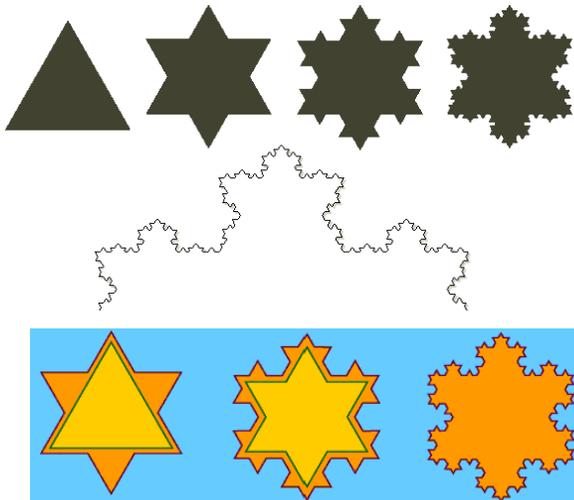


Fraktal – Kurva yang merupai diri sendiri

Oleh: *Sahid* – Lab Komputer Jurdik Matematika FMIPA UNY

Di dalam matematika, fraktal merupakan sebuah kelas bentuk geometri kompleks yang umumnya mempunyai "dimensi pecahan", sebuah konsep yang pertama kali diperkenalkan oleh matematikawan Felix Hausdorff pada tahun 1918. Sering bentuk-bentuk fraktal bersifat **menyerupai diri sendiri** (*self-similar*) – artinya setiap bagian kecil dalam sebuah fraktal dapat dipandang sebagai replikasi skala kecil dari bentuk keseluruhan. Fraktal berbeda dengan gambar-gambar klasik sederhana atau geometri **Euclid** – seperti bujur sangkar, lingkaran, bola, dsb. Fraktal dapat digunakan untuk menjelaskan banyak obyek yang bentuknya tak beraturan atau fenomena alam yang secara spasial tak seragam, seperti bentuk pantai atau lereng gunung. Istilah **fraktal** (*fractal*) berasal dari kata Latin *fractus* (berarti "terpeggal" atau "patah"), dan diperkenalkan oleh matematikawan kelahiran Polandia Benoit B. Mandelbrot.



Kurva bongkahan salju Koch

Sebuah fraktal *snowflake* Koch dibentuk dengan membuat penambahan secara terus menerus bentuk yang sama pada sebuah segitiga sama sisi. Penambahan dilakukan dengan membagi sisi-sisi segitiga menjadi tiga sama panjang dan membuat segitiga sama sisi baru pada tengah-tengah setiap sisi (luar). Jadi, setiap frame menunjukkan lebih banyak kompleksitas, namun setiap segitiga baru dalam bentuk tersebut terlihat persis seperti bentuk semula. Refleksi bentuk yang lebih besar pada bentuk-bentuk yang lebih kecil merupakan karakteristik semua fraktal.

Secara teoritis proses tersebut akan meng-hasilkan sebuah gambar yang luasnya ber-hingga namun dengan batas yang panjangnya tak berhingga, yang terdiri atas tak berhingga titik. Dalam istilah matematika, kurva demikian tidak dapat **diturunkan** (*dideferensialkan*).

Pada setiap tahap pembentukan, panjang sisi-sisinya bertambah dengan rasio 4 banding 3. Ahli matematika Benoit Mandelbrot telah menggeneralisasi istilah dimensi, disimbolkan dengan D , untuk menyatakan pangkat pada bilangan 3 yang menghasilkan 4, yakni $3^D = 4$. Dimensi fraktal *snowflake* Koch, dengan demikian, adalah $\log 4/\log 3$ atau mendekati 1,26.

Meskipun konsep-konsep kunci yang berkaitan dengan fraktal telah dikaji selama bertahun-tahun oleh para ahli matematika, dan banyak contoh, seperti **kurva kepingan salju** (*snowflake*) **Koch** sudah lama diketahui, Mandelbrotlah yang pertama kali menyatakan bahwa fraktal dapat menjadi alat ideal dalam matematika

terapan untuk memodelkan beraneka ragam fenomena, mulai dari obyek-obyek fisik sampai perilaku pasar stok. Sejak diperkenalkan pada tahun 1975, konsep fraktal telah membentuk sebuah sistem geometri baru yang telah nyata memiliki sumbangan berarti dalam berbagai bidang seperti kimia fisika, fisiologi, dan mekanika fluida.

Banyak fraktal memiliki sifat menyerupai dirinya, paling tidak hampir, jika tidak persis. Sebuah obyek yang menyerupai dirinya adalah suatu obyek yang memiliki bagian-bagian pembentuk yang sama dengan bentuk keseluruhan. Pengulangan detil atau pola ini terjadi pada skala yang lebih kecil secara progresif, dan untuk kasus entitas abstrak murni, kontinyu secara terus-menerus, sehingga setiap bagian dari setiap komponen jika diperbesar akan tampak seperti bagian tetap dari keseluruhan obyek. Akibatnya, obyek-obyek yang serupa dirinya tetap tidak berubah bentuk sekalipun skalanya diubah, yakni obyek tersebut memiliki skala simetris. Fenomena fraktal sering dapat dideteksi pada obyek-obyek seperti bongkahan-bongkahan salju (*snowflake*) dan kulit pohon. Semua fraktal alam jenis ini, dan juga beberapa fraktal serupa dirinya dalam matematika bersifat **stokastik**, atau acak; bentuk-bentuk tersebut berkembang secara statistiks.

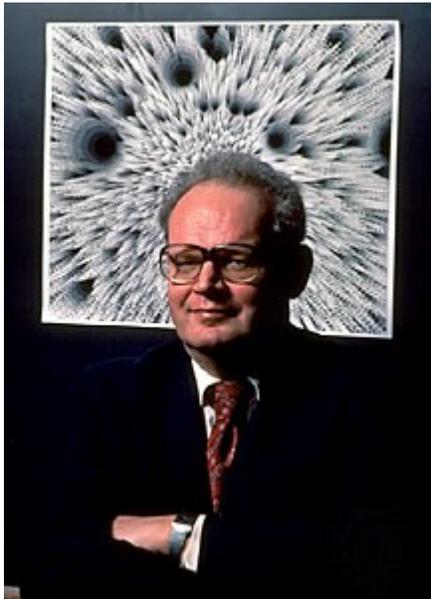
Karakteristik kunci lain sebuah fraktal adalah sebuah parameter matematika yang disebut **dimensi fraktal**. Tidak seperti dimensi dalam geometri Euclid, dimensi fraktal pada umumnya dinyatakan dengan bilangan bukan bulat – yakni berupa bilangan pecahan. Dimensi fraktal dapat digambarkan dengan melihat sebuah contoh khusus misalnya kurva bongkahan salju yang didefinisikan oleh Helge von Koch pada 1904. Contoh fraktal ini merupakan gambar matematika secara murni dengan enam simetri lipat, seperti kepingan salju alami. Fraktal ini bersifat menyerupai dirinya, dalam arti bahwa bentuk ini terdiri atas tiga bagian identik, masing-masing pada gilirannya tersusun dari empat bagian dan secara persis merupakan bentuk secara keseluruhan dalam skala kecil. Jadi setiap bagian dari empat bagian itu sendiri terdiri atas empat bagian yang juga merupakan bentuk keseluruhan dalam skala kecil. Tidaklah mengherankan apabila faktor skalanya empat, karena sifat demikian benar untuk sebuah segmen garis atau busur lingkaran. Akan tetapi, untuk kurva bongkahan salju, faktor skala pada setiap tahap adalah tiga. Dimensi fraktal, dinyatakan dengan huruf D , adalah pangkat untuk bilangan 3 sehingga menghasilkan 4, yakni $3^D = 4$. Dimensi dari fraktal

bongkahan salju adalah $D = \log 4 / \log 3$, atau sekitar 1,26 (satu koma dua enam). Dimensi fraktal merupakan sebuah sifat kunci dan sebagai indikator kekomplekannya.

Geometri fraktal dengan konsep-konsep serupa diri sendiri dan dimensi pecahan telah diterapkan secara meluas di dalam mekanika statistika yang membahas sistem-sistem fisik yang memiliki sifat-sifat yang kelihatan acak. Sebagai contoh, simulasi fraktal telah digunakan untuk menggambar distribusi gugusan galaksi di seluruh alam semesta dan untuk mengkaji masalah-masalah yang berkaitan dengan gerak tak beraturan fluida. Geometri fraktal juga telah memberikan sumbangan pada grafik komputer. Algoritma fraktal telah memungkinkan pembuatan gambar hidup dengan komputer dari obyek-obyek alam yang sangat tak beraturan dan rumit, seperti lereng pegunungan berbatu dan sistem lapisan kulit pohon yang rumit.

Titik balik kajian tentang fraktal dimulai dengan penemuan geometri fraktal oleh ahli matematika Perancis kelahiran Polandia Benoit B. Mandelbrot pada tahun 1970. Mandelbrot menggunakan definisi dimensi yang lebih bastrak daripada yang digunakan dalam geometri Euclid (geometri biasa yang diajarkan di sekolah), dengan menyatakan bahwa dimensi sebuah fraktal harus digunakan sebagai pangkat pada saat mengukurnya. Hasilnya adalah bahwa sebuah fraktal tidak mungkin diperlakukan seperti benda-benda geometris lain yang berdimensi satu, dua, atau bilangan-bilangan bulat lain. Akan tetapi, fraktal harus diperlakukan secara matematis sebagai bentuk-bentuk geometris yang berdimensi pecahan. Sebagai contoh, kurva fraktal *snowflake* Koch memiliki dimensi 1.2618.

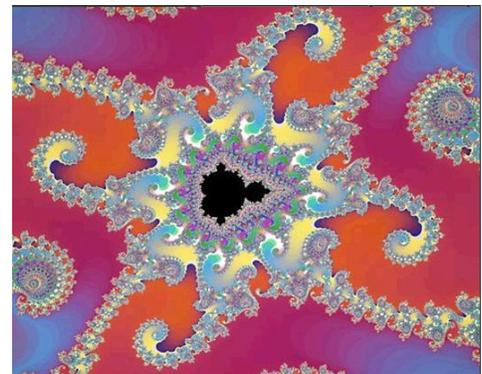
Geometri fraktal bukanlah sekedar sebuah teori abstrak. Sebuah garis pantai, jika diukur sampai ketidakberaturannya akan cenderung memiliki panjang tak berhingga seperti halnya kurva kepingan salju. Mandelbrot sudah menduga bahwa pegunungan, awan, pertumbuhan **agrigasi**, gugusan galaksi, dan fenomena-fenomena alam lainnya pada hakekatnya merupakan fraktal. Selanjutnya, keindahan fraktal telah membuatnya merupakan sebuah elemen kunci dalam perkembangan grafik komputer.



Mandelbrot, Benoit B. (1924-) adalah seorang matematikawan Perancis kelahiran Polandia, yang mengembangkan geometri fraktal sebagai salah satu cabang baru matematika. Mandelbrot dilahirkan di Warsawa dan mengenyam pendidikan sekolah di Perancis dan USA, meraih gelar doktor dalam bidang matematika dari Universitas Paris pada tahun 1952. Ia mengajar ekonomi di Universitas Harvard, teknik di Universitas Yale, psikologi di Albert Einstein College of Medicine, matematika di Paris dan Genewa. Sejak 1958 ia berkerja sebagai anggota IBM di Pusat Riset Thomas B. Watson di New York.

Geometri fraktal dibedakan dengan geometri konvensional dalam pendekatan yang lebih abstrak tentang konsep dimensi daripada pengertian dimensi yang lebih nyata pada geometri konvensional (Euclid). Di dalam geometri konvensional, dimensi sebuah obyek dinyatakan dengan bilangan bulat, misalnya sebuah garis berdimensi satu dan bidang berdimensi dua. Di dalam geometri fraktal, obyek geometri dapat memiliki dimensi pecahan. Sebagai contoh, sebuah citra fraktal boleh jadi mempunyai batas yang dapat diperinci secara terus-menerus, sehingga dimensinya antara satu dan dua. Fraktal sedang menemukan berbagai aplikasinya dalam berbagai bidang ilmu pengetahuan dan teknologi.

Mulai tahun 1950-an Mandelbrot dan para ilmuwan lain telah mengkaji secara intensif kurva-kurva patologis yang serupa dirinya, dan mereka telah menerapkan teori fraktal dalam memodelkan fenomena-fenomena alam. Gejala fluktuasi acak mengandung keserupaan terhadap diri sendiri pada pola-pola alam. Analisis terhadap pola-pola ini dengan menggunakan teknik Mandelbrot telah membantu peng-kajian berbagai bidang seperti mekanika fluida, geo-morfologi, psikologi manusia, ekonomi, dan linguistik. Sebagai contoh khusus, karakteristik permukaan tanah yang diperlihatkan secara mikroskopik dalam kaitannya dengan gerak Brown, jaringan vaskular, dan bentuk-bentuk molekul polimer semuanya berkaitan dengan fraktal.



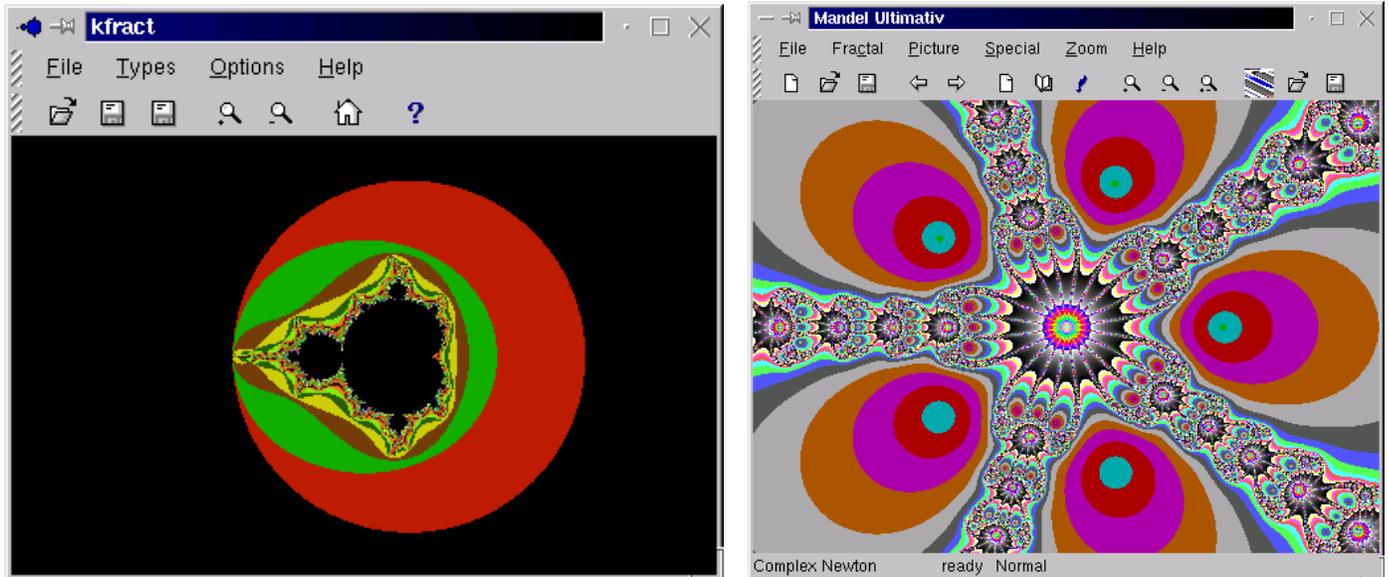
Gambar himpunan Mandelbrot, yang merupakan grafik sebuah fungsi matematis.



Fraktal yang ditunjukkan pada gambar di samping merupakan grafik sebuah fungsi matematika dan disebut **himpunan Julia**. Nama fraktal tersebut diambil nama matematikawan Perancis Gaston Julia, yang mengkaji matematika fraktal awal abad ke-20, sebelum istilah "fraktal" diperkenalkan oleh Mandelbrot pada tahun 1975. Pola-pola keseluruhan bentuk sebuah fraktal berulang pada setiap bagian yang kecil, sehingga memperbesar bagian yang lebih kecil akan menghasilkan bentuk yang serupa dengan aslinya.

Fraktal juga telah diterapkan pada citra foto dan video pada komputer. Pada tahun 1987, matematikawan kelahiran Inggris Dr. Michael F. Barnsley menemukan **transformasi fraktal** (*Fractal Transform*TM) yang secara otomatis mendeteksi kode fraktal di dalam citra obyek nyata (foto digital).

Penemuan kompresi citra fraktal yang diperbanyak, digunakan di dalam berbagai aplikasi multimedia dan aplikasi-aplikasi komputer lain yang berbasis citra.



Tampilan dua buah program penghasil fraktal, **Kfract** dan **Mandel Ultimativ**, keduanya dalam versi **Linux (desktop KDE)**. Program **Kfract** dapat menghasilkan dua jenis fraktal, yakni himpunan **Mandelbrot** dan **Julia**. Program **Mandel Ultimativ** dapat menghasilkan puluhan jenis fraktal, termasuk kurva **Lorenz**. Bahkan program **Mandel Ultimativ** menyediakan fasilitas untuk mengatur parameter-parameter sebuah fraktal dan komposisi warna (**color map**), membuat animasi fraktal, dll. Dengan kedua program tersebut kita dapat melakukan **zooming** untuk melihat detail dari setiap bagian fraktal. Berbeda dengan gambar biasa, di mana detail setiap bagian hanya menampilkan potongan gambar, detail sebuah fraktal tetap menampakkan bentuk keseluruhan. Dengan menggunakan program **Mandel Ultimativ** kita dapat melakukan eksplorasi berbagai jenis fraktal yang sangat indah dan menarik.

Daftar Acuan

1. Ensiklopedi *Microsoft Encarta Deluxe 2001*
2. Ensiklopedi *Britanica Deluxe 2002*