

**TUGAS
PRESENTASI
TEORI HIMPUNAN SAMAR**

“Fuzzy Washing Machines”



Disusun oleh:

Septiana Nurohmah	(08305141002)
Ayu Azmy Amalia	(08305141016)
Sri Hanjati	(07305141073)

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA**

2011

Fuzzy Washing Machines

Mesin cuci merupakan pruduk pertama yang dilengkapi dengan *fuzzy controllers*. Sebagai contoh, dideskripsikan ide dasar dari penggunaan *fuzzy controllers* dalam aplikasi ini. Dilakukan penyederhanaan terhadap masalah pengontrolan yang sesungguhnya, dianggap bahwa hanya ada satu variabel yang dikontrol, yaitu waktu operasi dari mesin untuk setiap muatan pakaian yang diberikan. Selebihnya semua detail teknik dan implementasi diabaikan.

Pada mesin cuci konvensional waktu dari masing-masing proses pengerjaan diatur oleh pengguna. Meskipun fleksibel, namun sulit untuk menentukan waktu yang tepat, bahkan untuk pengguna yang sangat berpengalaman. Jika waktu yang diatur tidak cukup untuk suatu muatan pakaian yang diberikan, pakaian tidak akan tecucikan dengan baik. Sebaliknya, jika waktu mencuci yang diatur terlalu lama, maka akan terjadi pemborosan waktu dan energi.

Dalam mengatasi kekurangan dari mesin cuci konvensional, digunakan *fuzzy control*. Jenis mesin cuci lain yang menggunakan *fuzzy controllers* dikenal sebagai *fuzzy washing machines*. Selanjutnya akan dideskripsikan proses operasi dari *fuzzy controllers* yang sangat sederhana, dengan tujuan untuk menentukan waktu yang tepat dari mesin cuci untuk masing-masing muatan pakaian.

Waktu operasi dari mesin cuci, bergantung pada dua kondisi dari setiap muatan pakaian yang diberikan, seberapa kotor pakaian tersebut dan jenis kekotorannya. Dalam *fuzzy washing machines*, derajat kekotoran pakaian diukur oleh sensor khusus melalui derajat kejernihan air, semakin rendah tingkat kejernihan air semakin kotor pakaian tersebut. Dapun jenis kekotoran ditentukan melalui terhadap waktu yang dibutuhkan, setelah mesin mulai beroperasi hingga mencapai taraf dimana tingkat kejernihan air tidak berubah (tetap). Waktu ini disebut *saturation time* (waktu jenuh). Berbeda untuk setiap jenis kekotoran.

Sebagai contoh, waktu jenuh untuk pakaian berlumpur lebih singkat dari pakaian berminyak.

Diasumsikan bahwa derajat kekotoran (d) dihitung melalui tingkat kejernihan air, diekspresikan oleh bilangan dalam interval $[0, d_{max}]$, dimana d_{max} suatu bilangan positif yang bergantung pada satuan pengukuran yang dipilih. Diasumsikan lebih jauh bahwa *fuzzy controllers* hanya menggunakan tiga level kekotoran, yaitu *high*, *medium*, dan *low*, yang direpresentasikan oleh bilangan fuzzy berbentuk trapezoidal (gambar 10.1). Bilangan-bilangan ini merupakan pernyataan dari variabel linguistik yang merepresentasikan tingkat kekotoran, yang berdasarkan pada variabel d . Variabel linguistik ini dinotasikan sebagai D .

Diasumsikan bahwa waktu jenuh (s) diestimasi oleh tingkat peningkatan derajat kekotoran, diekspresikan oleh bilangan dalam interval $[0, s_{max}]$. Diasumsikan lebih jauh bahwa *fuzzy controllers* hanya menggunakan tiga level berbeda, yaitu *short*, *medium*, dan *long*, yang direpresentasikan oleh bilangan fuzzy berbentuk trianguler (gambar 10.2). Bilangan-bilangan ini merupakan pernyataan dari variabel linguistik yang merepresentasikan waktu jenuh, yang berdasarkan pada variabel s . Variabel linguistik ini dinotasikan sebagai S .

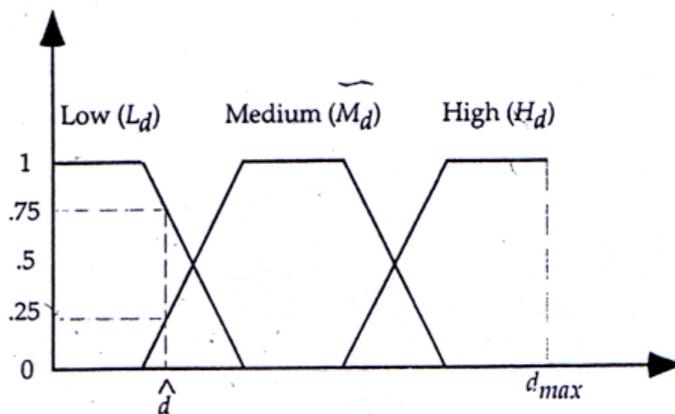


Figure 10.1 Fuzzy numbers representing three levels of dirtiness: *low* (L_d), *medium* (M_d), *high* (H_d). These are states of linguistic variable D .

Secara intuitif, waktu mencuci yang dikehendaki dapat berbentuk beberapa fungsi matematik dari derajat kekotoran dan waktu jenuh. Bagaimana pun, hampir tidak mungkin untuk menentukan fungsi secara persis. Dengan menggunakan suatu *fuzzy controller*, fungsi tersebut dapat diperkirakan dengan relatif mudah berdasarkan pada intuisi dan pengalaman manusia. Untuk itu, perlu ditentukan variabel linguistik lain yang merepresentasikan waktu mencuci yang dikehendaki, yang dinotasikan oleh T yang didasari oleh variabel t .

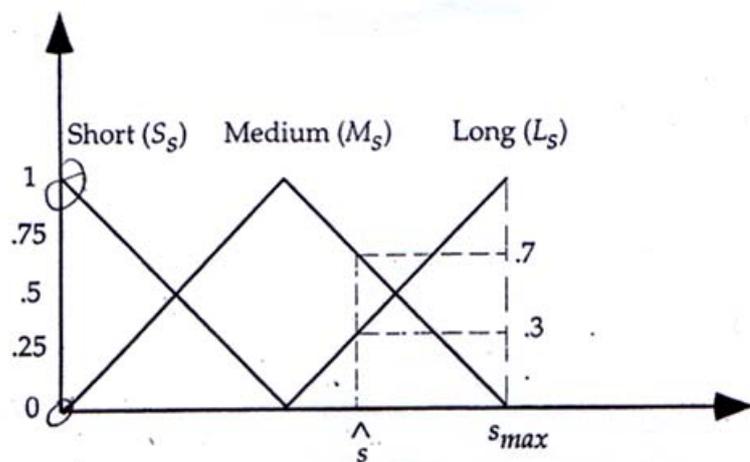


Figure 10.2 Fuzzy numbers representing *short* (S_s), *medium* (M_s), *long* (L_s) saturation time. These are states of linguistic variable s . *waktu keanjukan*

Diasumsikan bahwa $t \in [0, t_{max}]$ dan *fuzzy controller* diinginkan untuk bekerja dengan 5 karakteristik berbeda dari waktu mencuci yang dikehendaki, yang diekspresikan dalam bahasa umum sebagai: *very short*, *short*, *medium*, *long*, *very long*. Definisi yang tepat bilangan fuzzy yang merepresentasikan ekspresi linguistik ini digambarkan pada gambar 10.3.

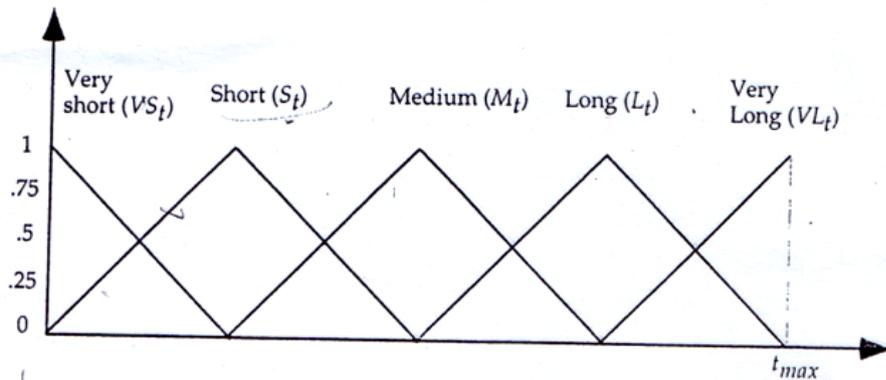


Figure 10.3 Fuzzy numbers characterizing the required washing time. These are states of linguistic variable T .

Sekarang, relatif mudah untuk merepresentasikan pemahaman dari pengalaman pengguna mesin cuci dalam bentuk proposisi fuzzy,

$$\text{jika } D = \blacksquare \text{ dan } S = \blacksquare, \text{ maka } T = \blacksquare$$

dimana, pernyataan yang tepat dari ketiga variabel linguistik ditempatkan ke dalam 4 kotak kosong untuk setiap proposisi khusus. Karena variabel D dan S masing-masing memiliki 3 pernyataan, jumlah total dari pasangan berurutan dari pernyataan-pernyataan ini adalah 9. Untuk setiap pasangan berurutan dari pernyataan-pernyataan ini, harus ditentukan pernyataan yang tepat dari variabel T , dengan menggunakan pengetahuan yang ada. Hasilnya berbentuk 9 proposisi fuzzy berbeda yang memenuhi syarat dari bentuk yang ditunjukkan di atas. Proposisi ini disebut aturan penarikan kesimpulan fuzzy atau aturan fuzzy jika-maka. Contoh dari ketiga aturan ini adalah:

$$\text{jika } D = L_d \text{ dan } S = S_s, \text{ maka } T = VS_t$$

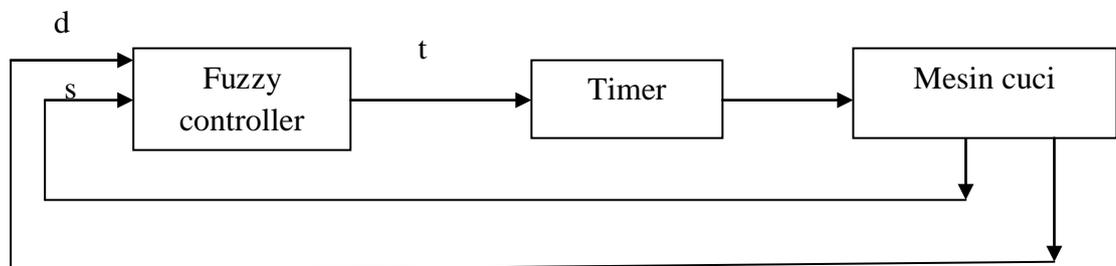
$$\text{jika } D = M_d \text{ dan } S = M_s, \text{ maka } T = M_t$$

$$\text{jika } D = H_d \text{ dan } S = L_s, \text{ maka } T = VL_t$$

		S		
	t	S_s	M_s	L_s
	L_d	VS_t	(S_t)	(M_t)
	M_d	S_t	(M_t)	(L_t)
	H_d	M_t	L_t	VL_t

Dalam setiap aturan, pernyataan-pernyataan dari D dan S disebut anteseden dan pernyataan dari T disebut konsekuen (akibat).

Cara yang tepat dalam mendefinisikan adalah matrik pada gambar 10.4. Baris pada matrik sesuai dengan pernyataan-pernyataan dari variabel D , kolom pada matrik sesuai dengan pernyataan-pernyataan dari variabel S , dan entri pada matrik merupakan pernyataan dari variabel T . Meninjau aturan penarikan kesimpulan fuzzy yang ditentukan oleh matrik tersebut sesuai dengan nalar secara umum.



Gambar 10.5. *Fuzzy control* dari waktu mencuci

Keenam aturan penarikan kesimpulan fuzzy mewakili pengetahuan atas *controller* fuzzy yang beroperasi. Pengontrol dihubungkan ke mesin cuci, sebagaimana ditunjukkan pada gambar 10.5. Untuk nilai-nilai variabel d dan s yang diberikan, *controller* menentukan nilai variabel t (waktu mencuci) yang tepat melalui langkah-langkah berikut:

1. Langkah 1

Saat nilai-nilai tertentu yang diukur dari masukan variabel d dan s diterima oleh *controller* pada suatu waktu standar, maka kecocokannya dengan anteseden yang sesuai dari seluruh aturan penarikan kesimpulan ditentukan. Nilai tertentu yang diukur dari masukan variabel d dan s dinotasikan sebagai \hat{d} dan \hat{s} . Sebagai contoh:

Apabila variabel s dan d diisi oleh suatu nilai khusus, disimbolkan dengan \hat{d} dan \hat{s} , diterima oleh *controller* dalam suatu waktu, kecocokannya dengan anteseden yang sesuai dari seluruh aturan penarikan kesimpulan telah ditentukan. Sebagai contoh:

Nilai \hat{d} yang diukur (ditunjukkan pada gambar 10.1) sesuai dengan $D = L_d, M_d, H_d$ untuk derajat 0.75, 0.25, 0 berturut-turut. Dengan cara yang sama, nilai \hat{s} yang diukur (ditunjukkan pada gambar 10.2) sesuai dengan $S = S_s, M_s, L_s$ untuk derajat 0, 0.7, 0.3 berturut-turut. Hanya aturan-aturan untuk kecocokan dari nilai yang diukur dengan kedua antesedennya bernilai positif yang digunakan untuk menentukan nilai dari variabel yang dicontrol. Aturan yang dimaksud dikenal dengan *rules that fire*.

Dalam contoh, keempat *rules which fire* diidentifikasi dalam gambar 10.4 oleh bagian yang dilingkari. Aturan-aturan ini ditunjukkan secara lebih eksplisit pada gambar 10.6, bersama dengan nilai \hat{s} dan \hat{d} yang diukur dari contoh.

2. Langkah 2

Sebuah kesimpulan dihasilkan oleh masing *rule that fires*. Untuk memahami bagaimana kesimpulan tersebut dihasilkan, perlu diketahui bahwa aturan-aturan tersebut mencoba untuk mengira-ngirakan suatu fungsi f oleh bilangan fuzzy yang sesuai, yang hampir tidak mungkin untuk ditentukan secara tepat. Pada contoh ini, fungsi tersebut berbentuk:

$$t = f(d, s)$$

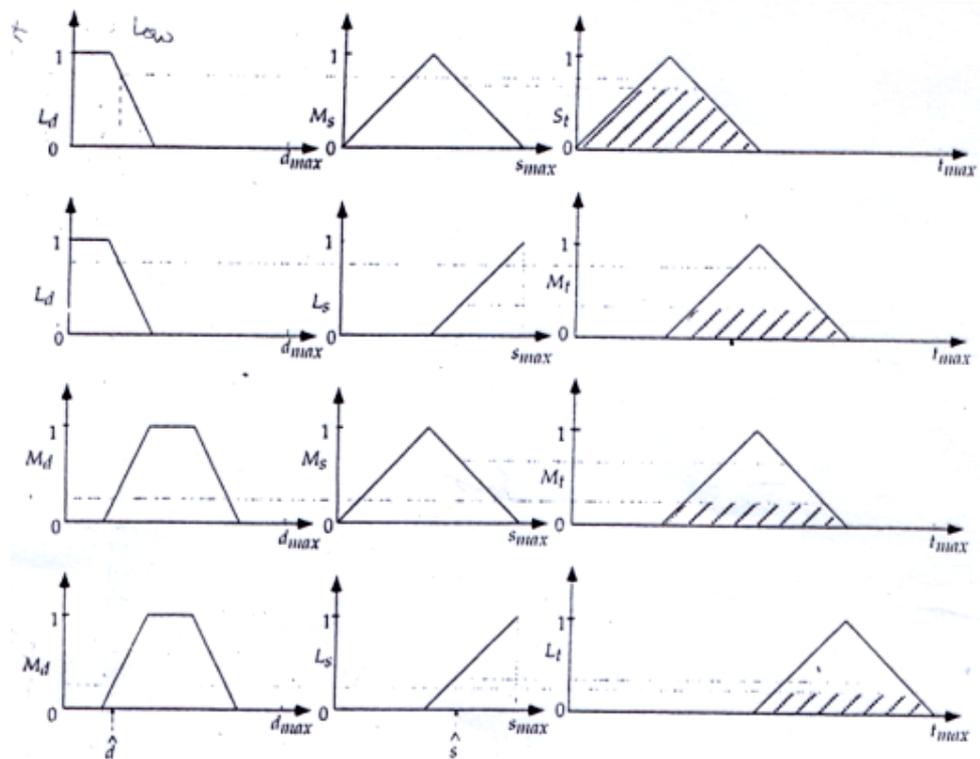


Figure 10.6 Inference rules that fire for $d = \hat{d}$ and $s = \hat{s}$.

Perkiraan dari suatu fungsi oleh bilangan fuzzy, secara implisit melibatkan prinsip perluasan. Diberikan suatu aturan penarikan kesimpulan fuzzy dengan 2 anteseden, kombinasinya adalah suatu himpunan fuzzy dalam \mathbb{R}^2 (himpunan fuzzy dimensi-2). Jika anteseden-anteseden tersebut independen (berdiri bebas), seperti pada contoh, kombinasinya ditentukan sebagai perpotongan dari perluasan-perluasan silindrisnya. Himpunan fuzzy dimensi-2 diperoleh dalam cara ini dipetakan ke dalam akibat dari aturan. Untuk setiap anteseden yang derajat kecocokannya dengan suatu perhitungan yang diberikan kurang dari 1, puncaknya dipotong oleh derajatnya. Perpotongan dari perluasan silindris dari perpotongan puncak anteseden kemudian puncaknya dipotong oleh derajat kecocokan minimumnya (diasumsikan perpotongan fuzzy standar) dan perpotongan puncak ini diturunkan dalam akibat dari aturan oleh prinsip perluasan. Prosedur ini diilustrasikan pada contoh dalam gambar 10.6. Kesimpulan

diperoleh oleh setiap kesimpulan aturan individual untuk perhitungan nilai-nilai \hat{d} dan \hat{s} adalah himpunan-himpunan fuzzy yang fungsi keanggotaannya digambarkan oleh daerah yang diarsir.

3. Langkah 3

Kesimpulan yang diberikan diperoleh dari kesimpulan aturan fuzzy individual, kesimpulan secara keseluruhan diperoleh dengan mengambil gabungan dari seluruh kesimpulan individual. Dalam contoh yang diilustrasikan pada gambar 10.6, kesimpulan secara keseluruhan adalah himpunan $C_{\hat{d},\hat{s}}$ yang fungsi keanggotaannya didefinisikan untuk setiap $x \in [0, t_{max}]$ oleh rumus:

$$C_{\hat{d},\hat{s}}(t) = \max [\min (L_d(\hat{d}), M_s(\hat{s}), VS_t(t)), \min (L_d(\hat{d}), L_s(\hat{s}), S_t(t)), \min (M_d(\hat{d}), M_s(\hat{s}), M_t(t), \min (M_d(\hat{d}), L_s(\hat{s}), L_t(t))]$$

Grafik fungsi ini ditunjukkan pada gambar 10.7

4. Langkah 4

Langkah terakhir dalam prosedur operasi dari *fuzzy controller* adalah *defuzzyfication*. Tujuannya adalah untuk mengkonversi himpunan fuzzy yang mewakili kesimpulan secara keseluruhan yang diperoleh pada langkah 3 ke dalam bilangan real, yang terkadang dirasa paling baik dalam merepresentasikan himpunan fuzzy. Meskipun terdapat beragam metode *defuzzyfication* yang masing-masing dibenarkan dalam beberapa cara, metode paling umum adalah untuk menentukan nilai untuk masing-masing daerah dalam grafik fungsi keanggotaan dibagi sama rata. Metode ini disebut metode *defuzzyfication* pusat gravitasi. Secara umum, diberikan sebuah himpunan fuzzy A yang didefinisikan dalam interval $[a_1, a_2]$, *defuzzyfication* pusat gravitasi dari A (α), didefinisikan oleh rumus:

$$\alpha = \frac{\int_{a_1}^{a_2} xA(x)dx}{\int_{a_1}^{a_2} A(x)dx}$$

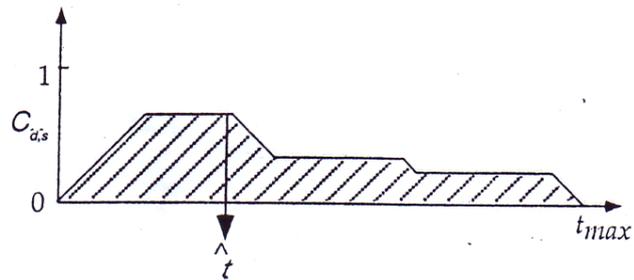


Figure 10.7 The fuzzy set which represents the overall conclusion for the measured values \hat{a} and \hat{s} and its defuzzified value \hat{t} .

Formula di atas diterapkan ke dalam contoh, diperoleh:

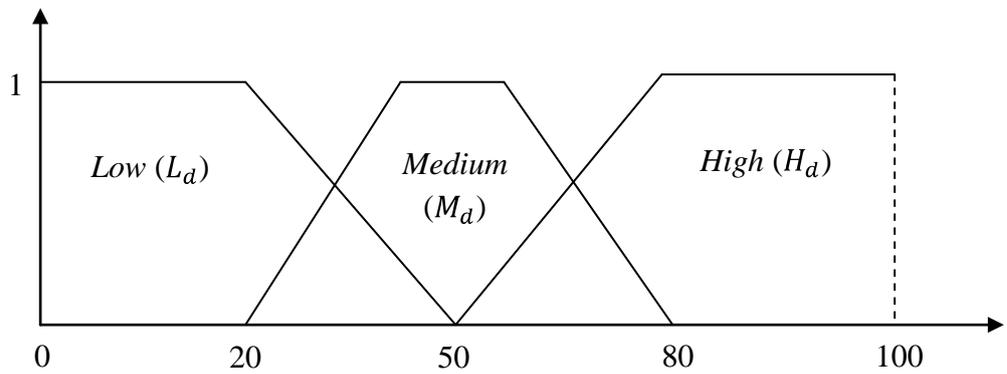
$$\alpha = \frac{\int_0^{t_{max}} x C_{\hat{a}, \hat{s}}(t) dt}{\int_0^{t_{max}} C_{\hat{a}, \hat{s}}(t) dt}$$

Nilai di atas (yang ditunjukkan pada gambar 10.7) merupakan waktu operasi mesin cuci yang diinginkan sebagaimana ditentukan oleh *fuzzy controller* untuk kondisi \hat{a} dan \hat{s} . Waktu mencuci (*washing timer*) merupakan himpunan dari nilai tersebut.

Contoh Aplikasi Fuzzy Washing Machines

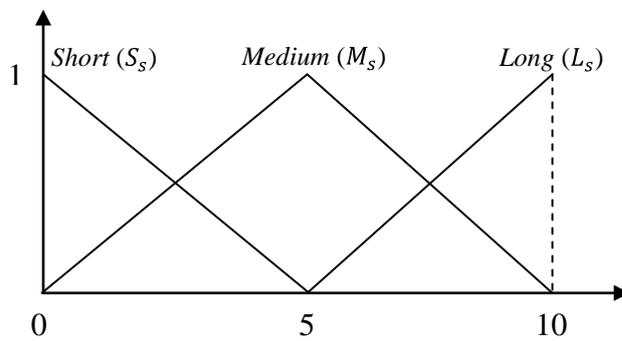
Grafik fungsi keanggotaan d (tingkat kekotoran)

$$\hat{d} = 40$$



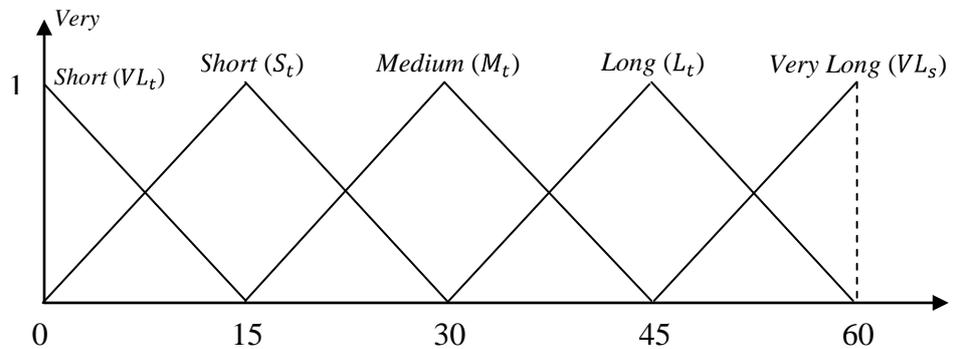
Grafik fungsi keanggotaan s (waktu jenuh) dalam menit

$$\hat{s} = 6 \text{ menit}$$



Grafik fungsi keanggotaan t (waktu mencuci) dalam menit

$$\hat{t} = \dots ?$$



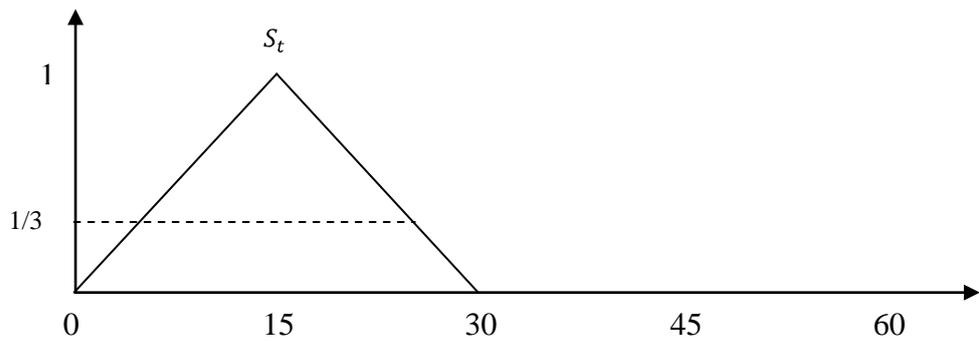
Step 1

- i. $\hat{d} = 40$
 $d(40) = (L_d(40), M_d(40), H_d(40)) = (\frac{1}{3}, 1, 0)$
- ii. $\hat{s} = 6 \text{ menit}$
 $s(6) = (S_s(6), M_s(6), S_s(6)) = (0, \frac{4}{5}, \frac{1}{5})$

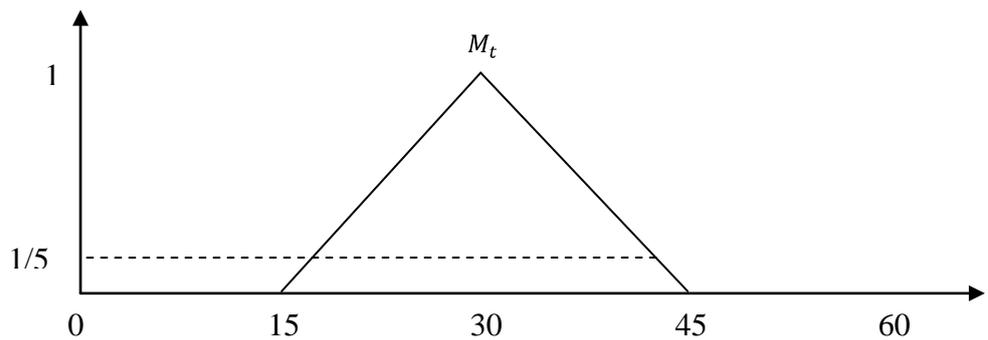
Step 2

Grafik fungsi t

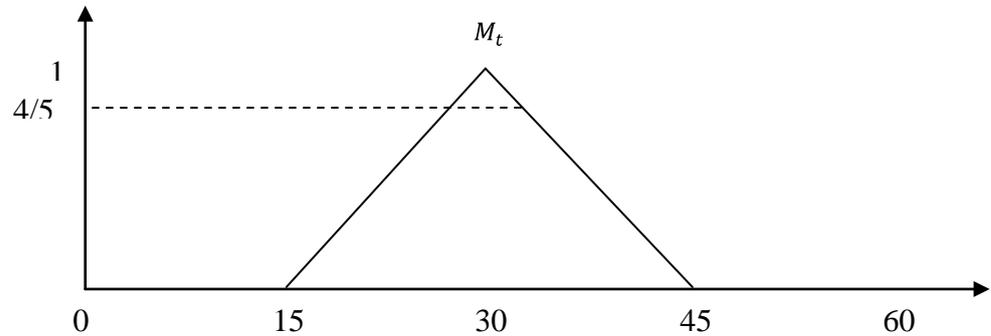
- i. $t(x) = \min(L_d(40), M_s(6)) = \min(\frac{1}{3}, \frac{4}{5}) = \frac{1}{3}$



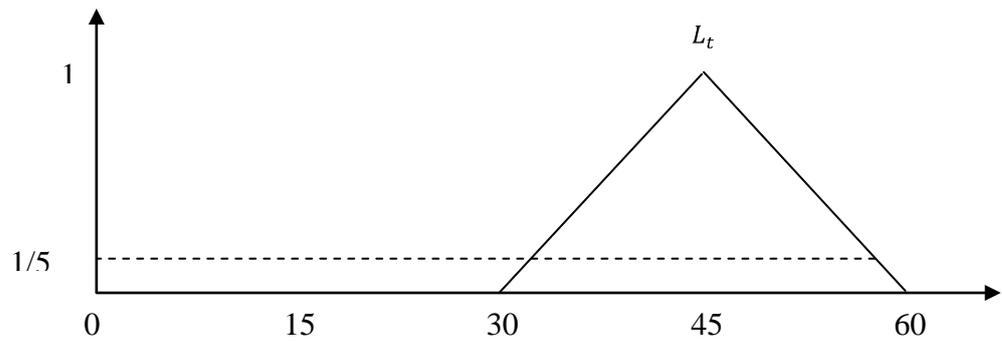
- ii. $t(x) = \min(L_d(40), L_s(6)) = \min(\frac{1}{3}, \frac{1}{5}) = \frac{1}{5}$



$$\text{iii. } t(x) = \min(M_d(40), M_s(6)) = \min\left(1, \frac{4}{5}\right) = \frac{4}{5}$$



$$\text{iv. } t(x) = \min(M_d(40), L_s(6)) = \min\left(1, \frac{1}{5}\right) = \frac{1}{5}$$



Step 3

$$C_{\hat{d}, \hat{s}}(t) = \max [\min (L_d(\hat{d}), M_s(\hat{s}), S_t(t)), \min (L_d(\hat{d}), L_s(\hat{s}), M_t(t)), \\ \min (M_d(\hat{d}), M_s(\hat{s}), M_t(t), \min (M_d(\hat{d}), L_s(\hat{s}), L_t(t))] \\ C_{40,6}(t) = \max [\min (L_d(40), M_s(6), S_t(t)), \min (L_d(40), L_s(6), M_t(t)), \\ \min (M_d(40), M_s(6), M_t(t), \min (M_d(40), L_s(6), L_t(t))]$$

i. Persamaan garis yang melalui (0,0) dan (15,1)

$$\frac{y - 0}{1 - 0} = \frac{x - 0}{15 - 0}$$

$$y = \frac{x}{15}$$

$$y = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{x}{15} \rightarrow x = 5$$

Jadi, $y = \frac{x}{15}$ untuk $x = [0,5]$

ii. $y = \frac{1}{3}$, untuk $x = [5,20]$

iii. Persamaan garis yang melalui (15,0) dan (30,1)

$$\frac{y - 0}{1 - 0} = \frac{x - 15}{30 - 15}$$

$$y = \frac{x - 15}{15}$$

$$y = \frac{4}{5} \rightarrow \frac{4}{5} = \frac{x - 15}{15} \rightarrow x = 27$$

Jadi, $y = \frac{x-15}{15}$ untuk $x = [20,27]$

iv. $y = \frac{4}{5}$, untuk $x = [27,33]$

v. Persamaan garis yang melalui (30,1) dan (45,0)

$$\frac{y - 1}{0 - 1} = \frac{x - 30}{45 - 30}$$

$$\frac{y - 1}{-1} = \frac{x - 30}{15}$$

$$y - 1 = \frac{-x + 30}{15}$$

$$y = \frac{-x + 45}{15}$$

$$y = \frac{4}{5} \rightarrow \frac{4}{5} = \frac{-x + 45}{15} \rightarrow x = 33$$

$$y = \frac{1}{5} \rightarrow \frac{1}{5} = \frac{-x + 45}{15} \rightarrow x = 45$$

Jadi, $y = \frac{-x+45}{15}$ untuk $x = [33,42]$

vi. $y = \frac{1}{5}$, untuk $x = [42,57]$

vii. Persamaan garis yang melalui (45,1) dan (60,0)

$$\frac{y - 1}{0 - 1} = \frac{x - 45}{60 - 45}$$
$$\frac{y - 1}{-1} = \frac{x - 45}{15}$$

$$y - 1 = \frac{-x + 45}{15}$$

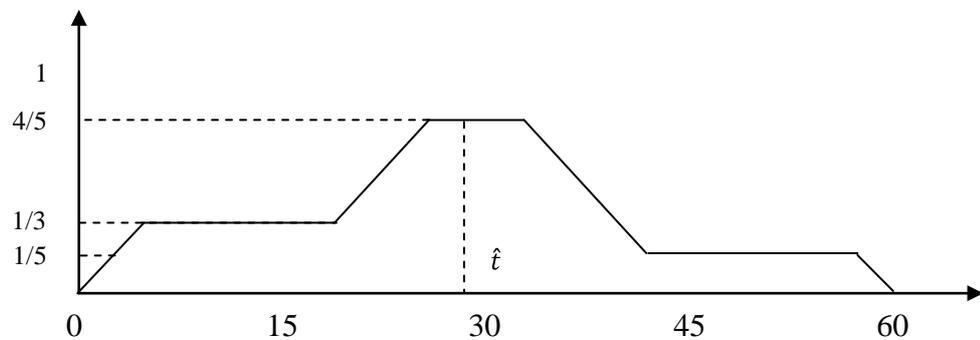
$$y = \frac{-x + 60}{15}$$

$$y = \frac{1}{5} \rightarrow \frac{1}{5} = \frac{-x + 60}{15} \rightarrow x = 57$$

Jadi, $y = \frac{-x+60}{15}$ untuk $x = [57,60]$

$$C_{(40,6)}(t) = \begin{cases} \frac{t}{15}, & \text{untuk } t = [0,5] \\ \frac{1}{3}, & \text{untuk } t = [5,20] \\ \frac{t-15}{15}, & \text{untuk } t = [20,27] \\ \frac{4}{5}, & \text{untuk } t = [27,33] \\ \frac{-t+45}{15}, & \text{untuk } t = [33,42] \\ \frac{1}{5}, & \text{untuk } t = [42,57] \\ \frac{-t+60}{15}, & \text{untuk } t = [57,60] \\ 0, & \text{untuk } t \text{ yang lain} \end{cases}$$

Step 4



$$\hat{t} = \frac{\int_0^{60} t C_{(40,6)}(t) dt}{\int_0^{60} C_{(40,6)}(t) dt}$$

$$\hat{t} = \frac{\int_0^5 t \left(\frac{t}{15}\right) dt + \int_5^{20} t \left(\frac{1}{3}\right) dt + \int_{20}^{27} t \left(\frac{t-15}{15}\right) dt + \int_{27}^{33} t \left(\frac{4}{5}\right) dt + \int_{33}^{42} t \left(\frac{-t+45}{15}\right) dt + \int_{42}^{57} t \left(\frac{1}{5}\right) dt + \int_{57}^{60} t \left(\frac{-t+60}{15}\right) dt}{\int_0^5 \left(\frac{t}{15}\right) dt + \int_5^{20} \left(\frac{1}{3}\right) dt + \int_{20}^{27} \left(\frac{t-15}{15}\right) dt + \int_{27}^{33} \left(\frac{4}{5}\right) dt + \int_{33}^{42} \left(\frac{-t+45}{15}\right) dt + \int_{42}^{57} \left(\frac{1}{5}\right) dt + \int_{57}^{60} \left(\frac{-t+60}{15}\right) dt}$$

$$\hat{t} = \frac{657,223}{22,403} = 29,336 \text{ menit}$$

Jadi, waktu mencuci adalah 29,336 menit.

Referensi:

Klir, G.J, Clair, U.S, Yuan B. 1997. *Fuzzy Set Theory : Foundations and Applications*. New Jersey : Prentice-Hall, Inc.

Folger, T.A. and Klir, G.J. 1988. *Fuzzy Sets, Uncertainty and Information*. New Jersey : Prentice-Hall, Englewood Cliffs.

Wang, L.X..1997. *A Course in Fuzzy Systems and Control*. New Jersey : Prentice-Hall International, Inc.