}^2$$

2.3.3. Model ARIMA

Data runtut waktu non stasioner Y_t dikatakan memenuhi model ARIMA(*p*,*d*,*q*) jika *differencing* tingkat ($\nabla^d Y_t$) merupakan proses stasioner ARMA (*p*,*q*) dengan nilai runtut waktu stasioner setelah dilakukan *differencing* tingkat *d* ($\nabla^d Y_t$) (Cryer, 2008).

Jadi :

$$W_t = \phi_1 W_{t-1} + \phi_2 W_{t-2} + \dots\dots + \phi_p W_{t-p} + e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \dots\dots - \theta_q e_{t-q}$$

dengan $W_t = \nabla^d Y_t$ adalah hasil pembedaan tingkat *d* dari Y_t

Penentuan nilai *p* dan *q* dapat dibantu dengan mengamati pola fungsi *autocorrelation* dan *partial autocorrelation* dari runtut waktu yang dipelajari, dengan acuan seperti yang tertera pada **Tabel 1**. di bawah ini.

Tabel 1. Pola Autocorrelation (ACF) dan Partial Autocorrelation (PACF) (Sadeq,2008)

ACF	PACF	Model ARIMA
Menuju nol setelah lag *q*	Menurun secara bertahap/bergelombang	MA(*q*) / IMA(*d*,*q*)
Menurun secara bertahap/bergelombang	Menuju nol setelah lag *p*	AR(*p*) / ARI(*p*,*d*)
Menurun secara bertahap/bergelombang sampai lag *q* masih berbeda dari 0	Menurun secara bertahap/bergelombang sampai lag *p* masih berbeda dari 0	ARMA(*p*,*q*) / ARIMA(*p*,*d*,*q*)

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

3. Hasil dan Pembahasan

3.1. Analisis Regresi OLS

Dengan menggunakan data dari tanggal 4 Januari 2010 sampai dengan 13 September 2011, dengan menggunakan bantuan program R untuk mengestimasi model didapatkan

```
Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-328.98 -133.90  -56.91  109.16  532.48

Coefficients:
              Estimate Std.   Error         t value    Pr(>|t|)
(Intercept) 8106.50779    916.26869    8.847    < 2e-16  ***
nikkei          -0.17967       0.02511   -7.155  4.78e-12 ***
shanghai        -0.13147       0.06436   -2.043     0.0418  *
djia             0.30497       0.02597  11.744    < 2e-16 ***
kurs            -0.67390       0.09259   -7.278  2.17e-12 ***
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 189.1 on 357 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.8446,     Adjusted R-squared: 0.8429
F-statistic: 485.1 on 4 and 357 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Dari data diatas didapat persamaan regresi linier berganda

$$IHSG = 8106.50779 + 0.30497 DJIA - 0.17967\ NIKKEI - 0.13147\ SHANGHA - 0.6739\ KURS \tag{5}$$

Sebelum model ini digunakan untuk melakukan peramalan terlebih dahulu dilakukan beberapa pengujian terhadap beberapa asumsi yang harus dipenuhi untuk mendapatkan model yang baik serta dapat digunakan untuk presiksi. Pengujian tersebut meliputi Uji Klasik yaitu Uji Normalitas, Uji autokorelasi, Uji multikolinearitas dan Uji Homokedatisitas.

3.2. Uji Klasik

3.2.1. Uji Normalitas

Uji normalitas digunakan untuk mengetahui apakah residual dari hasil regresi terdistribusi normal. Pengujian menggunakan Jarque-Bera test dengan Hipotesa sebagai berikut:

Ho : Residuals berdistribusi normal

Ha : Residuals tidak berdistribust normal

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Jika probabilitas R-squred lebih kecil dari 0,05 berarti Ho ditolak, maka residuals tidak berdistribust normal

```
      Jarque Bera Test

data:  ihsg - fitted(model)
X-squared = 52.1866, df = 2, p-value = 4.654e-12
```

Dari data diatas diketahui bahwa p-value = 4.654e-12 lebih kecil dari 0.05 maka dapat disimpulkan bahwa data tidak normal.

3.2.2. Uji Autokolerasi

Uji autokorelasi bertujuan untuk menguji apakah dalam suatu model regresi linier ada korelasi antara kesalahan pengganggu pada periode t dengan kesalahan pada periode t-1 (sebelumya). hal ini sering ditemukan pada jenis data runtut waktu. Untuk mengetahui ada atau tidaknya gejala autokolerasi dapat digunakan uji Breusch-Godfrey (BG) dengan hipotesa:

Ho : Tidak ada autokorelasi

Ha : Ada autokorelasi

Jika probabilitas R-squred lebih kecil dari 0,05 berarti Ho ditolak, maka Ada autokorelasi

```
Breusch-Godfrey test for serial correlation

data:  ihsg ~ .
LM test = 324.9546, df = 1, p-value < 2.2e-16
```

Dari data diatas diketahui bahwa p-value = 2.2e-16 lebih kecil dari 0.05 maka dapat disimpulkan bahwa ada autokorelasi

3.2.3. Uji heterokedatisitas

Heterokedatisitas berarti bahwa variansi residual tidak sama untuk semua pengamatan. Heterokedatisitas juga bertentangan dengan salah satu asumsi dasar regresi OLS yaitu homokedatisitas. Untuk mengetahui ada atau tidaknya heterokedatisitas dapat digunakan uji Breusch-Pagan (BP) dengan hipotesa:

Ho : Homokedatisitas

Ha : Heterokedatisitas

Jika probabilitas R-squred lebih kecil dari 0,05 berarti Ho ditolak, maka varian residual bersifat heterokedatisitas.

```
      studentized Breusch-Pagan test
```

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

```
data:  ihsg ~ .
BP = 25.0169, df = 4, p-value = 4.992e-05
```

Dari data diatas diketahui bahwa p-value = 4.992e-05 lebih kecil dari 0.05 maka dapat disimpulkan bahwa varian residual bersifat heterokedatisitas.

3.2.4. Uji Multikolinearitas

Uji multikolinearitas bertujuan untuk menguji apakah dalam model regresi ditemukan adanya korelasi antar variabel bebas (independen). Model regresi yang baik seharusnya tidak tejadi korelasi antar variabel independen. Untuk menguji adanya multikolinearitas adalah dengan melalukan langkah langkah sbb

a. Lakukan regresi untuk

$$IHSG = \beta_0 + \beta_1 DJIA + \beta_2 NIKKEI + \beta_3 SHANGHAI + \beta_4 KURS \quad (a)$$

b. Kemudian lakukan etimasi lagi dengan persamaan

$$DJIA = \beta_0 + + \beta_1 NIKKEI + \beta_2 SHANGHAI + \beta_3 KURS \quad (b)$$

$$NIKKEI = \beta_0 + \beta_1 DJIA + \beta_2 SHANGHAI + \beta_3 KURS \quad (c)$$

$$SHANGHAI = \beta_0 + \beta_1 DJIA + \beta_2 NIKKEI + \beta_3 KURS \quad (d)$$

$$KURS = \beta_0 + \beta_1 DJIA + \beta_2 NIKKEI + \beta_3 SHANGHAI \quad (e)$$

Untuk persamaan (a) didapat R^2 sebesar 0.8446 selanjutnya disebut R1.
Untuk persamaan (b) didapat R^2 sebesar 0.7926 selanjutnya disebut R2.
Untuk persamaan (c) didapat R^2 sebesar 0.5847 selanjutnya disebut R3.
Untuk persamaan (d) didapat R^2 sebesar 0.4301 selanjutnya disebut R4.
Untuk persamaan (e) didapat R^2 sebesar 0.8228 selanjutnya disebut R5.

Ketentuan :

Jika R1 > R2, R3, R4, R5 maka tidak ditemukan adanya multi kolinearitas.

Jika R1 < R2, R3, R4, R5 maka ditemukan adanya multi kolinearitas.

Dari data diatas diketahui bahwa R1 > R2, R3, R4, R5 maka tidak ditemukan adanya multi kolinearitas

3.3. Penentuan model

Setelah dilakukan beberapa uji klasik, ada beberapa asumsi yang dilanggar yaitu data tidak berdistribusi normal, adanya autokorelasi dan varian residual bersifat heterokedatisitas, maka estimator tidak lagi bersifat BLUE. Dengan demikian model (5) tidak layak untuk dipakai melakukan peramalan. Dengan adanya heterokedatisitas maka model yang dapat dicoba adalah model ARCH/GARCH

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

3.4. Model ARCH/GARCH

Dengan menggunakan tenik coba-coba dan dengan pertimbangan signifikasi, nilai R^2 , dan nilai AIC maka dengan didapat model GARCH (1,1) model yang “cocok”. Data olahan sebagai berikut:

Dependent Variable: IHSG				
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution				
Date: 11/15/11 Time: 21:28				
Sample: 1 362				
Included observations: 362				
Convergence achieved after 85 iterations				
Variance backcast: ON				
GARCH = C(6) + C(7)*RESID(-1)^2 + C(8)*GARCH(-1)				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	10582.37	343.5166	30.80598	0.0000
NIKKEI	-0.098104	0.008089	-12.12733	0.0000
DJIA	0.244559	0.008673	28.19886	0.0000
SHANGHAI	-0.235645	0.021388	-11.01746	0.0000
KURS	-0.942750	0.034481	-27.34126	0.0000
	Variance Equation			
C	657.1460	200.0810	3.284399	0.0010
RESID(-1)^2	0.653031	0.170323	3.834070	0.0001
GARCH(-1)	0.338036	0.114555	2.950858	0.0032
R-squared	0.796886	Mean dependent var		3341.303
Adjusted R-squared	0.792870	S.D. dependent var		476.9517
S.E. of regression	217.0682	Akaike info criterion		12.17313
Sum squared resid	16679979	Schwarz criterion		12.25914
Log likelihood	-2195.337	F-statistic		198.4093
Durbin-Watson stat	0.065151	Prob(F-statistic)		0.000000

Dari data diatas maka dapat ditulis kepersamaan umum GARCH (1,1) adalah

$$IHSG = 10582.37 + 0.244559\,DJI - 0.098104\,NIKKEI - 0.235645\,SHANGHAI - 0.942750\,KURS$$

Dengan persamaan varian residualnya adalah

$$\sigma_t^2 = 657.1460 + 0.653031\,\varepsilon_{t-1}^2 + 0.338036\,\sigma_{t-1}^2 \qquad (6)$$

Dapat kita dilihat bahwa semua variabel independen signifikan secara statistik atau dengan kata lain Indeks DJIA, Indeks NIKKEI, Indeks SHANGHAI dan Kurs Dolar

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

mempunyai pengaruh yang signifikan terhadap IHSG. Disamping itu, persamaan yang menggambarkan pergerakan varians dari residuals model juga menunjukan bahwa koefisien signifikan. ini mengindifikasikan bahwa model GARCH (1,1) memang tepat. Sebelum model tersebut digunakan untuk memprediksi nilai IHSG, masih perlu cek apakah masih ada *arch effect* atau tidak.

ARCH Test:			
F-statistic	0.679014	Prob. F(1,359)	0.410474
Obs*R-squared	0.681508	Prob. Chi-Square(1)	0.409068

Dari data diatas didapat bahwa nilai Prob.F lebih dari 0.05 maka dapat disimpulkan bahwa model GARCH (1,1) sudah terbebas dari *arch effect* dan layak digunakan untuk memprediksi pergerakan IHSG.

3.5. Memprediksi IHSG dengan menggunakan model GARCH

Persamaan model yang digunakan adalah

$$IHSG_t = 10582.87 + 0.244559\ DJI_t - 0.098104\ NIKKEI_t - 0.285645\ SHANGHAI_t - 0.942750\ KURS_t \quad (7)$$

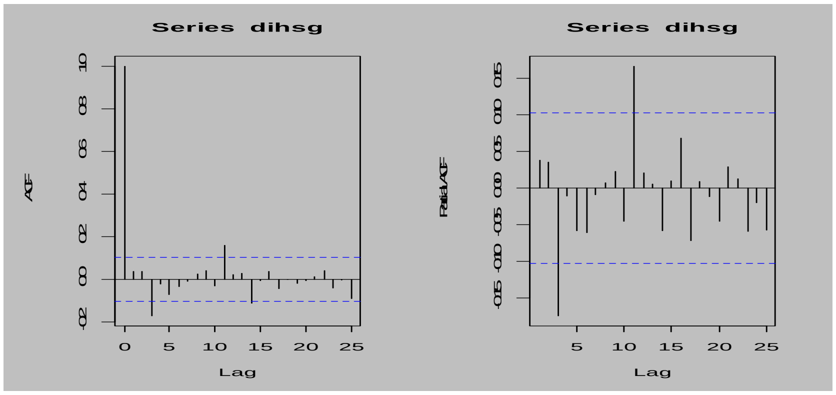
Dari persamaan diatas dapat diprediksi nilai IHSG satu hari kedepan dinyatakan sebagai berikut

$$IHSG_{t+1} = 10282.3 + 0.244559\ DJI_{t+1} - 0.098104\ NIKKEI_{t+1} - 0.285645\ SHANGHAI_{t+1} - 0.942750\ KURS_{t+1} \quad (7)$$

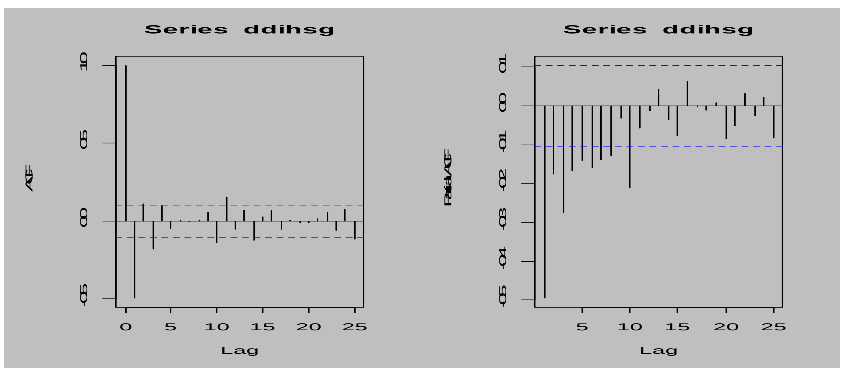
Setelah dihitung menggunakan model GARCH (1,1) untuk memprediksi IHSG tanggal 14 September 2011 adalah sebesar 3643.115 namun aktualnya adalah 3799.04. Dengan demikian kesalahan peramalan sebesar 4,1%.

3.6. Model ARIMA

Dari data IHSG dari tanggal 4 Januari 2010 hingga 13 September 2011diketahui tidak stasioner. Hal ini didukung dengan *mean* 3341,303 dan variansi 227482,9. Setelah dilakukan *differencing* 1 kali, didapat mean 3.599363 dan variansi 1904.29. Dengan demikian data sudah stasioner. Maka langkah selanjutnya dilakukan penentuan nilai berdasarkan grafik acf dan pacf.



Penentuan nilai tidak layak dilakukan dikarenakan grafik pacf pada lag 1 sudah tidak signifikan maka dilakukan deffencing ke-2. Dari hasil didapat mean -0.4266389 dan variansi 3617.624. dengan mean yang mendekati nol (0) maka data setelah dilakukan *differencing* 2 kali masih stasioner. Berikut adalah grafik acf dan pacf.



Dari data didapat model ARIMA adalah (0,2,1). Dengan menggunakan bantuan program R 2.13.1 maka didapat model arima adalah.

$$W_t = e_t - (-1{,}0000)e_{t-1} = e_t + e_{t-1} \tag{7}$$

Sebelum dilakukan peramalan dilakukan uji residual dengan menggunakan test Kolmogorov – Smirnov.

```
Two-sample Kolmogorov-Smirnov test

data:  r2 and mean(r2)
D = 0.5359, p-value = 0.9311
alternative hypothesis: two-sided
```

Dari data diatas diketahui p-value 0.9311 > 0.05 maka residual bersifat normal maka ARIMA (0,2,1) layak digunakan untuk peramalan.

3.7. Peramalan IHSG menggunakan ARIMA

Dengan bantuan program R, peramalan IHSG untuk 1 hari kedepan adalah 3878.379 sedangkan nilai aktualnya 3799.04 sehingga kesalahan dalam peramalan sebesar 2.08%

4. Kesimpulan

Hasil studi menunjukan bahwa model ARIMA (0,2,1) mempunyai kesalahan yang lebih sedikit dibandingkan dengan model GARCH (1,1). Terlihat bahwa metode ARIMA memberikan hasil selisih nilai terkecil antara aktual sebesar 79.33 atau sebesar 2%, sedangkan metode GARCH 155.92 atau sebesar 4.1%. Hal ini disebabkan dalam metode GARCH, sulit ditentukan variabel dominan yang tepat, yang dapat menjelaskan IHSG. Model ARIMA secara umum cenderung lebih unggul karena hanya membutuhkan variabel penjelas yaitu variabel itu sendiri pada masa lampau.

5. Daftar Pustaka

Aziz, Abdul.Buku Ajar Ekonometri Teori dan Analisis Matematis.Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri. Hal. 21-56

Cryer, D. Jonathan. 2008. *Time Series Analysis With Applications in R Second Edition*. USA : Springer. Hal. 249-289

Gunanjar,Bayu.2006.Penerapan Model ARCH/GARCH dan Model MSAR(Markov-Awitching Autoregresion) Pada Nilai Tukar Rupiah Terhadap Dolar Amerika dan IHSG.Skripsi.Fakultas MIPA Institut Pertanian Bogor. Hal.1

Gustia, Irna. *Terseret Wall Street dan Nikkei, IHSG Anjlok 36,329 Poin, DetikInet*. 18 April 2005

Ishomuddin. 2010. Analisis Pengaruh Variabel Makroekonomi Dalam dan Luar Negeri Terhadap Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) Di BEI. Skripsi. Program Sarjana (S1) Fakultas Ekonomi Universitas Diponegoro. Hal. 105-107

Murwaningsari, Etty. *Jurnal Ekonomi dan bisnis Indonesia*. 2008. Hal.182-185

Nachrowi, Nachrowi D. Usman. *Jurnal Ekonomi dan Pembangunan Indonesia.* 2007. Hal.76

Sadeq, Ahmad. 2008. *Analisis Prediksi Indeks Harga Saham Gabungan Dengan Metode Arima*. Tesis. Program Magister Manajemen Pascasarjana Universitas Diponegoro.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

T – 15

E-Learning Untuk Siswa Berkebutuhan Khusus

Kuswari Hernawati, M.Kom
Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY
kuswari@uny.ac.id

ABSTRAK

Pesatnya perkembangan Teknologi Informasi telah mengubah paradigma pembelajaran dari pembelajaran konvensional menjadi pembelajaran dalam bentuk digital. Penggunaan media pembelajaran digital telah banyak dimanfaatkan pendidik untuk menyampaikan materi pembelajaran bahkan lebih luas lagi didukung dengan teknologi internet. Penggunaan teknologi informasi dalam proses pembelajaran ini lebih dikenal dengan sebutan e-learning. E-Learning adalah wujud penerapan teknologi informasi di bidang pendidikan. E-Learning merupakan usaha untuk membuat sebuah transformasi proses belajar mengajar di sekolah dalam bentuk digital yang didukung oleh teknologi internet. Penggunaan e-learning di sekolah, akan membantu tugas pendidik dalam menyampaikan pelajaran baik untuk siswa biasa (normal) maupun untuk siswa berkebutuhan khusus, misalnya tuna netra, tuna daksa, tuna grahita dan lain-lain. Penggunaan elearning harus disesuaikan dengan karakteristik anak khususnya untuk anak berkebutuhan khusus. Banyak perangkat lunak open source yang dapat digunakan sebagai sarana elearning untuk anak berkebutuhan khusus Salah satu media yang dapat digunakan untuk tuna netra adalah perangkat lunak screen reader, untuk mengubah teks menjadi suara, sedangkan untuk tuna rungu bisa memanfaatkan video untuk media pembelajarannya. Banyak website dan media pembelajaran di internet yang dapat digunakan untuk pembelajaran siswa berkebutuhan khusus, misalnya i-CHAT (I Can Hear and Talk) dan masih banyak website lainnya yang didesain khusus untuk anak berkebutuhan khusus lainnya.
Kata kunci : elearning, anak berkebutuhan khusus

A. PENDAHULUAN

Pesatnya perkembangan Teknologi Informasi dewasa ini telah mengubah paradigma pembelajaran dari pembelajaran konvensional menjadi pembelajaran dalam bentuk digital. Penggunaan media pembelajaran digital telah banyak dimanfaatkan pendidik untuk menyampaikan materi pembelajaran bahkan lebih luas lagi didukung dengan teknologi internet. Penggunaan teknologi informasi dalam proses pembelajaran ini lebih dikenal dengan sebutan elearning. E-Learning adalah wujud penerapan teknologi informasi di bidang pendidikan. E-Learning merupakan usaha untuk membuat sebuah transformasi proses belajar mengajar di sekolah dalam bentuk digital yang didukung oleh teknologi internet. Banyak organisasi yang sudah memanfaatkan Elearning dalam proses pembelajaran, baik di tingkat Perguruan Tinggi maupun sekolah menengah. Penggunaan elearning di sekolah, akan membantu tugas pendidik dalam menyampaikan pelajaran baik untuk siswa biasa (normal) maupun untuk siswa

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

berkebutuhan khusus, misalnya tuna netra, tuna daksa, tuna grahita dan lain-lain. Penggunaan elearning harus disesuaikan dengan karakteristik anak khususnya untuk anak berkebutuhan khusus pasti memerlukan perangkat yang khusus pula. Media digital yang diperuntukkan untuk anak tuna netra tentu saja berbeda dengan media yang digunakan untuk tuna rungu, juga untuk anak berkebutuhan khusus lainnya. Salah satu contoh media yang dapat digunakan untuk tuna netra adalah perangkat lunak screen reader, untuk mengubah teks menjadi suara, sedangkan untuk tuna rungu bisa memanfaatkan video untuk media pembelajarannya. Banyak website dan media pembelajaran di internet yang dapat digunakan untuk pembelajaran siswa berkebutuhan khusus, misalnya i-CHAT (I Can Hear and Talk), Aplikasi tersebut dibuat dalam dua mode yaitu mode offline, dimana user harus melakukan instalasi program pada komputernya dan mode online di mana user dapat menjalankan aplikasi dengan mengakses situs i-CHAT di http://www.i-chat.web.id.

Dengan banyaknya perangkat lunak, sumber belajar dan media di internet untuk siswa berkebutuhan khusus, sangatlah disayangkan jika tidak dimanfaatkan secara optimal oleh pengajar. Apalagi menurut Hamalik (1986) pemakaian media pembelajaran dalam proses belajar mengajar dapat membangkitkan keinginan dan minat yang baru, membangkitkan motivasi dan rangsangan kegiatan belajar, dan bahwa membawa pengaruh-pengaruh psikologis terhadap siswa. Penggunaan media pembelajaran pada orientasi pembelajaran akan sangat membantu keaktifan proses pembelajaran dan penyampaian pesan dan isi pelajaran pada saat itu.

B. ELEARNING

E-learning merupakan singkatan dari **Elektronic Learning**, merupakan proses belajar mengajar yang menggunakan media elektronik khususnya internet sebagai sistem pembelajarannya. E-learning merupakan dasar dan konsekuensi logis dari perkembangan teknologi informasi dan komunikasi. Beberapa ahli mencoba menguraikan pengertian e-learning menurut versinya masing-masing, diantaranya adalah Gilbert & Jones (2001), yaitu: pengiriman materi pembelajaran melalui suatu media elektronik seperti Internet, intranet/extranet, satellite broadcast, audio/video tape, interactive TV, CD-ROM, dan computer-based training (CBT). Menurut Australian National Training Authority (2003) yakni meliputi aplikasi dan proses yang menggunakan berbagai media elektronik seperti internet, audio/video tape, interactive TV and CD-ROM guna mengirimkan materi pembelajaran secara lebih fleksibel. Jaya Kumar C. Koran (2002) mengemukakan bahwa e-learning sebagai sembarang pengajaran dan pembelajaran yang menggunakan rangkaian elektronik (LAN, WAN, atau internet) untuk menyampaikan isi pembelajaran, interaksi, atau bimbingan. Menurut Dong (dalam Kamarga, 2002), e-learning sebagai kegiatan belajar asynchronous melalui perangkat elektronik komputer yang memperoleh bahan belajar yang sesuai dengan kebutuhannya, sedangkan menurut Rosenberg (2001), menekankan bahwa e-learning merujuk pada penggunaan teknologi internet untuk mengirimkan serangkaian solusi yang dapat meningkatkan pengetahuan dan keterampilan. Darin E. Hartley [Hartley, 2001], menyatakan bahwa Elearning merupakan suatu jenis belajar mengajar yang memungkinkan tersampaikannya bahan ajar ke siswa dengan menggunakan media Internet, Intranet atau media jaringan komputer lain, sedangkan LearnFrame.Com dalam Glossary of eLearning Terms [Glossary, 2001] eLearning adalah sistem pendidikan yang menggunakan aplikasi elektronik untuk mendukung belajar mengajar dengan media Internet, jaringan komputer, maupun komputer standalone.

E-learning dalam arti luas bisa mencakup pembelajaran yang dilakukan di media elektronik (media Internet, jaringan komputer, maupun komputer standalone, audio/video tape, interactive TV, CD-ROM dll) baik secara formal maupun informal. E-learning secara formal misalnya adalah pembelajaran dengan kurikulum, silabus, mata pelajaran dan tes yang telah diatur dan disusun berdasarkan jadwal yang telah disepakati pihak-pihak terkait (pengelola e-learning dan pembelajar sendiri). E-learning bisa juga dilakukan secara informal dengan interaksi yang lebih sederhana, misalnya melalui sarana mailing list, e-newsletter atau website pribadi, dll, juga bisa dilakukan dengan cara belajar mandiri.

C. STRATEGI ELEARNING UNTUK SISWA BERKEBUTUHAN KHUSUS

Anak berkebutuhan khusus adalah anak dengan karakteristik khusus yang berbeda dengan anak pada umumnya tanpa selalu menunjukkan pada ketidakmampuan mental, emosi atau fisik. Yang termasuk kedalam ABK antara lain: tunanetra, tunarungu, tunagrahita, tunadaksa, tunalaras, kesulitan belajar, gangguan prilaku, anak berbakat, anak dengan gangguan kesehatan. istilah lain bagi anak berkebutuhan khusus adalah anak luar biasa dan anak cacat. Karena karakteristik dan hambatan yang dimilki, ABK memerlukan bentuk pelayanan pendidikan khusus yang disesuaikan dengan kemampuan dan potensi mereka, contohnya bagi tunanetra mereka memerlukan modifikasi teks bacaan menjadi tulisan Braille dan tunarungu berkomunikasi menggunakan bahasa isyarat. (wikipedia.org)

Tunanetra

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Tunanetra adalah individu yang memiliki hambatan dalam penglihatan. tunanetra dapat diklasifikasikan ke dalam dua golongan yaitu: buta total (Blind) dan low vision. Definisi Tunanetra menurut Kaufman & Hallahan adalah individu yang memiliki lemah penglihatan atau akurasi penglihatan kurang dari 6/60 setelah dikoreksi atau tidak lagi memiliki penglihatan.

Strategi Elearning untuk siswa Tuna Netra :

Karena tunanetra memiliki keterbatasan dalam indra penglihatan maka proses pembelajaran menekankan pada alat indra yang lain yaitu indra peraba dan indra pendengaran. Oleh karena itu prinsip yang harus diperhatikan dalam memberikan pengajaran kepada individu tunanetra adalah media yang digunakan harus bersifat taktual dan bersuara, contohnya adalah penggunaan tulisan braille, gambar timbul, benda model dan benda nyata. sedangkan media yang bersuara adalah tape recorder dan perangkat lunak Screen Reader antara lain JAWS, Thunder, yang digunakan untuk mengubah teks yang ada pada layar monitor menjadi suara. Perangkat komputer yang digunakan haruslah khusus untuk penyandang tuna netra, misalnya penggunaan keyboard Braille pada tuna netra buta total atau penggunaan keyboard dengan huruf/tombol yang lebih besar, berwarna mencolok untuk tuna netra low vision.

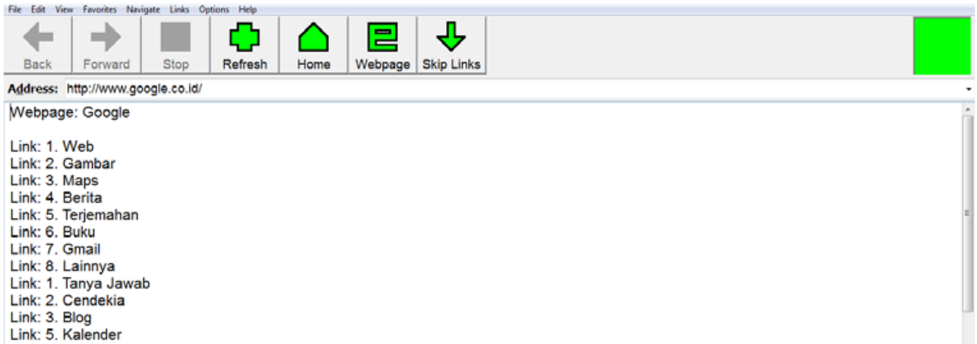

Keyboard Braille


Mouse dengan tombol besar dan warna mencolok


Keyboard dengan tombol besar dan warna mencolok

Perangkat lunak Screen reader Thunder dapat membaca/menyuarakan teks yang terbaca pada halaman web. Sehingga untuk membuat materi pelajaran yang akan disampaikan kepada siswa, teks harus disimpan ke dalam format .html agar bisa diubah dalam bentuk suara oleh perangkat Lunak ini. Contoh tampilan Perangkat Lunak Screen Reader Thunder, membuka website http://www.google.co.id

Dari website http://www.google.co.id yang dibuka, maka akan terbaca atau disuarakan adalah teks seperti gambar berikut :



Contoh perangkat lunak lainnya untuk mengubah teks menjadi suara adalah Natural Reader, yang bisa mengubah teks di MS Word, PDF, Web dan email menjadi suara.

Tunarungu

Tunarungu adalah individu yang memiliki hambatan dalam pendengaran baik permanen maupun tidak permanen. Klasifikasi tunarungu berdasarkan tingkat gangguan pendengaran adalah: (1) Gangguan pendengaran sangat ringan(27-40dB), (2) Gangguan pendengaran ringan(41-55dB), (3) Gangguan pendengaran sedang(56-70dB), (4) Gangguan pendengaran berat(71-90dB), (5) Gangguan pendengaran ekstrem/tuli(di atas 91dB). (wikipedia.org)

Karena memiliki hambatan dalam pendengaran individu tunarungu memiliki hambatan dalam berbicara sehingga mereka biasa disebut tunawicara. Cara berkomunikasi dengan individu menggunakan bahasa isyarat, untuk abjad jari telah dipatenkan secara internasional sedangkan untuk isyarat bahasa berbeda-beda di setiap negara. saat ini dibeberapa sekolah sedang dikembangkan komunikasi total yaitu cara berkomunikasi dengan melibatkan bahasa verbal, bahasa isyarat dan bahasa tubuh. Individu tunarungu cenderung kesulitan dalam memahami konsep dari sesuatu yang abstrak.

Strategi Elearning untuk siswa Tuna Rungu :

E-learning bagi Tunarungu tentunya berbeda dengan mereka manusia dengan indera sempurna. Dibutuhkan metode khusus sehingga informasi yang disampaikan dapat diterima dan dipahami oleh para Tunarungu. Pra Tunarungu menggunakan bahasa media komunikasi khusus yang dikenal sebagai bahasa isyarat untuk menyampaikan dan menerima informasi. Oleh karena itu, E-learning bagi para Tunarungu harus menggunakan bahasa isyarat sebagai interfacenya, baik diperagakan dalam video (information over video) ataukah hanya simbol-simbol berupa gambar-gambar ekspresi yang berfungsi sebagai bahasa isyarat. Selain itu, desain visual dari E-Learning nya

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

sendiri haruslah menarik, eye catching namun tetap soft, ingat, indera utama bagi Tunarungu adalah penglihatan, yang berfungsi sebagai indera penglihatan dan pengganti pendengaran.

Tahun 2010, TELKOM RDC bekerjasama dengan Federasi Nasional untuk Kesejahteraan Tuna Rungu Indonesia (FNKTRI) melakukan pengembangan lebih lanjut dalam bentuk sebuah aplikasi dan portal yang diberi nama i-CHAT (I Can Hear and Talk), Aplikasi tersebut dibuat dalam dua mode yaitu mode offline, dimana user harus melakukan instalasi program pada komputernya dan mode online di mana user dapat menjalankan aplikasi dengan mengakses situs i-CHAT di http://www.i-chat.web.id. Program i-CHAT saat ini terbagi dalam 5 modul utama yaitu modul kamus, modul isyarat abjad jari, modul isyarat bilangan, modul tematik, dan modul menyusun kalimat. i-CHAT dapat diakses secara online dengan mengunjungi portal i-CHAT di http://www.i-chat.web.id. Saat ini portal tersebut baru memuat aplikasi i-CHAT secara online yang terdiri dari 5 modul : Kamus, Abjad Jari, Bilangan, Tematik, dan Susun Kalimat.

Tampilan I-Chat

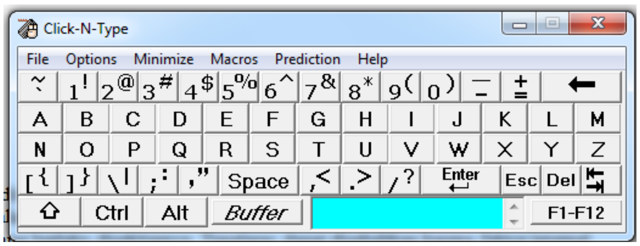
Tunadaksa

Tunadaksa adalah individu yang memiliki gangguan gerak yang disebabkan oleh kelainan neuro-muskular dan struktur tulang yang bersifat bawaan, sakit atau akibat kecelakaan, termasuk celebral palsy, amputasi, polio, dan lumpuh. Tingkat gangguan pada tunadaksa adalah ringan yaitu memiliki keterbatasan dalam melakukan aktivitas fisik tetap masih dapat ditingkatkan melalui terapi, sedang yaitu memiliki keterbatasan motorik dan mengalami gangguan koordinasi sensorik, berat yaitu memiliki keterbatasan total dalam gerakan fisik dan tidak mampu mengontrol gerakan fisik.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Strategi Elearning untuk siswa Tuna Daksa :

Pada dasarnya untuk siswa yang memiliki gangguan gerak, materi elearning bisa diberikan dalam bentuk yang sama dengan siswa biasa, hanya saja untuk pengoperasian komputer atau perangkat elearning lainnya memerlukan bantuan orang lain. Ada salah satu perangkat lunak virtual keyboard yang memungkinkan siswa hanya menggunakan mouse untuk mengetik ataupun melakukan aktifitas lainnya di komputer, jika jari-jari tangannya masih memungkinkan untuk digerakkan dan terkoordinasi dengan baik, yaitu Click-N-Type. Perangkat Lunak ini memungkinkan untuk mengetik huruf/karakter tanpa memencet tombol pada keyboard.



Gambar virtual keyboard yang akan tampil pada layar monitor.

Perangkat Lunak ini dapat didownload pada **http://cnt.lakefolks.com/**

Tunagrahita

Tunagrahita adalah individu yang memiliki intelegensi yang signifikan berada dibawah rata-rata dan disertai dengan ketidakmampuan dalam adaptasi prilaku yang muncul dalam masa perkembangan. klasifikasi tunagrahita berdasarkan pada tingkatan IQ, yaitu : (1) Tunagrahita ringan (IQ : 51-70), (2) Tunagrahita sedang (IQ : 36-51), (3) Tunagrahita berat (IQ : 20-35), (4) Tunagrahita sangat berat (IQ dibawah 20).

Pembelajaran bagi individu tunagrahita lebih di titik beratkan pada kemampuan bina diri dan sosialisasi.(Wikipedia.org)

Tunalaras

Tunalaras adalah individu yang mengalami hambatan dalam mengendalikan emosi dan kontrol sosial. individu tunalaras biasanya menunjukan prilaku menyimpang yang tidak sesuai dengan norma dan aturan yang berlaku disekitarnya. Tunalaras dapat disebabkan karena faktor internal dan faktor eksternal yaitu pengaruh dari lingkungan sekitar.

Strategi Elearning untuk siswa Tuna Grahita, Tuna Laras :

Media yang digunakan dalam pembelajaran dapat berupa video atau animasi yang menarik yang memenuhi beberapa hal, diantaranya menggunakan suara lembut untuk memberikan arah, memutar musik lembut (misal sebagai backsound media), menggunakan urutan gambar untuk membuat petunjuk melakukan sesuatu. Secara fisik, siswa Tuna Grahita, Tuna Laras diasumsikan dapat mengoperasikan komputer sebagaimana siswa biasa, yang perlu diperhatikan adalah bahwa media yang dibuat harus disesuaikan dengan tingkat kemampuan, IQ, karakteristik dari siswa. (Wikipedia.org)

Kesulitan belajar

Adalah individu yang memiliki gangguan pada satu atau lebih kemampuan dasar psikologis yang mencakup pemahaman dan penggunaan bahasa, berbicara dan menulis yang dapat mempengaruhi kemampuan berfikir, membaca, berhitung, berbicara yang disebabkan karena gangguan persepsi, brain injury, disfungsi minimal otak, dislexia, dan afasia perkembangan. individu kesulitan belajar memiliki IQ rata-rata atau diatas rata-rata, mengalami gangguan motorik persepsi-motorik, gangguan koordinasi gerak, gangguan orientasi arah dan ruang dan keterlambatan perkembangan konsep. (do2learn.com)

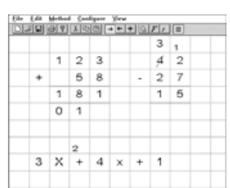
Strategi Elearning untuk siswa Kesulitan Belajar :

Untuk siswa dengan gangguan motorik/koordinasi gerak, jika tidak ada orang lain yang mendampingi dalam proses pembelajaran dengan elearning, media yang cocok digunakan adalah yang tidak memerlukan interaktifitas misalnya dapat berupa video pembelajaran, kecuali jika media yang dirancang dapat menerima input berupa suara.

D. BEBERAPA PERANGKAT LUNAK PENDUKUNG PEMBELAJARAN SISWA BERKEBUTUHAN KHUSUS

1. Number Navigator

Sebuah perangkat lunak yang membantu siswa yang mempunyai masalah motorik halus untuk melakukan operasi aritmatika sacara baris dan kolom, tanpa perlu untuk bekerja pada spreadsheet

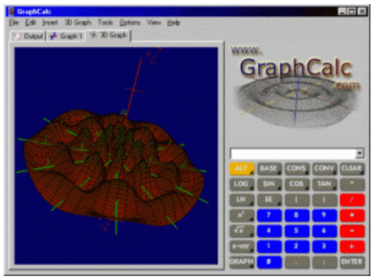


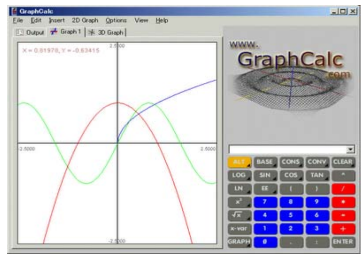
Number Navigator

Perangkat Lunak ini dapat di download secara gratis di http://www.oatsoft.org/Software/NumberNavigator

2. Graph Calc

GraphCalc adalah kalkulator grafik versi GUI yang dijalankan pada Windows. Perangkat lunak ini dapat membantu siswa yang mempunyai masalah motorik halus dan kurang termpil menggunakan kalkulator biasa.

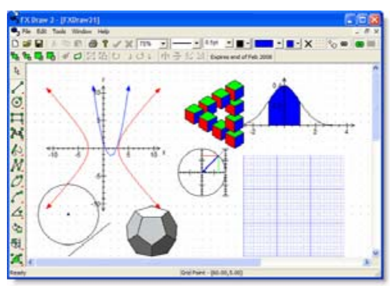




Perangkat Lunak ini dapat di download secara gratis di **www.graphcalc.com/download.shtml**

3. EM[POWER] PROGRAM (EFOFEX)

Perangkat Lunak ini dapat digunakan oleh guru matematika maupun IPA dan siswa yang memerlukan untuk menggambar diagram matematika, rumus matematika, grafik fungsi fisika maupun kimia, grafik statistic, diagram geometris, diagram jaringan, lingkaran, diagram venn dan diagram pohon. Perangkat lunak ini gratis untuk siswa berkebutuhan khusus. Hanya saja siswa perlu mengirimkan surat dari sekolah yang menyatakan bahwa siswa tersebut memiliki cacat yang menjadilan kesulitan dalam menulis.



Perangkat Lunak ini dapat di download di www.efofex.com

4. VOCAROO

Vocaroo adalah sebuah layanan gratis untuk membuat rekaman suara tanpa perlu menginstall sebuah program di komputer. Layanan ini dapar diakses di http://vocaroo.com

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

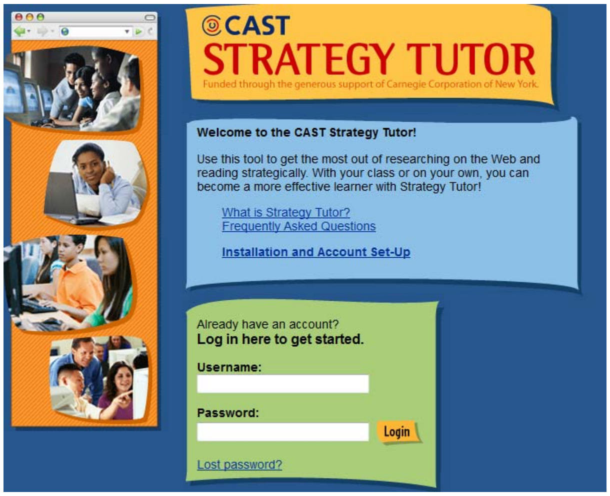
5. Natural Reader

Natural Reader adalah perangkat lunak yang dapat digunakan untuk mengubah teks menjadi suara. File yang dapat dikonversi berupa dokumen, pdf, halaman web dan email. Hasil konversi dapat disimpan dalam bentuk MP3, WAV dan dapat dijalankan pada CD player maupun IPod.

Perangkat lunak ini dapat didownload pada http://naturalreaders.com

6. Strategy Tutor

Strategy Tutor adalah sebuah tool yang didesain untuk mendukung siswa dan guru membaca dan meneliti pada internet. Strategy tutor membantu siswa untuk membaca, meneliti, mengumpulkan dan mengerti informasi dengan lebih baik dan efisien. Untuk guru Strategy Tutor menyediakan fasilitas yang mudah untuk membuat materi pelajaran berbasis web yang dipadukan dengan basis penelitian, dengan strategi pembelajaran yang lebih efektif. Tool ini sangat berguna untuk siswa yang mengalami kesulitan dalam mengumpulkan dan mengorganisasi informasi.



Strategy Tutor dapat diakses di http://cst.cast.org/cst/auth-login

7. Do To Learn – Facial Expression

Website ini memuat link dengan banyak sumber yang dapat digunakan untuk siswa yang memiliki keterbatasan yang berbeda-beda. Dalam website ini juga terdapat permainan ekspresi wajah, yang memungkinkan pengguna bereksperimen dengan berbagai ekspresi wajah dengan emosi yang berbeda-beda. Hal ini akan sangat berguna untuk penderita Autism Spectrum Disorders. Website ini dapat diakses di **http://dotolearn.com**

E. KESIMPULAN

Dari uraian di atas dapat disimpukan bahwa banyak perangkat lunak, media pembelajaran, dan website yang sifatnya open source yang dapat digunakan untuk mendukung pembelajaran pada anak berkebutuhan khusus. Dengan banyaknya dukungan tersebut akan sangat disayangkan jika tidak dimanfaatkan secara optimal. Hal ini diharapkan dapat lebih menarik perhatian siswa dan dapat lebih meningkatkan pemahaman siswa, khususnya untuk siswa berkebutuhan khusus.

F. DAFTAR PUSTAKA

G. Darin E. Hartley, *Selling e-Learning*, American Society for Training and Development, 2001

Gilbert, S. and Jones, S. (2001) "*E-learning is e-nourmous: Training over the Internet has be-come the fastest growing workplace performance improvement tool---and utilities are using it in several ways*", Electric Perspective, Vol. 26 No.3, May/June, pp.66-82.

Glossary of e-Learning Terms, LearnFrame.Com, 2001

http://id.wikipedia.org/wiki/Anak_berkebutuhan _khusus, Anonim, *Anak berkebutuhan khusus*

http://teknopreneur.com/ informatika/i-chat-metode-e-learning-untuk-tuna-rungu**,** *i-CHAT, Metode E-Learning Untuk Tuna Rungu*

http://cnt.lakefolks.com/, *Click-N-Type*

http://www.do2learn.com/disabilities/CharacteristicsAndStrategies/SpecificLearning Disability_Characteristics.html, *Specific Learning Disability (SLD)*

http://www.oatsoft.org/Software/NumberNavigator, *Number Navigator*

http://www.graphcalc.com/download.shtml, *Graph Calc*

http://www.efofex.com, *EM*^{POWER} *PROGRAM (EFOFEX*)

http://vocaroo.com, *Vocaroo*

http://naturalreaders.com, *Natural Reader*

http://cst.cast.org/cst/auth-login, *Strategy Tutor*

http://dotolearn.com, *Do To Learn*

Jaya Kumar C. Koran (2002), *Aplikasi 'E-Learning' Dalam Pengajaran Dan Pembelajaran Di Sekolah-Sekolah Malaysia: Cadangan Perlaksanaan Pada Senario Masa Kini*, Pasukan Projek Rintis Sekolah Bestari Bahagian Teknologi Pendidikan, Kementerian Pendidikan Malaysia.

Kamarga, Hanny (2002), *Belajar Sejarah Melalui E-Learning Arternatif Mengakses Sumber Informasi Kesejarahan,* Jakarta : PT Intermedia

Oemar Hamalik. (1986), Metode Belajar dan Kesulitan-kesulitan Belajar, .Bandung: Tarsito

Rosenberg, M. , E-learning: *Strategies for delivering knowledge in the digital age*, McGraw-Hill, New York, 2001.

T – 16

Model Pembelajaran Mata Kuliah Pemodelan Matematika Program Studi Matematika ITB

Nuning Nuraini
Kelompok Keahlian Matematika Industri dan Keuangan
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Bandung

Abstrak

Pada makalah ini akan dibahas manajemen dan isi perkuliahan Pemodelan Matematika di Program Studi Matematika ITB secara umum. Mata kuliah ini adalah satu-satunya mata kuliah pada Prodi Matematika ITB yang diampu oleh paling tidak tujuh dosen matematika, oleh sebab itu sering dinyatakan sebagai kuliah yang cukup "mahal." Sasaran perkuliahannya sendiri adalah untuk mengajarkan dan melatih mahasiswa dalam proses pemodelan masalah nyata yaitu masalah-masalah yang ada di industri, lingkungan atau masalah dalam kehidupan sehari-hari. Proses pemodelan di sini meliputi identifikasi dan formulasi masalah, konstruksi model matematika, interpretasi, perbaikan model dan kalau dimungkinkan sampai pada validasi model. Pada awal perkuliahan mahasiswa akan dibagi dalam grup. Pada tiap grup akan diberikan satu problem yang harus dipecahkan selama perkuliahan. Bentuk perkuliahan adalah problem solving activity, di mana peran dosen di sini lebih sebagai koordinator dan jika perlu akan bertindak sebagai partner dalam kerja kelompok dan/atau penghubung ke nara sumber yang layak. Sebagai gambaran akan diberikan satu siklus *problem solving* untuk topik matematika biologi dari pendeskripsian masalah nyata sampai kepada pengambilan kesimpulan dan validasinya pada masalah yang dirujuk.

Kata kunci : pemodelan matematika, problem solving, studi kasus, masalah nyata

I. Pendahuluan

Pemodelan matematika adalah bahasa matematika yang digunakan untuk meng-kuantifikasi suatu fenomena atau kejadian nyata hampir di segala bidang di suatu kondisi tertentu. Mengingat "matematika" yang dikatakan di sini adalah matematika secara umum, tentu saja memiliki cakupan yang amat luas. Secara garis besar, tanpa mengurangi perumuman pemodelan matematika sendiri salah satunya dapat diklasifikasi dalam model statistik, model dinamik, menggunakan matematika disrit, persamaan diferensial, stokastik dan sebagainya. Dalam penggunaannya perumusan model ini merujuk pada tujuan yang diinginkan dari konstruksi model tersebut. Misalnya model iklim ditujukan untuk prediksi cuaca di masa yang akan datang, model simulasi pesawat terbang ditujukan untuk melatih pilot yang akan menerbangkan pesawat sesungguhnya. Model pertumbuhan populasi, mangsa dan pemangsa bertujuan untuk mengelola suatu tempat atau lingkungan. Model peperangan ditujukan untuk menghasilkan suatu "strategi", dan model "*traffic flow*" adalah untuk membantu menentukan kebijakan pengaturan lalu lintas, dan masih banyak lagi. Sebagai bagian dari divisi Kelompok Keahlian Matematika Industri dan Keuangan di Institut Teknologi Bandung, kami

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

melaksanakan perkuliahan Pemodelan Matematika dengan basis pengenalan masalah di dunia nyata pada para mahasiswa. Tujuannya adalah meningkatkan motivasi mahasiswa dan juga memompa semangat mereka untuk mempelajari sebagian kecil dari penggunaan matematika dalam kehiduan sehari hari. Pada bagian kedua dari makalah ini akan dijabarkan sistem pengelolaan perkuliahan Pemodelan Matematika di Program Studi Matematika FMIPA-ITB. Untuk bagian ketiga diberikan satu contoh hasil pekerjaan mahasiswa dalam satu semester, yang dipandang cukup baik. Dan pada bagian akhir akan diberikan suatu kesimpulan tentang model pengelolaan mata kuliah ini dari sisi pandang mahasiswa.

II. Manajemen Perkuliahan

Kuliah Pemodelan Matematika ini diberikan untuk mahasiswa tingkat tiga di semester dua. Pembahasan pengelolaan perkuliahan Pemodelan Matematika ini meliputi, jumlah dosen beserta kompetensinya, jumlah mahasiswa, model pembelajaran serta sistem penilaian. Jumlah dosen yang mengajar mata kuliah ini dalam satu semester mencapai tujuh orang dosen, satu orang dosen sebagai koordinator, dengan kompetensi dosen yang beragam, mulai dari Aljabar, Matematika Diskrit, Teori Antrian, Matematika Keuangan, Dinamika Fluida, Matematika Biologi dan sebagainya. Kompetensi yang beragam ini memberikan warna pada masalah-masalah pemodelan yang ditawarkan di tiap semester, sehingga mahasiswa dapat belajar lebih banyak dan mendapat wawasan luas. Model pembelajaran yang digunakan pada mata kuliah ini adalah belajar mandiri dengan supervisi yang ketat dari dosen pembimbing mata kuliah ini. Rata-rata jumlah mahasiswa yang mengambil mata kuliah ini adalah seratus orang. Kelas tersebut dibagi menjadi kelompok, yang masing-masing kelompok maksimal berisi lima orang. Tiap kelompok memilih topik yang berbeda dengan kelompok lainnya, sehingga dengan jumlah mahasiswa seratus orang, harus tersedia 20 topik yang berbeda, topik-topik ini diajukan oleh masing-masing dosen. Sistem perkuliahan, pada minggu pertama, mahasiswa diberikan aturan perkuliahan, pembagian kelompok kemudian pemilihan topik. Sebelum memilih topik, seluruh dosen mempresentasikan topik masing-masing di depan kelas, kemudian mahasiswa menentukan tiga pilihan topik dengan prioritas, sehingga diharapkan dengan cara ini seluruh topik ada yang memillih. Minggu kedua dan ketiga mahasiswa mengikuti kuliah umum pemodelan, yang berisi penjelasan umum apa

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

itu “Pemodelan Matematika”. Setelah itu, mahasiswa bekerja dalam kelompok sampai akhir semester. Jadwal kuliah kelompok ini dapat ditentukan dengan dosen masing-masing. Sistem penilaian dari mata kuliah ini diperoleh dari tiga kali presentasi, laporan kelompok mengenai topik yang dibahas, serta resume individu yang berisi topik dari kelompok lain. Presentasi pertama memuat deskripsi masalah sampai kepada pertanyaan “tajam” yang harus dijawab kelompok tersebut di akhir kuliah ini. Presentasi pertama ditekankan pada pemahaman masalah, sehingga tidak diperkenankan memberikan rumusan matematika. Baru pada presentasi kedua, kelompok tersebut harus menyajikan abstraksi masalah dalam formulasi matematika melalui penentuan asumsi, variabel, parameter dan kaitannya dalam suatu formulasi yang disertai analisis tahap pertama. Pada presentasi ketiga, setiap kelompok sudah harus memberikan presentasi masalah secara “utuh”. Selain itu proses pelaksanaan perkuliahan juga menjadi point penilaian dalam kuliah ini. Berikut adalah contoh pembagian jadwal presentasi berikut topik-topik yang dikerjakan oleh mahasiswa.

TABEL 1. JADWAL PRESENTASI MK PEMODELAN MATEMATIKA (MA 3271)

No	Kelompok	Tgl 210409	R	Dosen	Kelompok	Tgl 240409	R	Dosen
1	Kel 20 (14)	10.00 – 10.20	9016	KAS	Kel 10 (4)	09.00 – 09.20	9122	AYG
2	Kel 8 (21)	10.20 – 10.40	9016	NN	Kel 22 (6)	09.20 – 09.40	9122	JN
3	Kel 15 (18)	10.40 – 11.00	9016	NN	Kel 18 (16)	09.40 – 10.00	9122	NS
4	Kel 11 (13)	11.00 – 11.20	9016	KAS	Kel 16 (3)	10.00 – 10.20	9122	AYG
No	Kelompok	Tgl 210409	R	Dosen	Kelompok	Tgl 240409	R	Dosen
1	Kel 6 (2)	10.00 – 10.20	9017	RH	Kel 3 (10)	10.00 – 10.20	9017	ES
2	Kel 14 (7)	10.20 – 10.40	9017	ES	Kel 17 (9)	10.00 – 10.20	9017	ES
3	Kel 19 (1)	10.40 – 11.00	9017	RH	Kel 4 (12)	10.20 – 10.40	9017	KAS
4	Kel 13 (8)	11.00 – 11.20	9017	ES	Kel 1 (15)	10.40 – 11.00	9017	NS

No Topik berdasarkan nomor pada judul berikut.

1. Pemetaan sinyal telefon seluler di gedung Labtek III (RH)
2. Evaluasi fasilitas toilet di gedung Labtek III (RH)
3. Efek gelembung udara pada pengukuran tekanan darah di saluran kateter (AYG)
4. Proses perkembangan kelenjar pankreas

14. Mampukah ethanol secara efektif menggantikan bensin? (KAS)
15. Masalah pemakaian bandwidth internet di ITB (NS)
16. Masalah asuransi porto folio (NS)
17. Bagaimana mengatasi/mencegah polusi suatu danau? (NN)

(AYG)
5. Menentukan lintasan gerak perenang (JN)
6. Model gerak ular (JN)
7. Aliran komposisional pada aliran pipa gas (ES)
8. Masalah penyebaran HIV (ES)
9. MEOR (Microbial Enhanced Oil Recovery) problem (ES)
10. MCM Problem (ES)
11. Perkenalkan saya seorang mathemagician (KAS)
12. Masalah hidraulika pada PLTA (KAS)
13. Perkenalkan saya seorang fund manager (KAS)
18. Bagaimana tubuh menyerap partikel timbal (Pb) ? (NN)
19. Masalah resistensi obat pada penyakit pneumonia (RH - NN)
20. Masalah erosi dan penghijauan (NN)
21. Dan bumi pun bergoyang...(NN)
22. Masalah Bahan Peledak (RH - NN)

Ada masalah dengan jadwal di atas ? segera hubungi koordinator sebelum tgl 21 April 2009.

Waktu yang disediakan untuk presentasi 15 menit

Pada Tabel 1 diatas, diberikan contoh jadwal presentasi yang harus dilakukan oleh kelompok sesuai dengan tanggal dan tempat yang telah ditentukan, tabel tersebut memuat nomor kelompok, topik yang dipilih yang dituliskan dalam nomor di dalam tanda kurung, serta dosen pembimbing topik dan waktu serta ruangan tempat presentasi. Tabel ini diambil dari penggalan tabel jadwal presentasi kuliah Pemodelan Matematika pada tahun 2009.

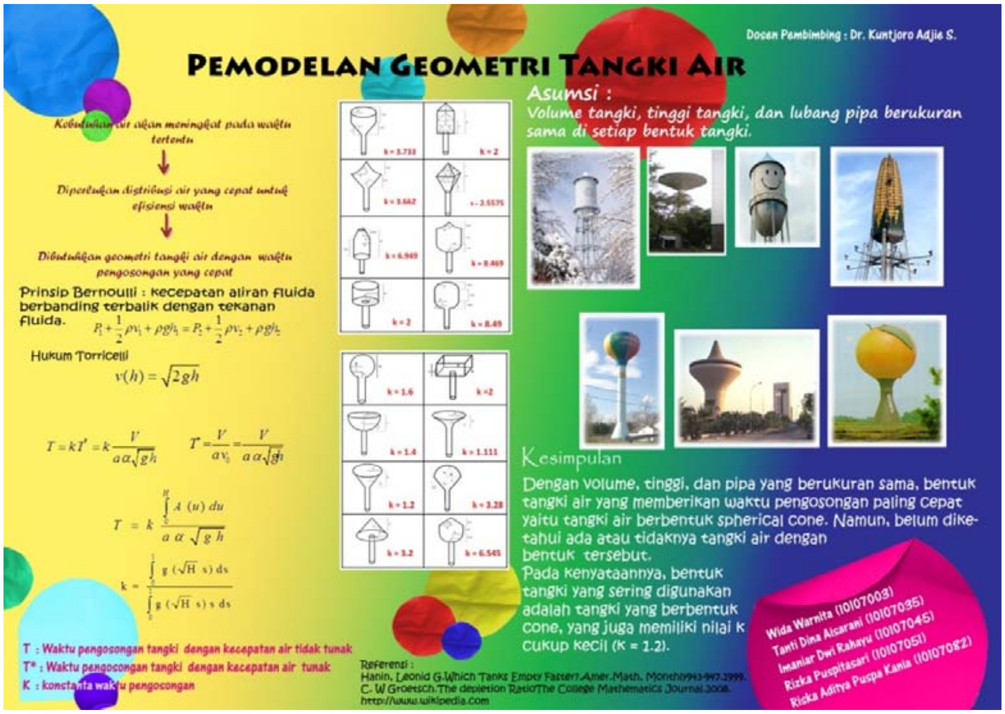
III. Contoh Satu Siklus Hasil Pengerjaan Mahasiswa

Berikut akan ditampilkan salah satu contoh pekerjaan mahasiswa dalam mata kuliah ini, contoh ini memuat ringkasan pekerjaan mahasiswa dalam kelompok selama satu semester dalam bentuk poster. Topik contoh ini membahas masalah Pemodelan Tangki Air dan juga masalah Pemodelan *Happiness*. Masalah pemodelan tangki ini berawal dari masalah berikut. Untuk menjalani kehidupannya sehari-hari, manusia membutuhkan air dalam jumlah yang banyak. Oleh karena itulah, dibutuhkan tempat penampungan air yang cukup besar, yang kita sebut dengan tangki air. Tangki air atau *water tower* adalah suatu bangunan yang merupakan wadah atau tempat menampung air sementara. Pada umumnya, tinggi minimum tangki air adalah sekitar 20 m. Alasan mengapa tangki air dibuat setinggi mungkin adalah untuk mendapatkan tekanan yang besar, sehingga memungkinkan air untuk didistribusikan ke para pemakainya di suatu wilayah tertentu. Sebelum didistribusikan, air tersebut berasal dari berbagai sumber air, misalkan air tanah, air hujan, waduk dan sebagainya. Kemudian, air tersebut dipompa dan dialirkan ke tangki-tangki air melalui pipa. Dari tangki tersebut, barulah air dialirkan melalui pipa lagi, dan akhirnya sampai ke pemakainya. Sebelum sampai ke pemakainya, air tersebut biasanya telah melalui proses penyaringan agar layak pakai. Pada

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

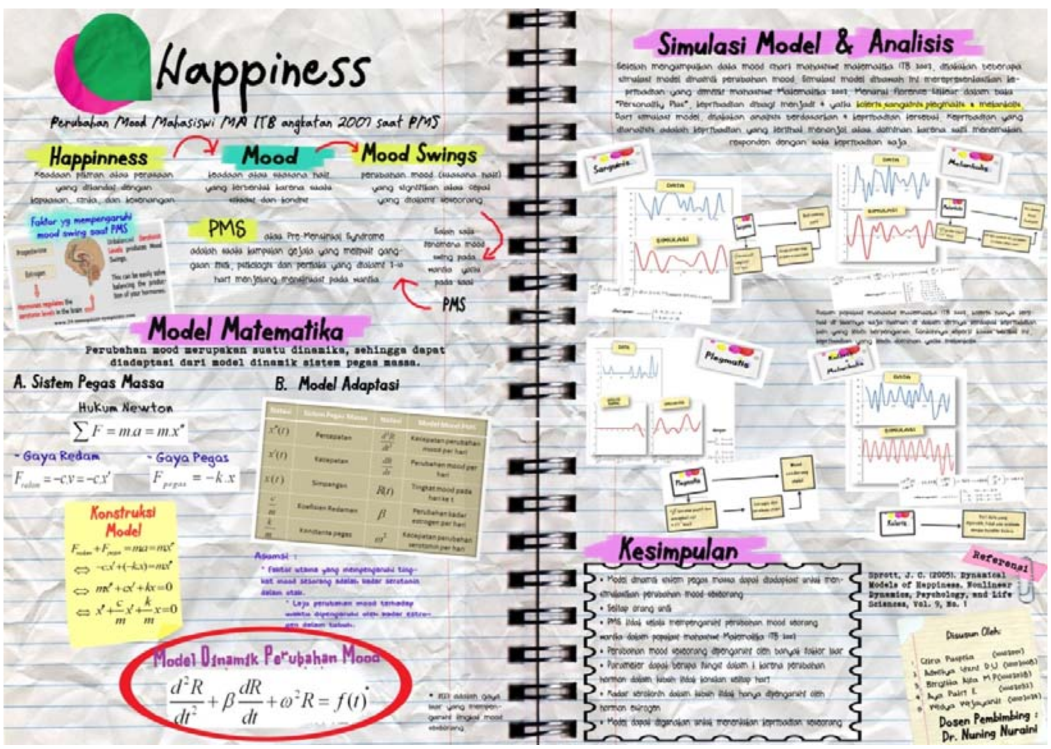
waktu-waktu tertentu, kebutuhan air akan meningkat. Misalnya, pada pagi hari, orang-orang membutuhkan air untuk mandi, minum, memasak, dan sekaligus mencuci. Pada saat itulah dibutuhkan distribusi air yang cepat untuk efisiensi waktu. Karena alasan inilah, banyak orang, terutama di negara lain, yang membangun tangki air untuk kebutuhan warganya. Tangki air ini kemudian disimpan pada ketinggian tertentu untuk mendapatkan aliran air bertekanan tinggi, sehingga dapat didistribusikan ke tempat-tempat yang diinginkan. Dengan aliran air yang bertekanan tinggi, air bisa didistribusikan dengan cepat sehingga bisa mengefektifkan waktu. Pada kenyataannya, geometri tangki air itu bermacam-macam. Ada yang berbentuk bola, silinder, kerucut terbalik (cone), spherical cone, ellips, setengah bola, dan mungkin perpaduan antara geometri-geometri yang telah disebutkan. Geometri yang berbeda-beda ini ternyata mempengaruhi cepat atau tidaknya air tersebut sampai ke pemakainya. Akibatnya, waktu pengosongan airnya juga berbeda-beda.

Dalam pemodelan ini, kita akan melihat bentuk geometri seperti apa yang akan memberikan waktu pengosongan paling cepat. Dengan mengetahui bentuk geometri seperti apa yang memberikan waktu pengosongan paling cepat, kita bisa mengambil beberapa keuntungan. Keuntungan yang paling terlihat yaitu kita dapat meningkatkan efisiensi waktu distribusi air dari tangki ke pemakainya. Hal ini sangat diperlukan terutama saat jam-jam sibuk. Gambaran alur pemodelan dalam masalah ini dapat dilihat pada Gambar 1 dibawah ini. Masalah ini mengkonstruksi model dengan dasar hukum-hukum Fisika, antara lain Persamaan Bernoulli dan Toricelli. Kemudian dengan menggunakan integral didapatkan bentuk geometri terbaik yang memberikan waktu pengosongan tangki yang paling cepat.



Gambar 2. Poster Hasil Pekerjaan Mahasiswa dengan Judul Pemodelan Geometri Tangki Air

Gambar 3. Poster Hasil Pekerjaan Mahasiswa dengan Judul Pemodelan *Happiness*



Gambar 3. Poster Hasil Pekerjaan Mahasiswa dengan Judul Pemodelan *Happiness*

Sedangkan pada Gambar 3 adalah contoh pekerjaan mahasiswa yang mengambil topikPemodelan *Happines.* Topik ini membahas masalah naik turun nya perasaan (*mood)* pada wanita untuk komunitas mahasiswi Matematika angkatan 2007 di Prodi Matematika, ITB. Kelompok ini terlebih dahulu mengadakan survey terhadap teman-teman mereka satu kelas, untuk melihat dinamika perasaan mereka saat PMS (*Pre Menstrual Syndrome*) untuk dikuantifikasi menjelang ujian dan setelah ujian. Data yang terkumpul diolah, kemudian dengan menggunakan persamaan dinamik Fisika, atau yang lebih dikenal dengan sistem pegas massa, dicari suatu model yang sesuai untuk menggambarkan dinamika perasaan para mahasiswi ini. Hasilnya cukup menarik, karena ternyata di populasi mahasiswi Matematika ITB angkatan 2007, memiliki perasaan yang cukup stabil, tidak terlalu "terpengaruh" dengan faktor-faktor luar sehingga sebagai saran diperlukan bahasan untuk komunitas yang lebih luas.

IV. Kesimpulan

Dari uraian di atas dapat dilihat bahwa mata kuliah ini adalah salah satu mata kuliah yang cukup menarik. Selain dapat memperluas wawasan mahasiswa akan penerapan ilmu matematika yang mereka miliki, juga dapat meningkatkan motivasi belajar matematika di tingkat lanjut. Dari hasil wawancara tak resmi dan juga angket kelas diperoleh hasil yang cukup menggembirakan, bahwa setelah mengikuti mata kuliah ini mereka jadi lebih senang belajar matematika dan tidak lagi bertanya tanya apa gunanya kami belajar ilmu matematika murni seperti Aljabar, Analisis dan sebagainya. Selain itu dari sisi dosen, mata kuliah ini memberikan tantangan tersendiri karena harus dapat mencari topik-topik *up to date* dalam permasalahan nyata yang dapat dikerjakan oleh mahasiswa.

V. Referensi

1. Wida W, Tanti Dina A, Imaniar Dwi R, Rizka P, Riska Aditya PK, Kuntjoro AS, "*Laporan Pemodelan Tangki Air"* Prodi Matematika ITB, 2010.

2. Citra P, Adwitya IDU, Birgitta AM, Aya PE, Widya W, Nuning N, "*Laporan Pemodelan Happines"* Prodi Matematika ITB, 2010.

3. Arnold Neumaier, "*Mathematical Modeling"* http://www.mat.univie.ac.at/»neum/

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

T – 17

Penerapan Model *Fuzzy* Dengan Metode *Table Look-Up Scheme* Untuk Memprediksi Indeks Harga Saham Gabungan (Ihsg)

Oleh :
Prihatin Tri Rahayuningsih
Prodi Matematika, FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta
Email : prayuning957@gmail.com
Agus Maman Abadi
Jurusan Pendidikan Matematika, FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta
Email : agusmaman@uny.ac.id

ABSTRAK

Indeks harga saham gabungan (IHSG) adalah suatu nilai yang digunakan untuk mengukur kinerja gabungan dari seluruh saham yang tercatat di bursa efek. Tujuan penulisan ini adalah untuk memprediksi IHSG dengan model *fuzzy*. Metode yang digunakan untuk lagkah model *fuzzy table look-up scheme* adalah: (1) mendefinisikan himpunan *fuzzy* dari data runtun waktu (*time series)* menggunakan fungsi keanggotaan Gaussian, (2) mendapatkan satu aturan *fuzzy* dari setiap data pasangan *input-output*, (3) menghitung derajat keanggotaan atau nilai keanggotaan dari setiap aturan yang terbentuk, (4) membentuk aturan basis *fuzzy*, yang diperoleh dengan menyeleksi aturan yang dari langkah dua, dan langkah tiga, (5) membentuk sistem *fuzzy* dengan aturan basis *fuzzy* dari langkah 4, *fuzzifer singletone*, mesin *inferensi* pergandaan atau minimum, dan *defuzzifier* rata-rata pusat.

Prediksi IHSG dengan menggunakan metode *table look-up scheme,* kemudian dibandingkan dengan metode ARIMA. Hasil analisis menunjukkan bahwa prediksi IHSG dari Januari 2000-Juni 2010 dengan metode *table look-up shceme,* model yang terbaik adalah dengan menggunakan 5 *input*- 1 *output* dengan faktor yang mempengaruhi IHSG, kurs, SBI, inflasi dan JUB dengan MSE testing 29226, MAPE testing 6,4331%. Menggunakan model ARIMA, model yang cocok digunakan adalah ARIMA (0,1,1) dengan MSE testing 1403019 , MAPE testing 44,4975%. Jadi prediksi dengan metode *table look-up scheme* baik untuk digunakan.

Kata kunci: indeks harga saham gabungan (IHSG), table look-up scheme, ARIMA, prediksi.

A. Pendahuluan

Seiring dengan meningkatnya aktivitas perdagangan, kebutuhan untuk memberikan informasi yang lebih lengkap kepada masyarakat mengenai pekembangan bursa, juga semakin meningkat. Salah satu yang diperlukan tersebut adalah indeks harga saham sebagai cerminan dari pergerakan harga saham. Saham merupakan salah satu alternatif investasi yang menarik dalam pasar modal.

Indeks harga saham gabungan adalah suatu nilai yang digunakan untuk mengukur kinerja gabungan dari seluruh saham yang tercatat di bursa efek (Sunariyah, 2003:126). Secara garis besar, metode untuk memprediksi pergerakan indeks harga saham dapat diklasifikasikan menjadi dua yaitu pendekatan kausalitas dan pendekatan pola.

Metode pendekatan kausalitas dilihat dari pergerakan indeks harga saham dengan melihat variable-variabel lain yang mempengaruhinya. Beberapa penelitian seperti

Gustia (2005) serta Novita dan Nachrowi (2005) menggunakan metode kausalitas. Melalui pengamatannya pada beberapa pasar modal, Gustia menemukan bahwa pergerakan indeks Dow Jones dan Indeks Nikkei mempengaruhi IHSG, sedangkan Novita dan Nachrowi memperhatikan pergerakan IHSG melalui perubahan nilai tukar terhadap nilai dollar Amerika dengan metode Vector Autoregressive (VAR) (Nachrowi dan Usman, 2007).

Metode pendekatan pola memprediksi pergerakan indeks harga saham melalui pola pergerakan indeks harga saham itu sendiri. Pendekatan ini lebih mengandalkan bahwa pergerakan variabel yang diamati sudah mencerminkan semua informasi yang mempengaruhi pergerakannya. Jika indeks saham menguat, hal ini sudah mencerminkan sentiment positif yang mempengaruhi penguatan saham tersebut; sebaliknya, jila indeks saham mengalami penurunan, hal ini sudah mengindikasikan adanya hal-hal yang kurang baik yang mempengaruhi pelemaham indeks tersebut (Nachrowi dan Usman, 2007).

Berdasarkan uraian tersebut, penulis tertarik untuk mengkaji peramalan IHSG menggunakan model *fuzzy*. Model *fuzzy* memiliki toleransi terhadap data-data yang tidak tepat, mampu memodelkan fungsi-fungsi nonlinear, fleksibel (Sri Kusumadewi, 2003). Model *fuzzy* adalah suatu sistem dengan kuantitas samar. Kuantitas samar diungkapkan pada bilangan *fuzzy* atau himpunan *fuzzy* digabungkan dengan label linguistic. Pemodelan *fuzzy* pada data *time* series merupakan pemodelan untuk memprediksi data di waktu yang akan datang berdasarkan data sebelumnya dengan menggunakan sistem *fuzzy*. Sistem *fuzzy* adalah sistem aturan dasar yang terdiri dari aturan JIKA-MAKA. Sistem *fuzzy* terdiri dari *fuzzifier,* basis aturan fuzzy, mesin *inferensi fuzzy,* dan *defuzifier.* Aplikasi model *fuzzy* pertama kali diterapkan pada mesin cuci yaitu pada tahun 1990. Perkembangan aplikasi model *fuzzy* lainnya yaitu pada transmisi otomatis pada mobil Nissan, kereta bawah tanah Sendai, dan lain-lain (Sri Kusumadewi, 2000).

Berdasarkan penelitian-penelitian sebelumnya, peramalan dengan model *fuzzy* belum banyak dikaji dan berdasarkan kelebihan dari model *fuzzy* tersebut, maka dalam penelitian ini akan dikembangkan "Penerapan Model *Fuzzy* dengan Model *Table Look-Up Scheme* untuk Memprediksi Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG)".

Dari uraian tersebut muncul sebuah permasalahan khususya dalam bidang ekonomi yaitu indeks harga saham yang sangat fluktuatif atau bervariasi bersifat tidak konstan.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Adapun masalah yang akan dibahas dalam penulisan ini adalah bagaimana aplikasi model *fuzzy* dengan metode *table look-up scheme* untuk memprediksi IHSG, bagaimana keakuratan model *fuzzy* dengan metode *table look-up scheme* dengan metode ARIMA.

Tujuan dari penulisan ini adalah mengetahui aplikasi model *fuzzy* dengan metode *table look-up scheme* untuk prediksi IHSG, mengetahui keakuratan model *fuzzy* dengan metode *table look-up scheme* dengan metode ARIMA.

B. Landasan Teori

1. Pengertian Himpunan *fuzzy*

Himpunan semesta pembicaraan U dengan fungsi keanggotaan $\mu_{A(x)}$ yang mempunyai derajat keanggotaan x di dalam A dalam interval [0,1] disebut himpunan *fuzzy* (Wang, 1997: 21).

Himpunan *fuzzy* didasarkan pada gagasan untuk memperluas jangkauan fungsi karakteristik atau fungsi keanggotaan sedemikian hingga fungsi tersebut akan mencakup bilangan real pada interval [0,1].

Suatu himpunan *fuzzy* A dapat dinyatakan:

$$A = \{(x,\ \mu_{A(x)}) \mid x \in U\} \tag{2.1}$$

$$A = \int_U \mu_A(x)/x, \quad \text{untuk } U \text{ kontinu} \tag{2.2}$$

$$A = \sum_U \mu_A(x)/x, \text{ untuk } U \text{ diskret.} \tag{2.3}$$

2. Fungsi keanggotaan

Fungsi keanggotaan (*membership function*) yang digunakan dalam penelitian ini adalah fungsi keanggotaan Gaussian.

Fungsi keanggotaan Gaussian dari suatu himpunan *fuzzy* A dengan $a_i^l \in (0,1]$, $\sigma_i^l \in (0,\infty)$ dan $\bar{x}_i^l, x_i$, $A \in U$ memiliki bentuk sebagai berikut:

$$\mu_{A_i^l}(x_i) = a_i^l \exp\left[-\left(\frac{x_i - \bar{x}_i^l}{\sigma_i^l}\right)^2\right] \tag{2.4}$$

dengan $\bar{x}_i^l$ adalah pusat dari himpunan *fuzzy* yang ke-i.

3. Implikasi *Fuzzy*

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Implikasi yang digunakan pada penelitian ini adalah implikasi mamdani yaitu implikasi minimum dan implikasi pergandaan. Berikut definisi dari implikasi mamdani:

Definisi 2.1 Implikasi Mamdani (Wang, 1997:67)

Aturan JIKA-MAKA *fuzzy* dinyatakan sebagai relasi *fuzzy* $Q_{MM}(x,y)$ atau di U x V dengan fungsi keanggotaan sebagai berikut :

Implikasi minimum : $Q_{MM}(x,y) = \min[\mu(x), \mu(y)]$ (2.5)

atau

Implikasi pergandaan: $Q_{MP}(x,y) = \mu(x)\mu(y)$ (2.6)

4. *Fuzzifier Singleton*

Definisi 2.2 *Fuzzifier Singeton* (Wang, 1997:105)

Pemetaan nilai real $x^* \in U$ ke singleton *fuzzy* A^l di *U*, dengan derajat kenggotaan 1 untuk dan 0 untuk yang lain di *U* disebut f*uzzyfier singleton.*

$$\mu_{A^l}(x) = \begin{cases} 1 \text{ untuk } x = x^* \\ 0 \text{ untuk } x \text{ yang lain} \end{cases}$$ (2.7) dengan

x^* menunjukkan data sampel.

5. Mesin *Inferensi Fuzzy*

Mesin *inferensi fuzzy* yang digunakan adalah mesin *inferensi* pergandaan dan minimum.

Definisi 2.3 Mesin Inferensi Pergandaan (Wang, 1997:97)

Aturan dasar individual dengan kombinasi gabungan, impikasi pergandaan Mamdani, min untuk semua operator t-norm, dan max untuk semua operator s-norm disebut mesin inferensi pergandaan.

$$\mu_{B^l}(y) = \max_{l=1}^{M}[\sup_{x\in U}(\mu_{A^l}(x)\prod_{i=1}^{n}\mu_{A_i^l}(x_i)\mu_{B^l}(y))]$$ (2.8)

Definisi 2.4 Mesin Inferensi Minimum (Wang, 1997:97)

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Aturan dasar individual dengan kombinasi gabungan, implikasi minimum Mamdani, dan min untuk semua operator t-norm, dan max untuk semua operator s-norm disebut mesin inferensi minimum

$$\mu_{B^l}(y) = \max_{l=1}^{M}[\sup_{x\in U} \min(\mu_{A^l}(x), \mu_{A_i^l}(x_i),.., \mu_{A_n^l}(x_n)\mu_{B^l}(y))] \tag{2.9}$$

6. *Defuzzifier*

Menurut Sri Kusumadewi (2003,109), input dari proses *defuzzifikasi* adalah suatu himpunan *fuzzy* yang diperoleh dari komposisi aturan-aturan *fuzzy*, sedangkan output yang dihasilkan merupakan suatu bilangan pada domain himpunan *fuzzy* tersebut. Sehingga jika diberikan suatu himpunan *fuzzy* dalam range tertentu, maka harus diambil suatu nilai crips tertentu sebagai output. Berikut definisi *defuzzifier* rata-rata pusat,

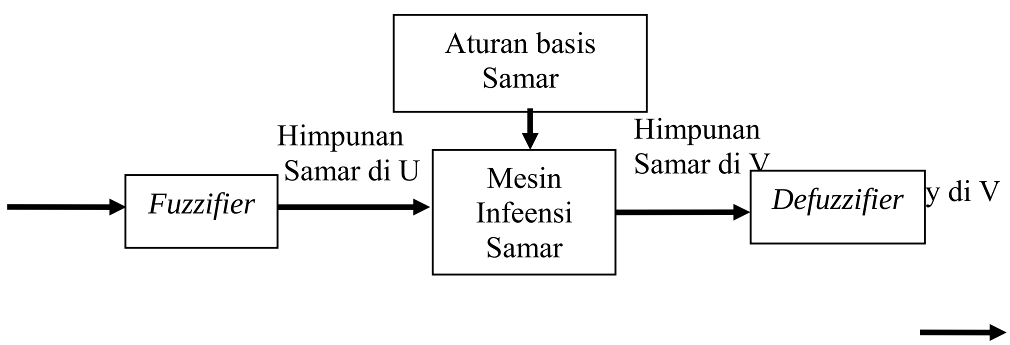
Definisi *defuzzifier* rata-rata pusat 2.5 (Wang, 1997:110)

Jika $\bar{y}_i^l$ merupakan pusat dari himpunan *fuzzy* ke-l, dan w_l adalah tinggi, maka *defuzzifier* rata- rata pusat dinyatakan sebagai

$$y = \frac{\sum_{l=1}^{M} \bar{y}_i^l w_l}{\sum_{l=1}^{M} w_l} \tag{2.10}$$

7. Pemodelan Sistem *Fuzzy*

Proses sistem *fuzzy* yaitu dari *input* yang berupa data real diubah menjadi *fuzzifier* menjadi nilai *fuzzy*, di dalam mesin *inferensi fuzzy* diolah dengan aturan dasar *fuzzy* kemudian ditegaskan kembali dengan *defuzzyfier* (tahap *defuzifikasi*) menjadi nilai tegas (*output*). Berikut bagan dari sistem *fuzzy*



Gambar 2.1. Susunan Sistem *Fuzzifier* dan *Defuzzier*

8. Langkah-langkah *Table Look-Up Scheme*

a. Daerah himpunan *fuzzy* didefinisikan untuk setiap variabel *input* dan *output.*
b. Aturan *fuzzy* dibangun dari setiap pasangan *input* dan *output.*
c. Derajat keanggotaan dihitung dari setiap aturan *fuzzy* yang terbentuk.
d. Basis aturan *fuzzy* diseleksi.
e. Sistem *fuzzy* dibuat dengan menggunakan aturan basis *fuzzy* yang terbentuk.

9. Metode Arima

Metode ARIMA penulis gunakan untuk membandingkan dengan metode *table look-up scheme* kemudian dari metode tersebut dibandingkan dengan hasil prediksinya.

Arima merupakan suatu metode yang menghasilkan ramalan-ramalan berdasarkan sistesis dari pola data secara historis (Arsyad, 1995). Arima ini mengabaikan variabel independen karena model ini sekarang dan nilai-nilai lampau dari variabel dependen untuk menghasilkan peramalan.

Langkah-langkah penerapan metode ARIMA secara berturut-turut adalah:

a. Spesifikasi atau identitas model,
b. Pendugaan parameter model
c. *Diagnostic checking*, dan
d. Peramalan.

C. Hasil dan Pembahasan

Data yang disajikan adalah data IHSG dan faktor-faktornya dengan jumlah 126. Data dibagi menjadi dua yaitu data training 110 dan data testing 16.

1. Menggunakan *Table look-Up Scheme*

Langkah-langkah dalam penerapan model *fuzzy* dengan metode *table look-up scheme* adalah sebagai berikut

Langkah pertama, mendefinisikan himpunan *fuzzy* untuk variabel-variabel input dan variabel *output*. Data IHSG didefinisikan pada [300, 3000] dan banyaknya himpunan samar adalah 46 himpunan samar, banyaknya himpunan *fuzzy*Kurs yang didefinisikan pada [7000, 13000] yaitu 61 himpunan samar, banyaknya himpunan

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

fuzzy SBI yang didefinisikan pada interval [6,18] ada 13 himpunan samar, banyaknya himpunan *fuzzy* JUB yang didefinisikan pada interval [650,2250] ada 81 himpunan samar , dan banyaknya himpunan *fuzzy* Inflasi yang didefinisikan pada [-0.5, 9.5] ada 13 himpunan samar.

Langkah kedua, aturan *fuzzy* dibangun untuk masing-masing pasang variabel *input-output*. Banyaknya aturan dengan *input* IHSG sebelumnya, kurs, SBI, inflasi, dan JUB adalah 110 aturan.

Langkah ketiga, menghitung derajat keanggotaan untuk masing-masing aturan *fuzzy* yang terbentuk.

Langkah keempat, membuat aturan basis *fuzzy*. Aturan *fuzzy* yang sudah terbentuk diseleksi dengan memilih derajat keanggotaan terbesar jika terdapat anteseden yang sama. Aturan *fuzzy* yang sudah terseleksi terdapat 108 aturan *fuzzy*.

Langkah kelima, membentuk sistem *fuzzy*. Sistem *fuzzy* dengan fuzzifier singleton, mesin inferensi pergandaan, defuzzifier rata-rata pusat dan fungsi keanggotaan Gaussian adalah

$$y = \frac{\sum_{l=1}^{108} \bar{y}^l \left(\exp\left(-\frac{(x_1 - \bar{x}_{01}^l)^2}{\sigma} \right) \exp\left(-\frac{(x_2 - \bar{x}_{02}^l)^2}{\sigma} \right) \right)}{\sum_{l=1}^{108} \left(\exp\left(-\frac{(x_1 - \bar{x}_{01}^l)^2}{\sigma} \right) \exp\left(-\frac{(x_2 - \bar{x}_{02}^l)^2}{\sigma} \right) \right)}.$$

Sistem *fuzzy* dengan dengan fuzzifier singleton, mesin inferensi minimum, defuzzifier rata-rata pusat dan fungsi keanggotaan Gaussian

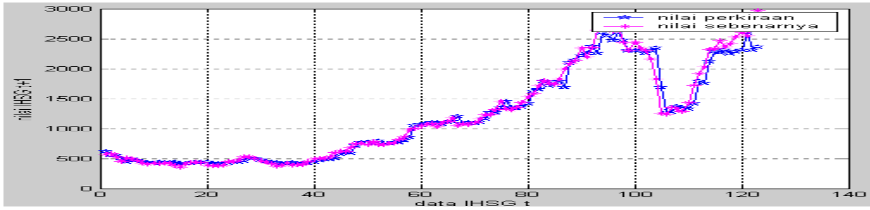
$$y = \frac{\sum_{l=1}^{108} \bar{y}^l \min\left(\exp\left(-\frac{(x_1 - \bar{x}_{01}^l)^2}{\sigma} \right), \exp\left(-\frac{(x_2 - \bar{x}_{02}^l)^2}{\sigma} \right) \right)}{\sum_{l=1}^{108} \min\left(\exp\left(-\frac{(x_1 - \bar{x}_{01}^l)^2}{\sigma} \right), \exp\left(-\frac{(x_2 - \bar{x}_{02}^l)^2}{\sigma} \right) \right)}$$

Di bawah ini adalah tabel kesalahan prediksi untuk model *fuzzy*

Tabel 3.1. Kesalahan Prediksi Model *fuzzy*

MSE training	MSE testing	MAPE training	MAPE testing
89834207,6	1403019	7,0056%	44,4975%

Di bawah ini merupakan grafik dari pasangan *input-output* dari prediksi IHSG bulan Januari 2000-Juni 2010 menggunakan model *fuzzy*.



Gambar 3.1 Grafik nilai IHSG aktual dan prediksi berdasarkan model *fuzzy.*

Di bawah ini adalah tabel prediksi IHSG 12 bulan berikutnya menggunakan model *fuzzy* .

Tabel 3.2. Pridiksi IHSG 12 bulan berikutnya menggunakan Model *fuzzy*

Bulan	Prediksi IHSG
Juli 2010	2640
Agustus 2010	2700
September 2010	2760
Oktober 2010	2640
November 2010	2700
Desember 2010	2760
Januari 2011	2640
Februari 2011	2700
Maret 2011	2760
April 2011	2640
Mei 2011	2700
Juni 2011	2760

2. Menggunakan Metode ARIMA

Langkah pertama yang dilakukan adalah melihat kestasioneran data, dengan menggunakan bantuan program Minitab 15 dapat diketahui bahwa 110 data tersebut stasioner atau tidak. Kestasioneran data dapat dilihat dari stasioner mean dan variansi. Stasioneran dalam variansi diselidiki dengan menggunakan plot Box-Cox. Jika nilai lamda(λ) = 1 maka data sudah stasioner dalam variansi. Karena data belum stasioner dalam variansi maka dilakukan transformasi dengan formula ln Yt menyebabkan parameter transformasi stasioner dalam variansi. Stasioner dalam mean dilihat dari plot ACF dan PACF dari data yang telah ditransformasi menunjukkan data belum stasioner dalam mean, maka perlu dilakukan *differencing. Differencing* pertama data sudah stasioner. Berdasarkan pola ACF dan PACF menunjukkan adanya model ARIMA (1,0,0). Berdasarkan *diagnostic checking* menunjukkan bahwa *time lag* tidak melebihi batas signifikan artinya bahwa tidak

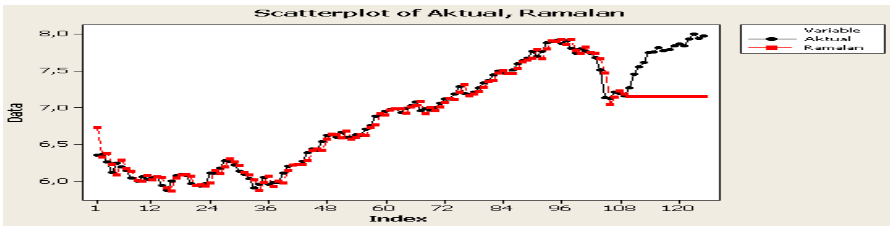
 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

terdapat autokorelasi pada residual sehingga ARIMA (0,1,1) layak digunakan. Di bawah ini manunjukkan tabel kesalahan prediksi ARIMA (0,1,1).

Tabel 3.3. Kesalahan Prediksi Metode ARIMA

MSE training	MSE testing	MAPE training	MAPE testing
89834207,6	1403019	7,0056%	44,4975%

Berikut ini merupakan grafik dari model ARIMA (0,1,1) dari data training dan testing untuk nilai actual dan ramalan.



Gambar 3.5. Plot dari data training dan testing untuk nilai aktual dan ramalan berdasarkan model ARIMA (0,1,1).

D. Kesimpulan dan Saran

Kesimpulan dan saran yang diperoleh dari penelitian ini adalah:

Berdasarkan MSE dan MAPE training maupun testing dengan menggunakan model *table look-up scheme* dan model ARIMA maka model yang terbaik untuk memprediksi IHSG adalah metode *table look-up scheme.* Metode *table look-up scheme* dengan MSE training 9281,5; MSE testing 29226, MAPE training 5,5499%, MAPE testing 6,4221%, sedangkan metode ARIMA dengan MSE training 89834207,6; MSE testing 1403019; MAPE training 7,0056% dan MAPE testing 44,4975%.

Sebagai pembanding, metode Tsukamoto dan metode sugeno dapat digunakan dalam sistem inferensi *fuzzy* selain metode mamdani. Jika datanya banyak, maka *fuzzy clustering* dapat digunakan untuk mengurangi aturan *fuzzy* sehingga modelnya lebih sederhana.

E. Daftar Pustaka

Kusumadewi, Sri. (2000). *Artificial Intellegence (Teknik dan Aplikasinya).* Yogyakarta: Graha Ilmu.

Lincolin Arsyad. (2002). *Peramalan Bisnis.* Jakarta:Ghalia Indonesia.

Sunariyah. (2000). *Pengantar Pengetahuan Pasar Modal.* Yogyakarta: UPP-AMP YKPN.

Usman, Hardius. (2007). "Prediksi IHSG dengan Model Grach dan Model Arima". *Jurnal Ekonomo dan Pembangunan Indonesia* vol VII No.02 hal 73-91.

Wang, Li-xin. (1997). *A Course in Fuzzy Systems and Control.* New Jersey: Prentice-Hall International, Inc.

Wei, W.S. 2006. Time Series Analysis: Univariate and Multivariate 2nd Edition. New Jersey: Pearson Education.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

T – 18

Perhitungan Energi Pengisian pada Sistem Transistor Elektron Tunggal

Ratno Nuryadi
Pusat Teknologi Material, Badan Pengkajian dan Penerapan Teknologi (BPPT)
BPPT Gedung II Lt. 22. Jl. M.H. Thamrin No. 8 Jakarta 10340
E-mail : ratnon@gmail.com

Abstrak

Transistor elektron tunggal (*single electron transistor*) adalah transistor jenis baru yang bekerja atas pergerakan elektron satu per satu. Transistor elektron tunggal mempunyai struktur titik kuantum (*quantum dot*) di tengah yang diapit oleh dua kapasitor terobosan (*tunnel capacitor*) dan satu kapasitor normal sebagai pengontrol aliran arus listrik. Perubahan energi total sistem transistor karena adanya satu elektron yang melewati kapasitor terobosan dipengaruhi oleh besarnya energi pengisian (*charging energy*) dan energi suplai dari sumber tegangan. Makalah ini membahas cara perhitungan energi pengisian pada sistem transistor elektron tunggal. Energi pengisian total dari transistor ini merupakan penjumlahan dari masing-masing energi pengisian pada semua kapasitor. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa energi pengisian total merupakan fungsi dari tegangan drain, tegangan gate dan muatan pada titik kuantum. Ketika tegangan drain dan tegangan gate bernilai konstan, maka perubahan energi pengisian total disebabkan oleh pergerakan satu elektron hanya ditentukan oleh perubahan muatan pada titik kuantum.

1. Pendahuluan

Transistor elektron tunggal (*single electron transistor*) adalah transistor generasi terbaru yang bekerja berdasarkan pinsip pergerakan elektron satu per satu [1-5]. Istilah elektron tunggal sendiri relatif masih baru, diperkenalkan oleh ilmuwan fisika asal Rusia bernama Likharev sekitar pertengahan tahun 80-an [1-2]. Istilah tersebut lahir setelah dilatarbelakangi oleh perkembangan teknologi fabrikasi semikonduktor seperti *electron beam lithography*, yang dengan teknologi tersebut dapat dibuat divais elektronika berukuran nanometer (nano elektronika) sehingga memungkinkan untuk mengontrol pergerakan elektron satu-per-satu. Faktor lain yang melatarbelakangi adalah prediksi adanya limitasi kinerja MOSFET (*metal-oxide-semiconductor field-effect transistor*) ketika ukuran transistor ini terus diturunkan mendekati level beberapa nanometer [6]. Di sisi lain, eksplorasi peluang digunakannya divais baru berbasis elektron tunggal memberikan harapan yang menggembirakan, yaitu divais baru yang bekerja dengan energi kecil (*low power*), berukuran kecil, kinerja dengan kecepatan tinggi dan mempunyai fitur aplikasi baru yang luas [7-10].

Struktur transistor elektron tunggal mempunyai kemiripan dengan MOSFET, yaitu adanya elektroda *source*, *drain* dan *gate*. Perbedaannya, pada transistor elektron tunggal, antara source dan drain terdapat titik kuantum (*quantum dot*) yang diapit oleh dua

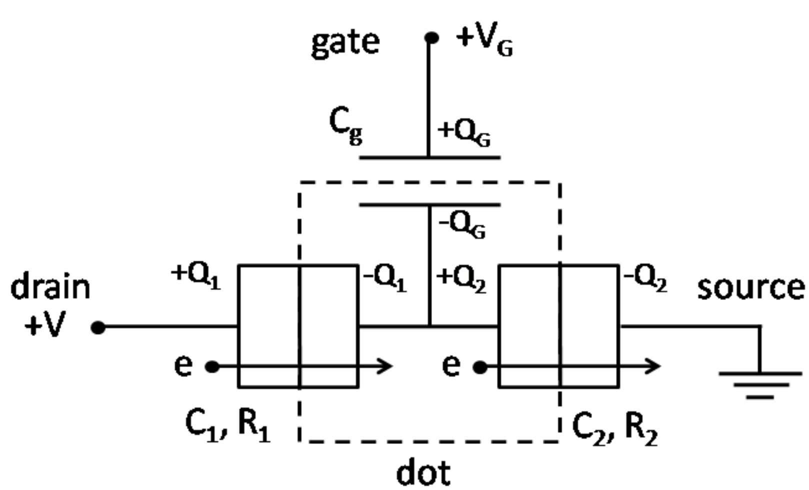
 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

kapasitor terobosan (*tunnel capacitor*), sedangkan pada MOSFET terdapat saluran tempat mengalirnya elektron antara source dan drain. Saat ini transistor elektron tunggal marak diteliti oleh para ilmuwan baik dari sisi eksperimen maupun simulasi. Dari sisi studi simulasi, perhitungan metode numerik dengan resolusi perhitungan pergerakan satu elektron mutlak dibutuhkan. Untuk itu perhitungan energi pengisian (*charging energy*) karena pergerakan satu elektron harus dilakukan [5], untuk kemudian dapat dihasilkan perhitungan perubahan energi total sistem transistor.

Makalah ini membahas perhitungan energi pengisian pada transistor elektron tunggal. Perhitungan ini untuk mengetahui seberapa besar pengaruh pergerakan satu elektron diantara energi suplai dari sumber tegangan. Meskipun perhitungan ini kelihatan rumit, tetapi dapat diselesaikan dengan prinsip elektrostatika sederhana sebagaimana dibahas pada makalah ini.

2. Struktur Transistor Elektron Tunggal

Rangkaian transistor electron tunggal dapat dilihat pada Gambar 1. Transistor elektron tunggal mempunyai struktur titik kuantum di tengah yang diapit oleh dua kapasitor terobosan dan satu kapasitor *gate*. *Source* dihubungkan ke *ground*, sedangkan *drain* dan *gate* masing-masing diberi tegangan V dan V_G [5].



Gambar 1. Struktur transistor electron tunggal terdiri dari 2 kapasitor terobosan yang mengapit titik kuantum (*quantum dot*) dan satu kapasitor *gate*.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Formulasi tegangan pada masing-masing kapasitor dapat dihitung melalui langkah-langkah berikut. Pertama, besar muatan pada setiap kapasitor dapat dirumuskan sebagaimana persamaan berikut [5],

$$Q_1 = C_1 V_1 = C_1(V - V_2), \quad (1)$$

$$Q_2 = C_2 V_2, \quad (2)$$

$$Q_G = C_G(V_G - V_2). \quad (3)$$

Di sini, V_2 adalah tegangan yang dikenakan pada kapacitor 2. V_2 juga merupakan tegangan titik kuantum.

Besar muatan di dalam titik kuantum dapat dinyatakan sebagai Q, di mana besar harga Q ini mempunyai hubungan dengan muatan Q_1, Q_2 dan Q_G sebagai berikut,

$$Q = Q_2 - Q_1 - Q_G \quad (4)$$

Jika persamaan (1-3) dimasukkan ke persamaan (4) dapat diperoleh hubungan antara tegangan yang dikenai oleh kapasitor 2 (V_2) dengan tegangan V dan V_G sebagai berikut,

$$Q = C_2 V_2 - C_1(V - V_2) - C_G(V_G - V_2)$$

$$Q = (C_2 + C_1 + C_G)V_2 - C_1 V - C_G V_G$$

$$(C_1 + C_2 + C_G)V_2 = C_1 V + C_G V_G + Q$$

Sehingga diperoleh,

$$V_2 = \frac{1}{C_\Sigma}(C_1 V + C_G V_G + Q) \quad (5)$$

Di mana C_Σ adalah total kapasitansi antara dot dan lingkungan di luarnya, yang dapat ditulis sebagai,

$$C_\Sigma = C_1 + C_2 + C_G. \quad (6)$$

Karena $V_1 = V - V_2$, maka dengan menggunakan persamaan (5) akan didapatkan tegangan yang dikenai oleh kapasitor 1 (V_1), menjadi

$$V_1 = V - \frac{1}{C_\Sigma}(C_1 V + C_G V_G + Q)$$

$$V_1 = \frac{(C_1 + C_2 + C_G)V}{C_\Sigma} - \frac{(C_1 V + C_G V_G + Q)}{C_\Sigma}$$

$$V_1 = \frac{1}{C_\Sigma}[(C_2 + C_G)V - C_G V_G - Q] \quad (7)$$

Dapat diketahui di sini bahwa baik V_1 maupun V_2 merupakan fungsi dari Q, V dan V_G.

3. Perhitungan Energi Pengisian

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Energi pengisian total pada sistem transistor elektron tunggal dapat dihitung dengan menjumlahkan masing-masing energi pengisian pada kapasitor C_1, C_2 dan C_G sebagaimana berikut,

$$E_T = \frac{Q_1^2}{2C_1} + \frac{Q_2^2}{2C_2} + \frac{Q_G^2}{2C_G}$$

$$E_T = \frac{1}{2}\left(\frac{Q_1^2}{C_1} + \frac{Q_2^2}{C_2} + \frac{Q_G^2}{C_G}\right) \qquad (8)$$

Dengan memasukkan persamaan (1-3) ke dalam persamaan (8) akan didapatkan,

$$E_T = \frac{1}{2}\left(\frac{C_1^2V_1^2}{C_1} + \frac{C_2^2V_2^2}{C_2} + \frac{C_G^2(V_G - V_2)^2}{C_G}\right)$$

$$E_T = \frac{1}{2}\left(C_1V_1^2 + C_2V_2^2 + C_G(V_G - V_2)^2\right) \qquad (9)$$

Di sini dapat terlihat bahwa energi pengisian total merupakan fungsi dari V_1, V_2 dan V_G. Dengan menggunakan persamaan (5) dan (7), maka persamaan (9) menjadi,

$$E_T = \frac{1}{2}\left(C_1\left(\frac{(C_2+C_G)V - C_GV_G - Q}{C_\Sigma}\right)^2 + C_2\left(\frac{C_1V + C_GV_G + Q}{C_\Sigma}\right)^2 + C_G\left(V_G - \frac{C_1V + C_GV_G + Q}{C_\Sigma}\right)^2\right) \qquad (10)$$

Untuk mempermudah perhitungan di atas, persamaan (10) dipecah-pecah menjadi,

$$E_T = \frac{1}{2}(A + B + C) \qquad (11)$$

di mana,

$$A = C_1\left(\frac{(C_2+C_G)V - C_GV_G - Q}{C_\Sigma}\right)^2$$

$$B = C_2\left(\frac{C_1V + C_GV_G + Q}{C_\Sigma}\right)^2$$

$$C = \left(V_G - \frac{C_1V + C_GV_G + Q}{C_\Sigma}\right)^2$$

Selanjutnya dengan menggunakan hubungan persamaan-persamaan di bawah ini dilakukan perhitungan A, B dan C.

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$(a + b + c + d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd$$

Perhitungan nilai A:

$$A = C_1\left(\frac{C_2V + C_GV - C_GV_G - Q}{C_\Sigma}\right)^2$$

$$A = \frac{C_1}{C_\Sigma^2}\{C_2^2V^2 + C_G^2V^2 + C_G^2V_G^2 + Q^2 + 2C_2C_GV^2 - 2C_2C_GVV_G - 2C_2VQ - 2C_G^2VV_G - 2C_GVQ + 2C_GV_GQ\}$$

$$A = \frac{C_1}{C_\Sigma^2}\{C_2^2V^2 + C_G^2V^2 + C_G^2V_G^2 + Q^2 + 2C_2C_GV^2 - 2C_2C_GVV_G - 2C_2VQ - 2C_G^2VV_G - 2C_GVQ + 2C_GV_GQ\}$$

$$A = \frac{1}{C_Z^2}\{C_1C_2^2V^2 + C_1C_G^2V^2 + C_1C_G^2V_G^2 + C_1Q^2 + 2C_1C_2C_GV^2 - 2C_1C_2C_GVV_G - 2C_1C_2VQ - 2C_1C_G^2VV_G - 2C_1C_GVQ + 2C_1C_GV_GQ\} \qquad (12)$$

Perhingan nilai B:

$$B = C_2\left(\frac{C_1V + C_GV_G + Q}{C_Z}\right)^2$$

$$B = \frac{C_2}{C_Z^2}\{C_1^2V^2 + C_G^2V_G^2 + Q^2 + 2C_1C_GVV_G + 2C_1VQ + 2C_GV_GQ\}$$

$$B = \frac{1}{C_Z^2}\{C_2C_1^2V^2 + C_2C_G^2V_G^2 + C_2Q^2 + 2C_1C_2C_GVV_G + 2C_1C_2VQ + 2C_2C_GV_GQ\} \qquad (13)$$

Perhitungan nilai C:

$$C = C_G\left(V_G - \frac{C_1V + C_GV_G + Q}{C_Z}\right)^2$$

$$C = \frac{C_G}{C_Z^2}\left(V_GC_Z - (C_1V + C_GV_G + Q)\right)^2$$

$$C = \frac{C_G}{C_Z^2}\left(V_G(C_1 + C_2 + C_G) - (C_1V + C_GV_G + Q)\right)^2$$

$$C = \frac{C_G}{C_Z^2}(V_GC_1 + V_GC_2 + V_GC_G - C_1V - C_GV_G - Q)^2$$

$$C = \frac{C_G}{C_Z^2}(V_GC_1 + V_GC_2 - C_1V - Q)^2$$

$$C = \frac{C_G}{C_Z^2}(C_1^2V_G^2 + C_2^2V_G^2 + C_1^2V^2 + Q^2 + 2V_G^2C_1C_2 \quad 2V_GC_1^2V \quad 2V_GC_1Q \quad 2V_GC_2C_1V \quad 2V_GC_2Q + 2C_1VQ)$$

$$C = \frac{1}{C_Z^2}(C_1^2C_GV_G^2 + C_2^2C_GV_G^2 + C_1^2C_GV^2 + C_GQ^2 + 2V_G^2C_1C_2C_G - 2V_GC_1^2C_GV - 2V_GC_1C_GQ - 2V_GC_2C_1C_GV - 2V_GC_2C_GQ + 2C_1C_GVQ) \qquad (14)$$

Nilai A pada persamaan (12), nilai B pada persamaan (13) dan nilai C pada persamaan (14) kemudian dijumlahkan sehingga menjadi,

$$A + B + C = \frac{1}{C_Z^2}\{C_1C_2^2V^2 + C_1C_G^2V^2 + C_1C_G^2V_G^2 + C_1Q^2 + 2C_1C_2C_GV^2 - 2C_1C_G^2VV_G - 2C_1C_GVQ\} + \frac{1}{C_Z^2}\{C_2C_1^2V^2 + C_2C_G^2V_G^2 + C_2Q^2\} + \frac{1}{C_Z^2}(C_1^2C_GV_G^2 + C_2^2C_GV_G^2 + C_1^2C_GV^2 + C_GQ^2 + 2V_G^2C_1C_2C_G - 2V_GC_1^2C_GV - 2V_GC_2C_1C_GV + 2C_1C_GVQ\} \qquad (15)$$

Ruas sebelah kanan pada persamaan (15) di atas dapat disederhanakan menjadi,

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$$A + B + C = \frac{1}{C_\Sigma^2}(C_1 + C_2 + C_G)\{C_1C_2V^2 + C_1C_GV^2 + C_1C_GV_G^2 + C_2C_GV_G^2 - 2C_1C_GVV_G + Q^2\} \quad (16)$$

Sehingga didapatkan,

$$A + B + C = \frac{C_\Sigma}{C_\Sigma^2}\{C_1C_2V^2 + C_1C_G(V^2 - 2C_1C_GVV_G + V_G^2) + C_2C_GV_G^2 + Q^2\}$$

$$A + B + C = \frac{1}{C_\Sigma}\{C_1C_2V^2 + C_1C_G(V - V_G)^2 + C_2C_GV_G^2 + Q^2\} \quad (17)$$

Dengan demikian dari persamaan (11) dan persamaan (17) didapatkan hasil akhir energi pengisian total menjadi,

$$E_c = \frac{1}{2C_\Sigma}\{C_1C_2V^2 + C_1C_2(V - V_G)^2 + C_2C_GV_G^2 + Q^2\} \quad (18)$$

Dapat dilihat pada persamaan (18) ini bahwa V dan V_G adalah tegangan yang diberikan dari eksternal secara konstan, sehingga perubahan energy pengisian karena pergerakan satu elektron hanya hanya dipengaruhi oleh unsur $Q^2/2C_\Sigma$ saja. Karena itu, perubahan energi pengisian ΔE_c menjadi,

$$\Delta E_c = E_c^{after} - E_c^{before}$$

$$\Delta E_c = \frac{(Q \pm e)^2}{2C_\Sigma} - \frac{Q^2}{2C_\Sigma}$$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2C_\Sigma}(Q^2 \pm 2Qe + e^2 - Q^2)$$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2C_\Sigma}(e^2 \pm 2Qe)$$

$$\Delta E_c = \frac{e}{2C_\Sigma}(e \pm 2Q) \quad (19)$$

Harga muatan titik kuantum Q dapat ditulis sebagai,

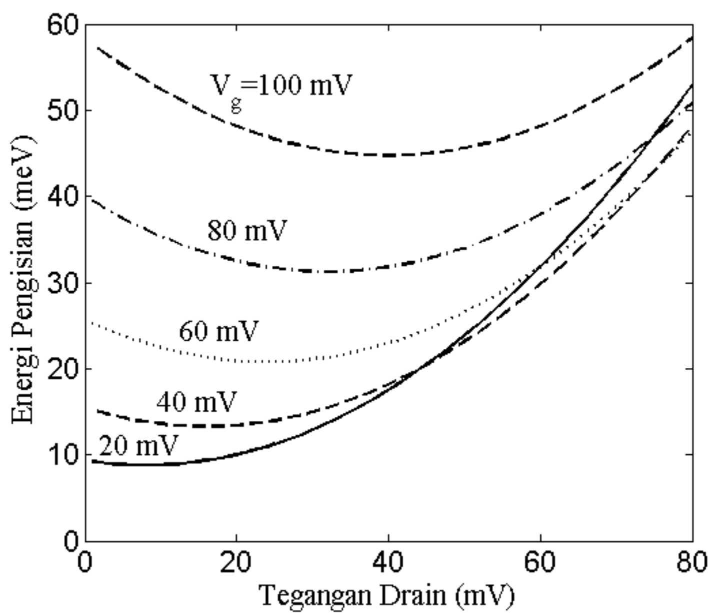
$$Q = -Ne + Q_0 \quad (20)$$

Di sini $N = n_1 - n_2$ yang menyatakan jumlah elektron di dalam titik kuantum dengan n_1 dan n_2 masing-masing adalah jumlah elektron yang mengalir melalui kapasitor C_1 dan kapasitor C_2. Tanda minus (-) pada ($-Ne$) menunjukkan muatan elektron adalah negatif, dan arah geraknya berlawanan dengan arah arus listrik. Q_0 adalah *background charge* yang dapat ditimbulkan dari impuritas di dalam titik kuantum atau penyebab lain seperti perbedaan fungsi kerja (*work function*).

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

4. Hasil perhitungan energi pengisian

Gambar 2 adalah hasil perhitungan energi pengisian versus tegangan drain pada beberapa nilai tegangan gate. Pada perhitungan ini diasumsikan C_1=6 aF, C_2=3 aF dan C_G=2 aF. Jumlah elektron di dalam titik kuantum diasumsikan N=1, tidak berubah ketika tegangan drain dinaikkan. *Backgorund charge* diasumsikan sama dengan nol. Terlihat pada Gambar 2 bahwa ketika tegangan drain dinaikkan energi pengisian membentuk grafik hiperbolik. Hal ini terjadi untuk semua nilai tegangan gate, meskipun grafik hiperbolik nilainya membesar ketika tegangan gate dinaikkan. Selain itu terlihat juga bahwa nilai minimum grafik hiperbolik bergeser ke arah tegangan drain lebih tinggi ketika tegangan gate dinaikkan.

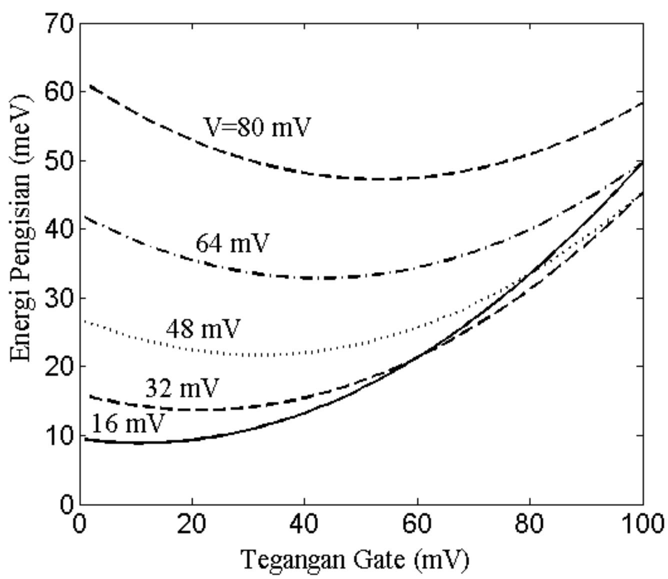


Gambar 2. Hasil perhitungan energi pengisian versus tegangan drain dengan asumsi C_1=6 aF, C_2=3 aF dan C_G=2 aF. Pada perhitungan ini N=1 dan tidak berubah ketika tegangan drain dinaikkan.

Gambar 3 merupakan hasil perhitungan energi pengisian versus tegangan gate pada beberapa nilai tegangan drain. Nilai-nilai C_1, C_2, C_G dan N yang digunakan sama dengan pada Gambar 2. Terlihat pada Gambar 3 bahwa grafik hiperbolik terbentuk sebagaimana pada Gambar 2. Ketika tegangan drain dinaikkan, grafik hiperbolik nilainya membesar. Nilai minimum grafik hiperbolik nilainya bergeser ke arah kanan ketika

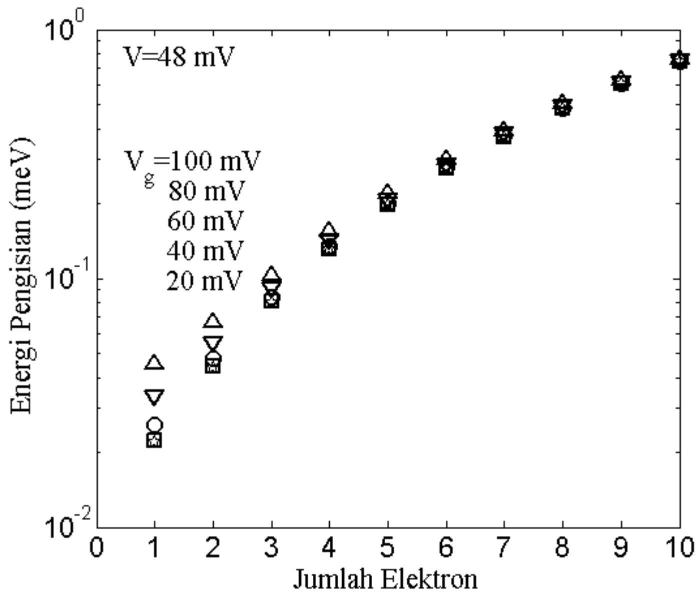
ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

tegangan gate dinaikkan. Gambar 4 menunjukkan hasil perhitungan energi pengisian versus jumlah elektron yang berada pada titik kuantum. Pada perhitungan ini, drain diberi tegangan 48 mV dan tegangan gate divariasikan antara 20 mV sampai dengan 100 mV. Terlihat hasil bahwa untuk semua nilai tegangan gate, nilai energi pengisian mengalami kenaikan ketika jumlah elektron pada titik kuantum dinaikkan. Terlihat juga bahwa ketika tegangan gate dinaikkan energi pengisian membesar (pada nilai N yang sama) tetapi kenaikannya tidak terlalu signifikan.



Gambar 3. Hasil perhitungan energi pengisian versus tegangan gate. Diasumsikan bahwa C_1=6 aF, C_2=3 aF dan C_G=2 aF. N=1 dan nikainya tidak berubah ketika tegangan gate dinaikkan.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3



Gambar 4. Hasil perhitungan energi pengisian versus jumlah elektron pada titik kuantum pada berbagai variasi tegangan gate dengan tegangan drain sebesar 48 mV.

5. Kesimpulan

Formulasi energi pengisian pada sistem transistor elektron tunggal dilakukan pada penelitian ini. Energi pengisian total merupakan penjumlahan dari masing-masing energi pengisian pada tiga kapasitor, yaitu kapasitor drain C_1, kapasitor source C_2 dan kapasitor gate C_g. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa energi pengisian total merupakan fungsi dari tegangan drain, tegangan gate dan muatan pada titik kuantum. Ketika tegangan drain dan tegangan gate bernilai konstan, maka perubahan energi pengisian total disebabkan oleh pergerakan satu elektron hanya ditentukan oleh perubahan muatan pada titik kuantum. Sebagaimana terlihat pada Gambar 2 dan Gambar 3, grafik hiperbolik terbentuk di mana nilai minimum grafik hiperbolik bergeser ke arah tegangan lebih besar ketika tegangan gate (untuk Gambar 2) dan tegangan drain (untuk Gambar 3) dinaikkan. Cara formulasi dan perhitungan energi pengisian pada transistor elektron tunggal pada makalah ini dapat diekstensi untuk sistem rangkaian yang lebih besar dan komplek.

Terima kasih disampaikan kepada Sdri. Sri Purwiyanti atas diskusi yang mendalam dalam pelaksanaan riset ini.

Daftar Pustaka

[1] D.V. Averin and K.K. Likharev, *Mesoscopic phenomena in Solids*, edited by B.L. Altshuler, P.A. Lee, and R.A. Webb (Elsevier, Amsterdam, 1991), p. 173-271.

[2] K.K. Likharev, "Correlated discrete transfer of single electrons in ultrasmall junctions", IBM J. Res. Develop. 32(1), 144-157 (1988).

[3] K.K. Likharev, "Single-electron devices and their applications", Proceedings of the IEEE, 87, 606-632 (1999).

[4] A.E. Hanna and M. Tinkham, "Variation of the Coulomb staircase in a two-junction system by fractional electron charge", Phys. Rev. B, 44, 5919-5922 (1991).

[5] J.R. Tucker, "Complementary digital logic based on the "Coulomb blockade"". J. of Appl. Phys., 72 (9), 4399-4413 (1992)

[6] International Technology of Roadmap for Semiconductors (ITRS), 2010 Update.

[7] Y. Takahashi, M. Nagase, H. Namatsu, K. Kurihara, K. Iwadate, Y. Nakajima, S. Horiguchi, K. Murase, and M. Tabe, "Fabrication technique Si single electron transistor operating at room temperature, Electron. Lett., Vol. 31, No. 2, 136–137 (1995).

[8] M. Saitoh, T. Saito, T. Inukai, and T. Hiramoto, "Transport spectroscopy of the ultrasmall silicon quantum dot in a single-electron transistor", Appl. Phys. Lett., Vol. 79, No. 13, 2025 - 2027 (2001).

[9] R. Nuryadi, H. Ikeda, Y. Ishikawa, and M. Tabe, "Ambipolar coulomb blockade characteristics in a two-dimensional Si multidot device", IEEE Trans. Nanotechnol. 2, 231-235 (2003).

[10] R. Nuryadi, H. Ikeda, Y. Ishikawa and M. Tabe, "Current fluctuation in single-hole transport through a two-dimensional Si multidot", Appl. Phys. Lett., 86, 133106(1)-133106(3) (2005).

T – 19

Kerapatan Keadaan pada Struktur Nano Berbentuk Sumur Nano, Kawat Nano dan Titik Nano

Ratno Nuryadi
Pusat Teknologi Material, Badan Pengkajian dan Penerapan Teknologi (BPPT)
BPPT Gedung II Lt. 22. Jl. M.H. Thamrin No. 8 Jakarta 10340
E-mail : ratnon@gmail.com

Abstrak

Teknologi fabrikasi semikonduktor saat ini mampu membuat struktur dalam ukuran sangat kecil sampai berukuran nanometer. Ada 3 struktur dasar material berukuran nanometer, yaitu sumur nano (*nano well*), kawat nano (*nano wire*) dan titik nano (*nano dot*). Pada divais nanoelektronika, perbedaan struktur ini akan memberikan perbedaan pada kalkulasi jumlah elektron yang dapat berada pada struktur tersebut, yang akhirnya menimbulkan perbedaan juga pada nilai arus listrik. Makalah ini membahas cara perhitungan kerapatan keadaan (*density of state*) dari ketiga struktur tersebut berikut contoh aplikasinya pada beberapa jenis semikonduktor seperti silikon dan germanium. Didapatkan hasil bahwa kerapatan keadaan pada sumur nano membentuk karakteristik tangga, kerapatan keadaan pada kawat nano membuat bentuk pola gabungan antara diskrit dan penurunan secara eksponensial, dan kerapatan keadaan pada titik nano membentuk karakteristik diskrit. Didapatkan hasil juga bahwa meskipun bentuk strukturnya sama, antara material satu dengan lainnya (silikon dan germanium) mempunyai nilai kerapatan keadaan yang berbeda. Ini dikarenakan perbedaan massa efektif (*effective mass*) pada material-material tersebut. Perhitungan kerapatan keadaan seperti ini penting karena kerapatan keadaan adalah unsur utama dalam kalkulasi jumlah elektron yang dapat mengisi struktur material tersebut, yang akhirnya akan menentukan jumlah arus yang mengalir.

1. Pendahaluan

Salah satu sifat dasar yang dimiliki oleh divais elektronika adalah karakteristik arus listrik versus tegangan. Arus listrik suatu divais elektronika merupakan fungsi dari jumlah elektron yang mengalir pada struktur divais tersebut dikalikan dengan muatan dasar elektron 1.602×10^{-19} Coulomb. Jumlah elektron yang mengalir bergantung pada bentuk struktur dan fungsi distribusi Fermi-Diract yang menunjukkan peluang elektron menempati struktur tersebut [1-2].

Seiring dengan perkembangan teknologi semikonduktor, teknik fabrikasi divais elektronika sedemikian maju dan memungkinkan untuk membuat struktur divais berukuran nanometer [3-5]. Berbagai bentuk divais selama ini telah dikembangkan oleh para ilmuwan baik dari bentuk yang sederhana sampai bentuk yang komplek. Tetapi pada hakekatnya hanya ada 3 bentuk dasar ketika material berukuran nanometer, yaitu sumur nano (*nano well*), kawat nano (*nano wire*) dan titik nano (*nano dot*) [6]. Perbedaan kegiatan struktur tersebut menimbulkan perbedaan nilai kerapatan keadaan (*density of state*) yang akhirnya menimbulkan perbedaan nilai arus listrik.

Makalah ini membahas cara perhitungan kerapatan keadaan untuk struktur sumur nano, kawat nano, titik nano dan aplikasi perhitungannya pada jenis semikonduktor

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

silikon dan germanium. Formulasi kerapatan keadaan dilakukan berbasis perbandingan jumlah elektron pada satu unit keadaan dan volume struktur.

2. Kerapatan Keadaan

Kerapatan keadaan (*density of state*, DOS) adalah jumlah keadaan tiap unit energi dan tiap unit volume. Sebelum menghitung kerapatan keadaan pada struktur nanometer (sumur nano, kawat nano dan titik nano), di bawah ini akan dihitung terlebih dahulu struktur besar tiga dimensi (3D). Untuk menghitungnya perlu dilakukan analisa sebagai berikut.

Di dalam ruang kristal dimensi 3 berbentuk kubus (Gambar 1), hubungan antara energi dan *k* (ruang resiprokal) dapat dituliskan sebagai berikut,

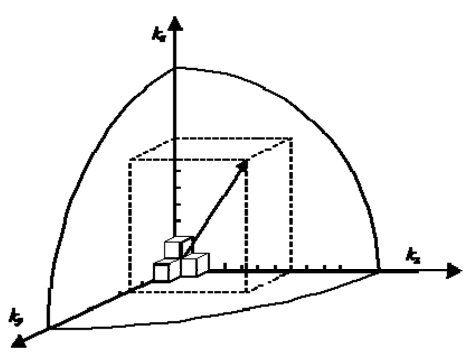
$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \qquad (1)$$

dalam hal ini,

$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$, di mana $k_x = \frac{2\pi}{L} n_x$, $k_y = \frac{2\pi}{L} n_y$ dan $k_z = \frac{2\pi}{L} n_z$. Catatan bahwa n_x, n_y, n_z adalah bilangan bulat. Sehingga,

$$E = \frac{\hbar^2 (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)}{2m} \qquad (2)$$

Ilustrasi ruang *k* ini digambarkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Ilustrasi ruang *k* untuk perhitungan kerapatan keadaan.

Untuk menentukan densitas kerapatan, dihitung perbandingan sebagai berikut:

Volume bola : jumlah elektron *n* = volume satu unit keadaan : jumlah elektron dalam satu unit keadaan

$\frac{4\pi k^3}{3}$: n = $\left(\frac{2\pi}{L}\right)^3$: 2 (berbeda spin dengan arah spin ke atas dan spin ke bawah)

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$n = 2.\frac{4\pi k^3}{3}.\frac{1}{(2\pi/L)^3}$ (3)

Jumlah keadaan (didefinisikan sebagai *N*) pada hakikatnya sama dengan jumlah elektron *n* karena tiap elektron menempati satu keadaan. Densitas keadaan ρ adalah jumlah total keadaan per unit volume, per unit energi. Selanjutnya dilakukan langkah sebagai berikut:

Pertama, jumlah keadaan *N* (sama dengan *n*) dibagi dengan volume ruang kubus, yaitu L^3.

$N = \frac{n}{L^3}$, $N = 2.\frac{4\pi k^3}{3}.\frac{1}{(2\pi/L)^3}.\frac{1}{L^3}$

$N = 2.\frac{4\pi k^3}{3}.\frac{1}{(2\pi)^3}$ (4)

Selanjutnya, persamaan (4) didiferensialkan untuk mendapatkan kerapatan keadaan = jumlah keadaan per unit energi, per unit volume sehingga

$\rho(E) = \frac{dN}{dE}$, sehingga $\rho(E) = \frac{dN}{dk}.\frac{dk}{dE}$

$\frac{dN}{dk} = 2.\frac{4\pi k^2}{(2\pi)^3}$. (5)

Dari hubungan energi *E* dan *k*,

$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ dan $k = \left(\frac{2mE}{\hbar^2}\right)^{\frac{1}{2}}$, didapatkan $\frac{dk}{dE} = \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{E^{-\frac{1}{2}}}{2}$. Maka densitas keadaan menjadi,

$\rho^{3D}(E) = \frac{1}{2\pi^2}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}}E^{\frac{1}{2}}$ (6)

Satuan dari kerapatan keadaan pada dimensi 3 $\rho^{3D}(E)$ adalah $J^{-1}m^{-3}$ atau $eV^{-1}cm^{-3}$.

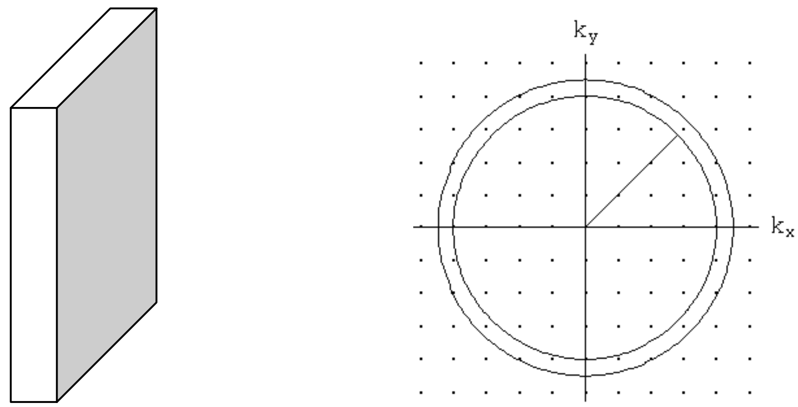
3. Densitas Keadaan pada Struktur Sumur Nano

Perhitungan densitas keadaan pada struktur dimensi 2 (sumur nano), pada hakikatnya sama dengan cara yang digunakan pada dimensi 3. Dengan memperhatikan Gambar 2 dan selanjutnya dihitung jumlah elektron di dalam lingkaran dengan luas πk^2. Catatan bahwa dalam unit terkecil keadaan dengan luas $(2\pi/L)^2$ terisi oleh 2 elektron (berbeda arah spin).

Luas lingkaran : jumlah elektron *n* = luas satu unit keadaan : jumlah elektron dalam satu unit keadaan

πk^2: *n* = $\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2$: 2 (berbeda spin, arah ke atas dan arah ke bawah)

$n = 2.\pi k^2.\frac{1}{(2\pi/L)^2}$ (7)



(a) (b)

Gambar 2. Ilustrasi (a) sumur nano (ruang nyata) dan (b) ruang *k* (ruang resiprocal).

Jumlah keadaan *N* pada hakikatnya sama dengan jumlah elektron *n*. Densitas keadaan adalah jumlah keadaan per unit volume per unit energi. Pertama, perlu dihitung jumlah keadaan per unit volume dengan mengetahui bahwa struktur sumur kuantum mempunyai lebar *L*, tinggi *L* dan panjang *w*, sehingga volumenya wL^2.

$N = \frac{n}{wL^2}$, sehingga $N = 2.\pi k^2 . \frac{1}{(2\pi/L)^2} . \frac{1}{wL^2}$

$N = \frac{k^2}{2\pi w}$. (8)

Selanjutnya dihitung jumlah keadaan per unit volume per unit energi dengan cara mendiferensialkan persamaan (8) terhadap energi.

$\rho(E) = \frac{dN}{dE}$, sehingga $\rho(E) = \frac{dN}{dk} . \frac{dk}{dE}$

$\frac{dN}{dk} = \frac{k}{\pi w}$ (9)

Dari hubungan energi *E* dan vektor gelombang *k*,

$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ dan $k = \left(\frac{2mE}{\hbar^2}\right)^{\frac{1}{2}}$ didapatkan $\frac{dk}{dE} = \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{E^{-\frac{1}{2}}}{2}$.

Maka densitas keadaan untuk dimensi 2 (sumur potensial) menjadi

$\rho^{2D}(E) = \frac{1}{\pi w} . \left(\frac{2mE}{\hbar^2}\right)^{\frac{1}{2}} . \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{E^{-\frac{1}{2}}}{2}$

$\rho^{2D}(E) = \frac{m}{\pi \hbar^2 w}$ (10)

Satuan dari kerapatan keadaan pada dimensi 2, $\rho^{2D}(E)$ adalah $J^{-1}m^{-3}$ atau $eV^{-1}cm^{-3}$.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Apabila banyak level energi di dalam sumur kuantum, maka densitas keadaan pada energi tertentu merupakan gabungan dari total keadaan di bawah titik energi tersebut, sehingga dapat dinyatakan sebagai,

$$\rho^{2D}(E) = \sum_{i=1}^{i} \frac{m}{w\pi\hbar^2}\Theta(E - E_i) \qquad (11)$$

di mana Θ adalah unit fungsi step.

4. Densitas Keadaan pada Struktur Kawat Nano

Perhitungan densitas keadaan pada struktur dimensi 1 (kawat nano), pada hakekatnya sama dengan cara yang digunakan pada dimensi 3 dan dimensi 2. Pertama-tama dihitung jumlah keadaan (pada hakekatnya sama dengan jumlah elektron) pada batang dengan panjang *2k*. Catatan, *2k* didapatkan dari definisi panjang batang dari 0 s/d *k* dan 0 s/d *–k*.

Panjang sumbu x : jumlah elektron *n* = panjang satu unit keadaan : jumlah elektron dalam satu unit keadaan

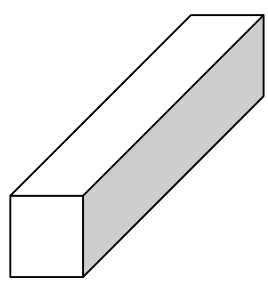
$2k : n = \frac{2\pi}{L} : 2$ (berbeda spin, up dan down)

$$n = 2.k.\frac{1}{2\pi/L} \qquad (12)$$

Jumlah keadaan *N* (sama dengan *n*) dibagi dengan volume dimensi 1 (kawat nano) dengan panjang *L x w1 x w2* adalah,

$N = \frac{n}{Lw^2}$, sehingga $N = 2.2k.\frac{1}{2\pi/L}.\frac{n}{Lw^2}$

$$N = \frac{2k}{\pi w^2} \qquad (13)$$



Gambar 3. Struktur dimensi 1 (kawat nano) berbentuk balok.

Persamaan (13) adalah jumlah keadaan per unit volume. Selanjutnya, persamaan (13) dideferensialkan untuk mendapatkan jumlah keadaan per unit energi, per unit volume, yang merupakan definisi dari densitas keadaan, sehingga

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$\rho(E) = \frac{dN}{dE}$, sehingga $\rho(E) = \frac{dN}{dk}.\frac{dk}{dE}$

$$\frac{dN}{dk} = \frac{2}{\pi w^2} \qquad (14)$$

Dari hubungan energi *E* dan vektor gelombang *k*,

$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$, didapatkan $k = \left(\frac{2mE}{\hbar^2}\right)^{\frac{1}{2}}$, sehingga $\frac{dk}{dE} = \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{E^{-\frac{1}{2}}}{2}$

Maka densitas keadaan untuk dimensi 1 (kawat kuantum) menjadi

$$\rho^{1D}(E) = \frac{2}{\pi w^2}.\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{E^{-\frac{1}{2}}}{2}$$

$$= \frac{1}{\pi w^2}.\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{\frac{1}{2}}.E^{-\frac{1}{2}}. \qquad (15)$$

Satuan dari kerapatan keadaan pada dimensi 1, $\rho^{1D}(E)$ adalah $J^{-1}m^{-3}$ atau $eV^{-1}cm^{-3}$.

Sebagaimana pada dimensi 2, apabila banyak level energi di dalam sumur kuantum, maka densitas kerapatan pada energi tertentu merupakan gabungan dari semua keadaan di bawah titik energi tersebut, sehingga dapat dinyatakan sebagai,

$$\rho^{1D}(E) = \sum_{i=1}^{i}\frac{1}{\pi w^2}.\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{\frac{1}{2}}.\frac{1}{\sqrt{E-E_i}}\Theta(E-E_i) \qquad (16)$$

di mana Θ adalah unit fungsi step.

Perhitungan energi level pada kawat nano dilakukan sebagai berikut. Pada struktur dimensi 2 elektron hanya terperangkap di satu koordinat saja (misalkan pada sumbu *x*), sehingga level energi,

$E = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m}$, di mana,

$k_x = \frac{n\pi}{w}$ (n=1, 2, 3, …, dan w adalah lebar sumur potensial).

Pada struktur dimensi 1, ada 2 arah koordinat di mana elektron terperangkap pada koordinat tersebut (misalkan sumbu *y* dan sumbu *z*), maka level energi menjadi,

$E = \frac{\hbar^2(k_y^2+k_z^2)}{2m}$.

Karena k_y dan k_z adalah,

$k_y = \frac{n_y\pi}{w_y}$, $k_z = \frac{n_z\pi}{w_z}$

dan w_y dan w_z masing-masing adalah lebar dan tinggi kawat kuantum (bentuk kawat nano seperti balok terlihat pada Gambar 3).

Dari persamaan di atas didapatkan,

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$$E_{(n_y,n_z)} = \frac{\hbar^2\pi^2}{2m}\left(\frac{n_y^2}{w_y^2}+\frac{n_z^2}{w_z^2}\right) \quad (17)$$

Pada persamaan di atas bisa didapatkan energi level seperti di bawah

Level pertama $E_{(1,1)}$

Level kedua $E_{(1,2)}$ dan $E_{(2,1)}$

Level ketiga $E_{(2,2)}$

Level keempat $E_{(1,3)}$ dan $E_{(3,1)}$

Level kelima $E_{(2,3)}$ dan $E_{(3,2)}$

Level keenam $E_{(3,3)}$

dan seterusnya.

5. Densitas Keadaan pada Struktur Titik Nano

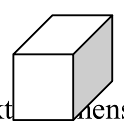
Pada dimensi 0, tidak ada gerakan bebas yang bisa dilakukan elektron, karena elektron terperangkap dalam semua arah, yaitu baik k_x, k_y dan k_z. Jadi tidak ada ruang k yang bisa diisi oleh elektron. Karena pada setiap keadaan level energi hanya bisa diisi oleh 2 elektron, maka densitas keadaan untuk struktur dimensi 0 (titik kuantum) dapat dinyatakan dengan fungsi delta.

$$\rho^{2D}(E) = 2\delta(E - E_0) \quad (18)$$

di mana $\delta(E - E_0)$ adalah fungsi delta.

Untuk kondisi lebih dari satu level energi, maka densitas kerapatan menjadi

$$\rho^{2D}(E) = \sum_{n=i}^{i} 2\,\delta(E - E_i). \quad (19)$$



Gambar 4. Strukt ensi 0 (titik nano)

6. Hasil Perhitungan

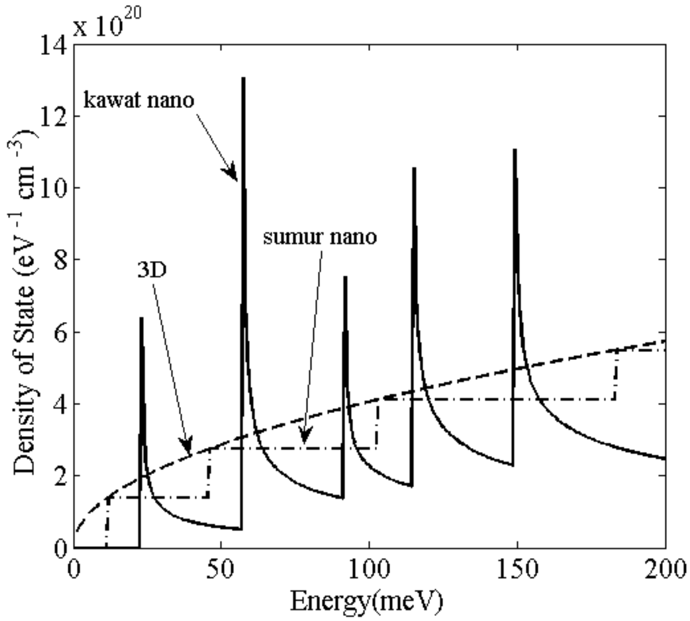
Gambar 5 menunjukkan hasil perhitungan kerapatan keadaan pada struktur dimensi 3, sumur nano (dimensi 2) dan kawat nano (dimensi nano) pada material silikon. Pada perhitungan ini diasumsikan bahwa silikon mempunyai massa efektif elektron *longitudinal* (m_l) sebesar 0.98 dan massa efektif elektron *transverse* (m_t) sebesar 0.19. Massa efektif total dihitung dengan persamaan $m = (m_t \times m_t)^{1/3}$. Sumur nano mempunyai lebar 10 nm, sedangkan kawat nano mempunyai lebar dan tinggi

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

masing-masing 10 nm. Pada struktur dimensi 3, terlihat bahwa kerapatan keadaan berbanding lurus dengan akar energi. Hasil ini sebagaimana yang telah diketahui selama ini. Ekstensi perhitungan pada struktur dimensi 3 ini kemudian diaplikasikan pada struktur sumur nano (dimensi 2) dan hasilnya sebagaimana diplot pada grafik yang sama pada Gambar 5. Didapatkan hasil grafik berbentuk tangga (step) dengan posisi tangga (4 tangga pertama) dari energi terendah masing-masing 11.5 meV, 45.8 meV, 103.1 meV dan 183.2 meV. Selanjutnya hasil perhitungan untuk struktur kawat nano (dimensi 1) dengan lebar 10 nm dan tinggi 10 nm dapat terlihat pada Gambar 5. Grafik kerapatan keadaan menunjukkan bentuk irisan antara fungsi diskrit dan penurunan eksponensial, di mana energi diskrit menunjukkan 22.9 meV, 57.3 meV, 91.6 meV, 114.6 meV dan 148.9 meV.

Gambar 6 adalah hasil perhitungan kerapatan keadaan ketiga struktur pada material germanium. Di sini diasumsikan bahwa germanium mempunyai massa efektif elektron *longitudinal* (m_l) sebesar 1.64 dan massa efektif elektron *transverse* (m_t) sebesar 0.082. Ukuran sumur nano dan kawat nano pada germanium ini sama dengan ukuran pada silikon. Terlihat di sini bahwa baik pada struktur dimensi 3, sumur nano maupun kawat nano, kerapatan keadaan mempunyai bentuk seperti pada Gambar 5. Posisi tangga pada sumur nano (4 tangga pertama) dari energi terendah masing-masing 16.9 meV, 67.6 meV, 152.1 meV dan 270.4 meV. Sedangkan pada kawat nano, 5 energi diskrit pertama menunjukkan masing-masing 33.8 meV, 84.5 meV, 135.2 meV, 169.0 meV dan 219.6 meV.

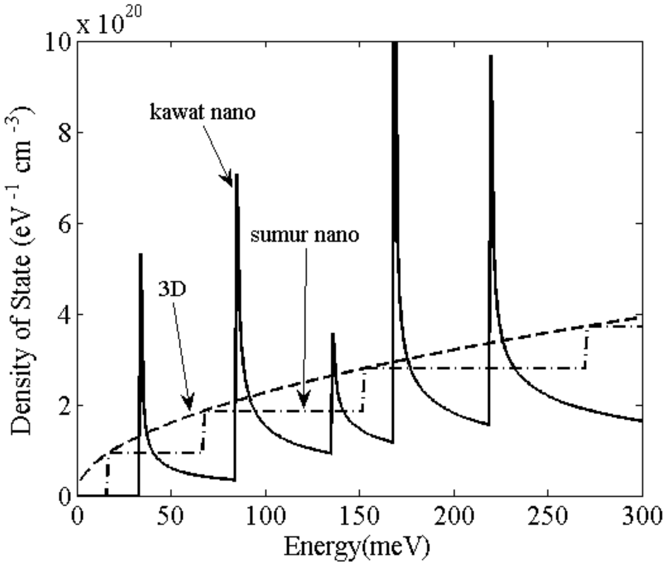
ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3



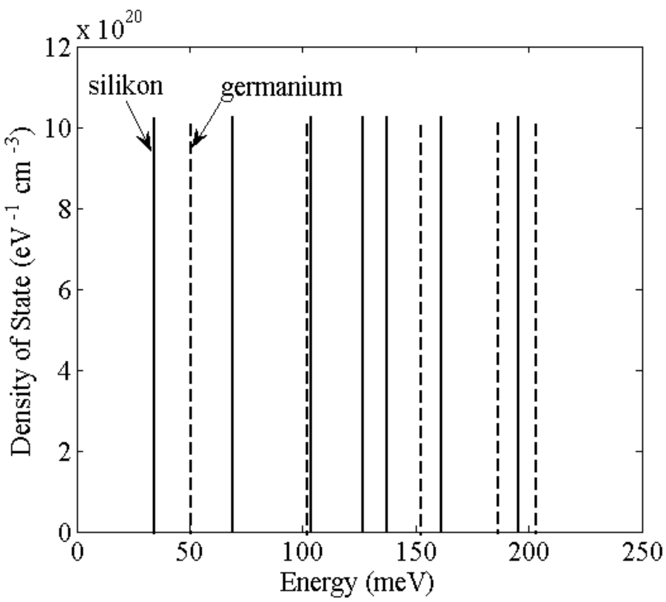
Gambar 5. Hasil perhitungan kerapatan keadaan untuk material silikon.

Gambar 7 adalah hasil perhitungan kerapatan keadaan struktur titik nano pada material silikon dan germanium sampai dengan energi berkisar 220 meV. Ukuran titik nano sama pada kedua material yaitu 10 nm×10 nm×10 nm. Terlihat di sini bahwa kerapatan keadaan hanya berbentuk energi diskrit saja. Meskipun demikian, posisi energi diskrit pada kedua material tidak sama, silikon memiliki energi yang lebih rendah dibandingkan germanium untuk energi level yang sama. Hal demikian terjadi juga pada sumur nano dan kawat nano pada Gambar 5 dan Gambat 6. Hal ini disebabkan karena perbedaan massa efektif dari ketiga material tersebut.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3



Gambar 6. Hasil perhitungan kerapatan keadaan untuk material germanium.



Gambar 7. Hasil perhitungan kerapatan keadaan struktur titik nano untuk material silikon (garis normal) dan germanium (garis putus-putus).

7. Kesimpulan

Makalah ini telah membahas cara perhitungan kerapatan keadaan dari ketiga struktur tersebut berikut contoh aplikasinya pada beberapa jenis semikonduktor seperti silikon dan germanium. Didapatkan hasil bahwa meskipun bentuk strukturnya sama antara material satu dengan lainnya (silikon dan germanium), masing-masing mempunyai

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

harga kerapatan keadaan yang berbeda. Ini dikarenakan perbedaan massa efektif pada material-material tersebut.

Terima Kasih

Terima kasih disampaikan kepada Sdri. Sri Purwiyanti atas diskusi yang mendalam dalam pelaksanaan riset ini.

Daftar Pustaka

[1] S.M. Sze, “Physics of Semiconductor Devices”, John Wiley & Son, Second Edition, 1981, p. 22.

[2] M.S. Tyagi, “Introduction to Semiconductor Materials and Devices”, John Wiley & Son, Second Edition, 1991, p. 89.

[3] K.K. Likharev, “Single-electron devices and their applications”, Proceedings of the IEEE, 87, 606-632 (1999).

[4] International Technology of Roadmap for Semiconductors (ITRS), 2010 Update.

[5] Y. Takahashi, M. Nagase, H. Namatsu, K. Kurihara, K. Iwadate, Y. Nakajima, S. Horiguchi, K. Murase, and M. Tabe, "Fabrication technique Si single electron transistor operating at room temperature, Electron. Lett., Vol. 31, No. 2, 136–137 (1995).

[6] P. Harrison, “Quantum Wells, Wires and Dots: Theoretical and Computational Physics”, John Wiley & Sons, 1 edition, 2000.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

T – 20

Perbandingan Model Sir Dengan Vaksinasi Tanpa Dan Menggunakan Sanitasi

Siti Mushonifah dan Respatiwulan
Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Sebelas Maret, Surakarta
Ieph_1103@yahoo.co.id

Abstrak

Penyebaran penyakit infeksi seperti contohnya hepatitis A dapat dimodelkan dengan model SIR. Penyebaran penyakit dapat dikurangi dengan menguatkan system imun seseorang melalui program vaksinasi. Perbaikan sanitasi juga dapat membantu mengurangi laju penularan penyakit. Pada makalah ini akan dibandingkan model SIR dengan vaksinasi tanpa dan menggunakan sanitasi.

Kata kunci: model SIR, vaksinasi, sanitasi.

1. PENDAHULUAN

Menuru Abrams[1] pemodelan matematika adalh proses penggunaan matematika untuk mempelajari pertanyaa-pertanyaan di luar bidang matematika. Model matematika merupakan gambaran kejadian yang menggunakan struktur seperti graf, persamaan atau algoritma. Pemodelan matematika mempunyai peranan penting dalam memahami epidemiologi penyakit infeksi. Hepatitis A merupakan salah satu penyakit infeksi yang dapat diformulasikan kedalam model matematika. Proses formulasi model sangat memperhatikan asumsi, variabel, dan parameter dalam penggambaran suatu masalah.

Penyakit infeksi seperti hepatitis A merupakan penyakit yang penyebaran dan penyembuhannya cepat sehingga dapat dimodelkan kedalam model *Suscepctible, Infected*,dan *Recovered* yang selanjutnya dikenal dengan model *SIR*. Dalam model tersebut populasi individu dibedakan menjadi tiga kelas yaitu *Suscepctible, Infected*,dan *Recovered.Susceptible* adalah individu yang rentan terhadap penularan. *Infected* adalah individu yang terinfeksi. Sedangkan *Recoverd* adalah individu yang sembuh dari infeksi dan tidak mungkin terinfeksi lagi. Menurut Kermak dan McKendrick[5] penyebaran penyakit dengan cirri cirri tersebut dapat dimodelkan dalam bentuk model *Suscepctible, Infected, Recovered (SIR).*

Menurut Hygiena [4] Vaksinasi dapat memberikan perlindungan menyeluruh pada tubuh terhadap penyakit-penyakit tertentu dan perlindungan yang ditimbulkan

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

bersifat jangka panjang. Hepatitis A merupakan salah satu penyakit yang dapat dicegah dengan menggunakan vaksinasi.

Selain dengan vaksinasi, penyakit dengan criteria seperti hepatitis bisa menular dengan cepat melalui faecal-oral atau pun udara, oleh karena karena itu masyarakat harus memperhatikan aspek kebersihan. Oleh sebab itu, sanitasi dalam hal ini sangat diperlukan. Menurut Basilius [2] sanitasi total melibatkan perlunya kebersihan diri, higenitas, toilet yang dipakai dan terawat, pengelolaan air dan air limbah serta promosi kesehatan yang semuanya bertujuan untuk memutus perpindahan bakteri yang bersumber dari limbah dan kotoran manusia.

Dalam artikel ini akan dibahas model SIR dengan vaksinasi dan model SIR dengan vaksinasi dan sanitasi. Selanjutnya dilakukan simulasi terhadap kedua model tersebut dengan menggunakan nilai parameter tertentu dan pengaruh sanitasi yang ditunjukkan oleh pengaruh level sanitasi. Adapun pengaruh level sanitasi tersebut dilihat dari simulasi menggunakan level sanitasi yang berbeda dan berkisar dari 0 sampai 1. Kemudian dari hasil simulasi tersebut dibandingkan antara model SIR dengan vaksinasi dan model SIR dengan vaksinasi dan sanitasi.

2. PEMBAHASAN

2.1 MODEL SIR DENGAN VAKSINASI

Model SIR menggambarkan penyebaran suatu penyakit. Menurut Hethcote[3], model epidemi SIR klasik, populasi dibagi menjadi tiga kelompok yaitu *susceptible* (S), *infected* (I) dan *recovered* (R). Jumlah individu pada kelompok *susceptible*, *infected* dan *recovered* pada suatu waktu t dinyatakan sebagai $S(t), I(t)$ dan $R(t)$.

Dalam suatu model matematika, diperlukan asumsi-asumsi yang harus dipenuhi. Berikut asumsi dalam penurunan model.

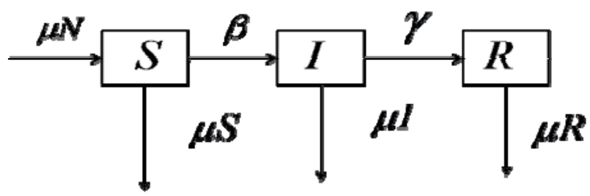
1. Terjadi pada populasi konstan dimana laju kelahiran ditambah dengan laju imigrasi sama dengan laju kematian.
2. Tidak memperhatikan masa inkubasi dari penyakit.
3. Populasi bercampur secara homogen, artinya setiap individu memiliki kemungkinan yang sama dalam melakukan kontak dengan individu lain. Individu yang terinfeksi dapat sembuh atau meninggal akibat penyakit tersebut.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

4. Jenis Penyakitnya adalah penyakit dengan jenis penyebaran cepat dan sebuh dalam waktu yang cepat.
5. Hanya satu penyakit yang menyebar dalam populasi.
6. Tingkat efektivitas vaksinasi 100%. Hai ini berarti setiap individu yang telah divaksin akan kebal terhadap penyakit.
7. Tidak terjadi emigrasi atauimigrasidalam daerah tersebut.

Menurut Hethcote[3] laju kematian dalam tiap kelompok seimbang dengan jumlah kelahiran dan jumlah imigrasi, sehingga populasi konstan (N). Oleh karena itu $S(t)+I(t)+R(t)=N$. Dengan demikian laju kematian di tiap kelompok adalah μ.

Perubahan populasi dalam model SIR disajikan dalam Gambar 2.1.1



Gambar 2.1.1 Dinamika populasi model SIR

Laju kelahiran sama dengan laju kematian sama dengan μ. Setiap individu yang lahir langsung masuk pada kelompok *susceptible.* Penyebaran penyakit infeksi muncul jika ada kontak antara individu *infected* dengan *susceptible*. Individu yang terinfeksi pindah ke kelompok *infected* dengan laju kontak β. Jumlah individu susceptible juga berkurang karena adanya kematian sejumlah μS. Oleh karena itu laju perubahan individu pada kelompok Stiap satuan waktu dapat diekspresikan sebagai

$$\frac{dS}{dt}=\mu N-\mu S-\beta S\frac{I}{N} \qquad (2.1)$$

Berdasarkan Gambar 2.1.1 individu pada kelas infected berasal dari individu pada kelompok *susceptible* yang terinfeksi yaitu sejumlah $\beta S\frac{I}{N}$. Jumlah individu pada kelas *infected* juga berkurang karena adanya kematian sejumlah μI serta jumlah individu yang sembuh. Jumlah individu yang sembuh masuk ke dalam kelompok recovered γI, dengan γ merupakan laju kesembuhan. Laju perubahan individu pada kelompok Itiap satuan waktu dapat diekspresikan sebagai

$$\frac{dI}{dR}=\beta S\frac{I}{N}-\mu I-\gamma I \qquad (2.2)$$

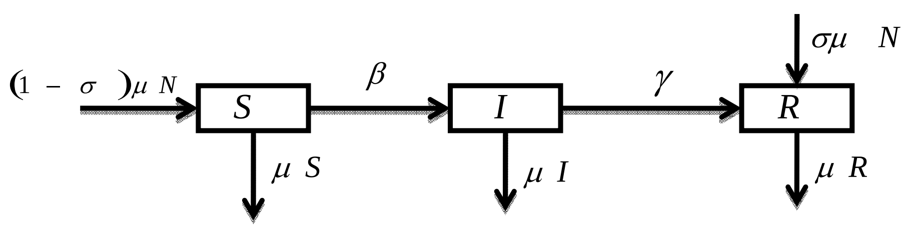
Individu pada kelompok *recovered* berasal dari jumlah individu yang sembuh γI. Jumlah individu pada kelompok *recovered* juga berkurang dengan adanya kematian sebesar μR. Dengan demikian Laju perubahan individu pada kelompok R tiap satuan waktu dapat diekspresikan sebagai

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I - \mu R \qquad (2.3)$$

Dari model epidemi persamaan (2.1), (2.2), dan (2.3) diperoleh sistem *autonomous* model endemi *SIR* sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \mu N - \mu S - \beta S \frac{I}{N} - \mu\sigma N \\ \frac{dI}{dR} &= \beta S \frac{I}{N} - \mu I - \gamma I \qquad (2.4) \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I - \mu R + \mu \sigma N \end{aligned}$$

Sedangkan perubahan populasi dalam model *SIR* dengan vaksinasi disajikan dalam Gambar 2.1.2



Gambar 2.1.2 Dinamika populasi model SIR dengan vaksinasi.

Pada Gambar 2.1.2 menunjukkan bahwa terjadi perubahan pada jumlah individu dikelas S dan R. Dinotasikan laju vaksinasi pada penduduk lokal tiap tahun adalah σ. Individu yang telah divaksinasi dinyatakan kebal dan langsung masuk ke dalam kelompok R. Dengan demikian jumlah individu kelompok S adalah jumlah individu dikurangi dengan jumlah individu lahir yang telah divaksinasi. Sehingga laju perubahan individu pada kelas S tiap saat dapat dituliskan sebagai

$$\frac{dS}{dt} = \mu N - \mu S - \beta S \frac{I}{N} - \mu\sigma N \qquad (2.5)$$

Berdasarkan Gambar 2.1.2 laju perubahan individu kelas I pada model *SIR* dengan vaksinasi tetap sama seperti Laju perubahan pada model *SIR*. Sedangkan individu pada kelas R bertambah sebesar $\mu \sigma N$ karena individu yang telah divaksinasi dinyatakan

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

kebal dan langsung masuk ke dalam kelompok R. Dengan demikian Laju perubahan individu pada kelompok R tiap satuan waktu dapat diekspresikan sebagai

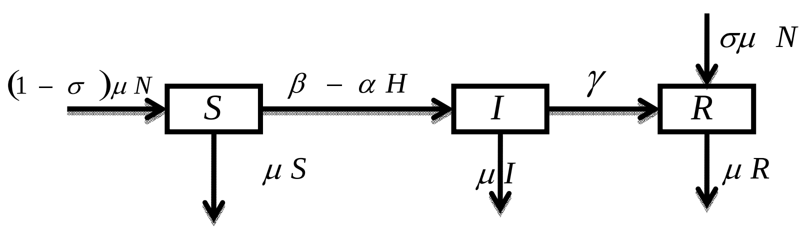
$$\frac{dR}{dt} = \gamma I \quad \mu R \mid \mu \sigma N \tag{2.6}$$

Dari model epidemi persamaan (2.5), (2.2), dan (2.6) diperoleh sistem *autonomous* model endemi SIR dengan vaksinasi sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \mu N - \mu S - \beta S \frac{I}{N} - \mu\sigma N \\ \frac{dI}{dR} &= \beta S \frac{I}{N} - \mu I - \gamma I \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I - \mu R + \mu \sigma N. \end{aligned} \tag{2.7}$$

2.2 MODEL SIR DENGAN VAKSINASI DAN SANITASI

Konstanta $(\beta - \alpha H)$ didefinisikan sebagai efek sanitasi pada laju kontak, H merupakan tingkat sanitasi lingkungan. Penambahan sanitasi pada laju kontak penyebaran pada sistem (2.2) dapat disajikan dalam Gambar 2.2



Gambar 2.2 Dinamika populasi model SIR denganvaksinasi dan pengaruh sanitasi

Berdasarkan Gambar 2.2 efek sanitasi terletak diantara kelompok suscetipble dan infected. Hal ini menunjukkan bahwa efek sanitasi dapat mengurangi laju kontak antara kelas S dan I. Dengan menambahkan efek sanitasi pada model SIR dengan vaksinasi diperoleh sistem *autonomous* model endemi SIR dengan vaksinasi dan efek sanitasi yang telah dimodifikasi sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \mu N - \mu S - (\beta - \alpha H) S \frac{I}{N} - \mu\sigma N \\ \frac{dI}{dR} &= (\beta - \alpha H) S \frac{I}{N} - \mu I - \gamma I \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I - \mu R + \mu \sigma N \end{aligned} \tag{2.9}$$

Nilai parameter μ, σ dan γ adalah positif. Laju vaksinasi adalah$0 \leq \sigma \leq 1$.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

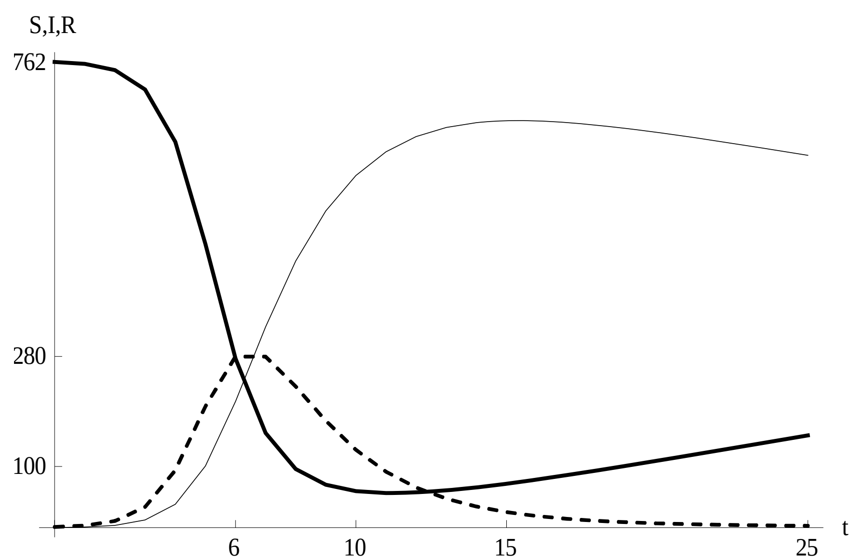
3. SIMULASI MODEL

Pada bagian ini diberikan simulasi model SIR dengan vaksinasi tanpa sanitasi dan model SIR dengan vaksinasi dan sanitasi. Di dalam simulasi ini diambil suatu populasi di suatu daerah yang terdiri dari 763 orang. Pada mulanya didalam daerah tersebut terdapat satu orang yang terinfeksi. Selanjutnya, didalam populasi tersebut terdapat 512 orang yang terinfeksi dalam kurun waktu 25 hari. Selain itu, diberikan nilai-nilai parameter yaitu laju kontak terhadap penyakit, $\beta = 1.66334$, laju kesembuhan sebesar $\gamma = 0.441$, dan laju vaksinasi sebesar $\sigma = 0.2$. dimana laju kelahiran dan laju kematian didaerah tersebut adalah sama yaitu $\mu = 0.015$.

Berdasarkan keterangan tersebut diperoleh jumlah individu *susceptible* pada waktu $t = 0$ adalah $S(0) = 762$. Sedangkan jumlah individu yang terinfeksi dan jumlah individu *recovered* awal secara berturut-turut adalah $I(0) = 1$ dan $R(0) = 0$.
Dengan demikian diperoleh model penyebaran penyakit *SIR* sebagai berikut

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= 0.015\,N - 0.015\,S - 1.66334\,S\frac{I}{N} \\ \frac{dI}{dR} &= 1.66334\,S\frac{I}{N} - 0.015I - 0.441I \\ \frac{dR}{dt} &- 0.441I - 0.015\,R \end{aligned} \qquad (3.1)$$

Dengan menggunakan model (3.1) dan metode Runge kutta orde 4 diperoleh perilaku S,I,dan R yang ditunjukkan oleh Gambar 3.1



Gambar 3.1 Perilaku *S*(tebal), *I*(putus-putus), dan *R*(tipis) terhadap perubahan waktu

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Gambar 3.1 menunjukkan bahwa individu *susceptible* mula-mula sebesar 762, dan jumlah individu yang terinfeksi adalah 1. Seiring berjalannya waktu, jumlah individu susceptible mengalami penurunan sampai pada waktu $t = 11$ yaitu dengan jumlah individu S sebesar 57 orang. Setelah t ke 11 jumlah individu susceptible mengalami kenaikan hingga t ke 25. Berdasarkan Gambar 3.1 dapat dilihat pula bahwa jumlah individu yang terinfeksi mengalami kenaikan sampai pada waktu $t = 7$ yaitu sebesar 280 orang yang terinfeksi. Jumlah individu terinfeksi pada waktu $t = 7$ dikatakan sebagai puncak epidemi. Selanjutnya, jumlah individu yang terinfeksi setelah waktu $t = 7$ mengalami penurunan hingga pada waktu $t = 25$. Dimana jumlah individu yang terinfeksi pada waktu $t = 25$ adalah 3 orang.

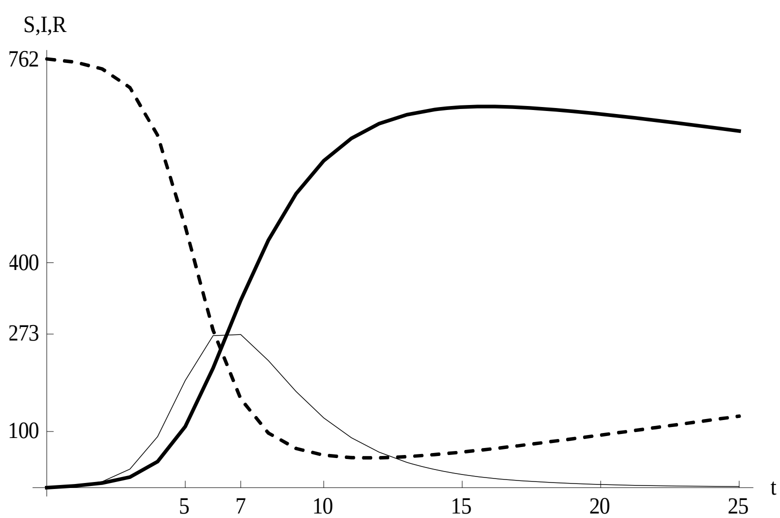
Sedangkan model penyebaran penyakit dengan model *SIR* dengan vaksinasi sebagai berikut

$$\frac{dS}{dt} = 0.015\,N \quad 0.015\,S \quad 1.66334\,S\frac{I}{N} - 0.015\,(0.2)N$$

$$\frac{dI}{dR} = 1.66334\,S\frac{I}{N} - 0.015I - 0.441I \qquad (3.2)$$

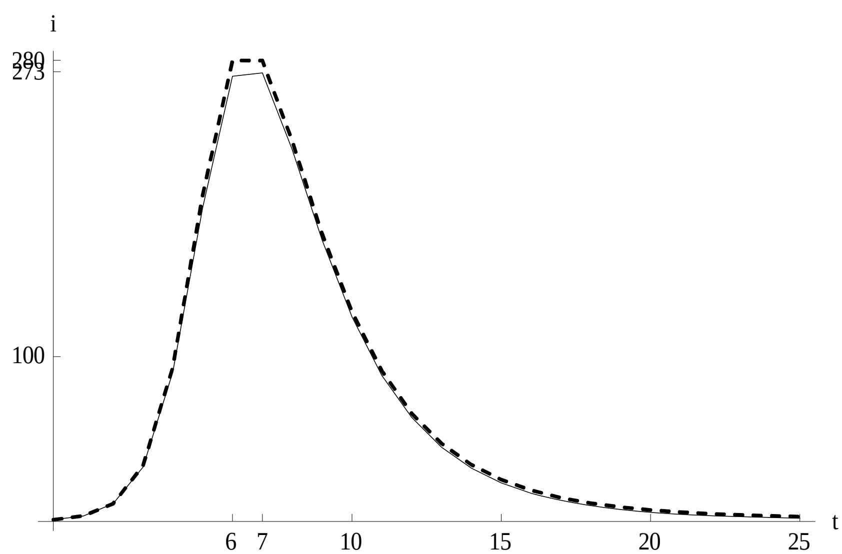
$$\frac{dR}{dt} = 0.441I - 0.015\,R + (0.015)\,(0.2)\,N$$

Dengan menggunakan model (3.1) dan metode Runge kutta orde 4 diperoleh perilaku S,I,dan R yang ditunjukkan oleh Gambar 3.2



Gambar 3.2 Perilaku *S*(putus-putus), *I*(tipis), dan *R*(tebal) terhadap perubahan waktu

Gambar 3.2 menunjukkan bahwa individu *susceptible* mula-mula sebesar 762, dan jumlah individu yang terinfeksi adalah 1. Seiring berjalannya waktu, jumlah individu susceptible mengalami penurunan sampai pada waktu $t = 12$ yaitu dengan jumlah individu S sebesar 53 orang. Setelah t ke 12 jumlah individu susceptible mengalami kenaikan hingga t ke 25. Berdasarkan Gambar 3.1 dapat dilihat pula bahwa jumlah individu yang terinfeksi mengalami kenaikan sampai pada waktu $t = 7$ yaitu sebesar 273 orang yang terinfeksi. Jumlah individu terinfeksi pada waktu $t = 7$ dikatakan sebagai puncak epidemi. Selanjutnya, jumlah individu yang terinfeksi setelah waktu $t = 7$ mengalami penurunan hingga pada waktu $t = 25$. Dimana jumlah individu yang terinfeksi pada waktu $t = 25$ adalah 2 orang. Penurunan jumlah individu yang terinfeksi dikarenakan adanya faktor vaksinasi yaitu dengan laju vaksinasi sebesar 0.2. Selain itu,juga dikarenakan individu yang terinfeksi telah sembuh karena adanya penyembuhan. Gambar 3.1 menunjukkan pula bahwa jumlah individu Recovered mengalami kenaikan selama kurun waktu 25 hari. Hal tersebut disebabkan karena adanya vaksinasi dan laju kesembuhan sebesar 0.441.



Gambar 3.3 Perilaku *I* tanpa vaksinasi (putus-putus) dan dengan vaksinasi(tipis)

Berdasarkan Gambar 3.3 tampak bahwa dengan menggunakan vaksinasi dapat menurunkan jumlah individu yang terinfeksi sebesar 7 orang. Berdasarkan penjelasan tersebut dapat dilihat bahwa adanya vaksinasi dapat menurunkan laju kontak sehingga menurunkan jumlah individu yang terinfeksi.

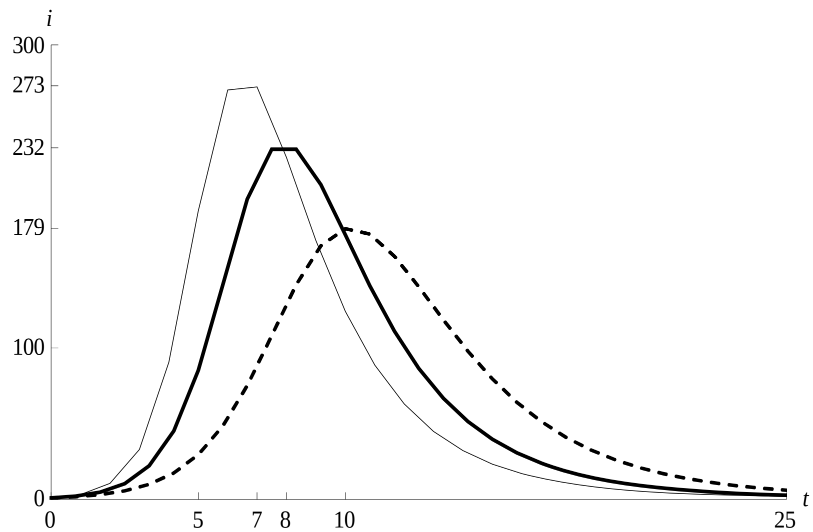
 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Selanjutnya adalah model SIR dengan vaksinasi dan sanitasi dimana levelsanitasinyaadalah$H$.

$$\begin{aligned}
\frac{dS}{dt} &= 0.015\,N \quad 0.015\,S \quad (\beta \quad \alpha H)\,S\frac{I}{N} - 0.015\,(0.2)N \\
\frac{dI}{dR} &= -(\beta - \alpha H)\,S\frac{I}{N} - 0.015I - 0.441I \\
\frac{dR}{dt} &= 0.441I - 0.015\,R + (0.015)\,(0.2)\,N
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Level dari H yaitu $0 \leq H \leq 1$, α konstan dan β laju kontak maksimum.

Nilai α dan β telah ditetapkan yaitu berturut-turut sebesar 0.5 dan 1.6634 sedangkan nilai H disimulasikan dengan pengambilan H sebesar 0, 0.5 dan 1. Yang ditunjukkan pada Gambar 3.2



Gambar 3.2 Perubahan jumlah individu terinfeksi karena pengaruh $H = 0$ (tipis), $H = 0.5$(tebal), dan $H = 1$ (putus-putus)

Gambar 3.2 menujukkan bahwa pada saat $H = 0$ atau tidak ada sanitasi, individu semakin meningkat dari $t = 0$ sampai $t = 7$ hingga mencapai puncak sebesar 273. model ini dapat disebut sebagai model SIR dengan vaksinasi tanpa sanitasi. Selanjunya, ketika diberikan sanitasi sebesar $H = 0.5$ dapat menurunkan puncak $infected$sebesar 41 individu pada saat $t = 8$. Dan ketika diberikan sanitasi sebesar $H = 1$ atau batas maksimum level Hpuncak individu terinfeksi terjadi saat $t = 10$ yaitu sebesar 179 individu. Artinya, puncak infected menurun hingga 94 orang.

Jadi, ketika dilakukan vaksinasi tanpa sanitasi puncak individu terinfeksi sebesar 273 orang. Sedangkan ketika dilakukan vaksinasi dan sanitasi dengan level maksimum dapat menurunkan puncak individu hingga 94 orang.

4. KESIMPULAN

Dengan menggunakan vaksinasi dan sanitasi, laju kontak penularan penyakit dapat diturunkan. Dengan menggunakan level sanitasi sebesar 0 atau tanpa sanitasi puncak individu terinfeksi sebesar 273 dan dengan level sanitasi dengan level sanitasi sebesar 1, puncak individu terinfeksi sebesar 179.

5. DAFTAR PUSTAKA

[1] Abrams, J.P., *Mathematical modeling: teaching the open-ended application of mathematics*, www.meaningfulmath.org,2001.

[2] Basilius, K.C.,*Sanitasi total berbasis masyarakat*,www.un.org,2008.

[3] Hethcote, H. W., *Rubella*, in Applied Mathematical Ecology, Gross, L., Hal-lam, T.G., and Levin, S.A.,eds., Springer-Verlag, Berlin, 1989,212-234.

[4] Hygiena, K.S., *Ayo vaksinasi!!!*, www.tanyadokteranda.com,2007.

[5] W. O. Kermack and A. G. McKendrick. *A contribution to the mathematical theory of epidemics*. Proceedings of the Royal Society of London Series A, 115:700–721, 1927.

T – 21

Penentuan Variabel Ekstensif Ekonomi Melalui Model Termodinamika Dengan Simulasi Statistika Fuzzy (1,1)

Ririn Setoyowati, Purnami Widyaningsih dan Sutanto
Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Sebelas Maret
rie2n_cnt@yahoo.com, poer@uns.ac.id, dan sutanto@uns.ac.id

Abstrak

Termodinamika dan ekonomi merupakan dua fenomena yang analog. Oleh karena itu, teori dan hukum dalam termodinamika dapat diterapkan dalam ekonomi. Hal tersebut berakibat variabel di dalam ekonomi juga dibedakan menjadi dua yaitu variabel ekstensif dan variabel intensif. Selanjutnya, model termodinamika yang diterapkan dalam ekonomi adalah fungsi partisi kanonik lengkap (FPKL). FPKL yang bersifat ekstensif dan uniter memenuhi kriteria statistika fuzzy. FPKL dalam statistika fuzzy digunakan untuk menentukan nilai variabel ekstensif ekonomi berdasarkan nilai variabel intensif ekonomi. Penentuan variabel ekstensif tersebut dilakukan dengan simulasi statistika fuzzy (1,1).

Hasil dari penelitian ini adalah termodinamika dan ekonomi mempunyai hubungan yang bersifat analog. FPKL diterapkan dalam ekonomi. FPKL bersifat ekstensif dan uniter sehingga memenuhi kriteria statistika fuzzy. Dari hasil simulasi FPKL dalam ekonomi menggunakan statistika fuzzy (1,1) diperoleh bahwa nilai jumlah penawaran uang, *utility*, dan entropi berada pada kondisi tidak stabil pada saat laju peredaran uang lebih besar dari 1.8. Suku bunga lebih dari 0.6 mengakibatkan nilai jumlah penawaran uang berada pada kondisi tidak stabil, sedangkan *utility*, dan entropi berada dalam keadaan tersebut ketika suku bunga lebih dari 0.77. Nilai jumlah penawaran uang dan entropi akan bernilai konstan untuk PDB per kapita lebih besar dari 80 juta per jiwa.

Kata kunci : Ekonomi, termodinamika, fungsi partisi kanonik lengkap, statistika fuzzy.

1. PENDAHULUAN

Dinamika perkembangan ekonomi suatu negara baik makroekonomi maupun mikroekonomi menunjukkan adanya peran dari terapan matematika dalam bidang ekonomi. Perkembangan makroekonomi suatu negara ditunjukkan oleh empat indikator utama yaitu produk domestik bruto (PDB) per kapita, tingkat harga, laju peredaran uang dan suku bunga yang dikeluarkan oleh BI. Tiga indikator tersebut terkait dengan tingkat kekayaan total (*utility*), jumlah barang, jumlah penawaran uang. Sukirno[10] menjelaskan hubungan antara tingkat harga, jumlah barang, laju peredaran uang dan jumlah penawaran uang dinyatakan dalam teori kuantitas uang yang dikembangkan oleh Irving Fisher. Sedangkan teori kuantitas uang yang dikembangkan oleh Marshall ditinjau dari segi pendapatan yaitu menjelaskan keterkaitan antara laju peredaran uang, jumlah penawaran uang, laju pertumbuhan ekonomi dan PDB. Gabungan dua teori tersebut menurut Bryant[1] tiada lain adalah menggambarkan tentang teori gas ideal dalam termodinamika.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Teori gas ideal menggambarkan hubungan antara temperatur, tekanan, volume dan jumlah partikel yang terdapat di dalam suatu sistem. Sedangkan termodinamika adalah kajian dalam ilmu fisika yang mampelajari tentang seluruh aktivitas yang terjadi di dalam suatu sistem terkait dengan perubahan energi karena pengaliran panas dan kerja yang dilakukan. Dalam termodinamika terdapat dua variabel keadaan yaitu variabel ekstensif dan variabel intensif. Dalam tinjauan statistik termodinamika, hubungan dua variabel tersebut digambarkan dalam fungsi partisi kanonik lengkap (FPKL). FPKL yang memenuhi sifat ekstensif dan uniter memenuhi kriteria statistika fuzzy[8].

Menurut Yakovenko[11], kajian dalam termodinamika tersebut analog dengan kajian dalam ekonomi bahwasannya ekonomi adalah kajian yang mempelajari tentang seluruh aktivitas yang terjadi di dalam suatu sitem ekonomi suatu negara terkait dengan proses produksi dan konsumsi. Pernyataan tersebut di dukung oleh penelitian yang dilakukan oleh Saslow[7] terkait dengan analogi termodinamika dalam ekonomi. Oleh karena itu, FPKL dalam termodinamika dapat digunakan untuk menggambarkan hubungan variabel-variabel dalam ekonomi. Selanjutnya, statistika fuzzy digunakan untuk menentukan nilai dari variabel ekstensif dalam ekonomi karena FPKL bersifat ekstensif dan uniter dan dilakukan simulasi terhadap variabel ekstensif dengan nilai parameter yang bervariasi serta memberikan interpretasi terhadap hasil simulasi tersebut.

2. METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi literatur. Langkah-langkah yang digunakan dalam penelitian ini adalah menjabarkan hal-hal yang bersifat analog dari termodinamika dan ekonomi, analogi besaran-besaran termodinamika dalam ekonomi, mengkonstruksi ulang FPKL dalam tinjauan ekonomi, menentukan kriteria ekstensif dan uniter dari FPKL sehingga memenuhi kriteria statistika fuzzy dan menentukan nilai dari variabel ekstensif dengan statistika fuzzy (1,1). Selanjutnya dilakukan simulasi terhadap variabel ekstensif dalam ekonomi dengan nilai parameter yang bervariasi dan memberikan interpretasi.

3. PEMBAHASAN

3.1 Analogi Termodinamika dalam Ekonomi

Menurut Sunarto dan Bambang Setiono[2], ilmu ekonomi adalah ilmu yang mempelajari tentang tentang upaya-upaya manusia untuk memenuhi kebutuhan yang tak

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

terbatas. Dalam ekonomi dikaji tentang aktivitas-aktivitas ekonomi secara menyeluruh baik aktivitas produksi maupun konsumsi yang dipelajari dalam makroekonomi. Kajian tersebut juga tidak dapat lepas dari perilaku pelaku ekonomi. Kajian tersebut dipelajari dalam mikroekonomi.

Empat indikator dalam makroekonomi adalah produk domestik bruto (PDB), tingkat harga, suku bunga SBI, dan laju peredaran uang[3]. Indikator-indikator tersebut menentukan besarnya jumlah penawaran uang, jumlah barang dan kekayaan total suatu negara yang dinyatakan dalam suatu nilai *utility* (U). Keterkaitan antara jumlah barang (G) dengan jumlah penawaran uang (M) dijelaskan dalam teori kuantitas uang yang dikembangkan oleh Irving Fisher pada tahun 1990 [10] yang dinyatakan dalam persamaan $pG=vM$ dengan p adalah tingkat harga dan v adalah laju peredaran uang. Dari segi pendapatan, teori kuantitas uang yang dikembangkan oleh Marshall menjelaskan tentang hubungan antara jumlah penawaran uang dan pendapatan riil yang ditunjukkan oleh nilai PDB (Y) yang dinyatakan dalam persamaan $vM=cY$ dengan c adalah laju pertumbuhan ekonomi. Nilai PDB tak lain adalah perkalian PDB per kapita T_e dengan jumlah penduduk n. Gabungan dua teori tersebut diperoleh hubungan

$$PG = c(nT_e) \tag{3.1}$$

Menurut Bryant[1] persamaan teori kuantitas uang pada persamaan (3.1) tiada lain adalah analog dengan teori gas ideal dalam termodinamika yang dinyatakan dalam persamaan

$$PV = nkT$$

dengan T adalah temperatur, V adalah volume, P adalah tekanan dan n adalah jumlah partikel. Pernyataaan tersebut didukung oleh penelitian yang dilakukan oleh Saslow[7], Mimkes[5], dan Yakovenko[11] tentang analogi termodinamika dalam ekonomi. Dalam penelitian tersebut dijelaskan bahwa termodinamika dan ekonomi adalah analog.

Menurut Moran *et al.*[6], termodinamika merupakan pokok ilmu pengetahuan fisika yang terkait dengan fenomena-fenomena terkait dengan perubahan energi karena pengaliran panas dan kerja yang dilakukan. Dalam termodinamika dikenal dua variabel keadaan yaitu variabel ekstensif dan variabel intensif. Variabel ekstensif adalah variabel keadaan yang dipengaruhi oleh massa atau volume. Variabel tersebut adalah energi dalam (E), entropi (S), dan jumlah partikel N. Sedangkan variabel intensif adalah variabel keadaan yang tidak dipengaruhi oleh volume seperti T, P dan potensial kimia μ. Menurut

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Meljanac[4], hubungan antara variabel ekstensif dan variabel intensif dalam statistik termodinamika baik untuk statistika Bose-Enstein maupun statistika Fermi-Dirac digambarkan dalam fungsi partisi kanonik lengkap (FPKL) yang dinyatakan dalam persamaan

$$Z = \prod_i \left(1 + e^{-\beta(\varepsilon_i - \mu)}\right), i = 1, 2, \cdots \qquad (3.2)$$

dengan ε_i adalah energi pada keadaan ke-*i* dan asumsi bahwa tidak ada interaksi antar partikel. Jumlah pertikel *N* dalam statistika Bose-Einstein dan statistika Fermi-Dirac secara berturut-turut didefinisikan sebagai

$$N_{Bose} = \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{e^{-\beta(\varepsilon_i - \mu)} - 1} \text{ dan } N_{Fermi} = \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{e^{-\beta(\varepsilon_i - \mu)} + 1} \qquad (3.3)$$

Mengacu pada Satriawan[8], FPKL dalam persamaan (3.2) bersifat ekstensif dan uniter sehingga memenuhi kriteria statistika fuzzy. Adapun FPKL pada persamaan (3.2) dalam statistika fuzzy disajikan dalam bentuk

$$Z(x_1, x_2, \cdots, x_m) = \prod_{i=1}^{m} \prod_{k=1}^{p} \prod_{j=1}^{q} e^{\gamma x_i} \frac{1 + a_j x_i}{1 - b_k x_i} \qquad (3.4)$$

Kondisi uniter dipenuhi jika $\gamma, a_j, b_k \geq 0$ dan $\sum_{j=1}^{p} a_j + \sum_{k=1}^{q} b_k + \gamma = 1$. Nilai *p* dan *q* menyatakan tipe statistika fuzzy yang selanjutnya dikenal dengan statsitika fuzzy *(p,q)*. Statistika Bose-Enstein hanya muncul satu parameter *b* dan satu parameter *a* untuk statistika Fermi-Dirac ketika paramter lainnya nol yaitu statistika fuzzy *(p,0)* untuk Bose-Einstein dan *(0,q)* untuk Fermi-Dirac. Statistika fuzzy *(p,q)* merupakan statitika Bose-Fermi.

Oleh karena termodinamika dan ekonomi merupakan dua hal yang analog maka FPKL dapat diterapkan dalam ekonomi dengan asumsi bahwa tidak ada interaksi antar pelaku ekonomi. Adapun analogi variabel-variabel termodinamika yang terkait dengan FPKL dalam ekonomi berdasarkan kajian-kajian yang telah dilakukan oleh Setiyowati[9] disajikan dalam Tabel 1.

Tabel 1. Analogi variabel termodinamika dalam ekonomi

Termodinamika	Ekonomi
Energi sistem (*E*)	*Utility* (*U*)
Temperatur (*T*)	PDB per kapita (T_e)
Entropi (*S*)	Entropi ekonomi (S_e)
Tekanan (*P*)	Tingkat harga/IHK (*p*)
Volume (*V*)	Jumlah barang (*G*)
Potensial kimia (μ)	Laju peredaran uang (*v*)
Jumlah partikel (*N*)	Jumlah penawaran uang (*M*)

Dengan demikian, ε_i pada persamaan (3.2) setelah diterapkan dalam ekonomi menyatakan besarnya *utility* pada keadaan ke-*i* yang selanjutnya ditotasikan dengan u_i.

3.2 Perhitungan Variabel Ekstensif

Dalam perhitungan besaran-besaran ekonomi yang merupakan variabel ekstensif seperti fungsi *utility U*, entropi S_e dan jumlah penawaran uang *M* yang terdapat dalam ekonomi suatu negara digunakan FPKL yang memenuhi statistika fuzzy *(p,q)*. Statistika fuzzy *(p,q)* mempunyai keunikan pada sifat FPKL yang ekstensif. Statistika tersebut dapat memberikan gambaran keadaan ekonomi berdasarkan parameter *a* dan *b*. Dalam pembahasan ini, perhitungan besaran-besaran ekonomi ditentukan hanya dengan menggunakan statistika fuzzy (1,1).

Penentuan besaran-besaran dalam ekonomi untuk statistika fuzzy (1,1) bermula dari logaritma FPKL dalam persamaan (3.4) dengan $\gamma = 0$. Logaritma FPKL dinotasikan dengan $q(T_e, G, z)$ yaitu

$$q(T_e, G, z) = \ln Z = \sum_{i=1}^{m} \ln(1 + ax_i) - \sum_{i=1}^{m} \ln(1 - bx_i) \qquad (3.5)$$

dengan $x_i = e^{-\beta(u_i - \mu)}$ dan $\beta = \frac{1}{T_e}$ dengan T_e adalah nilai PDB per kapita serta *a*+*b*=1. Selanjutnya, didefinisikan $z = e^{\beta\mu}$ dan $z_1 = a\, z$ serta $z_2 = b\, z$ sehingga persamaan (3.5) menjadi

$$q(T_e, G, z) = \sum_{i=1}^{m} \ln(1 + z_1 e^{-\beta u_i}) - \sum_{i=1}^{m} \ln(1 - z_2 e^{-\beta u_i}). \qquad (3.6)$$

Dengan menggunakan persamaan (3.3), rerata jumlah penawaran uang *M* adalah

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$$M(T_g, G, z) = \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{z_1^{-1} e^{-\beta u_i} + 1} - \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{z_2^{-1} e^{-\beta u_i} - 1}. \qquad (3.7)$$

Untuk sistem dengan jumlah barang yang sangat besar dan $m \to \infty$ jumlahan di dalam persamaan (3.6) dan (3.7) merupakan suatu bentuk pengintegralan. Bentuk integral tersebut adalah $\int_0^\infty f(u)du$ dengan *f(u)* diasumsikan bernilai $\frac{2G}{\omega^3} u^{\frac{1}{2}}$ yang mengacu pada teori termodinamika dan $\omega \geq 0$. Nilai g dalam masalah ekonomi dianggap bernilai 1. Dengan demikian, persamaan (3.6) dan (3.7) menjadi

$$q(T_g, G, z) = \frac{G}{\omega^3}\left(\int_0^\infty \frac{u^{\frac{3}{2}}}{z_1^{-1} e^{-\beta u_i} + 1} du - \int_0^\infty \frac{u^{\frac{3}{2}}}{z_1^{-1} e^{-\beta u_i} + 1} du\right), \qquad (3.8)$$

dan

$$M(T_g, G, z) = \frac{G}{\omega^3}\left(\int_0^\infty \frac{u^{\frac{1}{2}}}{z_1^{-1} e^{-\beta u_i} + 1} du - \int_0^\infty \frac{u^{\frac{1}{2}}}{z_1^{-1} e^{-\beta u_i} + 1} du\right). \qquad (3.9)$$

Dimisalkan $\beta u = x$. Suku pengintegralan pada persamaan (3.8) dan (3.9) tiada lain adalah dapat dituliskan sebagai $f_s(z_1) = \frac{1}{\Gamma(s)} \int_0^\infty \frac{x^{s-1}}{z_1^{-1} e^{x} + 1} dx$ dan $g_s(z_2) = \frac{1}{\Gamma(s)} \int_0^\infty \frac{x^{s-1}}{z_2^{-1} e^{x} - 1} dx$ dengan $s = 5/2$ untuksuku pengintegralan pada persamaan (3.8). Oleh karena itu, persamaan (3.8) dan (3.9) dapat ditulis

$$q(T_g, G, z) = \frac{G}{\omega^3}\left(f_{5/2}(z_1) - g_{5/2}(z_2)\right)$$

dan

$$M(T_g, G, z) = \frac{G}{\omega^3}\left(f_{3/2}(z_1) - g_{3/2}(z_2)\right). \qquad (3.10)$$

Setelah $q(T_g, G, z)$ dan $M(T_g, G, z)$ diperoleh, maka nilai *utility* dan entropi dapat ditentukan. Digunakan definisi bahwa $U(T_g, G, z) = -\frac{\partial \ln q(T_g, G, z)}{\partial \beta}\Big|_{z,G}$ diperoleh

$$U(T_g, G, z) = \frac{3M}{2\beta}\left(\frac{f_{5/2}(z_1) - g_{5/2}(z_2)}{f_{3/2}(z_1) - g_{3/2}(z_2)}\right). \qquad (3.11)$$

Sedangkan nilai entropi S_e diperoleh dengan definisi bahwa $S_e = \frac{1}{T_e}(U - W_e)$ dengan $W_e = -pG + vM$. Berdasarkan persamaan (3.10) dan (3.11) diperoleh

$$S_e(T_g, G, z) = \frac{5M}{2}\left(\frac{f_{5/2}(z_1) - g_{5/2}(z_2)}{f_{3/2}(z_1) - g_{3/2}(z_2)}\right). \qquad (3.12)$$

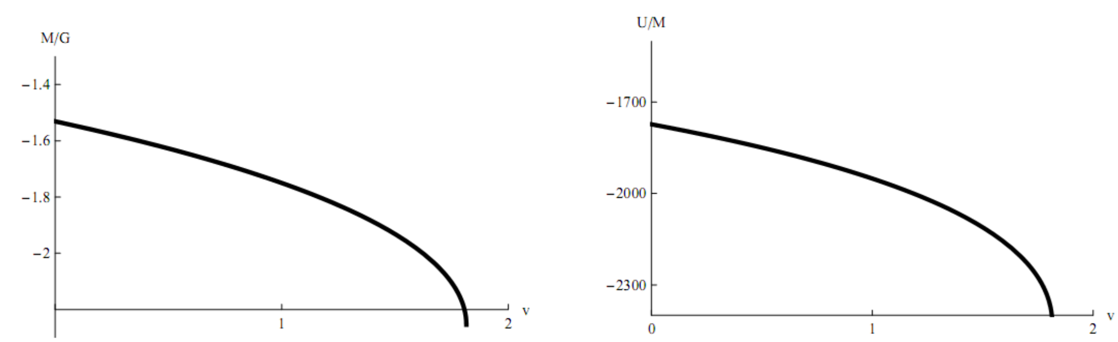
 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Sampai disini perhitungan variabel ekstensif dalam ekonomi menggunakan statistka fuzzy (1,1) telah selesai. Selanjutnya, untuk melihat perilaku $M(T_g, G, z)$, $U(T_g, G, z)$, dan $S_g(T_g, G, z)$ dilakukan simulasi pada bagian penerapan kasus.

3.3 Simulasi Statistika Fuzzy (1,1)

Dalam penerapan kasus ini, nilai a, v dan T_g diambil dari situs bi.go.id dan bps.go.id tahun 2010. Dari situs-situs tersebut diperoleh nilai a, v dan T_g secara berturut-turut adalah 0.065, 0.278 dan 27 juta per jiwa dengan nilai a diambil dari nilai suku bunga (BI *rate*). Suku bunga dipilih untuk mewakili nilai parameter a dikarenakan semua besaran-besaran ekonomi tidak lepas dari pengaruh nilai suku bunga yang ditentukan oleh BI. Oleh karena, nilai $M(T_g, G, z)$, $U(T_g, G, z)$, dan $S_g(T_g, G, z)$ dalam statistika fuzzy (1,1) ditentukan oleh 3 parameter. Simulasi dilakukan dengan nilai dua parameter yang bervariasi dan satu nilai parameter tetap. Simulasi pertama ditetapkan nilai a dan T_g tetap sedangkan v berubah-ubah.

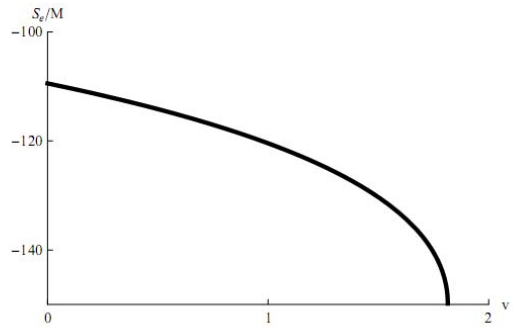
Dengan menggunakan persamaan (3.10) dan (3.11), simulasi terhadap nilai $M(T_g, G, z)$ dan $U(T_g, G, z)$ disajikan dalam Gambar 1. Gambar 1 (kiri) menjelaskan bahwa untuk statistika fuzzy (1,1), ketika laju peredaran uang sama dengan nol, besarnya jumlah penawaran uang per satuan barang sama dengan -1.54 juta. Hal tersebut menunjukkan bahwa kondisi negara Indonesia pada tahun 2010 mengalami defisit yang berakibat pada ketidakstabilan ekonomi. jumlah penawaran uang per satuan barang menurun dengan bertambahnya laju peredaran uang. Gambar 1 kiri menunjukkan pula bahwa jumlah penawaran uang per satuan barang menurun dengan bertambahnya laju peredaran uang. Nilai jumlah penawaran uang per satuan barang terdefinisi ketika laju peredaran uang kurang dari 1.8.



Gambar 1. Perilaku *M/G* (kiri) dan *U/M* (kanan) dalam statistika fuzzy (1,1) versus v dengan a dan T_g tetap

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

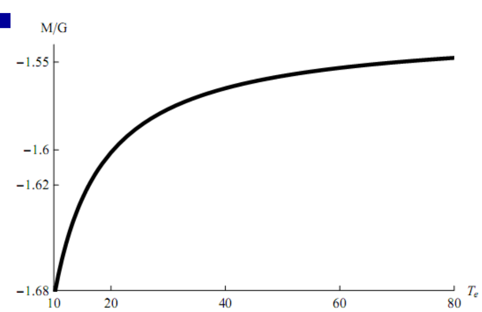
Teori kuantitas uang yang dikembangkan oleh Irving Fisher dijelaskan bahwa dalam keadaan tingkat harga dan jumlah barang yang tetap, jumlah penawaran uang menurun seiring dengan meningkatnya laju peredaran uang. Berdasarkan teori tersebut, jumlah penawaran uang untuk statistika fuzzy (1,1) berperilaku sesuai dengan teori kuantitas uang. Sedangkan Gambar 1 kanan menjelaskan bahwa untuk nilai T_ε dan *a* tetap, kenaikan laju peredaran uang menyebabkan penurunan nilai *utility* per satuan jumlah penawaran uang. Selain itu, nilai *utility* per satuan jumlah penawaran uang untuk statistika fuzzy (1,1) terdefinisi untuk nilai laju peredaran uang kurang dari 1.8. Selanjutnya dengan menggunakan persamaan (3.12) perilaku entropi dalam ekonomi dengan nilai parameter T_ε dan *a* tetap disajikan dalam Gambar 2.

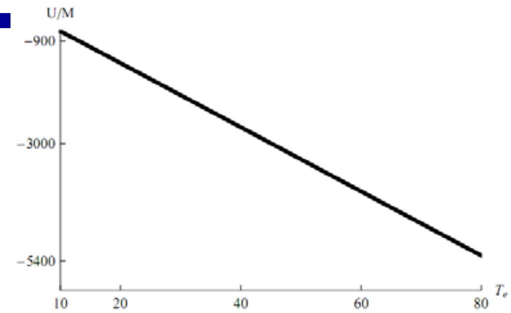


Gambar 2. Entropi per jumlah penawaran uang untuk statistika fuzzy (1,1) versus *v* dengan *a* dan T_ε tetap.

Gambar 2 menjelaskan bahwa penurunan laju peredaran uang untuk statistika fuzzy (1,1) diikuti dengan penurunan nilai entropi dalam ekonomi. Berdasarkan Gambar 1 dan Gambar 2, kenaikan laju peredaran uang menyebabkan penurunan nilai *utility*, jumlah penawaran uang dan entropi.

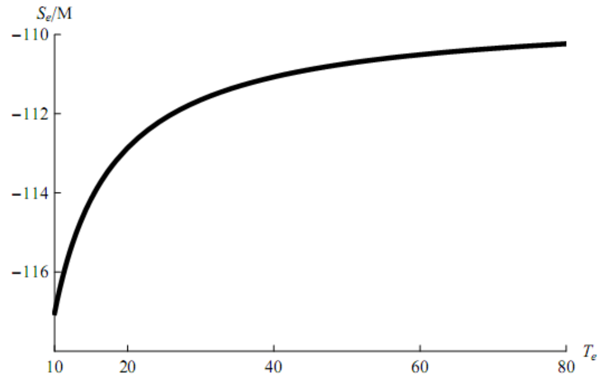
Selanjutnya, simulasi kedua dilakukan dengan nilai parameter *a* dan *v* tetap sedangkan nilai T_ε berubah-ubah. Simulasi tersebut tampak dalam Gambar 3 dan Gambar 4.





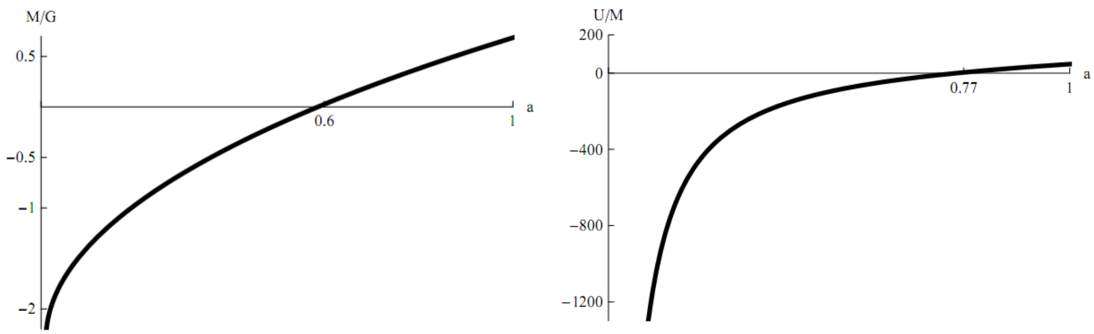
Gambar 3. Perilaku *M/G* (kiri) dan *U/M* (kanan) dalam statistika fuzzy (1,1) versus T_e dengan a dan v tetap

Gambar 3 kiri menjelaskan bahwa jumlah penawaran uang per satuan barang untuk statistika fuzzy (1,1) meningkat seiring dengan meningkatnya PDB per kapita. Gambar 3 kiri menjelaskan pula bahwa jumlah penawaran uang per satuan barang akan bernilai tetap pada nilai -1.55 juta untuk PDB per kapita lebih besar dari 80 juta per jiwa. Sedangkan Gambar 3 kanan menjelaskan bahwa kenaikan PDB per kapita menyebabkan penurunan nilai *utility* per satuan jumlah penawaran uang untuk statistika fuzzy (1,1). Hal tersebut berarti bahwa besarnya nilai PDB per kapita di Indonesia tidak mencerminkan kekayaan total Indonesia. Berdasarkan Gambar 4 menunjukkan bahwa kenaikan nilai PDB per kapita menyebabkan kenaikan nilai entropi per satuan jumlah penawaran uang.



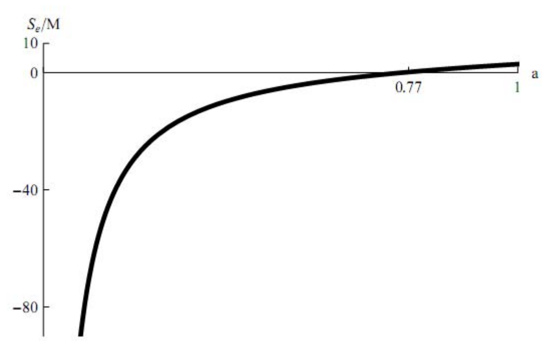
Gambar 4. Entropi per jumlah penawaran uang untuk statistika fuzzy (1,1) versus T_e dengan a dan v tetap.

Simulasi ketiga digunakan nilai a yang berubah dan nilai parameter v dan T_ε tetap. Perubahan jumlah penawaran uang per satuan barang dan *utility* per satuan jumlah penawaran uang terhadap perubahan nilai suku bunga disajikan dalam Gambar 5.



Gambar 5. Perubahan nilai *M/G* (kiri) dan *U/M* (kanan) dalam statistika fuzzy (1,1) versus a dengan a dan v tetap

Dari Gambar 5 kiri tampak bahwa kenaikan jumlah penawaran uang per satuan barang sebanding dengan kenaikan suku bunga. Selain itu, Gambar 5 kiri menjelaskan pula bahwa untuk suku bunga di atas 0.6, jumlah penawaran uang per satuan barang bernilai positif. Sedangkan Gambar 5 kanan menjelaskan bahwa kenaikan suku bunga pada statistika fuzzy (1,1) diikuti dengan kenaikan nilai *utility* per satuan jumlah penawaran uang. Nilai *utility* per satuan jumlah penawaran uang bernilai positif untuk nilai suku bunga di atas 0.77. Selanjutnya perubahan nilai entropi per jumlah penawaran uang disajikan dalam Gambar 6.



Gambar 6. Entropi per jumlah penawaran uang untuk statistika fuzzy (1,1) versus a dengan T_ε dan v tetap.

Perubahan nilai entropi per jumlah penawaran uang pada Gambar 6 menunjukkan bahwa kenaikan suku bunga menyebabkan kenaikan nilai entropi. Hal tersebut dapat diartikan juga bahwa kenaikan suku bunga berakibat pada tingkat ketidakaturan ekonomi negara yang semakin tinggi.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil pembahasan dapat disimpulkan bahwa termodinamika dan ekonomi adalah dua hal yang analog sehingga FPKL dalam termodinamika dapat digunakan untuk menggambarkan kondisi dalam ekonomi. Sedangkan dari hasil simulasi dapat disimpulkan bahwa untuk statistika fuzzy (1,1), nilai laju peredaran uang di atas 1.8 menyebabkan nilai jumlah penawaran uang, utility dan entropi tidak terdefinisi.yang berarti bahwa pada kondisi tersebut kondisi perekonomian Indonesiadalam keadaan tidak stabil. Suku bunga lebih dari 0.6 mengakibatkan nilai jumlah penawaran uang berada pada kondisi yang tidak stabil, sedangkan utility, dan entropi berada dalam keadaan tersebut ketika suku bunga lebih dari 0.77. Nilai jumlah penawaran uang dan entropi bernilai konstan ketika PDB per kapita lebih dari 80 juta per jiwa.

5. DAFTAR PUSTAKA

[1] Bryant, J., Thermoeconomics, VOCAT International Ltd, USA, 2009.

[2] Sunarto dan Bambang Setiono, Ekonomi makro, 3 ed., Pusdiklatwas BPKP, Bogor, 2007.

[3] Bank Indonesia, Laporan perekonomian indonesia 2005.

[4] Meljanac, S., M. Stojic, and D. Svrtan, Partition functions for general multi-level systems, (1996), RBI-TH-06-96.

[5] Mimkes, J., Econophysics and sociophysic: Trends and perspectives, Willey-VCH Verlag GmbH, Weinheim, 2006.

[6] Moran, M. J. and Howard N. Shapiro, Fundamental of Engineering Thermodynamics, John Wiley& Sons, Inc, 1992.

[7] Saslow, W. M., An Economic Analogy to Thermodynamics, Am. J. Phys 67 (1999), no. 12, 1239–1247.

[8] Satriawan, M. , Bose-like condensation in half-bose half-fermi statistic and in fuzzy bose-fermi statistic, Presented at the workshop on Bose Enstein Condensation (12-16 November 2007), Institute of Mathematical Sciences, National of Singapore, 2007.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

[9] Setiyowati, R., Analisis Ekonomi Menggunakan Model Termodinamika, Skripsi, Jurusan Matematika FMIPA UNS, 2011.

[10] Sukirno, S., Makroekonomi teori pengantar, 3 ed., PT Raja Grafindo Persada, Jakarta, 2006.

[11] Yakevenko, V. S. , Econophysics, Statistical Mechanic Approach to, Department of Physics, University oy Maryland, Maryland, USA, 2008.

T – 22

Studi dan Implementasi Hill Cipher menggunakan binomial newton berbasis komputer

Rojali

Jurusan Matematika , School Of School of Computer Science
Binus University,
Jakarta, Indonesia 11480
email: rojali@binus.edu

Abstrak

Algoritma Hill Cipher adalah salah satu algoritma kunci simetris yang memiliki beberapa kelebihan dalam enkripsi data. Untuk menghindari matrik kunci yang tidak *invertible*, matrik kunci dibangkitkan menggunakan koefisien binomial newton. Proses enkripsi dan deskripsi menggunakan kunci yang sama, plaintext dapat menggunakan media gambar atau text. Menggunakan pengujian komputer dengan bahasa pemrograman Delphi 7.0, hasil pengujian komputer menunjukkan bahwa waktu yang diperlukan untuk proses enkripsi dan deskripsi tidak lebih dari 5 detik.

Keyword : Hill Cipher, Binomial Newton, Berbasis Komputer

Pendahuluan

Perkembangan teknologi informasi sekarang ini membuat komunikasi menjadi semakin mudah dan luas. Penyampaian pesan melalui internet merupakan sarana komunikasi yang sangat mudah dan efisien. Sejalan dengan hal itu kemunculan dari file-file multimedia yang beraneka ragam memberi pengaruh yang cukup besar dalam kemajuan teknologi informasi ini sehingga memungkinkan seseorang untuk dapat menyampaikan pesan menggunakan file-file multimedia tersebut. Faktor keamanan menjadi penting dalam proses pengiriman data melalui saluran internet. Apabila hal ini diabaikan, maka orang yang tidak berhak akan dengan mudah memanfaatkan data tersebut untuk tujuan tertentu. Jika hal ini terjadi ada dua pihak yang dirugikan yaitu pengirim data dan penerima data. Salah satu metode untuk mengamankan data tersebut adalah dengan menyamarkan menjadi tidak bermakna. Kriptografi adalah metode untuk menyamarkan data menjadi tidak bermakna. Dalam kriptografi terdapat dua konsep utama yakni enkripsi dan dekripsi. Enkripsi adalah proses dimana informasi/data yang hendak dikirim diubah menjadi bentuk yang hampir tidak dikenali sebagai informasi awalnya dengan menggunakan algoritma tertentu. Dekripsi adalah kebalikan dari enkripsi yaitu mengubah kembali bentuk tersamar tersebut menjadi informasi awal.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Algoritma kriptografi berdasarkan jenis kunci yang digunakan dapat dibedakan menjadi dua jenis yaitu :

- Algoritma *simetris*

  Dimana kunci yang digunakan untuk proses enkripsi dan dekripsi adalah kunci yang sama
- Algoritma *asimetris*

  Dimana kunci yang digunakan untuk proses enkripsi dan dekripsi menggunakan kunci yang berbeda.

Sedangkan berdasarkan besar data yang diolah dalam satu kali proses, maka algoritma kriptografi dapat dibedakan menjadi dua jenis yaitu :

- Algoritma *block cipher*

  Informasi/data yang hendak dikirim dalam bentuk blok-blok besar (misal 64-bit) dimana blok-blok ini dioperasikan dengan fungsi enkripsi yang sama dan akan menghasilkan informasi rahasia dalam blok-blok yang berukuran sama.
- Algoritma stream cipher

  Informasi/data yang hendak dikirim dioperasikan dalam bentuk blok-blok yang lebih kecil (byte atau bit), biasanya satu karakter persatuan persatuan waktu proses, menggunakan tranformasi enkripsi yang berubah setiap waktu.

Pada makalah ini akan dibahas algoritma kunci simetris dengan menggunakan koefisien binomial newton sebagai pembangkit kunci.

Binomial Newton

Binomial Newton adalah uraian binomium (suku dua), yaitu bentuk (a+b). Apabila binom (a+b) dipangkatkan dengan n (n $\in$ bilangan asli), maka didapat bentuk :

$$(a+b)^n$$

Hasil penjabaran $(a+b)^n$ bergantung pada nilai n, sebagai contoh :

Untuk $n=1 \rightarrow (a+b)^1 = (1)\,a^1b^0 + (1)\,a^0b^1$

$n=2 \rightarrow (a+b)^2 = (1)\,a^2b^0 + (2)\,a^1b^1 + (1)\,a^0b^2$

$n=3 \rightarrow (a+b)^3 = (1)\,a^3b^0 + (3)\,a^2b^1 + (3)\,a^1b^2 + (1)\,a^0b^3$

$n=4 \rightarrow (a+b)^4 = (1)\,a^4b^0 + (4)\,a^3b^1 + (6)\,a^2b^2 + (4)\,a^1b^3 + (1)\,a^0b^4$

$$n = 5 \rightarrow (a+b)^5 = (1)\, a^5 b^0 + (5)\, a^4 b^1 + (10)\, a^3 b^2 + (10)\, a^2 b^3 (5)\, a^1 b^4 + (1)\, a^0 b^5$$

Bila di rumuskan, maka :

$$(a+b)^n = C_n^0\, a^n + C_n^1 a^{n-1} b^1 + ... + C_n^{n-1} ab^{n-1} + C_n^n a^n b^n$$

Koefisien-koefisien binomium :

$$C_n^0 = 1$$

$$C_n^1 = \frac{n!}{1!(n-1)!} = \frac{n(n-1)!}{(n-1)!} = \frac{n}{1}$$

$$C_n^2 = \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{n(n-1)(n-2)!}{2!(n-2)!} = \frac{n(n-1)}{2!}$$

Rumus tersebut dapat juga ditulis sebagai :

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!(n-k)!} a^{n-k} b^k$$

Teknik Hill Cipher

Hill Cipher merupakan penerapan dari aritmatika modulo pada kriptografi. Teknik kriptografi ini menggunakan sebuah matriks persegi sebagai kunci yang digunakan untuk melakukan proses enkripsi dan deskripsi. *Hill Cipher* diciptakan oleh Lester Hill pada tahun 1929 (Stallings, 2003). *Cipher* (kode) yang sudah diperoleh tidak dapat dipecahkan menggunakan teknik analisis frekuensi. *Hill Cipher* tidak mengganti setiap abjad yang sama pada plainteks dengan abjad lainnya yang sama pada cipherteks karena menggunakn perkalian matriks pada dasar enkripsi dan deskripsinya. Jika kriptanalis hanya mengetahui cipherteks saja maka akan sulit menemukan plainteks, namun jika kriptanalis memiliki berkas cipherteks dan potongan berkas plainteks maka teknik ini akan sangat mudah dipecahkan.

Algoritma Enkripsi Hill Cipher

Tahapan-tahapan algoritma enkripsi Hill Cipher sebagai berikut :

1. Korespondenkan abjad dengan numerik

   $A \rightarrow 1, B \rightarrow 2, ..., Z \rightarrow 26$
2. Buat matriks kunci berukuran m x m

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$$K_{mxm} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1m} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{m1} & k_{m2} & \dots & k_{mm} \end{bmatrix}$$

3. Matrik K merupakan matriks *yang invertible* yaitu memiliki *multiplicative inverse* K^{-1} sehingga $K.K^{-1} = 1$

4. Plainteks $P = p_1 p_2 \dots p_n$, diblok dengan ukuran sama dengan baris atau kolom matrik K, sehingga

$$P_{qxm} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1m} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{q1} & p_{q2} & \cdots & p_{qm} \end{bmatrix}$$

5. Matrik P di transpose menjadi

$$P^t_{mxq} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{21} & \cdots & p_{1q} \\ p_{12} & p_{22} & \cdots & p_{2q} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{1m} & p_{2m} & \cdots & p_{qm} \end{bmatrix}$$

6. Kalikan Matrik K dengan Matrik P transpose dalam modulo 26

$$C^t = K_{mxm} P^t_{mxq}$$

$$C^t = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1m} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{m1} & k_{m2} & \dots & k_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{11} & p_{21} & \cdots & p_{1q} \\ p_{12} & p_{22} & \cdots & p_{2q} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{1m} & p_{2m} & \cdots & p_{qm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{21} & \cdots & c_{m1} \\ c_{12} & c_{22} & \cdots & c_{m2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{1q} & c_{2q} & \cdots & c_{mq} \end{bmatrix}$$

7. Kemudian ditransposekan

$$C = (C^t)^t = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1q} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2q} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{m1} & c_{m2} & \cdots & c_{mq} \end{bmatrix}$$

8. Ubah hasil langkah ke-7 kedalam abjad menggunakan koresponden abjad dengan numerik pada langkah 1 sehingga diperoleh cipherteks

Algoritma Deskripsi Hill Cipher

1. Korespondekan abjad dengan numerik

   $A \to 1, B \to 2, \dots, Z \to 26$

2. Ubah cipherteks kedalam numerik

3. Kunci yang digunakan untuk mendekrip ciphertext ke plaintext adalah invers dari matrik kunci K_{mxm}

4. Menghitung K^{-1}

5. Kalikan invers matriks kunci dengan cipherteks transpose dalam modulo 26, diperoleh plainteks transpose $P^t = K^{-1}C^t$

6. Dari langkah ke-5 diperoleh $P = (P^t)^t$

7. Korespondensikan abjad dengan numerik hasil langkah 6 diperoleh plainteks

Pembahasan

Proses Enkripsi

Untuk membahas proses enkripsi dan dekripsi dipilih contoh plaintext "**SERANG**".

Matrik kunci yang diperoleh dari koefisien binomial ukuran 3 x 3 , $K_{3x3} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \end{bmatrix}$,

Koresponden plaintext dengan tabel abjad

S	E	R	A	N	G
19	5	18	1	14	7

Didapat bilangan desimal dalam Z_{26} untuk plainteks SERANG yaitu 19,5,18,1,14,7 sehingga diperoleh plainteks $P = [19 \quad 5 \quad 18 \quad 1 \quad 14 \quad 7]$. Karena matrik kunci berukuran 3x3 maka matriks plainteks yang diambil adalah $P = [19 \quad 5 \quad 15]$, matriks P di transpose menjadi $P^t = \begin{bmatrix} 19 \\ 5 \\ 15 \end{bmatrix}$. Kemudian matriks kunci dikalikan dengan matriks P yang sudah ditranspose $C^t = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 19 \\ 5 \\ 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 42 \\ 47 \\ 48 \end{bmatrix} \bmod 26 = \begin{bmatrix} 16 \\ 21 \\ 10 \end{bmatrix}$,

$C = (C^t)^t = [16 \quad 21 \quad 10]$, korespondensikan matrik C dengan tabel abjad dengan **"PUJ"**, dengan cara yang sama untuk plainteks $P = [1 \quad 14 \quad 7]$, diperoleh cipherteks

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$C = \left(C^t\right)^t = \begin{bmatrix}22 & 10 & 12\end{bmatrix}$ dan dikorespondenkan diperoleh **"VJL"** , sehingga cipherteks dari plainteks "**SERANG**" adalah "**PUJVJL**"

Proses Dekripsi

Cipherteks yang sudah diperoleh akan di dekripsi sehingga akan menjadi kata yang mempunyai makna. Cipherteks "**PUJVJL**" dikoresponden dengan tabel abjad menjadi

P	U	J	V	J	L
16	21	10	22	10	12

Sehingga cipherteks menjadi $C = \begin{bmatrix}16 & 21 & 10 & 22 & 10 & 12\end{bmatrix}$, karena ukuran matriks kunci 3x3 sehingga cipherteks dibagi menjadi 2 yaitu $C = \begin{bmatrix}16 & 21 & 10\end{bmatrix}$ dan $C = \begin{bmatrix}22 & 10 & 12\end{bmatrix}$.

Invers dari Matriks Kunci $K^{-1} = \begin{bmatrix}1.5 & 0 & -0.5\\ -1 & 1 & 0\\ 0.5 & -1 & 0.5\end{bmatrix}$, kalikan matriks K^{-1} dengan matriks

C^t, $P^t = K^{-1}C^t = \begin{bmatrix}1.5 & 0 & -0.5\\ -1 & 1 & 0\\ 0.5 & -1 & 0.5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}16\\ 21\\ 10\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}19\\ 5\\ -8\end{bmatrix} \bmod 26 = \begin{bmatrix}19\\ 5\\ 18\end{bmatrix}$, selanjutnya matriks P

di transpose menjadi $P = (P^t)^t = \begin{bmatrix}19 & 5 & 18\end{bmatrix}$. Dengan cara yang sama dengan mengambil $C = \begin{bmatrix}22 & 10 & 12\end{bmatrix}$ diperoleh matriks $P = (P^t)^t = \begin{bmatrix}1 & 14 & 7\end{bmatrix}$ dengan mengabungkan kedua plainteks maka nilai $P = \begin{bmatrix}19 & 5 & 18 & 1 & 14 & 7\end{bmatrix}$dan jika dikorespondesikan dengan tabel abjad menjadi "**SERANG**" sama dengan plainteks awal.

Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan diatas kesimpulan yang dapat diambil adalah :

1. Koefisien binomial dapat dijadikan sebagai matrik kunci
2. Matriks kunci *hill cipher* harus matriks yang *invertible*
3. Setiap pesan yang dienkripsi harus mempunyai panjang kelipatan dari n yaitu banyaknya kolom pada matriks kunci.
4. Hasil enkripsi plainteks yang sama dengan menggunakan matriks kunci yang berbeda akan menghasilkan cipherteks yang berbeda.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Saran

1. Untuk meningkatkan keamanan algoritma hill cipher dapat dikombinasikan dengan teknik lain misalkan steganografi

Daftar Pustaka

1. Anton, Howard, Rorres, Chris, Elementary linear algebra, John Wiley & Sons, 2011

2. Forouzan, Behrouz, Cryptography and Network Security, McGraw-Hill, 2006

3. Munir, Rinaldi, Diktat Kuliah IF5054 Kriptografi, Program Studi Teknik Informatika, Sekolah Teknik Elektro dan Informatika, 2006

4. Stallings, William, Cryptography and Network Security, Prentice Hall, 2003

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

T – 22

Center Manifold Dari Sistem Persamaan Diferensial Biasa Nonlinear Yang Titik Ekuilibriumnya Mengalami Bifurkasi *Contoh Kasus Untuk Bifurkasi Hopf*

Rubono Setiawan
Prodi Pendidikan Matematika, F.KIP
Universitas Sebelas Maret (UNS), Surakarta
Jalan Ir. Sutami 36 A Kentingan Surakarta.
Email : rubono_4869@yahoo.co.id

Abstrak

Dalam menentukan kestabilan titik ekuilibrium sistem dinamik kontinu yang berbentuk sistem persamaan diferensial biasa, sering menjadi permasalahan apabila memunculkan nilai eigen non-hiperbolik atau nilai eigen dengan bagian real nol (kasus titik ekuilibrium nonhiperbolik) selain itu juga apabila memunculkan solusi periodik. Kriteria kestabilan dengan menggunakan nilai eigen tidak dapat digunakan dalam kasus – kasus tersebut, sehingga diperlukan metode lain untuk menentukan kestabilan dari titik ekuilibrium hiperbolik yaitu metode analisis *center manifold*. Dalam paper ini akan dijelaskan pengertian dari *center manifold* dari sistem persamaan diferensial biasa dan prosedur penentuannya. Kasus titik ekuilibrium hiperbolik sangat erat kaitannya dengan bifurkasi Pada banyak kasus model matematika berbentuk sistem persamaan diferensial berparamater sering memunculkan titik ekuilibrium nonhiperbolik yang mengalami bifurkasi pada nilai parameter tertentu. Dalam hal ini konsep *center manifold* juga digunakan untuk menganalisa bifurkasi dari titik ekuilibrium nonhiperbolik maupun solusi periodik.

***Kata Kunci** : Center Manifold*, Bifurkasi, Nonhiperbolik, Deret Taylor.

1. Pendahuluan

Dalam analisis kestabilan lokal titik ekuilibrium sistem persamaan diferensial (berparameter), umumnya digunakan analisis nilai eigen yang didapat dari matriks *jacobian* hasil linearisasi yang dievaluasi di titik ekuilibriumnya. Metode tersebut hanya bisa dilakukan ketika nilai eigen yang didapat mempunyai bagian real yang tidak nol, sehingga titik ekuilibrium yang bersesuaian sering disebut titik ekuilibrium hiperbolik. Lebih lanjut lagi telah diketahui bahwa kriteria kestabilan lokal titik ekuilibrium tidak dapat disimpulkan apabila dari proses linearisasi tersebut didapat nilai eigen dengan bagian real yang nol dan dalam hal ini titik ekuilibrium yang bersesuaian disebut titik ekuilibrium nonhiperbolik. Dalam model matematika, banyak dijumpai kasus yang memunculkan nilai eigen dengan bagian real yang nol, tidak hanya itu, sering juga dijumpai solusi periodik, sehingga untuk menganalisa kestabilannya perlu digunakan metode dan kriteria yang lain. Dalam paper ini akan dijelaskan metode analisa kestabilan untuk titik ekuilibrium nonhiperbolik dengan menggunakan *center manifold*. Metode

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

center manifold termasuk kelompok metode untuk menyederhanakan sistem dinamik selain metode bentuk normal (*normal form*). Dalam prakteknya kasus titik ekuilirbium nonhiperbolik dari sistem persamaan diferensial berparameter dengan kondisi – kondisi tertentu akan menyebabkan bifurkasi, dalam hal ini center manifold juga digunakan sebagai alat untuk mempelajari bifurkasi dari titik ekuilibrium dan juga solusi periodik.

2. Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penulisan paper ini adalah studi pustaka dan literatur yang terkait dengan sistem persamaan diferensial (dinamik kontinu), teori kestabilan, teori – teori bifurkasi dan *center manifold*.

3. Pembahasan

3.1. Notasi dan Konsep – konsep Terkait

Berikut diberikan beberapa notasi dan konsep – konsep dasar yang terkait :

3.1.1. Sistem Dinamik dan Titik Ekuilibrium

Misalkan diberikan sistem persamaan diferensial (sistem dinamik kontinu) autonomos berikut :

$$\dot{x} = f(x), \qquad x \in E \subset \mathbb{R}^n, \qquad (3.1.1)$$

dengan $x = (x_1, x_2, \cdots, x_n)$, $f: E \to \mathbb{R}^n, E \subset \mathbb{R}^n$, $f = (f_1, f_2, \cdots, f_n)$. Titik ekuilibrium dari Sistem (3.1.1) adalah suatu solusi $x = x_0$ yang memenuhi $f(x_0) = 0$. Proses linearisasi dengan menggunakan deret Taylor di sekitar titik ekuilirbium akan didapat sistem linear $\dot{x} = Ax$, dengan *A* matriks $n \times n$. Dalam hal ini apabila semua nilai eigen dari A mempunyai bagian real yang tidak nol, maka titik ekuilibrium x_0 disebut titik ekuilibrium hiperbolik, sedangkan apabila terdapat nilai eigen dengan bagian real yang nol maka titik ekuilibrium x_0 disebut titik ekuilibrium hiperbolik. Dalam analisis kestabilan titik ekuilibrium dengan menggunakan nilai eigen dari matriks A, mensyaratkan bahwa x_0 haruslah titik ekuilibrium hiperbolik.

3.1.2. Bifurkasi Hopf

Teori bifurkasi membicarakan tentang perubahan struktur orbit dari sistem dinamik seiring dengan perubahan nilai parameter. Diberikan sistem persamaan diferensial biasa dengan satu parameter berikut :

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$$\dot{x} = f(x, \mu), x \in \mathbb{R}^n, \mu \in \mathbb{R}, \qquad (3.1.2)$$

dengan $f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ adalah fungsi *smooth* dan misalkan $x = x_0$ adalah titik ekuilibrium Sistem $(3.1.2)$ untuk $\mu = \mu_0$. Verhulst (1990) memberikan definisi tentang nilai bifurkasi sebagai berikut :

Definisi 3.1.2.1 (Verhulst, 1990) *Nilai parameter $\mu = \mu_0$ disebut nilai bifurkasi jika terdapat solusi non trivial pada Sistem $(3.1.2)$ yang terdefinisi di dalam persekitaran $(x_0, \mu_0) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}$.*

Terdapat banyak jenis bifurkasi, di dalam paper ini jenis bifurkasi yang digunakan adalah bifurkasi Hopf . Dalam aplikasinya bifurkasi Hopf lebih sering ditemukan dalam analisis kestabilan titik ekuilibrium nonhiperbolik dari suatu model matematika berbentuk persamaan diferensial. Berikut definisi dari bifurkasi Hopf :

Definisi 3.1.2.2 (Kuznetsov, 1998) *Bifurkasi yang terjadi berkaitan dengan adanya nilai eigen $\lambda_{1,2} = \pm i\omega_0$, $\omega_0 > 0$, disebut bifurkasi Hopf (Andronov – Hopf).*

Berikut diberikan contoh sistem dinamik autonomous yang titik ekuilibriumnya mengalami bifurkasi Hopf.

Contoh 3.1.2.3

Diberikan sistem autonomous berikut :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y - x^4 - \mu x \\ \dot{y} &= -x \end{aligned}, (x, y) \in \mathbb{R}^2, \qquad (3.1.3)$$

satu-satunya titik ekuilibrium dari Sistem $(3.1.3)$ adalah $(0,0)$, yang untuk $\mu = 0$ mempunyai nilai eigen $\lambda_{1,2} = \pm i$. Jika $\mu < 0$ maka $(0,0)$ tidak stabil, sebaliknya jika $\mu > 0$ maka $(0,0)$ stabil, sehingga $(0,0)$ mengalami bifurkasi Hopf untuk $\mu = 0$, dan nilai bifurkasi $\mu = \mu_0 = 0$.

3.2. *Center Manifold* dari Sistem Persamaan Diferensial Biasa

Dalam matematika terapan, sistem persamaan diferensial disebut juga sebagai sistem dinamik kontinu. *Center manifold* yang dibahas di dalam subbab ini adalah *center*

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

manifold untuk sistem persamaan diferensial (sistem dinamik kontinu). Sebelum membahas lebih lanjut tentang *center manifold*, akan diberikan terlebih dahulu asumsi penting bahwa nilai parameter dari sistem dinamik kontinu yang dibahas dianggap bernilai tetap pada nilai bifurkasinya, dimana untuk nilai paramater tersebut terdapat titik ekuilibrium yang *nonhiperbolik*.

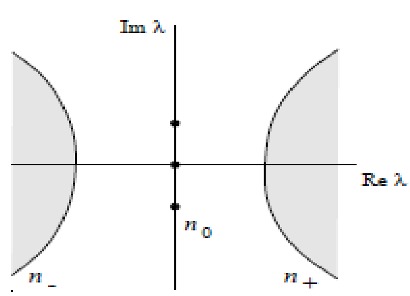
Misal diberikan sistem dinamik kontinu yang berbentuk sistem persamaan diferensial berikut :

$$\dot{x} = f(x), x \in \mathbb{R}^n \qquad (3.2.1)$$

dengan *f* adalah fungsi yang cukup (berhingga) *smooth* ($f \in C^k$ dengan $k \geq 1$, $k \leq n$, dalam hal ini C^k adalah keluarga fungsi terdeferensiabel sampai *k* kali) dan memenuhi $f(0) = 0$. Misalkan dengan proses linearisasi didapat nilai eigen dari matriks *jacobian* A yang dievaluasi di titik ekuilibrium $x_0 = 0$ adalah $\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n$. Kemudian Sistem (3.2.1) dapat ditulis sebagai :

$$\dot{x} = Ax + g(x), \qquad (3.2.2)$$

dengan $x \in \mathbb{R}^n$ dan A adalah matriks konstant berukuran $n \times n$ dan g bernilai vektor anggota C^k dan berlaku $g(x) = 0$. Diasumsikan bahwa $x_0 = 0$ adalah titik ekuilibrium nonhiperbolik dari Sistem (3.2.1) yang artinya bahwa terdapat nilai eigen dengan bagian real nol. Kemudian diasumsikan terdapat sejumlah n_+ nilai eigen dengan $R_e > 0$, sejumlah n_0 nilai eigen dengan $R_e = 0$ dan sejumlah n_- nilai eigen dengan $R_e < 0$. Ketiga jenis nilai eigen tersebut dapat digambarkan sebagai berikut :



Gambar 3.1. (Kuznetsov, 1998) Kemungkinan Posisi Nilai Eigen

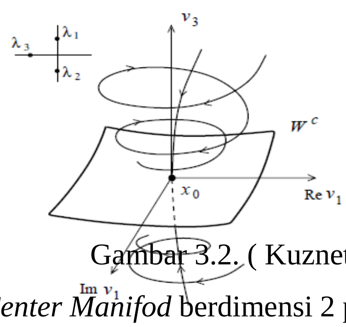
Misalkan E^c adalah ruang eigen linear yang diperumum (*Generalized Linear Eigen Space*) dari matriks *jacaobian* A dari Sistem (3.2.1) yang berhubungan dengan gabungan semua n_0 nilai eigen yang berada di sumbu imaginer. Kemudian misalkan juga

φ^t adalah *flow* yang berhubungan dengan Sistem (3.2.1) maka didapat definisi dan teorema berikut :

Definisi 3.2.1 *Diketahui Sistem (3.2.1) dengan titik ekuilibrium $x = 0$. Manifold invarian dari Sistem (3.2.1) yang berdimensi n_0 dan merupakan anggota C^k yang terdefinisi secara lokal serta tangent terhadap E^c di $x = 0$ disebut Center Manifold.*

Teorema 3.2.1 (Kuznetsov, 1998) *Terdapat manifold invarian $W^c_{loc}(0)$ berdimensi n_0 dari Sistem (3.2.1) yang terdefinisi secara lokal yang tangent terhadap E^c di $x = 0$. Lebih lanjut terdapat persekitaran U dari $x = 0$ sedemikian sehingga jika $\varphi^t x \in U$ untuk semua $t \geq 0$ ($t \leq 0$) maka $\varphi^t x \to W^c_{loc}(0)$ untuk $t \to +\infty$ $(t \to -\infty)$.*

Menurut Kuznetsov, 1998 simbol ‘’ loc ‘’ untuk merepresentasikan sifat lokal dari center manifold sendiri. Sebagai contoh dalam kasus sistem persamaan diferensial yang mempunyai titik ekuilibrium nonhiperbolik yang mengalami bifurkasi Hopf, misalkan jika didapat 3 nilai eigen dengan $n_0 = 2, n_- = 1$, maka *center manifold* W^c tangent terhadap bidang bidang yang dibangun oleh bagian real dan imaginer dari vektor eigen kompleks yang berhubungan dengan $\lambda_1 = i\omega_0, \omega_0 > 0$. Berikut diberikan ilustrasi dari kasus tersebut :



Gambar 3.2. (Kuznetsov, 1998)

Center Manifod berdimensi 2 pada Bifurkasi Hopf

Dalam prakteknya, *center manifold* W^c dalam suatu sistem dinamik tidak harus tunggal dengan kata lain bisa lebih dari 1. Menurut Teorema 3.2.1, *center manifold* $W^c_{loc}(0)$ dikatakan memiliki sifat penarik (*attracting*) jika semua orbit yang dimulai dalam region *U* dan akan tetap berada dalam region *U* untuk $t \to +\infty$ akan menuju

$W^c(0)$, sebaliknya untuk $t \to -\infty$, *Center Manifold* $W^c_{loc}(0)$ dikatakan memiliki sifat penolak (*repelling*). *Center manifold* W^c mempunyai kelicinan berhingga (*finite smoothness*) yang sama dengan *f*, dengan kata lain jika $f \in C^k$ maka W^c juga $C^k - manifold$ dalam suatu persekitaran *U* dari titik ekuilibrium x_0 .

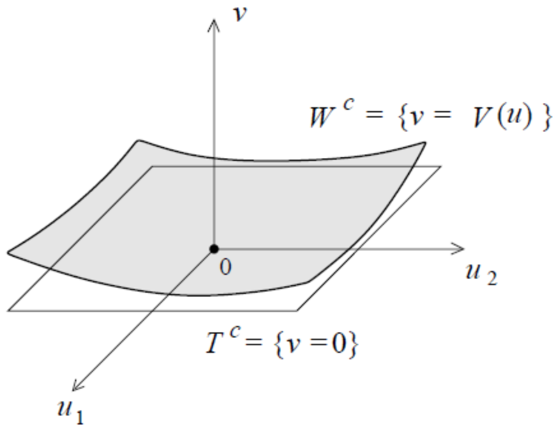
Dalam salah satu metode untuk menentukan *center manifold*, suatu sistem dinamik harus diubah kedalam bentuk *eigenbasis*. Sistem (3.2.1) apabila diubah kedalam bentuk *eigenbasis*nya akan didapat bentuk :

$$\begin{aligned} \dot{u} &= Bu + g(u,v), \\ \dot{v} &= Cu + h(u,v) \end{aligned} \qquad (3.2.4)$$

dengan $u \in \mathbb{R}^{n_0}, v \in \mathbb{R}^{n_+ + n_-}$, kemudian *B* adalah matriks berukuran $(n_0 \times n_0)$ dari semua n_0 nilai eigen yang berada pada sumbu imaginer, sedangkan *C* adalah matriks berukuran $(n_+ + n_-) \times (n_+ + n_-)$ dari semua nilai eigen selain nilai eigen yang berada pada sumbu imaginer. Fungsi *g* dan *h* mempunyai deret Taylor yang dimulai paling tidak dari suku kuadrat. *Center manifold* W^c dari Sistem (3.2.4) secara lokal dapat digambarkan sebagai *graph* dari fungsi smooth :

$$W^c = \{(u,v) : v = V(u)\}$$

Dalam hal ini $V : \mathbb{R}^{n_0} \to \mathbb{R}^{n_+ + n_-}$ adalah suatu polinomial dalam *u*, dan karena sifat *tangent* dari W^c maka $V(u) = O(\|u\|^2)$.



Gambar 3.3. (Kuznetsov, 1998)

Center Manifold W^c sebagai graph dari fungsi $u = V(u)$

Langkah awal untuk mencari *center manifold* adalah dengan mengubah Sistem (3.2.1) dalam bentuk *eigenbasis* (3.2.4) menggunakan proses reduksi dengan menggunakan ekspansi Taylor. Berikut akan diberikan teorema yang menjamin bahwa bentuk yang didapat dari proses reduksi tersebut mempunyai ekuivalensi secara topologis disekitar titik ekuilibrium (dalam paper ini diasumsikan titik 0).

Teorema 3.2.2 (Kusnetsov, 1998) *Sistem (3.2.4) ekuivalen secara topologis lokal disekitar titik ekuilibrium terhadap sistem*

$$\begin{aligned} \dot{u} &= Bu + g(u, V(u)) \\ \dot{v} &= Cv \end{aligned} \qquad (3.2.5)$$

Menurut Kuznetsov, 1998, persamaan pertama dari Sistem (3.2.5) adalah restriksi (*restriction*) dari Sistem (3.2.4) ke *center manifold* – nya. Dinamika ketakstabil secara struktur dari Sistem (3.2.4) sangat ditentukan oleh restriksi ini, karena persamaan kedua dari Sistem (3.2.5) berbentuk linear yang mempunyai solusi yang turun / naik secara ekponensial. Dinamika *center manifold* tidak hanya ditentukan oleh suku linear, tetapi juga dari suku nonlinear dari Sistem (3.2.4). Jika terdapat lebih dari satu *center manifold* maka gabungan dari semua Sistem (3.2.5) dengan *V* yang berbeda juga ekuivalen secara topologis lokal. Kemudian persamaan kedua dari Sistem (3.2.5) dapat diganti dengan sistem persamaan yang disebut dengan sistem *standard saddle*

$\dot{v} = -v$

$\dot{w} = w$

dengan $(v, w) \in \mathbb{R}^{n_-} \times \mathbb{R}^{n_+}$. Jadi dalam proses reduksi didapat suatu hasil yang penting yaitu Sistem (3.2.1) yang telah ditransformasi menjadi bentuk *eigenbasis* (3.2.4) akan ekuivalen secara topologis lokal di sekitar titik ekuilibriumnya terhadap suspensi dari restriksi (*restriction*) Sistem (3.2.4) ke *center manifold* - nya dengan menggunakan sistem *standard saddle*.

3.4. Penentuan dan Perhitungan dari *Center Manifold*

Dalam menentukan *center manifold* terdapat dua metode yang dapat digunakan yaitu metode pendekatan kuadratik dan metode proyeksi (nilai eigen). Dalam paper ini

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

hanya akan dibahas tentang metode pendekatan kuadratik. Sebagai dasar dari penjelasan berikut adalah penjelasan yang ada dalam buku yang ditulis oleh Kuznetsov (1998).

Metode Pendekatan Kuadratik (Reduksi)

Dalam metode ini diasumsikan bahwa bentuk Sistem (3.2.1) dapat dibawa kedalam bentuk *eigenbasis* (3.2.4). Seperti yang telah ketahui bahwa dalam kasus bifurkasi Hopf memunculkan nilai eigen kompleks murni (bagian real nol yaitu $\lambda_{1,2} = \pm iw$). Kemudian dengan tanpa mengurangi keumuman analisa berikut untuk $n_0 = 2$, Sistem (3.2.1) dapat ditulis dalam bentuk *eigenbasis*-nya yaitu :

$$\begin{pmatrix}\dot{u}_1\\ \dot{u}_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0 & -\omega\\ \omega & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u_1\\ u_2\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}G_1(u_1,u_2,v)\\ G_2(u_1,u_2,v)\end{pmatrix},$$

(3.4.1)

$$\dot{v} = Cv + H_1(u_1,u_2,v)$$

dengan $u = (u_1,u_2)^T \in \mathbb{R}^2, v \in \mathbb{R}^{n-2}$. Kemudian bila Sistem (3.4.1) ditulis dalam bentuk kompleks dengan menggunakan $z = u_1 + iu_2$ maka didapat sistem sebagai berikut :

$$\dot{z} = i\omega_0 z + G(z,\bar{z},v) \qquad (3.2.5)$$

$$\dot{v} = Cv + H(z,\bar{z},v)$$

G dan H adalah fungsi bernilai real yang smooth dari z dan $\bar{z}$, sehingga $G, H \in \mathbb{C}^1$ dan $V \in \mathbb{R}^{n-2}$. Dalam hal ini dapat dipandang bahwa z merupakan koordinat baru dalam ruang eigen kritis $T^c = \{v = 0\}$ dari Sistem (3.4.1). Center Manifold W^c mempunyai representasi :

$$v = V(z,\bar{z}) = \frac{1}{2}w_{20}z^2 + w_{11}z\bar{z} + \frac{1}{2}w_{02}\bar{z}^2 + O(|z|^3),$$

(3.2.6)

Dengan suku – suku yang tidak diketahui $w_{ij} \in \mathbb{C}^{n-2}$. Karena V haruslah bernilai real , w_{11} is real dan nilai $w_{20} = \bar{w}_{20}$. Kemudian Sistem (3.2.5) apabila ditulis lebih detail menggunakan deret Taylor, maka didapat :

$$\begin{cases}\dot{z} = i\omega_0 z + \frac{1}{2}G_{20}z^2 + G_{11}z\bar{z} + \frac{1}{2}G_{02}\bar{z}^2 + \frac{1}{2}G_{21}z^2\bar{z} + \langle G_{10}, v\rangle z + \langle G_{01}, v\rangle \bar{z} + \cdots \\ \dot{v} = Cv + \frac{1}{2}H_{20}z^2 + H_{11}z\bar{z} + \frac{1}{2}H_{02}\bar{z}^2 + \cdots\end{cases} \qquad (3.2.7)$$

dimana $G_{20}, G_{11}, G_{02}, G_{21} \in \mathbb{C}^1;\ G_{01}, G_{10}, H_{ij} \in \mathbb{C}^{n-2};\ H_{11}$ bernilai real dan $H_{20} = \bar{H}_{02}$. Dalam hal ini hasil kali skalar yang digunakan adalah $\langle G, v\rangle = \sum_{i=1}^{n-2} \bar{G}_i v_i$. Dalam hal fungsi G dan H dari Sistem (3.2.5) didapat :

$$G_{ij} = \frac{\partial^{i+j}}{\partial z^i \partial \bar{z}^j} G(z, \bar{z}, 0)\Big|_{z=0}, i + j \geq 2 \qquad (3.2.8)$$

$$H_{ij} = \frac{\partial^{i+j}}{\partial z^i \partial \bar{z}^j} H(z, \bar{z}, 0)\Big|_{z=0}, i + j = 2 \qquad (3.2.9)$$

$$G_{10i} = \frac{\partial^2}{\partial v_i \partial z} G(z, \bar{z}, v)\Big|_{z=0, v=0}, i = 1, 2, \dots, n-2, \qquad (3.2.10)$$

$$G_{01i} = \frac{\partial^2}{\partial v_i \partial \bar{z}} G(z, \bar{z}, v)\Big|_{z=0, v=0}, i = 1, 2, \dots, n-2, \qquad (3.2.11)$$

dengan mensubtitusikan Persamaan (3.2.6) ke dalam Persamaan (3.2.7), maka pada tingkat kuadratik, akan didapat hubungan kesamaan sebagai berikut :

$(2i\omega_0 E - C)^{-1}\omega_{20} = H_{20}$,

$-C\omega_{11} = H_{11}$,

$(-2i\omega_0 E - C)\omega_{02} = H_{02}$

Dengan demikian didapat :

$\omega_{20} = (2i\omega_0 E - C)^{-1} H_{20}$,

$\omega_{11} = -C^{-1} H_{11}$

$\omega_{02} = (-2i\omega_0 E - C)^{-1} H_{02}$

Dengan E adalah matriks identitas dan matriks $(2i\omega_0 E - C), C, (-2i\omega_0 E - C)$ adalah matriks invertible. Karena 0 dan $\pm 2i\omega_0$ bukanlah nilai eigen dari dari C. Kemudian pembatasan (restriction) Sistem (3.2.5) ke Center Manifoldnya sampai dengan suku kubik (kuadratik) dapat ditulis sebagai :

$$\dot{z} = i\omega_0 + \frac{1}{2} G_{20} z^2 + G_{11} z\bar{z} + \frac{1}{2} G_{02} \bar{z}^2 + \frac{1}{2}\left(G_{21} - 2\langle G_{10}, C^{-1} H_{11}\rangle + \langle G_{01}, (2i\omega_0 E - C)^{-1} H_{20}\rangle\right) + z^2\bar{z} + \cdots,$$

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

dengan hanya suku kubik yang diperlukan untuk analisis bifurkasi Hopf yang ditampilkan.

3. Kesimpulan

Dalam analisis kestabilan titik ekuilibrium sistem persamaan diferensial biasa (nonlinear) seringkali memunculkan titik ekuilibrium yang mempunyai nilai eigen yang mempunyai bagian real nol atau biasa disebut titik ekuilibrium nonhiperbolik. Ketika titik ekuiliibrium tersebut muncul, analisis kestabilan lokal dengan menggunakan nilai eigen tidak bisa digunakan. Dalam prakteknya pada sistem persamaan diferensial terutama yang memuat parameter,pada titik ekuilibrium nonhiperbolik tersebut sering terjadi bifurkasi. Dalam menganalisa kestabilan bifurkasi dari titk ekuilibrium nonhiperbolik dapat digunakan metode analisis Center Manifold.

Daftar Rujukan

Khalil, H.A., Nonlinear Systems, Third Edition, Prentice – Hall, Inc.,Upper Saddle River, New Jersey, USA, 2002.

Kuznetsov, Y.A., *Element of Applied Bifurcation Theory*, Second Edition, Applied Mathematical Sciences, vol 112, Springer – Verlag, New York, USA, 1998.

Perko, L., *Differential Equations and Dynamical Systems,* Texts in Applied Mathematics Vol 7, Springer – Verlag, New York, USA, 1991.

Thorpe, J.A.,Elementary Topics in Differential Geometry, Undergraduate Texts in Mathematics, Springer – Verlag, New – York, USA, 1991.

Verhulst, F.,*Nonlinear Differential Equations and Dynamical Systems*, Springer – Verlag, Berlin, Heidelberg, Germany, 1990.

Wiggins, S., *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos,* Springer-Verlag, New – York, 1990.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Aplikasi Matriks Circulant Untuk Menentukan Nilai Eigen Dari Graf Sikel (Cn)

Siti Rahmah Nurshiami dan Triyani
Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknik
Universitas Jenderal soedirman, Purwokerto
E-mail : nurshiami@yahoo.co.id

ABSTRAK. *Matriks Circulant adalah matriks berukuran* $n \times n$ *yang elemen baris ke-i untuk* $i = 2, 3, \dots, n$ *diperoleh dengan cara menggeser elemen-elemen baris pertama ke arah kanan sebanyak* $i - 1$ *langkah. Paper ini mengkaji penggunaan matriks circulant untuk menentukan nilai eigen dari graf Sikel (Cn),* $n \geq 3$.

Kata kunci : Matriks *Circulant*, Nilai Eigen, Graf *Circulant*.

1. Pendahuluan

Graf G adalah suatu struktur (V,E) dengan $V(G)$ merupakan himpunan tak kosong dari elemen-elemen yang disebut titik dan $E(G)$ merupakan himpunan pasangan tak terurut yang mungkin kosong, dari elemen-elemen di V yang disebut sisi. Sebuah graf sederhana G dapat direpresentasikan ke dalam matriks ketetanggaan, $A(G)$. Elemen-elemen dari matriks $A(G)$, yaitu a_{ij} adalah 0 atau 1, dengan $a_{ij} = 0$ bila titik v_i dan titik v_j tidak bertetangga, sedangkan $a_{ij} = 1$ bila titik v_i dan titik v_j bertetangga.

Graf yang matriks ketetanggaannya berupa matriks *circulant* disebut graf *circulant*. Salah satu jenis graf yang termasuk graf *circulant* adalah graf sikel. Nilai eigen dari graf sikel dapat ditentukan dengan mencari akar-akar dari polinom karakteristik matrik ketetanggaannya. Paper ini mengkaji cara lain menentukan nilai eigen dari graf Sikel (Cn), $n \geq 3$ dengan menggunakan matriks *circulant*.

2. Tinjauan Pustaka

Suatu matriks bujur sangkar dikatakan matriks *circulant* jika elemen baris ke-i, dengan $i = 2, 3, \dots, n$ diperoleh dengan cara menggeser elemen-elemen baris pertama

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

sebanyak $i-1$ langkah ke arah kanan. Sebagai contoh, matriks A adalah matriks *circulant.*

$$A=\begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{pmatrix}$$

Misal $S=[s_j]$ adalah matriks *circulant* yang baris pertamanya adalah $[s_1, s_2, \cdots, s_n]$ dan W adalah matriks *circulant* yang baris pertamanya adalah $[0,1,0,\cdots,0]$.

Perhatikan bahwa

$$S=\begin{bmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & \cdots & s_n \\ s_n & s_1 & s_2 & \cdots & s_{n-1} \\ s_{n-1} & s_n & s_1 & \cdots & s_{n-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_2 & s_3 & s_4 & \cdots & s_1 \end{bmatrix} \text{ dan } W=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}.$$

Sehingga matriks S dapat dinyatakan sebagai;

$$S=s_1\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}+s_2\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}+s_3\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$$+\cdots+s_n\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$$=s_1\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}+s_2\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$$+s_3\begin{bmatrix}0&1&0&\cdots&0\\0&0&1&\cdots&0\\0&0&0&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\1&0&0&\cdots&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&1&0&\cdots&0\\0&0&1&\cdots&0\\0&0&0&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\1&0&0&\cdots&0\end{bmatrix}+\cdots+s_n\begin{bmatrix}0&1&0&\cdots&0\\0&0&1&\cdots&0\\0&0&0&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\1&0&0&\cdots&0\end{bmatrix}^{n-1}$$

$= s_1W^0 + s_2W + s_3W^2 + \cdots + s_nW^{n-1}$, dengan $W^0 = I$

$$= \sum_{j=1}^{n} s_j W^{j-1}$$

Menurut [3] nilai eigen matriks $W_{n\times n}$ untuk $n \geq 2$ dengan menggunakan *"nth roots of unity"* adalah $1, \omega, \omega^2, \cdots, \omega^{n-1}$, dengan $\omega = e^{2\pi i/n}$.

Proposisi 1 [2]

Jika S adalah matriks *circulant* berukuran $n \times n$, dengan $[s_1,\ s_2,\ s_3,\ \cdots,\ s_n]$ merupakan baris pertama dari matriks S, maka nilai eigennya adalah

$$\lambda_r = \sum_{j=1}^{n} s_j \omega^{(j-1)r},$$

dengan $\omega = e^{2\pi i/n}$, dan vektor eigen ke-r yang bersesuaian dengan nilai eigen λ adalah $\mathbf{u}_r = \left[1, \omega^r, \omega^{2r}, \cdots, \omega^{(n-1)r}\right]^T$, untuk setiap $r = 0, 1, 2, \cdots, n-1$.

Bukti:

Diketahui S adalah matriks *circulant* berukuran $n \times n$, dan $\mathbf{u}_r$ adalah vektor eigen ke-r yang bersesuaian dengan nilai eigen λ, dimana $\mathbf{u}_r = \left[1, \omega^r, \omega^{2r}, \cdots, \omega^{(n-1)r}\right]^T$ untuk setiap $r = 0, 1, 2, \cdots, n-1$, maka $S\mathbf{u}_r = \lambda_r\mathbf{u}_r,\ \mathbf{u}_r \neq \mathbf{0}$.

Perhatikan bahwa

$$S\mathbf{u}_r = \lambda_r\mathbf{u}_r$$

$$\begin{bmatrix}s_1&s_2&s_3&\cdots&s_n\\s_n&s_1&s_2&\cdots&s_{n-1}\\s_{n-1}&s_n&s_1&\cdots&s_{n-2}\\\vdots&\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\s_2&s_3&s_4&\cdots&s_1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\\omega^r\\\omega^{2r}\\\vdots\\\omega^{(n-1)r}\end{bmatrix}=\lambda_r\begin{bmatrix}1\\\omega^r\\\omega^{2r}\\\vdots\\\omega^{(n-1)r}\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} s_1 + s_2\omega^r + s_3\omega^{2r} + \cdots + s_n\omega^{(n-1)r} \\ s_n + s_1\omega^r + s_2\omega^{2r} + \cdots + s_{n-1}\omega^{(n-1)r} \\ s_{n-1} + s_n\omega^r + s_1\omega^{2r} + \cdots + s_{n-2}\omega^{(n-1)r} \\ \vdots \\ s_2 + s_3\omega^r + s_4\omega^{2r} + \cdots + s_1\omega^{(n-1)r} \end{bmatrix} = \lambda_r \begin{bmatrix} 1 \\ \omega^r \\ \omega^{2r} \\ \vdots \\ \omega^{(n-1)r} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} s_1 + s_2\omega^r + s_3\omega^{2r} + \cdots + s_n\omega^{(n-1)r} \\ s_1\omega^r + s_2\omega^{2r} + \cdots + s_{n-1}\omega^{(n-1)r} + s_n \\ s_1\omega^{2r} + \cdots + s_{n-2}\omega^{(n-1)r} + s_{n-1} + s_n\omega^r \\ \vdots \\ s_1\omega^{(n-1)r} + s_2 + s_3\omega^r + s_4\omega^{2r} + \cdots + s_n\omega^{2(n-1)r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_r \\ \lambda_r\omega^r \\ \lambda_r\omega^{2r} \\ \vdots \\ \lambda_r\omega^{(n-1)r} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{n} s_j\omega^{(j-1)r} \\ \sum_{j=1}^{n} s_j\omega^{jr} \\ \sum_{j=1}^{n} s_j\omega^{(j+1)r} \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^{n} s_j\omega^{(j+n-2)r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_r \\ \lambda_r\omega^r \\ \lambda_r\omega^{2r} \\ \vdots \\ \lambda_r\omega^{(n-1)r} \end{bmatrix}$$

Sehingga

$$\begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{n} s_j\omega^{(j-1)r} \\ \sum_{j=1}^{n} s_j\omega^{(j-1)r} \\ \sum_{j=1}^{n} s_j\omega^{(j-1)r} \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^{n} s_j\omega^{(j-1)r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_r \\ \lambda_r \\ \lambda_r \\ \vdots \\ \lambda_r \end{bmatrix}$$

Jadi nilai eigen ke- r dari matriks S adalah

$$\lambda_r = \sum_{j=1}^{n} s_j \omega^{(j-1)r},$$

untuk setiap $r = 0, 1, 2, \cdots, n-1$. ■

Suatu graf dikatakan reguler berderajat *r* (*r*-reguler) jika untuk setiap titiknya mempunyai derajat *r*. Misalkan $G = (V, E)$ adalah graf sederhana dengan *n* titik dan *m* sisi. Matriks ketetanggaan dari graf *G* adalah matriks $A_{n\times n} = A(G)$ dengan entri

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, \text{jika } (v_i, v_j) \in E(G) \\ 0, \text{jika } (v_i, v_j) \notin E(G). \end{cases}$$

Suatu graf G dikatakan graf *circulant* apabila matriks ketetanggaannya merupakan matriks *circulant*. Jika baris pertama matriks ketetanggaan dari graf *circulant* adalah $a_1, a_2, \cdots, a_n$, maka $a_1 = 0$ dan $a_i = a_{n-i+2}$ untuk $i = 2,3, \cdots, n$. Salah satu graf reguler dan graf *circulant* adalah graf Sikel. Sebagai contoh, matriks ketetanggaan dari graf C_3 adalah

$$A(C_3) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Proposisi 2 [1]

Jika G adalah graf k-reguler dengan n titik maka:

i. k adalah nilai eigen dari G,

ii. untuk setiap nilai eigen λ dari G, berlaku $|\lambda| \le k$.

Proposisi 3 [1]

Misalkan $[0, a_2, \cdots, a_n]$ adalah baris pertama dari matriks ketetanggaan pada graf *circulant* G. Maka nilai eigen dari graf G adalah

$$\lambda_r = \sum_{j=2}^{n} a_j \omega^{(j-1)r}$$

untuk setiap $r = 0, 1, \cdots, n-1$ dengan $\omega = e^{2\pi i/n}$

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Bukti:

Diketahui G adalah graf *circulant* dan A adalah matriks ketetanggaan dari graf G.

Perhatikan bahwa

$$A(G) = \begin{bmatrix} 0 & a_2 & a_3 & \cdots & a_n \\ a_n & 0 & a_2 & \cdots & a_{n-1} \\ a_{n-1} & a_n & 0 & \cdots & a_{n-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_2 & a_3 & a_4 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

dengan mengasumsikan matriks $A = S$ sehingga menurut proposisi 1, diperoleh nilai eigen ke-*r* dari graf G adalah

$$\lambda_r = \sum_{j=1}^{n} a_j \omega^{(j-1)r}$$

$$= a_1\omega^{0.r} + a_2\omega^{1.r} + a_3\omega^{2.r} + \cdots + a_n\omega^{(n-1).r}$$

Karena $a_1 = 0$ maka

$$\lambda_r = \sum_{j=2}^{n} a_j \omega^{(j-1)r}$$

untuk setiap $r = 0, 1, \cdots, n-1$. ■

3. Pembahasan

Matriks ketetanggaan dari graf C_n adalah

$$A(C_n) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix},$$

dengan $[0, 1, 0, \cdots, 0, 1]$ baris pertama dari graf *circulant* C_n. Misal terdapat matriks $W_{n\times n}$ dengan nilai eigen dari matriks $W_{n\times n}$ adalah 1, $\omega, \omega^2, \cdots, \omega^{n-1}$, dengan $\omega = e^{2\pi i/n}$ dan n merupakan banyaknya titik pada graf C_n. Sehingga berdasarkan proposisi 3 diperoleh nilai eigen sebagai berikut:

$$\lambda_r = \sum_{j=2}^{n} a_j \omega^{(j-1)r} \quad \text{untuk setiap } r = 0, 1, \cdots, n-1.$$

Perhatikan bahwa

$$\lambda_0 = \sum_{j=2}^{n} a_j \omega^{(j-1)0} = a_2\omega^0 + a_n\omega^0 = 1 + 1 = 2$$

$$\lambda_1 = \sum_{j=2}^{n} a_j \omega^{(j-1)1} = a_2\omega^1 + a_n\omega^{n-1} = 1.\omega + 1.\omega^{n-1} = \omega + \omega^n.\omega^{-1}$$

$$= \omega + \omega^{-1} = e^{2\pi i/n} + e^{-2\pi i/n} = 2\cos\left(\frac{2\pi}{n}\right).$$

$$\lambda_2 = \sum_{j=2}^{n} a_j \omega^{(j-1)2} = a_2\omega^2 + a_n\omega^{(n-1)2} = 1.\omega^2 + 1.\omega^{2(n-1)}$$

$$= \omega^2 + \omega^{2n}.\omega^{-2} = \omega^2 + \omega^{-2} = \left(e^{2\pi i/n}\right)^2 + \left(e^{2\pi i/n}\right)^{-2} = 2\cos\left(\frac{2.2\pi}{n}\right).$$

$$\lambda_3 = \sum_{j=2}^{n} a_j \omega^{(j-1)3} = a_2\omega^3 + a_n\omega^{(n-1)3} = 1.\omega^3 + 1.\omega^{3(n-1)}$$

$$= \omega^3 + \omega^{3n}.\omega^{-3} = \omega^3 + \omega^{-3} = \left(e^{2\pi i/n}\right)^3 + \left(e^{2\pi i/n}\right)^{-3} = 2\cos\left(\frac{3.2\pi}{n}\right)$$

$$\vdots$$

$$\lambda_{n-1} = \sum_{j=2}^{n} a_j \omega^{(j-1)n-1} = a_2\omega^{(n-1)} + a_n\omega^{(n-1)^2} = 1.\omega^{n-1} + 1.\omega^{(n-1)(n-1)}$$

$$= \omega^{n-1} + \omega^{n(n-1)}.\omega^{-(n-1)} = \omega^{n-1} + \omega^{-(n-1)}$$

$$= \left(e^{2\pi i/n}\right)^{n-1} + \left(e^{2\pi i/n}\right)^{-(n-1)} = 2\cos\frac{2(n-1)\pi}{n}.$$

Sehingga nilai eigen ke-r dari graf sikel $(C_n), n \geq 3$ diperoleh

$$\lambda_r = 2\cos\frac{2\pi r}{n},$$

untuk setiap $r = 0, 1, 2, \cdots, n-1$.

Selain itu, karena graf sikel merupakan graf *reguler* berderajat 2 maka menurut proposisi 2 nilai eigen λ_r dari graf sikel $(C_n), n \geq 3$, $|\lambda_r| \leq 2$, $r = 0, 1, 2, \cdots, n-1$.

4. Kesimpulan

Berdasarkan dari hasil pembahasan maka dapat disimpulkan bahwa nilai eigen dari graf sikel (C_n), $n \geq 3$ dengan menggunakan matriks *circulant* adalah $\lambda_r = 2\cos\frac{2\pi r}{n}$, dan $|\lambda_r| \leq 2$ untuk setiap $r = 0, 1, 2, \cdots, n-1$.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Biggs, Norman. 1993. *Algebraic Graph Theory*. Second Edition. Cambridge University Press, New York.

[2] Bronson, Richard. 1989. *Schaum's Outline of Theory and Problems of Matrix Operations.* McGraw-Hill, Inc, Amerika.

[3] Frank, Dave. *Circulant Matrices and Polynomial*. http://online.redwood.cc.ca.us/instruct/darnold/laproj/Fall2002/dfrank/paper.pdf.

[4] Kolman, Bernard. 1997. *Introductory Linear Algebra with Applications.* 6th Edition. New Jersey, Prentice-Hall.

[5] Rosen, H. K. 2003. *Discrete Mathematics and Its Applications, 5th ed.* Singapura, McGraw-Hill Book Co.

[6] Wilson, Robin J. and John J. Watkins. 1990. *Graph An Introductory Approach: A First Course in Discrete Mathematics.* John Willey & Sons, Inc, New York.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

T – 25

Pemberian Tanda Air Pada Citra Dijital Menggunakan Skema Berbasis Kuantisasi Warna

Soetrisno, *Muhammad Irvan*
Jurusan Matematika FMIPA ITS
E-mail : soetrisno@matematika.its.ac.id

ABSTRAK

Salah satu penerapan matematika adalah penggunaan matematika dalam proses pemberian tanda air pada sebuah citra dijital.
Pemberian tanda air (*watermarking*) merupakan salah satu teknik pengamanan file citra dijital atau teknik penyembunyian sebuah sandi rahasia dalam sebuah file citra dijital. Proses pemberian tanda air pada citra dijital terdiri dari dua proses utama, yaitu proses pelekatan tanda air kedalam file citra dijital dan proses pemisahan (ekstraksi) tanda air dari file citra dijital. Pemberian tanda air pada file citra dijital telah banyak diterapkan untuk memberi perlindungan hak cipta media dijital. Dalam beberapa tahun terakhir, skema pemberian tanda air pada citra abu-abu (*gray-level*) telah digunakan, tetapi skema pemberian tanda air pada citra berwarna masih merupakan sesuatu yang langka dan biasanya bekerja pada warna pencahayaan. Oleh karena itu, pada makalah ini dibahas sebuah metode pemberian tanda air berbasis kuantisasi warna. Dalam metode ini digunakan citra tanda air (*watermark*) yang dienkripsi DES untuk dilekatkan pada citra asal (*host*). Proses pelekatan tanda air dengan skema berbasis kuantisasi warna menghasilkan sebuah citra ter-*watermark* yang akan digunakan pada proses ekstraksi. Proses ekstraksi tanda air dalam metode ini menggunakan *pseudo random number generator* dan dekripsi DES. Pada makalah ini proses ekstraksi dilakukan pada citra ter-*watermark* yang normal dan pada citra ter-*watermark* yang mengalami gangguan.

Setelah dilakukan pemrograman dari proses ini dan diuji coba, diperoleh hasil bahwa: (i) secara visual tanda air dapat dipersepsikan dengan sangat baik; dan (ii) hasil analisis memberikan simpulan bahwa implementasi sistem memberikan kesalahan estimasi tanda air dalam kisaran 9,1805 %.

Kata kunci: *Watermarking*, DES, Kuantisasi warna, *Pseudo random number generator*.

1. PENDAHULUAN

Perkembangan teknologi komputer dijital dan perangkat-perangkat lainnya semakin cepat, hal ini membuat data dijital banyak digunakan karena mudah diduplikasi, mudah diolah, serta mudah didistribusikan. Dengan berkembangnya internet, distribusi data dijital, salah satunya berupa citra dijital menjadi semakin mudah. Dalam beberapa kasus, citra dijital membutuh-kan pengamanan agar tidak terjadi pelanggaran hak cipta. Citra dijital juga digunakan untuk menyembunyikan suatu kode rahasia yang akan dikirimkan kepihak lain. Banyak metode dikembangkan untuk mengamankan dan melindungi citra digital, salah satunya adalah *watermarking* pada citra dijital.

Selama ini penggandaan atas produk dijital seperti citra dijital dilakukan begitu bebas dan leluasa secara ilegal. Hasil penggandaan tersebut memiliki kualitas yang sama dengan produk dijital aslinya. Namun, pemegang hak cipta produk dijital tidak mendapatkan royalti dari penggandaan tersebut. Akibatnya pemegang hak cipta produk

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

dijital sangat dirugikan. Hampir semua produk dijital yang tersebar di internet tidak mencantumkan informasi pemiliknya. Khususnya untuk bidang citra dijital, adanya perangkat lunak untuk rekayasa citra seperti *Adobe Photoshop* memungkinkan untuk melakukan berbagai modifikasi terhadap citra dengan bantuan perangkat lunak tersebut. Dengan demikian keamanan terhadap suatu citra dijital menjadi sangat rentan.

Watermarking merupakan salah satu solusi teknis yang diusulkan untuk menangani keamanan materi dijital. *Watermarking* adalah potongan informasi yang disisipkan pada materi data dan berfungsi sebagai alat untuk identi-fikasi kepemilikan, hak penggunaan, kontrol distribusi dan integritas data[4].

Ada beberapa metode *watermarking* pada citra dijital yang telah digunakan dan metode *watermarking* pada citra dijital yang telah digunakan memiliki kelebihan dan kelemahan. . Pada penelitian ini dikemukakan sebuah metode ekstraksi yaitu dengan menggunakan prosedur enkripsi-dekripsi *Data Encrytion Standard* (DES) dan *Pseudo Random Number Generator* (PRNG). Oleh karena itu dalam penelitian ini dikembangkan sebuah metode *watermarking* berdasarkan Skema Kuantisasi Warna [6].

Pada penelitian ini diberikan batasan masalah dan asumsi sebagai berikut :

1. Citra *Watermark W* yang digunakan dalam penelitian ini adalah citra biner JPG berukuran *N* x *N*.
2. Citra *Host H* yang akan diproses adalah berupa citra *RGB* dan *grayscale,* bertipe JPG berukuran *M* x *M*.
3. Gangguan yang akan diberikan pada citra ter-*watermark* adalah penambahan *noise* dengan level 1%, level 3% dan 5%.
4. Algoritma yang digunakan adalah *Squared Euclidean Distance* (SED).
5. Ukuran citra *watermark* harus lebih kecil dari pada citra *host.*
6. Warna palet yang digunakan sebatas 862 warna RGB.

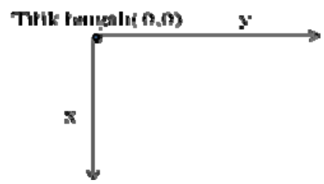
2. DASAR TEORI

2.1 Citra Dijital

Citra adalah gambar pada bidang dua dimensi. Ditinjau dari sudut pandang matematika, citra merupakan fungsi kontinu dari intensitas cahaya pada bidang dua dimensi.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Citra dibentuk dari persegi empat yang teratur sehingga jarak horizontal dan vertikal antara piksel satu dengan yang lain adalah sama pada seluruh bagian citra. Indeks x bergerak ke bawah dan indeks y bergerak ke kanan. Untuk menunjukkan koordinat sebuah titik digunakan posisi kanan bawah dalam citra berukuran m x n piksel. Gambar-1 menunjuk-kan sistem koordinat pada suatu citra dijital.



Gambar-1 Koordinat pada citra dijital

Untuk menunjukkan tingkat intensitas cahaya hitam-putih (*grayscale*) suatu piksel, digunakan bilangan bulat dengan rentang selang antara 0-255, dimana 0 untuk warna hitam dan 255 untuk warna putih. Sistem visual manusia dapat membedakan ratusan ribu warna tetapi hanya dapat membedakan 100 *shade* ke-abuan[4].

2.2 Konsep Tetangga Piksel

Pada pengolahan citra dijital dibutuhkan beberapa konsep dasar tentang citra, misalnya untuk mencari rata-rata piksel atau variansi lokal citra dibutuhkan konsep piksel tetangga. Salah satu konsep piksel tetangga yang digunakan adalah 8-tetangga, yang dinotasikan dengan $N8(p)$. Agar piksel tepi dapat di-manipulasi seperti piksel di bagian dalam citra maka dilakukan penambahan satu piksel di sekeliling citra. Piksel tambahan dapat bernilai 0, 1 atau sama dengan piksel tepi dan pemilihannya disesuaikan dengan kebutuhan.

Hubungan piksel N $8(p)$ direpresentasi-kan oleh Gambar-2.

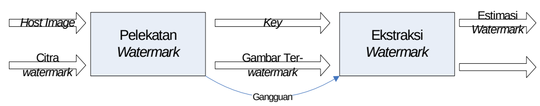
f(x-1,y-1)	f(x-1,y)	f(x-1,y+1)
f(x,y-1)	**f(x,y)**	f(x,y+1)
f(x+1,y-1)	f(x+1,y)	f(x+1,y+1)

Gambar-2. Hubungan piksel $N8(p)$

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

2.3 Watermarking

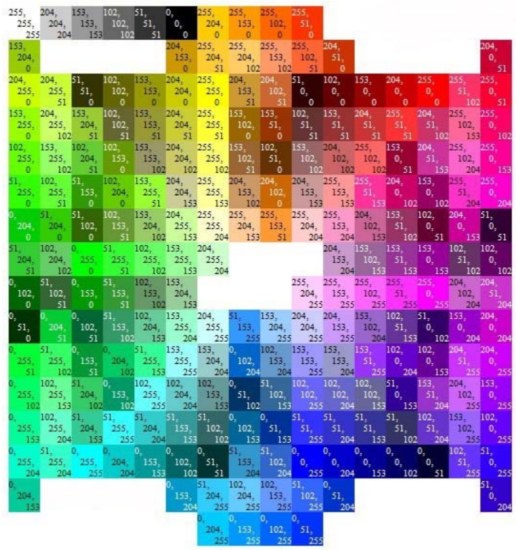
Watermarking dapat diartikan sebagai suatu teknik penyembunyian data (citra dijital) atau informasi rahasia yang berupa citra dijital kedalam suatu data (citra dijital) yang lain untuk ditumpangi, sedemikian hingga orang lain tidak menyadari kehadiran (adanya) data tambahan pada data host-nya. Jadi seolah-olah tidak ada perbedaan antara data host sebelum dan sesudah prosesnya [5]. Secara umum proses watermarking dibagi menjadi dua yaitu proses pelekatan dan proses ekstraksi. Gambar-3 berikut ini menunjukkan skema watermarking.



Gambar-3 Skema *watermarking*

2.4 Palet

File JPG menggunakan warna merah, hijau, dan biru (RGB) untuk warna grafis. Warna RGB juga dikenal sebagai warna penuh. Warna RGB dikenal sebagai warna aditif karena semua warna, merah hijau, dan biru yang ditambahkan bersama-sama pada intensitas penuh mereka akan menciptakan warna keabuan. Campuran kekuatan relatif dari warna-warna, menciptakan jutaan warna yang dapat ditampilkan. Kekuatan warna tersebut diatur dalam rentang dari nol sampai 255 dengan nol menjadi intensitas yang paling rendah mewakili warna hitam dan 255 intensitas tertinggi mewakili warna putih. Ketika merah, hijau dan biru digabungkan pada intensitas nol hasilnya adalah hitam. Pada intensitas tinggi, di mana nilai-nilai ditetapkan pada 255, 255, 255, hasilnya adalah warna putih murni[10].



Gambar-4 Warna palet dalam bentuk desimal

2.5 Data Enksripsi Standar (DES)

Data Encryption Standard (DES) adalah sistem kriptografi simetri dan tergolong jenis *cipher* blok yang sudah populer karena dijadikan algoritma standar dengan kunci-simetri. DES beroperasi pada ukuran blok 64 bit. DES mengenkripsikan 64 bit *plainteks* menjadi 64 bit *cipherteks* dengan menggunakan 56 kunci internal (*internal-key*) atau sub-kunci (*subkey*). Kunci internal dibangkitkan dari kunci eksternal (*exteral-key*) yang panjangnya 64 bit.

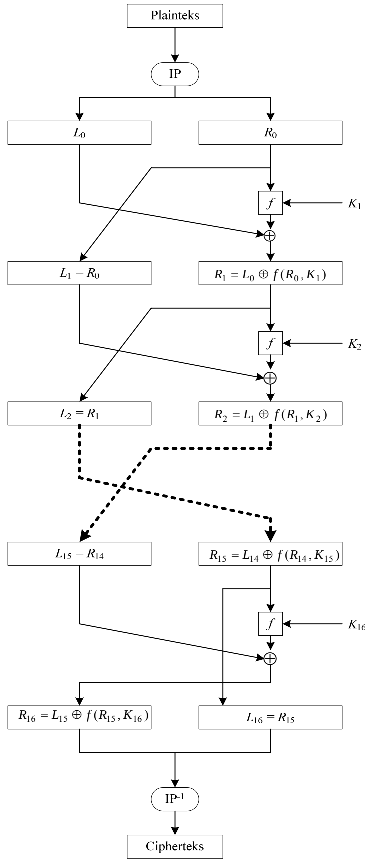
Skema global DES, pertama melakukan permutasi terhadap blok plainteks dengan matriks permutasi awal (inisial permutasi atau IP). Hasil permutasi awal kemudian di enciphering sebanyak 16 kali (16 putaran) dimana setiap putarannya menggnakan kunci internal yang berbeda. Hasil *enciphering* kemudian dipermutasi dengan matriks permutasi balikan (invers IP atau IP-1) menjadi blok cipherteks[1].

Dalam proses enkripsi, blok plainteks terbagi menjadi dua, kiri (L) dan kanan (R), masing- masing 32 bit. Secara matematis, satu putaran DES
dinyatakan sebagai:

$L_i = R_{i-1}$ (1)

$R_i = L_{i-1} \oplus f(R_{i-1}, K_i)$ (2)

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3



Gambar-5 Proses enkripsi dengan DES

2.6 *Pseudo Random Number Generator* (PRNG)

Bilangan acak (*random*) banyak digunakan di dalam kriptografi, misalnya untuk pembang-kitan elemen-elemen kunci, pembangkitan kunci di dalam sistem kriptografi kunci pembangkit dan sebagainya. Yang dimaksud dengan acak di sini adalah bilangan yang tidak mudah diperdiksi oleh pihak lain. Bilangan acak yang dihasilkan dengan rumus-rumus matema-tika adalah bilangan acak semu (*pseudo*), karena bilangan acak yang dibangkitkan dapat berulang kembali secara periodik. Pembangkit deret bilangan acak semacam itu disebut *pseudo random number generator* (PRNG)[1].

Pembangkit bilangan acak kongruen-lanjar (*linier congruential generator* atau LCG) adalah salah satu pembangkit bilangan acak yang sangat terkenal. LCG didefinisikan dalam relasi rekurensi:

$$x_n = (ax_{n-1} + b) \bmod m \qquad (3)$$

dengan:

x_n = bilangan acak ke-n dari deretnya

x_{n-1} = bilangan acak sebelumnya

a = faktor pengendali

b = *increment*

m = modulus

Kunci pembangkit adalah x_0 yang disebut bilangan awal (*seed*).

2.7 Koefisien Korelasi

Koefisien korelasi $|r_{X,Y}|$ digunakan untuk menghitung kesamaan diantara dua citra, misalkan *X* dan *Y*. Ketika dua citra berbeda secara total nilai $|r_{X,Y}| \approx 0$, dan di sisi lain ketika *X* dan *Y* identik satu sama lain $|r_{X,Y}| \approx 1$. Berikut adalah bentuk umum untuk menghitung koefisien korelasi antara dua citra [3]:

$$|r_{X,Y}| = \frac{|s_{XY}|}{\sqrt{s_{XX}s_{YY}}} \quad (4)$$

dimana :

$$s_{XY} = \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N}\left(X_{(i,j)} - \bar{X}\right)\left(Y_{(i,j)} - \bar{Y}\right) \quad (5)$$

$$s_{XX} = \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N}\left(X_{(i,j)} - \bar{X}\right)^2 \quad (6)$$

$$s_{YY} = \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N}\left(Y_{(i,j)} - \bar{Y}\right)^2 \quad (7)$$

$$\bar{X} = \frac{1}{MN}\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N} X_{(i,j)}, \quad (8)$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{MN}\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N} Y_{(i,j)}, \quad (9)$$

Dalam metode kuantisasi warna koefisien korelasi digunakan untuk mengidentifikasi estimasi citra hasil *watermark*, serta untuk mengukur keidentikan antara citra *watermark* dan estimasi *watermark*.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

2.8 Metode *Watermarking* Berdasarkan Kuantisasi Warna

Seperti metode *watermarking* pada umumnya metode Kuantisasi Warna pada citra dijital dapat dibagi menjadi dua bagian yaitu metode pelekatan dan metode ekstraksi.

2.8.1 Metode Pelekatan

Metode pelekatan pada metode kuantisasi warna terdiri dari proses pelekatan citra *watermark W* untuk membentuk citra ter-*watermark I* dan citra *Host H*. Gambar-6 menunjukkan gambaran umum pelekatan menggunakan metode kuantisasi warna.

Masukan berupa citra *watermark W* dan citra *host H*. Mengubah citra *watermark* menjadi chipterteks dengan menggunakan enkripsi DES agar lebih aman sebelum melakukan *color mapping*.

Prosedur desain palet adalah untuk memilih warna-warna representatif untuk citra-citra tertentu. Secara umum, setiap warna-warna representatif terpilih mengandung tiga dimensi untuk warna *Red-Green-Blue* (RGB) yang bisa dianggap sebagai kata-kata kode pada sebuah buku kode, dimana palet merupakan buku kodenya[5].

Setelah palet warna dirancang, pemetaan piksel prosedur dilakukan. Tujuan dari prosedur pemetaan piksel adalah untuk menemukan warna yang sesuai yang paling dekat dari palet untuk merepresentasikan piksel dari suatu citra dengan menimbulkan seminimal mungkin distorsi warna. Setiap piksel dalam warna gambar asli dipetakan ke warna terdekat dalam palet untuk menghasilkan citra terkuantisasi. Secara umum, kuadrat jarak Euclid (SED) adalah yang paling umum digunakan untuk pengukuran jarak warna terdekat. SED antara piksel asli h_i dan c_j warna dalam palet dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut[8]:

$$\mathrm{SED}(h_i, c_j) = \sum_{i=1}^{k} (h_i - c_{ji})^2 \qquad (10)$$

Langkah-langkah *Embedding Watermark* sebagai berikut:

Langkah 1: Melakukan prosedur untuk enkripsi DES pada *watermark W* dengan *w x h* dan memilih prosedur untuk PRNG untuk pengesetan posisi *w x h* piksel *embedding watermark* tersebut.

Langkah 2: Untuk setiap h_i piksel, yang terdekat dengan warna c_{min} dengan indeks I_i dipilih dengan menggunakan prosedur pemetaan piksel.

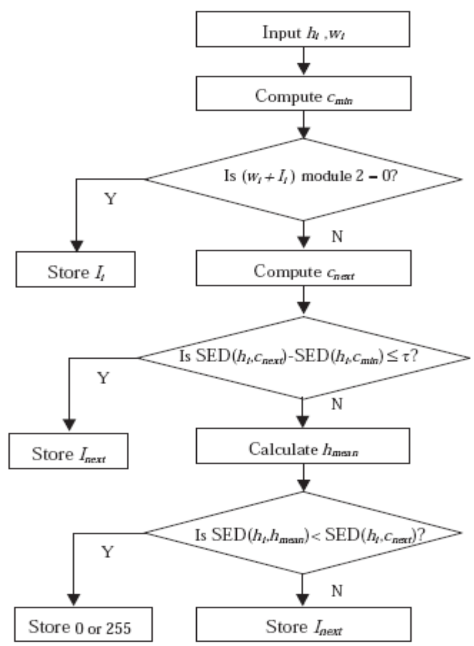
Langkah 3: Ketika piksel h_i merupakan salah satu piksel-piksel yang terpilih, jika $(w_i + I_i)$ maka modulo 2 sama dengan 0, I_i akan disimpan langsung dan berlanjut ke Langkah 7.

Langkah 4: Mencari warna lain c_{next} yang terdekat dengan indeks I_{next} dalam palet yang memenuhi $(w_i + I_{next})$ modul 2 sama dengan 0. Jika SED (h_i, c_{next})- SED $(h_i, c_{min}) \leq \tau$, I_{next} akan disimpan langsung dan berlanjut ke Langkah 7.

Langkah 5: Menghitung nilai rata-rata h_{mean} dari penyandian piksel h_i kiri dan tepat di atas h_a piksel h_i. Jika SED (h_i, h_{mean}) < SED (h_i, c_{next}), dua indeks khusus 0 dan 255 akan disimpan untuk w_i=0 dan 1. Berlanjut ke Langkah 7.

Langkah 6: Jika SED $(h_i, h_{mean}) \geq$ SED (h_i, c_{next}), I_{next} akan disimpan.

Langkah 7: Jika ada bit *watermark* untuk dimasukan maka kembali ke Langkah 2. [6]



Gambar-6 Proses pelekatan *watermark*

2.8.2 Ekstraksi

Proses ekstraksi bertujuan untuk mengekstrak citra *watermark* dari citra yang tersedia. Disamping citra ter-*watermark* I, informasi lain yang tersedia adalah citra *Host* H. Menggunakan *Pseudo Random Number Generator* sebagai, *seed* untuk mendapatkan kunci citra *Host* H pada citra *watermark* W. Jadi tujuan dari proses ekstraksi adalah mengekstrak citra *watermark* dari I, citra *Host* H dan *Pseudo Random Number*

Generator. Mengekstrak citra ter-*watermark* I dari citra *watermark* W dan citra *host* H dengan memakai metode Kuantisasi Warna.

Prosedur ekstraksi *watermark* dengan teknik kuantisasi warna dimasukkan dalam struktur dari prosedur pendekodean citra. Pertama, PRNG menentukan posisi dari piksel-piksel citra yang digunakan untuk menyisipkan bit-bit *watermark*.

Pada prosedur pendekodean citra ini, setiap masukan atau *entry* dalam tabel indeks warna akan digantikan oleh warna yang bersesuaian atau berkorespondensi pada palet. Ketika sebuah *entry* mengadung *watermark* ditemukan, bit *watermark* yang bersesuaian diekstrak sebelum penggantian warna dilakukan. Apabila nilai *entry* adalah ganjil, itu berarti bahwa bit *watermark* yang disisipkan tersebut diberikan nilai satu. Apabila nilai *entry* adalah genap, itu berarti bahwa bit *watermark* yang disisipkan tersebut diberikan nilai nol. Bit-bit *watermark* yang sudah diektrak tadi lalu didekripsikan dengan prosedur dekripsi *Data*

Encryption Standard. Proses ekstraksi dapat dibagi menjadi beberapa langkah,yaitu :

Algoritma ekstraksi *Watermark*:

Langkah 1: Gunakan PRNG untuk menentukan posisi, masukkan dalam tabel indeks warna yang berisi bit *watermark*.

Langkah 2: Apabila nilai entri yang dipilih adalah ganjil, maka yang diekstraksi bit *watermark* diatur ke satu. Jika tidak, yang diekstraksi bit *watermark* dinilai nol.

Langkah3:Lakukan prosedur untuk deksripsi DES, mengembalikan ke citra watermark.

2.9 Mean Square Error

Mean Square Error (MSE) merupakan suatu metode pengukuran kontrol dan kualitas yang sudah dapat diterima luas (Wikipedia, 2009). MSE dihitung dari sebuah contoh obyek yang kemudian dibandingkan dengan obyek aslinya sehingga dapat diketahui tingkat ketidaksesuaian antara obyek contoh dengan aslinya. Persamaan MSE terhadap deviasi dari target adalah sebagai berikut:

$$MSE = \frac{1}{MN}\sum_{x=1}^{m}\sum_{y=1}^{n}[I(x,y) - I'(x,y)]^2 \quad (11)$$

I(x,y) adalah nilai piksel di citra asli, I'(x,y) adalah nilai piksel pada citra hasil modofikasi, dalam hal ini adalah citra ter-*watermark* dan x, y adalah dimensi citra.

3. PENGUJIAN DAN PEMBAHASAN

Pada bagian ini akan dibahas bagaimana sistem program akan berinteraksi dengan pengguna mulai dari memasukkan input data sampai menghasilkan keluaran. Pembahasan mengenai sistem program meliputi langkah-langkah penyelesaian teknik pelekatan *watermark*, langkah-langkah teknik ekstraksi *watermark*, langkah-langkah citra ter-*watermark* reduksi *grayscale* dan langkah-langkah pengujian hasil menggunakan MSE dan koefisien korelasi.

Program *watermarking* pada citra dijital menggunakan metode kuantisasi warna merupakan program utama dalam program ini. Fungsi utamanya adalah membuat chipterteks pada citra *watermark* dan membuat citra ter-*watermark* yang digunakan dalam proses ekstraksi. Proses pelaksanaan sistem dalam program ini ditunjukkan oleh Gambar-7 dan penjelasannya adalah sebagai berikut:

Ketika program dimulai, pengguna mendapat pilihan untuk memasukkan citra masukan langsung dari file citra yang sudah ada. Untuk citra *host* pengguna dapat memilih citra RGB atau *grayscale* berukuran N x N. Sedangkan untuk *signature* pengguna dapat memilih file citra biner berukuran M x M yang telah disediakan dengan catatan M merupakan faktor yang dapat membagi habis N dan ukuran piksel M harus lebih kecil dari ukuran piksel N.

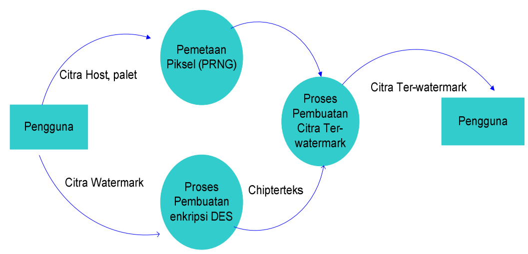
Program pembuatan enkripsi DES pada citra biner, pengguna mengisi *window image* yang diinginkan. Setelah Enkripsi, sistem akan membuat enkripsi DES dan pengguna dapat menyimpan enkripsi citra *watermark* yang dihasilkan ke folder yang telah dipilih untuk selanjutnya digunakan dalam proses pembuatan citra ter-*watermark*.

Program pembuatan *pseudo random number generator* pada citra *watermark* dan citra *host*, sistem akan membuat *pseudo random number generator* dengan bilangan awal (*seed*) yang telah ditentukan, untuk melakukan pemetaan piksel pada citra *watermark* ke citra *host.*

Program pembuatan *watermark*, pengguna diharuskan untuk mengisi *window image* yang diinginkan. Setelah itu proses *watermarking*, sistem akan membuat *watermark* dan

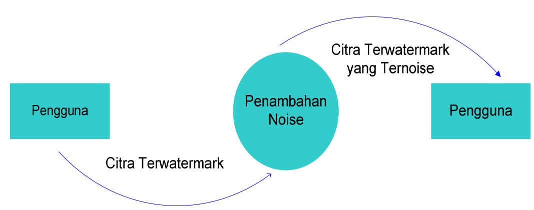
 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

pengguna dapat menyimpan *watermark* yang dihasilkan ke folder yang telah dipilih untuk selanjutnya digunakan dalam proses pembuatan citra ter-*watermark*.



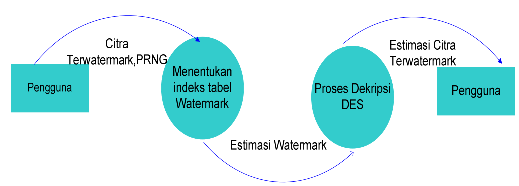
Gambar-7 Diagram alir data proses pelekatan *watermark*

Pada proses ini dilakukan penambahan level *noise* pada citra ter-*watermark* dari level 1% sampai 3% atau 5%. Gambaran proses diagram alir data dapat dilihat pada Gambar-8 berikut:



Gambar-8 Diagram alir data proses penambahan *noise*

Pada proses ini akan dilakukan ekstraksi *signature* dengan menggunakan metode kuantisasi warna. Berikut adalah diagram alir data yang ditunjukkan pada Gambar-9 berikut:



Gambar-9 Diagram alir data proses ekstraksi citra *watermark*

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Pada uji coba program akan digunakan citra *host* LenaGREY.jpg dan LenaRGB.jpg, berukuran 512 x 512 piksel. Sedangkan *watermark* akan menggunakan watermark1.jpg dan watermark2.jpg citra biner berupa logo ITS dan tulisan ITS, berukuran 128 x 128 dan 64 x 64 piksel.

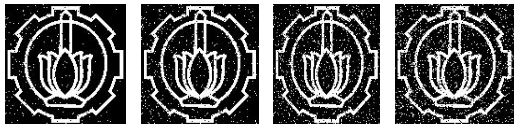
(a)LenaGREY.jgp (b)LenaRGB.jpg

(c)Watermark1.jpg (d)Watermark2.jpg

Gambar-10 Bagian (a) dan (b) **c**itra *host* (asal) dan bagian (c) dan (d) citra watermark

Hasil uji coba secara kasat mata (*visual*) citra ter-*watermark* dan citra asli sulit dibedakan. Selanjutnya akan dibahas hasil numerik dari kualitas citra *watermark* dengan estimasi *watermark* koefisien korelasi.

(a) (b)



(c) (d) (e) (f)

Gambar-11. Masukan dan hasil uji coba pertama

• Masukan citra *host* LenaGREY.jpg dengan watermark citra Watermark1.jpg

Nilai koefisien korelasi pada citra ter-*watermark* dengan Citra *host* LenaGREY.jpg dengan watermark1.jpg. Hasil percobaan pada Tabel-1.

Tabel-1 Nilai koefisien korelasi pada citra ter-*watermark*

No	Jenis Citra Ter-*watermark*	$\lvert r_{X,Y} \rvert$
1.	Tanpa Penambahan *noise*	0.957995
2.	Penambahan *noise* Level 1%	0.919936
3.	Penambahan *noise* Level 3%	0.856499
4.	Penambahan *noise* Level 5%	0.817334

(a) (b)

(c) (d) (e) (f)

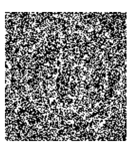
Gambar-12 Masukan dan hasil uji coba kedua

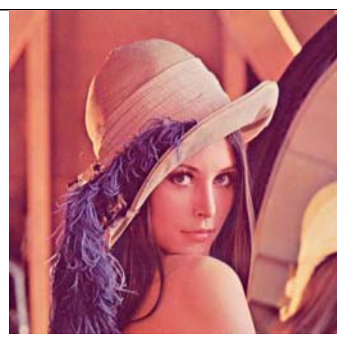
- Masukan citra *host* LenaGREY.jpg dengan watermark citra watermark2.jpg

Nilai koefisien korelasi pada citra ter-*watermark* dengan Citra *host* LenaGREY.jpg dengan watermark2.jpg. Dapat dilihat pada Tabel-2.

Tabel-2 Nilai koefisien korelasi pada citra ter-*watermark*

No	Jenis Citra Ter-*watermark*	$\|r_{x,y}\|$
1.	Tanpa Penambahan *noise*	0.990564
2.	Penambahan *noise* Level 1%	0.968386
3.	Penambahan *noise* Level 3%	0.918815
4.	Penambahan *noise* Level 5%	0.856557





(a) (b)

(c) (d) (e) (f)

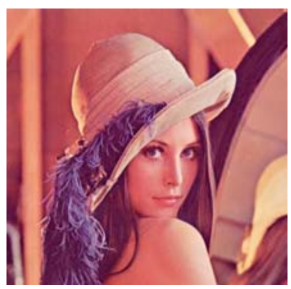
Gambar-13 Masukan dan hasil uji coba ketiga

- Masukan citra *host* LenaRGB.jpg dengan watermark citra watermark1.jpg

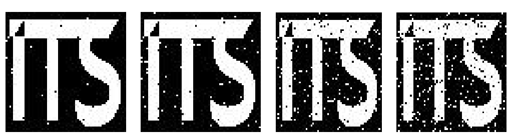
Nilai koefisien korelasi pada citra ter-*watermark* dengan Citra *host* LenaRGB.jpg dengan watermark1.jpg. Dapat dilihat pada Tabel-3.

Tabel-3 Nilai koefisien korelasi pada citra ter-*watermark*

No	Jenis Citra Ter-*watermark*	$\lvert r_{X,Y} \rvert$
1.	Tanpa Penambahan *noise*	0.957995
2.	Penambahan *noise* Level 1%	0.926711
3.	Penambahan *noise* Level 3%	0.867904
4.	Penambahan *noise* Level 5%	0.819244

(a) (b)



(c) (d) (e) (f)

Gambar-14 Masukan dan hasil uji coba keempat

• Masukan citra *host* LenaRGB.jpg dengan watermark citra watermark2.jpg

Nilai koefisien korelasi pada citra ter-*watermark* dengan Citra *host* LenaRGB.jpg dengan watermark2.jpg. Hasil percobaan pada Tabel-4.

Tabel-4 Nilai koefisien korelasi pada citra ter-*watermark*

No	Jenis Citra Ter-*watermark*	$\lvert r_{X,Y} \rvert$

1.	Tanpa Penambahan *noise*	0.990564
2.	Penambahan *noise* Level 1%	0.970712
3.	Penambahan *noise* Level 3%	0.918495
4.	Penambahan *noise* Level 5%	0.882817

Pada Gambar-11, 12, 13 dan 14, (a) menyatakan citra *watermark*, (b) citra ter-*watermark*, (c) hasil estimasi citra *watermark* tanpa penambahan *noise*, (d) hasil estimasi *watermark* level 1% penambahan *noise*, (e) hasil estimasi *watermark* level 3% penambahan *noise*, (f) hasil estimasi *watermark* level 5% penambahan *noise*.

Jika melihat nilai koefisien korelasi masing-masing percobaan, dapat kita simpulkan beberapa hal, yaitu :

1. Citra ter-*watermark* dapat diekstraksi dengan baik baik dengan dan tanpa gangguan berupa penambahan *noise*. Meskipun pada beberapa level penambahan *noise* hasil estimasi citra watermark memiliki koefisien korelasi yang relatif kecil.
2. Berdasarkan data yang ada pada Tabel- 1, 2, 3 dan 4 dengan citra *host* yang sama, *watermark* yang berbeda koefisien korelasi mengalami perbedaan yang signifikan. Terlihat bahwa watermark2.jpg memiliki koefisien korelasi yang lebih baik dari watermark1.jpg. Hal ini dikarenakan, kerumitan citra watermark2.jpg yang lebih sederhana, serta ukurannya yang lebih kecil.
3. Dengan menggunakan citra *host* yang berbeda, nilai dari koefisien korelasi juga mengalami perbedaan. Masukan citra *host* LenaRGB.jpg memiliki koefisien korelasi yang lebih baik dibanding LenaGREY.jpg.

4. SIMPULAN DAN SARAN

4.1. Simpulan

Dari hasil pengujian program dapat ditarik beberapa simpulan sebagai berikut:

1. Program *watermarking* menggunakan metode kuantisasi warna dapat meng-ekstraksi citra *watermark* dengan baik tanpa melibatkan citra asli.
2. *Watermark* yang tertanam dalam citra ter-watermark bersifat tak kelihatan dan tahan terhadap gangguan berupa penam-bahan *noise* dengan level 1%, level 3% dan level 5%.

3. Semakin besar ukuran citra *watermark* yang digunakan maka semakin besar pula penurunan kualitas citra ter-*watermark* yang dihasilkan.
4. Semakin rumit citra *watermark* yang ditanamkan semakin rendah pula kualitas citra estimasi *watermark* yang dihasil-kan.

4.2 Saran

Saran yang dapat diberikan dalam peneli-tian ini antara lain adalah:

1. Citra *watermark* yang menjadi input dalam program ini adalah citra biner dan diharapkan dalam penelitian selanjutnya dapat menggunakan citra *grayscale.*
2. Citra *host* dan *watermark* dalam program ini menggunakan format bertipe .jpg, diharap-kan dalam penelitian selanjutnya dapat menggunakan format bertipe .bmp, .gif, .png.
3. Untuk keamanan citra *watermark* dalam program ini menggunakan DES, diharapkan dalam penelitian selanjutnya dapat menggunakan *double* DES atau *triple* DES.
4. Algoritma yang digunakan pada penelitian ini adalah *Squared Euclidean Distance* (SED), dalam penelitian selanjutnya mungkin dapat dicoba algoritma yang lain.
5. Sebagai pengembangan program, dapat dibuat program *watermarking* pada data dijital lainnya misalkan teks, suara, video dan sebagainya.

5. DAFTAR PUSTAKA

[1] Munir, Rinaldi. 2006. **Kriptografi**. PT. Informatika, Bandung.

[2] Murtiyasa, Budi. 2009. **Analisis Keamanan Kriptosistem Kunci Publik Berdasarkan Matriks Invers Tergeneralisasi**. Tugas Akhir FKIP Universitas Muhammadiyah Surakarta, Surakarta.

[3] Pranindya, Yunita. 2010. **Pemberian Tanda Air Pada Citra Dijital Menggunakan Metode Tanda Air Dengan Analisis Komponen Bebas *Transpose* Citra.** . Tugas Akhir Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

[4] Prayudi, Yudi. 2002. **Metode Watermarking Ganda Sebagai Teknik Pengamanan Citra Dijital**. Thesis Jurusan Teknik Informatika Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

[5] Sirait, Rummi 2006. **Teknologi Watermaking Pada Citra Dijital**.From http://jurnal.bl.ac.id, 18 Oktober 2010.

[6] Tsai, Piyu & Hu, Yu-Chen. 2002. ***A Color Image Watermarking Scheme Based On Color Quantization***. Taiwan journal of Signal Processing (2004) hal. 95-106.

[7] MatWorks, The Math. ***Image Processing Toolbox For Use with MATLAB***. The Math Works Inc, 1994-2010.

[8] Wikipedia. 2011. **Euclidean Distance**. < http://en.wikipedia.org/wiki/Euclidean_distance >. Di unduh pada tanggal 21 Desember 2010 jam 19.25 WIB.

[9] Wikipedia. 2011. **Web Colors** . < http://en.wikipedia.org/wiki/Web_colors >. Di unduh pada tanggal 22 maret 2011 jam 07.15 WIB.

[10] Wikipedia. 2011. Palette Computing . < http://en.wikipedia.org/wiki/Palette_%28computing%29 >. Di unduh pada tanggal 13 januari 07.30 WIB.

T – 26

Pengukuran Nilai Ekonomi Obyek Wisata Sejarah & Alam (Studi Kasus : Candi Gedong Songo, Kabupaten Semarang)

Sri Subanti[1]
[1]Pengajar Fakultas MIPA, Universitas Sebelas Maret

Arif Rahman Hakim[2]
[2]Asisten Pengajar Fakultas Ekonomi, Universitas Indonesia

Abstrak

Candi Gedong Songo merupakan salah satu bentuk ekowisata sejarah yang terdapat di Kabupaten Semarang, Propinsi Jawa Tengah. Obyek wisata ini dapat menjadi destinasi tujuan kegiatan pariwisata sejarah dan alam yang menarik. Kendala mulai muncul, ketika disadari atau tidak, obyek wisata sejarah dan alam ini seolah-olah tidak diperlakukan sebagai barang ekonomi melainkan bersifat barang publik. Perlakuan ini berimbas pada pemanfaatan obyek wisata sejenis cenderung tidak dievaluasi sesuai dengan kaidah ekonomi.

Studi ini bertujuan untuk mengukur nilai ekonomi serta mengetahui determinan jumlah kunjungan dan kesediaan membayar di Candi Gedong Songo. Studi ini diharapkan dapat melihat sejauhmana peran obyek wisata sejarah dan alam dipandang sebagai suatu tempat wisata yang berwawasan lingkungan. Karena keunggulan dari obyek wisata alam biasanya memiliki berbagai kekayaan alam seperti keanekaragaman hayati, manfaat langsung, maupun tidak langsung yang terkait dengan fungsi ekologis yang penting sehingga tidak hanya dianggap sebagai objek wisata an sich.

Studi ini menggunakan data primer dan data sekunder. Data primer diperoleh dari survei lapangan kepada pelaku wisata yang sedang berkunjung ke Candi Gedong Songo. Metode analisis yang digunakan ada dua yaitu metode deskriptif dan metode estimasi ekonometrika. Faktor yang mempengaruhi probabilitas individu untuk bersedia membayar sejumlah nominal tertentu bagi pengelolaan obyek wisata berwawasan lingkungan akan ditentukan melalui regresi logistic, sedangkan faktor yang mempengaruhi jumlah kunjungan individu ditentukan dengan regresi OLS.

Studi ini mempunyai temuan berupa faktor yang signifikan mempengaruhi probabilitas individu untuk bersedia membayar sejumlah nominal tertentu bagi pengelolaan obyek wisata gedong songo adalah jumlah nominal penawaran, pendapatan, pendidikan, dan persepsi. Sebaliknya, faktor yang signifikan mempengaruhi jumlah kunjungan adalah pengalaman berkunjung, pendapatan, pendidikan, dan persepsi. Adapun, nilai surplus konsumen pertahun lebih besar dari total nilai manfaat pertahun.

Temuan studi ini memberikan beberapa kesimpulan yaitu pemerintah daerah seyogyanya perlu menaikkan harga tiket masuk obyek wisata Candi Gedong Songo yang kelak digunakan untuk pengelolaan berwawasan lingkungan yang lebih baik.

Kata Kunci : Pengukuran Nilai ekonomi, Jumlah Kunjungan, Kesediaan Membayar, Candi Gedong Songo, OLS, Logit
Klasifikasi JEL : C20, C25, Q51

A. PENDAHULUAN

Candi Gedong Songo adalah sebuah kompleks bangunan peninggalan budaya Hindu yang terletak di Desa Candi, Kecamatan Ambarawa, Kabupaten Semarang, Provinsi Jawa Tengah.

Candi ini diketemukan oleh Raffles pada tahun 1804 dan merupakan peninggalan budaya Hindu dari zaman Wangsa Syailendra abad ke-9 (tahun 927 masehi). Awalnya, candi ini disebut Gedong Pitoe ketika pertama kali ditemukan oleh Rafles hanya terdiri

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

dari tujuh bangunan candi. Dalam perjalanannya, ditemukan dua candi lagi walaupun dalam keadaan tidak utuh. Candi-candi yang terbuat dari batu andesit tersebut telah dipugar oleh Dinas Purbakala, yaitu candi I & II dipugar tahun 1928 – 1929, sedangkan candi III, IV, V dipugar tahun 1977 – 1983.

Letak candi berada pada ketinggian sekitar 1.200 – 1800 meter di atas permukaan laut sehingga suhu udaranya cukup dingin (berkisar antara 19 - 27 °C). Kesembilan candi yang tersebar di lereng Gunung Ungaran tersebut dikenal dengan sebutan Candi Gedong Songo. Kata *gedong* berarti bangunan dan *songo* berarti sembilan sehingga kurang lebih berarti candi yang berjumlah sembilan.

Candi-candi yang terletak di Gunung Ungaran ini diyakini sebagai Candi Hindu dengan ditemukannya arca-arca Hindu yang terletak didalam dan disekitar lokasi candi. Diantaranya dengan ditemukannya arca Ciwa Mahadewa, Ciwa Mahaguru, Ganeca, Durga Mahisasura Mardhini, Nandi Swara, Mahakala dan Yoni yang ada di bilik candi. Keistimewaan yang lain dari Candi Gedong Songo adalah terletak pada arca gajah dalam posisi jongkok di kaki Candi Gedong III, dan Yoni dalam bentuk persegi panjang pada bilik Candi Gedong I.

Tidak mengherankan, jika kawasan wisata Gedong Songo memiliki potensi yang prospektif untuk dikembangkan. Potensi wisata di Kawasan Gedong Songo dan sekitarnya yang dapat disajikan kepada wisatawan adalah potensi alam dan sejarah yang indah, iklim yang cukup sejuk sangat cocok untuk tempat beristirahat, disamping keadaan topografi yang berbukit mampu memberikan suasana variatif. Sedangkan potensi budaya masyarakat diantaranya kehidupan masyarakat desa, kesenian tradisional, tradisi dan adat istiadat, industri kerajinan, dan lain-lain.

Meski demikian, dalam pengembangannya, obyek wisata seperti Gedong Songo seolah-olah tidak diperlakukan sebagai barang ekonomi melainkan bersifat barang publik. Perlakuan ini berimbas pada kegiatan yang berkaitan dengan rehabilitasi, pembangunan, serta pemanfaatan obyek wisata alam cenderung tidak dievaluasi sesuai dengan kaidah ekonomi. Meski kita ketahui bahwa objek wisata alam mempunyai manfaat yang sangat beragam, tidak terkecuali kawasan wisata Gedong Songo yang terletak di Kabupaten Semarang, Propinsi Jawa Tengah.

Oleh karenanya, studi ini diharapkan dapat melihat sejauhmana peranan obyek wisata alam dipandang sebagai suatu tempat wisata yang berwawasan lingkungan.

Karena keunggulan dari obyek wisata alam biasanya memiliki berbagai kekayaan alam seperti keanekaragaman hayati, manfaat langsung, maupun tidak langsung yang terkait dengan fungsi ekologis yang penting sehingga tidak hanya dianggap sebagai objek wisata *an sich*.

Dengan melihat uraian latar belakang diatas, maka tujuan studi yang ingin dicapai penulis adalah untuk mengetahui faktor apa saja yang mempengaruhi penikmat wisata berkunjung ke Candi Gedong Songo, faktor apa saja yang berpengaruh terhadap kesediaan membayar, dan berapa nilai ekonomi obyek wisata Kawasan Gedong Songo yang nota bene dapat menjadi landasan investasi pengembangan obyek wisata tersebut.

B. METODOLOGI

Metode dan Instrumen Survei

Survei lapangan dilakukan kepada pelaku wisata yang tengah berkunjung ke Kawasan Gedong Songo dengan jumlah sampel seluruhnya 90 responden.

Kuesioner penelitian terdiri dari lima bagian, meliputi (1) informasi obyek studi dan tujuan dilakukan penelitian; (2) motivasi, keinginan, dan aktivitas responden; (3) karakteristik demografi responden; (4) persepsi responden terhadap obyek wisata; dan (5) penilaian responden untuk layanan jasa lingkungan dari suatu obyek wisata. Pertanyaan kuesioner terdiri pilihan berganda, *dichotomous* ya atau tidak, dan *ordered-rank response*. Disamping juga ada pertanyaan terbuka yang berguna untuk memberikan tambahan penjelasan serta menghasilkan nilai riil penawaran terhadap tiket masuk jika terdapat peningkatan kualitas obyek wisata di Kawasan Gedong Songo.

Pilihan Pembayaran

Pilihan pembayaran sangat penting bagi peneliti untuk memilih opsi pembayaran dalam survei valuasi kontingensi. Pilihan pembayaran ini merepresentasikan skenario kesedian membayar responden. Pilihan pembayaran yang digunakan pada survei kali ini adalah tiket masuk.

Skenario Hipotesa Pasar

Skenario hipotesa pasar pada studi ini untuk mendapatkan respon yang valid dari responden. Pertanyaan yang diajukan berupa “ jika obyek wisata Gedong Songo ditingkatkan pengelolaan sehingga menjadi lebih baik dari sisi lingkungan, sumberdaya alam, budaya, dan rekreasi. Apakah anda setuju jika harga tiket masuk tersebut dinaikkan sebesar Rp Y,- per orang ? ".

Spesifikasi Model

Model yang dibentuk dalam studi dengan ***metode valuasi kontingensi*** ini mengasumsikan bahwa individu dalam hal ini pengunjung obyek wisata akan menerima penawaran harga tiket masuk untuk memaksimumkan utilitinya, yang dapat digambarkan dalam bentuk persamaan berikut (Hanemann, 1984 dalam Bowker & Stoll, 1988; Lee, 1997; Lee & Han, 2002; Adjaye & Tapsuwan, 2008) :

$$V(1, Y - A; S) + \varepsilon_1 \geq V(0, Y; S) + \varepsilon_0 \qquad (2.1)$$

dan sebaliknya individu atau dalam hal ini pengunjung obyek wisata akan menolak penawaran harga tiket masuk jika tidak mampu memaksimumkan utilitinya, kondisi ini dapat digambarkan sebagai berikut :

$$V(1, Y - A; S) + \varepsilon_1 \leq V(0, Y; S) + \varepsilon_0 \qquad (2.2)$$

Pada kedua persamaan diatas V adalah *indirect utility function*, Y merupakan pendapatan (pendapatan rumah tangga perbulan), A adalah *bid* atau penawaran harga tiket masuk, S merepresentasikan karakteristik sosio ekonomi individu atau dikenal dengan karakteristik demografi, serta ε_0 dan ε_1 adalah komponen stokhastik, varibel random yang terdistribusi secara independen dengan rerata nol atau dikenal dengan *independently distributed random variables with zero mean*.

Bentuk persamaan diatas, menurut Bowker & Stoll (1988) telah dijelaskan Hanemann sebelumnya, merupakan model teoretis dari *hicksian compensating* dan *equivalent surplus* yang dapat diperoleh dari *dichotomous choice*, *discrete response data*. Dalam kasus ini, Hanemann mengikuti sebuah kerangka kesedian membayar (WTP) untuk mendapatkan pengukuran surplus individu atau *individual equivalent surplus*. Responden individu diasumsikan mengetahui fungsi utiliti mereka yang ditentukan dari variabel berikut yakni pendapatan, ada atau tidaknya perbaikan obyek wisata, dan kondisi demografi individu. Sedangkan variabel lain seperti harga, sebagai penyederhanaan, diasumsikan tidak berubah. Karena terdapat komponen random yang tidak dapat terobservasi terhadap suatu fungsi utiliti individu, utiliti diperlakukan sebagai variabel random dengan distribusi probabilitas parametrik yang memiliki rerata atau *mean* $V(A, Y, S)$ serta komponen stokhastik ε_w yang independen dan *identically distributed random variable with zero mean*.

Kemudian, perbedaan utiliti antara respon yang setuju dengan yang tidak terhadap penawaran harga tiket masuk $(\Delta\eta)$, didefinisikan dalam bentuk persamaan berikut :

$$\Delta\eta = V(1, Y - A; S) - V(0, Y; S) + (\varepsilon_1 - \varepsilon_0) \quad \text{.........(2.3)}$$

Bentuk persamaan diatas yang nota bene merupakan format *binary choice dependent variable*, sehingga membutuhkan model pilihan kualitatif atau *a qualitative choice model*, dimana terdapat dua pilihan yakni model logit atau model probit. Studi ini memilih menggunakan model logit dibandingkan model probit. Pertanyaan ini didukung oleh Bishop & Heberlein (1979) dan Sheller, Stoll, & Chavas (1985) dalam Lee (1997) yang menyatakan bahwa model logit yang relatif lebih banyak dipilih dibandingkan model probit, juga dalam banyak studi lain yang sejenis termasuk rekreasi, karena model ini relatif mudah menghitungnya.

Selanjutnya, individu yang dihadapkan dengan pilihan apakah menerima atau menolak tingkat tawaran hipotesa pasar, akan mempunyai suatu probabilita (P_i), dimana individu yang akan menerima penawaran harga tiket dapat ditunjukkan dalam bentuk logaritma atau log-logit model sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\text{Prob (ya)} &= F\eta\Delta\eta \\ &= \left(1 + e^{-\Delta V}\right)^{-1} \\ &= \frac{1}{1 + e^{-(\alpha + \beta_1 A + \beta_2 Y + \beta_3 S)}} \quad \text{.........(2.4)}\end{aligned}$$

Dimana $F\eta$ merupakan fungsi distribusi kumulatif, α adalah intersep, serta β_i merepresentasikan koefisien dari variabel penawaran harga tiket masuk, pendapatan, kondisi demografi, dan persepsi responden. Dalam bentuk ekonometrik dapat ditulis sebagai berikut :

$$PROB_i = \gamma + \delta_1 Bid_i + \delta_2 SOCECON_i + PERSP_i + u_i \quad \text{.........(2.5)}$$

Model logit dalam persamaan (2.5) diatas, kemudian diestimasi menggunakan metode *maximum likelihood* (ML), yang mana merupakan teknik yang biasa digunakan untuk mengestimasi model logit. Selanjutnya parameter yang telah diestimasi menggunakan metode ML, dihitung nilai *expected* WTP-nya melalui integrasi numerik, dalam rentang 0 hingga penawaran harga tiket maksimum. Adapun deskripsi variabel yang digunakan dalam persamaan 2.5 akan dijelaskan pada tabel 1.

C. HASIL DAN PEMBAHASAN

Profil Demografi Responden

Survei yang dilakukan dalam studi ini berhasil memperoleh 90 responden dewasa yang dalam hal ini menjadi target studi yang dianggap mewakili pengunjung Kawasan Gedong Songo, sebagaimana tersaji dalam tabel 2. Dari hasil survei diperoleh gambaran bahwa mayoritas responden penelitian ini memiliki rentang umur antara 16 tahun hingga 25 tahun sebesar 42,22 persen, sedangkan persentase rentang umur responden terkecil yaitu 46 hingga 55 tahun dan diatas 55 tahun sebesar 1,11 persen. Responden dengan jenis kelamin laki-laki sebesar 80,00 persen dan 20,00 persen dengan jenis kelamin perempuan. Sebagian besar responden yang telah menikah dan yang belum tidak terpaut jauh, masing-masing sebesar 52,22 persen untuk responden yang telah menikah dan 47,78 persen responden yang belum menikah. Tingkat pendidikan responden terbesar telah menamatkan bangku SLTA sebesar 66,67 persen, kemudian terbesar kedua adalah SD dan SLTP sebesar 11,11 persen tidak berbeda jauh dengan responden dengan pendidikan tamat sarjana / diploma sebesar 8,89 persen. Adapula responden dengan pendidikan magister (S2) yang berkunjung ke Kawasan Gedong Songo sebesar 2,22 persen, meski tergolong sedikit dibandingkan tingkat pendidikan lainnya.

Dari sisi pekerjaan, responden yang berprofesi sebagai pelajar dan wirawsasta memiliki persentase yang sama besar berkunjung ke Kawasan Gedong Songo dibandingkan lainnya, meski tidak berbeda jauh dengan responden yang berprofesi sebagai pegawai swasta. Adapula responden yang berprofesi sebagai pensiunan, persentasenya kecil hanya sebesar 2,22 persen. Penghasilan rumah tangga sebagian besar responden (45,56%) antara 2,01 – Rp 2,5 juta perbulan, tapi secara keseluruhan rata-rata penghasilan rumah tangga per bulan sebesar Rp 2,245 juta. Penghasilan yang dialokasikan sebagian besar responden untuk rekreasi berkisar antara Rp 150 – Rp 350 ribu per bulan.

Persepsi

Dari hasil survei, sebagaimana tersaji dalam tabel 3, diperoleh gambaran persepsi responden terhadap obyek wisata di Kawasan Gedong Songo. Persepsi responden yang berhubungan dengan keputusan untuk mengunjungi obyek wisata di Kawasan Gedong

Songo secara umum atau dalam hal ini ditunjukkan variabel *persp1*, menunjukkan bahwa mayoritas responden menganggap biasa (37,78 persen) obyek wisata Kawasan Gedong Songo, bahkan ada juga responden berpersepsi buruk dengan persentase sebesar 30,00 persen. Meski demikian ada juga responden menganggap baik dan sangat baik terhadap obyek wisata Kawasan Gedong Songo, masing-masing sebesar 23,33 persen dan 6,67 persen.

Persepsi responden yang berhubungan dengan keputusan untuk mengunjungi obyek wisata di Kawasan Gedong Songo secara khusus (persp2). Persepsi ini berkaitan dengan sarana & prasarana, fasilitas, kemudahan informasi, pengawasan obyek wisata, sanksi dan tarif. Hasil menunjukkan bahwa mayoritas responden menganggap sangat buruk (51,11 persen). Sedangkan responden yang menganggap baik dan sangat baik juga ada, meski persentasenya kecil, keduanya sebesar 6,67 persen.

Persepsi responden yang berhubungan dengan pandangan responden terhadap obyek wisata di Kawasan Gedong Songo, dapat dilihat pada variabel *persp3*. Persepsi ini berkaitan dengan kesesuaian fungsi dari obyek wisata Kawasan Gedong Songo dimata responden. Hasil menunjukkan bahwa mayoritas responden menganggap sangat tidak sesuai dengan persentase sebesar 38,89 persen. Meski ada juga pandangan responden yang menyatakan sesuai dan sangat sesuai, meski lagi-lagi bukan menjadi persepsi mayoritas, masing-masing sebesar 26,67 persen dan 8,89 persen.

Terakhir, bahasan terhadap persepsi responden yang berhubungan dengan preferensi ketertarikan obyek wisata di Kawasan Gedong Songo, yang mana dapat dilihat pada variabel *persp4*. Hasil menunjukkan bahwa mayoritas responden menganggap obyek wisata Kawasan Gedong Songo sangat tidak menarik. Hanya 13,33 persen responden menganggap obyek wisata Kawasan Gedong Songo cukup menarik. Meski ada juga responden yang mengangap obyek wisata Kawasan Gedong Songo menarik dan sangat menarik, ***tidak besar setidaknya ada***, masing-masing sebesar 5,56 persen dan 6,67 persen.

Penilaian Responden untuk Layanan Jasa Lingkungan

Berdasarkan tabel 4, diperoleh gambaran bahwa mayoritas responden yakni sebesar 86,14 persen, menilai Kawasan Gedong Songo mempunyai fungsi lingkungan. Tidak ada satupun responden yang menilai Kawasan Gedong Songo berkonstribusi nihil terhadap lingkungan. Meski ada juga reponden yang tidak memberikan penilaian atau dengan kata lain netral, yaitu sebesar 32,22 persen.

Kesadaran fungsi lingkungan yang dibangun ini memberikan *kelegowoan* responden untuk menyisihkan sebagian pendapatan tiap tahun untuk pengelolaan dan pelestarian lingkungan dalam bentuk pungutan. Hasil survei memberikan gambaran bahwa mayoritas responden sebesar 63,33 persen menyatakan bersedia menyisihkan pendapatan tiap tahun untuk pengelolaan dan pelestarian lingkungan di Kawasan Gedong Songo, meski ada sebagian juga yang menyatakan tidak bersedia yakni sebesar 36,67 persen.

Kesediaan responden untuk menyisihkan pendapatan per tahun dalam bentuk pungutan bagi pengelolaan dan pelestarian lingkungan, dapat disalurkan kebeberapa cara atau dalam studi ini disebut *mekanisme pungutan*. Mekanisme pungutan dalam studi ini ada tiga yaitu pajak penghasilan, sumbangan sukarela, atau bentuk lain yang relevan. Hasil survei menunjukkan bahwa sebagian besar responden yang sebesar 38,6 persen, lebih memilih mekanisme pungutan dalam bentuk sukarela dan lainnya seperti konser amal, kegiatan khusus, dan tiket. Sisanya, sebesar 22,81 persen reponden memilih mekanisme pungutan dalam bentuk pemotongan pajak penghasilan.

Besaran pungutan dengan mekanisme pungutan pajak penghasilan ditanggapi berbeda oleh responden. Besaran nominal pungutan dari pajak penghasilan yang diinginkan sebagian besar responden sebesar 0,5 persen dan 1 persen. Sebanyak 23,61 persen responden memilih nominal pungutan pajak penghasilan sebesar 0,5 persen, sedangkan responden yang memilih nominal pungutan sebesar 1 persen sebanyak 51,39 persen. Ada juga 19,44 persen responden yang memilih nominal pungutan pajak penghasilan sebesar 2 persen. Meski agak mengejutkan, karena alternatif nominal pilihan pungutan sebesar 2 persen relatif lebih banyak dipilih dibandingkan nominal pilihan pungutan sebesar 1,5 persen, yang hanya dipilih oleh 5,56 persen responden.

Berikutnya, besaran pungutan dengan mekanisme sukarela juga ditanggapi berbeda oleh responden. Mekanisme pungutan sukarela yang dinginkan sebagian besar responden (58,14persen), berkisar antara Rp 5.001,- s.d Rp 10.000,-. Sisanya, sebanyak 20,93 persen responden memilih pungutan sukarela yang lebih kecil dari lima ribu rupiah (< Rp 5.000,-). Sisanya, sebanyak 13,95 persen responden memilih kisaran nominal pungutan antara Rp 10.001,- s.d Rp 15.000,- dan sebanyak 6,98 persen

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

responden memilih kisaran nominal pungutan antara Rp 15.001,- hingga Rp 20.000,-. Hal yang menarik adalah tidak satupun responden yang bersedia menyisihkan pendapatan pertahun untuk pengelolaan dan pelestarian Kawasan Gedong Songo, dalam bentuk sumbangan sukarela tentunya, meski **hanya sebesar** Rp 20.000,- keatas.

Terakhir, penilaian responden terhadap sumbangsih Kawasan Gedong Songo dalam menyediakan lapangan pekerjaan bagi penduduk disekitarnya. Terlihat, mayoritas responden menyatakan setuju (41,11 persen) bahwa Kawasan Gedong Songo memiliki sumbangsih terhadap penyediaan lapangan pekerjaan bagi penduduk sekitar. Lebih ekstrim lagi, sebanyak 6,67 persen responden menyatakan sangat setuju bahwa Kawasan Gedong Songo memiliki sumbangsih terhadap penyediaan lapangan pekerjaan bagi penduduk sekitar. Meski ada juga responden yang menyatakan sebaliknya, dimana masing-masing sebanyak 10,00 persen responden menyatakan tidak setuju dan sangat tidak setuju. Bahkan ada juga yang *golput* atau netral atau tidak berpendapat, yakni dipilih oleh 32,22 responden.

Penilaian Responden secara Khusus

Tabel 5 menunjukkan gambaran mengenai penilaian responden secara khusus terhadap obyek wisata di Kawasan Rawapening secara spesifik, yang disesuaikan dengan karakteristik masing-masing obyek wisata tersebut. Kriteria penilaian responden di Sub Kawasan Gedong Songo ada dua yakni sebagai salah satu warisan budaya dunia dan pusat pengembangan budaya. Hasil survei menunjukkan bahwa mayoritas responden menyetujui kedua kriteria penilaian yang ditawarkan. Sebanyak 41,11 persen responden menyatakan setuju bila Gedong Songo sebagai salah satu warisan budaya dunia. Tidak hanya itu, sebanyak 45,66 persen responden menyatakan sangat setuju untuk pertanyaan ini. Berikutnya, hampir 90,00 persen responden menyatakan kesetujuannya bila Gedong Songo menjadi pusat pengembangan budaya. Sikap kesetujuan ini relatif besar dibandingkan pertanyaan pertama sebelumnya, dimana masing-masing, sebanyak 80,00 persen menyatakan setuju dan 10,00 persen menyatakan sangat setuju.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Hasil Estimasi

Berdasarkan tabel 6 dapat diperoleh temuan bahwa faktor-faktor yang berpengaruh terhadap kesediaan responden menerima penawaran harga tiket dalam skenario hipotesa pasar ke obyek wisata di Kawasan Gedong Songo adalah nominal penawaran harga tiket masuk terhadap suatu hipotesis pasar yang diberikan kepada responden (*bid*), pendapatan responden (*income*), pendidikan (educ) serta persepsi (*persp*).

Variabel lain yang tidak signifikan seperti umur dan jenis kelamin menimbulkan dugaaan bahwa pengunjung yang datang ke objek wisata di Gedong Songo tidak tersegmentasi pada rentang kelompok umur dan jenis kelamin tertentu tertentu, sebagaimana terlihat pada profil demografi sebagaimana dilihat pada lampiran 1. Sebaliknya, pengunjung juga tidak memberikan penilaian baik untuk obyek wisata di Gedong Songo seperti ditunjukkan dalam variabel persepsi, sebagaimana dilihat pada lampiran 1, dimana mayoritas responden menilai biasa saja.

Adapun faktor yang mempengaruhi jumlah kunjungan ke obyek wisata di Kawasan Gedong Songo adalah pengalaman berkunjung responden (*exper*), pendapatan perbulan (*income*), tingkat pendidikan (*educ*), dan persepsi responden yang berhubungan dengan keputusan untuk berkunjung ke Kawasan Rawapening secara khusus (*persp2*).

Nilai Ekonomi Kawasan Gedong Songo

Nilai manfaat per tahun Gedong Songo terbilang tinggi yakni sebesar Rp 1,654 miliar sedangkan surplus konsumen sebesar 12, 345 miliar. Tentu ini menunjukkan bahwa jika dihitung dengan nilai moneter terlihat bahwa pengunjung yang datang ke Gedong Songo memperoleh manfaat yang begitu besar dibandingkan yang seharusnya dibayar.

Jika melihat hasil diatas, perlu suatu komitmen terhadap pelestarian alam serta tanggung jawab sosial. Untuk itu perlu ada dukungan dari penduduk sekitar dan pengunjung terhadap program pengembangan kawasan wisata Gedong Songo. Selain itu, dengan memperhatikan adanya biaya lingkungan, termasuk juga adanya nilai atau harga penggunaan sumberdaya alam antar waktu atau antar generasi, diharapkan generasi mendatang dapat turut menikmati keindahan serta manfaat alam yang dirasakan oleh generasi sekarang.

Korespondensi

Arif Rahman Hakim
Fakultas Ekonomi
Universitas Indonesia
16424, Depok, Indonesia
arif_rhakeem@yahoo.co.id

Daftar Pustaka

Adjaye, John Asafu dan Sorada Tapsuwan, A Contingent Valuation Study of Scuba Diving Benefits : Case Study in Mu Ko Similan Marine National Park, Thailand , *Tourism Management* 29 (2008) : 1122 – 1130.

Bowker, J M dan John R Stoll, Use Dichotomous Choice Non Market Methods to Value the Whooping Crane Resource , *American Journal of Agricultural Economics* 70 (May, 1988) : 372 – 381.

Dinas Pariwisata dan Kebudayaan. Berbagai Terbitan. *Statistik Pariwisata Kabupaten Semarang*. Pemerintah Kabupaten Semarang.

Ekananda, Mahyus. *Metode Logit Probit*. Bahan Ajar Kuliah Ekonometrika Mahasiswa PPIE Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia, 2010.

Fauzi, Akhmad. (2004). *Ekonomi Sumberdaya Alam dan Lingkungan : Teori dan Aplikasi*. Jakarta : Penerbit Gramedia.

Hakim, Arif Rahman. (2010). Analisis Obyek Wisata Alam Kawasan Gedong Songo di Kabupaten Semarang : Pengukuran Nilai Ekonomi serta Determinan Jumlah Kunjungan dan Kesediaan Membayar. Tesis, Universitas Indonesia, Tidak Dipublikasikan.

Lee, Chong-Ki, Valuation of Nature-Based Tourism Resources Using Dichotomous Choice Contingent Valuation Method , *Tourism Management* 18 (1997) : 587 – 591.

Lee, Chong-Ki dan Sang-Yoel Han, Estimating the Use and Preservation Values of National Parks Tourism Resources Using a Contingent Valuation Method , *Tourism Management* 23 (2002) : 531 – 540.

Lee, Chong-Ki dan James W Mjelde, Valuation of Ecotourism Resources Using a Contingent Valuation Method : The Case of the Korean DMZ , *Ecological Economics* 63 (2007) : 511 – 520.

Subanti, Sri. (2010). Analisa Permintaan Pariwisata di Kabupaten Semarang (Studi Empiris di Obyek Wisata Alam dan Sejarah). Disertasi. Universitas Diponegoro. Tidak Dipublikasikan.

Sri Rejeki, Ikeu. (2005). Analisis Permintaan Manfaat Jasa Lingkungan Taman Nasional Gunung Gede Pangrango: Perbandingan Antara Metoda Biaya Perjalanan dan Metoda Valuasi Kontingensi. Tesis. Universitas Indonesia, Tidak Dipublikasikan.

Tambunan, Mangara. (1986). Targeting Public Investment : An Application to Recreational Planning in Minnesota. Disertasi. Universitas Minnesota. Tidak Dipublikasikan.

----------------------------. Bahan Ajar Kuliah Ekonomi SDA dan Lingkungan Mahasiswa PPIE Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia, 2009.

Mayor, Karen, Sue Scott, dan Richard S J Tol, Comparing the Travel Cost Method and the Contingent Valuation Method – An Application of Convergent Validity Theory to the Recreational Values of the Irish Forests , *Working Paper* No 190, April 2007.

Yaping, Du, The Value of Improved Water Quality for Recreation in East Lake, Wuhan, China : An Application of Contingent Valuation and Travel Cost Methods , *Research Report*, 2003.

Lampiran

Tabel 1

Tabel 1 Variabel Yang Digunakan Dalam Model	
Variabel	**Deskripsi**
RESP	Variabel dependen, dimana bernilai 1 jika responden menerima penawaran harga tiket, sebaliknya bernilai 0 jika responden menolak penawaran harga tiket masuk
BID	Penawaran harga tiket masuk terhadap suatu hipotesis pasar diberikan ke responden
Karakteristik Demografi	
INC	Pendapatan responden perbulan
GEND	Jenis kelamin responden, bernilai 1 jika pria, bernilai 0 jika perempuan
EDUC	Lama pendidikan formal yang ditamatkan responden (dalam tahun)
AGE	Umur responden
Persepsi	
PERSP1	Persepsi responden yang berhubungan dengan keputusan untuk mengunjungi obyek wisata di Gedong Songo secara umum
PERSP2	Persepsi responden yang berhubungan dengan keputusan untuk mengunjungi obyek wisata di Gedong Songo secara khusus
PERSP3	Persepsi responden yang berhubungan dengan pandangan responden terhadap kesesuaian fungsi obyek wisata di Gedong Songo
PERSP4	Persepsi responden yang berhubungan dengan preferensi ketertarikan obyek wisata di Gedong Songo

Tabel 2

Karakteristik	Gedong Songo n = 90				
Jenis Kelamin		**Pendidikan**		**Pekerjaan**	
Perempuan	20.00	Tamat SD	11.11	Pelajar	27.78
Lelaki	80.00	Tamat SLTP	11.11	PNS / ABRI	5.56
Status		Tamat SLTA	66.67	Pegawai Swasta	23.33
Belum Menikah	52.22	Tamat Diploma / Sarjana	8.89	Pensiunan	2.22
Menikah	47.78	Tamat S2	2.22	Wiraswasta	27.78
Usia (Tahun)		Tamat S3		Lainnya	13.33
16 - 25	42.22	**Penghasilan Keluarga (Rp)**		**Anggaran Rekreasi (Rp)**	
26 - 35	34.44	1,0 - 1,5 juta	11.11	150 - 350 ribu	72.22
36 - 45	21.11	1,51 - 2,0 juta	26.67	351 - 550 ribu	21.11
46 - 55	1.11	2,01 - 2,5 juta	45.56	551 - 750 ribu	5.56
> 55	1.11	2,51 - 3,0 juta	14.44	751 ribu - 1 juta	1.11
Keterangan : Dalam Persen		3,01 - 3,5 juta	2.22	1,01 - 1,25 juta	0.00
		>= 3,5 juta	0.00	>= 1,25 juta	0.00

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Tabel 3

Persepsi	Gedong Songo n = 90		
Persp 1		Persp 3	
Sangat Buruk	2.22	Sangat Tidak Sesuai	38.89
Buruk	30.00	Tidak Sesuai	5.56
Biasa	37.78	Cukup Sesuai	20.00
Baik	23.33	Sesuai	26.67
Sangat Baik	6.67	Sangat Sesuai	8.89
Persp 2		Persp4	
Sangat Buruk	51.11	Sangat Tidak Menarik	56.67
Buruk	22.22	Tidak Menarik	17.78
Biasa	13.33	Cukup Menarik	13.33
Baik	6.67	Menarik	5.56
Sangat Baik	6.67	Sangat Menarik	6.67
Keterangan : Dalam Persen			

Tabel 4

Penilaian	Gedong Songo n = 90				
Fungsi Lingkungan		- Besar Pungutan PPh		Sumbangsih Lapangan Kerja	
Sangat Tidak Setuju	0.00	0.50%	35.71	Bagi Penduduk Sekitar	
Tidak Setuju	0.00	1.00%	57.14	Sangat Tidak Setuju	10.00
Netral	32.22	1.50%	0.00	Tidak Setuju	10.00
Setuju	36.67	2.00%	7.14	Netral	32.22
Sangat Setuju	31.11	- Besar Pungutan Sukarela		Setuju	41.11
Kesediaan untuk Dipungut		< Rp 5000,-	20.93	Sangat Setuju	6.67
Tidak Bersedia	36.67	Rp 5000,- s.d Rp 10.000,-	58.14		
Bersedia	63.33	Rp 10.001,- s.d Rp 15.000,-	13.95		
Mekanisme Pungutan		Rp 15.001,- s.d Rp 20.000,-	6.98		
PPh	22.81	> Rp 20.000,-	0.00		
Sukarela	38.60				
Lainnya	38.60				

Tabel 5

Objek	Kriteria Penilaian	Tingkat Penilaian				
		STS	TS	Netral	S	SS
Gedong Songo	1. Salah satu warisan budaya dunia	3.33	2.22	7.78	41.11	45.56
	2. Pusat pengembangan budaya	0.00	1.11	8.89	80.00	10.00

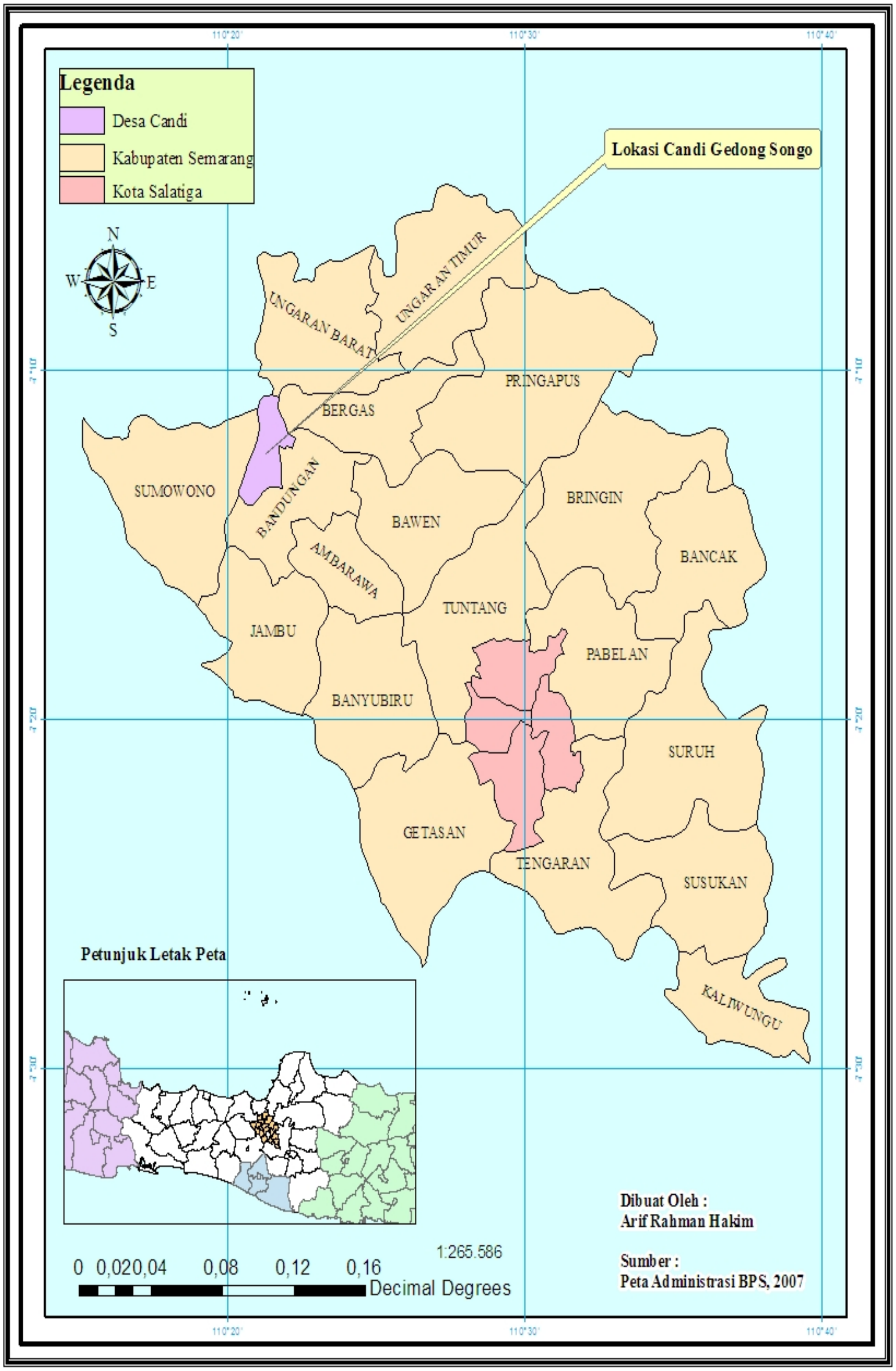
Keterangan : STS = Sangat Tidak Setuju S = Setuju
TS = Tidak Setuju SS = Sangat Setuju
(Dalam Persen)

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Tabel 6

Variabel	Gedong Songo n = 90		
Exper	-1.89905** (-0.16146)	**C**	-8.15780** (-2.10779)
TC	-0.21473 (-0.23292)	**Bid**	1.00675** (-0.4098)
Income	0.72396* (-0.41366)	**Income**	0.75743** (-0.37422)
Age	0.20006 (-0.28055)	**Age**	0.10162 (-0.3501)
Gend	0.09712 (-0.20384)	**Gend**	0.00891 (-0.75153)
Educ	-0.61783* (-0.34009)	**Educ**	0.81469** (-0.40093)
PERSP1	0.07536 (-0.09116)	**PERSP1**	0.44741 (-0.36406)
PERSP2	0.12800* (-0.07449)	**PERSP2**	-0.04204 (-0.27979)
PERSP3	0.04572 (-0.07203)	**PERSP3**	0.19129 (-0.27447)
PERSP4	-0.01647 (-0.07168)	**PERSP4**	-0.49483* (-0.28593)
R^2	0.725025	**McFadden R2**	0.26125
		LR statistic (6 df)	31.84862
		% of Right Prediction	72.22
Tanda dalam kurung merupakan nilai standar error		Keterangan : ** : signifikan α = 5 % * : signifikan α = 10 %	

Gambar 1. Peta Obyek Wisata Candi Gedong Songo



 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Gambar 2. Obyek Wisata Candi Gedong Songo

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

T – 27

Dimensi Metrik Graf Kincir Dengan Daun Bervariasi

Oleh :
Titik Mudjiati
Jurusan Matematika Fmipa Its

.

IMENSI METRIK GRAF KINCIR DENGAN DAUN BERVARIASI

ABSTRAK

Graf adalah suatu sistem atau pasangan (V,E) dengan V adalah himpunan *vertex* berhingga, tidak kosong dan E adalah himpunan *edge* yaitu pasangan *vertex* dari V. Jika G adalah graf terhubung, jarak antara dua *vertex* u dan v di G, $d(u,v)$ adalah panjang lintasan terpendek diantara keduanya. Untuk himpunan terurut $W = \{w_1, w_2, \cdots, w_k\}$ dari *vertex-vertex* dalam graf terhubung G tidak berarah, tidak terdapat *edge* rangkap dan *vertex* $v \in V(G)$, representasi dari v terhadap W adalah k vektor.

$$r(v \mid W) = (d(v,w_1), d(v,w_2), \cdots, d(v,w_k)).$$

Jika $r(v|W)$ untuk setiap *vertex* $v \in V(G)$ berbeda, maka W disebut himpunan *resolving* dari $V(G)$. Himpunan resolving dengan kardinalitas minimum disebut himpunan *resolving* minimum, dan kardinalitas tersebut menyatakan dimensi metrik dari G dan dinotasikan dengan $\dim(G)$.

Pada penelitian ini diteliti dimensi metrik graf kincir dengan daun bervariasi $G = P_1 + nP_m$ dengan $n \geq 1$, $m \geq 2$. Dari penelitian yang dilakukan diperoleh hasil bahwa dimensi metriknya adalah $n + 1$ untuk $n \geq 1$ dan $m = 2$; 3 untuk $n = 2$ dan $m \geq 3$; $n+2$ untuk $n \geq 3$ dan $m \geq 3$.

Kata kunci : himpunan resolving, dimensi metrik, graf kincir.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

BAB 1
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Graf adalah himpunan *vertex* dan *edge*, didefinisikan sebagai $G(V,E)$, dengan V adalah himpunan dari *vertex* dan E adalah himpunan dari *edge*. Setiap *edge* menghubungkan satu atau lebih *vertex* yang lain dan setiap *vertex* dapat mempunyai banyak *edge* yang menghubungkan ke *vertex* yang lain (Robin dkk, 1992).

Banyak penelitian telah dilakukan pada graf, diantaranya, dimensi metrik, dimensi partisi dll.. Dimensi metrik diperkenalkan oleh F. Harary dan R. Melter pada tahun 1976 dalam Jurnal On Metric Dimension of a Graf. Sampai saat ini, dimensi metrik masih terus dipelajari dan dikembangkan diantaranya adalah Carmen Hernando, Mercie Mora "On the metric dimension of some families graph" (2005). Pada penelitian ini diteliti mengenai "Dimensi Metrik Graf Kincir Dengan Daun bervariasi".

1.2 Perumusan Masalah

Bagaimana menentukan dimensi metrik graf kincir dengan daun bervariasi.

1.3 Batasan Masalah

Pada penelitian ini diteliti dimensi metrik pada graf kincir dengan daun bervariasi. .

1.4 Tujuan dan Manfaat Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah :

Mencari dimensi metrik graf G , $\dim(G)$ dari graf kincir dengan daun bervariasi.

Adapun manfaatnya adalah :

Memberi kontribusi penelitian dalam bidang teori graf terutama pada dimensi metrik dan diharapkan dapat menambah wawasan yang lebih luas pada dimensi metrik graf.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Beberapa Pengertian dalam Teori Graf

Graf tak berarah dan terhubung, selanjutnya disebut sebagai graf G, didefinisikan sebagai pasangan berurut $G(V,E)$ dengan V adalah himpunan hingga tidak kosong $\{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ dan E himpunan dari *edge* $\{e_1, \ldots, e_n\}$. Anggota dari V disebut *vertex* dan anggota dari E disebut *edge*. Secara grafis *vertex* digambarkan sebagai lingkaran atau titik dan *edge* digambarkan sebagai ruas garis yang menghubungkan dua buah *vertex*.

2.2 Jarak

Jarak (*distance*) antara *vertex* u dan v pada garf G, dinotasikan dengan $d(u,v)$ adalah panjang lintasan terpendek antara u dan v pada graf G. Jika tidak ada lintasan antara u dan v, maka $d(u,v) = \infty$, (F. Harary, 1994)

2.3 Dimensi Metrik

Dimensi metrik adalah kardinalitas minimum himpunan pembeda (*resolving set*) pada G. Untuk *vertex-vertex* u dan v dalam graf terhubung G, jarak $d(u,v)$ adalah panjang dari lintasan terpendek antara u dan v pada G. Untuk himpunan terurut $W = (w_1, w_2, \ldots, w_k)$ dari *vertex-vertex* dalam graf terhubung G dan *vertex* r pada G.

$$r = (v|w) = (d(v,w_1), d(v,w_2), \ldots, d(v,w_k)) \qquad \ldots (2.1)$$

menunjukkan representasi dari v terhadap w. Himpunan w dinamakan himpunan pembeda (*resolving set*) G jika semua *vertex* di G mempunyai representasi berbeda.Himpunan pembeda (*resolving set*) dengan kardinalitas minimum disebut himpunan *resolving* minimum, dan kardinalitas tersebut menyatakan dimensi metrik dari G dan dinotasikan dengan $\dim(G)$, (Hernando, 2005; Glenn dkk,2005).

Misal $M = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ himpunan terurut dari *vertex* pada graf berhingga, terhubung dan tak berarah G. Maka $(d(u,v), d(u,v_2), \ldots, d(u,v_n))$ dinamakan *M*-

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

koordinat dari *vertex* u pada graf G. Himpunan M dinamakan basis metrik jika *vertex* G mempunyai *M-koordinat* yang berbeda. Basis metrik himpunan M dengan kardinalitas minimum dinamakan minimum dimensi metrik. (Bharati Rajan dkk, 2005; Jose C, 2007)

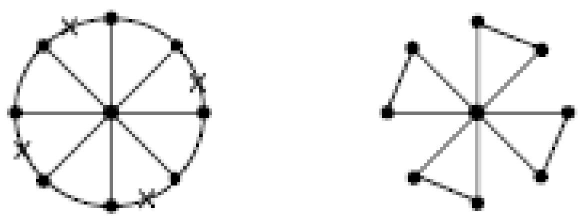
Ide awal untuk mencari dimensi metrik dari graf kincir sebagai berikut :

Graf kincir dibentuk dari graf *cycle* C_n, n bilangan bulat positif genap.

Contoh 2.1

Pembentukan graf kincir dari C_8 dapat dilakukan sebagai berikut :

Setiap *vertex* di C_8 dihubungkan ke pusat C_8. Setiap busur yang diberi tanda X dihapus, maka diperoleh graf kincir 4 daun



(a) (b)

Gambar 2.1 Graf Kincir 4 Daun (b) dari C_8 (a)

Untuk menentukan dimensi metrik graf kincir yang terbentuk dari C_n tidak mudah. Kemudian didefinisikan graf kincir $G = P_1 + nP_m$ dan lebih mudah untuk mencari dimensi metrik dari gaf kincir G. Selanjutnya definisi graf kincir yang digunakan dalam penelitian ini adalah $G = P_1 + nP_m$.

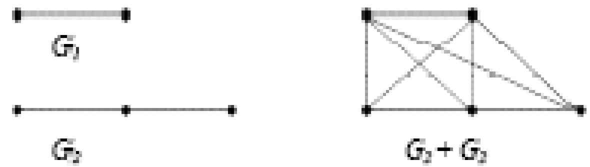
2.4 Operasi Jumlah Dari Graf

Definisi : Operasi Jumlah dari graf G_1 dan G_2 adalah graf $G = G_1 + G_2$ dengan himpunan *vertex* $V(G) = V(G_1) \cup V(G_2)$ dan himpunan edge-nya $E(G) = E(G_1) \cup E(G_2) \cup \{(x,y); x \in V(G_1), y \in V(G_2)\}$ (Frank Harary, 1994)

Contoh 2.2

Pada Gambar 2.2 Graf G = $G_1 + G_2$

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3



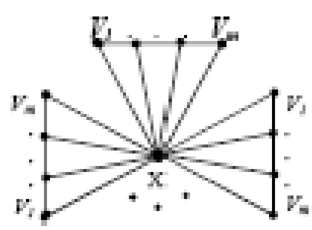
Gambar 2.2 Graf $G = G_1 + G_2$

2.5 Graf Kincir m,n

Definisi :

Graf kincir G adalah jumlahan (operasi +) graf path (P_1) dan n graf path (P_m) , dimana m,n bilangan bulat positip dan $n \geq 1$, $m \geq 2$ dituliskan sebagai

$G = P_1 + n\,P_m$, $m,n \geq 2$ dan dapat digambarkan sebagai



s/d n daun

2.6 Dimensi Metrik Graf Kincir

Dimensi metrik graf Kincir dapat dicari melalui cara:

a. Kardinalitas minimum dari *resolving set* yang diberikan pada sub bab 2.3, dan / atau

b. Teorema 2.2

Dim(P_m) = 1 , $m \geq 1$, P_1, P_m, dim(P_1) + dim(P_m) $\leq$ dim($P_1 + P_m$).

(Hernando dkk, 2005)

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

BAB 3

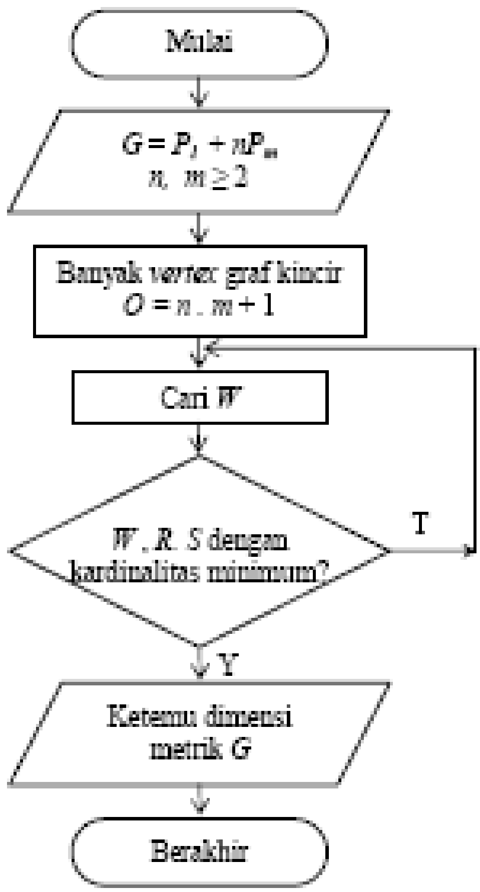
METODOLOGI PENELITIAN

3. 1. Metodologi Penelitian

Metodologi penelitian ini menggunakan langkah-langkah kerja untuk menentukan dimensi metrik graf kincir dengan daun bervariasi adalah

$\mathrm{Dim}(P_m) = 1$, $m \geq 1$, G_1, G_2, maka $\dim(G_2) + \dim(G_1) \leq \dim(G_1 + G_2)$ dan / atau kardinalitas minimum *resolving set* ($R.S$)

3. 2. Diagram Alir Metodologi Penelitian



Gambar 3.1 Diagram Alir Pencarian *Resolving Set*

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

3. 3. Algoritma Pencarian W

(Kardinalitas Minimum *Resolving Set*)

L = banyaknya *vertex* di graf kincir

Langkah/Prosedur.

A. Ambil $W = \{V_1\}$, W dengan jumlah anggota himpunan satu *vertex* dan banyaknya $W = \binom{L}{1}$

$$= \frac{L!}{1!\,(L-1)!}$$

Setiap W diperiksa, apakah W merupakan *resolving set* dengan kardinalitas minimum, jika ya ketemu dimensi metrik.

Jika tidak lanjutkan langkah B.

B. Ambil $W = \{V_1, V_2\}$, W dengan jumlah anggota himpunan dua *vertex* dan banyaknya $W = \binom{L}{2}$

$$= \frac{L!}{2!\,(L-2)!}$$

Setiap W diperiksa, apakah W merupakan *resolving set* dengan kardinalitas minimum, jika ya ketemu dimensi metrik.

Jika tidak, lanjutkan ke langkah berikutnya yaitu dengan mengambil W dengan jumlah anggota *vertex*-nya ditambah satu, dan begitu langkah seterusnya sampai dengan jumlah anggota W adalah sebanyak L *vertex*.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

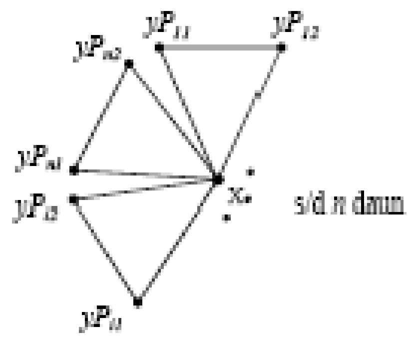
BAB 4

HASIL DAN PEMBAHASAN

Bab ini membahas tentang dimensi metrik dari graf kincir secara umum. Dalam hal ini graf kincir dengan daun bervariasi dapat didefinisikan dengan $G = P_1 + nP_m$ dengan $m \geq 2, n \geq 1$. Untuk mendapatkan hasil dimensi metrik dari berbagai bentuk graf kincir dilakukan dengan 3.1 dan/atau dengan menentukan kardinalitas minimum dari himpunan *resolving*.

4.1 Dimensi Metrik Graf Kincir dengan $m = 2$

Secara umum graf kincir dengan $m = 2$ dapat digambarkan seperti Gambar 4.1 dibawah ini.



Gambar 4.1 Graf Kincir $G_7 = P_1 + nP_2$

Untuk menentukan dimensi metrik dari graf G_7 pada Gambar4.1 dilakukan sebagai berikut :

Cara I:

resolving set dari G

n gasal → $W = \{yP_{11}, yP_{21}, \ldots, yP_{i1}, \ldots, yP_{n1}, yP_{n2}\}$, $i = 1, \ldots, n$

yp_{n2} dapat diganti yP_{i2}, terdapat sepasang / 2 *vertex* dalam satu path pada satu daun kincir

Resolving set dari G

n genap → $W = \{yP_{11}, yP_{21}, \ldots, yP_{i1}, \ldots, yP_{n1}, x\}$

$i = 1, \ldots, n$

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

terdapat *vertex* x (*vertex* pusat kincir)

Dengan demikian kardinalitas minimum W adalah $n + 1$

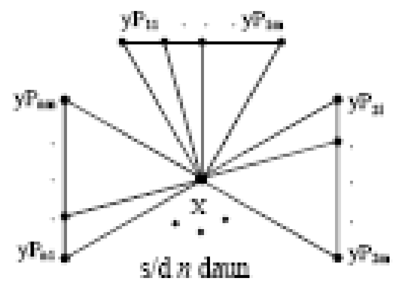
Cara II:

$$\dim(P_1 + nP_2) \leq \dim(G)$$
$$1 + n \,.\, 1 \leq n + 1$$
$$n + 1 \leq n + 1$$

Jadi $\dim(G) = n + 1$

4.2 Dimensi Metrik Graf Kincir dengan m, n ≥ 3

Secara umum graf kincir dengan $G_{19} = P_1 + nP_m$ dapat digambarkan seperti Gambar 4.23



Gambar 4.23 Graf Kincir $G_{19} = P_1 + nP_m$

Untuk menentukan dimensi metrik dari graf $G_{19} = P_1 + nP_m$ pada Gambar 4.23 dilakukan sebagai berikut :

Cara I:

Ambil $W = \{yP_{11}, yP_{21}, \ldots, yP_{i1}, \ldots, yP_{n1}, yP_{12}, yP_{22}\}$, $i = 1, 2, \ldots, n$

$\dim(G) = n + 2$.

Cara II:

$$\dim(P_1 + nP_m) \leq \dim(G)$$
$$1 + n \,.\, 1 \leq n + 2$$
$$n + 1 \leq n + 2$$

Jadi $\dim(G) = n + 2$

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

BAB 5
KESIMPULAN DAN SARAN

5. 1. Kesimpulan

Sesuai dengan hasil dan pembahasan dapat disimpulkan bahwa dimensi metrik graf kincir dengan daun bervariasi didefinisikan sebagai $G = P_1 + nP_m$, n, m bilangan bulat positif dan $n \geq 1$, $m \geq 2$, diperoleh dim(G) adalah n + 1 dan selengkapnya dapat ditabelkan sebagai berikut :

GRAF KINCIR, $G = P_1 + nP_m$

n	m	dim(G)	*Resolving set*
Gasal	2	$n + 1$	$W = \{yP_{11}, \ldots, yP_{i1}, \ldots, yP_{n1}, yP_{n2}\}$ yP_{n2} dapat diganti yP_{12}, terdapat sepasang / 2 *vertex* dalam satu path pada 1 daun kincir
Genap	2	$n + 1$	$W = \{yP_{11}, \ldots, yP_{i1}, \ldots, yP_{n1}, x\}$ terdapat *vertex* x (*vertex* pusat kincir)
2	≥ 3	3	$W = \{yP_{11}, yP_{12}, yP_{21}\}$
$n \geq 3$	$m \geq 3$	$n + 2$	$W = \{yP_{11}, yP_{21}, \ldots, yP_{n1}, yP_{12}, yP_{22}\}$

Keterangan :

$n \geq 1$, $m \geq 2$, bilangan bulat positif

m : banyaknya *vertex* di path pada setiap daun kincir

n : banyaknya daun kincir

pemberian nomor indeks pada *vertex* di daun kincir berurutan sesuai dengan arah gerak jarum jam

5. 2. Saran

Penelitian mengenai dimensi metrik graf kincir dengan daun bervariasi ini masih ada kemungkinan bisa dikembangkan untuk bentuk modifikasi kincir yang lain.

Misalnya, $G = K_1 + nK_m$ dengan K_m adalah graf komplit dengan m *vertex*.

DAFTAR PUSTAKA

Bharati Rajan, Indra Rajasingh, Chris Monica M, (2005) "*On Minimum Metrik Dimension of Circulant Networks*", Department of Mathematics, Loyola College, Chennai 600 034, India, Paul Manuel, Department of Information Science, Kuwait 13060

Carmen Hernando, Merce Mora, Ignacio M. Pelayo, Carlos Seara, (2005), "*On the metrik dimension of some families of graphs*", Electronic Notes in Discrete Mathematics 22 (129-133), Departemen de Matematica Alicada I, II, III Universitat Politecnica de Catalunya Barcelona, Spain.

F. Harary dan R. Melter (1976), "*Journal On Metric Dimenstion of a Graph*"

Frank Harary, (1994), "*Graph Theory*", Addison-Wesley Publishing Company, The Advanced Book Program.

Glenn G.C. & John Gimbel, (2005), "*Bounds on the metric and partition dimensions of graph*", Departmen of Computer Science University of Alaska.

AK 99775 - 6670

Jose Careres, (2007), "*On the metric dimension on cartesion products of graphs*", Society for Industrial and Applied Mathematics.

Vol. 21, No.2, PP. 423 - 441

Robin J. Wilson & John J. Watkins, (1992), "*Graf Pengantar*", IKIP Surabaya, Buku I

T – 28

Manajemen Bencana Berbasis Riset Operasi: Masalah Penugasan Sukarelawan Dengan *Goal Programming*

Toni Bakhtiar[*)], **Farida Hanum**
Departemen Matematika, Institut Pertanian Bogor
Jl. Meranti, Kampus IPB Darmaga, Bogor 16680
Tel./Fax: 0251-8625276, Email: tonibakhtiar@yahoo.com

Abstrak

Umumnya penelitian manajemen pascabencana menitikberatkan pada aspek sosial, seperti dampak sosiologis dan psikologis bencana, desain organisasi, dan masalah komunikasi. Penelitian ini bertujuan menerapkan teknik *operation research* dan *management science* (OR/MS) dalam penanganan pascabencana. Tulisan ini membahas masalah pengoptimuman dalam penugasan sukarelawan yang diformulasikan dalam bentuk *goal programming*. Model bertujuan meminimumkan beberapa biaya penalti yang diakibatkan oleh tidak sesuainya jumlah sukarelawan serta jumlah tugas dan waktu yang dibebankan dengan level idealnya. Sebuah kasus sederhana digunakan sebagai contoh ilustratif. Solusi model memungkinkan koordinator sukarelawan mengevaluasi kelayakan jumlah sukarelawan terhadap beban tugas dan waktu yang tersedia.

Kata kunci: manajemen bencana, OR/MS, *goal programming*, model penugasan.

PENDAHULUAN

Latar Belakang

Datangnya bencana yang tiba-tiba dan tidak dapat diprediksi serta kekhasan dampak yang ditimbulkan menjadikan penanganan bencana sebagai sebuah masalah yang membutuhkan solusi dinamik, *real-time*, efektif, dan efisien. Respon darurat (*emergency response*) terhadap bencana memiliki karakteristik yang berbeda dengan respon harian (*daily response*) yang diberikan oleh layanan ambulan, polisi, atau pemadam kebakaran yang bersifat rutin/periodik. Respon darurat terhadap bencana dibedakan atas respon prabencana (*pre-event*) dan respon pascabencana (*post-event*). Respon prabencana meliputi kegiatan prediksi dan analisis terhadap potensi bencana serta pengembangan rencana aksi yang diperlukan dalam proses mitigasi. Respon pascabencana dilakukan ketika bencana sudah dan sedang berlangsung. Beberapa hal yang dihadapi di tahap ini ialah penempatan, alokasi, koordinasi, dan manajemen sumberdaya yang terbatas ketersediaannya.

Umumnya penelitian manajemen pascabencana menitikberatkan pada aspek sosial, seperti dampak sosiologis bencana, dampak psikologis bencana terhadap korban dan tim kemanusiaan, desain organisasi, dan masalah komunikasi. Namun demikian, akhir-akhir ini penerapan teknik *operation research* dan *management science* (OR/MS) dalam penanganan pascabencana cenderung lebih sering dilakukan untuk meminimum-kan kerugian dan mempercepat waktu pemulihan. OR/MS dapat didefinisikan sebagai metode, teknik, atau alat ilmiah yang digunakan dalam proses pengambilan keputusan untuk menentukan cara terbaik tentang desain dan operasi suatu sistem, utamanya di bawah kendala sumberdaya yang terbatas. Beberapa metode, teknik, atau alat riset operasi yang lazim digunakan dalam hal ini ialah teknik pengoptimuman heuristik, teori peluang dan statistika, teori keputusan, sistem dinamik, teknik pengambilan keputusan multikriteria, dan sistem pakar.

Berdasarkan kontribusinya, penelitian-penelitian berbasis OR/MS dikelompok-kan ke dalam pengembangan model, pengembangan teori, dan pengembangan aspek te-rapan. Berdasarkan bidang ilmunya, penelitian-penelitian berbasis OR/MS dapat digo-longkan menjadi ilmu manajemen, teknik manajemen, dan konsultasi manajemen. Sur-vei tentang arah penelitian dan isu-isu yang berkembang dalam manajemen bencana terutama dalam pemanfaatan *operation research*/*management science* (OS/MS) dapat ditemukan di artikel yang ditulis oleh Altay & Green (2006). Hale & Moberg (2005) membahas proses pengambilan keputusan dalam pembentukan sistem jaringan distribusi yang efisien melalui proses manajemen bencana lima tahap yang direkomendasikan oleh FEMA Disaster Management Guide. Odzamar *et al.* (2004) mengajukan model *hybrid* dalam menangani masalah manajemen logistik dalam situasi darurat bencana. Model tersebut mengintegrasikan model jaringan multikomoditas (*multicommodity network flow model*) dan model rute kendaraan (*vehicle routing problem*, VRP). Sementara itu Zhu *et al.* (2008) membahas model pengalokasian sumberdaya dalam situasi darurat bencana berdasarkan analisis skenario. Dalam model ini dibahas masalah multikomoditas dan transportasi multimodal. Model diselesaikan dengan algoritma relaksasi pemrograman linear. Sebuah artikel yang secara khusus membahas model pengalokasian sukarelawan dalam manajemen bencana ditulis oleh Falasca *et al.* (2009). Dalam artikel ini dikemukakan beberapa prinsip dalam manajemen sukarelawan dan model pengoptimuman multikriteria dalam masalah penugasan. Artikel yang mirip, Kaspari (2005), membahas masalah penugasan sukarelawan pada kegiatan sosial kema-syarakatan.

Tujuan

Salah satu masalah besar dalam teknik manajemen bencana yang dapat diselesaikan menggunakan OR/MS adalah masalah perencanaan logistik berupa pengiriman bahan-bahan dan tenaga medis, tim kemanusiaan, peralatan penyelamatan, dan makanan ke pusat-pusat distribusi di daerah bencana dalam waktu secepatnya sedemikian sehingga proses pemulihan pascabencana dapat dipercepat. Tulisan ini bertujuan membangun dan mengimplementasikan model penugasan tenaga sukarelawan di daerah bencana yang diformulasikan dalam bentuk *goal programming*.

Manfaat

Manfaat dari penelitian ini ialah memungkinkan koordinator bencana tingkat lokal atau tingkat nasional untuk menentukan jadwal penugasan tenaga sukarelawan yang disusun dengan mempertimbangkan ketersediaan waktu dan beban tugas setiap sukarelawan sedemikian sehingga meminimumkan biaya-biaya penalti.

METODE PENELITIAN

Metode

Dalam tulisan ini, masalah penugasan tenaga sukarelawan diformulasikan dalam bentuk *goal programming* (Taha, 2008). Untuk itu perlu ditetapkan beberapa hal berikut:

1. Fungsi objektif (*objective function*), yaitu suatu fungsi yang mengukur capaian dari peminimuman variabel deviasi.
2. Fungsi tujuan (*goal function*), yaitu fungsi matematika yang harus dicapai atau dipenuhi pada level tertentu yang sudah ditentukan sebelumnya, yang disebut sebagai level aspirasi (*aspiration level*).
3. Program tujuan (*goal program*), yaitu model matematika yang terdiri atas fungsi linear atau taklinear dengan variabel kontinu atau diskret, yang kesemuanya ditulis dalam bentuk *goal*.
4. Varaiabel deviasi (*deviation variable*), yaitu variabel yang mengukur besarnya penyimpangan terhadap tujuan. Variabel *slack* akan mengukur kurangnya (*negative deviation*) dan variabel surplus akan mengukur lebihnya (*positive deviation*) dari level aspirasi.

Model *goal programming* akan diselesaikan dengan metode pembobotan, yaitu dengan memberikan penalti sebagai bobot pada setiap deviasi yang terjadi.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Model

Model penugasan sukarelawan memiliki perbedaan mendasar dengan model alokasi sumberdaya manusia konvensional. Perbedaan yang pertama terletak pada fungsi objektif. Pada model yang melibatkan sukarelawan, fungsi objektifnya ialah bukan untuk memaksimumkan penerimaan melainkan terletak pada misi sosialnya untuk menolong sesama dan meringankan beban korban. Selain itu, dalam situasi bencana seringkali terjadi banyak sukarelawan yang ingin membantu tetapi tidak memenuhi keahlian (*skill*) yang diperlukan. Akibatnya ialah banyak sukarelawan yang tidak termanfaatkan tenaganya karena lemahnya organisasi dan sebaliknya beberapa sukarelawan ahli hanya melakukan *repetitive jobs*. Masalah *misallocation* ini seharusnya dapat dihindari melalui pembangunan model yang berorientasi OR/MS. Tulisan ini mengimplementasikan model Kaspari (2005) dalam penugasan sukarelawan di daerah bencana.

Untuk memformulasikan masalah penugasan tenaga sukarelawan, terlebih dulu didefinisikan beberapa himpunan, indeks, variabel, dan parameter berikut.

Himpunan dan indeks

$\mathbb{V}$: himpunan semua sukarelawan, dengan $i \in \mathbb{V}$,

$\mathbb{J}$: himpunan semua tugas, dengan $j \in \mathbb{J}$,

$\mathbb{T}$: himpunan semua blok waktu (*shift*), dengan $k \in \mathbb{T}$,

Variabel keputusan

x_{ijk} : variabel keputusan dengan

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & ; \text{ jika sukarelawan } i \text{ mengerjakan tugas } j \text{ pada waktu } k \\ 0 & ; \text{ selainnya,} \end{cases}$$

y_i : variabel keputusan untuk mengaktifkan beberapa fungsi kendala, dengan

$$y_i = \begin{cases} 1 & ; \text{ jika sukarelawan } i \text{ mengerjakan sebarang tugas/waktu} \\ 0 & ; \text{ selainnya,} \end{cases}$$

Variabel

u^{+}_{jk} : kelebihan sukarelawan yang mengerjakan tugas *j* pada waktu *k*,

u^{-}_{jk} : kekurangan sukarelawan yang mengerjakan tugas *j* pada waktu *k*,

t^{+}_{i} : kelebihan blok waktu yang dibebankan pada sukarelawan *i* berdasarkan keinginan sukarelawan,

t_i^- : kekurangan blok waktu yang dibebankan pada sukarelawan *i* berdasarkan keinginan sukarelawan,

w_i^+ : kelebihan blok waktu yang dibebankan pada sukarelawan *i* berdasarkan kebutuhan yang ditetapkan koordinator,

w_i : kekurangan blok waktu yang dibebankan pada sukarelawan *i* berdasarkan kebutuhan yang ditetapkan koordinator,

Parameter

α_{ik} : bernilai 1 jika sukarelawan *i* dapat bekerja pada blok waktu *k*, bernilai 0 jika selainnya (ditetapkan oleh sukarelawan),

β_{ij} : bernilai 1 jika sukarelawan *i* memiliki keahlian untuk mengerjakan tugas *j*, bernilai 0 jika selainnya (ditetapkan oleh sukarelawan),,

μ_{jk} : jumlah ideal sukarelawan untuk mengerjakan tugas *j* pada waktu *k* (ditetapkan oleh koordinator),

τ_i : jumlah ideal blok waktu yang diinginkan sukarelawan *i* (ditetapkan oleh sukarelawan),

ω_i : jumlah ideal blok waktu yang dibebankan pada sukarelawan *i* (ditetapkan oleh koordinator),

μ_{jk}^+ : deviasi maksimum terhadap jumlah ideal sukarelawan yang mengerjakan tugas *j* pada waktu *k* (ditetapkan oleh koordinator),

μ_{jk}^- : deviasi minimum terhadap jumlah ideal sukarelawan yang mengerjakan tugas *j* pada waktu *k* (ditetapkan oleh koordinator),

τ_i^+ : deviasi maksimum jumlah blok waktu yang diinginkan sukarelawan *i* (ditetapkan oleh sukarelawan),

τ_i^- : deviasi minimum jumlah blok waktu yang diinginkan sukarelawan *i* (ditetapkan oleh sukarelawan).

Fungsi objektif dari model penugasan tenaga sukarelawan ialah meminimumkan biaya-biaya penalti yang disebabkan oleh tidak sesuainya jumlah sukarelawan serta jumlah tugas dan waktu yang dibebankan dengan level aspirasi atau level ideal, ditulis

$$\min_{x_{ijk}} \sum_{n=1}^{6} z_n,$$

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

dengan

$z_1 = \sum_{j,k} p^1_{jk}\, u^-_{jk}$	:	total biaya penalti karena kekurangan sukarelawan yang mengerjakan tugas *j* pada waktu *k*,
$z_2 = \sum_{j,k} p^2_{jk}\, u^+_{jk}$	:	total biaya penalti karena kelebihan sukarelawan yang mengerjakan tugas *j* pada waktu *k*,
$z_3 = \sum_i p^3_i\, t^-_i$	:	total biaya penalti karena kekurangan blok waktu yang dibebankan pada sukarelawan *i* berdasarkan keinginan sukarelawan,
$z_4 = \sum_i p^4_i\, t^+_i$	:	total biaya penalti karena kelebihan blok waktu yang dibebankan pada sukarelawan *i* berdasarkan keinginan sukarelawan,
$z_5 = \sum_i p^5_i\, w^-_i$	:	total biaya penalti karena kekurangan blok waktu yang dibebankan pada sukarelawan *i* berdasarkan kebutuhan yang ditetapkan koordinator,
$z_6 = \sum_i p^6_i\, w^+_i$	:	total biaya penalti karena kelebihan blok waktu yang dibebankan pada sukarelawan *i* berdasarkan kebutuhan yang ditetapkan koordinator,

Di sini $p^n\ (n = 1,2,\dots,6)$ merupakan biaya-biaya penalti satuan yang besarnya dapat ditentukan berdasarkan pada tingkat kepentingan.

Total biaya penalti di atas harus diminimumkan di bawah fungsi-fungsi kendala berikut:

1. Sukarelawan i mengerjakan sebanyak-banyaknya satu tugas di setiap blok waktu yang dipilihnya, yaitu:

   $$\sum_{j\in\mathbb{J}} x_{ijk} \le \alpha_{ik}, \qquad \forall(i \in \mathbb{V}, k \in \mathbb{T}).$$

2. Sukarelawan i harus memiliki keahlian untuk mengerjakan tugas j, yaitu

   $$x_{ijk} \le \beta_{ij}, \qquad \forall(i \in \mathbb{V}, j \in \mathbb{J}, k \in \mathbb{T}).$$

3. Agar x_{ijk} dan y_i memiliki nilai yang benar haruslah

   $$x_{ijk} \le y_i, \qquad \forall(i \in \mathbb{V}, j \in \mathbb{J}, k \in \mathbb{T}).$$

4. Ditargetkan ada sebanyak μ_{jk} sukarelawan yang mengerjakan tugas j pada waktu k, yaitu

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$$\sum_{i\in\mathbb{V}} x_{ijk} + u_{jk}^{-} - u_{jk}^{+} = \mu_{jk}, \qquad \forall(j \in \mathbb{J}, k \in \mathbb{T}).$$

5. Sukarelawan i ditargetkan bekerja sebanyak ω_i blok waktu, yaitu

$$\sum_{j\in\mathbb{J}}\sum_{k\in\mathbb{T}} x_{ijk} + w_i^{-} - w_i^{+} = y_i\omega_i, \qquad \forall(i \in \mathbb{V}).$$

6. Sukarelawan i ingin bekerja sebanyak τ_i blok waktu, yaitu

$$\sum_{j\in\mathbb{J}}\sum_{k\in\mathbb{T}} x_{ijk} + t_i^{-} - t_i^{+} = y_i\tau_i, \qquad \forall(i \in \mathbb{V}).$$

7. Karena $\mu_{jk} - \mu_{jk}^{-} \leq \mu_{jk} \leq \mu_{jk} + \mu_{jk}^{+}$, haruslah

$$u_{jk}^{-} \leq \mu_{jk}^{-}, \quad u_{jk}^{+} \leq \mu_{jk}^{+} \qquad \forall(j \in \mathbb{J}, k \in \mathbb{T}).$$

   Kendala ini menyatakan bahwa kekurangan atau kelebihan jumlah sukarelawan yang dinyatakan dalam variabel deviasi tidak boleh melewati batas minimum dan batas maksimum yang ditetapkan.

8. Karena $\tau_i - \tau_i^{-} \leq \tau_i \leq \tau_i + \tau_i^{+}$, haruslah

$$t_i^{-} \leq \tau_i^{-}, \quad t_i^{+} \leq \tau_i^{+} \qquad \forall(i \in \mathbb{V}).$$

9. Ketaknegatifan variabel-variabel deviasi:

$$u_{jk}^{-}, u_{jk}^{+}, w_i^{-}, w_i^{+}, t_i^{-}, t_i^{+} \geq 0, \qquad \forall(i \in \mathbb{V}, j \in \mathbb{J}, k \in \mathbb{T}).$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Studi Kasus

Implementasi model penugasan tenaga sukarelawan dilakukan dengan mengambil sebuah contoh masalah penugasan sederhana di mana 40 tenaga sukarelawan (S1, S2, ..., S40) dikirim ke daerah bencana dengan 5 deskripsi tugas, yaitu:

1. T1: menyediakan tempat pengungsian dan mengawasi proses pengungsian,
2. T2: mencari dan menyelamatkan korban ke daerah yang aman,
3. T3: menyediakan perlengkapan dan makanan,
4. T4: mengamankan akses daerah bencana dan menjamin keamanan, dan
5. T5: mengobati dan merawat korban-korban yang terluka.

Ada 6 hari kerja (Senin–Sabtu) yang masing-masing dibagi menjadi dua blok waktu, yaitu pagi (pukul 07.00–14.00) dan sore (pukul 14.00–21.00) sudah termasuk waktu istirahat, sehingga dalam seminggu terdapat total 12 blok waktu W1, W2, ..., W12. Beberapa nilai parameter yang dibutuhkan adalah sebagai berikut.

Untuk mengisi matriks $\alpha = (\alpha_{ik})$, diasumsikan sebanyak 50 persen sukarelawan dapat bekerja di seluruh blok waktu, dan masing-masing 20 persen dapat bekerja di 11, 10, 9, dan 8 blok waktu. Matriks $\beta = (\beta_{ij})$ disusun dengan asumsi ada 10 persen sukarelawan yang memiliki keahlian untuk mengerjakan semua tugas, 50 persen mampu mengerjakan 4 tugas, dan 40 persen di 3 tugas. Koordinator menetapkan jumlah ideal blok waktu yang dibebankan kepada setiap sukarelawan ialah $w_i = 7$. Jumlah ideal blok waktu yang diinginkan sukarelawan ialah $\tau_i \in \{5,6,7,8\}$ dengan proporsi masing-masing sebesar 25 persen, dengan $\tau_i^- = 2$ dan $\tau_i^+ = 3$. Jumlah ideal sukarelawan yang mengerjakan tugas tertentu pada waktu tertentu (μ_{jk}) diberikan di Tabel 1, dengan $\mu_{jk}^- = 4$ dan $\mu_{jk}^+ = 1$. Biaya-biaya penalti satuan ditetapkan sebagai berikut: $p^1 = p^4 = p^5 = 1$ dan $p^2 = p^3 = p^6 = 0.5$.

Tabel 1 Jumlah ideal sukarelawan yang mengerjakan tugas j pada waktu k.

μ_{jk}	W1	W2	W3	W4	W5	W6	W7	W8	W9	W10	W11	W12
T1	15	11	8	10	5	7	5	7	8	6	7	5
T2	10	10	7	8	8	6	6	6	7	8	5	7
T3	8	6	6	8	8	9	6	7	9	9	10	11
T4	7	6	7	5	7	6	7	7	8	9	9	10
T5	5	6	12	7	6	6	8	5	8	8	10	15
Total	45	39	40	38	34	34	32	32	40	40	41	48

Hasil Simulasi

Pengoptimuman menggunakan peranti lunak Lingo 11 menunjukkan bahwa semua sukarelawan mengerjakan tugas tertentu $(y_i = 1)$, dengan 75 persen sukarelawan beker-ja sebanyak 7 blok waktu dan sisanya 8 blok waktu. Sebanyak 50 persen sukarelawan bekerja 1-2 blok waktu lebih banyak daripada jumlah yang diinginkan $(t_i^+ > 0)$ dan ada 25 persen sukarelawan yang bekerja 1 blok waktu lebih banyak daripada jumlah yang ditetapkan koordinator $(w_i^+ > 0)$. Kelebihan-kelebihan ini menyebabkan biaya-biaya penalti sebesar $z_4 = 30$ dan $z_6 = 5$. Kekurangan jumlah sukarelawan yang mengerjakan tugas j pada waktu k (μ_{jk}^-) diberikan pada Tabel 2. Kekurangan ini menyebabkan biaya penalti sebesar $z_1 = 173$. Tabel 2 memperlihatkan bahwa tugas T1 dan waktu W6/8 paling sedikit kekurangan sedangkan tugas T4 dan waktu W10 paling banyak.

Banyaknya sukarelawan yang mengerjakan tugas j pada waktu k dapat diperoleh dengan mengurangkan Tabel 2 dari Tabel 1. Jadwal penugasan seluruh tenaga sukarelawan dapat dilihat dari nilai variabel keputusan x_{ijk}.

Tabel 2 Kekurangan jumlah sukarelawan yang mengerjakan tugas j pada waktu k.

μ_{jk}^{-}	W1	W2	W3	W4	W5	W6	W7	W8	W9	W10	W11	W12
T1	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	4	3
T2	4	4	4	4	4	0	3	2	4	4	4	4
T3	4	2	4	4	4	4	2	4	4	4	2	4
T4	4	4	4	3	4	4	4	3	4	4	4	4
T5	3	4	4	3	3	1	2	0	2	4	4	1
Total	15	14	16	14	15	9	11	9	17	19	18	16

SIMPULAN DAN SARAN

Simpulan

Beberapa simpulan yang dapat ditarik dari penelitian ini ialah:

1. Riset operasi dan ilmu manajemen (OR/MS) dapat digunakan sebagai pendekatan alternatif dalam menangani beberapa permasalahan pascabencana. Pendekatan ini menjanjikan efisiensi dan optimasi dalam penugasan tenaga sukarelawan ke daerah bencana.
2. Proses penugasan dan penjadwalan tenaga sukarelawan ke daerah bencana dapat dimodelkan dalam goal programming dengan fungsi objektif meminimumkan biaya penalti yang diakibatkan oleh tidak sesuainya jumlah sukarelawan serta jumlah tugas dan waktu yang dibebankan dari level idealnya. Model diselesaikan dengan metode pembobotan.
3. Model berhasil diimplementasikan pada contoh kasus sederhana penugasan 40 tenaga sukarelawan, 5 jenis tugas, dan 12 *shift* waktu.

Saran

Beberapa hal yang dapat disarankan:

1. Penelitian pascabencana berbasis riset operasi ini perlu didukung oleh penelitian prabencana seperti prediksi tentang jumlah ideal tenaga sukarelawan yang harus menangani tugas tertentu.
2. Karena situasi darurat bencana yang sebenarnya memiliki skala yang lebih besar dan melibatkan lebih banyak jenis tugas, *shift* waktu, dan tenaga sukarelawan yang terlibat, perlu dikembangkan metode-metode heuristik yang mampu menyelesaikan model pengoptimuman dengan lebih cepat.
3. Pemodelan penjadwalan (*scheduling*) tenaga sukarelawan sebaiknya diawali oleh proses perencanaan (*planning*) untuk memperkirakan besarnya kebutuhan tenaga sukarelawan yang diperlukan untuk menangani tugas-tugas yang ada dalam rentang waktu tertentu. Integrasi antara *planning* dan *scheduling* akan memberikan keluaran yang lebih realistis.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Direktorat Pendidikan Tinggi, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan RI atas dukungannya melalui DIPA IPB (Penelitian Fundamental) No. 28/I3.24.4/SPP/PF/2011.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Altay, N. dan W.G. Green III, 2006, "Interfaces with other disciplines: OR/MS research in disaster operations management," *European Journal of Operational Research*, vol. 175 hal. 475-493.

[2] Asghar S., D. Alahakoon, dan L. Churilov L., 2005, "A dynamic integrated model for disaster management decision support systems," *International Journal of Simulation*, vol. 6, no. 10/11, hal. 95-114.

[3] Falasca, M., C.W. Zobel, dan G.M. Fetter, 2009, "An optimization model for humanitarian relief volunteer management," *Proceedings of the 6th International ISCRAM Conference*, Gothenburg, Sweden, May 2009.

[4] Hale, T. dan C.R. Moberg, 2005, "Improving supply chain disaster preparedness: a decision process for secure site location," *International Journal of Physical Distribution and Logistics Management*, vol. 35, no. 3/4, hal. 195-207.

[5] Kaspari, M., 2005, "Optimal volunteer assignment with an application to the Denver b-cycle bike sharing program," *M.Sc. Thesis*, University of Colorado Denver, USA.

[6] Odzamar, L., E. Ekinci, dan B. Kucukyazici, 2004, "Emergency logistics planing in natural disasters," *Annals of Operations Research*, vol. 129, hal. 217-245.

[7] Sylves, R, 2008, "FEMA, Katrina, and operations research," *Public Manager*, vol. 37, no. 1, hal. 68-71.
[8] Taha, H.A., 2007, *Operation research: an introduction*, 8th ed., New Jersey: Pearson Prentice Hall.
[9] Wallace, W.A. dan F. De Balogh, 1985, "Decision support systems for disaster management," *Public Administrator Review*, Special Issue.
[10] Zhu, J., J. Huang, D. Liu, dan J. Han, 2008, "Resources allocation problem for local reserve depots in disaster management based on scenario analysis," *Proceeding of the 7th International Symposium on Operations Research and Its Applications*, Lijiang, China, October 31–November 3, 2008, hal. 395-407.
[11] Zobel, C.W. dan G.A. Wang, 2008, "Topic maps for improving services in disaster operations management," *Journal of Service Science*, vol. 1, no. 1, hal. 83-92.

T – 29

Pengoptimalan Dana DPP Kunjungan Akademik BEM-PS Matematika Dengan Menggunakan Metode Simplek

Oleh :
Ulfa Ni'matus Sa'adah
Mahasiswa S1 Matematika
UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

Abstraksi

Belajar dari kekurangan dalam mengalokasikan dana DPP kunjungan akademik BEM-PS Matematika, dana sebesar Rp. 5.000.000,00 yang digunakan dalam kegiatan Kunjungan Akademik selama tiga hari pada kenyataannya kurang optimal. BEM-PS Matematika sudah berusaha untuk menggunakan dengan sebaik – baiknya.. Oleh karena itu, penelitian ini mencoba menganalisis faktor – faktor penyebab dana kurang optimal dalam mengalokasikan kegiatan kunjungan akademik. Ada beberapa faktor yang dapat mengoptimalkan dana, antara lain : faktor tempat kunjungan, bis (alat transportasi kunjungan), makanan, tempat tinggal. Faktor - faktor tersebut dinyatakan dalam suatu variabel, misal: x_1 adalah faktor tempat kunjungan, x_2 adalah faktor bis (alat transportasi), x_3 adalah faktor makanan, x_4 adalah faktor tempat tinggal. Untuk menganalisis permasalahan tersebut, digunakan metode simplek, dimana metode tersebut merupakan salah satu cara untuk mencari penyelesaian dalam suatu aplikasi *Program Linear*.

Keyword :*Metode simplek, optimalisasi dana, faktor penyebab dana DPP Kunjungan BEM-PS Matematika kurang optimal.*

A. PENDAHULUAN

Latar Belakang Masalah

Belajar dari kekurangan dalam mengalokasikan dana DPP kunjungan akademik BEM-PS Matematika, dana sebesar Rp. 5.000.000,00 yang digunakan dalam kegiatan Kunjungan Akademik selama tiga hari pada kenyataannya kurang optimal. BEM-PS Matematika sudah berusaha untuk menggunakan dengan sebaik – baiknya.. Oleh karena itu, pada penelitian ini dicoba untuk menganalisis faktor – faktor penyebab dana tidak optimal dalam mengalokasikan kegiatan kunjungan akademik. Ada beberapa faktor yang dapat mengoptimalkan dana, antara lain : faktor tempat kunjungan, bis (alat transportasi kunjungan), makanan, tempat tinggal. Faktor - faktor tersebut dinyatakan dalam suatu variabel, missal: x_1 adalah factor tempat kunjungan, x_2 adalah faktor bis (alat transportasi), x_3 adalah factor makanan, x_4 adalah factor tempat tinggal. Untuk menganalisis permasalahan tersebut, digunakan metode

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

simplek, dimana metode tersebut merupakan salah satu cara untuk mencari penyelesaian dalam suatu aplikasi *Program Linear*.

Adanya faktor yang terkait dalam masalah tidak optimalnya dana DPP kunjungan akademik, membuat peneliti tertarik untuk meneliti sebenarnya terletak dimana dana kurang optimal?

Batasan Masalah

Batasan masalah diperlukan dalam suatu penelitian ilmiah, karena untuk membantu peneliti fokus pada objek suatu penelitian. Masalah yang akan dibahas adalah pengoptimalan dana DPP kunjungan akademik BEM PS-Matematika dengan metode simplek yang dipengaruhi empat faktor, yaitu faktor tempat kunjungan, faktor bis, faktor makanan, dan faktor tempat tinggal.

Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang dan batasan masalah yang diuraikan di atas, maka dirumuskan permasalahan sebagai berikut: yang pertama bagaimana konsep dasar metode simplek yang digunakan dalam pengoptimalan dana DPP kunjungan akademik BEM PS-Matematika? Yang kedua bagaimana cara mengetahui keoptimalan dana DPP kunjungan akademik yang diketahui faktor – faktor yang mempengaruhinya?

Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk memahami dan mengetahui keoptimalan dana DPP kunjungan akademik BEM PS-Matematika yang berupa: yang pertama mengetahui konsep dasar metode simplek yang digunakan dalam meneliti optimalnya dana DPP kunjungan akademik BEM-PS Matematika, dan yang kedua mengetahui keoptimalan dana DPP kunjungan akademik yang dipengaruhi oleh banyak faktor.

Manfaat Penelitian

Hasil penelitian ini diharapkan akan memberikan manfaat, diantaranya yang pertama emberikan pengetahuan tentang metode simplek yang digunakan dalam pengoptimalan dana DPP. Yang kedua memberikan pengetahuan tentang keoptimalan dana DPP yang dipengaruhi banyak faktor. Dan yang ketiga sebagai acuan ke depan yang akan mengadakan kunjungan akademik, agar penggunaan dana DPP dapat lebih optimal.

B. Metode Simplek

- Metode Simplek

Metode Simplek adalah metode penyelesaian program linear yang diketahui lebih dari dua variabel. Untuk menyelesaikan masalah program linear dengan metode simplek terlebih dahulu mengubah bentuk – bentuk masalah program linear tersebut kebentuk kanoniknya.

Bentuk – bentuk masalah program linear :

- PL 1 Maks $z = C^T X$

  dengan kendala $AX \leq B$

  $X \geq 0$

- PL 2 Min $z = C^T X$

  dengan kendala $AX \geq B$

  $X \leq 0$

Bentuk kanonik masalah PL di atas adalah :

PL 3, Min / maks $z = C^T X$

$AX = B$

$X \geq 0$

C. PERMASALAHAN DAN PEMBAHASAN

PERMASALAHAN

Diberikan permasalahan sebagai berikut:

BEM PS-Matematika berencana mengadakan kunjungan akademik, rencana tempat kunjungan itu adalah di Bali, Jakarta, Malang. Dengan dibantu oleh dana DPP dari fakultas sebesar Rp.5.000.000,00 BEM PS-Matematika berharap mampu dalam mengoptimalkan dana, dapat dikatakan pemasukan dari peserta nanti diharapkan tidak terlalu besar. Asumsi kita bahwa dengan dana DPP tersebut untuk kunjungan ke Bali membutuhkan transport 1 kendaraan bis besar , orangnya sekitar 60 orang selama 2 hari perharinya sekitar Rp. 1.200.000,00. Konsumsi atau makan perorangnya

Rp.6.000,00 dan untuk tempat tinggal permalam kita asumsikan sekitar Rp. 50.000. Untuk kunjungan ke Jakarta, asumsi kita karena Jakarta sudah banyak dikunjungi orang yang mengikuti hanya sekitar 30 orang bisnya kecil yang muatannya hanya sekitar 30 orang dengan biaya perharinya Rp. 1.000.0000,00 , untuk makan perorangnya Rp. 6.000,00, dan tempat tinggal permalam Rp.60.000,00. Kemudian untuk kunjungan ke Malang menggunakan kendaraan bis besar orang yang mengikuti sekitar 60 orang dengan biaya sekitar Rp. 1.200.000,00, untuk makan perorangnya Rp.6.000,00 dan tempat tinggal permalam Rp. 40.000,00. Pengoptimalan dana yang digunakan agar semuanya dapat seminimal mungkin.

A. PEMODELAN MATEMATIKA

Asumsi :

- Untuk variabel x_1 = kendaraan bis dengan kendala tempat kunjungan

  Tujuan :

  - Bali peserta sebanyak 60 orang menggunakan 1 bis dengan harga Rp. 1.200.000,00
  - Jakarta peserta sebanyak 30 orang menggunakan 1 bis kecil dengan harga Rp. 1.000.000,00
  - Malang peserta sebanyak 60 orang menggunakan bis besar dengan harga Rp. 1.200.000,00

- Untuk variabel x_2 = makanan
  - Bali: makan Rp. 6.000 x 6 kali x 60 0rang = Rp. 36.000 x 60 orang = Rp.2.160.000,00
  - Jakarta: makan Rp. 6.000 x 3 kali x 30 orang = Rp. 540.000,00
  - Malang: makan Rp. 6.000 x 3 kali x 60 orang = Rp. Rp. 1.080.000,00

- Untuk variabel x_3 = tempat tinggal
  - Bali: 60 orang x Rp. 50.000,00 = Rp. 3.000.000,00
  - Jakarta: 30 orang x Rp.60.000,00= Rp. 1.800.000,00
  - Malang: 60 orang x Rp. 40.000,00 = Rp. 2.400.000,00

Pemodelan matematika: untuk satuan dalam juta

Max $Z = x_1 + x_2 + x_3$

s.t $1{,}2\, x_1 + 2{,}16\, x_2 + 3\, x_3 <= 5$

$x_1 + 0{,}54\, x_2 + 1{,}8\, x_3 <= 5$

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

$1{,}2\ x_1 + 1{,}08\ x_2 + 2{,}4\ x_3 <= 5$

Penyelesaian menggunakan WIN QSB

1. Data dimasukkan ke program

Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
Maximize	1	1	1		
C1	1.2	2.16	3	<=	5
C2	1	0.54	1.8	<=	5
C3	1.2	1.08	2.4	<=	5
LowerBound	0	0	0		
UpperBound	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous		

2. Setelah data dimasukkan ke program klik solve the problem akan muncul :

	07:27:55		Monday	November	28	2011		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	4.1667	1.0000	4.1667	0	basic	0.5556	M
2	X2	0	1.0000	0	-0.8000	at bound	-M	1.8000
3	X3	0	1.0000	0	-1.5000	at bound	-M	2.5000
	Objective	Function	(Max.) =	4.1667				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	5.0000	<=	5.0000	0	0.8333	0	5.0000
2	C2	4.1667	<=	5.0000	0.8333	0	4.1667	M
3	C3	5.0000	<=	5.0000	0	0	5.0000	M

- Interpretasi

Dari table terakhir dapat diperoleh nilai x1 = 4.1667 apabila dalam satuan juta menjadi untuk x2 = 0 untuk x3 = 0.

Karena yang dicari adalah banyaknya suatu koefesien di tiap – tiap variabel, dan yang ada hanyalah variabel x1 berarti banyaknya bus ada 4 kendaraan bus. Dapat dijelaskan bahwa pengoptimalan dana terletak pada variabel x1 yaitu faktor kendaraan bus artinya untuk faktor yang lain pengaruhnya sangat sedikit bahkan bisa dikatakan tidak ada pengaruhnya karena nilainya 0.

D. KESIMPULAN dan SARAN

- KESIMPULAN

Dari interpretasi dapat diperoleh bahwa nilai OBJ atau penyelesaian optimalnya sebesar Z= x1 + x2 + x3

= 4.1667

Berarti dapat disimpulkan bahwa untuk tujuan :

a. Bali :

1.200.000 x1 + 2.160.000 x2 + 3.000.000 x3 <=5.000.000

1.200.000 (4) + 2.160.000 (0) + 3.000.000 (0) = 4.800.000 < 5.000.000

Dana yang dikeluarkan untuk tujuan Bali dengan persiapan dana Rp. 5.000.000,00 adalah maksimal yang dikeluarkan sebesar Rp. 4.800.000,00

b. Jakarta :

1.000.000 x1 + 540.000 x2 + 1.800.000 x3 <= 5.000.000

1.000.000 (4) + 540.000 (0) + 1.800.000 (0) = 4.000.000 < 5.000.000

Dana yang dikeluarkan untuk tujuan Bali dengan persiapan dana Rp. 5.000.000,00 adalah maksimal yang dikeluarkan sebesar Rp.4.000.000,00

c. Malang

1.200.000 x1 + 1.080.000 x2 + 2.400.000 x3 <=5.000.000

1.200.000 (4) + 1.080.000 (0) + 2.400.000 (0) = 4.800.000 < 5.000.000

Dana yang dikeluarkan untuk tujuan Bali dengan persiapan dana Rp. 5.000.000,00 adalah maksimal yang dikeluarkan sebesar Rp. 4.800.000,00

➢ SARAN

Menurut saya penelitian ini kurang maksimal karena hanya menggunakan waktu tidak lebih dari seminggu dan masih perlu diperbaiki. Karena dari semua pembahasan ternyata masih ada faktor yang bernilai 0 artinya ada variabel yang lain yang perlu diperbaiki juga atau pada pemodelan matematika maupun dari pengambilan asumsi dana. Jadi makalah ini juga perlu masukan – masukan dari para pembaca agar nantinya makalah penelitian ini dapat menjadi makalah yang layak untuk dibaca oleh publik.

DAFTAR PUSTAKA

1. Yulia Megawati, Noorma,2008, *Praktikum Prgram Linear* . Yogyakarta

2. Wu, Nesa dan Richard Coppins, 1981, *Linear Programming and Extension*.McGrawwHill.Inc., New York.

T – 30

Analisis Jaringan Kerja Untuk Penjadwalan Kegiatan Dan Alokasi Pembiayaan Pada Proyek Pembangunan Komplek Gedung Serbaguna Menggunakan *Critical Path Method*

Oleh :
Vincentia Putri Satriyani[1)], Lilik Linawati[2)], dan Leopoldus Ricky Sasongko[3)]
[1)]Mahasiswa Program Studi Matematika
email:[1)]putri.satriyani@gmail.com [2)]lina.utomo@yahoo.com [3)]leoz_rickz@yahoo.com
[2) 3)]Dosen Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Matematika
Universitas Kristen Satya Wacana
Jl. Diponegoro 52-60 Salatiga 50711

ABSTRAK

Sebuah proyek secara umum dapat didefinisikan sebagai suatu rangkaian kegiatan yang mempunyai jangka waktu tertentu dan harus dilaksanakan serta diselesaikan untuk mencapai satu tujuan. Agar tujuan proyek tercapai secara optimum maka dibutuhkan suatu proses perencanaan dan pengendalian terhadap kegiatan-kegiatan yang akan dilakukan. *Critical Path Method* (CPM) merupakan salah satu metode dalam analisa jaringan kerja untuk menentukan waktu optimum penyelesaian proyek. Hasil analisa jaringan kerja dapat direpresentasikan sebagai jadwal kegiatan-kegiatan proyek, termasuk kegiatan kritis yang dapat berfungsi sebagai alat perencanaan dan pengendalian, baik yang menyangkut kegiatan proyek maupun sumber daya lain. Penelitian ini akan mengkaji pekerjaan proyek pembangunan komplek gedung serbaguna tahap I Kabupaten Gunung Kidul oleh PT. Rahayu Trade & Contractor menggunakan analisa jaringan kerja *Critical Path Method* (CPM). Proyek menangani pembangunan gedung serbaguna dua lantai yang dilengkapi dengan los-los pasar disekitarnya serta terdiri dari kios pasar blok A dan kios pasar blok B. Dari penelitian ini diperoleh satu jalur kritis dari rangkaian kegiatan yang harus diselesaikan dalam waktu 120 hari hari kerja dan merupakan waktu penyelesaian keseluruhan proyek.

Kata Kunci: Perencanaan, *Critical Path Method*, Analisa Jaringan Kerja, Jalur Kritis

PENDAHULUAN

Persaingan di bidang properti makin hari makin marak dan ketat di antara para pengembang properti. Hal ini mendorong para pengembang untuk mengoptimalkan segala sumber daya yang ada dalam menyelesaikan proyek yang ditangani agar tidak merugi. Kerugian dapat terjadi antara lain karena kekurangcermatan dalam perencanaan sehingga waktu penyelesaian proyek lebih lama dari yang ditentukan dan ini menimbulkan tambahan biaya material, tenaga kerja maupun biaya-biaya lainnya yang berkaitan dengan penyelesaian proyek, bahkan kerugian dapat berupa denda keterlambatan penyelesaian proyek (Dipohusodo, 1996).

Proyek didefinisikan sebagai kombinasi kegiatan-kegiatan yang saling berkaitan yang harus dilakukan dalam urutan waktu tertentu sebelum keseluruhan tugas diselesaikan (Taha, 2007). Semakin berkembang suatu peradaban maka semakin kompleks pula proyek yang akan dilaksanakan. Hal ini menuntut suatu sistem manajemen dan teknik perencanaan yang sistematis, efektif dan mampu mencapai hasil yang optimum. Suatu proyek yang terdiri dari kegiatan-kegiatan yang saling berhubungan dapat dimodelkan sebagai suatu jaringan kerja. Salah satu teknik analisa jaringan kerja yang umum digunakan untuk mengolah data yang bersifat deterministik (nonprobabilistik) adalah *Critical Path Method* (Taylor, 1996).

Penelitian ini akan mengkaji pengerjaan proyek pembangunan komplek gedung serbaguna dua lantai yang dilengkapi dengan los-los pasar di sekitarnya yakni kios pasar blok A dan kios pasar blok B dengan tujuan untuk mendapatkan waktu optimum penyelesaian proyek dan bagaimana pengalokasian kegiatan dan anggaran proyek serta mengidentifikasi perubahan biaya apabila terjadi percepatan waktu kegiatan proyek.

KAJIAN PUSTAKA

Proyek merupakan suatu rangkaian kegiatan yang mempunyai saat awal, akan dilaksanakan serta diselesaikan dalam jangka waktu tertentu untuk mencapai suatu tujuan (Ali, 1997). Suatu proyek dilaksanakan untuk memperoleh suatu penyelesaian akhir dari proyek tersebut, baik ditinjau dari sudut logika, waktu dan biaya agar diperoleh hasil yang optimum. Untuk menyusun suatu perencanaan yang efektif, dapat digunakan salah satu teknik analisa jaringan kerja, khususnya untuk data yang bersifat deterministik adalah dengan menggunakan *Critical Path Method* (Taylor, 1996). *Critical Path Method* (CPM) dapat diterapkan untuk berbagai proyek, seperti penerapan dalam bidang industri dalam penelitian terdahulu yakni perencanaan pelaksanaan proyek pada industri garmen (Anggraeni, 2008), perencanaan proyek pembuatan mebel (Irawati, 2008).

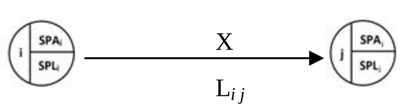
Critical Path Method (CPM)

Critical Path Method merupakan sebuah model ilmu manajemen untuk perencanaan dan pengendalian sebuah proyek, yang dikembangkan sejak tahun 1957 oleh perusahaan Du Pont untuk membangun suatu pabrik kimia dengan tujuan untuk menentukan jadwal kegiatan beserta anggaran biayanya dengan maksud pekerjaan-pekerjaan yang telah dijadwalkan itu dapat diselesaikan secara tepat waktu serta tepat biaya (Siswanto, 2007). Dalam menentukan perkiraan waktu penyelesaian akan dikenal istilah jalur kritis yakni jalur yang memiliki rangkaian kegiatan dengan total jumlah

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

waktu terlama dan waktu penyelesaian proyek yang tercepat (Taha, 2007). Oleh karena itu dapat dikatakan bahwa jalur kritis merupakan jalur yang melalui kegiatan-kegiatan kritis dari awal sampai akhir jalur yang sangat berpengaruh pada waktu penyelesaian proyek, walaupun dalam sebuah jaringan kerja dapat saja terjadi beberapa jalur kritis. Identifikasi terhadap jalur kritis harus mampu dilakukan oleh seorang manajer proyek dengan baik, sebab pada jalur ini terdapat kegiatan yang jika pelaksanaannya terlambat maka akan mengakibatkan keterlambatan seluruh proyek.

Untuk menggambarkan suatu diagram jaringan kerja diperlukan notasi dan simbol-simbol seperti: **Lingkaran kecil atau node (O)** menyatakan suatu kejadian atau peristiwa. Kejadian di artikan sebagai awal atau akhir dari satu atau beberapa kegiatan . Umumnya kejadian dinotasikan dengan angka 1,2,3, dan seterusnya. **Anak panah (→)** menyatakan kegiatan dengan ketentuan bahwa panjang dan arah anak panah tidak mempunyai arti khusus. Pangkal dan ujung anak panah menerangkan kegiatan di mulai dan berakhir dengan arah ke kanan (positif). Kegiatan ini terus berlangsung dalam jangka waktu tertentu dengan jumlah sumber daya tertentu. Pada umumnya kegiatan dinotasikan dengan huruf besar seperti A, B, C, dan seterusnya atau dengan kode A (i, j) dengan $i < j$ dan i, j adalah nomer kejadian atau peristiwa. Untuk menyatakan adanya kegiatan semu atau *dummy*, perlu digambarkan sebuah **anak panah terputus-putus (-->)** yang menghubungkan dua buah peristiwa. Kegiatan *dummy* sebagai pemberitahuan bahwa terjadi perpindahan dari satu kejadian ke kejadian yang lain pada saat yang sama. Oleh karena itu *dummy* tidak memerlukan waktu dan tidak menghabiskan sumber daya. Panjang dan arah *dummy* tidak memberikan arti khusus. Sedangkan suatu jalur kritis digambarkan sebagai **anak panah tebal (⇒)** atau biasanya berwarna merah yang merupakan kegiatan yang terjadi pada lintasan kritis tersebut .



Gambar 1. Diagram Hubungan Kegiatan dan Peristiwa

X /(i, j) = nama kegiatan
i = Peristiwa awal kegiatan X
j = Peristiwa akhir kegiatan X
L_{ij} = Durasi kegiatan (i, j)

Dalam suatu diagram jaringan kerja terdapat beberapa ketentuan yang menyatakan saling ketergantungan logikal dari kegiatan-kegiatan yang dilaksanakan seperti tersaji pada gambar 2 :

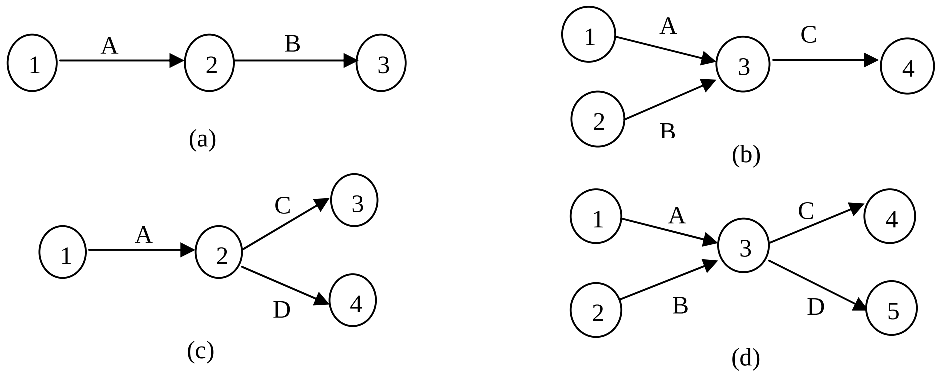
(a) Kegiatan B hanya dapat dimulai setelah kegiatan A selesai dilaksanakan.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

(b) Kegiaatan C hanya dapat dimulai setelah kegiatan A dan B selesai dilaksanakan

(c) Kegiatan B dan C dapat dimulai setelah kegiatan A selesai dilaksanakan.

(d) Kegiatan C dan D hanya dapat dilakukan setelah kegiatan A dan B selesai dilaksanakan



Gambar 2. Ketergantungan Logikal Penggambaran Diagram Jaringan Kerja

Dalam suatu manajemen proyek, salah satu tujuan yang ingin dicapai adalah untuk menentukan jadwal yang memperlihatkan waktu mulai dan berakhirnya tiap kegiatan, perhitungan waktu tersebut dihitung dalam satuan waktu tertentu seperti jam, hari, minggu ataupun bulan dan harus seragam untuk seluruh kegiatan.

Saat Paling Awal dan Saat Paling Lambat

Saat paling awal (*SPA*) merupakan saat paling awal suatu peristiwa yang mungkin terjadi adalah paling cepat sedemikian hingga semua hubungan sebelumnya yang relevan terhadap peristiwa tersebut telah selesai dilaksanakan. Dalam diagram jaringan kerja, diawali peristiwa i =1 dan SPA_1=0. Untuk menghitung SPA_j pada semua kegiatan A(i, j), harus terlebih dahulu menghitung SPA_i. Perhitungan SPA_j dimulai dari peristiwa nomor paling kecil ke peristiwa nomor paling besar, SPA_j dihitung menggunakan persamaan (1).

$$SPA_j = \max_{i \in S} \{SPA_i + L_{ij}\} \quad (1)$$

Dengan S adalah himpunan indeks peristiwa yang mendahului j secara langsung.

SPL (Saat Paling Lambat) merupakan saat paling lambat suatu peristiwa boleh terjadi dan tidak boleh sesudahnya, sehingga proyek mungkin selesai pada saat yang direncanakan. Perhitungan *SPL* merupakan kebalikan dari perhitungan *SPA*. Perhitungan dilakukan dari peristiwa nomor paling besar ke peristiwa nomor paling

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

kecil. Apabila $i = n$ adalah kejadian paling akhir, maka ditentukan $SPA_n = SPL_n$ mengawali perhitungan mundur. SPL_i dihitung dengan persamaan (2).

$$SPL_i = \underset{i \in T}{Min}\{SPL_j - L_{ij}\},\ i < j \quad (2)$$

Dengan T adalah himpunan indeks peristiwa yang menyusul peristiwa *i* secara langsung.

Setelah menghitung *SPA* dan *SPL* juga dapat ditentukan nilai-nilai **saat mulai paling cepat** (SMC_j)**, saat mulai paling lambat** (SML_{ij}), **saat selesai paling cepat** (SSC_{ij}) dan **saat selesai paling lambat** (SSL_i) seperti persamaan (3) sampai (6) untuk perhitungan **waktu mengambang total** (WMT_{ij}) dan **waktu mengambang bebas** (WMB_{ij}).

$$SMC_j = Max\{SMC_i + L_{ij}\} \quad (3)$$

$$SSC_{ij} = SMC_j + L_{ij} \quad (4)$$

$$SSL_i = Min\{SSL_j - L_{ij}\} \quad (5)$$

$$SML_{ij} = SSL_i - L_{ij} \quad (6)$$

Jalur Kritis

Jalur kritis dalam suatu diagram jaringan adalah lintasan yang terdiri dari kegiatan-kegiatan kritis dan peristiwa-peristiwa kritis yang sangat sensitif terhadap keterlambatan, sehingga bila sebuah kegiatan kritis terlambat satu hari saja, sedangkan kegiatan-kegiatan lainnya tidak terlambat maka proyek akan mengalami keterlambatan satu hari juga (Ali, 1997). Sedangkan peristiwa kritis merupakan peristiwa yang memiliki $SPA_i = SPL_i$ sehingga $SPA_i - SPL_i = 0$ hal ini menyebabkan waktu yang diperlukan untuk menyelesaikan satu lintasan kritis sama dengan waktu yang diperlukan untuk menyelesaikan seluruh proyek. (Siagian, 1998)

Waktu Mengambang

Kegiatan selain kegiatan kritis biasanya memiliki waktu penyelesaian yang lebih longgar sehingga keterlambatan penyelesaian kegiatan tidak mempengaruhi waktu penyelesaian keseluruhan proyek yang biasa didefinisikan sebagai waktu mengambang. Terdapat dua macam waktu mengambang, yakni waktu mengambang total (WMT_{ij}) dan waktu mengambang bebas (WMB_{ij}) yang dapat dihitung dengan persamaan (7) dan (8)

$$WMT_{ij} = SSL_{ij} - SMC_i - L_{ij} \quad (7)$$

$$WMB_{ij} = SPA_j - SPA_i - L_{ij} \quad (8)$$

Jalur Kritis

Jalur kritis dalam suatu diagram jaringan adalah lintasan yang terdiri dari kegiatan-kegiatan kritis dan peristiwa-peristiwa kritis yang sangat sensitif terhadap keterlambatan sehingga bila sebuah kegiatan kritis terlambat satu hari saja, sedangkan kegiatan-kegiatan lainnya tidak terlambat maka proyek akan mengalami keterlambatan satu hari juga (Ali, 1997). Sedangkan peristiwa kritis merupakan peristiwa yang memiliki $SPA_i = SPL_i$ sehingga $SPA_i - SPL_i = 0$ hal ini menyebabkan waktu yang diperlukan untuk menyelesaikan satu lintasan kritis sama dengan waktu yang diperlukan untuk menyelesaikan seluruh proyek. (Siagian, 1998)

Penjadwalan Sumberdaya dan Biaya

Analisa dan penjadwalan sumberdaya dan biaya ini bertujuan mempelajari dan mengetahui jumlah (kuantitas) biaya, tenaga kerja, peralatan atau bahan serta biaya yang diperlukan setiap waktu tertentu (hari, minggu, bulan dan lain sebagainya), selama proyek diselanggarakan. Dalam bukunya, Tubagus Ali(1997) mengatakan bahwa model yang umum diketahui serta menggambarkan kebutuhan sumberdaya dan biaya adalah: grafik yang menggambarkan sumberdaya setiap waktu tertentu (histogram) dan grafik yang menggambarkan kebutuhan sumberdaya kumulatif, mulai hari pertama sampai hari tertentu pelaksanaan proyek (kurva S). Kurva S secara grafis adalah penggambaran kemajuan kerja (bobot %) kumulatif pada sumbu vertikal terhadap waktu pada sumbu horisontal. Kemajuan kegiatan biasanya diukur terhadap jumlah uang yang telah dikeluarkan oleh proyek. Perbandingan kurva perencanaan dengan kurva pelaksanaan memungkinkan dapat diketahuinya kemajuan pelaksanaan proyek apakah sesuai, lambat, ataupun lebih dari yang direncanakan (Taha, 2007).

Crashing Project

Dalam suatu proyek yang dikehendaki selesai dalam jangka waktu yang telah ditentukan, dapat dilakukan percepatan durasi kegiatan dengan konsekuensi akan terjadi peningkatan biaya. Percepatan durasi pelaksanaan proyek dengan biaya serendah mungkin dinamakan *Crashing Project* (Badri, 1991). Pada CPM, untuk mempercepat waktu pengerjaan proyek maka diadakan percepatan durasi kegiatan pada jalur-jalur kritis, dengan syarat bahwa pengurangan waktu tidak akan menimbulkan jalur kritis baru. Beberapa cara untuk mempercepat waktu pelaksanaan proyek diantaranya dengan mengadakan *shift* pekerjaan, menambah waktu kerja dengan tenaga yang tersedia (kerja lembur), maupun menggunakan alat bantu yang lebih produktif. Langkah-langkah untuk perhitungan *Crash Duration* adalah sebagai berikut:

1. Hitung produktivitas harian

$$produktivitas\ harian = \frac{volume\ pekerjaan}{durasi\ kegiatan}$$

2. Hitung produktivitas perjam

$$produktivitas\ perjam = \frac{produktivitas\ harian}{jam\ kerja\ tiap\ harinya}$$

3. Hitung produktifitas kerja harian sesudah *Crash Program* berdasarkan aturan yang berlaku dalam pelaksanaan proyek tersebut.
4. Menghitung durasi kegiatan setelah diadakan *Crash Program*.

$$crash\ duration = \frac{volume\ pekerjaan}{produktifitas\ harian\ setelah\ crash}$$

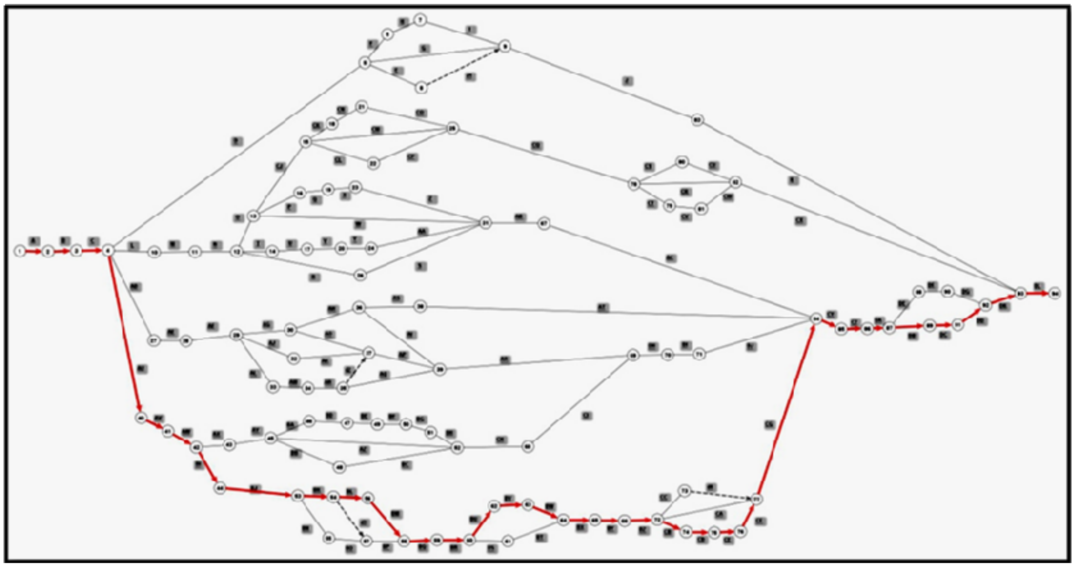
Perhitungan *Crash Cost* dilakukan dengan memperhitungkan biaya langsung maupun tidak langsung. Biaya yang termasuk biaya langsung adalah biaya bahan, tenaga kerja dan peralatan. Sedangkan biaya tidak langsung diantaranya biaya keuntungan kontraktor dan biaya listrik dan air (Sajekti, 2009).

ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pembuatan Diagram Jaringan Kerja

Seperti yang telah dikemukakan di atas, obyek penelitian ini adalah proyek pembangunan komplek gedung serbaguna tahap yang pertama di Kabupaten Gunung Kidul. Data yang diperoleh terdiri dari 116 kegiatan mulai kegiatan persiapan pembangunan kios A, kios B dan gedung serbaguna itu sendiri sampai data pelaksanaan kegiatan mekanikal dan elektrikal beserta biaya yang dibutuhkan dari tiap kegiatan. Waktu yang disediakan untuk pembangunan komplek tersebut adalah selama 110 hari kalender, namun karena adanya libur perayaan keagamaan dan libur nasional hanya tersisa 100 hari efektif. Setelah dilakukan pengolahan data, diagram jaringan kerja yang terbentuk melibatkan 94 peristiwa dan 4 kegiatan *dummy*. Diagram jaringan kerja disusun langsung menghubungkan seluruh kegiatan dari kegiatan pembangunan kios A, kios B, sampai gedung serbaguna dan kegiatan elektrikal maupun mekanikal, diperoleh diagram jaringan kerja seperti gambar 3.

Gambar 3. Diagram Jaringan Kerja Pembangunan Proyek Komplek Gedung Serbaguna



Berdasarkan analisa jaringan kerja diperoleh tepat satu jalur kritis yakni jalur A → B → C → AU → AV → AW → BI → BJ → BK → BL → BM → BQ → BR → BU → BV → BW → BX → BY → BZ → CB → CD →CE → CF → CG → CY → CZ → DA → DB → DC → DD → DK → DL yang menghubungkan 32 kegiatan kritis, selama 120 hari dan dengan biaya Rp5.358.887.385,-. Hasil perhitungan ini lebih lama dari durasi pengerjaan proyek yang ditargetkan oleh Pemerintah Daerah Kabupaten Gunung Kidul yakni selama 100 hari pengerjaan, untuk itu perlu dilakukan analisis percepatan durasi proyek untuk mencapai target yang telah ditetapkan.

Metode Percepatan CPM dengan Metode *Crashing Project*

Dalam penelitian ini, percepatan penyelesaian proyek dilakukan untuk memenuhi target penyelesaian proyek yakni 100 hari dengan melakukan penambahan jam kerja/lembur. Rencana kerja yang akan dilakukan dalam mempercepat durasi dengan metode lembur adalah sebagai berikut :

1. Aktifitas normal adalah 8 jam kerja, dan 1 jam istirahat (pukul 08.00-17.00)
2. Aktifitas kerja lembur dilakukan setelah waktu kerja normal selama 4 jam perhari (18.30-22.30)

3. Perhitungan *crash cost* dihitung berdasarkan upah pekerja lembur saja, harga upah pekerja untuk kerja lembur diperhitungkan 1,5 kali upah kerja normal
4. Produktivitas kerja lembur diperhitungkan sebesar 60% dari produktivitas normal. Penurunan produktivitas ini disebabkan karena faktor kelelahan, keterbatasan pandang pada malam hari dan kondisi cuaca yang lebih dingin.

Diperoleh hasil perhitungan durasi *crash* dan biaya *crash* dari kegiatan-kegiatan kritis yang telah diurutkan mulai dari *cost slope* yang terkecil seperti tabel 1.

Tabel 1. Tabel Perbandingan Durasi dan Biaya Normal dengan *Crash*

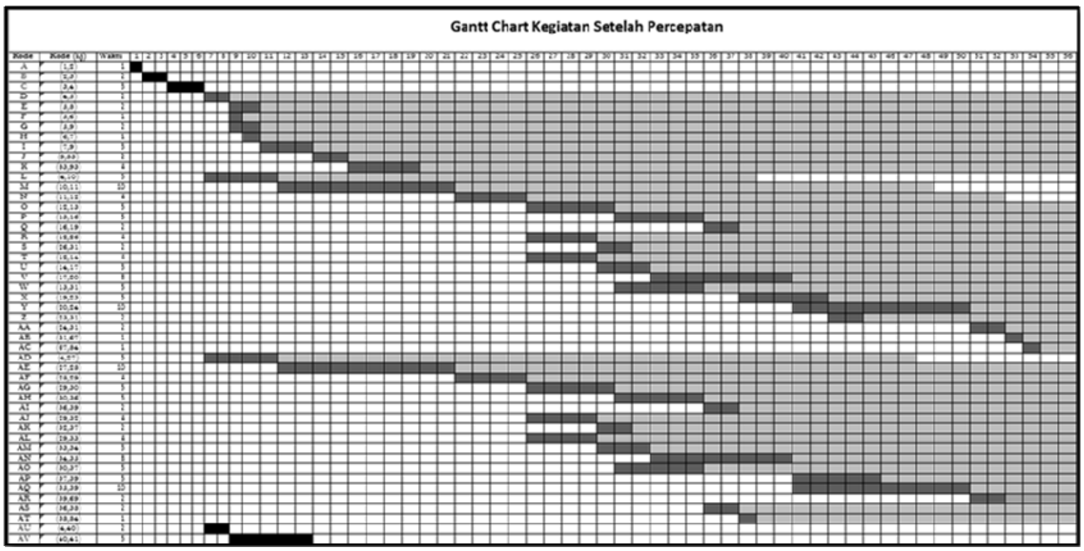
kode	Normal		Crash		
kegiatan	Durasi	RAB	Durasi	RAB	cost slope
DL	1	Rp 1.237.550	1	Rp 1.260.550	Rp 99.667
BI	6	Rp 50.451.653	5	Rp 51.171.601	Rp 161.368
A	1	Rp 750.000	1	Rp 789.000	Rp 169.000
CF	2	Rp 4.455.000	2	Rp 4.565.000	Rp 238.333
AV	7	Rp 10.817.468	5	Rp 11.817.468	Rp 619.048
BY	11	Rp 16.457.397	8	Rp 18.034.935	Rp 621.454
B	2	Rp 7.500.000	2	Rp 7.870.000	Rp 801.667
BK	2	Rp 227.713.350	2	Rp 228.104.503	Rp 847.496
DD	2	Rp 39.206.049	2	Rp 39.776.049	Rp 1.235.000
DC	5	Rp 9.375.325	4	Rp 10.975.325	Rp 1.386.667
DA	1	Rp 2.250.000	1	Rp 2.650.000	Rp 1.733.333
BV	3	Rp 11.509.704	2	Rp 12.793.016	Rp 1.853.673
AU	3	Rp 7.650.000	2	Rp 8.950.000	Rp 1.877.778
CE	4	Rp 39.648.000	3	Rp 41.440.000	Rp 1.941.333
DK	4	Rp 157.910.352	3	Rp 159.900.352	Rp 2.155.833
DB	1	Rp 19.544.250	1	Rp 20.144.250	Rp 2.600.000
BZ	1	Rp 2.112.000	1	Rp 2.817.000	Rp 3.055.000
CD	5	Rp 30.800.000	4	Rp 43.219.500	Rp 3.587.856
BJ	2	Rp 20.718.599	2	Rp 6.483.722	Rp 5.442.747
BU	3	Rp 69.913.933	2	Rp 74.493.933	Rp 6.615.556
CY	1	Rp 20.500.000	1	Rp 22.980.000	Rp 10.746.667
CZ	2	Rp 12.500.000	2	Rp 17.500.000	Rp 10.833.333
C	4	Rp 19.010.000	3	Rp 29.810.000	Rp 11.700.000
AW	8	Rp 26.012.108	6	Rp 48.030.425	Rp 11.926.589
BX	4	Rp 117.200.583	3	Rp 130.268.244	Rp 14.156.633
BR	7	Rp 155.166.450	5	Rp 186.166.450	Rp 19.190.476
BM	12	Rp 429.246.497	9	Rp 489.195.119	Rp 21.648.113
CG	1	Rp 33.471.000	1	Rp 39.871.000	Rp 27.733.333
BQ	5	Rp 519.398.898	4	Rp 617.214.259	Rp 36.331.420
BW	2	Rp 521.522.642	2	Rp 576.239.771	Rp 118.553.781
CB	2	Rp 120.214.710	2	Rp 180.214.710	Rp 130.000.000
BL	6	Rp 501.542.165	5	Rp 711.281.135	Rp 151.478.146
TOTAL	120		96		

Hasil perhitungan ulang dengan percepatan durasi diperoleh nilai percepatan pertukaran waktu dan biaya sehingga proyek dapat dipercepat menjadi 96 hari, dengan biaya yang dibutuhkan mencapai Rp 6.2202.286.867,-.

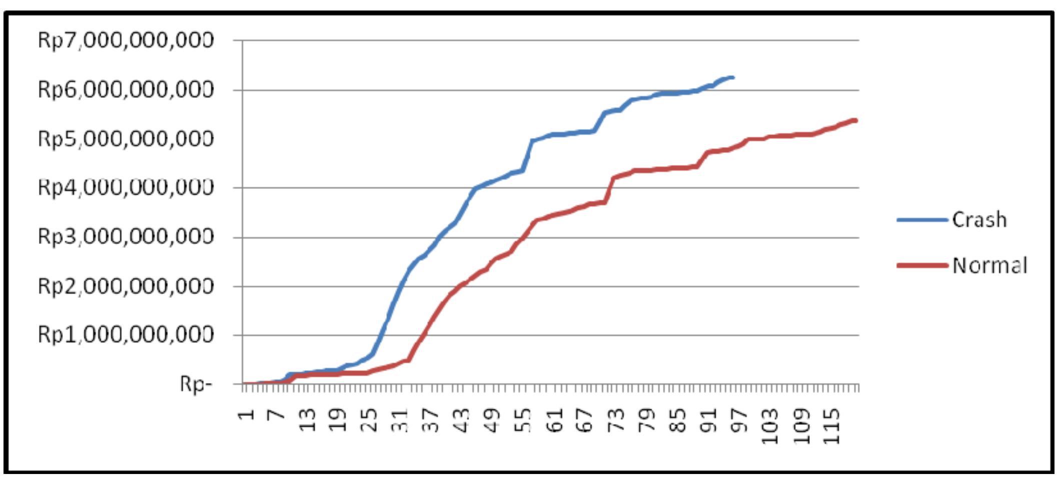
ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Penjadwalan Kegiatan dan Alokasi Biaya

Penjadwalan kegiatan hasil percepatan dipresentasikan dalam bentuk *Gantt Chart* seperti Gambar 4. Garis hitam tebal menunjukkan kegiatan kritis, garis abu-abu tua menunjukkan kegiatan bukan kritis sedangkan garis abu-abu muda menunjukkan waktu mengambang. Dari *Gantt Chart* tersebut, terlihat bahwa banyak kegiatan yang memiliki waktu mengambang cukup besar, hal ini membuat pelaksanaan proyek di kegiatan-kegiatan tersebut tidak terlalu ketat, kecuali pada jalur kritis

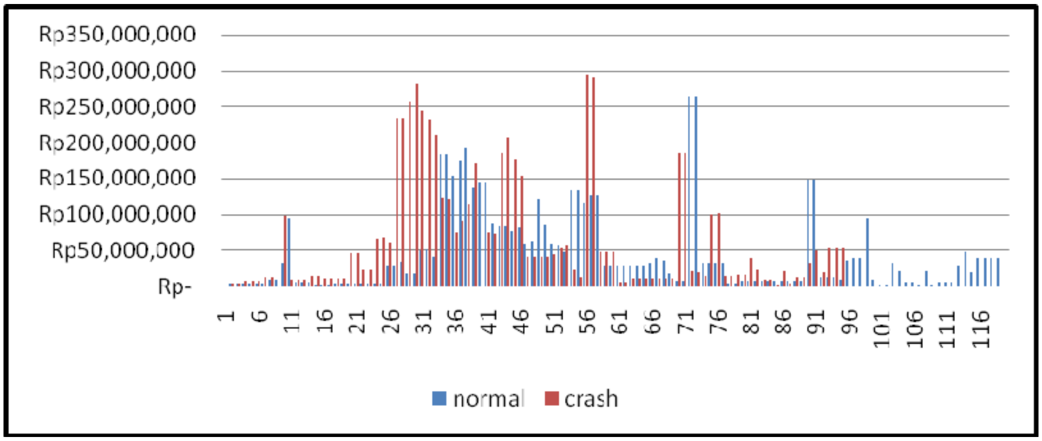


Gambar 4. Sample Gantt Chart Kegiatan Setelah Percepatan



Gambar 5. Kurva S Perbandingan Kegiatan Normal dan Setelah Dilakukan Percepatan

Peningkatan kebutuhan biaya dapat dilihat dalam Gambar 5 yang memperlihatkan kurva S kebutuhan biaya kumulatif tiap harinya. Penyelesaian proyek dengan menerapkan metode *crashing* penambahan jam kerja selesai 24 hari lebih cepat daripada kegiatan normal, namun total biaya yang dibutuhkan mempunyai selisih yang cukup besar pula yakni Rp 870.701.482,- penjadwalan biaya harian dari waktu normal maupun waktu yang telah mengalami percepatan dari proyek pembangunan komplek gedung serbaguna Kabupaten Gunung Kidul ini dapat dilihat pada Gambar 6. Biaya harian proyek normal yang paling tinggi adalah pada hari ke-72 yakni lebih dari Rp 250.000.000,- sedangkan pada perencanaan dengan percepatan kegiatan dengan penambahan jam kerja/lembur biaya harian yang paling tinggi mencapai Rp300.000.00,- pada hari ke-56.



Gambar 6. Bar Chart Pengeluaran Biaya Tiap Hari untuk Kegiatan Normal dan Setelah Dilakukan Percepatan

KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Berdasarkan Analisis Data dan Pembahasan dapat disimpulkan beberapa hal yaitu:

1. Proyek pembangunan gedung serba guna Kabupaten Gunung Kidul Tahap yang pertama secara normal akan selesai 120 hari melebihi batas waktu yang ditentukan pemerintah daerah Kabupaten Gunung Kidul yakni 100 hari, dengan total biaya mencapai Rp 5.358.887.385,-
2. Guna memenuhi target durasi pembangunan pemerintah daerah, dilakukan percepatan dengan menambah jam kerja/lembur selama 4 jam tiap hari kerja dan proyek dapat diselesaikan dalam waktu 96 hari dengan total biaya mencapai Rp6.2202.286.867,-

Saran

Beberapa saran yang dapat dianjurkan untuk penelitian selanjutnya:

1. Data yang digunakan lebih baik apabila diolah lebih ringkas terlebih dahulu sesuai dengan urutan kegiatan yang ada, supaya lebih efektif dalam perhitungan dan pembuatan *Gantt Chart.*
2. Perhitungan percepatan durasi proyek untuk penelitian selanjutnya dapat menggunakan alternatif yang lebih bervariasi, tidak hanya dengan metode penambahan jam kerja/lembur.

DAFTAR PUSTAKA

Ali, Tubagus H. 1997. *Prinsip-prinsip Network Planning.* PT Gramedia Pustaka Utama. Jakarta

Anggraeni, Yulia. 2008. (Skripsi) *Perencanaan Proyek pada Industri Garmen Menggunakan Teknik CPM (Studi kasus Industri Garmen Didit Collection Temanggung).* Salatiga: Fakultas Sains dan Matematika Universitas Kristen Satya Wacana.

Badri, Sofwan. 1991. *Dasar-dasar Network Planning (Dasar-dasar Perencanaan Network).* Jakarta: Rineka Cipta.

Dipohusodo, Istimawan. 1996 *Manajemen Proyek & Konstruksi jilid 1.* Yogyakarta: Kanisius

Irawati, Nita. 2008. (Skripsi) *Penerapapan CPM dalam Perencanaan ProyekPembuatan Mebel (Studi Kasus Pabrik Mebel Tejo Kusumo Jati Salatiga).* Salatiga : Fakultas Sains dan Matematika Universitas Kristen Satya Wacana.

Taha, A Hamdy. 2007. *Operations Research: An Introduction 8th Edition*. Jakarta : Bina Rupa Aksara

Taylor III, Bernard W. 1998. *Introduction to Management Science (5th edition).* Jakarta: Salemba Empat.

Sajekti, Amien. 2009. *Metode Kerja Bangunan Sipil*, Yogyakarta: Graha Ilmu.

Siagian, P. 1998. *Penelitian Operasional : Teori dan Praktek.* UI-Press

Siswanto. 2007. Operation Research, jilid 1. Erlangga. Jakarta

T – 31

Pemetaan Sektor Transportasi Di Provinsi Maluku Dengan Menggunakan Analisis Klaster

Henry Junus Wattimanela
Jurusan Matematika, Universitas Pattimura Ambon
e-mail: wattimanela@yahoo.com

Abstrak

Tujuan penelitian adalah untuk membantu pemerintah daerah Provinsi Maluku dalam menetapkan prioritas pembangunan yang berbasis kepulauan. Analisis yang ditekankan dalam penelitian ini adalah yang berkaitan dengan potensi wilayah, yaitu potensi kecamatan dan gugus kepulauan serta pengklasifikasian wilayah menurut kemiripan potensi dan permasalahannya. Metode yang digunakan dalam penelitian ini mencakup kajian pustaka (khususnya renstra pemda) dan penggalian data sekunder dari sensus/survey yang dilakukan oleh BPS (data PODES). Penelitian ini dikerjakan pada 3 gugus pulau (dari 12 gugus pulau) di Maluku yaitu Gugus Pulau Ambon dan PP Lease, Seram Bagian Barat, dan Seram Bagian Selatan. Selanjutnya penelitian ini memberikan alternatif pembentukan gugus pulau yang lain berdasarkan sektor transportasi dengan menggunakan analisis klaster dan membuat pemetaan (mapping) kecamatan/gugus pulaunya.

Kata kunci : analisis klaster, gugus pulau, pemetaan, potensi, sektor transportasi.

Abstract

The aim of this research is to help local government of Maluku in deciding the development priority of archipelago basis. The data analysis that emphasized is correlated with potentials of regions; they are district potency, group of archipelago potency and region classification accordance with the similarity of potency and its problem. The method used in this research is covered review of literature (especially the strategy planning of local government) and digging secondary data from survey from BPPS (PODES data). This research has done on three (3) group of islands (from 12 group of islands) in Maluku, they are Ambon island and Lease islands, West Seram, and South Seram. Furthermore, this study give alternative way to form other group of islands by using cluster analysis and mapping district/group of island accordance to the potency of transportation sector.

Keywords: cluster analysis, island group, mapping, potency, transportation sector

1. Pendahuluan

1.1. Latar Belakang

Pemerintah Daerah Maluku pada tanggal 10 Agustus 2005 bersama-sama dengan 6 Provinsi lainnya di Indonesia yang memiliki karakteristik kepulauan, telah mendeklarasikan diri sebagai Provinsi Kepulauan. Keenam propinsi tersebut antara lain Provinsi Maluku Utara, Kepulauan Riau, Sulawesi Utara, Kepulauan Bangka Belitung, Nusa Tenggara Barat dan Nusa Tenggara Timur. Deklarasi ini sangat penting karena provinsi kepulauan harus memperoleh perhatian yang lebih besar dari Pemerintah Pusat, baik yang berkaitan dengan pendanaan maupun pendekatan pembangunannya. Khususnya di Provinsi Maluku, yang terdiri dari 92,4 % wilayah laut dan 7,6 % darat, telah mencanangkan pembangunan dengan pendekatan gugus pulau sejak tahun 1991 s/d 2005. Pada saat itu terdiri dari 8 gugus pulau, dan sejak tahun 1999 Provinsi Maluku dimekarkan menjadi 2 provinsi, dimana 2 gugus pulau masuk ke Provinsi Maluku Utara. Pembagian gugus pulau tersebut didasarkan pada pertimbangan kesamaan ekosistem, sosial budaya, transportasi dan potensi sumber daya alam. Sejak tahun 2005 Provinsi Maluku telah dikembangkan menjadi 12 gugus pulau berdasarkan kedekatan geografi, persamaan perekonomian, sumber daya alam dan kecenderungan orientasi. Setiap gugus pulau dari 12 gugus pulau ini mencakup beberapa kecamatan. Gugus pulau ini tidak identik dengan pembagian wilayah kabupaten/kota. karena jumlah kabupaten kota di Provinsi Maluku sebanyak 11 kabupaten/kota. Oleh karena itu terdapat kecamatan dalam satu kabupaten/kota yang berada di gugus pulau berbeda. Dalam Renstra Provinsi Maluku disebutkan bahwa pendekatan pembangunan mengedepankan kemampuan profesionalisme dalam memahami dan menguasai karakteristik serta potensi wilayah untuk kebutuhan riil melalui penetapan skala prioritas pembangunan dalam rangka mewujudkan kemandirian.Analisis terhadap karakteristik dan potensi ke 12 gugus pulau ini sampai saat ini belum pernah dilakukan karena keterbatasan data dan informasi. Untuk mensukseskan perubahan paradigma baru dalam pembangunan di Provinsi Maluku, perlu sebuah penelitian kajian dan analisis mengenai potensi wilayah dengan berbasis kepulauan di Provinsi Maluku sehingga dapat mempermudah pihak pemerintah daerah Provinsi Maluku dalam menentukan skala prioritas kebijakan bagi pembangunan dan pengembangan daerah ke depan. Pada penelitian ini hanya difokuskan pada 3 gugus pulau dari 12 gugus pulau yang ada di Provinsi Maluku.

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Ketiga gugus pulau itu adalah Gugus Pulau Ambon dan PP. Lease (terdiri atas 10 kecamatan), Gugus Pulau Seram Bagian Barat (terdiri atas 4 kecamatan), dan Gugus Pulau Seram Bagian Selatan (terdiri atas 5 kecamatan). Jumlah desa keseluruhan dari total 19 kecamataan adalah 230 desa.

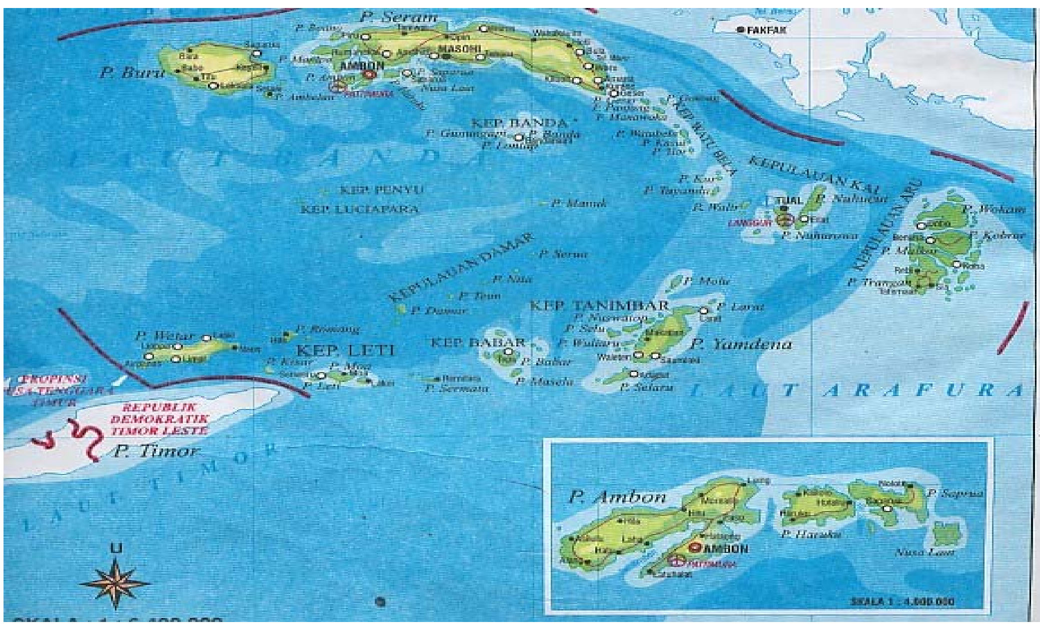
1.2. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian adalah untuk membantu pemerintah daerah Provinsi Maluku dalam menetapkan prioritas pembangunan yang berbasis kepulauan. Melalui penelitian ini akan diperoleh sistem basis data wilayah dan hasil analisis terhadap data yang terkumpul. Analisis yang ditekankan dalam penelitian ini adalah yang berkaitan dengan potensi wilayah, yaitu potensi kecamatan dan gugus kepulauan serta pengklasifikasian wilayah menurut kemiripan potensi dan permasalahannya. Atas dasar analisis potensi wilayah ini, selanjutnya akan djadikan bahan rekomendasi bagi pemerintah daerah dalam menetapkan prioritas pembangunan sesuai dengan potensi dan masalahnya. Beberapa tujuan khusus yang akan dicapai dalam penelitian ini adalah mengkaji karakteristik dan potensi wilayah gugus kepulauan di Maluku, menganalisis pembentukan gugus pulau yang ada dan memberikan alternatif pembentukan gugus pulau yang lain berdasarkan beberapa sektor pembangunan, membentuk *mapping* kecamatan/gugus pulau menurut potensi dan karakteristik, dan memberikan masukan kepada pemerintah daerah terhadap pendekatan pembangunan berdasarkan gugus pulau.

1.3. Deskripsi Singkat Provinsi Maluku

Provinsi Maluku merupakan Provinsi Kepulauan yang terdiri dari 1.412 pulau besar dan kecil. Beberapa pulau besar di provinsi Maluku diantaranya pulau Seram (18.625 km^2), pulau Buru (9.000 km^2), pulau Yamdena (5.085 km^2), dan pulau Wetar

(3.624 km^2). Secara geografis Provinsi Maluku dibatasi oleh Provinsi Maluku Utara di sebelah utara; di sebelah timur dengan provinsi Papua dan Papua Barat; di sebelah barat dengan provinsi Sulawesi Tengah dan Sulawesi Tenggara; dan di sebelah selatan dengan provinsi Nusa Tenggara Timur; Negara Timor Leste, dan Australia. Dari sisi astronomis, Provinsi Maluku terletak antara $3^0 – 8{,}3^0$ LS dan $125{,}45^0 – 135^0$ BT dengan luas wilayah 712.476,69 km^2, dimana 658.294,69 km^2 (92,4%) terdiri atas lautan dan 54.185 km^2 (7,6%) terdiri atas daratan. Hal ini dapat diperlihatkan dengan Gambar 1 berikut.



Gambar 1. Peta Provinsi Maluku

Wilayah kepulauan Maluku dipengaruhi oleh iklim tropis dan iklim Muzon, di mana iklim ini sangat dipengaruhi oleh lautannya. Suhu rata-rata tahun 2004 adalah $25{,}28^0$ C dengan suhu maksimum $30{,}53^0$ C, suhu minimum $19{,}68^0$ C. Rata-rata kelembaban nisbi udara 77,39%; dan rata-rata jumlah hari hujan adalah 12,50 hari per bulan (diolah dari Maluku dalam Angka 2009, BPS Maluku). Provinsi Maluku terdiri atas 9(sembilan) Kabupaten dan 2(dua) kota dengan jumlah 73 Kecamatan dan jumlah

Desa / Kelurahan definitif sebanyak 906 terdiri dari 873 desa dan 33 kelurahan. Jumlah Desa/Kelurahan terbanyak berturut-turut adalah Kabupaten Maluku Tengah 173 Desa/Kelurahan terdiri dari 167 Desa dan 6 Kelurahan dari 14 Kecamatan, Kabupaten Kepulauan Aru 119 Desa /elurahan terdiri dari 117 Desa dan 2 Kelurahan dari 7 Kecamatan, Kabupaten Maluku Barat Daya 117 Desa/Kelurahan dari 8 Kecamatan, Kabupaten Seram Bagian Barat 89 Desa Kelurahan dari 4 Kecamatan, Kabupaten Maluku Tenggara 87 Desa / Kelurahan yang terdiri dari 86 Desa dan 1 Kelurahan dari 6 Kecamatan, Kabupaten Maluku Tenggara Barat 71 Desa/Kelurahan dari 9 Kecamatan, Kabupaten Seram Bagian Timur 62 Desa/Kelurahan dari 6 Kecamatan, Kabupaten Buru Selatan 55 Desa/Kelurahan dari 5 Kecamatan, Kabupaten Buru 54 Desa/Kelurahan dari 5 Kecamatan, Kota Ambon 50 Desa/Kelurahan terdiri dari 30 Desa dan 20 Kelurahan dari 5 Kecamatan, dan Kota Tual 29 Desa / Kelurahan terdiri dari 26 Desa dan 3 Kelurahan dari 4 Kecamatan. Jumlah penduduk sekitar 1,4 juta mendiami wilayah seluas 54.185 Km2, dengan kepadatan penduduk pada tahun 2008 sekitar 27 orang per km2. Secara umum Provinsi Maluku masih dikatakan sebagai daerah yang jarang penduduknya, namun untuk daerah Kota Ambon angka kepadatannya tertinggi yaitu mencapai 746 orang tiap Km2 dan kepadatan terendah adalah Kabupaten Maluku Tenggara Barat yaitu 9 orang tiap Km2. Jumlah penduduk Provinsi Maluku berdasarkan hasil Sensus tahun 2000 mencapai 1.200.067 jiwa. Jumlah ini meningkat dari tahun ke tahun. Sesuai hasil proyeksi penduduk tahun 2006 - 2008, jumlah penduduk Maluku mencapai 1.384.585, naik menjadi 1.420.433 jiwa dan tahun 2008 menjadi 1.440.014 jiwa. Selanjutnya bila dilihat menurut Kabupaten/Kota pada tahun 2008 berdasarkan jumlah penduduk yang tersebar dari 8 Kabupaten/Kota, nampak bahwa kota Ambon pertambahan penduduknya cukup besar. Laju pertumbuhan penduduk Maluku meningkat pada periode 2000 – 2008 dibanding periode 1990 - 2000. Hal ini karena kondisi keamanan di daerah ini sudah mulai kondusif mengakibatkan arus masuk penduduk menjadi bertambah. Angka pertumbuhan penduduk antara 11 Kabupaten/Kota sangat bervariasi. Dengan adanya pemekaran Kabupaten/Kota hanya Kota Ambon saja yang laju pertumbuhan penduduknya meningkat dalam periode 2000 – 2008 sebesar 3,95 persen. Penyebaran penduduk di Provinsi Maluku sangat tidak merata. Berdasarkan hasil Proyeksi Penduduk 2008 persentase penduduk Kabupaten Maluku Tengah tercatat lebih tinggi dibanding Kabupaten yang lain yaitu 25,62 persen sementara Kabupaten Buru Selatan hanya mencapai 3,23 persen.

1.4. Pembentukan Gugus Pulau

Pembentukan gugus pulau pada Provinsi Maluku didasarkan atas kesamaan ekosistem, sosial budaya (kependudukan), transportasi, potensi sumber daya alam, dan perekonomian. Selanjutnya dilakukan pengkajian analisis struktur tata ruang wilayah. Kajian analisis struktur tata ruang wilayah secara umum merupakan uraian analisis perkembangan wilayah berdasarkan hirarki pusat pelayanan, fungsi dan jangkauan pelayanan serta sistem transportasi. Pada prinsipnya suatu wilayah berkembang secara ekonomi dicirikan oleh tingkat aksesibilitas masyarakat di dalam pemanfaatan sumberdaya-sumberdaya ekonomi yang dapat digambarkan baik secara fisik maupun non fisik. Metode analisis yang digunakan adalah analisis skalogram, dimana metode skalogram digunakan untuk menentukan peringkat pemukiman atau wilayah. Asumsi yang digunakan adalah bahwa wilayah yang memiliki rangking tertinggi adalah lokasi yang dapat ditentukan prioritas pengadaan sarana dan prasarana di setiap unit wilayah yang dianalisis indikator yang digunakan dalam analisis skalogram adalah jumlah penduduk, jumlah etnis, jumlah unit serta kualitas fasilitas pelayanan yang dimiliki masing-masing kecamatan dalam provinsi ini. Keterkaitan wilayah Provinsi Maluku secara internal diwujudkan dalam pola interaksi antar pusat-pusat pertumbuhan dan pemukiman di wilayah yang memiliki hirarki/jenjang sehingga membentuk struktur tata ruang wilayah. Pada lingkup struktur tata ruang wilayah provinsi yang terdiri dari dua belas gugus pulau, masing-masing gugus pulau akan memiliki pusat pengembangan wilayah atau kota yang dijadikan orientasi bagi kota-kota lainnya yang hirarkinya lebih rendah. Pada umumnya pusat-pusat pelayanan ini merupakan ibukota kabupaten (Laporan Fakta Analisis: Penyusunan Rencana Tata Ruang Wilayah Provinsi Maluku 2005).

1.5. Analisis Klaster

Statistika sebagai suatu cabang ilmu menyediakan berbagai alat untuk melakukan analisis yang bertujuan untuk mengklasikasikan individu-individu menjadi beberapa kelompok (cluster) yang memiliki ciri yang serupa. Teknik analisis tersebut banyak dikenal dengan analisis/metode klaster (Johnson dkk, 1998). Johnson dan Wichern (2002) memberikan suatu algoritma penggerombolan berhirarki dengan penggabungan sebagai berikut: diawali dengan n klaster, dimana setiap objek amatan dianggap sebagai suatu klaster. Jarak antar klaster diukur dengan jarak Euclid atau jarak Mahalanlobis, sehingga diperoleh matriks simetris jarak berukuran n x n. Kemudian dua objek amatan dengan jarak terpendek digabung menjadi satu klaster baru. Jarak antara klaster baru dengan klaster lain dihitung kembali. Ulangi langkah tersebut sebanyak (n-1) kali sehingga semua objek amatan tergabung dalam suatu klaster. Adenberg (1973) menjelaskan bahwa terdapat beberapa metode klaster yang dapat dikelompokan berdasarkan algoritma proses yang dilakukan, yakni teknik yang

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

berdasarkan ukuran jarak klaster. Dalam analisis klaster berhirarki dikenal beberapa metode yang digunakan untuk melakukan klaster (Adenberg,1973), yaitu:

a. Metode Pautan Tunggal (*single linkage*). Metode ini menggabungkan klaster berdasarkan jarak terpendek antar klaster. Jarak antara dua klaster didefinisikan sebagai berikut: $d_{(i,j)k} = \min\{d_{ik}, d_{jk}\}$

b. Metode Pautan Lengkap (*complete linkage*). Metode ini menggabungkan klaster berdasarkan jarak terpanjang antara klaster. Jarak antara dua klaster didefinisikan sebagai berikut: $d_{(i,j)k} = maks\{d_{ik}, d_{jk}\}$

c. Metode Pautan Rataan (*average linkage*). Metode Pautan rataan ini menggabungkan klaster dengan cara menghitung jarak antara rata-rata pasangan seluruh anggota klaster. Jarak antara dua klaster didefinisikan sebagai berikut: $d_{(i,j)k} = \dfrac{n_i d_{ij} + n_j d_{jk}}{n_i + n_j}$. Dimana n_i adalah banyaknya objek amatan pada klaster ke-*i* dan n_j adalah banyaknya objek amatan pada klaster ke-*j*.

d. Metode Terpusat (*centroid linkage*). Metode ini menghitung jarak antara dua klaster sebagai jarak antara rataan dari semua objek amatan dalam suatu klaster dengan klaster lain. Jarak antara dua klaster didefinisikan sebagai berikut:

$$d_{(i,j)k} = \frac{n_i}{n_i + n_j} d_{ij} + \frac{n_j}{n_i + n_j} d_{jk} - \frac{n_i n_j}{(n_i + n_j)^2} d_{ij},$$

dimana n_i adalah banyaknya objek amatan pada klaster ke-*i* dan n_j adalah banyaknya objek amatan pada klaster ke-*j*.

e. Metode Ward (*Ward's method*). Metode Ward didasarkan pada kriteria jumlah kuadrat kesalahan dimana ukuran kehomogenan antara dua objek didasarkan pada jumlah kuadrat kesalahan yang paling minimal. Jarak antara dua klaster didefinisikan sebagai berikut:

$$d_{(i,j)k} = \frac{n_k + n_i}{n_k + n_{ij}} d_{ik} + \frac{n_k + n_j}{n_{ki} + n_{ij}} d_{jk} - \frac{n_k}{n_{ki} + n_{ij}} d_{ij},$$

dimana n_i adalah banyaknya objek amatan pada klaster ke-*i*, n_j adalah banyaknya objek amatan pada klaster ke-*j*, n_k adalah banyaknya objek amatan pada klaster ke-*k*, dan $n_{ij} = n_i + n_j$

Dengan demikian, secara umum ukuran jarak di atas dapat ditulis sebagai berikut:

$$d_{(i,j)k} = \alpha_i d_{ik} + \alpha_j d_{jk} + \beta d_{ij} + \delta \left| d_{ik} - d_{jk} \right|,$$

dengan nilai koefisien $\alpha_i, \alpha_j \beta, \delta$ untuk masing-masing metode adalah :

a. Metode Pautan Tunggal : $\alpha_i = \alpha_j = \frac{1}{2},\ \beta = 0,\ \delta = -\frac{1}{2}$

b. Metode Pautan Lengkap : $\alpha_i = \alpha_j = \frac{1}{2},\ \beta = 0,\ \delta = \frac{1}{2}$

c. Metode Pautan Rataan : $\alpha_i = \frac{n_i}{n_i + n_j}, \alpha_j = \frac{n_j}{n_i + n_j}, \beta = \delta = 0$

d. Metode Terpusat : $\alpha_i = \frac{n_i}{n_i + n_j}, \alpha_j = \frac{n_j}{n_i + n_j}, \beta = -\alpha_i \alpha_j,\ \delta = 0$

e. Metode Ward : $\alpha_i = \frac{n_k + n_i}{n_k + n_{ij}}, \alpha_j = \frac{n_k + n_j}{n_{ki} + n_{ij}}, \beta = -\frac{n_k}{n_{ki} + n_{ij}},\ \delta = 0$

Teknik klaster berhirarki secara implisit merupakan konsep jarak antara suatu objek dengan suatu kelompok dan jarak antara suatu kelompok dengan kelompok lain (Morrison, 1990; Chatfield dkk, 1980). Ukuran jarak yang biasa digunakan adalah jarak Euclides dan jarak Mahalanobis (Wulder, 2002). Untuk menentukan metode klaster apa

 ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

saja yang seharusnya digunakan tergantung pada sebaran data, banyaknya pengamatan berpengaruh pada pencilan dalam data, dan pengelompokan secara alami yang ditunjukan dalam data (Lebart dkk, 1984; Cherkassky, dkk, 1998). Namun demikian berdasarkan hasil dari berbagai studi tentang teknik aplikasi metode klaster (Stockburger, 1998; Karson, 1982) dapat dipertimbangkan beberapa hal sebagai berikut: Metode klaster berhirarki lemah dalam proses pengelompokannya, untuk itu pengamatan yang terbentuk dalam suatu kelompok kadang-kadang lebih sulit dikelompokan dengan kelompok yang baru. Hal ini merupakan masalah dalam klaster. Secara umum, metode pautan tunggal lebih lemah dari metode pautan lengkap.

1. Dibandingkan dengan pautan tunggal, metode pautan lengkap kurang terpengaruh oleh adanya amatan berpengaruh atau pencilan.
2. Metode pautan lengkap diterapkan pada penggerombolan yang masing-masing kelompoknya relatif mirip.
3. Metode Ward ditunjukan untuk memperoleh cluster-cluster yang memiliki bentuk dan ukuran yang sama.

2. Metode

Metode penelitian yang diterapkan pada penelitian ini secara rinci dapat dijelaskan sebagai berikut:

1. Kajian literatur: pada tahapan ini dilakukan penelusuran dan kajian literatur terhadap berbagai sumber data maupun dokumen, baik itu dari Data Potensi Desa (Podes) dari Badan Pusat Statistik, data dari Laporan Fakta Analisis Penyusunan Tata Ruang Wilayah Provinsi Maluku tahun 2005 dan Rencana Strategis (Renstra) Pemerintah

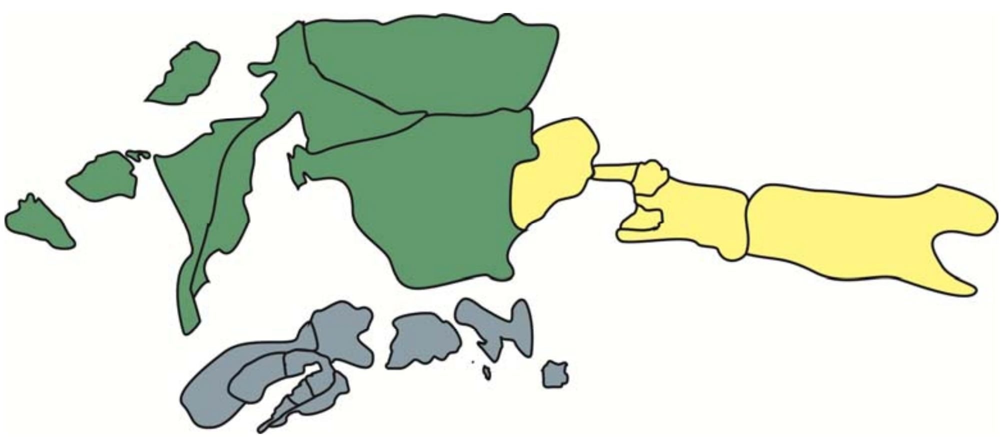
Daerah Provinsi Maluku tahun 2003-2008 serta data-data lain yang berkaitan dengan penelitian ini.

2. Penetapan sumber data: berdasarkan kajian literatur yang dilaksanakan, maka ditetapkan variabel apa saja yang akan menjadi sumber data untuk dianalisis. Sebelumnya dipelajari mengenai mekanisme pengumpulan data dan struktur data.
3. Penyusunan instrumen/kuesioner
4. Pengumpulan data
5. Koding dan data *entry*
6. Eksplorasi data: Analisis Deskriptif terhadap gugus pulau. Pada penelitian ini dilakukan analisis deskriptif terhadap potensi wilayah berdasarkan pendekatan pembangunan berbasis gugus pulau yang telah ditetapkan oleh Pemda Provinsi Maluku. Data yang digunakan adalah data sekunder dan data yang diperoleh pada saat dilaksanakan penelitian (data primer).
7. Verifikasi data: pada tahapan ini dilakukan verifikasi terhadap data yang telah ditetapkan dan digunakan pada pelaksanaan penelitian. Hal ini dilakukan untuk mengantisipasi perubahan kebijakan Pemda Provinsi Maluku yang terjadi pada saat penelitian dilaksanakan, misalnya, terjadi pemekaran wilayah kecamatan pada suatu kabupaten/kota. Dalam rangka menjamin aktualisasi data yang digunakan sehingga hasil penelitian yang diperoleh dapat lebih maksimal dan bermanfaat.
8. Klasifikasi gugus pulau alternatif: dengan menggunakan analisis klaster (*cluster analysis*) akan dibuat alternatif gugus pulau berdasarkan sektor-sektor pembangunan yang berbasis kecamatan.
9. Pemetaan berdasarkan sektor pembangunan berbasis kecamatan: hasil yang didapat pada tahap sebelumnya akan diterjemahkan atau ditampilkan dalam bentuk grafis

berupa pemetaan berdasarkan hasil kajian dengan analisis cluster untuk setiap sektor pembangunan.

3. Hasil dan Diskusi

Pada penelitian ini hanya difokuskan pada 3 gugus pulau dari 12 gugus pulau yang ada di Provinsi Maluku. Ketiga gugus pulau itu adalah Gugus Pulau Ambon dan PP. Lease (terdiri atas 10 kecamatan), Gugus Pulau Seram Bagian Barat (terdiri atas 4 kecamatan), dan Gugus Pulau Seram Bagian Selatan (terdiri atas 5 kecamatan). Jumlah desa keseluruhan dari total 19 kecamataan adalah 230 desa. Peta gugus pulau dan kecamatan yang menjadi fokus penelitian dapat diperlihatkan dengan Gambar 2 berikut ini.



Gambar 2. Peta Gugus Pulau dan Kecamatan

Warna pada Gambar 2 untuk membedakan tiga gugus pulau dengan perincian warna biru untuk Gugus Pulau Ambon dan PP. Lease, warna kuning untuk Gugus Pulau Seram Bagian Selatan, dan warna hijau untuk Gugus Pulau Seram Bagian Barat. Kemudian keterangan peta gugus pulau dan masing-masing kecamatannya dapat diberikan dengan menggunakan Tabel 1 berikut ini.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3

Tabel 1. Keterangan Peta

No	Gugus Pulau Ambon dan P.P. Lease	Gugus Pulau Seram Bagian Barat	Gugus Pulau Seram Bagian Selatan
1	Kec. Nusaniwe	Kec. Huamual Belakang	Kec. Tehoru
2	Kec. Leitimur Selatan	Kec. Seram Barat	Kec. Amahai
3	Kec. Leihitu	Kec. Taniwel	Kec. TNS
4	Kec. Sirimau	Kec. Kairatu	Kec. Kota Masohi
5	Kec. Baguala		Kec. Teluk Elpaputih
6	Kec. Teluk Ambon		
7	Kec. Salahutu		
8	Kec. Haruku		
9	Kec. Saparua		
10	Kec. Nusalaut		

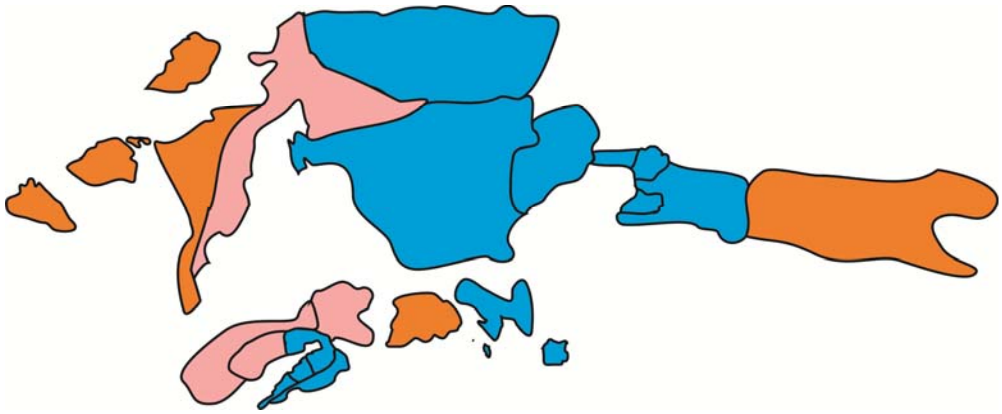
Dalam penelitian ini pada awalnya ditetapkan 77 variabel penentu namun setelah melalui proses pengolahan data ternyata hanya 45 variabel penentu yang digunakan sedangkan sebanyak 32 variabel sisanya diabaikan/dihapus karena variansinya kecil/homogen sehingga akan mengakibatkan kesulitan membedakan antara kecamatan. Variabel penentu sebanyak 77 ini berdasarkan kuisioner yang digunakan saat survei dan wawancara dalam penelitian ini. Variabel penentu ini kemudian dipilah dan ditetapkan ke dalam beberapa bagian penting yang berkaitan dengan tujuan penelitian. Kemudian karena penelitian ini difokuskan pada sektor transportasi yang digunakan masyarakat dalam memenuhi kebutuhan sehari-hari maka variabel penentu yang digunakan adalah variabel yang menjelaskan prosentase lalu lintas dari dan ke desa melalui darat (Y65), prosentase lalu lintas dari dan ke desa melalui air (Y66), prosentase lalu lintas dari dan ke desa melalui darat & air (Y67), prosentase desa yang dapat dilalui kendaraan roda 4 sepanjang tahun per kecamatan (Y68), rata-rata jarak dari desa ke ibukota kecamatan (Y69), dan rata-rata waktu tempuh dari desa ke ibukota kecamatan (Y70). Kemudian data diolah dengan menggunakan *software* SPSS Versi 15.0 dan *MS Excel* 2007. Setelah melalui pengolahan data dengan *software* ternyata sektor transportasi pada 3 gugus pulau ini dengan 19 kecamatan yang ada terbagi atas 3 Klaster. Klaster pertama terdiri atas 3 kecamatan yaitu Kecamatan Huamual Belakang, Haruku, dan Tehoru. Klaster kedua terdiri atas 4 kecamatan yaitu Kecamatan Seram Bagian Barat, Leihitu, Salahutu, dan Teluk Ambon. Sedangkan Klaster ketiga terdiri atas 12 kecamatan yaitu Kecamatan Kairatu, Taniwel, Saparua, Nusalaut, Sirimau, Nusaniwe, Baguala, Leitimur Selatan, Kota Masohi, Amahai, TNS, Teluk Elpa Putih. Hasil ini dapat diperlihatkan lebih baik lagi klasternya dengan menggunakan Tabel 2 berikut.

Tabel 2. Klaster Sektor Transportasi

Kecamatan	Klaster	Y65	Y66	Y67	Y68	Y69	Y70
Huamual Belakang	1	07,14	00,00	92,86	07,14	54,62	106,92
Haruku	1	00,00	09,09	90,91	00,00	19,29	41,82
Tehoru	1	11,11	00,00	88,89	11,11	31,09	116,64
Seram Bagian Barat	2	25,00	00,00	75,00	100,00	24,70	39,00
Leihitu	2	31,25	00,00	68,75	100,00	28,88	38,13
Salahutu	2	00,00	00,00	100,00	100,00	05,83	10,83
Teluk Ambon	2	42,86	00,00	57,14	100,00	05,00	10,71
Kairatu	3	31,03	03,45	13,79	65,52	34,13	62,50
Taniwel	3	100,00	00,00	00,00	85,29	21,25	48,41
Saparua	3	76,47	05,88	11,76	88,24	07,35	22,94
Nusalaut	3	57,14	28,57	14,29	57,14	04,57	25,00
Sirimau	3	92,86	00,00	07,14	100,00	03,09	13,21
Nusaniwe	3	100,00	00,00	00,00	100,00	04,10	13,50
Baguala	3	100,00	00,00	00,00	100,00	03,00	13,29
Leitimur	3	100,00	00,00	00,00	100,00	10,50	30,00
Kota Masohi	3	80,00	00,00	20,00	100,00	01,40	05,00
Amahai	3	90,91	00,00	09,09	100,00	15,33	26,18
TNS	3	100,00	00,00	00,00	100,00	04,00	03,72
Teluk Elpaputih	3	100,00	00,00	00,00	100,00	07,00	18,57

Kemudian hasil dari Tabel 2 ini dapat dipetakan dengan menggunakan Gambar 3 berikut ini.

ISBN : 978 – 979 – 16353 – 6 – 3



Gambar 3. Pemetaan Sektor Transportasi

Warna pada Gambar 3 untuk membedakan tiga klaster yang terbentuk dengan perincian warna orange untuk Klaster 1, warna merah muda untuk Klaster 2, dan warna biru untuk Klaster 3. Kemudian rata-rata dari Klaster 1 untuk variabel Y67 memiliki nilai tertinggi sedangkan terendah pada variabel Y66, klaster 2 memiliki nilai tertinggi pada variabel Y68 dan nilai terendah pada variabel Y66, dan klaster 3 memiliki nilai tertinggi pada variabel Y68 dan nilai terendah pada variabel Y66. Selanjutnya secara terperinci dapat diperlihatkan dengan menggunakan Tabel 3 berikut ini.

Tabel 3. Rata-rata klaster Sarana Transportasi

Klaster	Y65	Y66	Y67	Y68	Y69	Y70
1	06,08	03,03	90,89	06,08	35,00	88,46
2	24,78	00,00	75,22	100,00	16,10	24,67
3	85,70	03,16	06,34	91,35	09,64	23,53

Berdasarkan hasil pengolahan data tersebut (Tabel 3) maka dapat diartikan bahwa kecamatan-kecamatan pada Klaster 1 memiliki kemiripan satu dengan lainnya dalam hal yang berkaitan dengan sektor transportasi. Demikian juga dengan kecamatan-

kecamatan pada Klaster 2 dan 3. Kemudian terlihat bahwa kecamatan-kecamatan yang terdapat pada Klaster 1, hampir sebagian besar transportasi antar desa dapat ditempuh melalui darat dan air. Jadi ada desa yang tidak dapat ditempuh melalui darat tetapi harus melalui air, demikian sebaliknya. Hal ini juga berlaku bagi daerah pada kecamatan-kecamatan Klaster 3. Transportasi antar desa yang dapat ditempuh melalui darat lebih dominan dibandingkan dengan yang melalui air pada kecamatan-kecamatan Klaster ini. Sedangkan pada klaster 2, transportasi antar desa cukup ditempuh melalui darat. Pada klaster 1, rata-rata waktu tempuh dari desa ke ibukota kecamatan agak bermasalah karena memerlukan waktu yang cukup besar bila dibandingkan dengan desa-desa yang berada pada kecamatan di klaster 2 dan 3. Hal ini disebabkan karena jarak dari desa ke ibukota kecamatan yang cukup besar pada klaster 1 bila dibandingkan dengan klaster 2 dan 3. Perlu diketahui bahwa rata-rata waktu tempuh dari desa ke ibukota kecamatan pada kecamatan-kecamatan klaster 3 lebih baik dari klaster 2. Pada klaster 1, desa yang dapat dilalui oleh kendaraan roda 4 sepanjang tahun sangat minim bila dibandingkan dengan kecamatan-kecamatan pada klaster 2 dan 3. Dalam hal ini kecamatan-kecamatan dalam klaster 2 lebih baik dari klaster 3.

Dengan demikian maka lalu lintas dari dan ke desa melalui darat lebih dominan bila dibandingkan melalui jalur air/laut dalam suatu kecamatan. Kemudian jarak dan waktu tempuh ke ibukota kecamatan rata-rata masih cukup jauh dan lama karena kondisi jalan dan jalur yang ada untuk menjangkau ibukota kecamatan.

4. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada bagian sebelumnya maka skala prioritas pemerintah daerah Provinsi Maluku dalam melaksanakan pembangunan daerah sektor transportasi harus lebih menitikberatkan pada transportasi darat. Hal ini disebabkan karena pembangunan jalan raya di daerah-daerah tertentu belum maksimal dan belum dapat dimanfaatkan sepenuhnya oleh masyarakat, terutama masyarakat pada daerah-daerah terpencil. Penyebabnya bukan saja karena rendahnya kualitas jalan yang dibangun tetapi menyangkut ketersediaan sarana lain seperti kendaraan dan aparat pendukung. Pada sisi lain, transportasi air/laut juga tetap harus mendapat perhatian dari pemerintah daerah dengan mengingat bahwa transportasi air/laut dibangun dan dikembangkan dalam rangka percepatan pembangunan di bidang lainnya. Dengan demikian apabila sektor transportasi mendapat perhatian pemerintah daerah Provinsi Maluku maka perkembangan ekonomi akan berkembang dan pada akhirnya dapat meningkatkan kesejahteraan rakyat.

5. Daftar Pustaka

Andenberg, M., R., 1973, *Cluster Analysis for Applications*, Air Force Systems Command Academic Press, New York

Chatfield, C., and Collins, A., J., 1980, *Introduction to Multivariate Analysis*, Chapman and Hall, New York

Cherkassky, V., and Mulier., F., 1998, *Learning From Data*: *Concepts*, *Theory and Methods*, John Wiley & Sons Inc., New York

Deklarasi Provinsi Kepulauan Se-Indonesia, 2005

Dillon and Goldstein, 1984, *Multivariate Analysis Methods and Application*, John Wiley & Sons, New York

Gnanadesikan, R., 1977, *Methods for Statistical Data Analysis of Multivariate Observations*, John Wiley & Sons Inc, New York

Johnson, R., A., and Wichren, D., W., 2002, *Applied Multivariate Statistical Analysis*, 5th Edition, Prentice Hall International Inc., New Jersey

Karson, M., J., 1982, *Multivariate Statistical Methods*, The Iowa State University Press, USA

Laporan Fakta Analisis, Penyusunan Rencana Tata Ruang Wilayah Provinsi Maluku, 2005, Bappeda Provinsi Maluku

Lebart, L., Morineau, A., & Warwick, K., M., 1984, *Multivariate Descriptive Statistical Analysis*, John Wiley & Sons, New York

Maluku Dalam Angka 2005/2006, 2006, Badan Pusat Statistika Provinsi Maluku

Morrison, 1990, *Multrivariate Statistical Methods*, McGraw Hill, Tokyo

Rencana Strategi Provinsi Maluku 2003 – 2008, 2003, Bappeda Provinsi Maluku

Sharma, S., 1996, *Applied Multivariate Techniques*, John Wiley & Sons, New York

Siswadi dan Suharjo, B., 1997, *Analisis Eksplorasi Data Peubah Ganda*, Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Institut Pertanian Bogor, Bogor

Stockburger, W., 1998, *Multivariate Statistics*: *Concepts*, *Models*, *and Applications*, http://www.psychstat.smsu.edu/multibook/mlt00.htm [16 Pebruari 2007]

Wattimanela, H.J., dkk, 2008, Analisis Potensi Berbasis Gugus Pulau di Provinsi Maluku, Lemlit Unpatti, Ambon

Wulder, M., 2002, *Multivariate Statistics*: A Practical Guide, http://www.pfc.forestry.ca/profiles/wulder/mvstats/-18k [16 Pebruari 2007]