

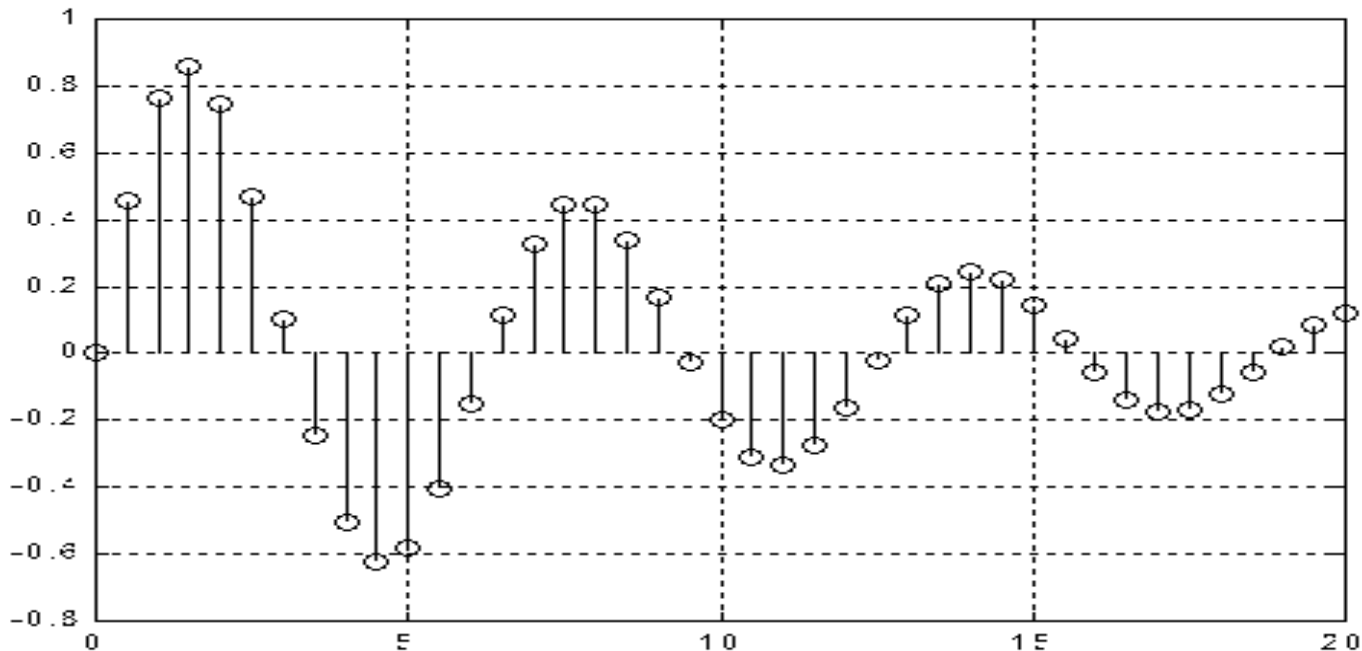


# Sinyal dan Sistem Waktu Diskrit

( *Discrete Time Signals and Systems* )

# Sinyal Waktu Diskrit

Sinyal waktu diskrit merupakan fungsi variabel bebas bilangan bulat. Secara mutlak, sinyal diskrit  $x(n)$  tidak didefinisikan untuk  $n$  pecahan.



# Representasi Sinyal Waktu Diskrit

- ☀ Bentuk Fungsi

$$x(n) = \sin(n) \exp(0.2n)$$

$$y(n) = u(n) \cos(n)$$

- ☀ Bentuk Barisan

$$x(n) = \{ \dots, 2, 3, 1.5, 0, -4, \dots \}$$



$$y(n) = \{0, 1, 2, 4, 8, \dots\}$$

- ☀ Bentuk Tabel

n	...	-2	-1	0	1	2	...
x(n)	...	3	-1	2	1	4	...

# Sinyal-sinyal Elementer

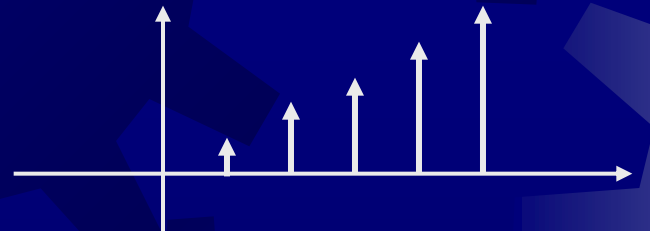
☀ Unit Impuls



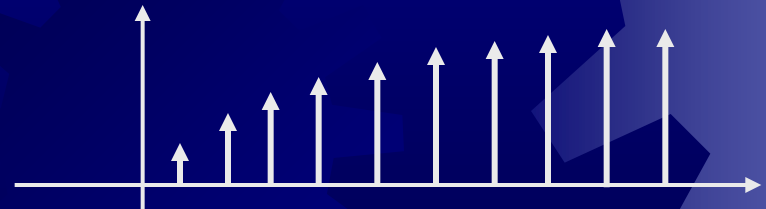
☀ Unit Step,  $u(n)$



☀ Unit ramp,  $u_r(n)$



☀ Sinyal Eksponensial



# Operasi-operasi Elementer

- ✦ Penjumlahan sinyal

$$y(n) = x_1(n) + x_2(n) + \dots$$

- ✦ Perkalian sinyal

- $y(n) = x_1(n) * x_2(n) * \dots$

- ✦ Penambahan dengan konstanta

$$y(n) = c + x(n)$$

- ✦ Perkalian dengan konstanta

$$y(n) = A x(n)$$

- ✦ Penggeseran waktu

$$y(n) = x(n - k)$$

- ✦ Pembalikan waktu

$$y(n) = x(-n)$$

# Sistem Waktu Diskrit ( *Discrete Time System* )



## ★ Representasi sistem:

Model matematis yang menggambarkan hubungan input-output dan kondisi awal sistem. Persamaan semacam ini disebut **persamaan beda** (*difference equation*)

★ Untuk kemudahan, hubungan input-output sering diubah menjadi bentuk lain dengan suatu transformasi, misalnya dengan **Transformasi Z**

# Pembagian Sistem Berdasarkan Karakteristiknya

- ★ Linieritas: sistem linier dan sistem tak linier
- ★ Variasi terhadap waktu: sistem varian waktu (*time varying*) dan sistem invarian waktu (*time invariant*)
- ★ Kausalitas: sistem kausal dan sistem non kausal
- ★ Stabilitas: sistem stabil dan sistem tak stabil

# Sistem Linier

Sistem Linier memenuhi sifat:

$$T[a_1x_1(n) + a_2x_2(n)] = a_1T[x_1(n)] + a_2T[x_2(n)]$$

dimana  $x_1(n)$  dan  $x_2(n)$  adalah input sistem, sedangkan  $a_1$  dan  $a_2$  adalah konstanta



# Contoh Sistem Linier

Buktikan bahwa sistem yang dinyatakan dengan:

$$y(n) = 2x(n) \text{ adalah linier}$$

Jawab:

$$\begin{aligned} T[a_1x_1(n) + a_2x_2(n)] &= 2[a_1x_1(n) + a_2x_2(n)] \\ &= 2a_1x_1(n) + 2a_2x_2(n) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_1T[x_1(n)] + a_2T[x_2(n)] &= a_1(2x_1(n)) + a_2(2x_2(n)) \\ &= 2a_1x_1(n) + 2a_2x_2(n) \end{aligned}$$

# Contoh Sistem Non Linier

Buktikan bahwa sistem yang dinyatakan dengan:

$$y(n) = [x(n)]^2 \text{ adalah non linier}$$

Jawab:

$$\begin{aligned} T[a_1x_1(n) + a_2x_2(n)] &= [a_1x_1(n) + a_2x_2(n)]^2 \\ &= a_1^2 x_1^2(n) + 2a_1x_1(n) a_2x_2(n) + a_2^2 x_2^2(n) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_1T[x_1(n)] + a_2T[x_2(n)] &= a_1 (x_1^2(n)) + a_2 (x_2^2(n)) \\ &= a_1x_1^2(n) + a_2x_2^2(n) \end{aligned}$$

# Sistem Invarian Waktu

Sistem yang dinyatakan dengan  $y(n) = T[x(n)]$  disebut *Time Invariant* jika

$$y(n - k) = T[x(n - k)]$$

Contoh:

Sistem  $y(n) = x(n) - x(n - 1)$  adalah invarian waktu (*time invariant*) karena:

$$T[x(n - k)] = x(n - k) - x(n - 1 - k)$$

$$y(n - k) = x(n - k) - x(n - k - 1)$$



# Contoh sistem time varying

# Sistem Kausal

- ☀ Keluaran sistem untuk setiap waktu hanya tergantung kepada input sekarang dan sebelumnya, juga output sebelumnya

$$y(n) = f [x(n), x(n - 1), x(n - 2), \dots, \\ y(n - 1), y(n - 2), \dots ]$$

Contoh:

sistem kausal:

$$y(n) = 2x(n) - 3x(n - 2)$$

sistem non kausal:

$$y(n) = x(n) + 3x(n+4)$$

# Sistem Stabil

- ★ Sistem Stabil BIBO (*Bounded Input Bounded Output*): output sistem adalah terbatas untuk input terbatas

$$|x(n)| \leq M_x \leq \infty; \quad |y(n)| \leq M_y \leq \infty$$

untuk seluruh  $n$

# Contoh Sistem Stabil

Sistem yang dinyatakan dengan

$$y(n) = 0,1 * y(n - 1) + x(n)$$

$$\text{dan } y(-1) = 0$$

adalah stabil, karena ketika diberi input unit impuls, outputnya adalah:

$$y(0) = 0,1 * y(-1) + x(0) = 1$$

$$y(1) = 0,1 * y(0) + x(1) = 0,1$$

$$y(2) = 0,1 * y(1) + x(2) = 0,01$$

dan seterusnya

# Contoh sistem tak stabil

Sistem yang dinyatakan dengan

$$y(n) = 2 * y(n - 1) + x(n)$$

$$\text{dan } y(-1) = 0$$

adalah tidak stabil, karena ketika diberi input unit impuls, outputnya adalah:

$$y(0) = 2 * y(-1) + x(0) = 1$$

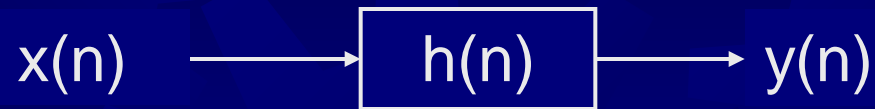
$$y(1) = 2 * y(0) + x(1) = 2$$

$$y(2) = 2 * y(1) + x(2) = 4$$

dan seterusnya



# Interaksi Sinyal-Sistem



- ✱ Untuk sistem LTI (*Linear Time Invariant*), output  $y(n)$  dicari dengan menggunakan **Jumlah Konvolusi** (*Convolution Sum*):

$$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n - k)$$

- ✱  $h(n)$  : respon sistem LTI terhadap input unit impuls;  $k$  : variabel bantu

The background features a dark blue field with several large, semi-transparent gears of varying shades of blue. On the left side, there is a vertical strip with a complex, colorful, and pixelated pattern in shades of orange, yellow, and brown. The text "Contoh konvolusi" is written in a bold, yellow, sans-serif font in the upper left quadrant.

# Contoh konvolusi